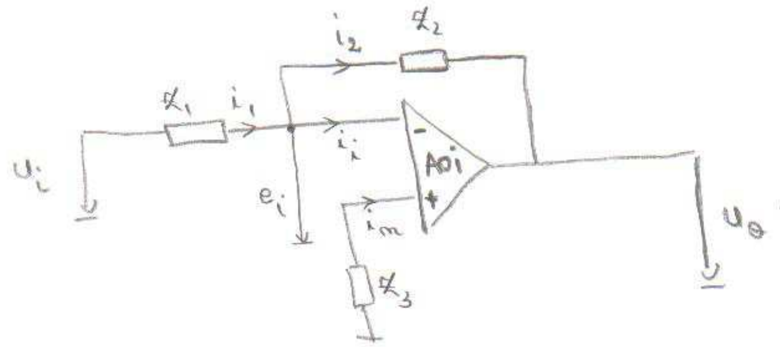
INFLUENȚA PARAMETRILOR REALI ASUPRA PERFORMANȚELOR AMPLIFICATOARELOR INTEGRATE ÎN STRUCTURA INVERSOARE

Schema unui amplificator inversor realizat cu AOI:



- Dorim să determinăm A_u, Z_{int}, Z_{ies}

$A_u = \frac{u_o}{u_i} = ?$

$i_i = 0 \Rightarrow i_1 = i_2$

$i_1 = \frac{u_i - e_i}{Z_1}$

$i_2 = \frac{e_i - u_o}{Z_2}$

$\Rightarrow (u_i - e_i) Z_2 = Z_1 (e_i - u_o)$

$u_i Z_2 - e_i Z_2 = Z_1 e_i - Z_1 u_o$

$e_i = 0$

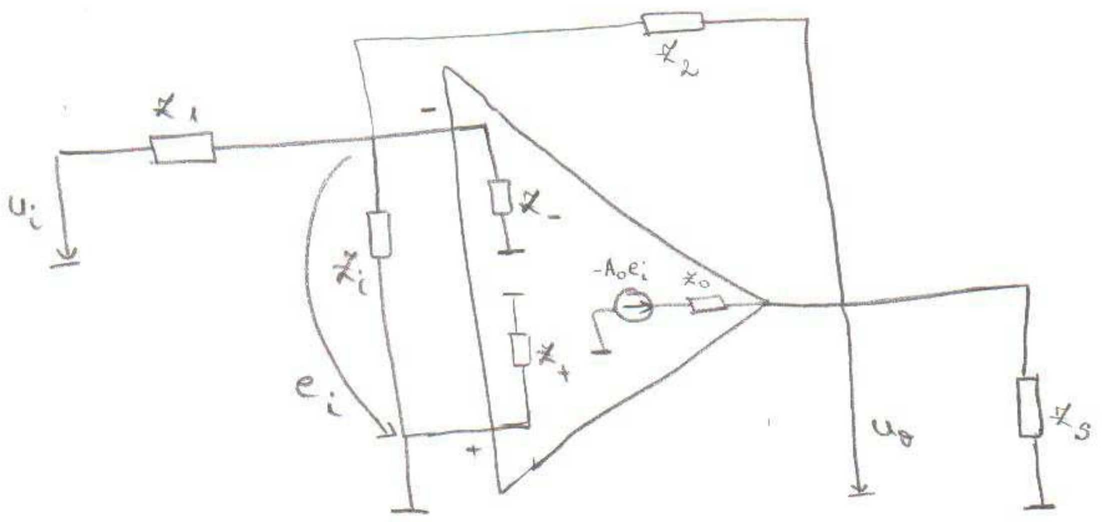
$\Rightarrow u_i Z_2 = - u_o Z_1 \Rightarrow \boxed{A_u = -\frac{Z_2}{Z_1}}$

$\boxed{Z_{int} = Z_1}$

$\boxed{Z_{ies} = 0}$

- Efectul neidealității A_o

(*) Efectul mărimilor A_o, Z_{int}, Z_{ies}



Obs! – Z_+ este între 2 puncte la masă conectate
– $Z_- \gg Z_i$ (2 ordine de mărime) ($Z_i \| Z_- \Rightarrow$ se neglijează Z_i)
– $Z_0 \ll Z_S \ll Z_2$

Circuitul de ieșire se echivalează cu Th. Thévenin astfel:

$$\begin{cases} Z_{01} = \dfrac{Z_S \cdot Z_0}{Z_S + Z_0} \\[2ex] A_{01} = A_0 \cdot \dfrac{Z_S}{Z_0 + Z_S} \end{cases}$$

Se poate neglija efectul impedanței de ieșire echivalente ($Z_0 \| Z_S \ll Z_2$)

$$e_i = \frac{\dfrac{u_i}{Z_1} + \dfrac{u_0}{Z_2}}{\dfrac{1}{Z_1} + \dfrac{1}{Z_2} + \dfrac{1}{Z_i}} \Rightarrow$$

$$u_0 = -A_{01} e_i$$

$$\Rightarrow -\frac{u_o}{A_{o1}}\left(\frac{1}{Z_1}+\frac{1}{Z_2}+\frac{1}{Z_i}\right)=\frac{u_i}{Z_1}+\frac{u_o}{Z_2}$$

$$-u_o\left(\frac{1}{Z_2}+\frac{1}{A_{o1}}\left(\frac{1}{Z_1}+\frac{1}{Z_2}+\frac{1}{Z_i}\right)\right)=\frac{u_i}{Z_1}$$

$$A_u=\frac{u_o}{u_i}=-\frac{1}{\frac{Z_1}{Z_2}+\frac{Z_1}{A_{o1}}\left(\frac{1}{Z_1}+\frac{1}{Z_2}+\frac{1}{Z_i}\right)}=-\frac{Z_2}{Z_1}\cdot\frac{1}{1+\frac{1}{A_{o1}}\left(1+\frac{Z_2}{Z_1}+\frac{Z_2}{Z_i}\right)}$$

Factorul de amplificare al buclei de reacție este dat de relația:

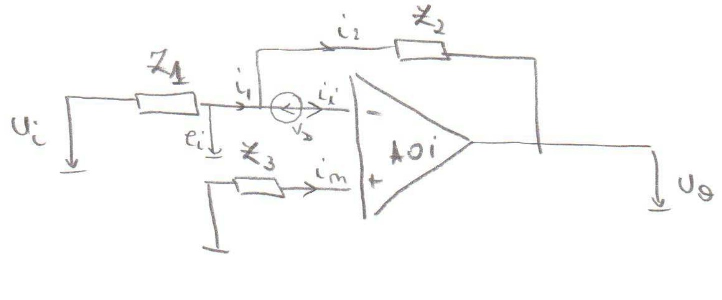
$$\frac{1}{\beta_r}=1+\frac{Z_2}{Z_1}+\frac{Z_2}{Z_i}$$

$$\Rightarrow A_u=-\frac{Z_2}{Z_1}\cdot\frac{1}{1+\underbrace{\frac{1}{\beta_r A_{o1}}}_{\varepsilon}}=-\frac{Z_2}{Z_1}\cdot\frac{1}{1+\varepsilon}\overset{\text{Dez în serie Taylor}}{\cong}-\frac{Z_2}{Z_1}(1-\varepsilon),$$

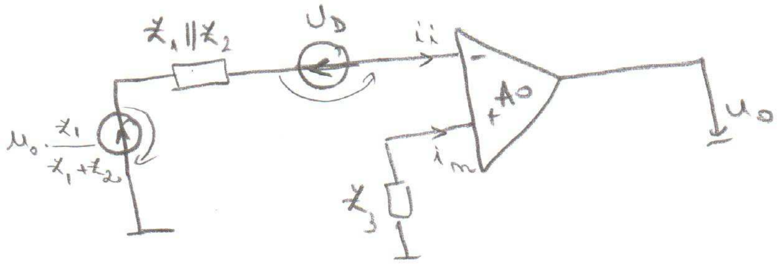
unde $\varepsilon=\frac{1}{A_o}\cdot\frac{Z_o+Z_s}{Z_s}\cdot\left(1+\frac{Z_2}{Z_1}+\frac{Z_2}{Z_i}\right)$

$\varepsilon\to 0\Rightarrow A_o\to\infty.$

(*) Influența i_D, i_p, U_D asupra amplificării



$u_i = 0 \Longrightarrow$



$$V_+ = V_-$$

$$u_0 \frac{Z_1}{Z_1+Z_2} = Z_1 \| Z_2 \cdot i_i + U_D - Z_3 i_m$$

Dar:
$$\begin{cases} i_D = i_i - i_m \\ 2 i_p = i_i + i_m \end{cases}$$
$$i_i = i_p + \frac{i_D}{2}$$

$$i_m = i_p + \frac{i_D}{2} - i_D \Rightarrow i_m = i_p - \frac{i_D}{2}$$

$$\Rightarrow u_0 = \left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right)\left[U_D + (Z_1 \| Z_2)\cdot\left(i_p + \frac{i_D}{2}\right) - Z_3\left(i_p - \frac{i_D}{2}\right)\right]$$

$$u_0 = \left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right)\left[U_D + (Z_1 \| Z_2 - Z_3) i_p + (Z_1 \| Z_2 + Z_3)\frac{i_D}{2}\right]$$

Discuţii:

