



Certamen 1

Ondas en sismología

Valentina Iturra Rosales
Profesor Arturo Belmonte-Pool
Ayudante Diego Zanetti
Fecha de entrega: 4 de mayo de 2024
Concepción, Chile

1. Item 1

Para los 2 eventos descritos y las formas de onda que se muestran (páginas siguientes), desarrolle lo siguiente (eje X muestra tiempo de viaje):

a) Ubique en un mapa el epicentro y las estaciones correspondientes.

Al identificar tanto el epicentro como las estaciones sísmicas que registraron el evento, podemos precisar su ubicación geográfica. Esta visualización también nos permite estimar las distancias entre cada estación y el lugar del evento telúrico.

Estación	Distancia [km]
HKPS	731.665
QIZ	1242.907
ENH	1361.08
INCN	1590.244
BJT	1868.882

Figura 1.1: Distancia de cada estación ubicada en el mapa.

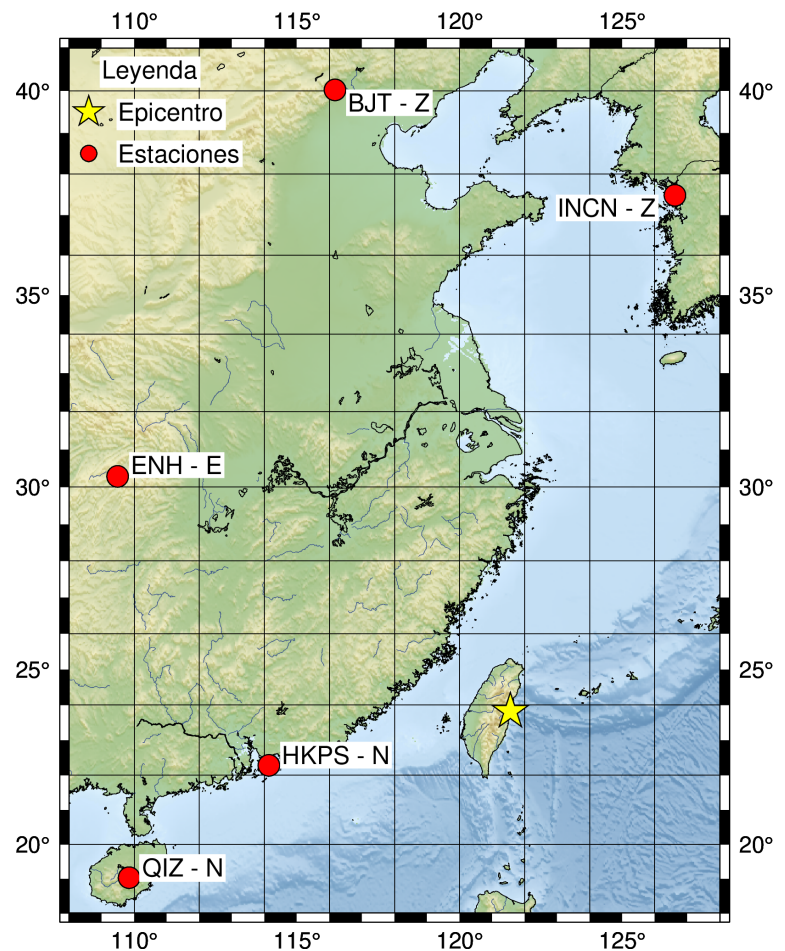


Figura 1.2: Mapa geográfico del evento 02/04/2024 en Taiwán y estaciones utilizadas para análisis.

Estación	Distancia [km]
A13C	53.789
AC04	85.891
AC05	113.897
C160	108.654
C170	111.915
C005	113.552
C260	149.597

Figura 1.3: Distancia de cada estación ubicada en el mapa.

