

Econometría

Diplomado Banco Central de Honduras

Instituto de Economía

Pontificia Universidad Católica de Chile

Juan Ignacio Urquiza – Junio 2022

Especificación y forma funcional

- Cuando se plantea un MRL, debemos pensar no sólo en las variables que influyen sobre la variable de interés, sino también en la forma en que éstas se relacionan para influir sobre Y .
- El recurso más empleado para capturar relaciones no lineales entre la v. explicada y alguna de las v. explicativas es el uso de logaritmos.
- Sin embargo, estudiaremos también tanto los efectos del uso de términos cuadráticos (o potencias) de una variable como los del uso de interacciones entre variables explicativas.

Formas funcionales logarítmicas

- Recuerde que:

$$\ln y_2 - \ln y_1 = \ln \left(\frac{y_2}{y_1} \right) = \ln \left[1 + \left(\frac{y_2}{y_1} - 1 \right) \right]$$

$$\Delta \ln y \approx \left(\frac{y_2}{y_1} - 1 \right) = \left(\frac{y_2 - y_1}{y_1} \right)$$

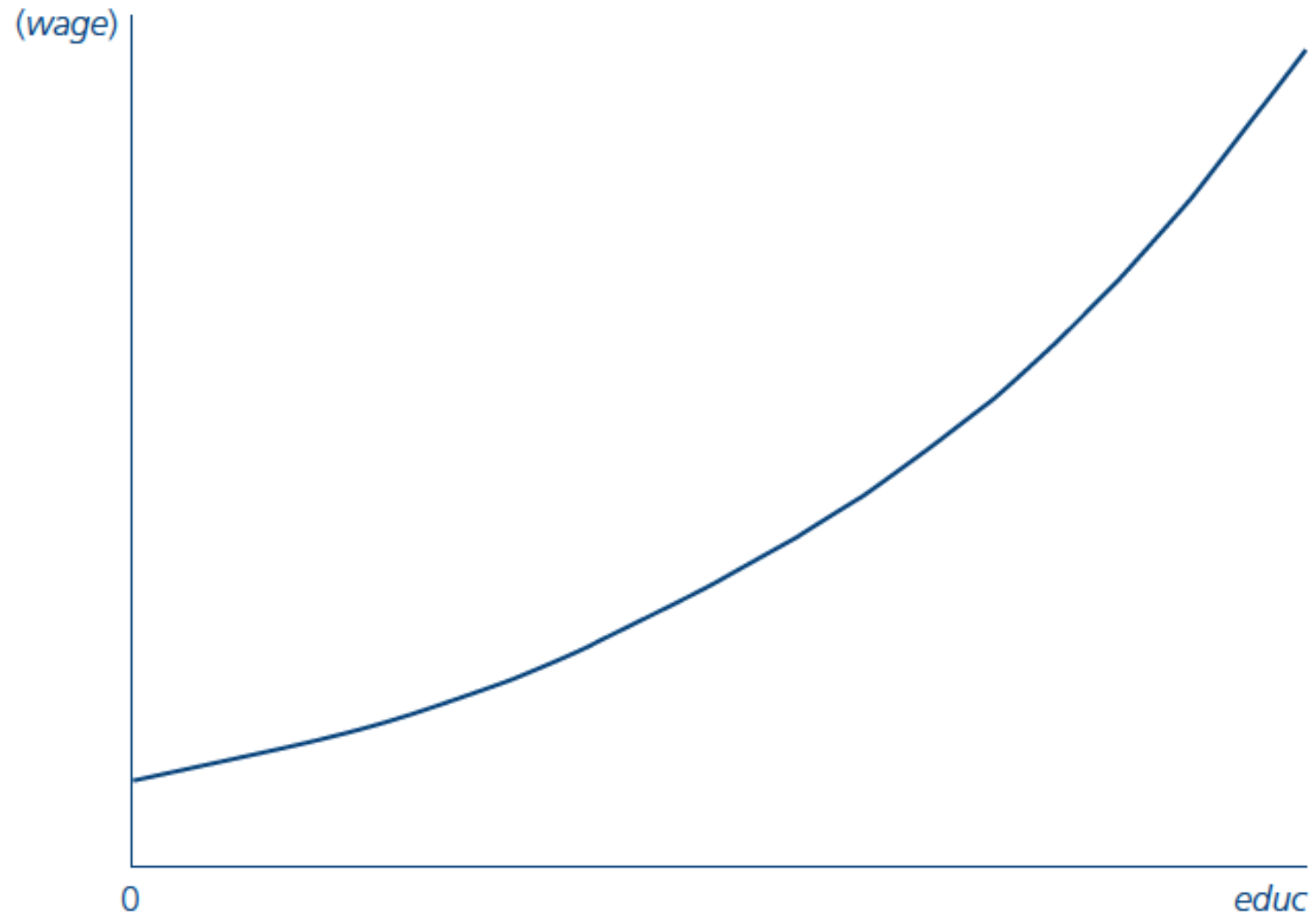
$$\rightarrow 100 \times \Delta \ln y \approx \Delta \% y$$

