Revisar ejercicios

Ejercicio 4

Determinar si las siguientes sentencias son verdaderas o falsas, justificando la respuesta utilizando notación Big-Oh.

a. 3^n es de $O(2^n)$
b. n+ $\log_2$ (n) es de O(n)
c. $n^{1/2} + 10^{20}$ es de $O(n^{1/2})$
d. $\begin{cases} 3n+17, n<100 \\ 317, n \geq 100 \end{cases}$ tiene orden lineal
e. Mostrar que $p(n)=3n^5 + 8n^4 + 2n +1$ es $O(n^5)$
f. Si p(n) es un polinomio de grado k, entonces p(n) es $O(n^k)$.

4a. 3^n es de $O(2^n)$

¿3^n es $o(2^n)$?

$3^n <= c * 2^n$ para todo los reales (el dominio de 2^n)

$3^n <= 3* 2^n$ para todo $n_0 <= n$ y c = 3

$3^n/2^n <= 3$

$(3/2)^n <= 3$

$3/2)^n <= 3$

$n <= \log_{3/2} (3)$

n <= 2,71

$3^2 <= 3* 2^2$

Falso: $T(n) <= c * 2^n$ para todo $n_0 <= n$, solo cuando $n_0 <= 2,71$ y c= 3

T(n) =

$3^n <= c * 2^n$ para todo $n>=n_0$

c=1 y $n_0=1$

3 <= 2 —> absurdo

Falso. Porque al ser una función exponencial, a mayor base crece más rápido, por lo tanto, el orden al tener una base más baja, nunca va a poder acotarla.

4b. ¿n+ $\log_2$(n) es de O(n)?

$n <= c_1 * n$ para todo $n>= n_0$

$n <= 1* n$, $c_1= 1$ y $n_0 <= n$

$\log_2(n) <= c_2 * n$ para todo $n_0 > 0$

$\log_2(n) <= 1 * n$, $c_2=1$ y $n_0 <= n$

$n + \log_2(n) <= (c_1+ c_2) * n$ para todo $n_0 > 0$

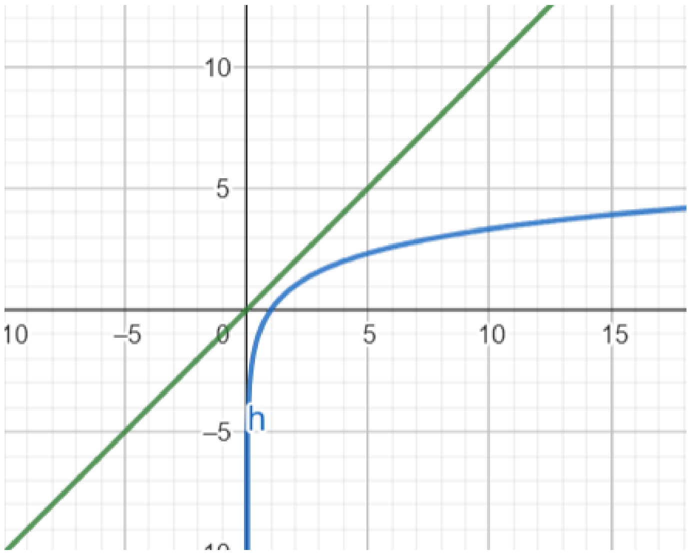
$n + \log_2(n) <= c * n$

Regla de la suma: 1. T1 (n)+T2 (n)=max(O(f(n)),O(g(n)))

Verdadero. Porque n es una función lineal y crece más rápido que una función logarítmica.

n

$\log_2(n)$



$n + \log_2(n)$ es de $O(n)$

$n <= c_0 * n$ para todo $n >= n_0$

$n/n <= c_0$

$c_0 = 1$

$n_0 = 1$

`

$\log_2(n) <= c_1 * n_1 \quad n_1 > 0$

$\log_2(n)/n <= c_1$

$n_1 = 1$

$c_1 = 1$

$n + \log_2(n) <= c_0 * n + c_1 * n$ para todo $n >= n_0$

$T(n) <= (c_0 + c_1) * n + \log_2(n)$ para todo $n >= n_0$

$c = c_0 + c_1 = 2$

$n_0 = 1$

Por lo tanto T(n) es de O(n)

4c. $n^{1/2} + 10^{20}$ es de $O(n^{1/2})$

$n^{1/2} <= c_0 * n^{1/2}$ para todo $n_0 >= n$
$n^{1/2}/n^{1/2} <= c_0$
$1 <= c_0$

$n_0 = 0$
$c_0 = 1$

$10^{20} <= c_1 * n^{1/2}$
10^{20} es de orden constante, por lo tanto:
Regla de la suma: $T_1(n)+ T_2(n)=max(O(f(n)),O(g(n)))$
Verdadero, $T(n) = n^{1/2} + 10^{20}$ es de $O(n^{1/2})$

4d. Para n < 100 tiene O(n), pero para los n >= 100 tiene O(1)
Verdadero, ya que el orden mayor es O(n).

4e. Mostrar que $p(n)=3n^5 + 8n^4 + 2n +1$ es $O(n^5)$
Verdadero. Por la regla → • T(n) es un polinomio de grado k $T(n) = O(n^k)$
De forma analitica:

1) $3n^5 <= c_1 * n^5$
   $c_1=3$ y $n_0=0$

2) $8n^4 <= c_2 * n^5$
   $c_2=8$ y $n_0=0$

3) $2n <= c_3 * n^5$
   $c_3=2$ y $n_0=0$

4) $1 <= c_4 * n^5$
   $c_4=1$ y $n_0=1$

$3n^5 + 8n^4 + 2n +1 <= c_1 * n^5 + c_2 * n^5 + c_3 * n^5 + c_4 * n^5$ para todo $n>=n_0$
$T(n) = (c_1 + c_2 + c_3 + c_4) * n^5$ para todo $n>= n_0$
$T(n) = c * n^5$ para todo $n>= n_0$
$c = (c_1 + c_2 + c_3 + c_4) = 3 + 8 + 2 + 1 = 14$
$T(n) = 14 * n^5$
$n_0 = 1$ (tomamos el mayor de todos los n_0)
Por lo tanto, T(n) es de $O(n^5)$.

4f. Si p(n) es un polinomio de grado k, entonces p(n) es $O(n^k)$.
Verdadero. Por la regla.
• T(n) es un polinomio de grado k $T(n) = O(n^k)$