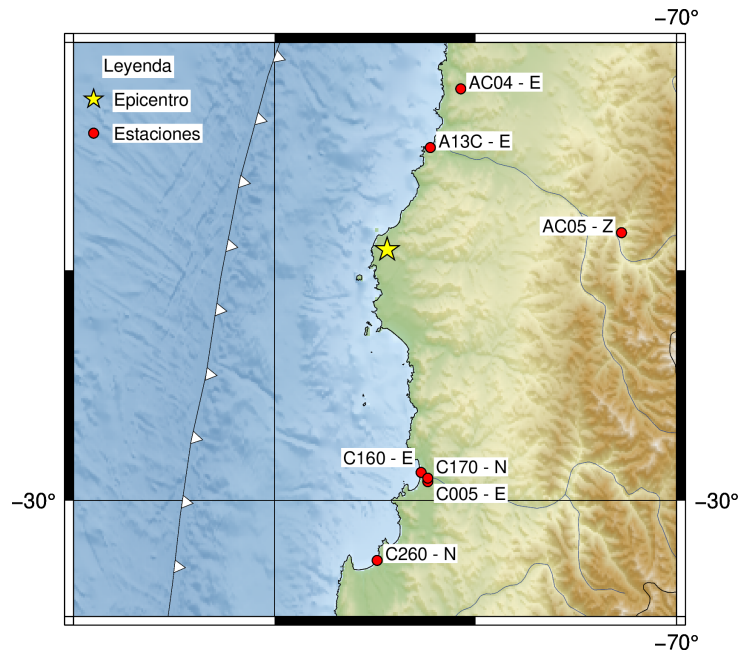
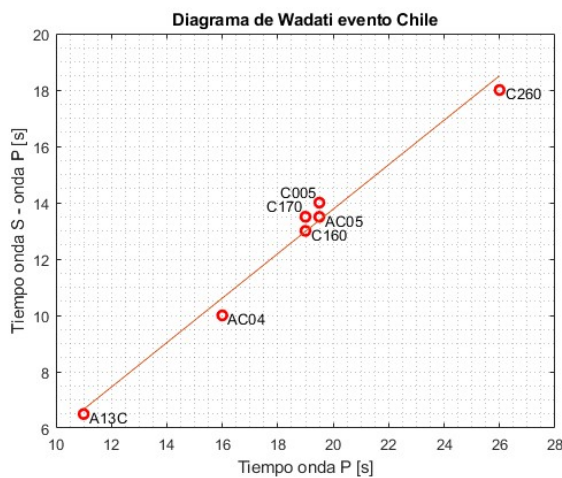


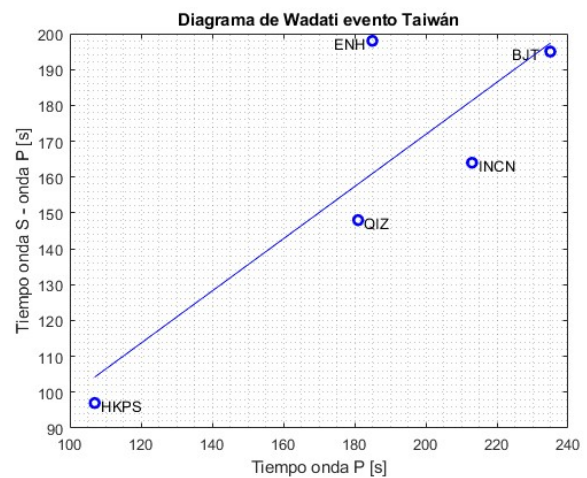
Figura 1.4: Mapa geográfico del evento del 14/02/2024 en Chile y estaciones utilizadas para análisis.

b) Dibuje el diagrama de Wadati.

El diagrama de Wadati es una herramienta utilizada para representar la relación entre la distancia epicentral, medida a partir del tiempo de llegada de las ondas P en el eje horizontal del diagrama, y la diferencia de tiempo entre las llegadas de las ondas P y S en el eje vertical.



(a) Evento Chileno.



(b) Evento Taiwanés.

Figura 1.5: Diagrama de Wadati de ambos eventos.

c) Determine un valor para la razón V_p/V_s a partir del diagrama de Wadati.

Observamos que la recta lineal en el diagrama de Wadati se describe mediante la ecuación (1.1).

$$t_s - t_p = t_p \left(\frac{V_p}{V_s} - 1 \right) \quad (1.1)$$

A partir de esta ecuación, podemos inferir que la pendiente de esta recta está determinada por:

$$m = \frac{V_p}{V_s} - 1$$

Los resultados correspondientes a estos valores se presentan en la segunda fila de la Tabla (1.1), permitiendo así determinar la razón V_p/V_s a partir de:

$$\frac{V_p}{V_s} = m + 1$$

El valor resultante de esta razón para cada evento se muestra en la tercera fila de la Tabla (1.1).

	Chile	Taiwán
m	0.79	0.73
V_p/V_s	1.79	1.73

Tabla 1.1: Valores de la pendiente de la recta en el diagrama de Wadati y la razón entre la velocidad de la onda P y la onda S para los eventos sísmicos ocurridos en Chile y Taiwán.

d) A partir de la distancias hipocentrales, determine valores para V_p y V_s .

A partir de las latitudes y longitudes de cada estación y del epicentro, se puede calcular inicialmente la distancia restando estos valores y multiplicándolos por la cantidad de metros que hay en un grado de longitud y de latitud, como se indica en las ecuaciones (1.2) y (1.3).

$$x = |Lon_{epicentro} - Lon_{estación}| \cdot 110836 [m] \quad (1.2)$$

$$y = |Lat_{epicentro} - Lat_{estación}| \cdot 97429 [m] \quad (1.3)$$

Los valores de metros utilizados en (1.2) y (1.3) se obtuvieron promediando los valores para cada latitud abarcada por el estudio del evento. En el caso de Chile, un grado de longitud equivale a 110836 metros y un grado de latitud equivale a 97429 metros, como se detalla en este informe, promediando los valores para latitudes entre 28°S y 30°S. Por otro lado, para Taiwán se utilizaron los valores de 110857 metros y 95889 metros, respectivamente, para latitudes entre 29°N y 40°N.

