Ayudantía 3

Teoría Macroeconómica I - EAE320B

Profesor: Alexandre Janiak
Ayudantes: Jonathan Rojas y Reinaldo Salazar
(jerojas3@uc.cl rtsalazar@uc.cl)

1 Consumo en dos periodos

Suponga una economía de dos periodos con dos grupos de agentes, indexados por $i \in \{A, B\}$, que descuentan el futuro a un factor β y obtienen un flujo de utilidad $u_i(c)$ por consumir c. La utilidad total de un agente i viene dada por:

$$U_i(c_1, c_2) = u_i(c_1) + \beta \mathbb{E}\big[u_i(c_2)\big] \tag{1}$$

En el primer periodo ambos agentes reciben un ingreso y_1 constante, pero desconocen el valor de su ingreso futuro. En particular, su ingreso en el segundo periodo es una variable aleatoria y_2 distribuida normalmente con media $\overline{Y}$ y varianza σ^2. Suponga que los agentes pueden pueden ahorrar o endeudarse sin restricciones a un tasa de interés r exógena y constante. Finalmente, considere las siguientes especificaciones de utilidad:

$$\begin{aligned} u_A(c) &= -(c-\alpha)^2 \qquad \text{donde } \alpha > c. \\ u_B(c) &= -e^{-\alpha c} \qquad \text{donde } \alpha > 0. \end{aligned}$$

(a) Plantee la restricciones presupuestarias y problema de un agente i. Muestre que la ecuación de Euler asociada a dicho problema es:

$$u_i'(c_1) = \beta(1+r)\mathbb{E}[u_i'(c_2)] \tag{2}$$

(b) Entregue la intuición económica de esta condición. Muestre que un agente con un perfil de consumo consistente con *sub-ahorro* puede aumentar su utilidad ahorrando más.

(c) Calcule los coeficientes absolutos de aversión al riesgo para cada uno de los agentes. Explique el concepto de ahorro precautorio. Calcule el coeficiente de prudencia para los dos agentes. Concluya, para cada uno de los dos agentes, si ahorrarán o no de manera precautoria.

(d) Muestre que el ahorro óptimo del agentes A está dado por:

$$S_A^* = \frac{Y_1 - \beta R \overline{Y}}{1+\beta R^2} - \frac{\alpha(1-\beta R)}{1+\beta R^2} \tag{3}$$

donde $R \equiv (1+r)$ es la tasa de interés bruta. ¿Cuál es el efecto de un aumento en la volatidad del ingreso sobre el ahorro de este agente?

(e) Muestre que la función de valor $V_A(Y_1)$ para este se puede escribir de la siguiente manera[1]:

$$V_A(Y_1) = -\frac{(\beta R)^2 - \beta}{(\beta R)^2}\left(\frac{\beta R^2 Y_1 + \beta R \overline{Y} + (1-\beta R)\alpha}{1+\beta R^2} - \alpha\right)^2 - \beta\sigma^2 \tag{4}$$

(f) Muestre que el ahorro óptimo para los agentes B está dado por:[2]

$$S_B^* = \frac{Y_1 - \bar{Y} + \alpha\frac{\sigma^2}{2}}{1+R} + \frac{\log \beta R}{\alpha(1+R)} \tag{5}$$

¿Cuál es el efecto de un aumento en la volatidad del ingreso sobre el ahorro de este agente?

[1] *Hint*: $\mathrm{V}[X] = \mathbb{E}\big[X^2\big] - \mathbb{E}[X]^2$.

[2] *Hint*: si $X \sim N\big(\mu, \sigma^2\big)$, entonces $\mathbb{E}\big[e^{-\alpha X}\big] = e^{-\alpha\mu + \frac{\alpha^2\sigma^2}{2}}$.

(g) Resuelva numéricamente el problema del agente B para el caso sin incertidumbre. Considere la siguiente parametrización.

β	α	r	y_1	y_2
0.96	2	0.03	5	7

Seguimiento III

Suponga un pequeña isla sin mercados financieros y acceso a internet incipiente. Hurley, un joven oriundo de la isla, acaba de ser mordido por una serpiente venenosa y solo vivirá 3 periodos más. Dada su condición actual, Hurley no puede trabajar y tuvo que gastar toda su riqueza en yerbas medicinales. Sin embargo, acaba de heredar una criptomoneda de su abuelo, la cual se puede transar en internet a un precio p_0 actualmente. Hurley cree que el precio de la criptomoneda varía de acuerdo a $p_t = p_{t-1}(1+\varepsilon_t)$, donde ε_t es un shock de precio aleatorio. Suponga que a pesar de su precario estado de salud, Hurley maximiza su utilidad esperada y vende una fracción de su criptomoneda a los habitantes de la isla cada periodo para financiar su consumo.

El problema de Hurley es el siguiente:

$$\max_{\{c_t, x_t\}_{t=0}^{t=2}} \quad \mathbb{E}\left[\sum_{t=0}^{2} \beta^t u(c_t)\right] \tag{1}$$

$$\begin{gathered}
\text{s.a.} \\
c_0 = x_0 p_0 \\
c_1 = (1-x_0)x_1 p_1 \\
c_2 = (1-x_0)(1-x_1)x_2 p_2 \\
c_t \geq 0,\ x_t \in [0,1] \quad \forall t
\end{gathered}$$

donde x_t es la fracción de su criptomonda que Hurley vende cada periodo. Suponga que las preferencias de Hurley están descritas por $\beta = 0.96$, $u(c) = \dfrac{c^{1-\sigma}}{1-\sigma}$, $\sigma = 2$ y que la criptomoneda se transa actualmente a $p_0 = 1$.

(a) Considere primero el caso de dos periodos. Plantee el problema y obtenga las soluciones analíticas de c_0, c_1, x_0 y x_1 en función de los parámetros y $\tilde{p}_1 = \mathbb{E}[(g(p_1))]$, donde g es una función del parámetro p_1.

(b) Resuelva numéricamente el problema del inciso anterior considerando dos valores para $\varepsilon = \{-0.5, 0.5\}$ equiprobables.

(c) Resuelva numéricamente el problema de Hurley en tres periodos. Considere las siguientes distribuciones para los shocks de precios:

$$\varepsilon_1 = \begin{cases} -0.33, & \text{con probabilidad } \frac{1}{6} \\ -0.15, & \text{con probabilidad } \frac{1}{6} \\ \ \ 0.55, & \text{con probabilidad } \frac{2}{3} \end{cases}, \quad \varepsilon_2 = \begin{cases} -0.5, & \text{con probabilidad } \frac{3}{4} \\ \ \ 0.25, & \text{con probabilidad } \frac{1}{4} \end{cases}.$$