**Tarea 1**

**Teoría Econométrica III – EAE3513**

**Profesor: Raimundo Soto**

**Ayudantes:**

**Autor: Camilo Pérez N.**

1. **Derive la función de autocovarianza de un MA(q)**
2. **Demuestre que los siguientes procesos tienen el mismo correlograma:**

**versus**

1. **Al demostrar la necesidad que haya square summability usamos , pero al hablar de la condición más estricta absolute summability usamos ¿porque se puede cambiar por ?**
2. **Explique en qué consisten las ecuaciones de Yule-Walker.**
3. **Demuestre que en una serie estacionaria .**

**Respuesta:**

Los procesos estacionarios en covarianza son procesos estacionarios débiles. Y las condiciones necesarias y suficientes para que los procesos AR o ARMA sean estacionarios se derivan del cumplimiento de la siguiente condición:

El proceso definido en la ecuación anterior es estacionario en covarianza. Si y sólo si cada una de las raíces de cumple con . Esto es lo mismo que decir que el proceso es estacionario en covarianza si y sólo si . Un proceso que cumple con esta condición es estacionario en covarianza, lo que implica que se cumplirán las siguientes condiciones:

1. **Demuestre**
2. **Obtenga datos de tipo de cambio, precio de acciones e inflación para algún país de la OECD en frecuencia mensual y haga un modelo ARIMA para cada variable. Escriba un informe de no más de 1.000 palabras**

**Respuesta:** En este ejercicio se analizarán los datos para Chile. Para esto, se utiliza información proveniente del [Banco Central de Chile](https://si3.bcentral.cl/siete). Las series utilizadas son: Índice de Precios del Consumidor (IPC, índice empalmado), Índice de Precios Selectivo de Acciones (IPSA, índice en base ene.2003 = 1000) y Tipo de Cambio Nominal (TCN, razón pesos por dólares). Las tres series son en frecuencia mensual y estan disponibles desde abril de 1989 a julio de 2022 (400 observaciones).

Cómo se observa en el siguiente gráfico 1, las tres series presentan una tendencia positiva, por este motivo se les aplica un tratamiento estacional el cual consiste en aplicar la variación mensual de los índices de las series desestacionalizadas en nivel usando Census X-13.

**Gráfico 1. Series en Nivel desestacionalizadas (SA)**

|  |  |
| --- | --- |
| **A.** IPC (índice empalmado, SA) | **B.** IPSA (índice, ene2003=1000, SA) |
| **C.** TCN (pesos por dólar, SA) |  |

En el siguiente gráfico 2 se muestra las series una vez aplicado el tratamiento a los datos. Cómo se puede apreciar tanto el IPSA como el TCN fluctúan en torno a un nivel dado, cuestión deseable al aplicar la metodología Box-Jenkins para estimar un proceso ARIMA. Sin embargo, el IPC desde los 90 hasta comienzo de los 2000 muestra una caída sostenida para luego estabilizarse, hasta lo más reciente, donde nuevamente muestra una tendencia al alza. Este comportamiento se relaciona con el período de cambio de régimen de la Política Monetaria, la cual a partir del 2001 (primera línea roja vertical de las figuras), se inicia la fijación de metas de inflación en torno a 3% y a la tasa de política monetaria nominal como instrumento de política. Esto conllevo a estabilizar el crecimiento del nivel de precios en promedio entorno al 3% de crecimiento anual, cuestión que en lo más reciente se ha revertido por motivos coyunturales (crisis del covid-19, situación externa, exceso de medidas de liquidez internas, entre otras). Por este motivo, para aislar esta tendencia, se propone trabajar la serie de IPC utilizando la ventana comprendida entre enero de 2001 hasta marzo de 2020 (243 observaciones). En cambio, para el IPSA y el TCN, se utilizará toda la muestra (400 observaciones).

**Gráfico 2. Series desestacionalizadas en variación mensual (m/m, SA)**

|  |  |
| --- | --- |
| **A.** IPC (índice empalmado, SA) | **B.** IPSA (índice, ene2003=1000, SA) |
| **C.** TCN (pesos por dólar, SA) |  |

A continuación, se aplicará a metodología Box-Jenkins para identificar el modelo ARMA que mejor se ajusta a las tres series por separadas.

