Tarea 2

Teoría Macroeconómica I – EAE320B
Profesor: Alexandre Janiak
Ayudantes: Bianca Hincapié y Pablo Vega
(bhincapie@uc.cl | pavega7@uc.cl)

Instrucciones

- Fecha de enunciado: 26 de abril
- Fecha de entrega: 17 de mayo - 23:59 hrs.
- Número de integrantes: grupos de 2 personas o individual.
- Formato de entrega: Cada grupo deberá entregar:
  1. Un informe en formato **.pdf** con los resultados, gráficos, análisis y todo lo que considere necesario. Utilice algún editor de texto.
  2. Los archivos en formato Matlab (***.m**) debidamente comentados y explicados. Asegure que sus archivos compilan adecuadamente. Códigos que no se entiendan y/o que no compilan no recibirán puntaje. Utilice funciones con el objetivo de entregar archivos eficientes.
  3. El alumno debe subir a Canvas un archivo *.rar o *.zip que comprima de forma **ordenada** todo lo solicitado. Se recomienda orden y estructura para distribuir adecuadamente los archivos.
- Adicionales:
  1. No se aceptan retrasos.
  2. Dada la naturaleza única de cada algoritmo, es fácil notar los plagios. Evítelos.
  3. Programe cada pregunta en *m-files* distintos.
  4. **No utilice los paquetes estadísticos de Matlab**. Desarrolle toda la tarea de forma "manual".

La vida de un pescador

Para efectos de esta pregunta se considerará un modelo de ciclo de vida en tiempo discreto y sin incertidumbre. Suponga la caleta *Puerto Viejo* poblada por pescadores artesanales que viven T períodos, donde en cada período nace una nueva generación de pescadores de tamaño $1/_T$, de forma tal que la población de pescadores es constante a lo largo del tiempo. Por lo anterior, en estado estacionario todos los grupos etarios de edad t tendrán un tamaño $m_t = 1/_T$. Los pescadores descuentan el futuro a un factor β y valoran el consumo c de acuerdo con la siguiente función de utilidad:

$$u(c) = \begin{cases} \log(c) & si\ \rho = 1 \\ \dfrac{c^{1-\rho}-1}{1-\rho} & si\ \rho \neq 1 \end{cases} \tag{1}$$

Tiempo atrás, la cooperativa *Congrio Colorado* llegó a acuerdo con los pescadores de la caleta logrando contratar sus servicios para su funcionamiento. Supondremos inicialmente que la oferta laboral es inelástica, es decir, el agente no valora el ocio, de forma tal que recibe un salario ω por el trabajo realizado en un período de tiempo t. Además, los pescadores tienen acceso al mercado financiero donde intercambian activos a a una tasa r que puede ser endógena o exógena de acuerdo con el contexto. En esa línea, el acceso al crédito está limitado de forma tal que los pescadores no pueden morir endeudados. Asuma que los agentes de esta economía nacen sin activos y no valoran las herencias, es decir, $a_1 = 0$ y $V_{T+1}(a_{T+1}) = 0$. La ecuación de Bellman que define el problema del pescador de edad $t \leq T$ está dada por:

$$V_t(a_t) = u(c_t) + \beta V_{t+1}(a_{t+1}) \quad (2)$$

Sujeto a:

$$a_{t+1} + c_t = a_t(1+r) + \omega \quad (3)$$

$$a_{t+1} \geq -h \quad (4)$$

$$a_1 = 0\,, c_t \geq 0, \forall t \quad (5)$$

Considere que *Congrio Colorado* produce de acuerdo con la función[1] $F(L,K) = L^{1-\alpha}K^{\alpha}$, y que además maximiza utilidades y opera de forma competitiva, de tal forma que r y ω corresponden a la remuneración de sus factores productivos definidos por la productividad marginal del capital y trabajo respectivamente. La cooperativa incurre en un costo de depreciación δ por unidad de capital. Además, los pescadores de *Puerto Viejo* no conocen más allá de los confines de la caleta por lo cual no tienen acceso a otros mercados financieros.

