

Autre explication : principe de Saint-Venant ([H4])

Surface latérale S_{lat} **libre d'effort** $\Rightarrow \bar{\bar{\sigma}} \cdot \vec{n}_{lat} = \vec{0}$ ($\vec{n}_{lat} = n_y \vec{y} + n_z \vec{z}$)

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & 0 \\ \sigma_{xz} & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{d'où } \begin{cases} \sigma_{xy} n_y + \sigma_{xz} n_z = 0 \\ \sigma_{yy} n_y = 0 \\ \sigma_{zz} n_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = 0 \quad \text{sur } S_{lat}$$

$$\text{donc } \bar{\bar{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & 0 & 0 \\ \sigma_{xz} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

12

Loi de comportement linéaire

D'après la loi de Hooke : $\bar{\bar{\varepsilon}} = \frac{1+\nu}{E} \bar{\bar{\sigma}} - \frac{\nu}{E} \text{Tr} \bar{\bar{\sigma}} \bar{\bar{1}}$

où E module de Young et ν coefficient de Poisson

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{xx} - \frac{\nu}{E} \sigma_{xx} \Rightarrow \varepsilon_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{E}$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{xy} \Rightarrow 2\varepsilon_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\mu}$$

$$\varepsilon_{xz} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{xz} \Rightarrow 2\varepsilon_{xz} = \frac{\sigma_{xz}}{\mu}$$

avec $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$ module de rigidité au cisaillement

13

Lien entre les contraintes et les éléments de réduction du torseur de cohésion :

$$\vec{\mathcal{R}}(x) = \iint_S \vec{\sigma} \cdot \vec{x} \, dydz$$

$$\vec{\mathcal{M}}_G(x) = \vec{\mathcal{M}}(x) = \iint_S \overrightarrow{GM} \wedge (\vec{\sigma} \cdot \vec{x}) \, dydz$$

$$\bullet \vec{\mathcal{R}}(x) = \iint_S (\sigma_{xx} \vec{x} + \sigma_{xy} \vec{y} + \sigma_{xz} \vec{z}) \, dydz = N(x) \vec{x} + T_y(x) \vec{y} + T_z(x) \vec{z}$$

\Rightarrow

$$N(x) = \iint_S \sigma_{xx} \, dydz$$

$$T_y(x) = \iint_S \sigma_{xy} \, dydz$$

$$T_z(x) = \iint_S \sigma_{xz} \, dydz$$

14

$$\begin{aligned} \bullet \vec{\mathcal{M}}(x) &= \iint_S (y \vec{y} + z \vec{z}) \wedge (\sigma_{xx} \vec{x} + \sigma_{xy} \vec{y} + \sigma_{xz} \vec{z}) \, dydz \\ &= \iint_S [(y \sigma_{xz} - z \sigma_{xy}) \vec{x} + z \sigma_{xx} \vec{y} - y \sigma_{xx} \vec{z}] \, dydz \\ &= M_t(x) \vec{x} + M_y(x) \vec{y} + M_z(x) \vec{z} \end{aligned}$$

\Rightarrow

$$M_t(x) = \iint_S (y \sigma_{xz} - z \sigma_{xy}) \, dydz$$

$$M_y(x) = \iint_S z \sigma_{xx} \, dydz$$

$$M_z(x) = \iint_S -y \sigma_{xx} \, dydz$$

15

$$\begin{aligned}
N(x) &= \iint_S \sigma_{xx} dydz = \iint_S E \varepsilon_{xx} dydz \\
&= \iint_S E (\varepsilon_x + z \gamma_y - y \gamma_z) dydz \\
&= ES \varepsilon_x + Em_{Gy} \gamma_y - Em_{Gz} \gamma_z
\end{aligned}$$

On suppose que le matériau est homogène

$$m_{Gy} = \iint_S z dydz = 0$$

or les moments statiques

$$m_{Gz} = \iint_S y dydz = 0$$



$$N(x) = ES \varepsilon_x(x)$$

16

$$\begin{aligned}
M_y(x) &= \iint_S z \sigma_{xx} dydz \\
&= \iint_S E (z \varepsilon_x + z^2 \gamma_y - yz \gamma_z) dydz \\
&= E (m_{Gy} \varepsilon_x + I_{Gy} \gamma_y - I_{Gyz} \gamma_z)
\end{aligned}$$

avec $I_{Gy} = \iint_S z^2 dydz$ moment quadratique de l'aire S par rapport à $(G\vec{y})$