- Por lo tanto, si Y está en logaritmo y X_j está en niveles, entonces un cambio unitario en X_j se asocia a un cambio de $(100 \times \beta_j)\%$ en Y .
- Por ejemplo, si se estima la relación entre salarios y años educación:

$$\ln(\widehat{\text{salario}}) = 0.584 + 0.083 \times \text{educ}$$

Esto implica que, en promedio, por cada año adicional de educación los salarios aumentan un 8.3%.

Gráficamente



Formas funcionales logarítmicas

- Análogamente, cuando X_j está en logaritmo e Y está en niveles, un cambio de 1% en X_j se asocia a un cambio de $(0.01 \times \beta_j)$ en Y .
- Por ejemplo, si se estima la relación entre el resultado de una prueba estandarizada y los ingresos por distrito tal que :

$$\widehat{puntaje} = 557.8 + 36.42 \times \ln(ingreso)$$

Entonces, un aumento de un 1% en el ingreso del distrito se asocia a un incremento de $0.01 \times 36.42 = 0.36$ puntos en la prueba.

- Finalmente, cuando X_j e Y están en logaritmo, entonces un cambio de 1% en X_j se asocia a un cambio de $\beta_j\%$ en Y .
- Por ejemplo:

$$\ln(\widehat{salario}) = 4.822 + 0.257 \times \ln(ventas)$$

Entonces, un aumento de un 1% en las ventas de la firma se asocia a un incremento de 0.257% en el salario.

Formas cuadráticas

- Considere ahora el siguiente modelo de regresión lineal:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + u$$

- Recuerde que el supuesto RLM.1 hace referencia a la linealidad en parámetros y no necesariamente en los regresores.
- Si la ecuación estimada se expresa como:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x + \hat{\beta}_2 x^2$$

- Entonces, se tiene la siguiente aproximación:

$$\Delta \hat{y} \approx (\hat{\beta}_1 + 2\hat{\beta}_2 x) \Delta x \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta \hat{y}}{\Delta x} \approx (\hat{\beta}_1 + 2\hat{\beta}_2 x)$$

- Por lo tanto, un cambio en X genera un cambio esperado en Y que depende del nivel de X . En otras palabras, el efecto parcial de X sobre Y ahora es variable.

