

Seguimiento 8

Profesor: Alexandre Janiak

Ayudantes: Pablo Vega y Bianca Hincapié

Estudiante: Valentina Andrade

```
clear; close all; clc;
```

Considere el pible 1 visto en ayudantía. Sea $R^i = \frac{p' + y'}{p}$ el retorno bruto del activo riesgoso y R^f el retonor bruto del activo libre de riesgo.

1. Muestre que la prima por riesgo satisface la siguiente condición

$$E_t(R_{t+1}^i) - R_t^f = -R_t^f \text{cov}_t(m_{t+1}, R_{t+1}^i)$$

donde m_{t+1} denota el factor de descuento estocástico entre t y $t+1$

De la ecuación de Euler 1 tenemos que

$$1 = E\left(R^f \cdot \beta \cdot \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)}\right)$$
$$\rightarrow \frac{1}{R_t^f} = E(m_{t,t+1})$$

De la segunda ecuación de Euler tenemos que

$$1 = E(m_{t,t+1} - R_{t+1}^i)$$

Por propiedades de la esperanza

$$1 = \text{cov}(m_{t,t+1}, R_{t+1}^i) + E(m_{t,t+1}) \cdot E(R_{t+1}^i)$$

Sabemos por el resultado anterior que $\frac{1}{R_t^f} = E(m_{t,t+1})$. Con ello obtenemos que

$$1 = \text{cov}(m_{t,t+1}, R_{t+1}^i) + \frac{1}{R_t^f} \cdot E(R_{t+1}^i)$$

Reordenando finalmente tendremos que

$$-\text{cov}(m_{t,t+1}, R_{t+1}^i) \cdot R_t^f = E(R_{t+1}^i) - R_t^f$$

2. Obtenga los precios de equilibrio de manera iterativa explotando el hecho que la ecuación de Euler es $u'(c) = \beta R^f E[u'(c')]$ define un mapeo contractante

```
% Parametros
beta=0.96;
sigma=2;

% Matriz de Transición
pi= [.6 .15 .15 .1 ;
     .05 .65 .25 .05;
```

```

    .01 .07 .85 .07;
    .015 .05 .28 .655];
% Grilla de estados del producto
y = [.9 .97 1 1.03]';

% Utilidad marginal
u= @(c) c.^(-sigma);

% Guess inicial de la Función
f0=zeros(4,1);

% Aplicación del mapeo contractante:
f1=zeros(4,1);error=1;tolvalue=1e-6;
while error>tolvalue
for i=1:4
    f1(i)=beta*pi(i, :)*f0+beta*pi(i, :)*(u(y).*y);
end
error=max(abs(f0-f1));

f0=f1;

end

%Vector de precios
% Podemos obtenerlos de la definicion de f
precios=f1./u(y);
precios

```

```

precios = 4x1
    19.6584
    22.7482
    24.1120
    25.5395

```

3. Simule una trayectoria de producto de $T = 300.000$ periodos. Compute las primas por riesgo de su muestra utilizando el lado derecho de la ecuación $E_t(R_{t+1}^i) - R_t^f = -R_t^f \text{COV}(m_{t+1}, R_{t+1}^i)$

```

T=300000;
producto=zeros(1,T);producto(1)=y(3);

Aux=cumsum(pi,2);

tic
for t=2:T

    unif=rand(1);
    for j=1:4
        if producto(t-1)==y(j)
            if unif<Aux(j,1)
                producto(t)=y(1);
            end
            if unif>Aux(j,1)&&unif<Aux(j,2)
                producto(t)=y(2);
            end
        end
    end
end

```

```

        if unif>Aux(j,2)&&unif<Aux(j,3)
            producto(t)=y(3);
        end
        if unif>Aux(j,3)
            producto(t)=y(4);
        end
    end
end
end
toc

```

Elapsed time is 0.131891 seconds.

```

% Tasas libre de riesgo
r_f= u(y)./( beta*pi*u(y) ) - 1; %Ecuación de Euler 1
% Vector M

m=zeros(1,T-1);

for i=1:T-1

    m(i)=u(producto(i+1))/u(producto(i));

end
m=beta*m;
%Precios realizados
p_real=zeros(1,T);

for k=1:T
    for j=1:4
        if producto(k)==y(j)
            p_real(k)=precios(j);
        end
    end
end

% Computamos retornos
ret=zeros(1,T-1);

for j=1:T-1
    ret(j)=(p_real(j+1)+producto(j+1))/p_real(j);
end

% Matriz de Covarianzas
covar=cov(m,ret);

%Primas por riesgo
prima=-r_f*covar(1,2);
prima

```

prima = 4×1

$10^{-3} \times$
0.2685
0.1187
0.0843
0.0287