- $i_p = i_D = 0 \Rightarrow u_0 = \left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right) U_D \Rightarrow \boxed{A \downarrow}$
- $i_D = 0,\ U_D = 0,\ i_p \neq 0 \Rightarrow u_0 = \left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right)(Z_1 \| Z_2 - Z_3)\, i_p \Rightarrow$

  $\Rightarrow \boxed{Z_1 \| Z_3 = Z_3}$
- $i_D = 0,\ U_D = 0,\ Z_3 = 0 \Rightarrow u_0 = \left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right) Z_1 \| Z_2 \cdot i_p = \left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right)\frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}\cdot i_i =$

  $= \frac{\cancel{Z_1 + Z_2}}{\cancel{Z_1}} \cdot \frac{\cancel{Z_1} Z_2}{\cancel{Z_1 + Z_2}}\, i_i = Z_2 i_i$

  $i_i \downarrow \quad \Big| \Rightarrow Z_2 \downarrow$

Concluzii:

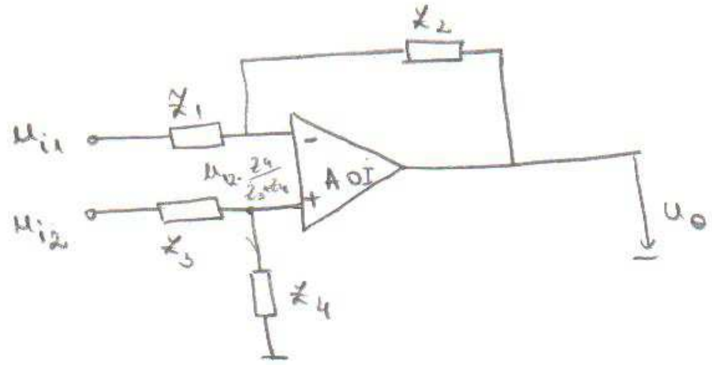
- Impedanțele văzute pe cele 2 borne ale amplificatorului trebuie să fie cât mai mici și egale
- Amplificarea în buclă închisă să fie cât mai mică.

(*) Efectul derivelor termice

$$u_0 = \left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right)\left[\frac{\Delta U_D}{\Delta T} + (Z_1 \| Z_2 - Z_3) \cdot \frac{\Delta i_p}{\Delta T} + (Z_1 \| Z_2 + Z_3) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta i_D}{\Delta T}\right] \cdot \Delta T$$

Pentru ca influența mărimilor $\frac{\Delta U_D}{\Delta T}$, $\frac{\Delta i_D}{\Delta T}$, $\frac{\Delta i_p}{\Delta T}$ să fie cât mai mică, trebuiesc îndeplinite condițiile de mai sus.

AMPLIFICATORUL DIFERENȚIAL cu AOI



$$\begin{cases} u_{id} = u_{i1} - u_{i2} \\ u_{ic} = \dfrac{u_{i1} + u_{i2}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_{i1} = u_{ic} + \dfrac{u_{id}}{2} \\ u_{i2} = u_{ic} - \dfrac{u_{id}}{2} \end{cases}$$

Din Th. superpoziției $\Rightarrow$

$$u_0 = -\frac{Z_2}{Z_1} u_{i1} + \left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right) \cdot \frac{Z_4}{Z_3 + Z_4} \cdot u_{i2} =$$

$$= -\frac{Z_2}{Z_1}\left(u_{ic} + \frac{u_{id}}{2}\right) + \left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right) \cdot \frac{Z_4}{Z_3+Z_4}\left(u_{ic} - \frac{u_{id}}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u_0 = \left[-\frac{Z_2}{Z_1} + \frac{Z_4}{Z_3+Z_4}\left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right)\right] u_{ic} + \left[-\frac{Z_2}{Z_1} - \frac{Z_4}{Z_3+Z_4}\left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right)\right] \cdot \frac{u_{id}}{2}$$

Se pune condiția ca amplificarea de mod comun să fie 0

$$\Rightarrow \left[-\frac{Z_2}{Z_1} + \frac{Z_4}{Z_3+Z_4}\left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right)\right] \rightarrow 0$$

$$\frac{Z_2}{\cancel{Z_1}} = \frac{Z_4}{Z_3+Z_4} \cdot \frac{Z_1+Z_2}{\cancel{Z_1}} \Rightarrow Z_2 Z_3 + \cancel{Z_2 Z_4} = Z_1 Z_4 + \cancel{Z_2 Z_4}$$

$$Z_2 Z_3 = Z_1 Z_4 \Rightarrow \boxed{\frac{Z_2}{Z_1} = \frac{Z_4}{Z_3}}$$

$$\Rightarrow u_o = -\frac{Z_2}{Z_1} u_{i1} + \frac{Z_4}{Z_3+Z_4}\left(1+\frac{Z_4}{Z_3}\right) u_{i2} =$$

$$= -\frac{Z_2}{Z_1} u_{i1} + \frac{Z_4}{Z_3} u_{i2} = -\frac{Z_2}{Z_1}\left(u_{i1} - u_{i2}\right)$$

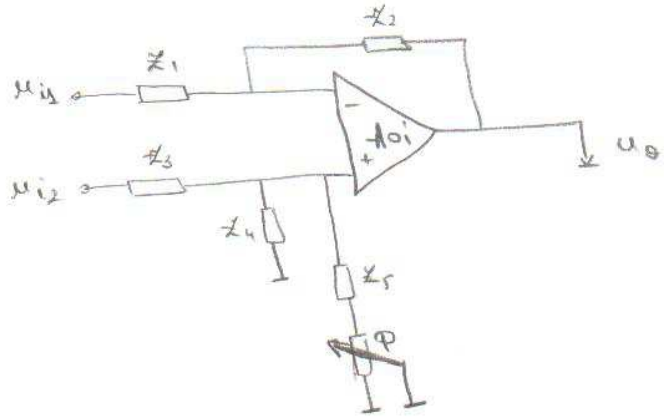
Impedanțele de intrare trebuie să fie egale: $Z_{int1} = Z_{int2}$

$$Z_{int1} = Z_1 + \underbrace{Z_i \| \frac{Z_2}{1+A_0}}_{0} \simeq Z_1$$

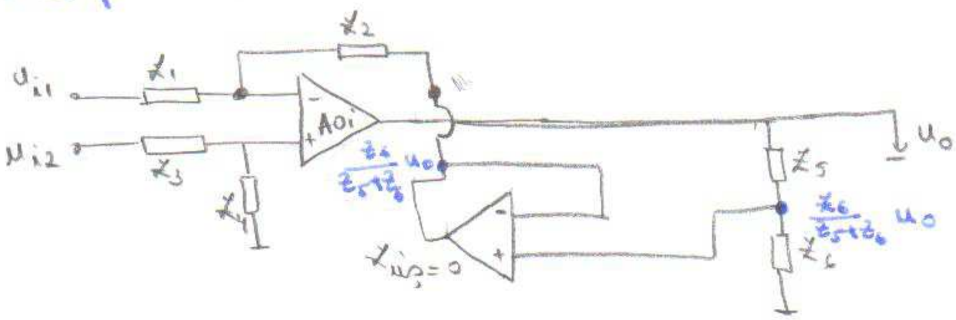
$$Z_{int2} = Z_3 + Z_4$$

$$\Rightarrow \underline{Z_1 = Z_3 + Z_4},$$

Această condiție poate fi realizată cu schema:



Reglaj dificil + bandă de trecere limitată $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ se poate utiliza schema:

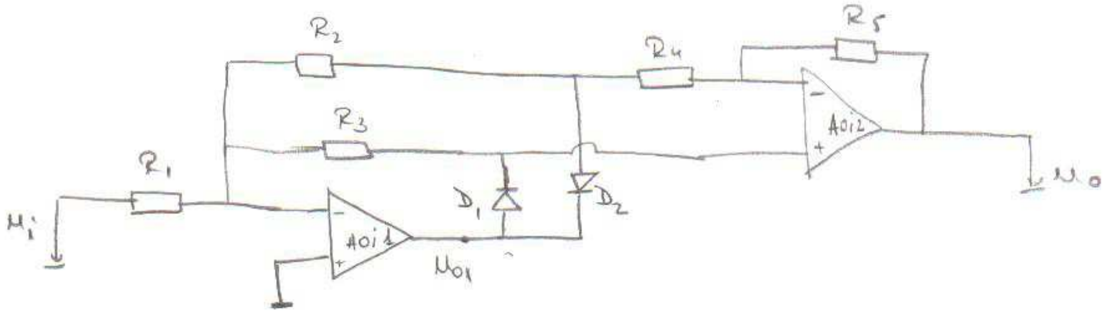


$$\Rightarrow \frac{Z_6}{Z_5+Z_6} u_o = -\frac{Z_2}{Z_1}\left(u_{i1} - u_{i2}\right) \Rightarrow u_o = \left(-\frac{Z_2}{Z_1}\right) \cdot \frac{Z_5+Z_6}{Z_6} \cdot u_{id}$$

Reglajul amplificării se realizează din Z_5 și Z_6.