***Índice de Precios del Consumidor (IPC)***

La tabla 1 muestra los resultados de un test de raíz unitaria de Dickey-Fuller aumentado para la serie de inflación. Los resultados señalan que se rechaza la nula de la existencia de una raíz unitaria en la serie desestacionalizada en variación mensual, lo que indica que la serie es I(0).

**Tabla 1. Test de raíz unitaria (IPC)**

|  |  |
| --- | --- |
| Proceso bajo la nula | *p-value* |
| Random walk con drift | 0.000 |
| Random walk sin drift | 0.000 |

Como primer paso para caracterizar la serie de inflación en términos de un modelo ARMA(p,q), el gráfico 3 muestra la función de autocorrelación parcial (PACF, por sus siglas en inglés) en la figura superior y la función de autocorrelación (ACF, por sus siglas en inglés) en la inferior. A partir de este grafico definimos p = 5 y q = 5 como modelo básico a testear. Adicionalmente, se analizan una serie de especificaciones en torno a los parámetros p y q definidos.

**Gráfico 3. Inflación: PACF y ACF**

Diagrama, Aplicación

Descripción generada automáticamente con confianza media

La tabla 2 muestra una serie de estadísticos que facilitan tomar la decisión de la especificación final del modelo. En la primera fila se describen los modelos ARMA(p,q) estimados. La segunda fila muestra el *p-value* de un test-F para la significancia conjunta de los parámetros estimados en el modelo. La tercera fila muestra el criterio de información de Akaike (AIC), mientras la fila 4 muestra el criterio de información bayesiano (BIC). La fila 5, muestra *p-value* del test de ruido blanco de Portmanteau aplicado sobre los residuos del modelo estimado. Finalmente, de la fila 6 a la 16 se muestra el *p-value* para distintos rezagos del test de Breusch-Godfrey aplicado sobre los residuos del modelo ARMA. En adelante, para las series de IPSA y TCN seguiremos utilizando esta estructura de tabla para seleccionar los modelos.

**Tabla 2. Estadísticos para selección de modelo ARMA: Inflación**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ARMA | (1,1) | (2,1) | (2,2) | (3,2) | (3,3) | (4,3) | (4,4) | **(5,4)** | (5,5) | (5,6) |
| Test F | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 |
| AIC | 76.75 | 78.40 | 71.12 | 72.54 | 65.08 | 66.44 | 64.90 | 63.03 | **56.68** | 58.21 |
| BIC | **90.52** | 95.61 | 91.77 | 96.63 | 89.18 | 97.42 | 95.88 | 100.89 | 94.55 | 99.51 |
| White Noise test | .01 | .00 | .04 | .05 | .00 | .17 | .00 | .69 | .00 | .00 |
| Breusch-Godfrey |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | .28 | .51 | .63 | .63 | .00 | .66 | .00 | .93 | .00 | .00 |
| 2 | .07 | .13 | .82 | .77 | .00 | .10 | .00 | .39 | .00 | .00 |
| 3 | .11 | .16 | .94 | .21 | .00 | .17 | .00 | .57 | .00 | .00 |
| 4 | .14 | .04 | .65 | .31 | .00 | .24 | .00 | .72 | .00 | .00 |
| 5 | .01 | .02 | .31 | .43 | .00 | .16 | .00 | .84 | .00 | .00 |
| 6 | .03 | .04 | .42 | .22 | .00 | .17 | .00 | .77 | .00 | .00 |
| 7 | .03 | .06 | .53 | .22 | .00 | .12 | .00 | .54 | .00 | .00 |
| 8 | .05 | .08 | .55 | .29 | .00 | .13 | .00 | .46 | .00 | .00 |
| 9 | .03 | .05 | .49 | .32 | .00 | .16 | .00 | .49 | .00 | .00 |
| 10 | .03 | .04 | .25 | .19 | .00 | .19 | .00 | .46 | .00 | .00 |

En base a la tabla 2, para la inflación se escoge el modelo ARMA(5,4). A pesar de que este modelo no arroja los menores valores para los test AIC y BIC, este modelo satisface que los parámetros son significativos en conjunto (Test F fila 1), no se rechaza la nula de ruido blanco en el test de Portmanteau (fila 4) y no se rechaza la nula de no autocorrelación en el test de Breusch-Godfrey para los rezagos de los residuos, esto indica que no hay algún grado de correlación serial entre los residuos. Adicionalmente, en el gráfico A.1 en el anexo, se muestra las ACF y PACF para los residuos del modelo ARMA(5,4) escogido, verificando que estos no muestran algún componente MA o AR.