$I_{Gyz} = \iint_S yz dydz$ produit quadratique de l'aire S par rapport à $(G\vec{y}\vec{z})$



$$M_y(x) = EI_{Gy} \gamma_y(x) - EI_{Gyz} \gamma_z(x)$$

17

$$\begin{aligned}
M_z(x) &= \iint_S -y \sigma_{xx} dydz \\
&= \iint_S E (-y \epsilon_x - zy \gamma_y + y^2 \gamma_z) dydz \\
&= E (-m_{Gz} \epsilon_x - I_{Gyz} \gamma_y + I_{Gz} \gamma_z)
\end{aligned}$$

avec $I_{Gz} = \iint_S y^2 dydz$ moment quadratique de l'aire S par rapport à $(G\vec{z})$

$$\Rightarrow M_z(x) = -EI_{Gyz} \gamma_y(x) + EI_{Gz} \gamma_z(x)$$

18

On obtient alors sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} M_y(x) \\ M_z(x) \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} I_{Gy} & -I_{Gyz} \\ -I_{Gyz} & I_{Gz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma_y(x) \\ \gamma_z(x) \end{pmatrix}$$

et d'après la méthode de Cramer :

$$\begin{pmatrix} \gamma_y(x) \\ \gamma_z(x) \end{pmatrix} = \frac{1}{E\Delta} \begin{pmatrix} I_{Gz} & I_{Gyz} \\ I_{Gyz} & I_{Gy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_y(x) \\ M_z(x) \end{pmatrix} \text{ avec } \Delta = I_{Gy}I_{Gz} - (I_{Gyz})^2$$

$$\text{or } \sigma_{xx}(x, y, z) = E (\epsilon_x(x) + z \gamma_y(x) - y \gamma_z(x)) \text{ avec } \epsilon_x(x) = \frac{N(x)}{ES}$$

on obtient alors :

$$\sigma_{xx}(x, y, z) = \frac{N(x)}{E} + \frac{z}{\Delta} [I_{Gz}M_y(x) + I_{Gyz}M_z(x)] - \frac{y}{\Delta} [I_{Gyz}M_y(x) + I_{Gy}M_z(x)]$$

19

Remarque :

si $(G\vec{y})$ et $(G\vec{z})$ sont **axes principaux d'inertie** (symétrie dans la section droite)

$$\Rightarrow I_{Gyz} = 0$$

$$\begin{pmatrix} \gamma_y(x) \\ \gamma_z(x) \end{pmatrix} = \frac{1}{E\Delta} \begin{pmatrix} I_{Gz} & I_{Gyz} \\ I_{Gyz} & I_{Gy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_y(x) \\ M_z(x) \end{pmatrix} \text{ avec } \Delta = I_{Gy}I_{Gz} - (I_{Gyz})^2$$

est alors **découplé** et on obtient $\gamma_y(x) = \frac{M_y(x)}{EI_{Gy}}$ et $\gamma_z(x) = \frac{M_z(x)}{EI_{Gz}}$

$$\sigma_{xx}(x, y, z) = \underbrace{\frac{N(x)}{S}}_{\text{traction-compression}} + \underbrace{z \frac{M_y(x)}{I_{Gy}} - y \frac{M_z(x)}{I_{Gz}}}_{\substack{\text{flexion} \\ \text{(évolution linéaire en } y \text{ et } z\text{)}}}$$



20

$$\begin{aligned} M_t(x) &= \iint_S (y\sigma_{xz} - z\sigma_{xy}) dydz \\ &= \iint_S \mu (y 2\varepsilon_{xz} - z 2\varepsilon_{xy}) dydz \\ &= \iint_S \mu \{ y (\varepsilon_z + y\gamma_x) - z (\varepsilon_y - z\gamma_x) \} dydz \\ &= \mu \{ m_{Gz} \varepsilon_z + I_{Gz} \gamma_x - m_{Gy} \varepsilon_y + I_{Gy} \gamma_x \} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow M_t(x) = \mu (I_{Gy} + I_{Gz}) \gamma_x = \mu I_G \gamma_x$$

avec I_G le moment quadratique polaire de la surface S par rapport au point G

21

$$T_y(x) = \iint_S \sigma_{xy} dydz = \iint_S \mu 2\varepsilon_{xy} dydz = \mu \iint_S (\varepsilon_y - z\gamma_x) dydz = \mu (S\varepsilon_y - m_{Gy}\gamma_x)$$

or $m_{Gy} = 0 \Rightarrow T_y(x) = \mu S \varepsilon_y(x) = \mu S \left(\frac{du_y}{dx}(x) - \omega_z(x) \right)$

de même, on obtient : $T_z(x) = \mu S \varepsilon_z(x) = \mu S \left(\frac{du_z}{dx}(x) + \omega_y(x) \right)$

Remarque :

En utilisant l'**hypothèse d'Euler-Bernoulli**, on ne prend pas en compte l'effet des efforts tranchants donc :

$$\varepsilon_y(x) = 0 \Rightarrow \omega_z(x) = \frac{du_y}{dx}(x) \quad \text{et} \quad \varepsilon_z(x) = 0 \Rightarrow \omega_y(x) = -\frac{du_z}{dx}(x)$$