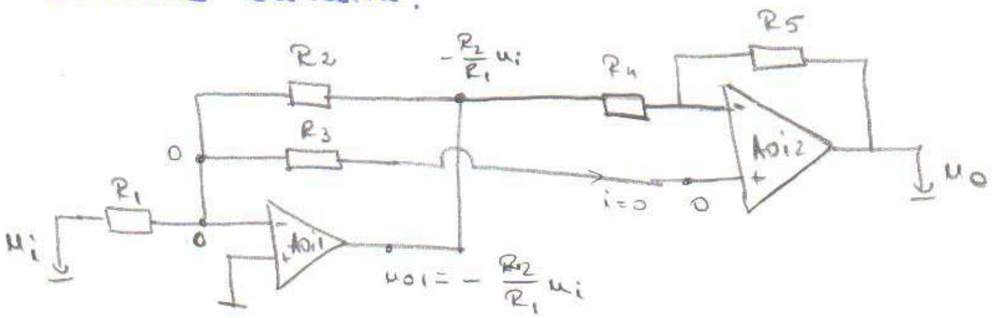
REDRESOARE de PRECIZIE cu AO

- Funcţia modul -



I) $u_i > 0 \Rightarrow u_{o1} < 0 \Rightarrow \begin{cases} D_1 \text{ blocată} \\ D_2 \text{ conduce} \end{cases}$

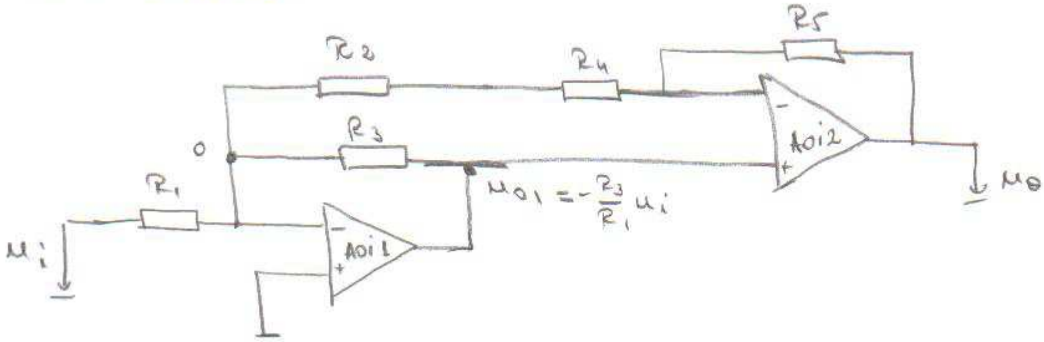
Schema devine:



$$u_o = -\frac{R_5}{R_4}\cdot u_{o1} = \frac{R_5 R_2}{R_4 R_1} u_i > 0$$

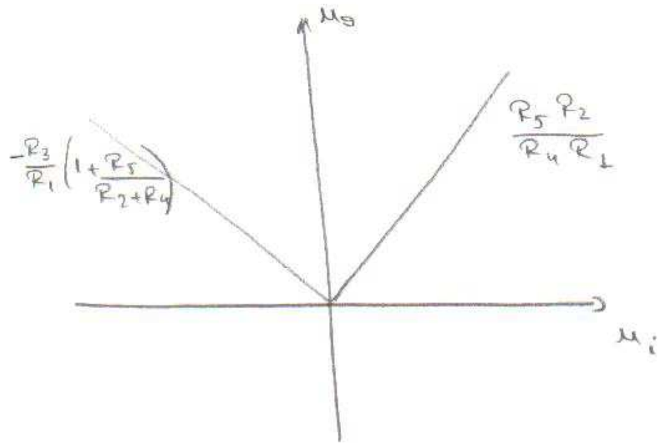
II) $u_i < 0 \Rightarrow u_{o1} > 0 \Rightarrow \begin{cases} D_1 \text{ conduce} \\ D_2 \text{ blocată} \end{cases}$

Schema devine:



$$u_o = \left(1 + \frac{R_5}{R_2 + R_4}\right)\cdot u_{o1} = \left(1 + \frac{R_5}{R_2+R_4}\right)\cdot\left(-\frac{R_3}{R_1}u_i\right) > 0$$

Caracteristica va avea forma:



Caz particular: funcția modul => cele 2 pante se doresc a fi egale cu ± 1.

$$\begin{cases} \frac{R_5 R_2}{R_4 R_1} = 1 \\ \frac{R_3}{R_1}\left(1+\frac{R_5}{R_2+R_4}\right) = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_2 R_5 = R_1 R_4 \\ R_3 (R_2+R_4+R_5) = R_1 (R_2+R_4) \Rightarrow \end{cases}$$

$$R_2 R_3 + R_3 R_4 + R_3 R_5 = R_1 R_2 + R_1 R_4$$

O soluție a acestui sistem este:

$R_1 = R_2 = R_4 = R_5 = R$

$$R_3 = \frac{R \cdot 2R}{3R} \Rightarrow R_3 = \frac{2}{3} R.$$

În aceste condiții, circuitul realizează funcția modul.

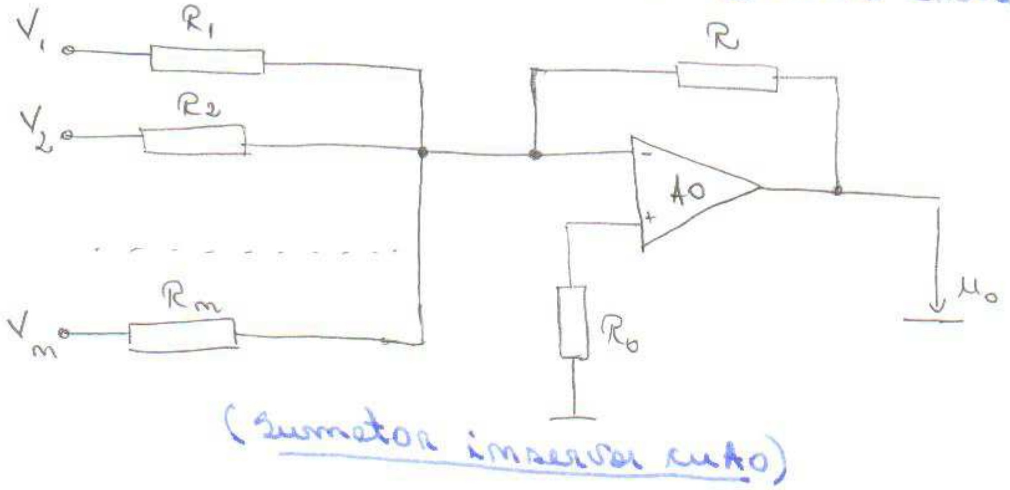
SUMATOARE cu AO

• Sumatorul inversor

(Circuitul sumator inversor cu AO realizează, la ieșirea sa o tensiune care este proporțională cu suma tensiunilor de la intrări, cu semnul schimbat.) În afara condițiilor p care trebuie să le îndeplinească elementele de circuit pentru realizarea acestei funcții, se mai pune și problema influenței neidealităților AO asupra tensiunii de ieșire, elementele cel mai importante fiind amplificarea de tensiune în bu deschisă a AO, A_0 și impedanța de intrare diferențială a acestuia Z_i.

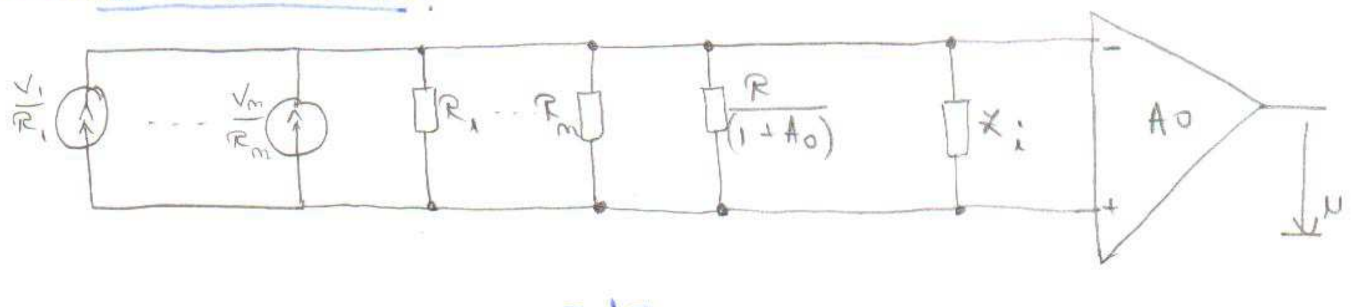
Schema de principiu este reprezentată în figură în care s presupune că se aplică la intrările circuitului n surse de semnal, $v_1 \div v_n$, prin rezistențe în serie, $R_1 \div R_n$, iar react negativă paralel de tensiune se realizează prin rezistența R.

