Ayudantía 3

Teoría Macroeconómica I - EAE320B
Profesor: Alexandre Janiak
Ayudantes: Bianka Hincapie y Pablo Vega
(bhincapie@uc.cl — pavega7@uc.cl)

1 Consumo en dos periodos

Suponga una economía de dos periodos con dos grupos de agentes, indexados por $i \in \{A, B\}$, que descuentan el futuro a un factor β y obtienen un flujo de utilidad $u_i(c)$ por consumir c. La utilidad total de un agente i viene dada por:

$$U_i(c_1, c_2) = u_i(c_1) + \beta \mathbb{E}\big[u_i(c_2)\big] \tag{1}$$

En el primer periodo ambos agentes reciben un ingreso y_1 constante, pero desconocen el valor de su ingreso futuro. En particular, su ingreso en el segundo periodo es una variable aleatoria y_2 distribuida normalmente con media $\overline{Y}$ y varianza σ^2. Suponga que los agentes pueden pueden ahorrar o endeudarse sin restricciones a un tasa de interés r exógena y constante. Finalmente, considere las siguientes especificaciones de utilidad:

$$u_A(c) = -(c-\alpha)^2 \qquad \text{donde } \alpha > c.$$
$$u_B(c) = -e^{-\alpha c} \qquad \text{donde } \alpha > 0.$$

(a) Plantee la restricciones presupuestarias y problema de un agente i. Muestre que la ecuación de Euler asociada a dicho problema es:

$$u_i'(c_1) = \beta(1+r)\mathbb{E}[u_i'(c_2)] \tag{2}$$

(b) Entregue la intuición económica de esta condición. Muestre que un agente con un perfil de consumo consistente con *sub-ahorro* puede aumentar su utilidad ahorrando más.

(c) Calcule el coeficiente absoluto de aversión al riesgo para cada uno de los agentes. Explique el concepto de ahorro precautorio. Calcule el coeficiente absoluto de prudencia para los dos agentes. Concluya, para cada uno de los dos agentes, si ahorrarán o no de manera precautoria.

(d) Muestre que el ahorro óptimo del agente A está dado por:

$$S_A^* = \frac{Y_1 - \beta R \overline{Y}}{1+\beta R^2} - \frac{\alpha(1-\beta R)}{1+\beta R^2} \tag{3}$$

donde $R \equiv (1+r)$ es la tasa de interés bruta. ¿Cuál es el efecto de un aumento en la volatidad del ingreso sobre el ahorro de este agente?

(e) Muestre que el ahorro óptimo para los agentes B está dado por:[1]

$$S_B^* = \frac{Y_1 - \bar{Y} + \alpha\frac{\sigma^2}{2}}{1+R} + \frac{\log \beta R}{\alpha(1+R)} \tag{4}$$

¿Cuál es el efecto de un aumento en la volatidad del ingreso sobre el ahorro de este agente?

(f) Resuelva numéricamente el problema de los agentes A y B para el caso sin incertidumbre. Considere la siguiente parametrización.

β	α	r	y_1	y_2
0.96	2	0.03	5	7

[1] *Hint*: si $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, entonces $\mathbb{E}\big[e^{-\alpha X}\big] = e^{-\alpha\mu + \frac{\alpha^2\sigma^2}{2}}$.

¿Cuál es el valor del consumo en cada periodo y del ahorro?¿Corresponde con la solución analítica?

(g) Resuelva numéricamente el problema de los agentes A y B para el caso en que y_2 puede tomar dos valores: 9 y 5 ambos con una probabilidad de 50%. Considere la misma parametrización del punto anterior para los valores restantes. ¿Cuál es el valor del consumo en el periodo 1 y del ahorro?¿Cuáles son los posibles valores de consumo en el periodo 2?¿Existe ahorro precautorio?

Seguimiento III

Considere ahora la siguiente función de utilidad del agente:

$$u(c) = \begin{cases} \dfrac{c^{1-\sigma}}{1-\sigma} & \text{si } \sigma \neq 1 \\ \\ \log(c) & \text{si } \sigma = 1 \end{cases}$$

(a) Considere primero el caso de dos periodos. Plantee el problema y obtenga las soluciones analíticas de c_0, c_1 y S usando la siguiente parametrización:

β	σ	r	y_1	y_2
0.96	1	0.03	5	7

(b) Resuelva numéricamente el problema del agente sin incertidumbre. Compare la respuesta numérica con la obtenida en el inciso anterior.

(c) Calcule los coeficientes relativos de aversión al riesgo y de prudencia e indique si existirá ahorro precautorio.

(d) Considere ahora que el valor de y_2 es incierto. En particular puede tomar 3 valores: 10, 4 y 1 con probabilidades 0.6, 0.2 y 0.2 respectivamente. Resuelva numéricamente el problema del agente. Cuál es el valor de consumo en cada realización de y_2? ¿Cuál es el valor del ahorro y del consumo en el primer periodo? ¿Existe ahorro precautorio?