Considere que la oferta agregada de activos A cumplen con la condición:

$$A = \sum_{t=1}^{T} m_t a_{t+1} \quad (6)$$

Utilice la siguiente parametrización:

T	β	σ	α	δ	ω_1
70	0.96	2	1/3	0.1	$-10^{-3}t^2 + 5 * 10^{-2}t + 1$

1. Equilibrio parcial

Para responder las siguientes preguntas, considere que no hay fricciones[2] financieras en el mercado y suponga que la tasa de interés r y el salario ω_1 son exógenos:

a. Identifique las variables de control y estado.

b. Obtenga la ecuación de Euler e interprételа económicamente.

c. Asumiendo $r = \frac{1-\beta}{\beta}$, resuelva numéricamente el problema del pescador. Obtenga un *subplot* que reporte la trayectoria óptima de activos, ahorros, consumo e ingreso del agente[3]. Interprete económicamente.

d. Resuelva numéricamente el problema del pescador con $\omega_2 = -10^{-3}t^2 + 9 * 10^{-2}t + 1$. Explique las diferencias con respecto a ω_1.

[1] Recuerde que L y K corresponden a trabajo y capital respectivamente y que $\omega = \frac{\partial F(L,K)}{\partial L}$ y $r = \frac{\partial F(L,K)}{\partial K}$.

[2] No hay restricción de liquidez, es decir, $h \rightarrow \infty$.

[3] *Hint*: junto con la trayectoria del ingreso del agente, identifique el ingreso medio.

e. Con $\omega_3 = -10^{-3}t^2 + 7 * 10^{-2}t + 1$, resuelva numéricamente el problema del pescador para $r = 5\%$ y $\sigma = 8$, interprete (por separado) ambos casos. ¿Qué implicancias tiene $r = \frac{1-\beta}{\beta}$ sobre la trayectoria de activos óptima (y sobre el ahorro)? Derive algebraicamente $r = \frac{1-\beta}{\beta}$.

2. Equilibrio general

Ahora, resolverá el problema del pescador endogeneizando los precios de la economía. Para ello, asuma que productividad marginal del trabajo está dada por:

$$\omega = \frac{\partial F(L,K)}{\partial L} = (1-\alpha)\left[\frac{K}{\bar{L}}\right]^{\alpha} \quad (7)$$

f. Demuestre que la demanda por capital K (ver footnote 1) y el salario ω están dados por:

$$K = \left(\frac{\alpha}{r+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \bar{L} \quad (8)$$

$$\omega = (1-\alpha)\left(\frac{\alpha}{r+\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \quad (9)$$

g. Cree la función *fisher* que entrega como *output* la resolución numérica del agente y que recibe como *inputs* parámetros tales como r, w y todo lo que estime necesario.

Para responder las siguientes preguntas asuma que el salario ω está dado por (9). Además, asuma que la oferta laboral de los agentes de edad t es inelástica[4] y que la productividad laboral[5] $\gamma(t)$ de los agentes varía de acuerdo con:

$$\gamma(t) = \frac{40}{0.4t\sqrt{2\pi}} exp^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\log(t)-\log(32.5)}{0.4}\right)^2\right]} + 1 \quad (10)$$

Además, asuma que la oferta laboral agregada es función de la productividad laboral y está dada por:

$$\bar{L} = \sum_{t=1}^{T} m_t \gamma_{t+1} \quad (11)$$

h. Desarrolle un subplot que muestre (1) la oferta agregada de activos A y la demanda agregada de capital K en función de un vector[6] tasa de interés $r[a,b]_{[1x10]}$, (2) la trayectoria de activos óptima para cada tasa de interés comprendida en el vector $r[a,b]$. Explique la intuición económica de ambas gráficas.

i. Endogeneizando r y ω, encuentre la tasa de equilibrio del mercado de capitales utilizando el algoritmo de bisección[7] sobre $\frac{|A-K|}{K}$. Explique la relación entre la tasa de equilibrio encontrada y el gráfico desarrollado en

---

[4] Los agentes no valoran el ocio.

[5] Note que la productividad laboral es función de la edad del agente, por lo cual (3) se redefine como: $a_{t+1} + c_t = a_t(1+r) + \omega\gamma$.

