



Dynamique et modélisation de la turbulence

6. Éléments de méthodes numériques et expérimentales pour les écoulements turbulents

Paola CINNELLA

paola.cinnella@sorbonne-universite.fr

Approches numériques

Echelles spatiales de la turbulence

- Grandes échelles : échelle macroscopique ou échelle intégrale $L \rightarrow$ même ordre de grandeur que la taille caractéristique de l'écoulement
- Gamme inertielle : l'énergie cinétique turbulente k est transférée des grandes aux petites échelles
 - Temps caractéristique du transfert (analyse dimensionnelle) : $T = \frac{L}{k^{1/2}}$
 - Taux de transfert : $\frac{k}{T} = \frac{k^{3/2}}{L}$
- Gamme dissipative : l'énergie cinétique est dissipée en chaleur
 - Taux de dissipation ε lié à la taille des petites échelles et à la viscosité ν du fluide :

$$\varepsilon = \nu^3 / \eta^4 \quad (\eta = \text{échelle de Kolmogorov})$$

- En conditions d'équilibre, elle doit égaler l'énergie transférée des grandes échelles :

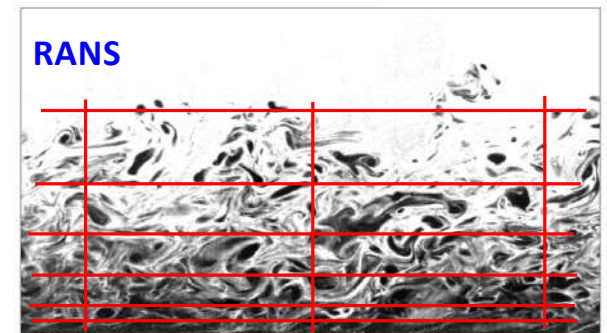
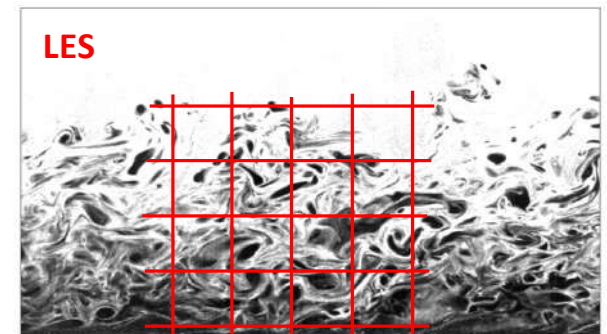
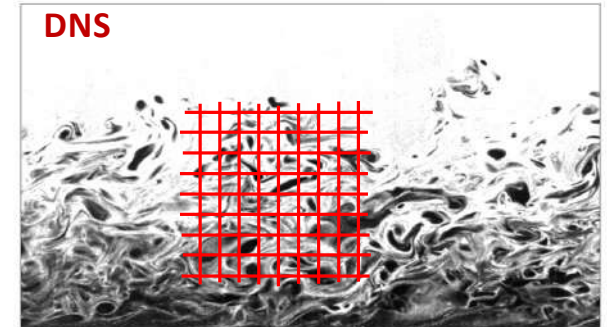
$$\frac{k^{3/2}}{L} = \frac{\nu^3}{\eta^4} \Rightarrow \frac{L}{\eta} = \left(\frac{L k^{1/2}}{\nu} \right)^{3/4} = Re^{3/4}$$

Simulation numérique des écoulements turbulents

- Simulation numérique directe (**Direct Numerical Simulation, DNS**):
 - les équations de NS sont résolues pour toutes les échelles
 - Applications limités à des écoulements bas Re
- Simulation aux grandes échelles (**Large Eddy Simulation, LES**):
 - on résout les grandes échelles et on modélise les petites, qui ne sont pas capturées par le maillage
 - Ecoulements à Re moyennement élevé
- Simulation de champ moyen (**Reynolds-Averaged Navier-Stokes, RANS**)
 - On résout des équations pour le champ moyen et on modélise les fluctuations turbulentes
 - La plus utilisée jusqu'à présent, notamment pour les applications en ingénierie
 - Approche statistique

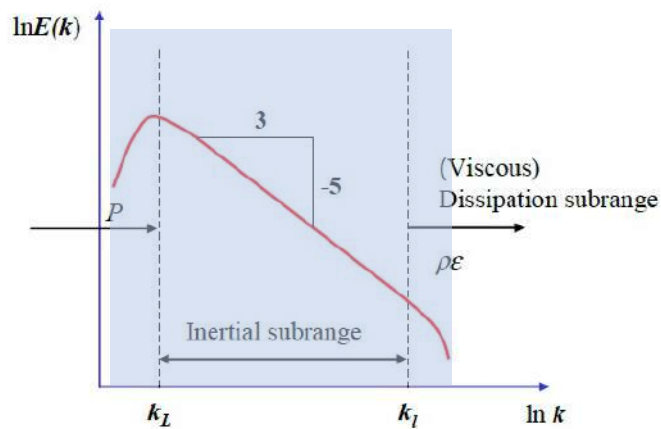
Simulation numérique des écoulements turbulents

