

Modèles de turbulence pour la simulation des écoulements

1. Introduction et rappels

Paola CINNELLA

paola.cinnella@sorbonne-universite.fr

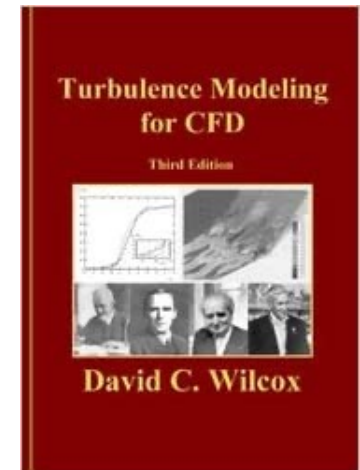
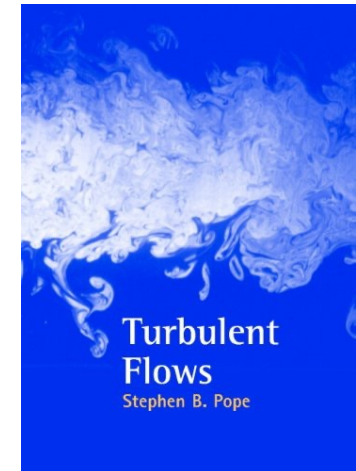
Planning du cours

1. Rappels sur les écoulements turbulents et les équations de Navier-Stokes moyennées (RANS) .
2. Modèles de turbulence algébriques
3. Modèles à équations de transport
4. **TP1: Canal plan et couche limite turbulente (10/1/2022)**
5. Modèles non Boussinesq.
6. Modélisation d'écoulements instationnaires
7. **TP2: Simulation d'écoulements décollés (24/1/2022)**
8. Modélisation de la turbulence dans les écoulements compressibles
9. Apprentissage automatique de modèles et quantification des incertitudes
10. **Examen: 21/2/2021**

Note = 0,4*MOY(Rendus TP+Commentaire d'article) + 0,6*(Examen)

Supports de cours

- Planches
- Pour aller plus loin :
 - Stephen B. POPE (2000), TURBULENT FLOWS, Cornell University
 - David C. WILCOX (2006), TURBULENCE MODELING FOR CFD, DCW Industries
 - Cours Méthodes Numériques Avancées: focus sur les approches LES, DNS
- Contact : mail paola.cinnella@sorbonne-universite.fr



Rappels sur les écoulements turbulents

Comment définir la turbulence?

Pas de définition rigoureuse. Description phénoménologique (Pope, 2000).

1. Irrégularité et imprévisibilité:

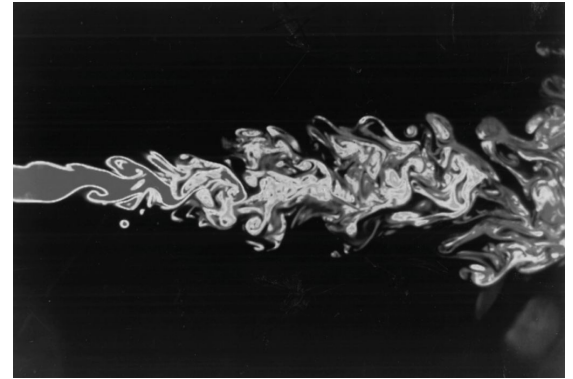
- Etat de mouvement irrégulier en temps et en espace
- Des petites perturbations sur les conditions initiales et aux limites sont amplifiées jusqu'à rendre une description déterministe de l'écoulement impossible
- Comportement (en apparence) aléatoire → mouvement chaotique

2. Diffusivité accrue

- Intensification des échanges de masse, quantité de mouvement et énergie

3. Fluctuations 3D de la vorticité $\omega = \nabla \times \mathbf{v}$

- Un écoulement turbulent est toujours **rotationnel**
- Tourbillons cohérents (*eddies*), mais localisés de façon "aléatoire"
- L'énergie est transférée des grandes aux petites échelles de l'écoulements par effet des interactions entre structures tourbillonnaires (mécanisme de cascade)



Two-dimensional image of an axisymmetric water jet, obtained by the laser-induced fluorescence technique.
(From R. R. Prasad and K. R. Sreenivasan, Phys. Fluids A, 2:792–807, 1990)



Smoke flow visualization of dynamic stall on an airfoil pitching in a wind tunnel
(From S. Schreck and M. Robinson, FEDSM2007-37651, pp. 1129-1140)

Equations de Navier-Stokes

- Même en régime turbulent, l'écoulement reste régi par les équations de Navier-Stokes
- Pour un écoulement incompressible à propriété constantes, elles s'écrivent :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \text{ (continuité)} \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{v} \text{ (q. mvt)} \end{cases}$$

Notation vectorielle

$$\begin{cases} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \\ \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i \partial x_i} \end{cases}$$

Notation en composantes cartésiennes

+ conditions initiales et aux limites

- Paradoxe : équations déterministes—Solutions aléatoires??

