Tipado vs. Inferencia

Variables

$$\frac{}{\Gamma, x : \tau \vdash x : \tau}\,(\mathrm{Ax})$$

$$\mathbb{W}(x) \quad \stackrel{\text{def}}{=} \quad \{x : X\} \vdash x : X, \quad X \text{ variable fresca.}$$

Tipado vs. Inferencia
Abstracciones

$$\frac{\Gamma \cup \{x : \sigma\} \vdash M : \tau}{\Gamma \vdash \lambda x : \sigma . M : \sigma \to \tau} \, (\to_i)$$

- Sea $\mathbb{W}(U) = \Gamma \vdash M : \rho$
- Si el contexto tiene información de tipos para x (i.e. $x : \alpha \in \Gamma$ para algún α), entonces
$$\mathbb{W}(\lambda x . U) \stackrel{\text{def}}{=} \Gamma \setminus \{x : \alpha\} \vdash \lambda x : \alpha . M : \alpha \to \rho$$
- Si el contexto no tiene información de tipos para x (i.e. $x \notin \mathrm{Dom}(\Gamma)$) elegimos una variable fresca X y entonces
$$\mathbb{W}(\lambda x . U) \stackrel{\text{def}}{=} \Gamma \vdash \lambda x : X . M : X \to \rho$$

Tipado vs. Inferencia

Abstracciones

$$\frac{\Gamma \cup \{x : \sigma\} \vdash M : \tau}{\Gamma \vdash \lambda x : \sigma . M : \sigma \to \tau} \; (\to_i)$$

Otra forma de escribirlo:

Sea $\mathbb{W}(U) = \Gamma \vdash M : \rho$

$\beta = \begin{cases} \alpha \text{ si } x : \alpha \in \Gamma \\ \text{variable fresca en otro caso.} \end{cases}$

$\Gamma' = \Gamma \ominus \{x\}$

$$\mathbb{W}(\lambda x . U) \stackrel{\text{def}}{=} \Gamma' \vdash \lambda x : \beta . M : \beta \to \rho$$

Tipado vs. Inferencia

Aplicación

$$\frac{\Gamma \vdash M : \sigma \to \tau \quad \Gamma \vdash N : \sigma}{\Gamma \vdash M\, N : \tau} \, (\to_e)$$

- Sean
  - $\mathbb{W}(U) = \Gamma_1 \vdash M : \tau$
  - $\mathbb{W}(V) = \Gamma_2 \vdash N : \rho$
- Sea

$$S = MGU(\{\sigma_1 \doteq \sigma_2 \mid x : \sigma_1 \in \Gamma_1 \wedge x : \sigma_2 \in \Gamma_2\} \cup \{\tau \doteq \rho \to X\})$$

con X una variable fresca.

- Entonces

$$\mathbb{W}(U\, V) \stackrel{\text{def}}{=} S\Gamma_1 \cup S\Gamma_2 \vdash S(M\, N) : SX$$