II. Equilibrio general

Ahora resolveremos el problema del pescador endogenizando los precios de la economía. Para ello asumiremos que la productividad marginal del trabajo está dada por

$$\omega = \frac{\partial}{\partial L} F(K, L) = (1-\alpha) \left[\frac{K}{\bar{L}}\right]^{\alpha}$$

f. Demuestre que la demanda por capital K y el salario ω están dados por:

$$K = \left(\frac{\alpha}{r+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot \bar{L} \tag{1}$$

$$\omega = (1-\alpha)\left(\frac{\alpha}{r+\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \tag{2}$$

Primero, debemos partir encontrando las condiciones de primer orden de la función de beneficio.

Sabemos que la función de producción es $F(K, L) = K^{\alpha} L^{1-\alpha}$, p el precio del bien que las empresas venden, L

$$\Pi(p, w, r, \delta) = \max_{K,L} \quad p \cdot F(K, L) - (\omega \cdot L + (r+\delta) K)$$

$$\begin{aligned} \text{PMG}_k &\equiv \tfrac{\partial}{\partial K}\Pi = \alpha \left(\tfrac{L}{K}\right)^{1-\alpha} - (r+\delta) = 0 \\ \text{PMG}_L &\equiv \tfrac{\partial}{\partial L}\Pi = (1-\alpha) \cdot \left(\tfrac{K}{L}\right)^{\alpha} - \omega = 0 \end{aligned}$$

Despejando PMG_k obtenemos que

$$\alpha \left(\tfrac{L}{K^*}\right)^{1-\alpha} = (r+\delta) \leftrightarrow (K^*)^{1-\alpha} = \alpha\, (L)^{1-\alpha} \cdot (r+\delta) \leftrightarrow K^* = L \cdot \left(\tfrac{\alpha}{r+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$
$$\Rightarrow K^* = L \cdot \left(\tfrac{\alpha}{r+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Tomemos K^* y ingresémoslo a la condición de optimalidad del trabajo

$$(1-\alpha)\cdot\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha} = \omega \leftrightarrow (1-\alpha)\cdot\left(\frac{K^*}{L}\right) = \omega \leftrightarrow \omega = (1-\alpha)\cdot\left(\frac{L\cdot\left(\frac{\alpha}{r+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}}{L}\right)^{\alpha}$$

Simplifcando llegaremos a que

$$\Rightarrow \omega = (1-\alpha) \cdot \left(\frac{\alpha}{r+\delta} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

g. Resolución numérica con función *fischer*

La función entrega como output la resolución numérica del agente y recibe como inputs parámetros tales como r, ω y todo lo que se estime necesario. Para responder esta pregunta asumiremos que el salario está dado por (2), la oferta laboral de los agentes de edad t es inelástica y la productividad laboral $\gamma(t)$ de los agentes varía de acuerdo con:

$$\gamma(t) = \frac{40}{0.4t\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\log(t) - \log(3.25)}{0.4} \right)^2 \right]} + 1$$

Además, asuma que la oferta laboral agregada es una función de la productividad laboral y está dada por

$$\bar{L} = \sum_{t=1}^{T} m_t \; \gamma_{t+1}$$

h. Oferta agregada de activos *A* y demanda agregada de capital *K*

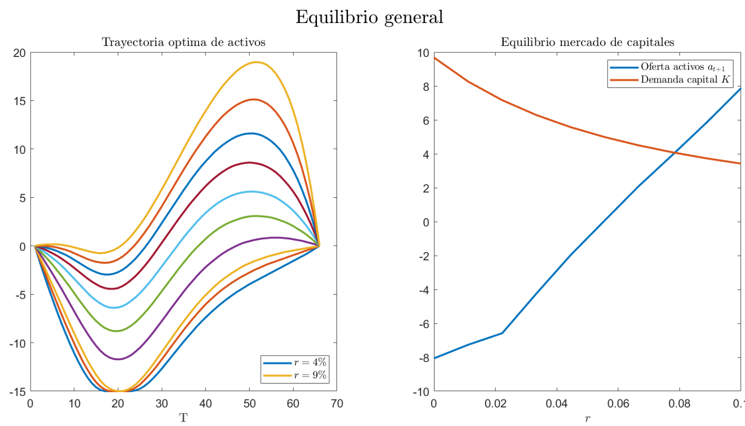
Desarrollar un subplot que muestre

$A = \sum_{t=1}^{T} m_t \; a_{t+1}$, $K = \left(\frac{\alpha}{r+\delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot \bar{L} = \left(\frac{\alpha}{r+\delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot \sum_{t=1}^{T} m_t \; \gamma_{t+1}$

Como $m_t = \frac{1}{T}$

$A = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \; a_{t+1}$, $K = \left(\frac{\alpha}{r+\delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \; \gamma_{t+1}$

