Ayudantía N°2

Magíster Economía PUC

Teoría Macroeconomómica I

Estudiante: Valentina Andrade de la Horra Profesor: Alexandre Janiak

1.Operaciones con variables aleatorias

Modificamos la matrix xx.m de la ayudantía pasada y creamos una matriz_2.m que contiene como *inputs* el tamaño del vector (fi�la y columna) y un parámetro i = {1,2,3,4} que determina cuál de las siguientes distribuciones será la generadora de dichos números, donde los *outputs* son

1. $X_1 = X \sim U\ (1,4)$
2. $X_1 = X \sim X_3^2$
3. $X_1 = X \sim \exp(1.1)$
4. $X_1 = X \sim t - \text{student 2 gl}$

1.La cantidad de números aleatorios que necesita para llegar a sumar 20.

Debemos construir una funcion que me devuelva "vector" (r,c) para que para cada modelo me indique cuantas veces se debe sumar para sumar 20. Partimos de valores auxiliares

```
[vector, modelos] = matriz_2(100,1,2)
```

```
Modelo 2
vector = 100×1
    0.2701
    4.1547
    0.0697
    0.2004
    2.1801
    1.0190
   13.0831
    4.1417
    1.6265
    0.5991
      ⋮

modelos = 100×4 complex
   1.1864 + 0.0000i   0.2701 + 0.0000i   0.3243 + 0.0000i   1.0000 + 0.0000i
   3.1055 + 0.0000i   4.1547 + 0.0000i   1.5751 - 2.8560i   1.0000 + 0.0000i
   1.2594 + 0.0000i   0.0697 + 0.0000i   0.1503 + 0.0000i   1.0000 + 0.0000i
   2.8504 + 0.0000i   0.2004 + 0.0000i  -0.2090 + 0.0000i  -1.0000 + 0.0000i
   1.5213 + 0.0000i   2.1801 + 0.0000i  -0.5605 + 0.0000i  -1.0000 + 0.0000i
   2.9542 + 0.0000i   1.0190 + 0.0000i   0.7948 + 0.0000i   1.0000 + 0.0000i
   2.4961 + 0.0000i  13.0831 + 0.0000i  -1.0251 + 0.0000i  -1.0000 + 0.0000i
   1.8535 + 0.0000i   4.1417 + 0.0000i  -0.7064 + 0.0000i  -1.0000 + 0.0000i
   3.4917 + 0.0000i   1.6265 + 0.0000i   1.2119 + 0.0000i   1.0000 + 0.0000i
   3.4551 + 0.0000i   0.5991 + 0.0000i   0.5383 + 0.0000i   1.0000 + 0.0000i
      ⋮
```

```
A=1:4;
```

Explicación: La programación dice que para todo modelo A = [1:4] se alcanza la suma == 20 a partir de la cantidad de filas (cantidad (i)) que corresponde al vector j (dinámico). Entonces se van sumando j+1 elementos hasta alcanzar 20 para cada modelo que se estima (en i y j =1 agarra el primer elemento de la primera columna)

```
for i=1:length(A)% Para todo modelo (variable aleatoria)
        suma=0;
        j=0;
        while suma==20 % hasta 20
           j=j+1; % En j + elemento (dinámico)
           suma=suma+modelos(j,i);  %suma 0 + modelos(j,i)
           cantidad(i)=j; %sumas(i)=suma
        if j>1000
                break;
        end
            end
        disp(['Usando el modelo ',num2str(A(i)),' se requiere sumar ',num2str(cantidad(i)),' ve
end
```

```
Usando el modelo 1 se requiere sumar 9 veces para alcanzar 20.
Usando el modelo 2 se requiere sumar 7 veces para alcanzar 20.
Usando el modelo 3 se requiere sumar 75 veces para alcanzar 20.
Usando el modelo 4 se requiere sumar 100 veces para alcanzar 20.
```