Comme $\sigma_{xy} = 2\mu\varepsilon_{xy} = \mu(\varepsilon_y - z\gamma_x)$ et $\sigma_{xz} = 2\mu\varepsilon_{xz} = \mu(\varepsilon_z + y\gamma_x)$

$$\Rightarrow \sigma_{xy}(x, z) = \underbrace{\frac{T_y(x)}{S}}_{\text{cisaillement}} - z \underbrace{\frac{M_t(x)}{I_G}}_{\text{torsion}} \quad \text{et} \quad \sigma_{xz}(x, y) = \underbrace{\frac{T_z(x)}{S}}_{\text{cisaillement}} + y \underbrace{\frac{M_t(x)}{I_G}}_{\text{torsion}}$$

22

si $(G\vec{y})$ et $(G\vec{z})$ sont **axes principaux d'inertie** (symétrie dans la section droite)

Lois de comportement:



$$N(x) = ES \varepsilon_x(x) = ES \frac{du_x}{dx}(x)$$

$$T_y(x) = \mu S \varepsilon_y(x) = \mu S \left(\frac{du_y}{dx}(x) - \omega_z(x) \right)$$

$$T_z(x) = \mu S \varepsilon_z(x) = \mu S \left(\frac{du_z}{dx}(x) + \omega_y(x) \right)$$

$$M_y(x) = EI_{Gy} \gamma_y(x) = EI_{Gy} \frac{d\omega_y}{dx}(x)$$

$$M_z(x) = EI_{Gz} \gamma_z(x) = EI_{Gz} \frac{d\omega_z}{dx}(x)$$

$$M_t(x) = \mu I_G \gamma_x(x) = \mu I_G \frac{d\omega_x}{dx}(x)$$

Si Hyp Euler Bernoulli

$$\omega_z(x) = \frac{du_y}{dx}(x)$$

$$\omega_y(x) = -\frac{du_z}{dx}(x)$$

$$M_y(x) = -EI_{Gy} \frac{d^2 u_z}{dx^2}(x)$$

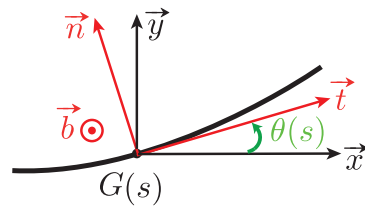
$$M_z(x) = EI_{Gz} \frac{d^2 u_y}{dx^2}(x)$$

23

Cas des poutres curvilignes planes à plan de symétrie

Poutres curvilignes planes ($R_t(s) \rightarrow \infty$)

Problème plan :



$$\begin{cases} \vec{f}(s) = p(s) \vec{t}(s) + q_n(s) \vec{n}(s) \\ \vec{m}(s) = m_z(s) \vec{z} \\ \vec{\mathcal{R}}(s) = N(s) \vec{t}(s) + T_n(s) \vec{n}(s) \\ \vec{\mathcal{M}}(s) = M_z(s) \vec{z} \end{cases}$$

Equations d'équilibre locales :

Conditions de saut en $s = s_i$

$$\begin{cases} \frac{dN(s)}{ds} - \frac{T_n(s)}{R_c(s)} + p(s) = 0 \\ \frac{dT_n(s)}{ds} + \frac{N(s)}{R_c(s)} + q_n(s) = 0 \\ \frac{dM_z(s)}{ds} + T_n(s) + m_z(s) = 0 \end{cases}$$

$$[\vec{\mathcal{R}}](s_i) + \vec{F}_i = \vec{0}$$

$$[\vec{\mathcal{M}}](s_i) + \vec{C}_i = \vec{0}$$

24

Pour un problème plan :

$$\begin{cases} \vec{\gamma}(s) = \gamma_z(s) \vec{z} \\ \vec{\varepsilon}(s) = \varepsilon_t(s) \vec{t}(s) + \varepsilon_n(s) \vec{n}(s) \end{cases}$$

\Rightarrow

$$\begin{aligned} \gamma_z(s) &= \frac{d\omega_z(s)}{ds} + \frac{\omega_n(s)}{R_t(s)} \\ \varepsilon_t(s) &= \frac{du_t(s)}{ds} - \frac{u_n(s)}{R_c(s)} \\ \varepsilon_n(s) &= \frac{du_n(s)}{ds} + \frac{u_t(s)}{R_c(s)} - \frac{u_b(s)}{R_t(s)} - \omega_z(s) \end{aligned}$$

Les lois de comportement par analogie avec les poutres droites 3D :

$$\begin{cases} N(s) = ES \varepsilon_t(s) = ES \left(\frac{du_t(s)}{ds} - \frac{u_n(s)}{R_c(s)} \right) \\ T_n(s) = \mu S \varepsilon_n(s) = \mu S \left(\frac{du_n(s)}{ds} + \frac{u_t(s)}{R_c(s)} - \omega_z(s) \right) \\ M_z(s) = EI_{Gz} \gamma_z(s) = EI_{Gz} \frac{d\omega_z(s)}{ds} \end{cases}$$