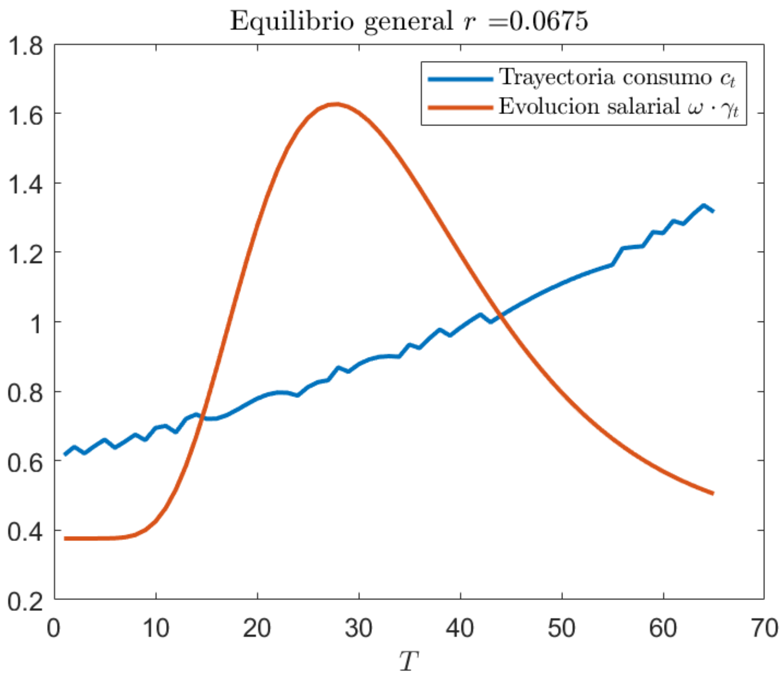
1. La oferta agregada de activos A y la demanda agregada de capital K en función de un vector de tasa de interés $r[a, b]_{1\text{x}10}$
2. La trayectoria de activos óptima para cada tasa de interés comprendida en el vector $r\,[a, b]$. Explique la intución económica de ambas gráficas.



i. Endogenizando r y ω, encuentre la tasa de equilibrio del mercado de capitales

A partir del alogoritmo de bisección sobre $\frac{A-K}{K}$ encontrar la tasa de equilibrio de mercado de capitales y explique la relación entre la **tasa de interés de equilibrio** encontrada y *el gráfico desarrollado en el ítem anterior*. Además grafique la trayectoria de consumo definida por la tasa de equilibrio junto al ingreso de los agentes. Interprete económicamente.

Para utilizar el algoritmo de bisección tenemos que tener una función objetivo a la que buscamos aproximar la solución $\rho\ (r) = 0$, en este caso $\rho\ (r) = \frac{|A-K|}{K}$. Además tenemos un intervalo acotado donde buscamos la solución, en este caso $r\ \epsilon\ [0.041\ 0.09]$ (se ha elegido el intervalo inferior dado que así permite comparar con los resultados de la pregunta anterior donde se eligió $r = \frac{1-\beta}{\beta} \approx 0.041$. Implementaremos un número entero de 100 iteraciones, además de restringuir la solución sí y solo sí $\rho\ (0.041) \cdot \rho\ (0.09) < 0$, pues en caso contrario no se puede asegurar la solución. Como resultado, el algortimo nos dará el punto intermedio del n-ésimo intervalo computado por el método. Además, cómo el método de bisección es una aproximación, se estimará el error ϵ.

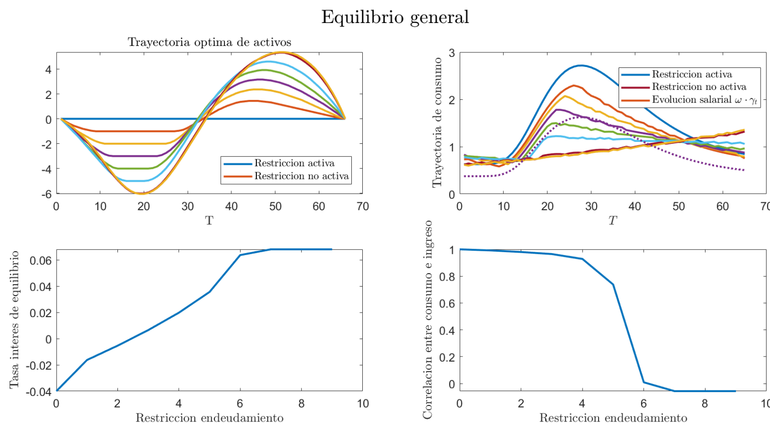


En las siguientes preguntas, se profundizará en las implicancias de las fricciones financieras sobre el equilibrio general. Para lo anterior, defina un vector $h[0,7]_{1x8}$ *que limita el acceso al crédito.*

j. Trayectoria de ciclo de vida económica

Grafique un subplor que muestre (1) la trayectoria de activos óptima, (2) la tasa de interés de equilibrio, (3) la trayectoria de consumo óptima (junto al ingreso) y (4) la correlación consumo-ingreso **en función de la restricción de liquidez.**

Explique la intuición económica.



k. Relación entre consumo e ingreso

(Ocupar Carrol)

En base a la pregunta anterior ¿Cuál es la intuición económica sobre una correlación consumo – ingreso alto cuando el acceso al crédito está muy limitado? ¿Qué sucedería con la correlación consumo - ingreso si las tasas que equilibran el mercado de capitales fueran cada vez menores? Explique conceptualmente.