2. La cantidad de números aleatorios que necesita para alcanzar un número mayor que uno.

```
for i=1:length(A)
       j=1;
        while modelos(j,i)<1
            elemento=modelos(j,i);
            columna=find(modelos(:,i)==elemento);
            j=j+1;
        end
        disp(['Usando el modelo ',num2str(A(i)),' se requiere tomar ',num2str(j),' veces para a
end
```

```
Usando el modelo 1 se requiere tomar 1 veces para alcanzar un valor mayor que uno.
Usando el modelo 2 se requiere tomar 2 veces para alcanzar un valor mayor que uno.
Usando el modelo 3 se requiere tomar 2 veces para alcanzar un valor mayor que uno.
Usando el modelo 4 se requiere tomar 1 veces para alcanzar un valor mayor que uno.
```

3.La cantidad de números aleatorios que necesita para que la media del vector aleatorio sea al menor que 0.7

```
for i=1:length(A)
       j=1;
       media=0;
        while media < 0.7 % Hasta media menor 0.7
           media=mean(modelos(1:j,i));
           j=j+1;
            if j>100
                break;
            end
        end
       disp(['Usando el modelo ', num2str(A(i)),' requerimos tomar ',num2str(j),' numeros para
```

```
end
```

```
Usando el modelo 1 requerimos tomar 2 numeros para la media requerida
Usando el modelo 2 requerimos tomar 3 numeros para la media requerida
Usando el modelo 3 requerimos tomar 3 numeros para la media requerida
Usando el modelo 4 requerimos tomar 2 numeros para la media requerida
```

2.Solución sistemas no lineales

(a) Ingresamos el vector $[a_1, a_2, b_1, b_2, s_1, s_2] = [2, 1, 1, 2, 1, 1]$ y un par de valores iniciales en un vector Ini_{1x2}.

Reescribimos la función que se presenta acontinuación como $f(x) = 0$ para los parámetros solicitados

$$a_1x - a_2y = e^{-s_1x}$$

$$b_1x - b_2y = e^{-s_1y}$$

Resolvemos

$$f(x) = \begin{cases} a_1x - a_2y - e^{-s_1x} = 0 & (1) \\ b_1x - b_2y - e^{-s_1y} = 0 & (2) \end{cases}$$

```
x_i = [2 1 1 2 1 1] % [a1 a2 b1 b2 s1 s2]
```

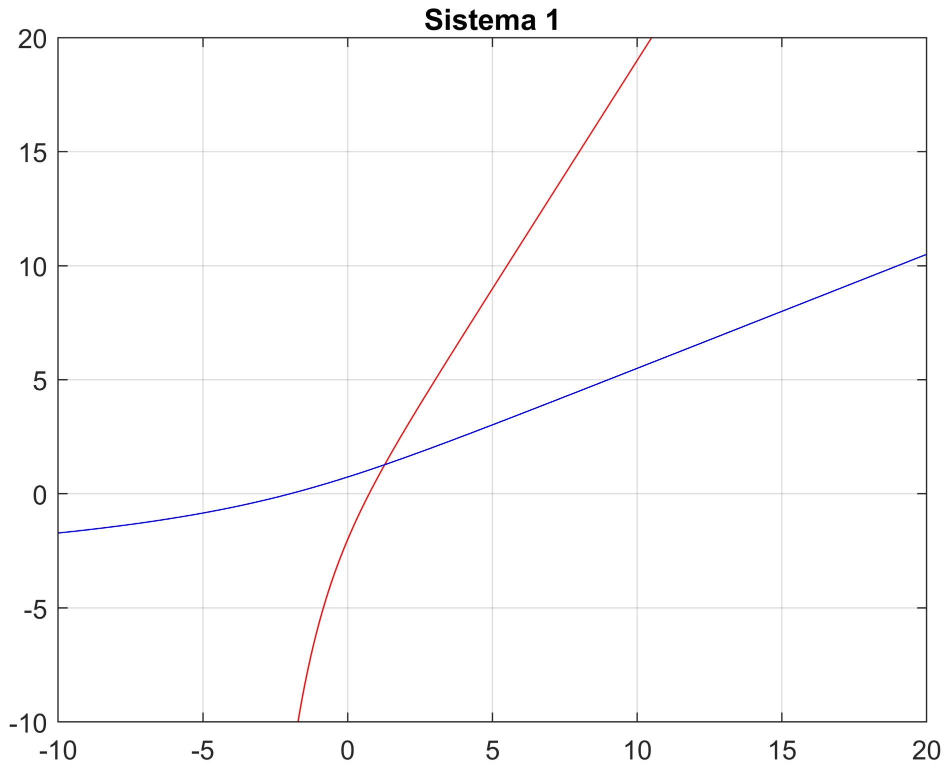
```
x_i = 1×6
     2     1     1     2     1     1
```

```
ini=[5,5];

% Parametros (indexacion)
a1=x_i(1,1);
a2=x_i(1,2);
b1=x_i(1,3);
b2=x_i(1,4);
s1=x_i(1,5);
s2=x_i(1,6);

xa=linspace(-10,20,1000);
ya=linspace(-10,20,1000);
[x,y]=meshgrid(xa,ya);

%Funciones
f1=a1*x - a2*y -exp(-s1*x);
f2=-b1*x + b2*y -exp(-s2*y);
```

