



# Análisis Matemático II

**UTN**  
Facultad  
Regional  
Villa María

## Trabajo Práctico N°6 – Bloque II

---

### INTEGRALES MÚLTIPLES - INTEGRALES DOBLES

Enuncie el marco Teórico necesario para la justificación de la resolución de los siguientes ejercicios

#### Integrales Iteradas

1) Resuelva las siguientes integrales iteradas:

$$a) \int_3^4 \int_1^2 \frac{dy \, dx}{(x+y)^2} =$$

$$c) \int_0^1 \left[ \int_0^{x^2} (x^2 + y^2) dy \right] dx =$$

$$b) \int_{-1}^2 \int_{x^2-2}^{x^2+x} x \, dy dx =$$

$$d) \int_1^2 \int_x^{x\sqrt{3}} xy \, dy dx =$$

2) En los ejercicios dados a continuación, trace la región de integración y evalúe la integral.

$$a) \int_0^3 \int_0^2 (4 - y^2) dy \, dx =$$

$$c) \int_0^\pi dx \int_{y=0}^{y=1+\cos x} y \, \operatorname{sen} x \, dy =$$

$$b) \int_1^{\ln 8} \int_0^{\ln y} e^{x+y} \, dx \, dy =$$

3) Calcular la integral doble  $\iint_D (4 - x^2 - y^2) dx \, dy$  si el dominio  $D$  está limitado por las rectas  $x = 0$ ,  $x = 1$ ,  $y = 3/2$ .

4) Calcular la integral doble de  $f(x, y) = 1 + x + y$  extendida por el dominio limitado por las siguientes funciones  $y = -x$ ,  $x = \sqrt{y}$ ,  $y = 2$ ,  $z = 0$ .

5) Calcular  $\iint_D e^{\frac{y}{x}} \, ds$ ; si el dominio  $D$  es un triángulo limitado por las rectas  $y = x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ .



# Análisis Matemático II

**UTN**  
Facultad  
Regional  
Villa María

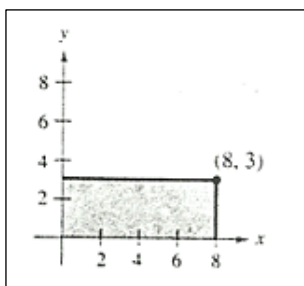
## Trabajo Práctico N°6 – Bloque II

---

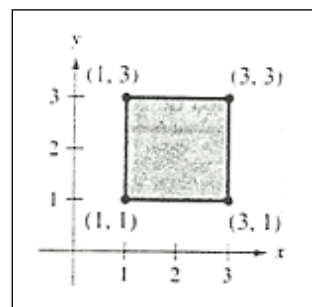
### Calculo de Área

6) En los ejercicios siguientes, usar la integral iterada para hallar el área de la región.

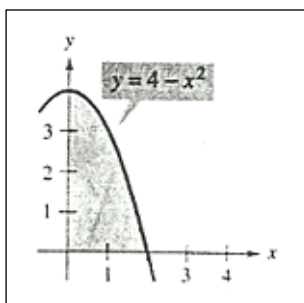
a)



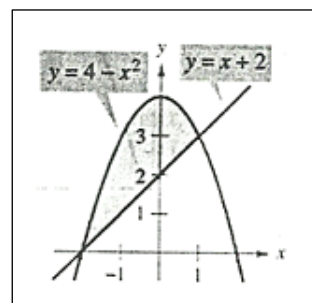
b)



c)



d)

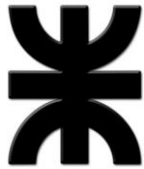


7) Calcular el área del recinto determinado por las siguientes funciones haciendo uso de la integral doble.

a)  $y = 2 - x^2$  ,  $y = x$

c)  $y^2 = 4ax$  ,  $y + x = 3a$  ,  $y = 0$

b)  $y^2 = 2x$  ,  $y = x$



# Análisis Matemático II

**UTN**  
Facultad  
Regional  
Villa María

## Trabajo Práctico N°6 – Bloque II

---

d)  $y = \operatorname{sen} x$  ,  $y = \cos x$  ,  $x = 0$

### Cálculo de volumen

8) Calcular el volumen de los campos limitados por las superficies indicadas en cada caso.

a)  $x = 0$  ,  $y = 0$  ,  $x + y + z = 1$  ,  $z = 0$

b)  $y = x^2$  ,  $x = y^2$  ,  $z = 0$  ,  $z = 12 + y - x^2$

9) Encuentre el volumen de la región que se encuentra bajo el paraboloide  $z = x^2 + y^2$  y arriba del triángulo encerrado por los vértices  $y = x$  ,  $x = 0$  ,  $x + y = 2$  en el plano  $xy$ .

10) Encuentre el volumen del sólido cuya base es la región en el plano  $xy$  limitado por la parábola  $y = 4 - x^2$  y la recta  $y = 3x$  , mientras que la parte superior del sólido está limitada por el plano  $z = x + 4$  .

11) Calcular el volumen del tetraedro limitado por los planos coordenados y el plano  $6x + 3y + 2z = 6$ .



# Análisis Matemático II

**UTN**  
Facultad  
Regional  
Villa María

## Trabajo Práctico N°6 – Bloque II

---

### EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS

1) Resuelva las siguientes integrales dobles:

a)  $\int_0^1 \int_{y=x}^{y=1} (x+y) dx dy =$

b)  $\int_1^2 \int_0^{y^{3/2}} \frac{x}{y^2} dx dy =$

c)  $\int_0^1 \int_0^{x^2} x e^y dy dx =$

2) En los ejercicios dados a continuación, trace la región de integración y evalúe la integral.

a)  $\int_{-1}^0 \int_{-1}^1 (x+y+1) dx dy =$

b)  $\int_0^\pi \int_0^x (x \operatorname{sen} y) dy dx =$

c)  $\int_1^2 dx \int_0^{\ln x} \frac{1}{x} dy =$



# Análisis Matemático II

**UTN**  
Facultad  
Regional  
Villa María

## Trabajo Práctico N°6 – Bloque II

---

### RESPUESTAS TRABAJO PRACTICO N°6

#### Integrales Iteradas

- 1) a)  $\ln\left(\frac{25}{24}\right)$       b) 6      c)  $\frac{26}{105}$       d)  $\frac{15}{4}$   
2) a) 16      b) 3,35      c)  $\frac{4}{3}$   
3)  $\frac{35}{8}$   
4) 8,48  
5) 0,859

#### Cálculo de Área

- 6) a)  $A = 24$  unidades de área      b)  $A = 4$  unidades de área  
c)  $A = \frac{16}{3}$  unidades de área      d)  $A = \frac{9}{2}$  unidades de área  
7) a)  $A = \frac{9}{2}$       b)  $A = \frac{2}{3}$   
c)  $A = \frac{10}{3}a^2$       d)  $A = \sqrt{2} - 1$

#### Cálculo de Volumen

- 8) a)  $V = \frac{1}{6}$  unidad de volumen      b)  $V = \frac{569}{140}$  unidad de volumen  
9)  $V = \frac{4}{3}$  unidad de volumen  
10)  $V = \frac{625}{12}$  unidad de volumen  
11)  $V = 1$  unidad de volumen

### RESPUESTAS EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS

- 1) a)  $\frac{1}{2}$  ;      b)  $\frac{3}{4}$  ;      c)  $\frac{1}{2}e - 1$   
2) a) 1 ;      b)  $2 + \frac{\pi^2}{2}$  ;      c) 0,2402