Ecoulements régis par les équations de NS

- Perturbations expérimentales

- Impuretés
- Petites fluctuations de la pression, vitesse, température, etc.
- Petites variations de la géométrie

- Perturbations numériques

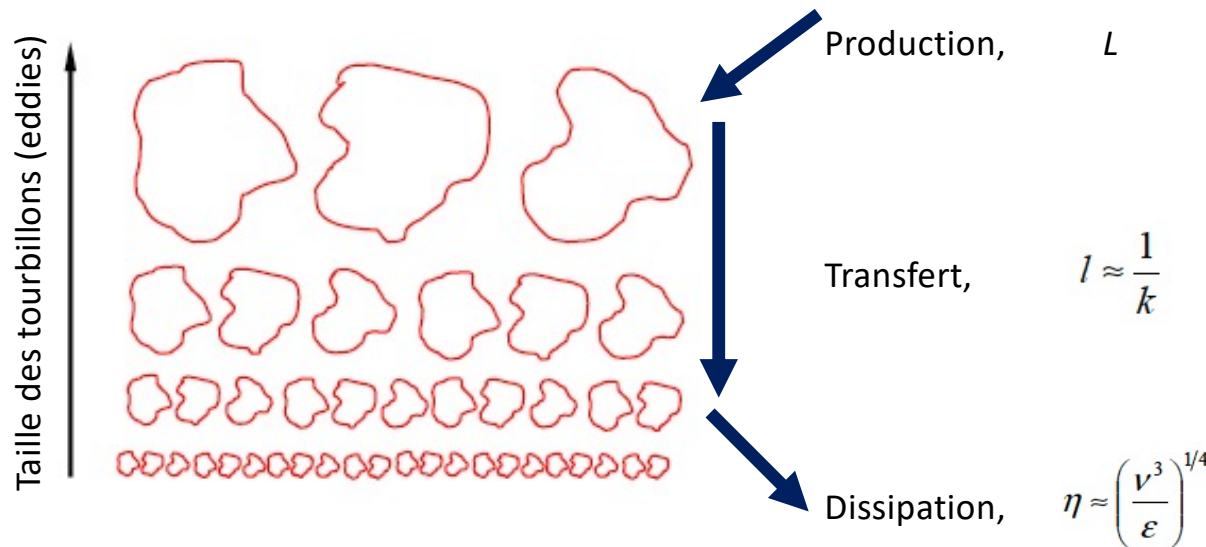
- Erreurs d'arrondi et de troncature, erreurs sur les conditions initiales et aux limites

→ Cependant : la turbulence n'est pas un phénomène complètement stochastique

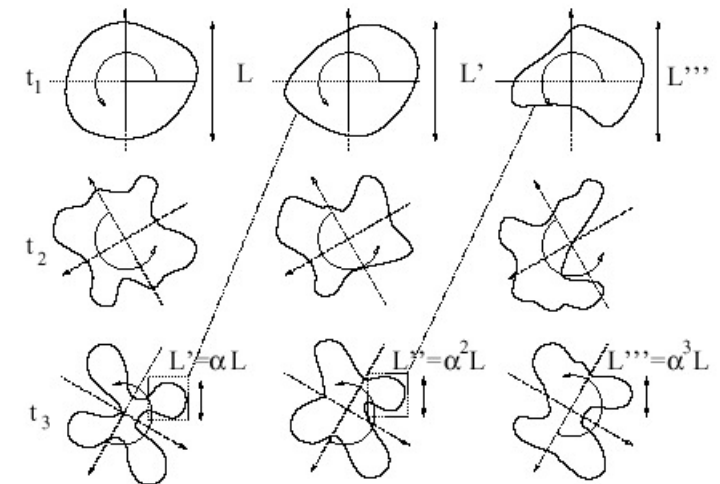
- Les approches statistiques peuvent s'avérer inadéquates

Cascade de l'énergie (Kolmogorov, 1941)