(b) Gráfico

```
figure(1)
contour(x,y,f1,[1,1],'red');
hold on;
grid on;
```

```
contour(x,y,f2,[1,1],'blue');
set(gcf,'color','w');
title('Sistema 1')
hold off;
```

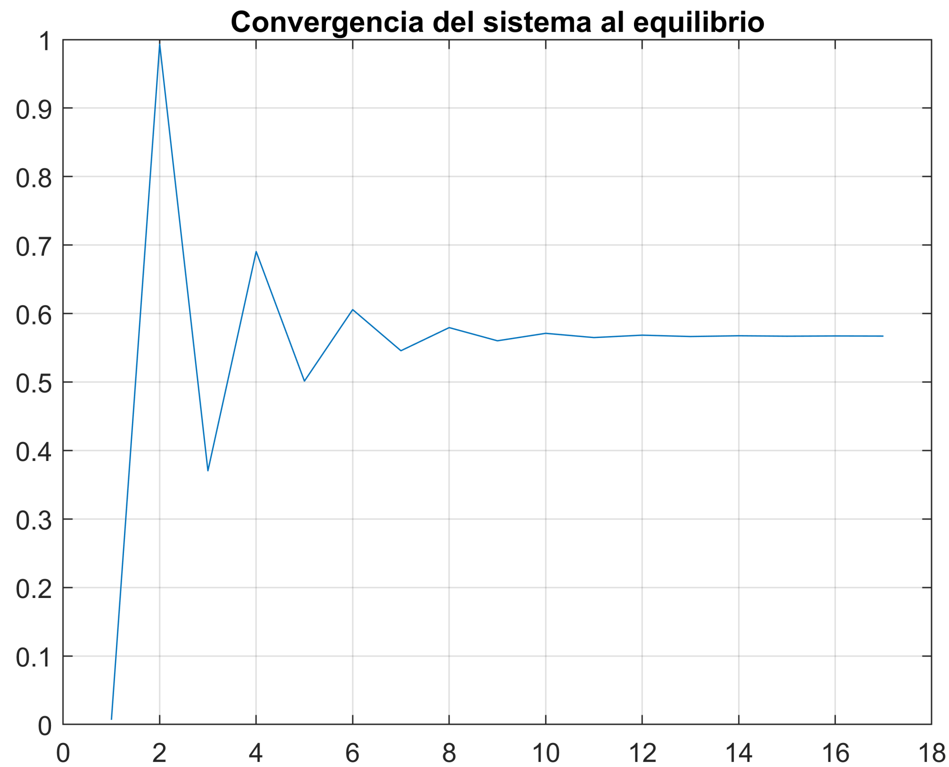


(c) Resolvemos el sistema de ecuaciones y mostraremos **iterativamente** cómo llega al resultado mediante programación de ciclos (método de iteración). Indicaremos cuantas iteraciones nos toma resolver el sistema

```
tol=0.0003;
x0=ini(1);
y0=ini(2);
x1=10;
y1=10;
diff=10;
i=0;
while diff>tol
i=i+1;
x1=x0-(a1*x0 - b1*y0 -exp(-s1*x0));
y1=y0-(-a2*x0 + b2*y0 -exp(-s2*y0));
diff=abs(max((x1-x0),(y1-y0)));
XX(i,1)=x1;
YY(i,1)=y1;
x0=x1;
y0=y1;
end

F=['Solucion: ',num2str(x0),' ',num2str(y0), 'Iteraciones', i ]
```

```
F = 
'Solucion: 0.56707 0.56707Iteraciones'
```

```
figure(2)
plot(XX);
grid on;
title('Convergencia del sistema al equilibrio')
```




```
set(gcf,'color','w');
```