Luego, para calcular la distancia definitiva, se utiliza la ecuación (1.4).

$$Distancia = \sqrt{x^2 + y^2} [m] \quad (1.4)$$

Los valores resultantes se presentan en la segunda columna de las tablas (1.2) y (1.3). Posteriormente, se determinan los valores de V_s y V_p utilizando las ecuaciones descritas en (1.5), donde el tiempo t_p y t_s se midió manualmente en los sismogramas de cada estación y se representan en la tercera y cuarta columna de las tablas (1.2) y (1.3), respectivamente.

$$V_p = \frac{Distancia}{t_p} \quad V_s = \frac{Distancia}{t_s} \quad (1.5)$$

Los resultados se encuentran en las columnas quinta y sexta de las tablas (1.2) y (1.3).

Estación	Distancia [Km]	t_p [s]	t_s [s]	V_p [m/s]	V_s [m/s]
A13C	53.789	11	17.5	4890	3074
AC04	85.891	16	26	5368	3304
AC05	113.897	19.5	33	5841	3451
C160	108.654	19	32	5719	3395
C170	111.915	19	32.5	5890	3444
C005	113.552	19.5	33.5	5823	3390
C260	149.597	26	44	5754	3400

Tabla 1.2: Distancias y tiempos utilizados para calcular las velocidades de las ondas P y S para el evento en Chile.

Estación	Distancia [Km]	t_p [s]	t_s [s]	V_p [m/s]	V_s [m/s]
HKPS	731.665	107	204	6838	3587
QIZ	1242.907	181	329	6867	3778
ENH	1361.08	185	383	7357	3554
INCN	1590.244	213	377	7466	4218
BJT	1868.882	235	430	7953	4346

Tabla 1.3: Distancias y tiempos utilizados para calcular las velocidades de las ondas P y S para el evento en Taiwán.

e) Compare sus resultados para ambos eventos.

Podemos observar que el tiempo de llegada de la onda P en ambos eventos es coherente con las distancias de cada estación sísmica. Esto se evidencia en que las estaciones ubicadas en Taiwán están a distancias del orden de 1000 kilómetros, mientras que las estaciones en Chile se encuentran a distancias del orden de 100 kilómetros. Esta disparidad en las distancias explica por qué la onda P llega significativamente más rápido en el evento de Chile.

En relación con la velocidad de las ondas, podemos observar que están determinadas por las ecuaciones (2.2) y (2.3), donde es evidente que la densidad del medio influye inversamente en la velocidad: a mayor densidad (ρ), menor velocidad y viceversa. Al comparar las velocidades en ambas estaciones, notamos que en Taiwán siempre son mayores. Esto sugiere que la densidad del medio es significativamente menor que en el evento de Chile. Sin embargo, otro factor que influye en la velocidad de las ondas P y S es la rigidez del medio, representada por μ . Al considerar estas

variables, es importante tener en cuenta que las distancias a las que se encuentran las estaciones en Taiwán son considerablemente más lejanas al epicentro que en Chile, lo que resulta en viajes de onda distintos. En el caso de Taiwán, es posible que la onda se propague a través del manto, que es más rígido y denso que la corteza, supuesta ruta de propagación en el evento chileno. Estas diferencias son notables, especialmente al comparar la onda S en ambos eventos. Por ejemplo, al comparar la estación C260 en Chile y HKPS en Taiwán, a pesar de la mayor distancia en esta última, la velocidad con la que la onda S viaja hacia cada estación es notablemente cercana, lo que demuestra una mayor rapidez en el caso de Taiwán.

2. Item 2

Determine una expresión para el coeficiente de Poisson en función de V_p/V_s .

Para derivar esta expresión, es importante recordar que el coeficiente de Poisson se define mediante la ecuación (2.1), la cual relaciona los coeficientes de Lamé. Estos últimos pueden ser despejados a partir de las ecuaciones que determinan las velocidades de propagación V_p y V_s , que se presentan en las ecuaciones (2.2) y (2.3), respectivamente.

$$\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \quad (2.1)$$

$$V_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad (2.2)$$

$$V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (2.3)$$

De esta manera, los coeficientes de Lamé pueden despejarse de estas ecuaciones, resultando en las expresiones para λ y μ dadas por (2.4).