***Índice de Precios Selectivo de Acciones (IPSA)***

Análogamente, la tabla 3 muestra los resultados de un test de raíz unitaria de Dickey-Fuller aumentado para el IPSA. Los resultados señalan que se rechaza la nula de la existencia de una raíz unitaria en la serie desestacionalizada en variación mensual, lo que indica que la serie es I(0).

**Tabla 3. Test de raíz unitaria (IPSA)**

|  |  |
| --- | --- |
| Proceso bajo la nula | *p-value* |
| Random walk con drift | 0.000 |
| Random walk sin drift | 0.000 |

El gráfico 4 muestra la función de autocorrelación parcial (PACF) en la figura superior y la función de autocorrelación (ACF) en la inferior. A partir de este grafico definimos p = 7 y q = 7 como modelo básico a testear. Adicionalmente, se analizan una serie de especificaciones en torno a los parámetros p y q definidos.

**Gráfico 4. IPSA: PACF y ACF**

Diagrama

Descripción generada automáticamente con confianza media

En base a la tabla 4, para el IPSA se escoge el modelo ARMA(6,7). Esta decisión se toma dado que arroja el menor AIC. Además, satisface que los parámetros son significativos en conjunto (Test F fila 1), no se rechaza la nula de ruido blanco en el test de Portmanteau (fila 4) y no se rechaza la nula de no autocorrelación en el test de Breusch-Godfrey para los rezagos de los residuos. Por último, en el gráfico A.2 en el anexo, se muestra las ACF y PACF para los residuos del modelo ARMA(6,7) escogido, verificando que estos no muestran algún componente MA o AR.

**Tabla 4. Estadísticos para selección de modelo ARMA: IPSA**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ARMA | (1,1) | (2,1) | (2,2) | (3,2) | (3,3) | (4,3) | (4,4) | (5,4) | (5,5) | (5,6) | (6,6) | **(6,7)** |
| Test F | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 |
| AIC | 2521 | 2523 | 2524 | 2526 | 2523 | 2524 | 2529 | 2528 | 2522 | 2521 | 2523 | **2504** |
| BIC | **2537** | 2543 | 2548 | 2554 | 2555 | 2560 | 2569 | 2572 | 2569 | 2569 | 2575 | 2560 |
| White Noise test | .22 | .19 | .21 | .23 | .29 | .31 | .39 | .32 | .67 | .60 | .60 | .97 |
| Breusch-Godfrey |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | .97 | .77 | .96 | .84 | .63 | .28 | .23 | .45 | .20 | .22 | .30 | .46 |
| 2 | .94 | .88 | .94 | .91 | .84 | .54 | .47 | .71 | .43 | .47 | .55 | .75 |
| 3 | .98 | .94 | .97 | .20 | .57 | .58 | .54 | .66 | .54 | .49 | .44 | .58 |
| 4 | .85 | .92 | .96 | .26 | .65 | .70 | .64 | .38 | .61 | .65 | .58 | .72 |
| 5 | .90 | .89 | .88 | .30 | .76 | .82 | .73 | .50 | .74 | .73 | .72 | .84 |
| 6 | .68 | .56 | .41 | .03 | .77 | .83 | .69 | .47 | .75 | .80 | .81 | .65 |
| 7 | .33 | .39 | .36 | .04 | .18 | .30 | .33 | .40 | .75 | .73 | .77 | .75 |
| 8 | .28 | .41 | .42 | .05 | .15 | .22 | .27 | .37 | .44 | .44 | .52 | .78 |
| 9 | .17 | .34 | .37 | .04 | .09 | .05 | .07 | .17 | .33 | .46 | .53 | .81 |
| 10 | .18 | .40 | .43 | .03 | .07 | .05 | .08 | .22 | .35 | .42 | .48 | .87 |

***Tipo de Cambio Nominal (TCN)***

Análogamente, la tabla 5 muestra los resultados de un test de raíz unitaria de Dickey-Fuller aumentado para el TCN. Los resultados señalan que se rechaza la nula de la existencia de una raíz unitaria en la serie desestacionalizada en variación mensual, lo que indica que la serie es I(0).

