

Econometría

Diplomado Banco Central de Honduras

Instituto de Economía

Pontificia Universidad Católica de Chile

Juan Ignacio Urquiza – Junio 2022

Repaso de Probabilidad

- Definiciones Básicas:
 - ▣ Variables aleatorias y sus distribuciones
 - ▣ Caracterización de las distribuciones
- Distribuciones Conjuntas:
 - ▣ Distribución marginal vs. condicional
 - ▣ Independencia
 - ▣ Covarianza

Definiciones Básicas

□ Variables Aleatorias (VA):

- ▣ Variable estadística cuyos valores se obtienen a partir del resultado de algún tipo de experimento.
- ▣ Pueden ser discretas o continuas.
- ▣ Las VA discretas se describen estadísticamente por su distribución de probabilidad.
 - Listado de todos los valores posibles que puede tomar una VA y la probabilidad de ocurrencia de cada valor.
 - La suma es igual a 1.
- ▣ Las VA continuas se describen por medio de su función de densidad de probabilidad.

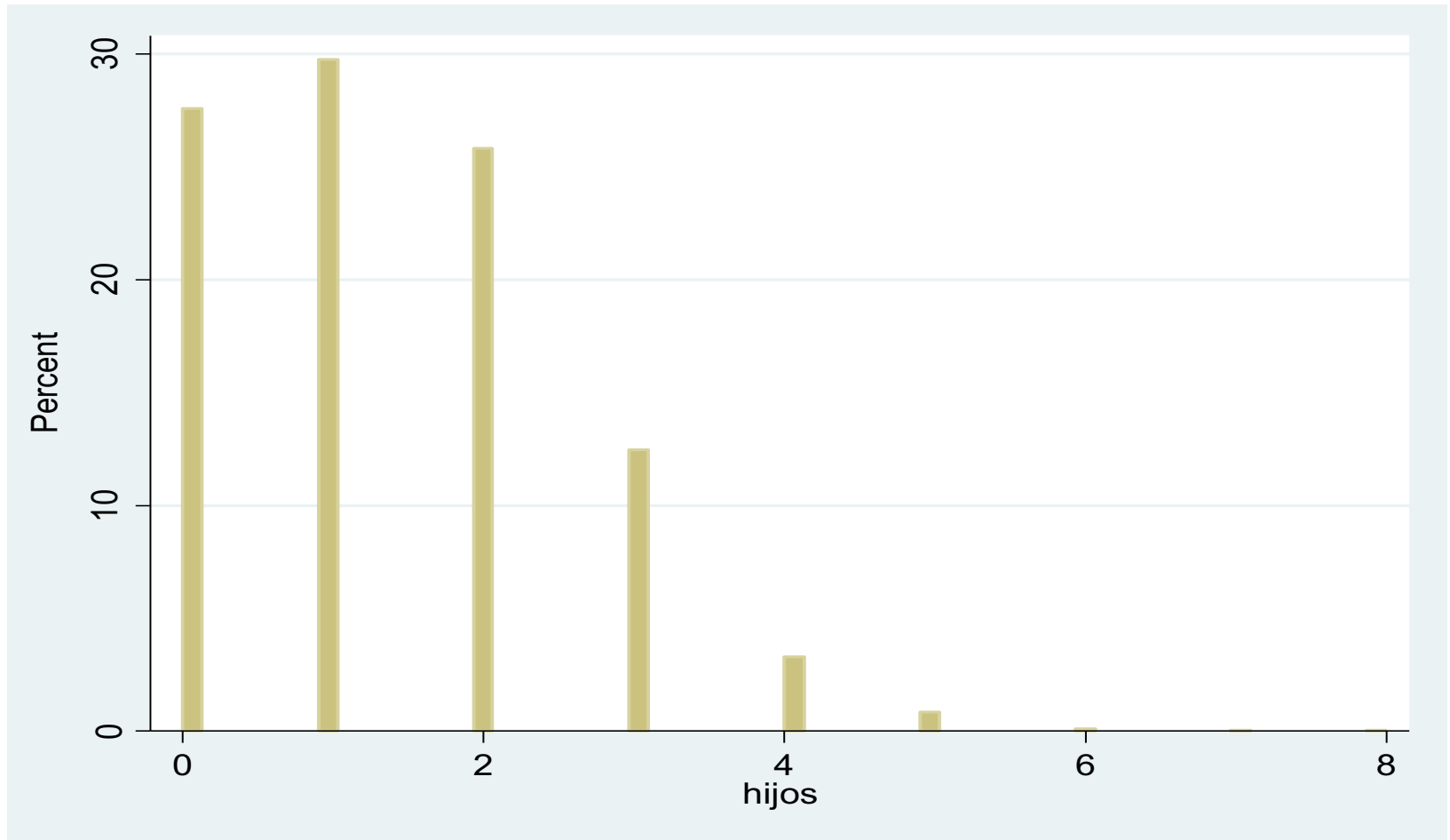
Descripción Estadística de VAD

□ Cuadros o Tablas:

Hijos	Probabilidad
0	27.60
1	29.77
2	25.83
3	12.47
4	3.31
5	0.85
6	0.12
7	0.03
8	0.02
Total	100.00

Descripción Estadística de VAD

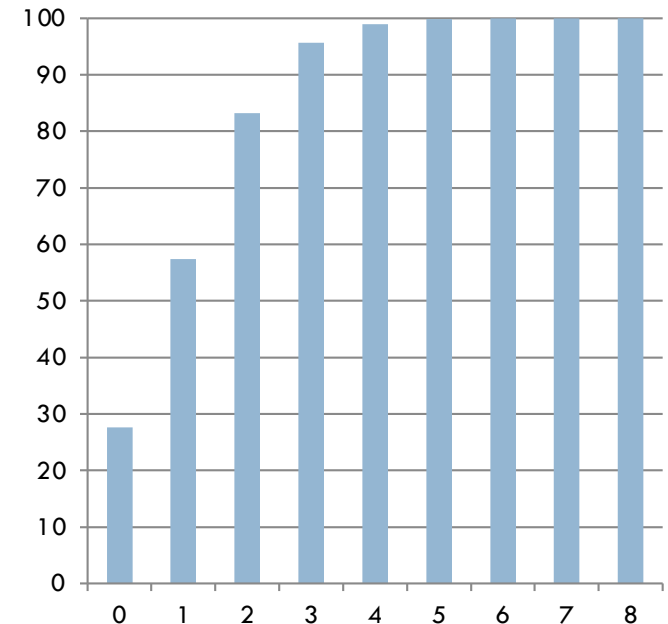
□ Método Gráfico:



Descripción Estadística de VAD

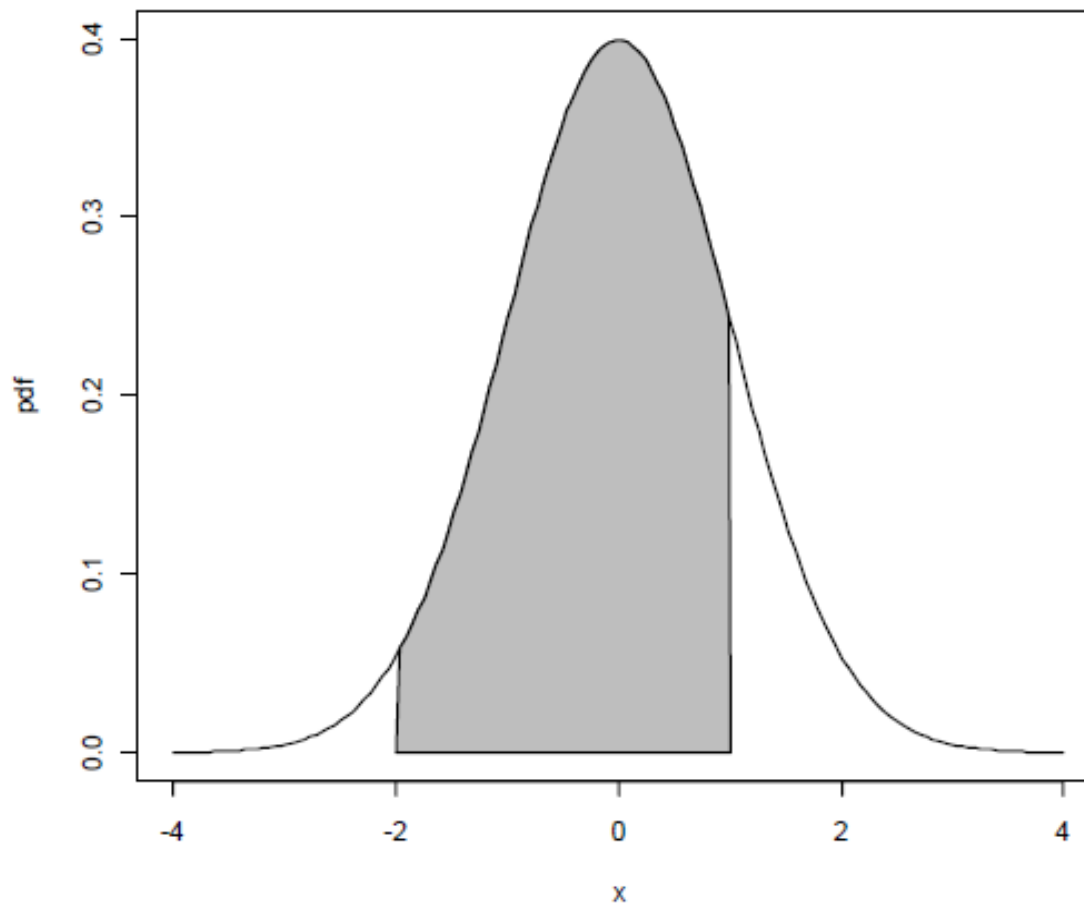
□ Distribución de Probabilidad Acumulada:

Hijos	Prob. Acumulada
0	27.6
1	57.37
2	83.2
3	95.67
4	98.98
5	99.83
6	99.95
7	99.98
8	100



Descripción Estadística de VAC

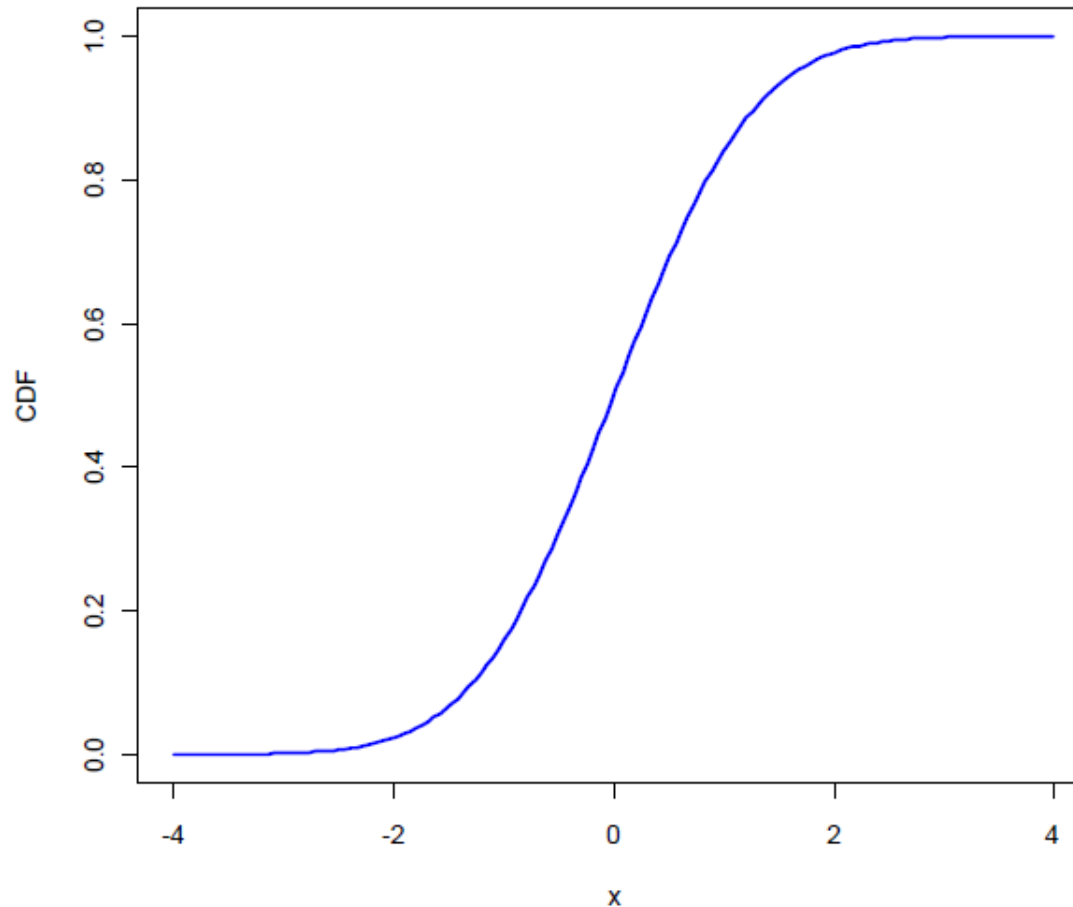
□ Función de Densidad de Probabilidad:



$\Pr(-2 \leq X \leq 1)$
está
representada
por el área
debajo de la
curva!

Descripción Estadística de VAC

□ Distribución de Probabilidad Acumulada:



Caracterización

□ Medidas de Tendencia Central

▣ Valores numéricos que tienden a localizar la parte central de un conjunto de datos.

■ Media Aritmética

■ Mediana

■ Moda

□ Medidas de Variabilidad o Dispersión

▣ Indican la mayor o menor concentración de los datos con respecto a las medidas de centralización.