(d) Repetimos (b) empleando las opciones de la función *fsolve*

```
x0 = [5;5]; options = optimoptions('fsolve','Display','iter');
[x,fval] = fsolve(@myfunction,x0,options)
```

Iteration	Func-count	f(x)	Norm of step	First-order optimality	Trust-region radius
0	3	146.081		16.9	1
1	6	109.73	1	13.6	1
2	9	43.8189	2.5	8.04	2.5
3	12	3.81035	4.35451	3.62	6.25
4	13	3.81035	10.8863	3.62	10.9
5	14	3.81035	2.72157	3.62	2.72
6	17	3.20678	0.680393	1.42	0.68
7	20	3.08172	0.680393	1.49	0.68
8	21	3.08172	0.680393	1.49	0.68
9	24	2.65449	0.170098	0.467	0.17
10	27	2.64828	0.170098	0.562	0.17
11	28	2.64828	0.170098	0.562	0.17
12	31	2.61035	0.0425246	0.182	0.0425
13	32	2.61035	0.106311	0.182	0.106

```
    14          35            2.6046      0.0265778           0.0407           0.0266
    15          36            2.6046      0.0265778           0.0407           0.0266
    16          39           2.60423     0.00664446           0.0249          0.00664
    17          40           2.60423      0.0166112           0.0249           0.0166
    18          43            2.6041     0.00415279           0.0124          0.00415
    19          46           2.60406     0.00415279          0.00782          0.00415
    20          47           2.60406     0.00415279          0.00782          0.00415
    21          50           2.60405      0.0010382            0.001          0.00104
    22          51           2.60405      0.0010382            0.001          0.00104
    23          54           2.60405    0.000259549         0.000692          0.00026
    24          57           2.60405    0.000259549          0.00071          0.00026
    25          58           2.60405    0.000259549          0.00071          0.00026
    26          61           2.60405    6.48873e-05         0.000184         6.49e-05
    27          62           2.60405    0.000162218         0.000184         0.000162
    28          65           2.60405    4.05546e-05          0.00011         4.06e-05
    29          66           2.60405    4.05546e-05          0.00011         4.06e-05
    30          69           2.60405    1.01386e-05         2.07e-05         1.01e-05
    31          70           2.60405    2.53466e-05         2.07e-05         2.53e-05
    32          73           2.60405    6.33665e-06         1.41e-05         6.34e-06
    33          74           2.60405    6.33665e-06         1.41e-05         6.34e-06
    34          77           2.60405    1.58416e-06         6.06e-06         1.58e-06
    35          80           2.60405    1.58416e-06         4.41e-06         1.58e-06
    36          81           2.60405    1.58416e-06         4.41e-06         1.58e-06
    37          84           2.60405    3.96041e-07          9.7e-07         3.96e-07

No solution found.

fsolve stopped because the problem appears regular as measured by the gradient,
but the vector of function values is not near zero as measured by the
value of the function tolerance.

<stopping criteria details>
x = 2×1
    0.1040
   -0.6931
fval = 2×1
   -0.0000
   -1.6137
```

(e) Empleamos las funciones *fzero* y *fsolve* para resolver $f(x) = x^5 - 5x^2 + 8x - 5x^{\frac{1}{2}} = 2$

fzero es una función que nos dice las raices de la función no lineal, es decir donde la función cruza el eje x.

```
fun = @(x) x.^5 -5*x + 8*x -5*x.^0.5 - 2;
xo = 2; % punto inicial
z = fzero(@f, xo)
```

```
z = 1.3058
```

También cree la función @f (en f.m) pero para algo tan pequeño siento que se "pierde" más de lo que se gana

Como $f(x)$ es un polinomio, podemos encontrar el mismo cero de la función y un par de ceros complejos usando el comando *roots*