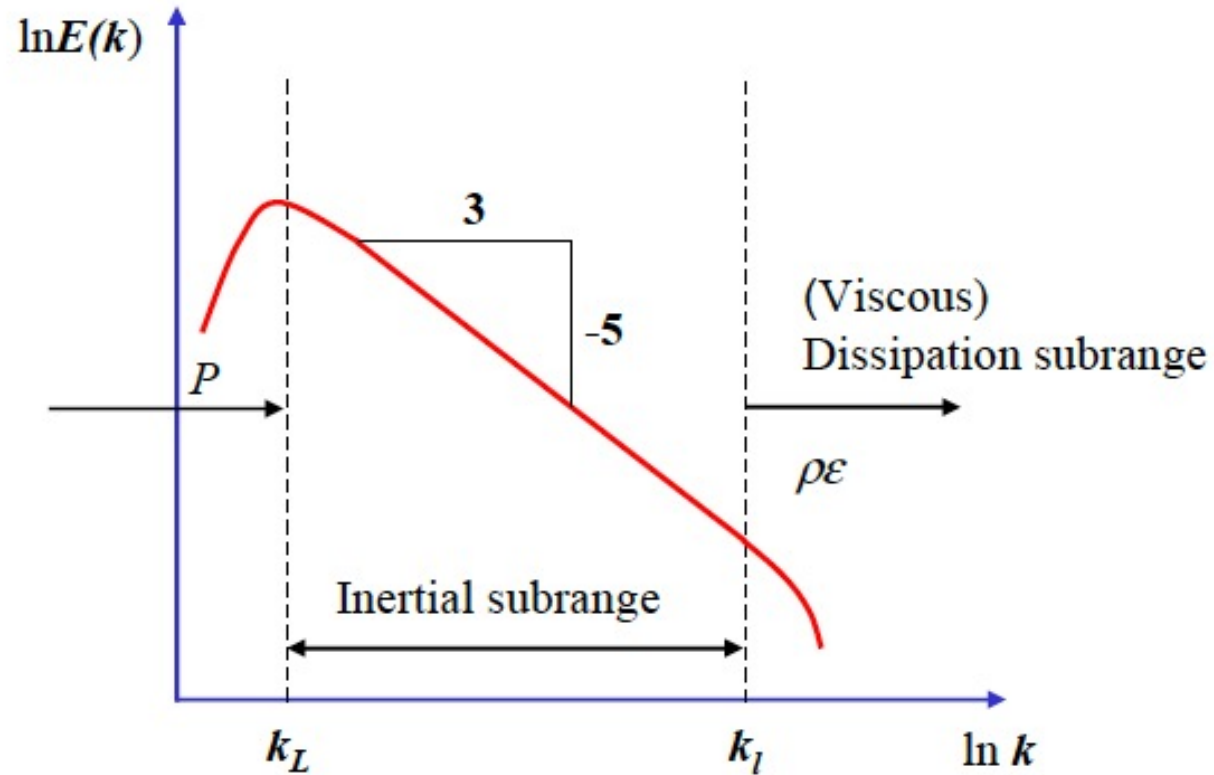
- Energie injectée par l'écoulement moyen dans les “grandes échelles”
- Energie transférée des grandes aux “petites échelles” (fluctuations)
- Energie dissipée à l'échelle “moléculaire”



Instabilités successives des tourbillons



Cascade de l'énergie (Kolmogorov, 1941)



Echelles spatiales de la turbulence

- Grandes échelles : échelle macroscopique ou échelle intégrale $L \rightarrow$ même ordre de grandeur que la taille caractéristique de l'écoulement
- Zone inertielle : l'énergie cinétique turbulente k est transférée des grandes aux petites échelles
 - Temps caractéristique du transfert (analyse dimensionnelle) : $T = \frac{L}{k^{1/2}}$
 - Taux de transfert : $\frac{k}{T} = \frac{k^{3/2}}{L}$
- Zone dissipative : l'énergie cinétique est dissipée en chaleur
 - Taux de dissipation ε lié à la taille des petites échelles et à la viscosité ν du fluide :
$$\varepsilon = \nu^3 / \eta^4 \quad (\varepsilon = \text{échelle de Kolmogorov})$$
 - En conditions d'équilibre, elle doit égaler l'énergie transférée des grandes échelles :