25

Rq : Si on utilise l'**hypothèse d'Euler-Bernoulli**, l'effet de l'effort tranchant dans la déformation est négligé

$$\begin{cases} N(s) = ES \varepsilon_t(s) = ES \left(\frac{du_t(s)}{ds} - \frac{u_n(s)}{R_c(s)} \right) \\ M_z(s) = EI_{Gz} \gamma_z(s) = EI_{Gz} \frac{d\omega_z(s)}{ds} \end{cases}$$

avec la liaison interne [$\varepsilon_n(s) = 0$] : $\omega_z(s) = \frac{du_n(s)}{ds} + \frac{u_t(s)}{R_c(s)}$

26

Il faut ajouter les conditions aux limites en $s_0 = 0$ ou $s_0 = \ell$

Encastrement : $\begin{cases} \vec{u}(s_0) = \vec{0} \\ \vec{\omega}(s_0) = \vec{0} \end{cases} \Rightarrow u_t(s_0) = u_n(s_0) = \omega_z(s_0) = 0$

Extrémité libre : $\begin{cases} \vec{\mathcal{R}}(s_0) = \vec{0} \\ \vec{\mathcal{M}}(s_0) = \vec{0} \end{cases} \Rightarrow N(s_0) = T_n(s_0) = M_z(s_0) = 0$

Appui simple mobile dans la direction $\vec{\delta}$:

$$\begin{cases} \vec{u}(s_0) \cdot \vec{\delta} = 0 \\ \vec{\mathcal{R}}(s_0) - [\vec{\mathcal{R}}(s_0) \cdot \vec{\delta}] \vec{\delta} = \vec{0} \\ \vec{\mathcal{M}}(s_0) = \vec{0} \end{cases}$$

Si $\vec{\delta} = \vec{y}$ alors :

$$\begin{cases} \vec{u}(s_0) \cdot \vec{y} = 0 \\ \vec{\mathcal{R}}(s_0) - T_y(s_0) \vec{y} = N(s_0) \vec{x} = \vec{0} \\ \vec{\mathcal{M}}(s_0) = M_z(s_0) \vec{z} = \vec{0} \end{cases} \Rightarrow u_y(s_0) = N(s_0) = M_z(s_0) = 0$$

27

Poutres droites planes ($R_c(s) \rightarrow \infty$)

Equations d'équilibre locales :

$$\frac{dN(x)}{dx} + f_x(x) = 0$$

$$\frac{dT_y(x)}{dx} + f_y(x) = 0$$

$$\frac{dM_z(x)}{dx} + T_y(x) + m_z(x) = 0$$

+ Conditions de saut

+ Conditions de bord



Les **lois de comportement** pour le modèle de Timoshenko sont :

$$\begin{cases} N(x) = ES \varepsilon_x(x) = ES \frac{du_x(x)}{dx} \\ T_y(x) = \mu S \varepsilon_y(x) = \mu S \left(\frac{du_y(x)}{dx} - \omega_z(x) \right) \\ M_z(x) = EI_{Gz} \gamma_z(x) = EI_{Gz} \frac{d\omega_z(x)}{dx} \end{cases}$$

avec l'hypothèse d'**Euler-Bernoulli** (l'effet de l'effort tranchant est négligé) :

$$\begin{cases} N(x) = ES \frac{du_x(x)}{dx} \\ M_z(x) = EI_{Gz} \frac{d\omega_z(x)}{dx} = EI_{Gz} \frac{d^2 u_y(x)}{dx^2} \end{cases}$$

avec la **liaison interne** ($\varepsilon_y(x) = 0$)

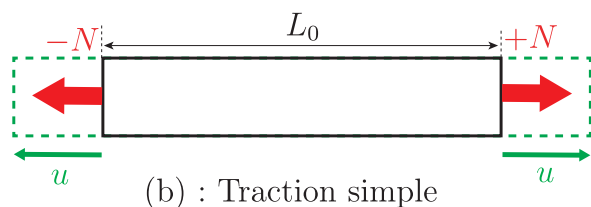
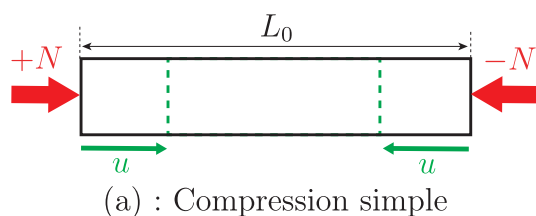
$$\omega_z(x) = \frac{du_y(x)}{dx}$$

28

Sollicitations simples

Effort normal (traction-compression) : $\begin{Bmatrix} N(x) \vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_G$

Tous les points d'une section plane subissent le même raccourcissement (a) ou le même allongement (b)



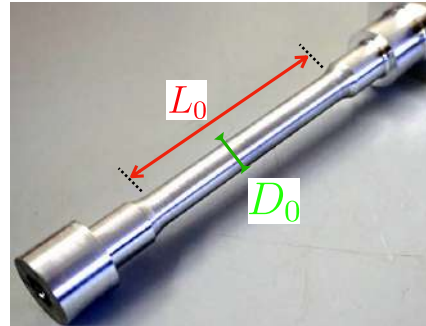
La composante σ_{xx} du tenseur des contraintes est constante dans toute la section droite (répartition des contraintes uniforme)

$$N = \iint_S \sigma_{xx} dS = \sigma_{xx} S \Rightarrow \sigma_{xx} = \frac{N}{S} = \text{cste}$$