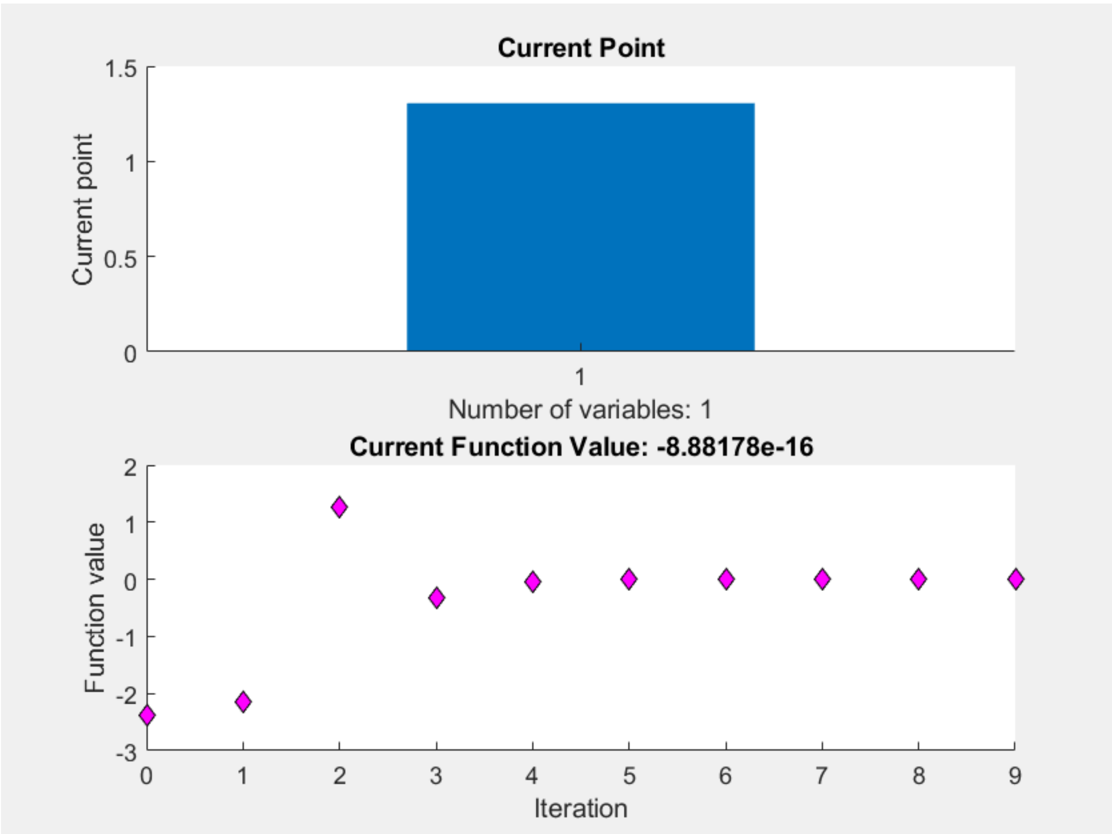
```
roots([1 -5 8 -5 -2])
```

```
ans = 4×1 complex
   2.9328 + 0.0000i
```

```
   1.1668 + 1.0944i
   1.1668 - 1.0944i
  -0.2665 + 0.0000i
```

También los podemos graficar

```
options = optimset('PlotFcns',{@optimplotx,@optimplotfval});
z = fzero(@f, xo, options)
```




```
z = 1.3058
```

fsolve es una función que permite conocer las raices de una solución a partir de la iteración de variables

```
options = optimoptions('fsolve','Display','iter');
[x,fval] = fsolve(@f,x0,options)
```

```
                                         Norm of      First-order   Trust-region
 Iteration  Func-count     f(x)          step         optimality    radius
     0          3      1.9554e+07                      9.78e+06               1
     1          6     4.25442e+06              1       2.48e+06               1
     2          9          701184              1        4.9e+05               1
     3         12         76702.3              1       6.75e+04               1
     4         15         7995.44       0.803035        9.1e+03               1
     5         18         779.133       0.621236       1.23e+03               1
     6         21         61.5635       0.446468            168            1.55
     7         24         2.57426       0.258992           21.1            1.55
     8         27       0.0174212      0.0861636           1.46            1.55
     9         30     1.33424e-06     0.00844807         0.0125            1.55
    10         33     8.25431e-15    7.52465e-05       9.86e-07            1.55

Equation solved.
```

```
fsolve completed because the vector of function values is near zero
as measured by the value of the function tolerance, and
the problem appears regular as measured by the gradient.

<stopping criteria details>
x = 2×1
    1.3058
    1.3058
fval = 2×1
10^-7 ×
    0.6424
    0.6424
```