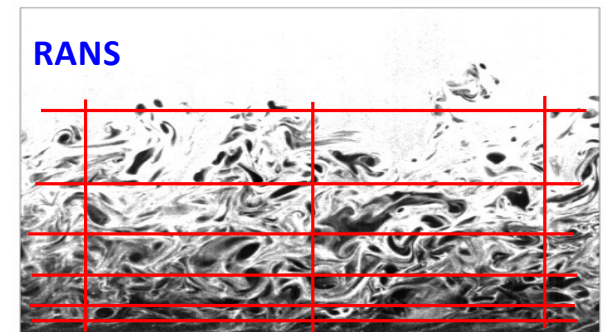
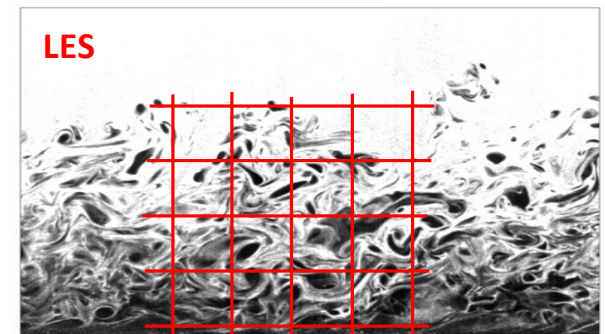
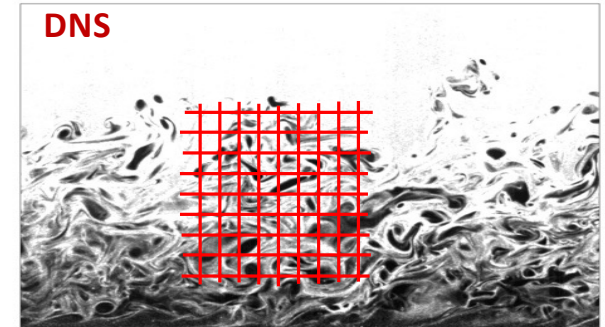
$$\frac{k^{3/2}}{L} = \frac{\nu^3}{\eta^4} \Rightarrow \frac{L}{\eta} = \left(\frac{L k^{1/2}}{\nu} \right)^{3/4} = Re_L^{3/4} \approx Re^{3/4}$$

Simulation numérique des écoulements turbulents

- Simulation numérique directe (**Direct Numerical Simulation, DNS**):
 - les équations de NS sont résolues pour toutes les échelles
 - Applications limités à des écoulements bas Re
- Simulation aux grandes échelles (**Large Eddy Simulation, LES**):
 - on résout les grandes échelles et on modélise les petites, qui ne sont pas capturées par le maillage
 - Ecoulements à Re moyennement élevé
- Simulation de champ moyen (**Reynolds-Averaged Navier-Stokes, RANS**)
 - On résout des équations pour le champ moyen et on modélise les fluctuations turbulentes
 - La plus utilisée jusqu'à présent, notamment pour les applications en ingénierie
 - Approche statistique

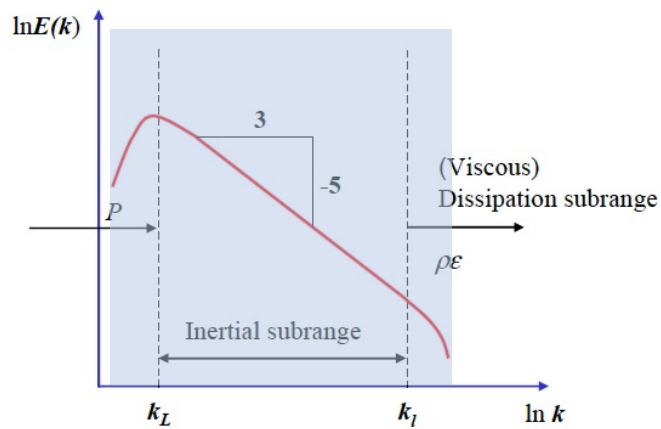
Simulation numérique des écoulements turbulents

- **DNS** impossible pour des écoulements à grand Reynolds
 - Nombre de mailles nécessaires pour résoudre les plus petites échelles
 $\approx \left(\frac{L}{\eta}\right)^3 = Re^{9/4}$
 - Coût de calcul $\approx Re^{11/4}$ (nombre de mailles x nombre d'itérations en temps)
- **LES** de plus en plus appliquée, y compris à des écoulements complexes
 - Résolution nécessaire pour un écoulement cisaillé libre : $\approx Re^{0,4}$; coût $\approx Re^{0,5}$
 - Résolution nécessaire pour un écoulement avec parois (Wall-Resolved LES, WRLES) : $\approx Re^{1,8}$; coût $\approx Re^{2,4}$
 - résolution **quasi-DNS**
 - Le coût de calcul peut être réduit en modélisant l'écoulement de proche paroi (Wall-Modeled LES, WMLES) mais établir des modèles de paroi précis et généraux n'est pas une tâche simple
- **RANS** approche statistique, ne résout que le champ moyen, complétées par un **modèle de turbulence**
 - Réduction drastique du coût de calcul
 - Modèles moins universels et entachés d'incertitudes

