

1. Utiliza los Multiplicadores de Lagrange para encontrar los puntos que maximizan o minimizan $f(x, y) = 3x + 4y$, sobre la circunferencia $x^2 + y^2 = 1$. Analiza gráficamente.

2. Dada la función $f(x, y) = xy - \frac{y^3}{x}$
 - a) Halla el valor de la derivada en el punto $P(1, -1)$ en la dirección de $Q(3, 5)$
 - b) Encuentra el valor máximo de la derivada en dicho punto. ¿En qué dirección ocurre este valor máximo?
 - c) Encuentra un versor $\hat{v} \neq \vec{0}$ tal que $\frac{\partial f}{\partial \hat{v}} = 0$.
 - d) Justifica cada ítem con la teoría correspondiente.

3. Dada la siguiente función: $f(x, y) = \frac{x}{y-x^2}$
 - a) Define qué son el Dominio y las curvas de nivel de una función vectorial real.
 - b) Expresa el dominio de f y realiza un esquema del mismo.
 - c) Determina el conjunto de curvas de nivel de f y luego las ecuaciones correspondientes a $k = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -2$ y 2 . Grafica cada una.

4. Dada la función $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + 1$
 - a. Encuentra todos los puntos críticos de f
 - b. Determina la naturaleza de los puntos hallados
 - c. Expresa la ecuación del plano tangente a f en el punto $(1, 1)$