- **DNS** impossible pour des écoulements à grand Reynolds
 - Nombre de mailles nécessaires pour résoudre les plus petites échelles
 $\approx \left(\frac{L}{\eta}\right)^3 = Re^{9/4}$
 - Coût de calcul $\approx Re^{11/4}$ (nombre de mailles x nombre d'itérations en temps)
- **LES** de plus en plus appliquée, y compris à des écoulements complexes
 - Résolution nécessaire pour un écoulement cisailé libre : $\approx Re^{0,4}$; coût $\approx Re^{0,5}$
 - Résolution nécessaire pour un écoulement avec parois (Wall-Resolved LES, WRLES) : $\approx Re^{1,8}$; coût $\approx Re^{2,4}$
 - résolution **quasi-DNS**
 - Le coût de calcul peut être réduit en modélisant l'écoulement de proche paroi (Wall-Modeled LES, WMLES) mais établir des modèles de paroi précis et généraux n'est pas une tâche simple
- **RANS** approche statistique, ne résout que le champ moyen, complétées par un **modèle de turbulence**
 - Réduction drastique du coût de calcul
 - Modèles moins universels et entachés d'incertitudes

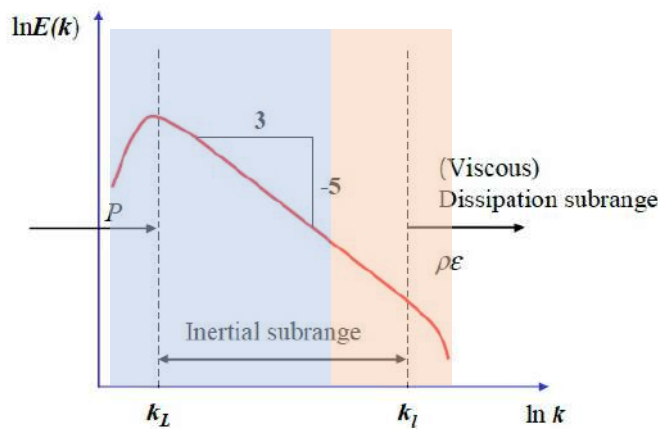


Simulation numérique des écoulements turbulents

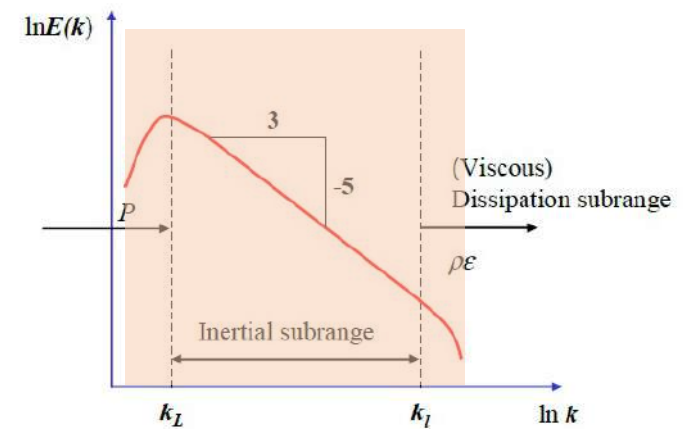
DNS: tout est résolu



LES : une partie est résolue, l'autre modélisée



Tout est modélisé



Résolu

Modélisé

Simulation numérique des écoulements turbulents

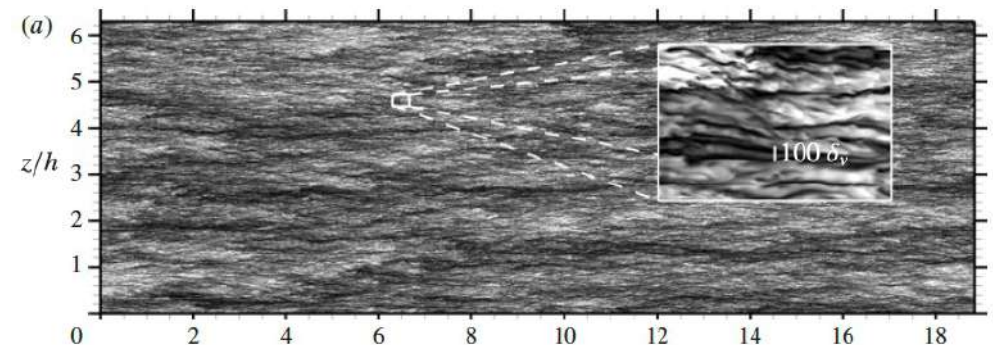
■ Simulation numérique directe (DNS)