[Deducerea tensiunii de ieșire, v_0, în funcție de tensiunil de intrare și de parametrii AO se poate face în mai multe moduri, dar cel mai simplu este să se folosească teorema lui Millman de determinare a tensiunii v_d de la intrarea ~~AO~~]



(sumator inversor cu AO)

Schema echivalentă:



$e_d = i_{echiv} R_{echiv}$, unde:

$$i_{echiv} = \sum_{i=1}^{m} \frac{u_i}{R_i}$$

$$\frac{1}{R_{echiv}} = \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{R_i} + \frac{1+A_0}{R} + \frac{1}{z_i}$$

$u_0 = -A_0 e_d \Rightarrow u_0 = -A_0 i_{echiv} R_{echiv}$

$$u_0 = -A_0 \sum_{i=1}^{m} \frac{u_i}{R_i} \frac{1}{\sum_{i=1}^{m} \frac{1}{R_i} + \frac{1+A_0}{R} + \frac{1}{z_i}}$$

Dacă $R_i = R$, pentru $i = \overline{1,m} \Rightarrow$

$$\Rightarrow u_0 = \frac{-A_0 \cdot \frac{1}{R} \sum_{i=1}^{m} u_i}{\frac{m}{R} + \frac{1+A_0}{R} + \frac{1}{z_i}} = -\sum_{i=1}^{m} u_i \cdot \frac{1}{\frac{m}{A_0} + \frac{1}{A_0} + 1 + \frac{R}{z_i A_0}} \Rightarrow$$

$$\boxed{u_0 = -\frac{\sum_{i=1}^{m} u_i}{1+\varepsilon}}$$

$$\boxed{\varepsilon = \frac{m}{A_0} + \frac{1}{A_0} + \frac{R}{z_i A_0}}$$, unde:

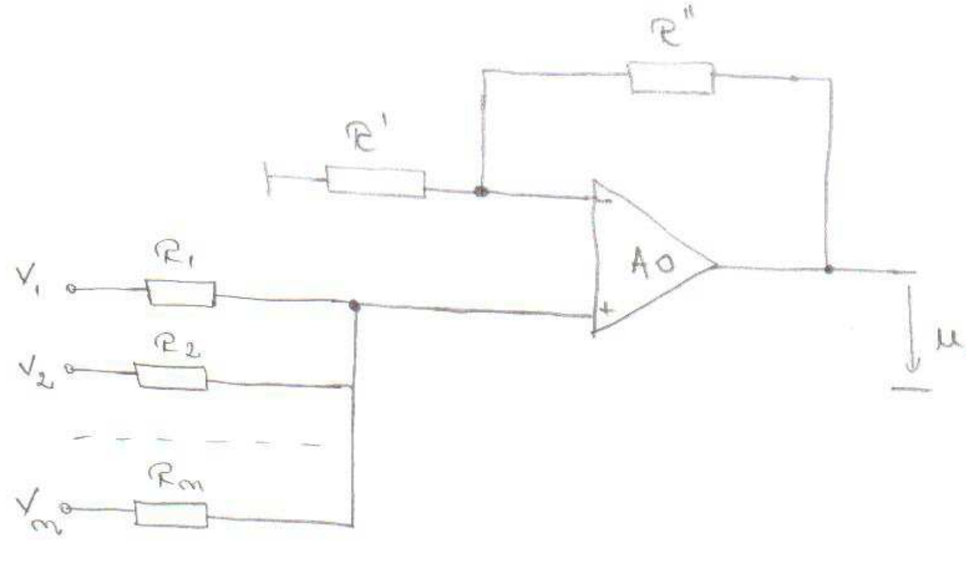
- $\frac{m}{A_0}$ - eroarea datorată numărului de intrări
- $\frac{1}{A_0}$ - eroarea A_0
- $\frac{R}{z_i A_0}$ - eroarea lui z_i

Pentru ca aceste erori să fie neglijabile trebuie ca:

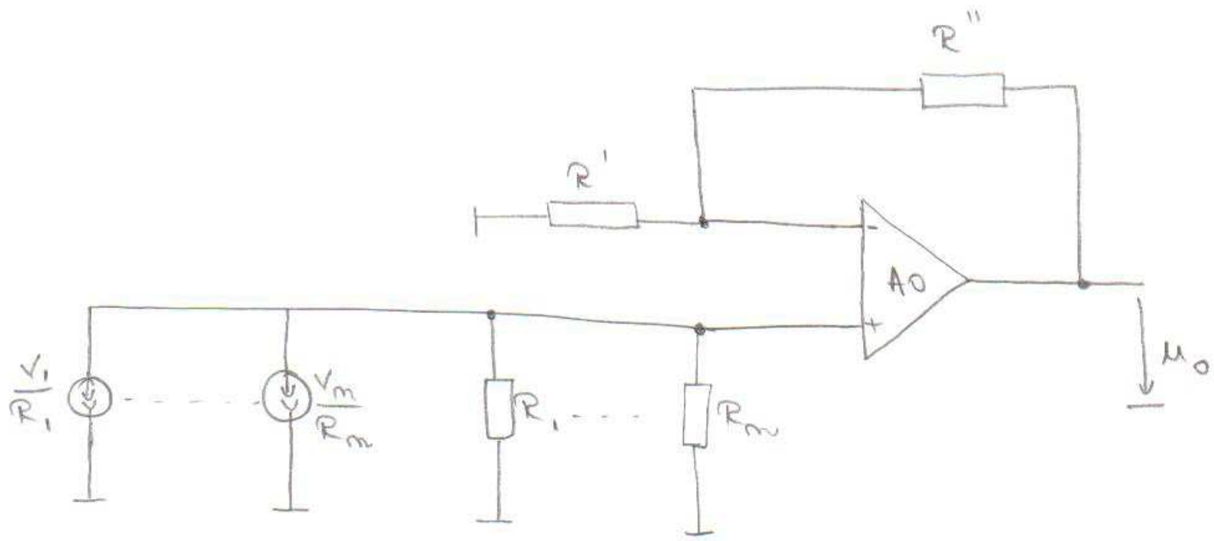
- $m \downarrow$
- $A_0 \uparrow$
- $z_i \uparrow$
- $R \downarrow$

Sumatorul neinversor

În figură este reprezentată schema unui sumator neinversor în care sursele de tensiune de intrare se aplică pe borna neinversoare, iar reacția negativă se aplică prin rezistențele R' și R" pe borna inversoare.



Schema echivalentă:



$$u_0 = V_+\left(1+\frac{R''}{R'}\right), \quad V_+ = \left(\sum i_k\right) R_{echiv} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{u_i}{R_i}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}}$$

Pentru $R_i = R$, $i=\overline{1,n}$ $\Rightarrow$

$$\Rightarrow u_0 = \left(1+\frac{R''}{R'}\right)\frac{\frac{1}{\cancel{R}}\sum_{i=1}^{n} u_i}{\frac{n}{\cancel{R}}} = \frac{1+\frac{R''}{R'}}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} u_i\right)$$

Dacă $\frac{1+\frac{R''}{R'}}{n} = 1 \Rightarrow u_0 = \sum_{i=1}^{n} u_i$

Explicații la ↗

(Se observă că factorul de multiplicare al sumei tensiunilor de la intrare depinde de numărul de intrări. Pt. ca tensiunea de ieșire să fie strict egală cu suma tensiunilor de intrare este necesar să fie îndeplinită condiția : $\frac{R''}{R'} = n-1$)

Lucruri în plus din carte (în curs a fost până aici exclusiv)

(Pentru micșorarea influenței curentului de polarizare al AO, mai este necesar ca rezistențele văzute pe cele 2 borne ale AO să fie egale:

$$R' \parallel R'' = \frac{R}{n}$$

Rezistența de intrare pe care o vede fiecare dintre sursele de semnal va fi:

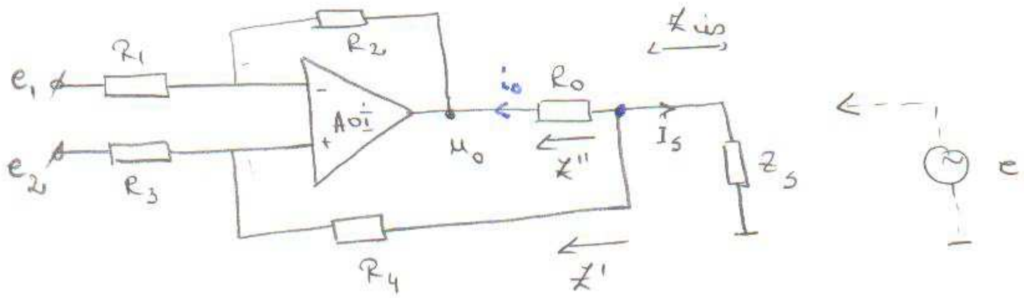
$$R_{ind} = R + \frac{R}{n-1} = \frac{n}{n-1}R$$

Erorile determinate de valorile finite ale amplificării diferențiale, A_0 și ale impedanței de intrare diferențiale Z_i, se pot calcula la fel ca și pentru circuitul inversor.)

CONVERTOARE U/I cu AO

Convertoarele U/I sunt dispozitive electronice la care curentul de sarcină nu depinde de valoarea sarcinii. ($Z_{ies} \to \infty$)

Convertor U/I bidirecțional



Pentru ca schema din figură să funcționeze ca un generator de curent, trebuie ca: $Z_{ies} = Z' \| Z''$ să tindă spre ∞, sau $\frac{1}{Z'} + \frac{1}{Z''} = 0$ (1).