**Tabla 5. Test de raíz unitaria (TCN)**

|  |  |
| --- | --- |
| Proceso bajo la nula | *p-value* |
| Random walk con drift | 0.000 |
| Random walk sin drift | 0.000 |

El gráfico 5 muestra la función de autocorrelación parcial (PACF) en la figura superior y la función de autocorrelación (ACF) en la inferior. A partir de este grafico definimos p = 1 y q = 1 como modelo básico a testear. Adicionalmente, se analizan una serie de especificaciones en torno a los parámetros p y q definidos.

**Gráfico 5. TCN: PACF y ACF**

Captura de pantalla de un celular con texto e imágenes

Descripción generada automáticamente

En base a la tabla 6, para el TCN se escoge el modelo ARMA(1,1). Esta decisión se toma dado que arroja el menor BIC. Además, satisface que los parámetros son significativos en conjunto (Test F fila 1), no se rechaza por poco la nula de ruido blanco en el test de Portmanteau (fila 4) y no se rechaza la nula de no autocorrelación en el test de Breusch-Godfrey para los rezagos de los residuos. Por último, en el gráfico A.3 en el anexo, se muestra las ACF y PACF para los residuos del modelo ARMA(6,7) escogido, verificando que estos no muestran algún componente MA o AR.

**Tabla 6. Estadísticos para selección de modelo ARMA: TCN**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ARMA | (1,1) | (2,1) | (2,2) | (3,2) | (3,3) | (4,3) | (4,4) | (5,4) | (5,5) |
| Test F | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 |
| AIC | 1765 | 1767 | 1768 | **1761** | 1764 | 1765 | 1766 | 1769 | 1765 |
| BIC | **1781** | 1787 | 1792 | 1789 | 1796 | 1801 | 1806 | 1813 | 1813 |
| White Noise test | .06 | .05 | .06 | .31 | .17 | .14 | .13 | .13 | .13 |
| Breusch-Godfrey |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | .91 | .52 | .60 | .85 | .95 | .91 | .91 | .94 | .76 |
| 2 | .88 | .66 | .85 | .98 | .88 | .93 | .99 | .92 | .88 |
| 3 | .69 | .75 | .94 | 1.00 | .94 | .98 | 1.00 | .98 | .93 |
| 4 | .30 | .83 | .97 | .92 | .97 | 1.00 | .99 | .99 | .94 |
| 5 | .43 | .69 | .82 | .94 | .99 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | .98 |
| 6 | .56 | .79 | .89 | .89 | .97 | 1.00 | .99 | 1.00 | .96 |
| 7 | .62 | .85 | .94 | .90 | .99 | 1.00 | .99 | 1.00 | .98 |
| 8 | .44 | .67 | .78 | .36 | .99 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | .99 |
| 9 | .43 | .64 | .69 | .45 | .99 | .98 | .97 | .98 | .89 |
| 10 | .49 | .69 | .75 | .39 | .99 | .99 | .97 | .99 | .92 |

Por último, en el gráfico 6 se muestran las predicciones de los modelos seleccionados. Al compararlos con relación a las series efectivas para las ventanas muestrales definidas previamente, se aprecia que, a pesar de las importantes dispersiones que muestran las series, los modelos en general logran ajustarse de buena forma a la dirección de estos desvíos, destacando la predicción para la inflación.

**Gráfico 6. Predicción de las series según modelos ARMA (m/m, SA)**

|  |  |
| --- | --- |
| **A.** IPC: ARMA(5,6) | **B.** IPSA: ARMA(6,7) |
| **C.** TCN: ARMA(1,1) |  |

**Anexo**

**Gráfico A1. Inflación, residuos modelo ARMA(5,4): PACF y ACF**

Interfaz de usuario gráfica

Descripción generada automáticamente con confianza media

**Gráfico A2. IPSA, residuos modelo ARMA(6,7): PACF y ACF**

Diagrama

Descripción generada automáticamente con confianza media

**Gráfico A3. TCN, residuos modelo ARMA(1,1): PACF y ACF**

Diagrama

Descripción generada automáticamente