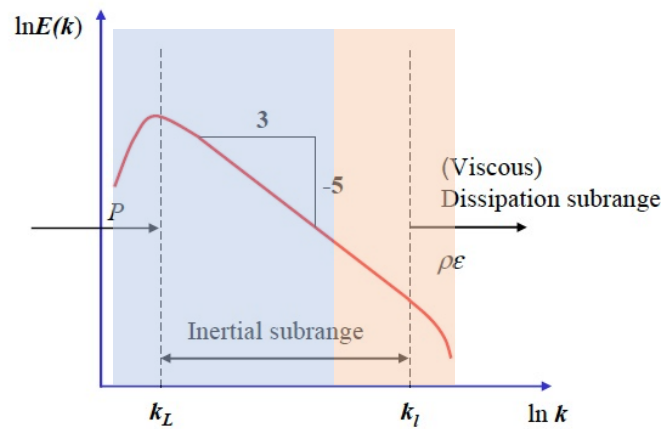


Simulation numérique des écoulements turbulents

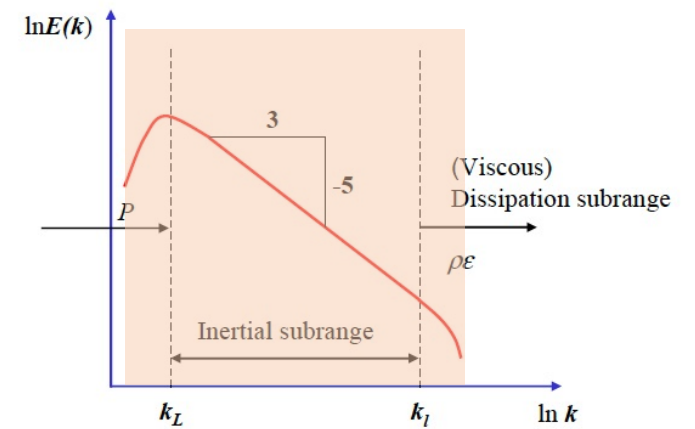
DNS: tout est résolu



LES : une partie est résolue, l'autre modélisée



Tout est modélisé



Résolu

Modélisé

Simulation numérique des écoulements turbulents

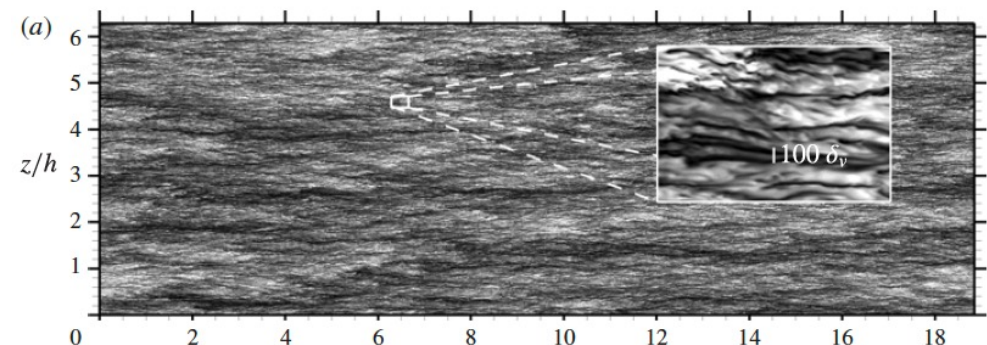
■ Simulation numérique directe (DNS)

- Le calcul doit résoudre **toutes les échelles spatiales et temporelles** de l'écoulement. Les simulations les plus avancées atteignent une résolution spatiale de quelques dizaines de milliards de points

$$N^3 \geq \text{Re}^{\frac{9}{4}}$$

Re_H	Re_τ	N^3	<i>Timesteps</i>
12.300	360	6.7×10^6	32.000
30.800	800	4.0×10^7	47.000
61.600	1.450	1.5×10^8	63.000
230.000	4.650	2.1×10^9	114.000

