FACULTAD DE CS. EXACTAS, INGENIERÍA Y AGRIMENSURA
ESCUELA DE FORMACIÓN BÁSICA - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
MATEMÁTICA APLICADA (ECA - ETA) - 2NDO. SEMESTRE 2020
ACTIVIDAD MÉTODOS NUMÉRICOS 23/02/21

# Unidad Métodos Numéricos - BELLINI Valentin

** Resuelva cada uno de los siguientes problemas numéricos en un script por separado usando algún software de cálculo numérico (Matlab/Octave/Scilab).*
** Responda las preguntas o explique las consignas mediante un comentario (%) en el mismo script. Si necesita hacer cálculos matemáticos manualmente puede hacerlos en una hoja en papel.*
** Suba al campus todos los scripts y funciones usadas, así como también los cálculos escaneados.*

1. Considere la función:
$$f(x) = \frac{1-\cos x}{x}, \qquad x \neq 0.$$
   (a) Explique por qué evaluando numéricamente $f(x)$ cerca de $x \approx 0$ puede ser inexacto.
   (b) Reescriba $f(x)$ de modo de evitar el error generado en $a$).
   (c) Plotee la función $f(x)$ usando las dos expresiones algebraicas en la misma gráfica con distintos colores para los intervalos: $[-1\times10^{-3}, 1\times10^{-3}]$, $[-1\times10^{-5}, 1\times10^{-5}]$ y $[-1\times10^{-7}, 1\times10^{-7}]$. Utilice un tamaño del paso de $h = \frac{b-a}{100}$ para la discretización.

---

2. Dado el vector $\mathbf{v} = [v_1, \ldots, v_n]^T$, se define la *matriz de Vandermonde* $\mathbf{V_n}$ de dimensión $n$:
$$\mathbf{V_n} = \begin{bmatrix} 1 & v_1 & v_1^2 & v_1^3 & \ldots & v_1^{n-1} \\ 1 & v_2 & v_2^2 & v_2^3 & \ldots & v_2^{n-1} \\ 1 & v_3 & v_3^2 & v_3^3 & \ldots & v_3^{n-1} \\ 1 & v_4 & v_4^2 & v_4^3 & \ldots & v_4^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & v_n & v_n^2 & v_n^3 & \ldots & v_n^{n-1} \end{bmatrix}.$$
   (a) Genere $\mathbf{V_n}$ para el caso $n = 10$ y $\mathbf{v} = [54,\ 33,\ 745,\ 99,\ 100,\ 88,\ 40,\ 2,\ 336,\ 7]^T$.
   (b) Construya un vector lado derecho $\mathbf{b}$ de forma que la solución del SEL $\mathbf{V_{10}x} = \mathbf{b}$ sea el vector `x=ones(10,1)`, y resuelva mediante algún método directo.
   (c) Explique a qué se debe el error cometido en la aproximación.

---

3. Sea la función
$$g(x) = x - \frac{1}{3}x^3 - sen(x)$$
   para $x \in [-2\pi, 2\pi]$.
   (a) Aproxime la raíz de $g(x)$ en ese intervalo usando Newton-Raphson tomando como punto inicial $x_0 = 0.5$ y tolerancia $tol = 1\times10^{-6}$. Analice la velocidad de convergencia del método a dicha raíz.
   (b) En caso de no ser cuadrática, ¿puede recuperar el orden de convergencia cuadrático? Modifique la implementación de `NewtonRaphson.m` de forma de recuperarla y vuelva a aproximar dicha raíz.
   (c) ¿Puede garantizar la convergencia local de N-R para cualquier aproximación inicial? Justifique.