■ Varianza

■ Desvío Estándar

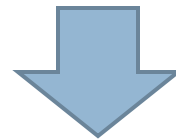
Distribuciones Conjuntas

- En muchos casos, resulta interesante estudiar conjuntamente el comportamiento de las variables.
- En dichos caso, se construye lo que se denomina **distribución conjunta**.
- Su objetivo consiste en determinar cómo la variación de una variable se relaciona con la de otra.
- Conceptos importantes:
 - ▣ Distribución Conjunta, Marginal, y Condicional
 - ▣ Independencia
 - ▣ Covarianza y Correlación

INGRESO (Y)	GASTO EN VESTIMENTA (V)	FRECUENCIA
21.25	450	4
21.25	1225	2
21.25	2000	2
21.25	3200	0
21.25	4950	2
21.25	7750	0
27	450	9
27	1225	7
27	2000	6
27	3200	5
27	4950	4
27	7750	0
34	450	1
34	1225	8
34	2000	13
34	3200	16
34	4950	20
34	7750	2

Distribución Conjunta

INGRESO (Y)	GASTO EN VESTIMENTA (V)					
	450	1225	2000	3200	4950	7750
21.25	4	2	2	0	2	0
27	9	7	6	5	4	0
34	1	8	13	16	20	2
	14	17	21	21	26	2



Distribución Marginal del Gasto en Vestimenta

Distribución Marginal

- La **distribución marginal** del gasto en vestimenta equivale a su **distribución unidimensional**.

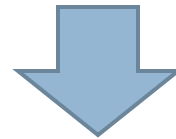
Gasto en Vestimenta	Personas
450	14
1225	17
2000	21
3200	21
4950	26
7750	2
TOTAL	101

$$\text{Media} = 2777.5$$

$$\text{Desvío estándar} = 1739$$

Distribución Condicional

INGRESO (Y)	GASTO EN VESTIMENTA (V)					
	450	1225	2000	3200	4950	7750
21.25	4	2	2	0	2	0
27	9	7	6	5	4	0
34	1	8	13	16	20	2



Distribución Condicional del Gasto en Vestimenta

Distribución Condicional

INGRESO (Y=21.25)	GASTO EN VESTIMENTA (V)					
	450	1225	2000	3200	4950	7750
21.25	4	2	2	0	2	0

Media Condicional = 1815

Distribución Condicional

INGRESO (Y=27)	GASTO EN VESTIMENTA (V)					
	450	1225	2000	3200	4950	7750
27	9	7	6	5	4	0

Media Condicional = 1949.2

Distribución Condicional

INGRESO (Y=34)	GASTO EN VESTIMENTA (V)					
	450	1225	2000	3200	4950	7750
34	1	8	13	16	20	2

Media Condicional = 3365.8

Media vs. Media Condicional

INGRESO (Y)	GASTO EN VESTIMENTA (MEDIA)	GASTO EN VESTIMENTA (MEDIA COND.)
21.25	2777.5	1815
27	2777.5	1949.2
34	2777.5	3365.8

- Ventaja: aprovechar la información contenida en la variable ingreso.

Ley de Esperanzas Iteradas

- Establece que la media de una variable Y es igual al **promedio ponderado de las medias condicionales** de Y dado X , donde las ponderaciones corresponden a la distribución de probabilidad de X .

- Es decir,

$$E(Y) = \sum_{i=1}^l E(Y|X = x_i) * \Pr(X = x_i)$$

- Alternativamente,

$$E(Y) = E[E(Y|X)]$$

Independencia

- Decimos que X e Y son independientes si conocer el valor de una de las variables no aporta información sobre la otra.
- En otras palabras, si la **distribución condicional** de Y dado X es igual a la **distribución marginal** de Y .
- Formalmente,

$$\Pr(Y = y | X = x) = \Pr(Y = y)$$

- Implicancia:

$$\Pr(X = x, Y = y) = \Pr(X = x) * \Pr(Y = y)$$

Covarianza

- Medida de dependencia lineal entre dos variables.
- Formalmente,

$$\text{cov}(X, Y) = E[(X - \mu_x)(Y - \mu_y)] = \sigma_{xy}$$

- Interpretación:
 - Si X tiende a ser mayor que su media cuando Y está por encima de su media y viceversa, entonces la covarianza entre X e Y es positiva.
 - Por el contrario, si se mueven en direcciones opuestas, la covarianza es negativa.
 - Si X e Y son independientes, entonces la covarianza es cero.

Correlación

- La covarianza es difícil de interpretar debido al “problema de las unidades de medida”.
- La correlación es una **medida alternativa** que resuelve este problema.
- Formalmente:

$$\text{corr}(X, Y) = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sqrt{\text{var}(X)\text{var}(Y)}} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x\sigma_y}$$

donde

$$-1 \leq \text{corr}(X, Y) \leq 1$$