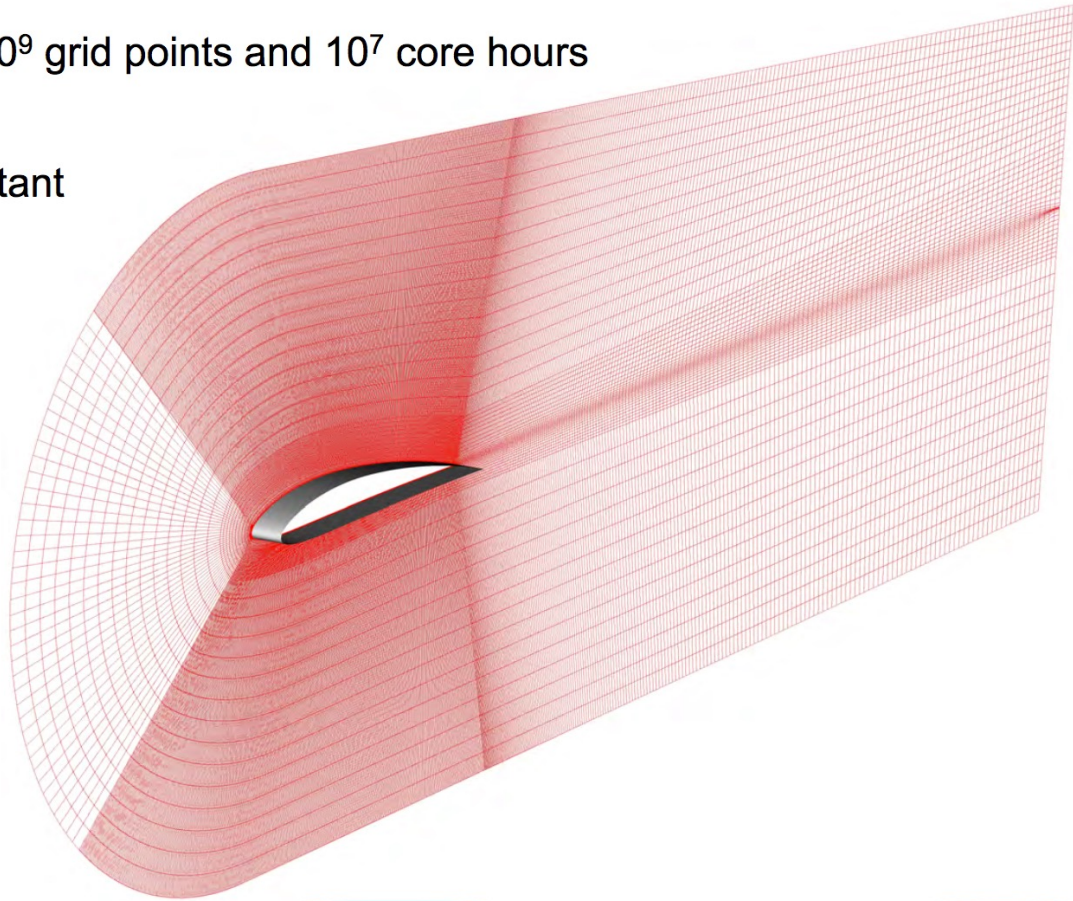
Exemples de résolution pour des écoulements de canal plan de hauteur H



Champ de vitesse instantané pour un écoulement de canal plan à $Re_\tau = 4096$ (environ 35×10^9 mailles)
(From M. Bernardini, S. Pirozzoli, P. Orlandi, J Fluid Mech, 2014, vol. 742, 171-191)

Exemples de DNS “extrêmes”

- $Re_c = 500.000$ requires 5×10^9 grid points and 10^7 core hours
- 1 month on 10^4 cores
- Quality of mesh very important
 - aspect ratio influences pressure iterations