Impedanța de ieșire se calculează pasivizând generatoarele de la intrare ($e_1 = e_2 = 0$) și punând un generator de semnal la ieșire în locul lui Z_S. În aceste condiții avem:

$$Z' = R_3 + R_4 \quad (Z_{int\,AO} \to \infty)$$

$$Z'' = \frac{e}{i_o} = \frac{e}{\frac{e-u_o}{R_o}} = \frac{eR_o}{e-u_o}$$

dar $u_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot e \cdot \frac{R_3}{R_3+R_4}$

$$\Rightarrow Z'' = \frac{\cancel{e}R_o}{\cancel{e} - \cancel{e}\frac{R_3}{R_3+R_4} \cdot \frac{R_1+R_2}{R_1}} = \frac{R_oR_1(R_3+R_4)}{R_1(\cancel{R_3}+R_4) - \cancel{R_1R_3} - R_2R_3} = \frac{R_oR_1(R_3+R_4)}{R_1R_4 - R_2R_3}$$

Relația (1) devine:

$$\frac{1}{R_3+R_4} + \frac{R_1R_4-R_2R_3}{R_0R_1(R_3+R_4)} = 0$$

$$\frac{1}{R_3+R_4} = \frac{R_2R_3-R_1R_4}{R_0R_1(R_3+R_4)}$$

$$\cancel{\Rightarrow R_0R_1R_3+R_0R_1R_4 = R_2R_3^2-R_1R_3R_4+R_2R_3R_4-R_1R_4^2}$$

$$\Rightarrow R_0R_1\cancel{(R_3+R_4)} = \cancel{(R_3+R_4)}(R_2R_3-R_1R_4)$$

$$R_0R_1-R_2R_3+R_1R_4=0$$

$$R_1(R_0+R_4)=R_2R_3$$

$\Leftrightarrow \quad \dfrac{R_1}{R_2} = \dfrac{R_3}{R_0+R_4}$, adică cele 5 rezistențe formează o punte echilibrată.

Curentul general (care nu depinde de Z_5) este chiar curentul de scurtcircuit ($Z_5=0$)

$$I_{sc} = \frac{e_2}{R_3+R_4}+\frac{u_0}{R_0} = \frac{e_2}{R_3+R_4}+\frac{-\frac{R_2}{R_1}e_1+\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\cdot\left(\frac{R_4}{R_3+R_4}\right)\cdot e_2}{R_0}$$

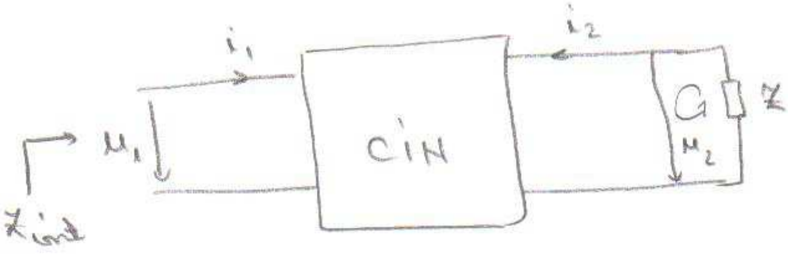
CONVERTOARE de IMPEDANȚĂ
(CIN, girator)

CIN

Convertorul de impedanță negativă poate fi privit ca un cuadripol descris de sistemul matriceal de mai jos:

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & k \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \qquad (1)$$

Acest cuadripol are proprietatea că impedanța văzută la una din perechile sale de borne este proporțională cu valoarea negativă a impedanței conectată la cealaltă pereche de borne.



Din (1) $\Rightarrow \begin{cases} i_1 = k\, i_2 \\ u_2 = u_1 \end{cases}$

$$Z_{int} = \frac{u_1}{i_1} = \frac{u_2}{k i_2}$$

Dar $u_2 = -Z i_2$

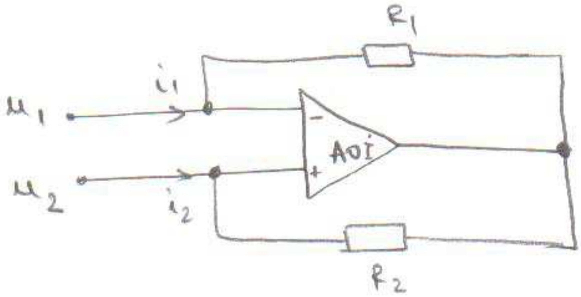
$$\Rightarrow Z_{int} = -\frac{Z}{k}$$

$$Z_{in} = \frac{u_2}{i_2} = \frac{u_1 \cdot K}{i_1}$$

dar $u_1 = -Z\, i_1$

$$\Rightarrow Z_{in} = -ZK < 0.$$

O metodă de realizare a unui CIN este prezentată în figura:

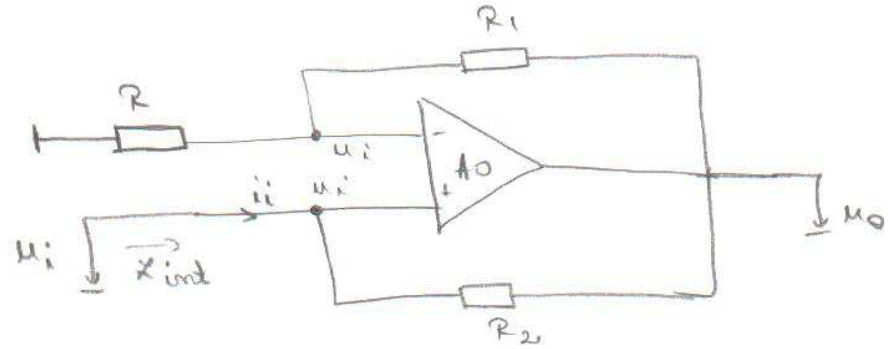


Condiții: $u_1 = u_2$

$i_1 R_1 = i_2 R_2 \Rightarrow i_1 = \frac{R_2}{R_1} i_2$

dar $i_1 = K i_2$ $\Rightarrow K = \frac{R_2}{R_1}$.

(*) CIN cu rezistența cuplată la intrarea cuadripolului echivalent

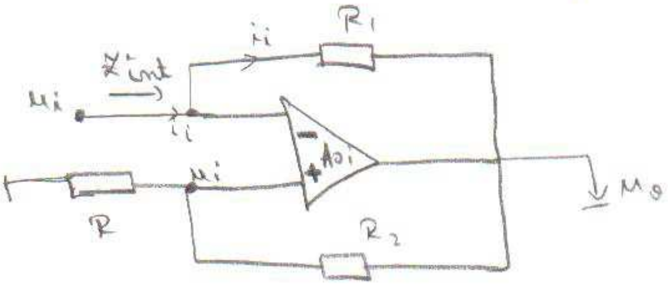


$A = 1 + \frac{R_1}{R}$ (schema poate fi văzută ca un Amplificator neinversor)

$$Z_{int} = \frac{u_i}{i_i} = \frac{u_i}{\frac{u_i - u_o}{R_2}} = \frac{u_i}{\frac{u_i - Au_i}{R_2}} = \frac{R_2}{1-A} = \frac{R_2}{\cancel{1}-\cancel{1}-\frac{R_1}{R}} = -\frac{R_2}{R_1}R$$

$$u_i = u_o \cdot \frac{R}{R+R_1}$$

(2) CIN cu rezistență cuplată la ieșirea cuadripolului activ

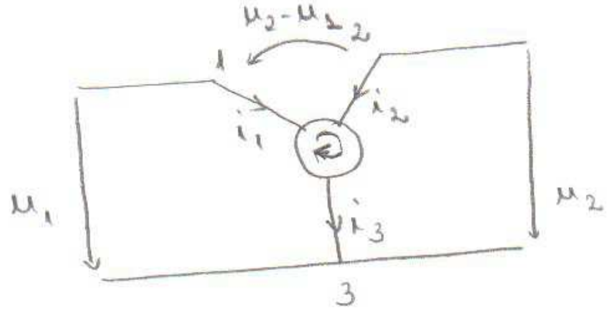


$$u_i = u_0 \cdot \frac{R}{R+R_2} \Rightarrow u_0 = u_i \cdot \frac{R+R_2}{R}$$

$$Z_{int} = \frac{u_i}{i_i} = \frac{u_i}{\frac{u_i - u_0}{R_1}} = \frac{u_i}{\frac{u_i - u_i\left(1+\frac{R_2}{R}\right)}{R_1}} = \frac{R_1}{\cancel{1} - \cancel{1} - \frac{R_2}{R}} = -\frac{R_1}{R_2} R$$

CONVERTOARE de IMPEDANȚĂ
- girator -

Giratorul este un alt cuadripol folosit pentru transformarea impedanțelor complexe.



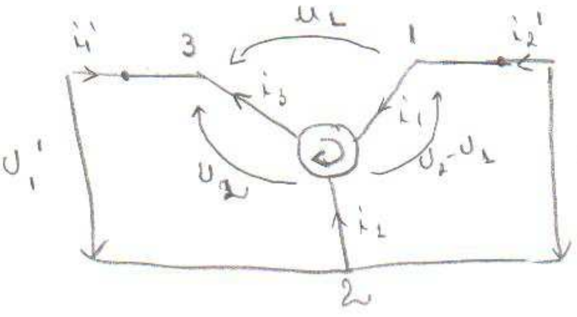
$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & G \\ -G & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

O caracteristică a giratoarelor este obținerea aceleiași caracteristici de transfer dacă se rotesc bornele 1-2-3 în sensul săgeții din figură.

Adică transferul $1 \to 2 \big|_{3 = \text{masă}} \equiv 3 \to 1 \big|_{2 = \text{masă}} \equiv 2 \to 3 \big|_{1 = \text{masă}}$.