[6] Inicialmente, pruebe con $r = [0, 0.09]$. Posteriormente, utilice un intervalo más acotado para optimizar el algoritmo.

[7] Al igual que en la tarea 1, el algoritmo de bisección consiste en los siguientes pasos:

Sea $\rho(r) = \frac{|A-K|}{K}$, τ la tolerancia deseada y $r[a,b]$ un vector que contiene la tasa de equilibrio de mercado:

a. Compute $\rho(a)$
b. Compute $\bar{r} = \frac{a+b}{2}$, para luego obtener $\rho(\bar{r})$. Si el signo de $\rho(\bar{r})$ es igual al signo de $\rho(a)$ entonces el vector queda definido por $r[\bar{r}, b]$, de otra forma queda definido por $r[a, \bar{r}]$.
c. Compute el error de aproximación $\varepsilon = |\rho(\bar{r})|$

el ítem anterior. Además, grafique la trayectoria de consumo definida por la tasa de equilibrio junto al ingreso de los agentes. Interprete económicamente.

En las siguientes preguntas, el alumno comprenderá cuales son las implicancias de las fricciones financieras sobre el equilibrio general. Para lo anterior, defina un vector $h[0,7]_{[1x8]}$ que limita el acceso al crédito (4).

j. Grafique un *subplot* que muestre (1) la trayectoria de activos óptima, (2) la tasa de interés de equilibrio, (3) la trayectoria de consumo óptima (junto al ingreso) y (4) la correlación consumo - ingreso en función de la restricción[8] de liquidez. Explique la intuición económica.

k. En base a la pregunta anterior ¿Cuál es la intuición económica sobre una correlación consumo – ingreso alto cuando el acceso al crédito está muy limitado? ¿Qué sucedería con la correlación consumo - ingreso si las tasas que equilibran el mercado de capitales fueran cada vez menores? Explique conceptualmente.

3. Crecimiento poblacional

Ahora analizará como afecta el crecimiento poblacional a la tasa de interés de equilibrio. Esto es, asumirá que la masa de agentes m_t cambia de acuerdo con una tasa de crecimiento g. El tamaño de la población está normalizado a 1 por lo cual el tamaño de cada grupo etario está dado por:

$$m_t = \frac{(1+g)^{T-t}}{\sum_{t=1}^{T}(1+g)^{T-t}} \qquad (12)$$

k. Reporte un *subplot* con (1) el efecto del crecimiento poblacional sobre la tasa de interés[9] de equilibrio y (2) la trayectoria de activos para cada tasa de crecimiento poblacional. Interprete. Asuma $h \rightarrow \infty$.

4. Oferta laboral

Asuma que los pescadores de edad t valoran el ocio[10] l de tal forma que su nueva función de utilidad está definida por:

$$u(c,n) = \log(c) + \varphi \log(1-n) \qquad (13)$$

$$n + l = 1 \qquad (14)$$

l. Resuelva el problema del agente en equilibrio general asumiendo $\varphi = 1.2$ y $h[0,9]_{[1x10]}$. Grafique un *subplot* que entregue las trayectorias óptimas de (1) consumo, (2) activos, (3) tasa de equilibrio, (4) oferta laboral, (5) correlación consumo – ingreso y (6) oferta laboral agregada. Explique la intuición económica detrás cada gráfico. Explique las principales diferencias entre la oferta laboral elástica e inelástica.

---

d. Mientras $\varepsilon > \tau$, repita el proceso hasta que el algoritmo converja a la tolerancia deseada.

[8] *Hint*: La tasa de equilibrio y la correlación consumo – ingreso debe ser graficada en función de la restricción de liquidez. A partir de las tasas de equilibrio, debe obtener las trayectorias de consumo y activos, las cuales deben ser graficadas en función de la edad del agente.

[9] Utilice el vector $g[0\,,0.01]_{[1x11]}$.

[10] *Hint*: Obtenga las condiciones de optimalidad y reemplace lo necesario en la restricción presupuestaria (3) de forma de reducir un problema multidimensional a uno unidimensional.