29

Essai de traction :

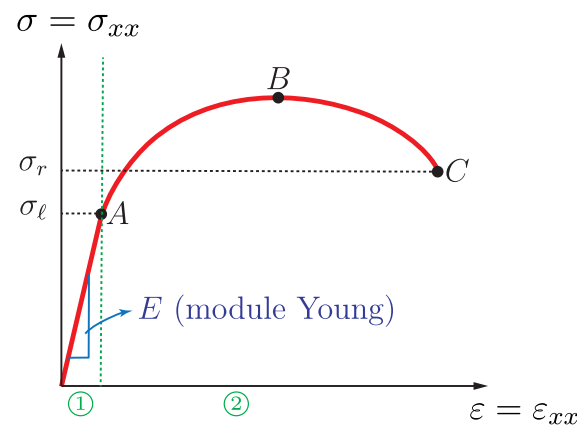
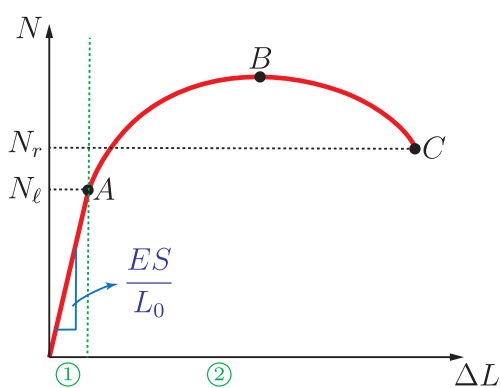
On réalise un essai de traction sur une éprouvette cylindrique (en aluminium par exemple)



La **zone utile** de l'éprouvette a une longueur de référence L_0 et une section S dont le diamètre est D_0

30

On mesure au cours de l'essai la force exercée sur l'éprouvette qui est ici l'effort normal N ainsi que l'allongement ΔL de la zone utile ce qui nous donne les figures suivantes pour l'aluminium :



Cette courbe comporte **2 zones distinctes** :

- ① : zone où l'évolution de l'effort normal en fonction de l'allongement est linéaire
 \Rightarrow **zone élastique** (déformation élastique)

Rq : On peut alors appliquer la loi de Hooke, si l'on supprime la charge appliquée l'éprouvette reprend sa longueur initiale

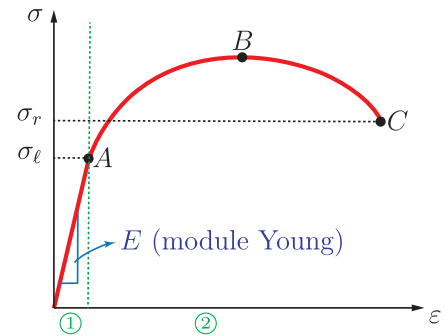
31

Cette zone permet de calculer le module de Young E et le coefficient de Poisson ν

D'après la loi de Hooke : $\sigma_{xx} = \frac{N}{S} = E\varepsilon_{xx}$

avec $\varepsilon_{xx} = \frac{\Delta L}{L_0}$ l'allongement relatif longitudinal

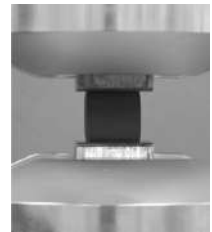
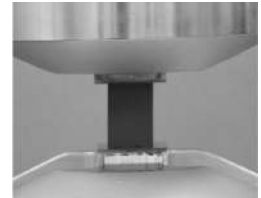
$$\Rightarrow E = \frac{N}{S} \frac{L_0}{\Delta L} \text{ [Pa]}$$



En plus de la déformation longitudinale ε_{xx} le matériau **subit aussi** une déformation dans la direction transversale (contraction relative longitudinale $\frac{\Delta d}{D_0}$)

On peut écrire que $\frac{\Delta d}{D_0} = -\nu \frac{\Delta L}{L_0} \Rightarrow \nu = -\frac{\Delta d}{D_0} \frac{L_0}{\Delta L} \text{ [-]}$

Rq : Ici $\varepsilon_{xx} < 0$ alors $\frac{\Delta L}{L_0} < 0$ donc $\frac{\Delta d}{D_0} > 0$ ($\nu > 0$)

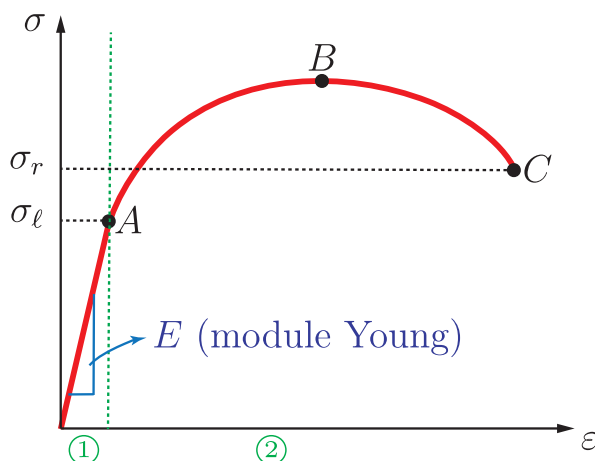


32

Quelques ordres de grandeurs pour le module de Young et le coefficient de Poisson :