Se pot scrie relațiile:
$$\begin{cases} i_1 = G u_2 \\ i_2 = -G u_1 \\ i_3 = i_1 + i_2 \end{cases}$$

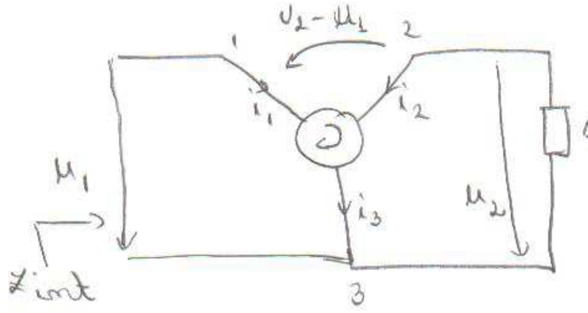
Prin rotirea cuadripolului se obține:



$$\Rightarrow \begin{cases} i_1' = -i_3 & \Rightarrow i_3 = -i_1' \Leftrightarrow i_1 + i_2 = -i_1' \Rightarrow \underline{i_2 = -i_1' - i_2'} \\ i_2' = i_1 & \Rightarrow \underline{i_1 = i_2'} \\ U_1' = -U_2 & \Rightarrow \underline{u_2 = -u_1'} \\ U_2' = U_1 - U_2 & \Rightarrow \underline{u_1} = u_2' + u_2 = \underline{u_2' - u_1'} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} i_1 = G u_2 \Leftrightarrow i_2' = -G \cdot u_1' \Rightarrow \boxed{i_2' = -G \cdot u_1'} \\ i_2 = -G u_1 \Leftrightarrow -i_1' - i_2' = -G u_2' + G u_1' \\ \qquad -i_1' + \cancel{G u_1'} = -G u_2' + \cancel{G u_1'} \Rightarrow \boxed{i_1' = G u_2'} \end{cases}$$

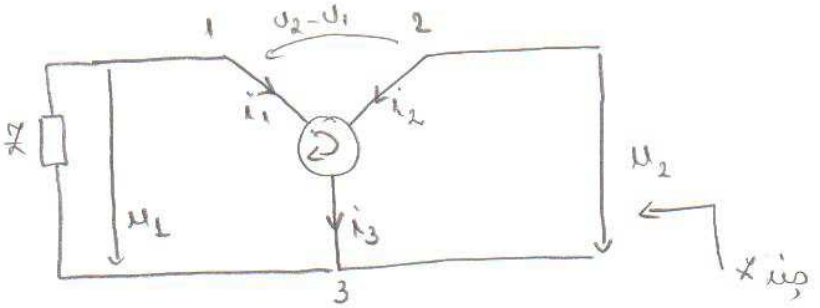
Conversia unei impedanțe se poate realiza prin cuplarea sa la cuadripol atât la intrare cât și la ieșire.



$i_1 = G u_2$
$i_2 = -G u_1$

$$Z_{int} = \frac{u_1}{i_1} = \frac{u_1}{G u_2}$$

$$\left.\text{dar } u_2 = -Z i_2 = Z G u_1 \right| \Rightarrow \underbrace{Z_{int} = \frac{1}{Z G^2}}$$

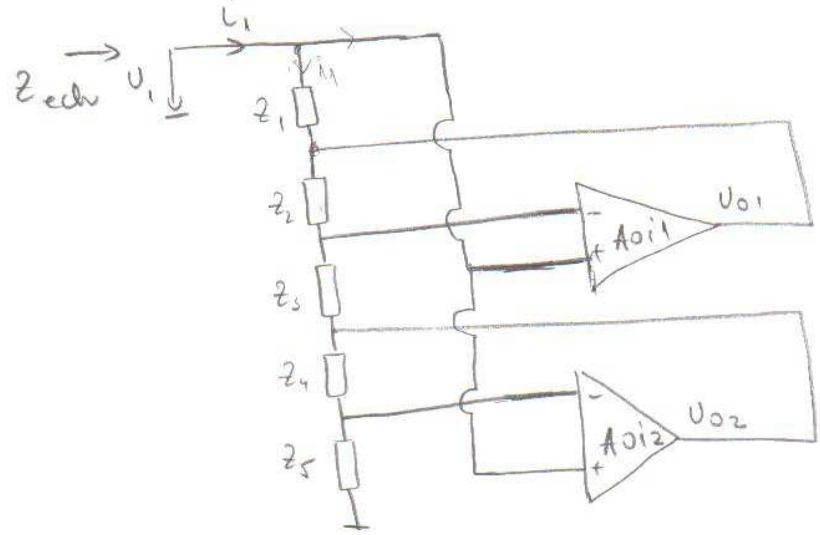


$i_1 = G u_2$
$i_2 = -G u_1$

$$Z_{ieș} = \frac{u_2}{i_2} = \frac{u_2}{-G u_1}$$

$$\left.\text{dar } u_1 = -Z i_1 = -Z G u_2 \right| \Rightarrow \underbrace{Z_{ieș} = \frac{1}{Z G^2}}$$

Exemplu de girator



$$Z_{ech} = \frac{u_1}{i_1} = \frac{u_1}{\dfrac{u_1 - u_{01}}{Z_1}}$$

Dar:

$$\begin{cases} u_{01} = \left(-\dfrac{Z_2}{Z_3}\right) \cdot u_{02} + \left(1 + \dfrac{Z_2}{Z_3}\right) \cdot u_1 \\ u_{02} = \left(1 + \dfrac{Z_4}{Z_5}\right) \cdot u_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow Z_{ech} = \frac{u_1 Z_1}{u_1 - u_{01}} = \frac{\cancel{u_1} Z_1}{\cancel{u_1} - \left(-\dfrac{Z_2}{Z_3}\right) \cdot \cancel{u_1}\left(1 + \dfrac{Z_4}{Z_5}\right) - \cancel{u_1}\left(1 + \dfrac{Z_2}{Z_3}\right)}$$

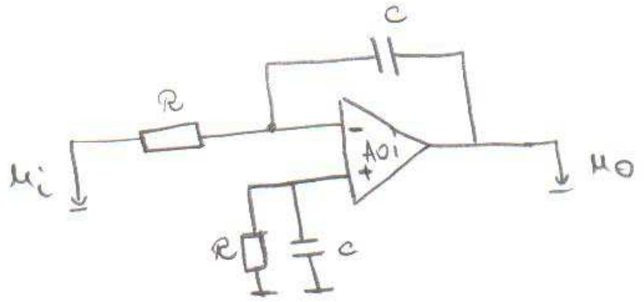
$$= \cancel{\frac{Z_1 \cdot Z_3 Z_5}{Z_3 Z_5 + Z_2 Z_5}}$$

$$= \frac{Z_1}{\cancel{1} + \cancel{\dfrac{Z_2}{Z_3}} + \dfrac{Z_2 Z_4}{Z_3 Z_5} - \cancel{1} - \cancel{\dfrac{Z_2}{Z_3}}} = \frac{Z_1 Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4}.$$

INTEGRAREA cu AO

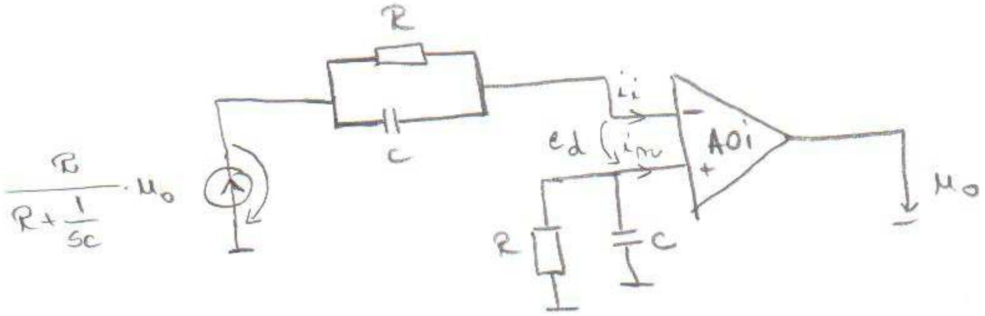
- influența parametrilor reali -

(*) Influența curenților de intrare: $i_i, i_n \to i_p, i_d$



Pe borna + a AO se încearcă simetrizarea cu borna −.

