Trabajo Práctico 2 - Teoría de circuitos II
Análisis de Sistemas Lineales Realimentados

Dr. Hernán Haimovich, Dr. Gustavo Migoni, Ing. Mario Bortolotto

24 de septiembre de 2013

Trabajo previo: Los puntos 1.1, 1.2, 2.1a y 2.1b del desarrollo indicado abajo deben ser calculados y realizados previamente a la sesión de trabajo práctico correspondiente.

1. Motor de Corriente continua a lazo abierto

La siguiente FT modela un motor de corriente continua (MCC) de imán permanente de baja potencia, cuya entrada es la tensión aplicada en los bornes de armadura y su salida es la velocidad angular del eje:

$$G_p(s) = \frac{400}{s^2 + 20s + 200} = \frac{b}{s^2 + a_1 s + a_0} \qquad (1)$$

$a_0 = w_n^2 \longrightarrow w_n = \sqrt{a_0} = \sqrt{200}$

$a_1 = \underbrace{2\xi w_n}_{10} \longrightarrow \xi = 0.707$

$t_{r1\%} =$

Esta FT se obtuvo luego de formular diversas hipótesis simplificatorias, de modo que se trata de un modelo aproximado. Además, son aproximados también los parámetros de esta FT.

1.1- Calcule analíticamente las siguientes características de la respuesta al escalón:

a. Ganancia estática $G(0) = \frac{400}{200} = 2$

b. Tiempo de respuesta al 1 %.

c. Período de oscilación y sobrevalor (si los hubiera).

$\cdot SV = \frac{h_{max} - h_F}{h_F} = e^{-\sigma \frac{T_o}{2}} = e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$

$\cdot T_{r5\%} = \frac{3}{\xi w_n}$

$e^{-\sigma T} = 0.01$

$T = \frac{\ln(0.01)}{\sigma} = 0,46s$

1.2- Se sabe que el parámetro a_0 puede tener un error de hasta 10 %. Calcule el máximo error que puede tener la verdadera ganancia estática del MCC suponiendo que sólo puede tener error el parámetro a_0.

1.3- Grafique la respuesta al escalón utilizando Matlab y verifique que se cumpla lo calculado en el punto 1.1.

Comandos útiles: `tf`, `step`, `dcgain`, `pole`, `zero`, `ltiview`.

2. Estrategia básica de control del MCC

2.1- Una forma de controlar el MCC y lograr ganancia estática unitaria sería implementando un esquema como el mostrado en la Figura 2, donde k_p es la ganancia estática de $G_p(s)$.

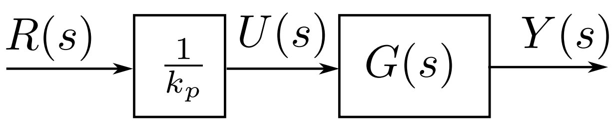
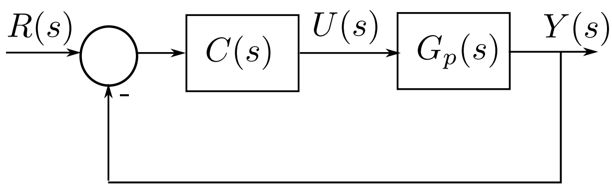


Figura 1: Control a lazo abierto para lograr ganancia unitaria en el MCC

Sin embargo, debido al error paramétrico y otros motivos, esta estrategia no es muy buena (¿Por qué?). Se pretende por lo tanto controlar al MCC mediante un lazo cerrado como el que se muestra en la Figura 2.

$200 + K400 > 0$
$K400 > -200$
$K > -1/2 \longrightarrow$ ESTABLE



$G_{LC}(s) = \frac{KG_p}{1 + KG_p} = \frac{K\frac{N(s)}{D(s)}}{1 + K\frac{N(s)}{D(s)}}$

$G_{LC}(s) = \frac{KN(s)}{D(s) + KN(s)}$

$G_{LC}(s) = \frac{K400}{s^2 + 20s + \underbrace{200 + K400}}$

Figura 2: Realimentación unitaria de la velocidad del MCC

$G_{LC}(0) = \frac{K400}{200 + K400} = \boxed{\frac{2}{\frac{1}{K} + 200}}$

a. Con control proporcional, $C(s) = K$, calcular la ganancia estática del sistema a lazo cerrado

$$G_{LC}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}$$

para todo valor de K.