Matériau	Acier	Cuivre	Aluminium	Verre	Béton	Caoutchouc
$E[\text{MPa}]$	210 000	110 000	70 000	60 000	10 000	200
$\nu \text{ [-]}$	0.29	0.35	0.34	0.24	0.2	0.5

② : **zone plastique** (déformation permanente), la rupture se produit au point C



les essais permettent de calculer :

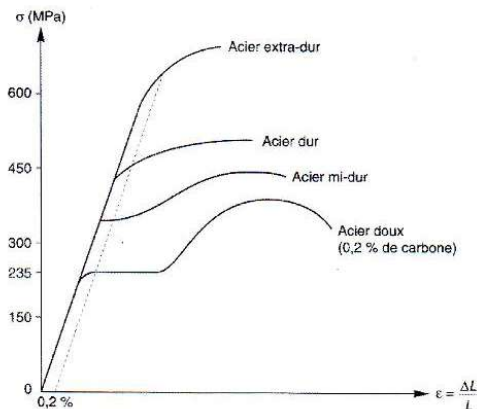
σ_ℓ la limite élastique (en A)

σ_r la contrainte de rupture (en C)

33

Les courbes de traction varient beaucoup en fonction du type de matériau utilisé
 Les aciers peuvent se classer en fonction de leur teneur en carbone

	Teneur en carbone	Résistance à la traction	Utilisation
Acier doux	0.15 à 0.2 %	400 MPa	Aciers de construction
Acier mi-durs	0.3 à 0.6 %	600 MPa	Rails, armatures de béton armé
Acier extra-durs	0.6 à 0.75 %	700 MPa	Outils



La teneur en carbone a pour conséquence :

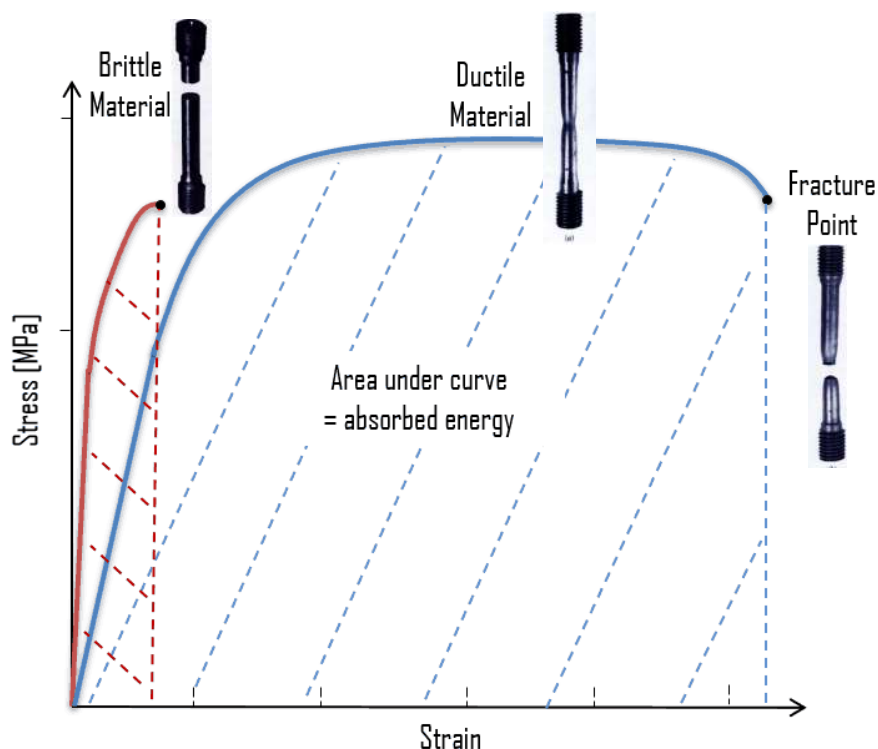
- l'accroissement de la résistance à la traction
- le raccourcissement du palier de ductilité (allongement sous charge constante)
- la diminution de l'allongement de la rupture

