Sorbonne Université – Faculté des Sciences
4AF16 – Aérodynamique et aéronautique

Année universitaire 2018-2019
Master SPI – Parcours MF2A & CM

Contrôle continu (20 points)
mercredi 8 novembre 2018
2h sans document. Calculatrice autorisée.

REDIGER PARTIE 1 ET PARTIE 2 SUR DEUX COPIES SEPAREES

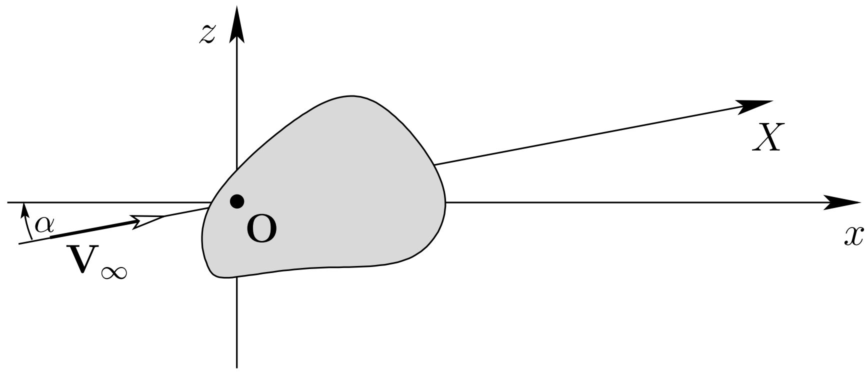
On demande de bien justifier les réponses aux questions (nom des relations, théorèmes, hypothèses d'applicabilité...).

PARTIE 1 : Aérodynamique incompressible (1h, 10 points)

1. **Questions de base**

Réponses : voir le cours.

On considère un corps tri-dimensionnel *de forme quelconque*, fixe, placé dans un écoulement uniforme amont de vitesse $\boldsymbol{V}_\infty = V_\infty \boldsymbol{e}_X$ suivant un axe OX. L'horizontale Ox fait un angle $\alpha > 0$ petit avec OX.



Sous l'effet de cet écoulement, il se crée une distribution d'efforts $\mathrm{d}\boldsymbol{F}$ à la surface du corps. Définir les notions suivantes, et en donner une expression mathématique :

(a) effort aérodynamique total (résultante, moment en O),
(b) composante de traînée,
(c) composante de portance.

Dans la suite on se place en configuration **bi-dimensionnelle**, et on considère des efforts par unité d'envergure. Définir les notions suivantes :

(d) coefficient de portance 2D,
(e) coefficient de moment 2D au point O,
(f) centre de pression (définir, et donner la position).

2. **Cylindre tournant et profil aérodynamique**

On a vu en TD qu'un cylindre fixe de 5 mm de diamètre produit autant de traînée en écoulement bi-dimensionnel qu'un profil NACA 23015 de corde 1 m à son minimum. On compare ici la portance d'un cylindre tournant de rayon R à celle d'un profil NACA 0012 de corde $c = 1$ m, placé dans un écoulement à vitesse V_∞, en incidence $0 < \alpha < 10°$.

On s'intéresse tout d'abord au profil NACA 0012.

(a) Faire un schéma du profil et de quelques lignes de courant.

(b) Donner l'expression du coefficient de portance en fonction de α (justifier les hypothèses).

C'est un profil symétrique comme l'indique le préfixe 00, mince car l'épaisseur relative est 12%. On a donc $C_{L'} = 2\pi\alpha$.

On s'intéresse maintenant au cylindre.

(c) Le cylindre tourne à la vitesse angulaire constante $\Omega > 0$. En l'absence d'écoulement extérieur, on suppose qu'il est capable d'entraîner le fluide en rotation par adhérence : exprimer la circulation de cet écoulement autour du cylindre.

$\Gamma = \Omega R \times 2\pi R = 2\pi\Omega R^2$.

(d) Maintenant, le cylindre est arrêté, mais l'écoulement extérieur est présent, avec une vitesse amont V_∞. Quelle est la circulation de cet écoulement autour du cylindre ? Justifier.

La circulation est nulle, car l'écoulement est symétrique.

(e) Quand le cylindre tourne et qu'il est placé dans l'écoulement extérieur, pourquoi peut-on sommer les circulations obtenues dans les deux questions précédentes pour obtenir la circulation totale Γ ?

C'est le principe de superposition. L'écoulement total doit vérifier les conditions aux limites, ce qui est le cas puisque pour les deux écoulements, la vitesse est orthoradiale en $r = R$.

(f) Quel théorème permet d'en déduire la portance par unité d'envergure ?

Le théorème de Kutta–Joukowsky donne $L' = \rho V_\infty \Gamma$ c'est à dire $L' = 2\pi\rho V_\infty \Omega R^2$.

(g) En déduire le coefficient de portance du cylindre en fonction de sa vitesse de rotation Ω. *Attention, prendre comme longueur de référence le diamètre $2R$ du cylindre.*

$$C_{L'} = \frac{L'}{q_\infty \times 2R} = \frac{2\pi\rho V_\infty \Omega R^2}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2 \times 2R} = 2\pi\Omega R/V_\infty\,.$$

On compare maintenant cylindre et profil.

(h) Quelle relation doit être vérifiée pour obtenir **la même portance** pour le cylindre et le profil ?

L'égalité des portances $C_{L'} q_\infty \ell_{\mathrm{ref}}$ donne, après simplification par q_∞ : $2\pi\Omega R/V_\infty \times 2R = 2\pi\alpha \times c$ ou encore $2\Omega R^2/V_\infty = \alpha c$.

(i) En déduire le rayon R du cylindre en fonction des autres paramètres.

Ceci conduit à $R = [\alpha c V_\infty/(2\Omega)]^{1/2}$.

(j) On essaie un cas où le cylindre ne tourne pas trop vite, dans le régime pour lequel $\Gamma \ll 4\pi R V_\infty$. Faire un schéma en positionnant (approximativement) les points d'arrêt. Qu'est-ce que cela implique pour Ω ? (on demande une relation du type $\Omega \ll \ldots$; utiliser la question précédente pour éliminer R.)

$2\pi\Omega R^2 \ll 4\pi R V_\infty$ implique $\Omega R \ll 2V_\infty$ ou encore $\Omega[\alpha c V_\infty/(2\Omega)]^{1/2} \ll V_\infty$ ou encore $\Omega \ll V_\infty/(2\alpha c)$.

(k) Qu'est-ce que cela implique pour R ? Faire l'application numérique. Commenter vis-à-vis de la traînée.

Vu que $R^2 = \alpha c V_\infty/(2\Omega)$, et que $\Omega \ll V_\infty/(2\alpha c)$, il vient $R \gg \alpha c$. Pour $\alpha = 2°$, cela conduit à $R \gg 3.5$ cm. On va avoir une traînée plus de dix fois supérieure à celle du profil. Ce n'est pas le bon régime : il vaut mieux faire tourner plus vite.