Ayudantía 2
MATLAB

Teoría Macroeconómica I - EAE320B
Profesor: Alexandre Janiak
Ayudantes: Bianka Hincapie y Pablo Vega
(bhincapie@uc.cl — pavega7@uc.cl)

1 Simulacion mediante Montecarlo

Realizaremos una simulación que nos permitirá obtener los estimadores *OLS* del siguiente modelo:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \varepsilon \tag{1}$$

Donde $X_1 \sim U(1,4)$, $X_2 \sim \chi^2_{100}$ y $X_3 \sim$ *t-student 2* con un tamaño de muestra $N = 1000$.

1. Construya la matriz de datos X_{ols} que se utilizará para realizar la estimación de los β_i. Utilice un vector de 1 para computar β_0.
2. Suponga que $Y \sim \exp(0.5)$. Resuelva el modelo mediante OLS y obtenga el vector de estimadores β_{ols}. Recuerde que el estimador $\beta_{ols} = (X'X)^{-1}X'y$, donde X corresponde a la matriz de datos.
3. Cree la función **prueba** que recibe como *inputs* el tamaño y número de muestras y los hiperparámetros de las distribuciones. Además, debe entregar como *outputs* una matriz que contenga en cada columna los estimadores β_{ols} y un *subplot* con las distribuciones de los β_{ols}. Utilice las distribuciones anteriores para las variables, un tamaño de muestra $N = 1000$ y un número de muestras $M = 1000$.

2 Funciones

A lo largo del curso, una de la funciones de utilidad que utilizaremos es de tipo *CRRA* (*Constant Relative Risk Aversion*) y está definida por:

$$u(c) = \begin{cases} \frac{c^{1-\sigma}-1}{1-\sigma} & \sigma > 0, \sigma \neq 1 \\ \ln(c) & \sigma = 1 \end{cases}$$

1. Escriba esta función en **Matlab**. Debe recibir los parámetros (c, σ). Utilice esta función para calcular la utilidad para $N = 101$ valores de consumo en el intervalo $[0, 10]$ y $\sigma = \{0, 0.5, 1, 2\}$. Interprete las filas y columnas de la matriz de utilidad obtenida.
2. Maximice la función de utilidad evaluada en c e identifique el valor de c donde se alcanza dicho máximo (y qué nivel alcanza).

Seguimiento 2: Integración numérica

En general, una integral de una función univariada $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ sobre un intervalo $[a, b]$ se aproxima mediante la siguiente suma ponderada:

$$\int_a^b f(z)dz \approx \sum_{i=0}^{n} w_i \cdot f(x_i), \tag{p}$$

Donde x_i denotan los nodos[1] de cuadratura y w_i las ponderaciones de cada nodo. Las cuadraturas de Newton-Cotes aproximan (p) mediante la integral de un polinomio interpolante construido sobre nodos equidistantes en el intervalo $[a, b]$. Las reglas abiertas no incluyen las cotas del intervalo $\{a, b\}$ como nodos de cuadratura y las reglas cerradas si los incluyen. Considere un número **impar** de nodos x y las siguientes reglas para las ponderaciones w_i:

$$\textit{Trapezoide:} w_i = \begin{cases} \frac{h}{2}, & i = \{1, n\} \\ h, & i \neq \{1, n\} \end{cases}. \tag{q_1}$$

$$\textit{Simpson :} w_i = \begin{cases} \frac{h}{3}, & i = \{1, n\} \\ \frac{2h}{3}, & i \text{ impar}, i \neq \{1, n\} \\ \frac{4h}{3}, & i \text{ par}, i \neq \{1, n\} \end{cases}, \quad n : \text{impar} \tag{q_2}$$

Donde n denota el número de nodos y h [2] corresponde al largo de cada subintervalo interpolado. Note que (q_1) y (q_2) corresponden a reglas cerradas.

Se pide aproximar las siguientes integrales utilizando las reglas descritas:

$$I_1 = \int_0^1 (x^4 + x^3)\, dx, \quad I_2 = \int_0^1 \sin|\pi x|\, dx,$$

(a) Aproxime las integrales I_1 y I_2 utilizando las reglas (q_1), (q_2) con $n = 31$ nodos[3].

(b) Construya las funciones `TP` y `SIM` que computen la integral de una función f de acuerdo a las reglas (q_1), (q_2) respectivamente. Sus funciones deben recibir como *inputs* al menos una función $f(x)$, la cantidad de nodos de cuadratura n y los límites de la integral. Grafique el error de aproximación de I_1 y I_2 en función de la cantidad de nodos (recuerde utilizar solo nodos en cantidades impares) y replique[4] la figura 1.

[1] Entienda por nodo la cantidad de divisiones equidistantes que seccionan el área bajo la curva (integral).
[2] Note que $h = \frac{b-a}{n-1}$ para ambos métodos.
[3] Los valores de las integrales pedidas son $I_1 = \frac{9}{20}$ y $I_2 = \frac{2}{\pi}$.
[4] Note que no necesariamente debe ser idéntica.

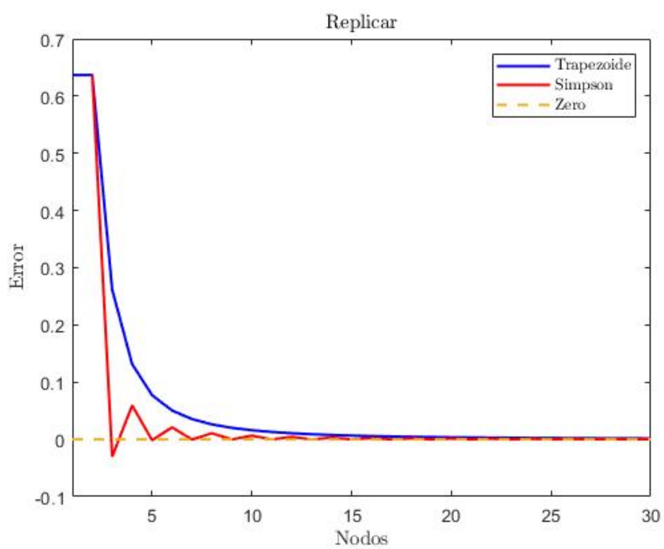

Figure 1: Error de aproximación con $n = 31$.