<https://notech.franceserv.com/materiau-acier.html>

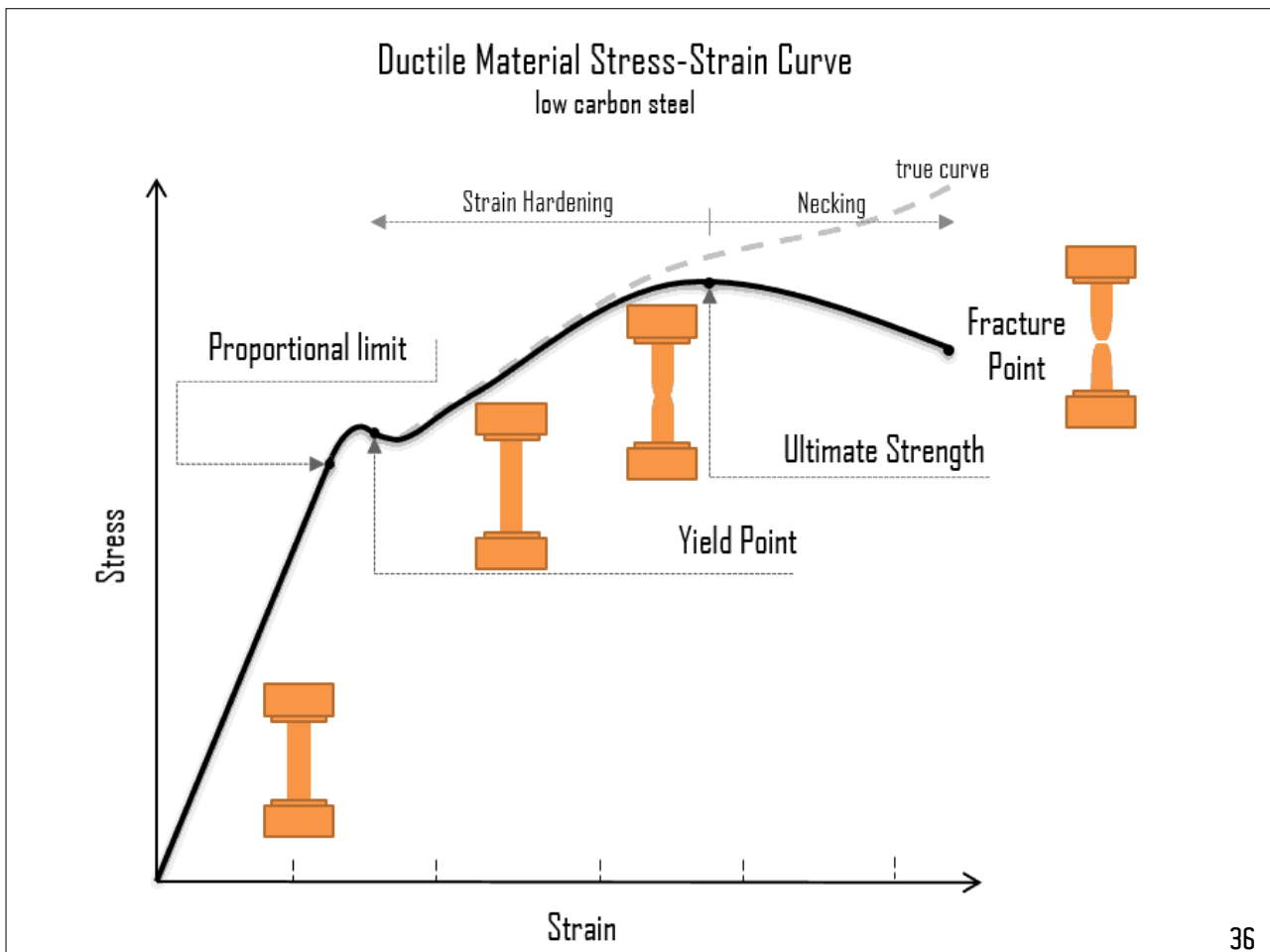
Pour un acier doux, la courbe s'infléchit et se stabilise autour d'une valeur quasiment constante avant de croître à nouveau, de passer par un maximum et redescendre.

34

Ductile vs Brittle Material Stress-Strain Curve



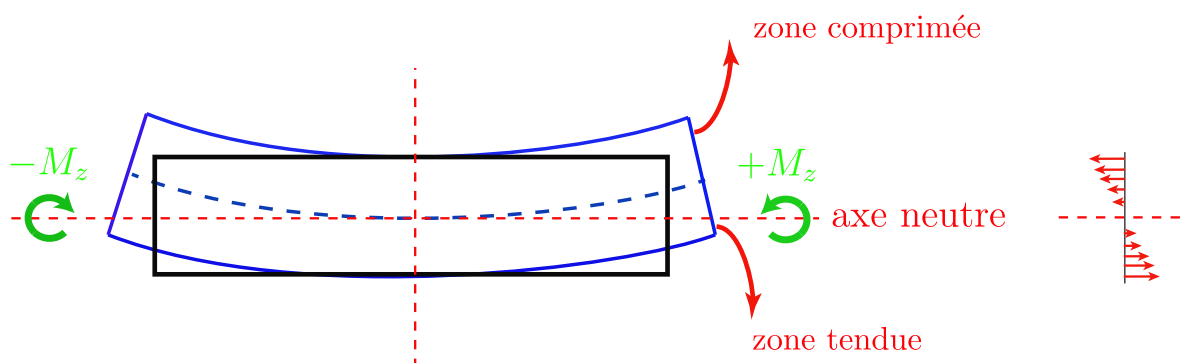
35



Moment de flexion (flexion pure) : $\left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ M_z \vec{z} \end{array} \right\}_G$

Une poutre infiniment longue soumise à deux couples opposés $\pm M_z \vec{z}$ à ses deux extrémités.