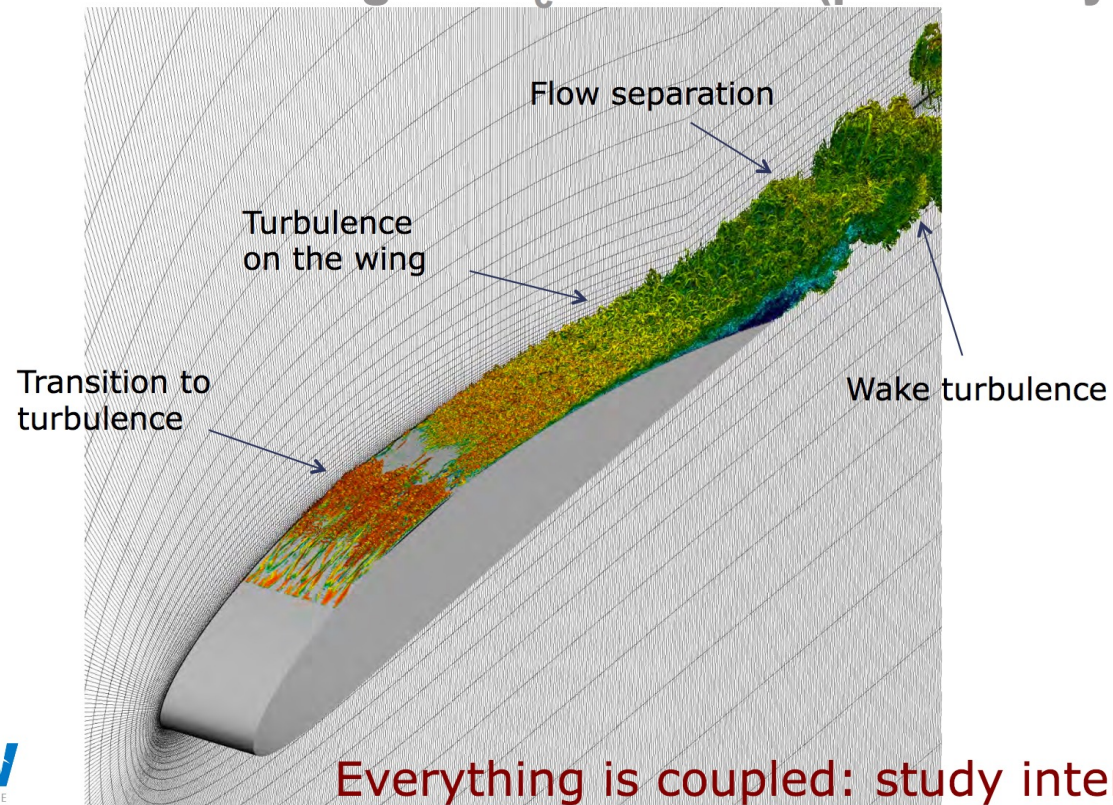


FLOW
LINNÉ FLOW CENTRE

Exemples de DNS “extrêmes”



Direct numerical simulation of flow over a full NACA4412 wing at $Re_c = 500.000$ (preliminary cal.)



FLOW
LINNÉ FLOW CENTRE

Exemples de DNS “extrêmes”



Numerical wind tunnel: simulations of typical university wind tunnel experiments



Laminar Flow Control Experiment:

$$Re = 1 \cdot 15 / 1.5 \cdot 10^{-5} = 1 \times 10^6$$

Turbulent boundary layer:

$$Re = 5 \cdot 30 / 1.5 \cdot 10^{-5} = 10 \times 10^6$$

- DNS of wind tunnel experiment with $Re = 1 \times 10^6$

- ~ 20 billion (2×10^{10}) grid points
- ~ 0.1 billion (10^8) core hours
- ~ 10 months on 10^4 cores (0.1 peta)

- Exa-scale possibilities

- ~ 10^{11} grid point scale to 10^8 cores (1 exa)
- ~ Re few million in one day

Simulation numérique des écoulements turbulents

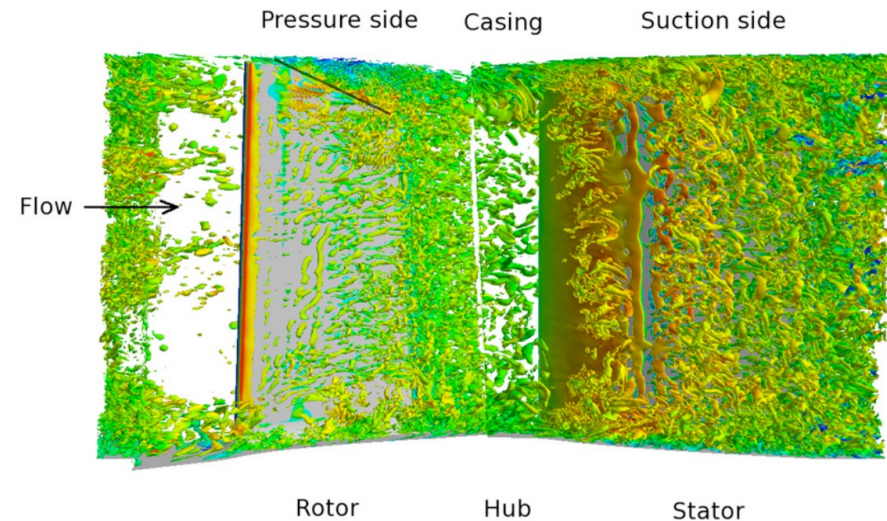
■ Large Eddy Simulation (LES)

- La simulation ne doit résoudre que les plus grandes échelles
- Dans les couches limites toutefois, ces échelles ont une taille très petite (*hairpins*, *stries*)

$$N^3 \geq Re^{1.8}$$

Re_H	Re_τ	N_{DNS}^3	N_{LES}^3
12.300	360	6.7×10^6	6.1×10^5
30.800	800	4.0×10^7	3.0×10^6
61.600	1.450	1.5×10^8	1.0×10^7
230.000	4.650	2.1×10^9	1.0×10^8

Exemples de résolution pour des écoulements de canal plan de hauteur H



Visualisation des structures tourbillonnaires dans un étage de compresseur à $Re=300000$, calcul avec 160×10^6 mailles.
(From W.A. McMullan, G.J. Page, Progress Aerosp Sci, 2012)

