

Основы вероятности и теория меры

Эрлих Иван Генрихович

12 сентября 2017 г.

Формула умножения вероятностей

Пример. Урна: 5 белых, 3 красных шара. Последовательно вынимаются три. Найти вероятность события, что выпадет белый-красный-белый именно в такой последовательности.

$$P\{(\text{б}, \text{к}, \text{б})\} = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6}$$

$$P(A_1 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|A_1 \cap A_2) \cdot \dots \cdot P(A_n|A_1 \cap \dots \cap A_{n-1})$$

$$\frac{P(A_1)}{1} \cdot \frac{P(A_1 \cup A_2)}{P(A_1)} \cdot \dots \cdot \frac{P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n)}{P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{n-1})}$$

Формула Байеса (Апостериорная вероятность)

$$P(B_k|A) = \frac{P(AB_k)}{P_A} = \frac{P(AB_k)P(B_k)}{\sum_{i=1}^n P(A|B_i)P(B_i)}$$

Пример с учителем:

$$P(\text{плохой вызван}|\text{дан ответ}) = \frac{2/3 \cdot 1/10}{31/90} = \frac{6}{31}$$

Геометрическая вероятность (Вопросы задания вероятностей)

$A \subseteq \mathbb{R}^n$, для Ω определен объем, конечн., положит.

$$\mathcal{F}-? = \{A : A \subseteq \Omega\}$$

$$P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$$

$$\mu(\Omega) < \infty$$

Пример. (Задача о встрече) Есть два друга, договорились встретиться с 12 до 13. Каждый ждет 15 минут, после чего уходит, если друг не пришел. Найти вероятность того, что они встретятся.

Задача для двумерного пространства $n = 2$. Построим график. Нам подходят такие координаты $(u, v) \in [12, 13]$ и $|u - v| \leq \frac{1}{4}$.

$$\mu(\Omega) = 1, \quad \mu(A) = 1 - 2 \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{7}{16}$$

$$P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$$

Проблемы:

1. Аксиоматика Колмогорова.
2. Системы множеств.
3. Строить меру.