Le moment de flexion dans la poutre est **constant**, la déformation est la même en tous points.

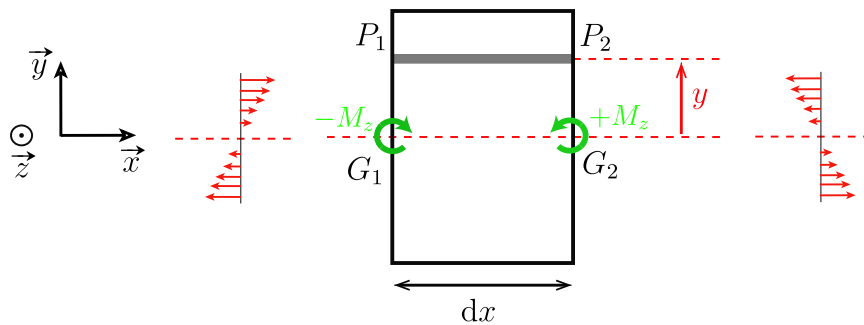


Les fibres s'incurvent suivant des axes de cercles parallèles.

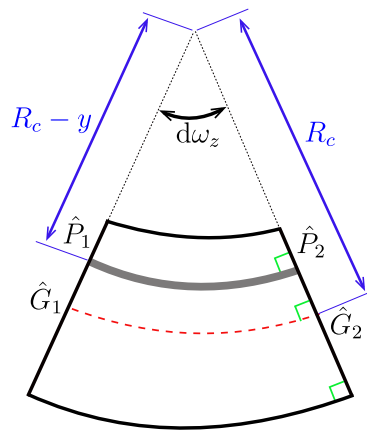
Une partie se déforme sous contrainte nulle (**axe neutre**).

Calcul du point de vue géométrique des contraintes normales

On isole une portion de courbe de longueur dx soumise à une flexion pure



après déformation :



38

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\hat{P}_1 \hat{P}_2 - P_1 P_2}{P_1 P_2} = \frac{(R_c - y)d\omega_z - dx}{dx} = (R_c - y) \frac{d\omega_z}{dx} - 1$$

où R_c est le rayon de courbure

Or par définition $\frac{1}{R_c} = \frac{d\omega_z}{dx}$

$$\Rightarrow \varepsilon_{xx} = \frac{(R_c - y)}{R_c} - 1 = -\frac{y}{R_c} \quad \text{donc} \quad \sigma_{xx} = E\varepsilon_{xx} = -\frac{Ey}{R_c} = -Ey \frac{d\omega_z}{dx}$$

D'après les lois de comportement : $M_z(x) = EI_{Gz} \frac{d\omega_z(x)}{dx}$

$$\Rightarrow \sigma_{xx} = -y \frac{M_z(x)}{I_{Gz}}$$

39

Dimensionnement

Le matériau utilisé par la suite a une même limite élastique en traction et compression σ_ℓ et le moment quadratique $I_{Gz} \equiv I$ est constant le long de la poutre.

Pour une section donnée, la valeur maximale de la contrainte normale est obtenue pour les points les plus éloignés de la ligne moyenne :

$$|\sigma_{xx}|_{max} = \frac{|M_z(x) y_{max}|}{I}$$

et pour l'ensemble de la poutre :

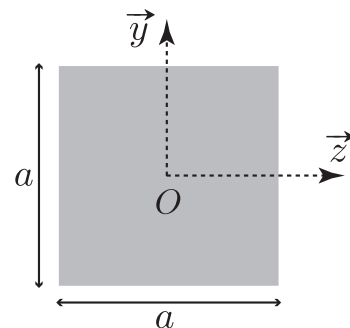
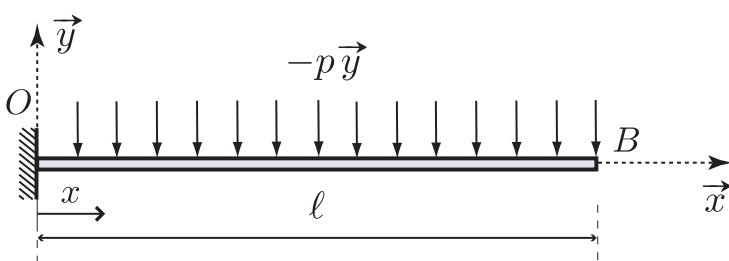
$$|\sigma_{xx}|_{max} = \frac{|M_z(x)_{max}| |y_{max}|}{I} \leq \sigma_\ell$$

Tant que $|\sigma_{xx}|_{max}$ reste inférieure à la limite élastique, la poutre est totalement dans le domaine élastique

40

Exple de calcul de dimensionnement :

Calculer pour la poutre ci-dessous le a_{min} pour rester dans le domaine élastique



41