Simulation numérique des écoulements turbulents

■ Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS)

- Les équations ne décrivent que le champ moyen, elles ignorent les structures cohérentes

Re_H	Re_τ	N_{DNS}^3	N_{LES}^3	RANS
230.000	4.650	2.1×10^9	1.0×10^8	1.0×10^4

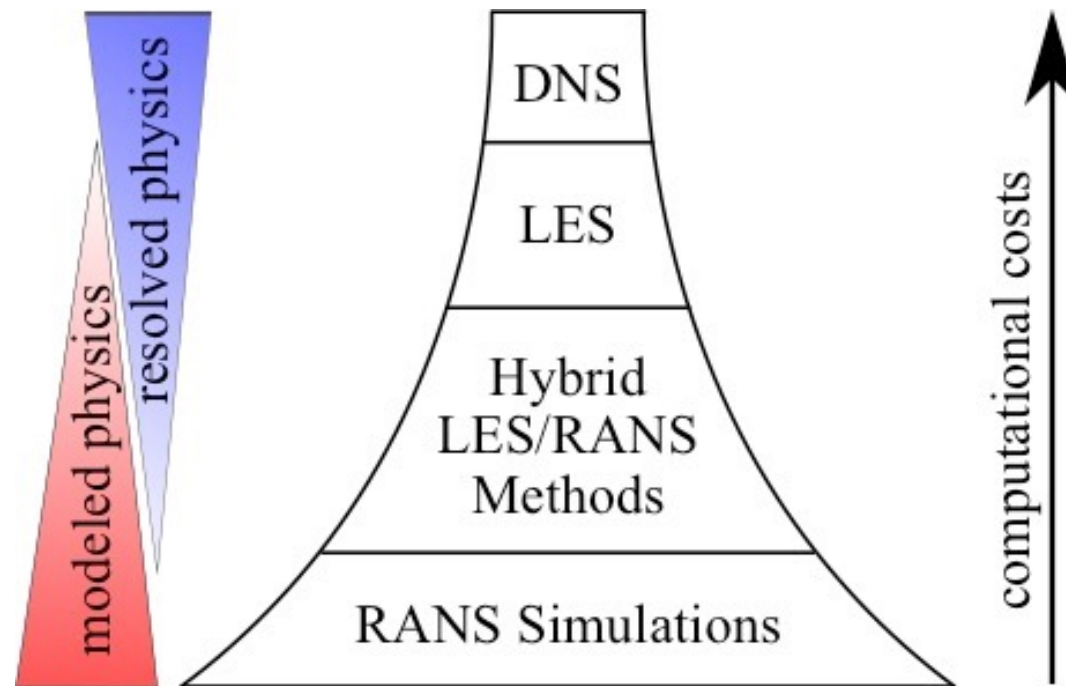
- Robustes et peu coûteuses, mais elles échouent pour des écoulements dans lesquels l'effet des structures cohérentes joue un rôle crucial pour la physique
 - Décrochage, tremblement...

■ Méthodes hybrides LES/ RANS → cherchent à réunir les meilleures propriétés des deux approches

- Plusieurs « nuances » possibles en fonction de la part d'écoulement traitée en LES ou en RANS
 - WMLES
 - Hybride RANS/LES « zonal »
 - Hybride RANS/LES « global »

Récapitulatif

- Hyérarchie des méthodes de simulation des écoulements turbulents



Récapitulatif

- Les équations de Navier-Stokes equations contiennent toute l'information nécessaire pour décrire un écoulement turbulent
- Lorsque certains paramètres (nombre de Reynolds) dépassent un seuil critique, elles donnent lieu à des solutions chaotiques, extrêmement sensibles aux conditions initiales et aux limites
- Plus le Reynolds est élevé, plus l'écoulement présente une large gamme d'échelles spatiales et temporelles, contribuant aux transferts de masse, quantité de mouvement et énergie
- DNS : option “force brute” consistant à résoudre toutes les échelles de l'écoulement
 - Limitée à des nombres de Reynolds faibles ou modérés et à des géométries simples
- LES : on ne résout que les échelles turbulentes les plus énergétiques et on modélise les autres
 - Application à des nombres de Reynolds modérés et à des géométries de complexité moyenne
 - Modélisation proche paroi nécessaire pour des écoulements à grand nombre de Reynolds
- RANS : seule approche viable pour un usage courant dans les applications industrielles
 - Entâchée par des fortes incertitudes
 - Mal adaptée à des écoulements où la dynamique des structures turbulentes joue un rôle important