$u_i = 0 \Rightarrow$ schema următoare:



$$R * \frac{1}{sC}$$

$$u_o \cdot \frac{R}{R+\frac{1}{sC}} = i_i \cdot \frac{R\cdot\frac{1}{sC}}{R+\frac{1}{sC}} + e_d - i_n \cdot \frac{R\cdot\frac{1}{sC}}{R+\frac{1}{sC}}$$

$$u_o \cdot R = i_i \cdot \frac{R}{sC} + e_d\left(R+\frac{1}{sC}\right) - i_n \cdot \frac{R}{sC}$$

$$\cancel{u_o = (i_i - i_n)\cdot\frac{1}{sC} + e_d\left(1+\frac{1}{RsC}\right)}$$

$$\cancel{u_o(s) = i_d(s)\cdot\frac{1}{sC} + e_d(s)\left(1+\frac{1}{RsC}\right)}$$

$$\cancel{u_o = -e_d \cdot A_o \Rightarrow u_o(}$$

$u_o = -e_d \cdot A_o$

$$\Rightarrow u_o \cdot \frac{RSC}{1+RSC} = \frac{R}{\cancel{SC}} \cdot \frac{\cancel{SC}}{1+RSC}\, i_i - \frac{u_o}{A_o} - \frac{R}{\cancel{SC}} \cdot \frac{\cancel{SC}}{1+RSC} \cdot i_m$$

$$u_o\left(\frac{1}{A_o} + \frac{RSC}{1+RSC}\right) = (i_i - i_m) \cdot \frac{R}{1+RSC}$$

$$u_o\left(\frac{1}{A_o} + \frac{RSC}{1+RSC}\right) = i_d \cdot \frac{R}{1+RSC}$$

Dacă $A_o \to \infty \Rightarrow u_o \frac{\cancel{R}SC}{\cancel{1+RSC}} = i_d \frac{\cancel{R}}{\cancel{1+RSC}}$

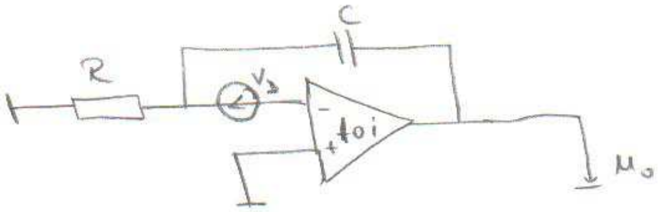
$$\left.\begin{array}{l} u_o = \dfrac{i_d}{SC} \\ \tau = RC \end{array}\right| \Rightarrow u_o = \frac{R}{\tau s} i_d$$

Adăugând și efectul tensiunii de intrare asupra tensiunii de ieșire obținem:

$$u_o = -\frac{1}{\tau s} u_i(s) + i_d(s) \cdot \frac{R}{\tau s} = -\frac{1}{\tau s}\left[u_i(s) - R i_d(s)\right]$$

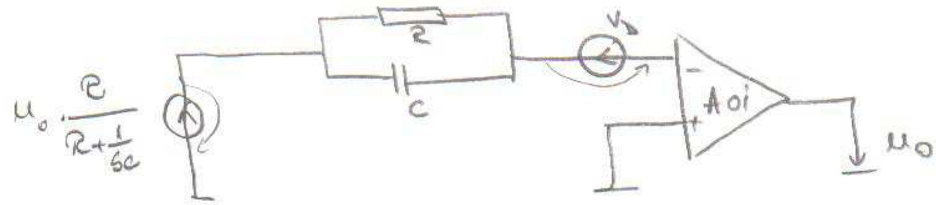
$i_d \downarrow \Rightarrow R \downarrow$, $u_i \gg R \cdot i_d$, $t \downarrow$ (t - timpul de integrare)

(*) Influența tensiunii de decalaj



Considerăm $u_i = 0$

După echivalarea Thevenin avem schema:



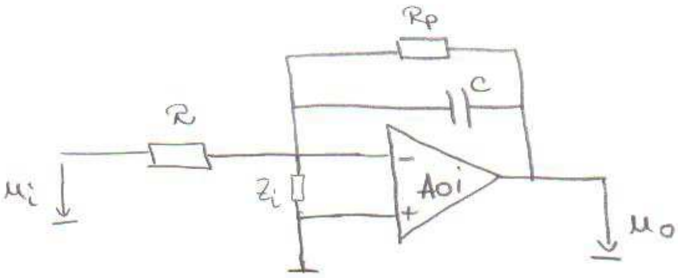
$$u_o \cdot \frac{R}{R+\frac{1}{sC}} = u_D \Rightarrow u_o = u_D\left(\frac{R+\frac{1}{sC}}{R}\right) = u_D\left(1+\frac{1}{RsC}\right) = u_D\left(1+\frac{1}{\tau s}\right.$$

Adunăm efectul cumulativ =>

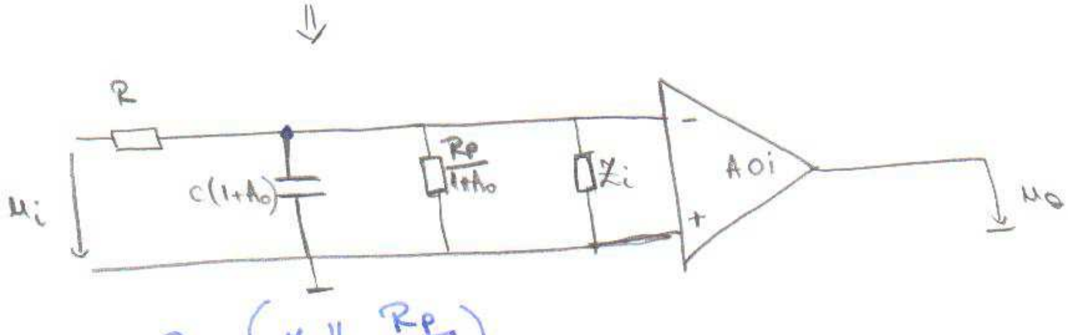
$$\Rightarrow u_o(s) = -\frac{1}{\tau s}\left(u_i(s) - R\, i_D(s) - u_D(s)\right) + u_D(s)$$

Se observă că $u_D(s)$ se ~~deci~~ integrează => t trebuie limitat

(*) Influența A_o, Z_i, R_p - rezistența de pierderi a capacității

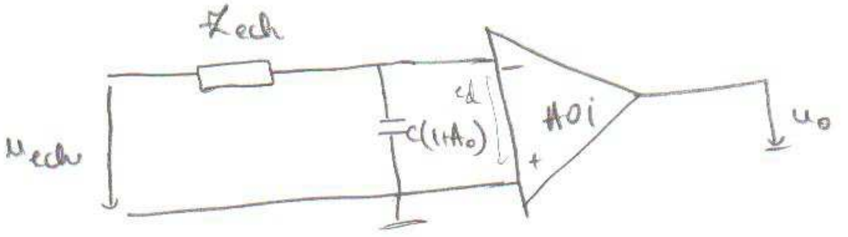


$\Downarrow$



$$Z_{ech} = \frac{R\left(Z_i \,\|\, \frac{R_p}{1+A_o}\right)}{R + Z_i \,\|\, \frac{R_p}{1+A_o}}$$

$$u_{ech} = u_i \cdot \frac{Z_i \,\|\, \frac{R_p}{1+A_o}}{R + Z_i \,\|\, \frac{R_p}{1+A_o}}$$



$$u_0 = -e_d \cdot A_0 = -A_0 \cdot u_{ech} \cdot \frac{\frac{1}{sC(1+A_0)}}{Z_{ech} + \frac{1}{sC(1+A_0)}} =$$

$$= -A_0 \cdot u_{ech} \cdot \frac{1}{1 + Z_{ech} \cdot sC(1+A_0)} =$$

$$= -A_0 \cdot \frac{1}{1 + Z_{ech} \cdot sC(1+A_0)} \cdot u_i \cdot \frac{Z_i \parallel \frac{R_p}{1+A_0}}{R + Z_i \parallel \frac{R_p}{1+A_0}}$$

Notăm $K = \dfrac{Z_i \parallel \frac{R_p}{1+A_0}}{R + Z_i \parallel \frac{R_p}{1+A_0}}$

$\tau' = Z_{ech} \cdot C(1+A_0)$

$\Rightarrow u_0(s) = -A_0 \dfrac{1}{1+\tau' s} \cdot u_i(s) \cdot K$

$\cancel{u_i(t)}$ $u_i(s) = \dfrac{E}{s} \Rightarrow u_0(s) = -A_0 K E \cdot \dfrac{1}{s(1+\tau' s)}$

$$u_0(s) = -A_0 K E \left(\frac{1}{s} - \frac{\tau'}{1+\tau' s} \right)$$

$$u_0(s) = -K A_0 E \left(\frac{1}{s} - \frac{\cancel{\tau'}}{\cancel{\tau'}\left(\frac{1}{\tau'} + s\right)} \right)$$

$$u_0(t) = -K A_0 E \left(1 - e^{-t/\tau'} \right)$$

Dezvoltând în serie Taylor $\Rightarrow u_0(t) = -K A_0 E \left[\cancel{1} \cancel{+} \left(-\frac{t}{\tau'} \right) + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{t}{\tau'} \right)^2 + \dots \right] =$

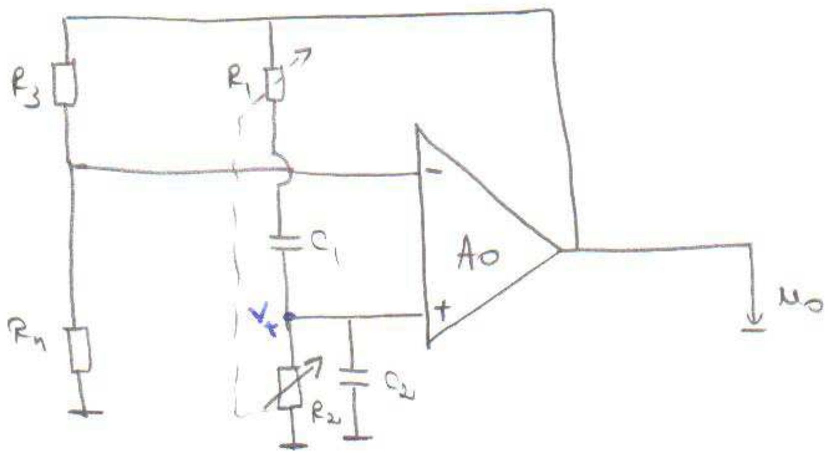
$$= -K A_0 E \left(+\frac{t}{\tau'} - \frac{1}{2} \frac{t^2}{\tau'^2} \right) = -K A_0 E \frac{t}{\tau'} \left(1 - \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \frac{t}{\tau'}}_{\varepsilon} \right) = -K A_0 E \frac{t}{\tau'} (1 - \varepsilon)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \cdot \frac{t}{Z_{ech} \cdot C(1+A_0)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{t}{C(1+A_0)} \cdot \left(\frac{1}{R} + \frac{1+A_0}{R_p} + \frac{1}{Z_i} \right)$$