Ejemplo

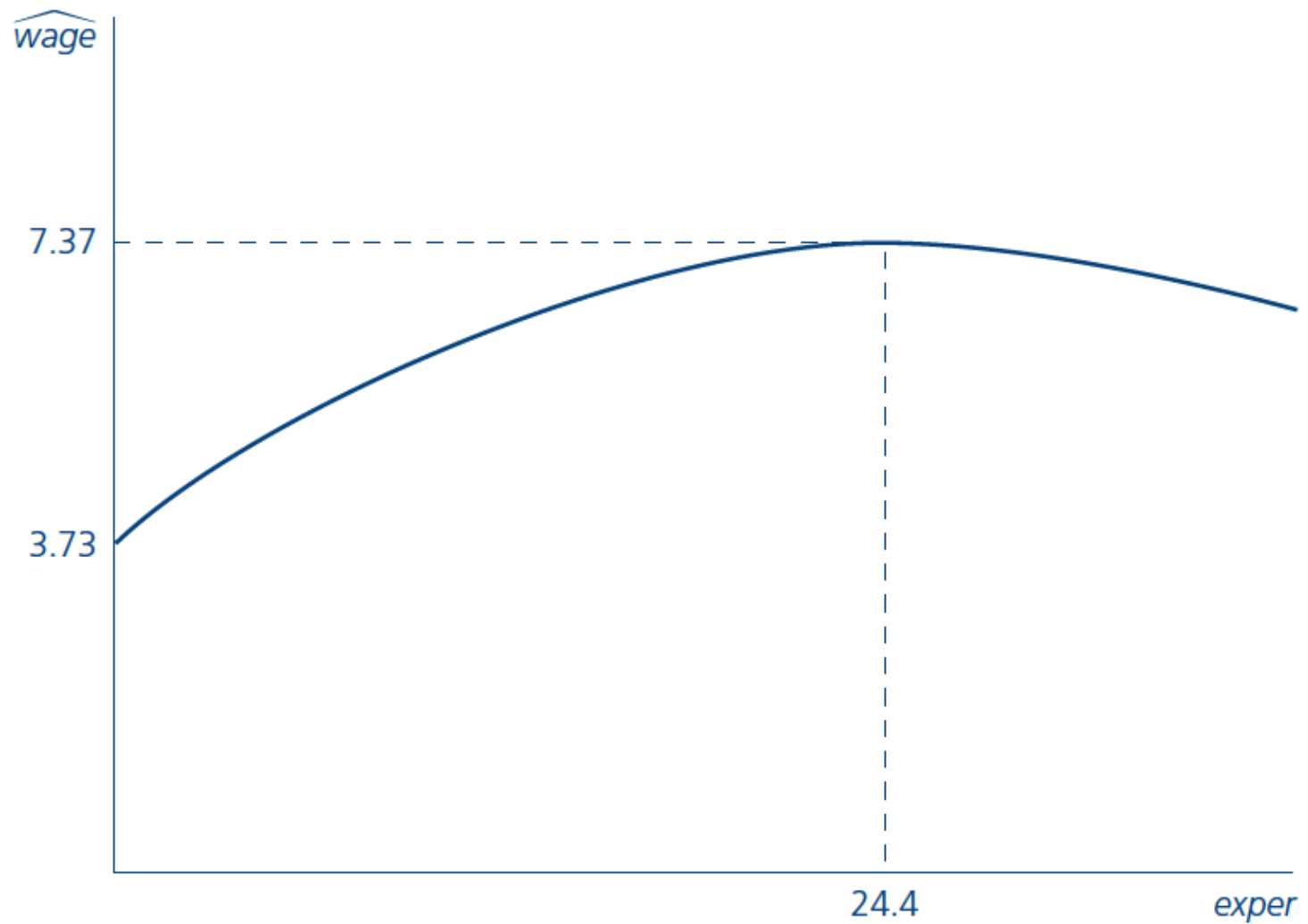
- Considere la siguiente relación entre salarios y años de experiencia:

$$\widehat{\text{salario}} = 3.73 + 0.298 \times \text{exper} - 0.0061 \times (\text{exper})^2$$

- Aquí vemos que la experiencia tiene un efecto positivo pero decreciente sobre los salarios (en dólares por hora).
- Por ejemplo, mientras que el primer año de experiencia vale 29.8 centavos de dólar por hora, el segundo vale $(0.298 - 2 \times 0.0061 \times 1) = 28.6$ centavos, y así sucesivamente.
- En general, cuando $\widehat{\beta}_1$ y $\widehat{\beta}_2$ tienen signos opuestos, existe un valor de X a partir del cual el efecto *ceteris paribus* de X sobre Y cambia de dirección:

$$x^* = \left| \frac{\widehat{\beta}_1}{(2 \times \widehat{\beta}_2)} \right| \approx 24.4 \text{ años}$$

Gráficamente



Términos de interacción

- Algunas veces resulta natural pensar que el efecto parcial de una variable explicativa (X_1) sobre Y pueda depender del valor que tome otra variable (X_2).
- En estos casos, se incluye en la regresión un término de interacción entre las variables X_1 y X_2 .
- Por ejemplo, considere el siguiente modelo para el precio de una vivienda:

$$\text{precio} = \beta_0 + \beta_1 \times m2 + \beta_2 \times dorm + \beta_3 \times (m2 \times dorm) + u$$

donde $m2$ son los metros cuadrados de la vivienda y $dorm$ es el número de dormitorios.

- En este caso, se cumple que:

$$\frac{\Delta \text{precio}}{\Delta dorm} = \beta_2 + \beta_3 \times m2$$

Términos de interacción

- Por lo tanto, si $\beta_2 > 0$ y $\beta_3 > 0$, un dormitorio adicional está asociado a un incremento en el valor de la vivienda, y dicho incremento es mayor en viviendas con más metros cuadrados.
- En la práctica, para resumir el efecto del número de dormitorios sobre el precio de las viviendas, se suele considerar valores representativos de los metros cuadrados, como por ejemplo su media, su mediana, o los cuartiles inferior y superior en la muestra.
- También se puede re-parametrizar el modelo para facilitar la interpretación. Por ejemplo:

$$\text{precio} = \beta_0 + \beta_1 \times m2 + \beta_2 \times dorm + \beta_3 \times (m2 - \overline{m2}) \times dorm + u$$

de formar tal que ahora β_2 representa el efecto *ceteris paribus* del número de dormitorios sobre el precio de la vivienda cuando los metros cuadrados toman su valor promedio.