$0.95 < \frac{K400}{200 + K400} < 1.05$

$190 + K380 < K400$ | $K400 < 210 + 420K$
$190 < 20K$ | $-20K < 210$
$\boxed{K > 9.5}$ ✓ | $\boxed{K > -10.5}$

b. Suponiendo $a_0 = 200$, calcular $K > 0$ para que la ganancia estática de lazo cerrado esté comprendida entre 0.95 y 1.05 ($1 \pm 5\,\%$).

c. Graficar la respuesta al escalón de $G_{LC}(s)$. Verificar que se cumpla lo calculado y observar las características de la respuesta.

d. Graficar el lugar de las raíces (LR). Evaluar, en función de las características observadas en la respuesta al escalón de $G_{LC}(s)$, donde se ubican los polos de $G_{LC}(s)$ para el valor de K calculado.

e. Graficar los diagramas de Bode y Nyquist de $G_p(s)$. Evaluar márgenes de fase y ganancia.

f. Graficar los diagramas de Bode y Nyquist de $G_{LA}(s) = KG_p(s)$ para el valor de K calculado. Evaluar márgenes de fase y ganancia del lazo de Figura 2.

Comandos útiles: `feedback`, `rlocus`, `rlocfind`, `bode`, `nyquist`, `margin`, `ltiview`.

3. Control de velocidad del MCC adicionando un filtro en el lazo de realimentación

En realidad, para poder medir la velocidad en el eje del motor, se debe colocar un sensor. Este sensor será el encargado de producir una señal eléctrica que represente a la velocidad del eje en todo instante de tiempo. Asimismo, es usual que se requiera filtrar la salida del sensor para evitar la presencia de 'ruido' en la señal eléctrica.

El sistema realimentado se muestra entonces en la Figura 3, donde $G_s(s)$ es la función trans-

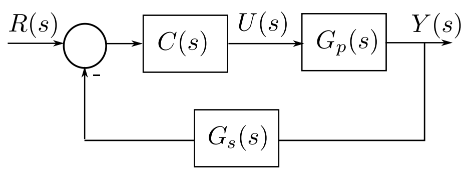


Figura 3: Control a lazo cerrado del MCC con filtro en la realimentacón

ferencia que modela al sensor junto con el filtro. Consideraremos que esta FT es:

$$G_s(s) = \frac{100}{s + 100}$$

Notar que este sensor tiene una respuesta cuya constante de tiempo es de 10ms.

3.1 Para $C(s) = K$ con el valor de K calculado anteriormente, obtenga la nueva $G_{LC}(s)$, grafique su respuesta al escalón y calcule sus polos. Explique los resultados obtenidos.

3.2 Grafique el LR para el sistema de la Figura 3 con $C(s) = K > 0$.

3.3 Encuentre los puntos de cruce y el valor correspondiente de K. Interprete y relacione con el resultado anterior.

3.4 Grafique diagramas de Bode y Nyquist de $G(s) = G_p(s)G_s(s)$. Superpóngalos con los obtenidos en el item 2.1.e y observe en qué regiones se aproximan o se diferencian.

3.5 Evalúe márgenes de fase y ganancia de $G(s)$. Verifique que los márgenes de estabilidad obtenidos sean coherentes con lo que observa en los puntos 3.1 a 3.3.

Comandos útiles: `feedback`, `rlocus`, `rlocfind`, `bode`, `nyquist`, `margin`, `ltiview`.

4. Control proporcional-integral de la velocidad

Para lograr una ganancia estática unitaria independientemente de los parámetros del lazo, se emplea un control proporcional-integral (PI):

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_r s}\right)$$

4.1 Para $T_r = 0.1$, grafique el LR del sistema de la Figura 3, correspondiente a la variación del parámetro $K_p > 0$.

4.2 Seleccione tres valores de K_p para los cuales el sistema a lazo cerrado sea estable, y además:

- la respuesta al escalón en lazo cerrado posea un solo polo dominante;
- la respuesta al escalón en lazo cerrado posea un par de polos complejos conjugados dominantes;
- la respuesta al escalón en lazo cerrado posea tres polos dominantes con similares partes reales.

En cada caso, obtenga la FT de lazo cerrado, grafique la respuesta al escalón y compare con la obtenida en la Sección 2.

4.3 Grafique diagramas de Bode y Nyquist de la FT de lazo abierto $G_{LA}(s) = C(s)G_p(s)G_s(s)$ con $K_p = 1$. Evalúe márgenes de fase y ganancia. Verifique que los tres valores de K_p calculados sean consistentes con lo que observa.

4.4 Grafique diagramas de Bode y Nyquist de la FT de lazo abierto $G_{LA}(s) = C(s)G_p(s)G_s(s)$ con el último valor de K_p seleccionado. Evalúe márgenes de fase y ganancia del lazo de Figura 3 para este caso.

4.5 ¿Observa alguna característica de la respuesta que haya empeorado con respecto a la de la planta sin control? ¿Se le ocurre alguna forma de mejorarla?