$\varepsilon \to 0 \Rightarrow A_0 \to \infty$, t - mic, $Z_i \to \infty$, $R_p \uparrow$

OSCILATOARE

- în punte Wien -



$$\left.\begin{aligned} u_o &= \overbrace{\left(1+\frac{R_3}{R_4}\right)}^{A}\cdot V_+ \\ V_+ &= \underbrace{\frac{R_2 \parallel \frac{1}{sC_2}}{R_2 \parallel \frac{1}{sC_2}+\frac{1}{sC_1}+R_1}}_{\beta}\cdot u_o \end{aligned}\right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(1+\frac{R_3}{R_4}\right)\cdot\frac{R_2 \parallel \frac{1}{sC_2}}{R_1+\frac{1}{sC_1}+R_2 \parallel \frac{1}{sC_2}} = 1$$

$$\frac{R_3+R_4}{R_4}\cdot\frac{\frac{R_2}{sC_2}\cdot\frac{1}{R_2+\frac{1}{sC_2}}}{R_1+\frac{1}{sC_1}+\frac{R_2}{sC_2}\cdot\frac{1}{R_2+\frac{1}{sC_2}}} = 1$$

$$\frac{R_3+R_4}{R_4}\cdot\frac{R_2}{\cancel{sC_2}}\cdot\frac{\cancel{sC_2}}{1+R_2sC_2}\cdot\frac{1}{R_1+\frac{1}{sC_1}+\frac{R_2}{\cancel{sC_2}}\cdot\frac{\cancel{sC_2}}{1+R_2sC_2}} = 1$$

$$\frac{R_3+R_4}{R_4}\cdot\frac{R_2}{\cancel{1+R_2sC_2}}\cdot\frac{\cancel{sC_1+R_2s^2C_1C_2}\ sC_1}{R_1sC_1+R_1R_2s^2C_1C_2+1+R_2sC_2+R_2sC_1} = 1$$

$$(R_3+R_4)R_2sC_1 = R_4\left(1+R_2C_2s+R_2sC_1+R_1sC_1+R_1R_2C_1C_2s^2\right)$$

$s = j\omega \Rightarrow$

$$(R_3+R_4)R_2 j\omega C_1 = R_4\left(1 + R_2C_2 j\omega + R_2C_1 j\omega + R_1C_1 j\omega - R_1R_2C_1C_2\omega^2\right)$$

$$R_4 - R_1R_2R_4C_1C_2\omega^2 = 0 \Rightarrow R_1R_2C_1C_2\omega^2 = 1 \Rightarrow \boxed{\omega^2 = \frac{1}{R_1C_1R_2C_2}}$$

$$R_2R_3C_1\cancel{\omega} + \cancel{R_2R_4C_1\omega} = R_2R_4C_2\cancel{\omega} + \cancel{R_2R_4C_1\omega} + R_1R_4C_1\cancel{\omega}$$

$$R_2R_3C_1 - R_2R_4C_2 - R_1R_4C_1 = 0$$

$$R_2R_3C_1 = R_2R_4C_2 + R_1R_4C_1 \quad \Big| : R_4$$

$$R_2C_1\frac{R_3}{R_4} = R_2C_2 + R_1C_1 \quad \Big| : R_2C_1$$

$$\boxed{\frac{R_3}{R_4} = \frac{C_2}{C_1} + \frac{R_1}{R_2}}$$

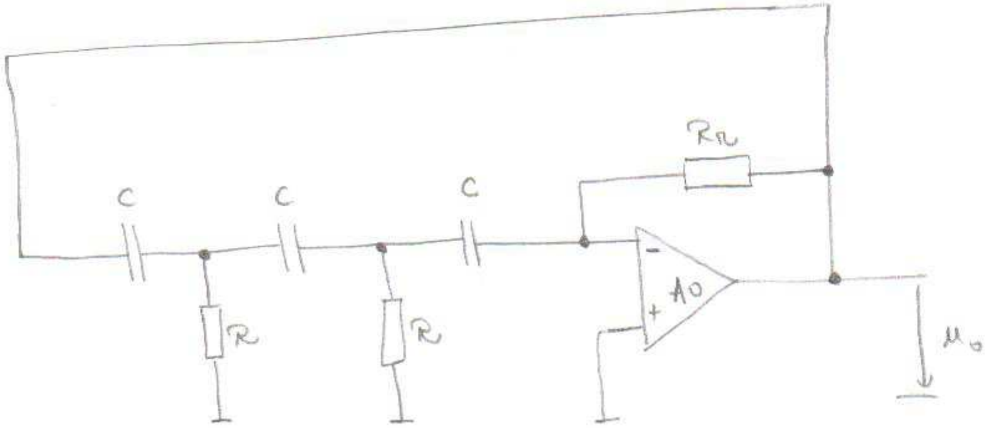
Dacă $\begin{vmatrix} R_1 = R_2 = R \\ C_1 = C_2 = C \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \omega = \dfrac{1}{RC} \\ R_3 = 2R_4 \end{cases}$

Condiția de amorsare a oscilației este $\beta A > 1$

În practică $R_3 \approx 2R_4 \Rightarrow A = 1 + \frac{R_3}{R_4} = 3$.

OSCILATOARE cu REȚEA de DEFAZARE

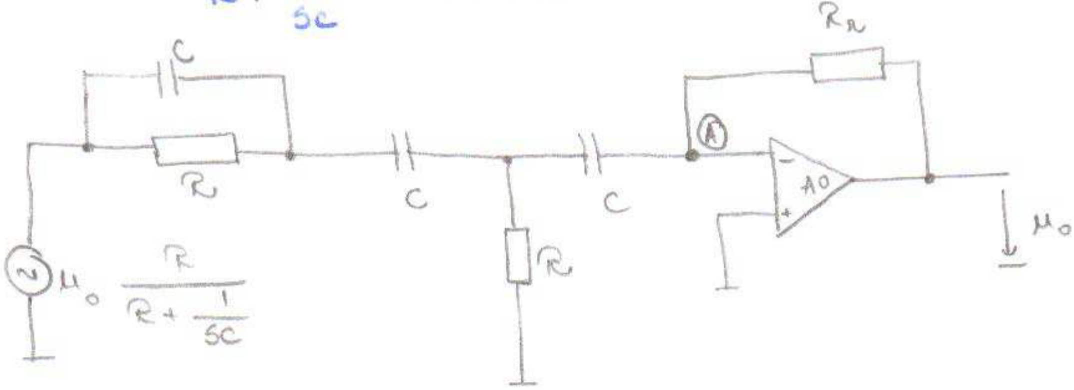
(Oscilator cu rețea tip FTS)



Circuitul se calculează prin echivalări Thevenin succesive. După prima echivalare se obține circuitul:

$$E_{e1} = u_o \frac{R}{R + \frac{1}{sC}} = u_o \frac{RsC}{1+RsC}$$

$$R_{e1} = \frac{R\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{R}{1+RsC}$$



$$E_{e2} = E_{e1} \frac{R}{R + \frac{1}{sC} + R_{e1}}$$

$$R_{e2} = \frac{R\left(R_{e1} + \frac{1}{sC}\right)}{R + \frac{1}{sC} + R_{e1}}$$

Aplicând teorema lui Millman în nodul A, rezultă:

$$U_- = 0 = \frac{\frac{u_o}{R_R} + \frac{E_{e2}}{R_{e2} + \frac{1}{sC}}}{\frac{1}{R_R} + \frac{1}{R_{e2} + \frac{1}{sC}}}$$

Efectuând calculele obținem:

$$\frac{U_0(s)}{R_R} + \frac{s^3C^3R^2}{(1+sCR)^2 + RsC + sCR(1+2sCR)} U_0(s) = 0$$

Deoarece $U_0(s) \neq 0$, este necesar să fie îndeplinită condiția:

$$\frac{1}{R_R} + \frac{s^3C^3R^2}{1+4sCR+3s^2C^2R^2} = 0$$

sau:

$$s^3C^3R_RR^2 + 3s^2C^2R^2 + 4sCR + 1 = 0$$

Formula reprezintă relația lui Barkhausen pentru oscilatorul prezentat. Pentru un regim sinusoidal permanent, $s = j\omega_0$, rezultă expresia frecvenței de oscilații și condiția de întreținere a oscilațiilor:

$$1 - 3\omega_0^2C^2R^2 = 0 \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{3C^2R^2}$$

$$\omega_0^3C^3R_RR^2 - 4\omega_0CR = 0$$

$$R_R = \frac{4\omega_0CR}{\omega_0^3C^3R^2} = \frac{4}{C^2R}3C^2R^2 = 12R$$

Pentru amorsarea oscilațiilor este necesar ca:

$R_R > 12R$.