Dinámica de Fluidos Geofísicos Trabajo N°1

Fecha de entrega: martes 29 de agosto 2023

1.- Este problema está basado en el ejercicio 2.9 del libro Cushman-Roisin & Becker (2011). Analice la trayectoria de una partícula de masa M que es liberada desde un estado de reposo sobre un plano rígido inclinado que rota. La velocidad de rotación es Ω y el ángulo que forma el plano con la horizontal es α . La fricción y la fuerza centrífuga son despreciables.

Grafique las componentes de la velocidad (u,v) en función del tiempo y la trayectoria de la partícula para los siguientes valores: $\alpha = 15^{\circ}$ y $\Omega = 0.5$ [s^{-1}]

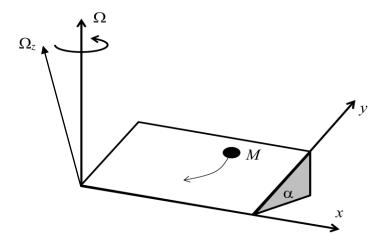


Figura 1.- Una partícula de masa M sobre un plano sin fricción que rota con velocidad angula Ω .

Ayuda: Debe resolver el siguiente sistema de ecuaciones

$$\frac{du}{dt} - fv = 0$$

$$\frac{dv}{dt} + fu = -g\sin\alpha$$

En las ecuaciones anteriores, $f=2\Omega_z$. Para resolver el sistema puede derivar la primera ecuación con respecto al tiempo y luego reemplazar $\frac{dv}{dt}$ usando la segunda ecuación, así obtendrá una ecuación diferencial de segundo orden con coeficientes constantes para u(t). Una vez que se obtiene u se usa la ecuación (1) para obtener v.

Una vez que tiene las expresiones analíticas de u y v en función del tiempo, puede obtener las trayectorias x(t), y(t) integrando las componentes de la velocidad. Considere que en t = 0, x = y = 0.

Use el siguiente código para graficar las velocidades y compare las trayectorias obtenidas analíticamente y aquellas integradas numéricamente (usando la función "cumtrapz" de Matlab):

```
% Ejercicio 01 Dinámica de Fluidos Geofísicos
% Parámetros
q = 9.82; % gravedad
alfa = 15; % inclinación del plano en grados
alfa = alfa*pi/180; % alfa en radianes
% Frecuencia angular (de rotación) del plano inclinado
omega = 0.5; % [s-1]
f = 2*omega*cos(alfa); % 2 * componente vertical de omega
ge = g*sin(alfa);
                                                     % 2 * componente de g en la dir del plano
$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
% Calcula y grafica las velocidades y trayectorias
$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ$\circ
t = (0:0.1:10)';
u = ... expresión para la componente x de la velocidad
v = ... expresión para la componente x de la velocidad
% Trayectorias: posición x, y en función del tiempo
x = \dots expresión para la componente x de la velocidad
y = ... expresión para la componente x de la velocidad
% Trayectorias calculadas integrando numéricamente las velocidades
xn = cumtrapz(t,u); % cumtrapz es la función para integrar numeric.
yn = cumtrapz(t, v);
% Grafica velocidades
figure
plot(t,[u, v],'.-')
% Grafica trayectoria
figure
plot(x,y,'b.-')
hold on; plot(xn,yn,'b.-')
```