$$\lambda = (V_p)^2 \rho - 2\mu \quad \mu = (V_s)^2 \rho \quad (2.4)$$

Por lo tanto, ahora estos valores se sustituyen en (2.1), lo que resulta en:

$$\nu = \frac{(V_p)^2 \rho - 2((V_s)^2 \rho)}{2((V_p)^2 \rho - 2((V_s)^2 \rho) + (V_s)^2 \rho)} = \frac{(V_p)^2 - 2(V_s)^2}{2((V_p)^2 - (V_s)^2)} \quad (2.5)$$

Un último paso implica multiplicar tanto el numerador como el denominador por $1/(V_s)^2$, lo que resulta en:

$$\nu = \frac{(V_p)^2 - 2(V_s)^2}{2((V_p)^2 - (V_s)^2)} \cdot \frac{1/(V_s)^2}{1/(V_s)^2} \quad (2.6)$$

Y simplificando, se obtiene finalmente la expresión de la ecuación (2.7).

$$\nu = \left(\frac{V_p}{V_s}\right)^2 - 2 \div 2 \left(\left(\frac{V_p}{V_s}\right)^2 - 1\right) \quad (2.7)$$

3. Item 3

Determine un valor para el coeficiente de Poisson en función de los valores V_p/V_s calculados para cada evento expuesto en pregunta 1.

A partir de los datos en la Tabla (1.1) y utilizando la ecuación (2.7), podemos determinar un valor para el coeficiente de Poisson (ν) para cada evento:

Evento Chile

Dado $\frac{V_p}{V_s} = 1.79$, sustituyendo en la ecuación, obtenemos:

$$\nu = (1.79)^2 - 2 \div 2 \left((1.79)^2 - 1 \right) = 0.273 \quad (3.1)$$

Evento Taiwán

Dado $\frac{V_p}{V_s} = 1.73$, sustituyendo en la ecuación, obtenemos:

$$\nu = (1.73)^2 - 2 \div 2 \left((1.73)^2 - 1 \right) = 0.249 \quad (3.2)$$

4. Item 4

Estime un valor de magnitud para el terremoto de Taiwán utilizando la estación más cercana y aplicando la relación empírica deducida por Gutenberg y Richter.

Para determinar la magnitud del evento en Taiwán, podemos utilizar la ecuación (4.1), despejando la variable M :

$$\log(E) = 1.5M + 4.8 \quad (4.1)$$

Inicialmente, debemos calcular la energía, que puede ser despejada mediante la ecuación (4.2).

$$E_0 = \frac{E}{\lambda} = 2\pi r^2 A^2 \omega^2 \rho \quad (4.2)$$

En esta ecuación, A y ω son desconocidos, los cuales pueden ser despejados utilizando la ecuación de la onda dada por (4.3).

$$y = A \cos(\omega t - kx) \quad (4.3)$$

Derivándola con respecto al tiempo, podemos determinar estos términos:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= -A\omega \sin(\omega t - kx) \\ A\omega &= -\frac{v}{\sin(\omega t - kx)} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Luego, reemplazando (4.4) en la ecuación (4.2) y tomando r como la distancia a la estación más cercana al evento, v como la velocidad en el punto de amplitud más alto del sismograma, por lo que el valor máximo de $\sin(\omega t - kx)$ se aproxima a 1 y ρ como la densidad terrestre, se obtiene el

resultado en (4.5).

$$\begin{aligned} E_0 &= 2\pi(731665 [m])^2(1.1 \cdot 10^{-3} [m/s])^2(3000 [kg/m^3]) \\ &= 1.22 \cdot 10^{10} \left[\frac{J}{m} \right] \end{aligned} \quad (4.5)$$

Sin embargo, este valor está dividido por una unidad de distancia correspondiente a la longitud de onda, que se puede determinar por (4.6), con V_s a velocidad de la onda S en la estación más cercana, que se puede encontrar en la última columna de la Tabla (1.3) y T el periodo entre dos nodos en el sismograma.

$$\begin{aligned} \lambda &= V_s \cdot T \\ &= 3587 [m/s] \cdot 10 [s] \\ &= 35870 [m] \end{aligned} \quad (4.6)$$

Por lo tanto, reemplazando en la ecuación (4.7) el valor determinado en (4.6), se obtiene la energía, la cual puede ser sustituida en la ecuación (4.1)

$$\begin{aligned} E &= E_0 \cdot \lambda \\ &= 1.22 \cdot 10^{10} \left[\frac{J}{m} \right] \cdot 3587 [m] \\ &= 4.38 \cdot 10^{14} [J] \end{aligned} \quad (4.7)$$

Despejando M en la ecuación (4.1) y sustituyendo el valor determinado en (4.7), se obtiene:

$$\begin{aligned} M &= \frac{\log(4.38 \cdot 10^{14}) - 4.8}{1.5} \\ M &\approx 6.6 \end{aligned} \quad (4.8)$$