Funciones de campo vectorial

Integral de línea de campos vectoriales

$W = \vec{F}.\vec{D}$
$W = \int_a^b F[g(t)].g'(t).dt$

Campo vectorial conservativo

Un campo vectorial $F(x, y) = (M, N)$ es conservativo $\Leftrightarrow \frac{\partial N}{\partial x} = \frac{\partial M}{\partial y}$
Si un campo es conservativo, es el **Gradiente de una función vectorial real** (Función potencial de F `que lo origina`)
$F(x, y) = \nabla f(x, y)$

Teorema fundamental de la integral de línea

El trabajo realizado por un campo vectorial conservativo sobre una partícula que se mueve entre dos puntos a y b es **independiente del camino seguido (`independiente de la trayectoria`)**.
$W = f(x_b, y_b) - f(x_a, y_a) \ | \ f = Funcin\ Potencial$
Si la trayectoria es cerrada $\rightarrow W = 0$

Teorema de Green

Sea una región simple del plano cuyo borde es una curva cerrada C, suave a trozos (`sin picos`), orientada en sentido antihorario, y si M y N tienen derivadas parciales continuas en una región abierta que contiene a D, se cumple:
$\int_C Mdx + Ndy = \iint_D (\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y})dA$

Establece la relación entre una integral de línea a lo largo de la curva C cerrada y simple, y una integral doble sobre una regíon plana D, limitada por C.
`La circulación antihoraria de un campo vectorial alrededor de una curva cerrada simple es la integral doble del Rotor del campo sobre la región encerrada por la curva.`

Para funciones de R^2
$\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y}$ representa el Rotor de F, este se indica $Rot(F)$

Para funciones de R^3
$RotF(x, y, z) = \nabla \times F(x, y, z) = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ M & N & P \end{vmatrix} = [(\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial z})i - (\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial z})j + (\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y})k]$

Integrales Dobles

Teorema de Fubini

Verticalmente simple

$V = \iint f(x, y)dA = \int_a^b \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(x, y)dydx$

Se analiza de Izquierda->Derecha->Abajo->Arriba
a es el inicio de extremo de integracion, b es donde termina en x
$g_1(x)g_2(x)$ son las funciones entre las que varia en el eje y

Horizontalmente simple

$V = \iint f(x, y)dA = \int_c^d \int_{h_1(y)}^{h_2(y)} f(x, y)dxdy$

Cálculo de Área

Podemos hacer uso de la integral doble para el cálculo de Áreas, para esto consideramos a la
función $f(x, y) = 1$ recuerden que la función nos da la altura de cada prisma y si lo

consideramos = 1 el valor calculado por la integral nos representa el área de la región R.

$A = \iint dA = \int_a^b \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(x,y)dydx \longrightarrow$ `Si es verticalmente simple`

$A = \iint dA = \int_c^d \int_{h_1(y)}^{h_2(y)} f(x,y)dxdy \longrightarrow$ `Si es horizontalmente simple`