Como podemos notar **fsolve** tiene dos soluciones, mientras que **fzero** tiene solo una. Esto es básicamente pues las raices de la solución en **fsolve** pueden estar cerca del cero pero no ser cero. Entonces, podemos notar que **fsolve** es un algoritmo que soluciona un sistema de ecuaciones o una ecuaciín con un grado de tolerancia, y que se basa su modo de estimación en una iteración de parámetros mientras que **fzero** no.

3.Aproximación del numero *e*

En este caso se pide estimar mediante el procedimiento de simulación de Montecarlo basado en *Estimating the Value of e by Simulation, Russell el número e* (*número de Euler*). La idea general es que $E(Z) = e$ donde *Z* es una variable aleatoria que se de�ne de la siguiente manera:

$$Z = \min \{n \mid \sum_{i=1} X_i > 1\}, X_i \sim U(0, 1)$$

es decir, *Z* representa el mínimo de *n* que alcanza cuando la suma de las variables aleatorias es mayor que 1.

Generaremos un programa que aproxime el numero *e* según lo planteado, es decir, comprararemos lo obtenido en una simulacuón con respecto al número *e* (en términos reltivos) donde debe utilizar una tolerancia de 10^{-6}.

4. Optimización y simulación Montecarlo

Suponga una función de producción

$$F(L, K) = A * L^{0.4} K^{0.4}$$

Donde *A* es un parámetro fijo, *L* es la cantidad de horas trabajadas en cada puesto y *K* es un indicador del nivel de capital de la firma

(a) Graficaremos las **isocuantas** de esta función de producción, con A = 100. Para hacerlo considere la función G(L,K). Emplearemos vectores con valores equidistantes de intervalo [0,10] en R^{100} para cada variable K y L. Cada puesto de trabajo paga *w = 50.000* por hora trabajada normal (hasta 160 horas por periodo), y paga *w*1.5* por hora extra. Supondremos que la tasa de interés es *r = 0.05*

(b) Compute una función de costos C(X), donde X es un vector conformado por valores de (L,K), y una función de producción $f(A, X)$.

(c) Solución el problema de la empresa para estos parámetros, con z = 1. Usaremos *fminsearch* la función de beneficios definida como función handle. Calcularemos los beneficios en el óptimo

(d) Supondremos que z es una variable aleatoria con distribución $\frac{\exp(5)}{100+1}$ (graficado en histogramas) y estimamos empleado el método de montecarlo con 1000 simulaciones los beneficios promedios, el percentil 90 y el 10 esperados.

(e) ¿Cuál es el mínimo valor que tendrá el conjunto del 20% de mayores beneficios?

Seguimiento II: MATLAB

Para el siguiente sistema de ecuaciones en (x,y,z):

$$f(x) = \begin{cases} a_1x + b_1\mathrm{ry} + c_1\mathrm{rz} = s_1 & (1) \\ a_2x + b_2\,y + c_2(2r-1)z = s_2 & (2) \end{cases}$$
$$a_3x + b_3(r-1)y + c_3\mathrm{rz} = s_3 \quad (3)$$

(a) Ingresar las matrices A_{3x3} de coeficientes r_{1x4} de parámetros y s_{1x3} de soluciones

(b) Dados los valores de A y S, elaboramos un programa que determina el sistema de ecuaciones (1) tiene aolución para cada valor de r.

(c) Armar una interfaz que comuniqué al usuario qué tipo de sistemas está analizando: indeterminado, determinado, para cada valor de r, y la matriz A resultados.

(d) Resolver el sistema para r

(e) Agregamos el comando que evalúa si (d) es correcto empleando el co,ando linsolve e informamos al usuario el resultado o que hay errores

$$\text{Donde } A = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 6 \\ -4 & 5 & 18 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}, S = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}\ y\ r = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$