- Le calcul doit résoudre **toutes les échelles spatiales et temporelles** de l'écoulement. Les simulations les plus avancées atteignent une résolution spatiale de quelques dizaines de milliards de points

$$N^3 \geq Re^{\frac{9}{4}}$$

Re_H	Re_τ	N^3	<i>Timesteps</i>
12.300	360	6.7×10^6	32.000
30.800	800	4.0×10^7	47.000
61.600	1.450	1.5×10^8	63.000
230.000	4.650	2.1×10^9	114.000

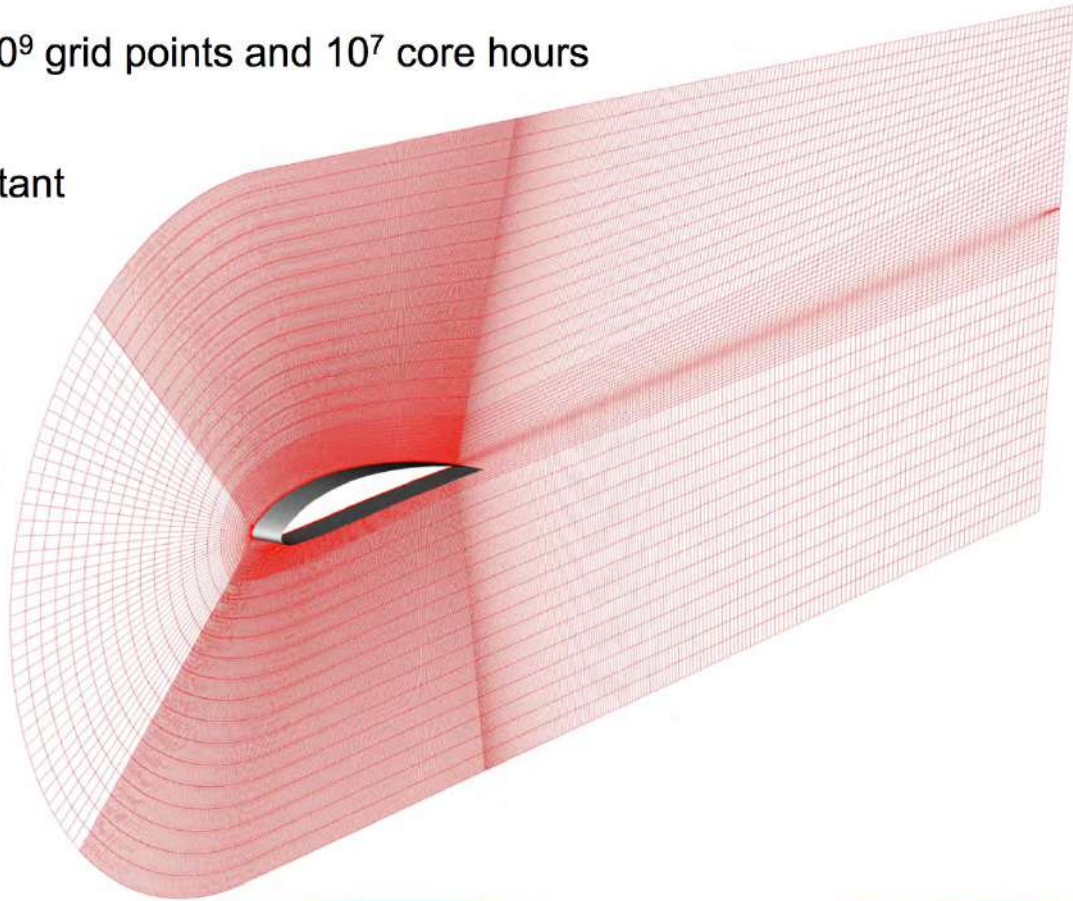
Exemples de résolution pour des écoulements de canal plan de hauteur H



Champ de vitesse instantané pour un écoulement de canal plan à $Re_\tau = 4096$ (environ 35×10^9 mailles)
(From M. Bernardini, S. Pirozzoli, P. Orlandi, J Fluid Mech, 2014, vol. 742, 171-191)

Exemples de DNS “extrêmes”

- $Re_c = 500.000$ requires 5×10^9 grid points and 10^7 core hours
- 1 month on 10^4 cores
- Quality of mesh very important
 - aspect ratio influences pressure iterations

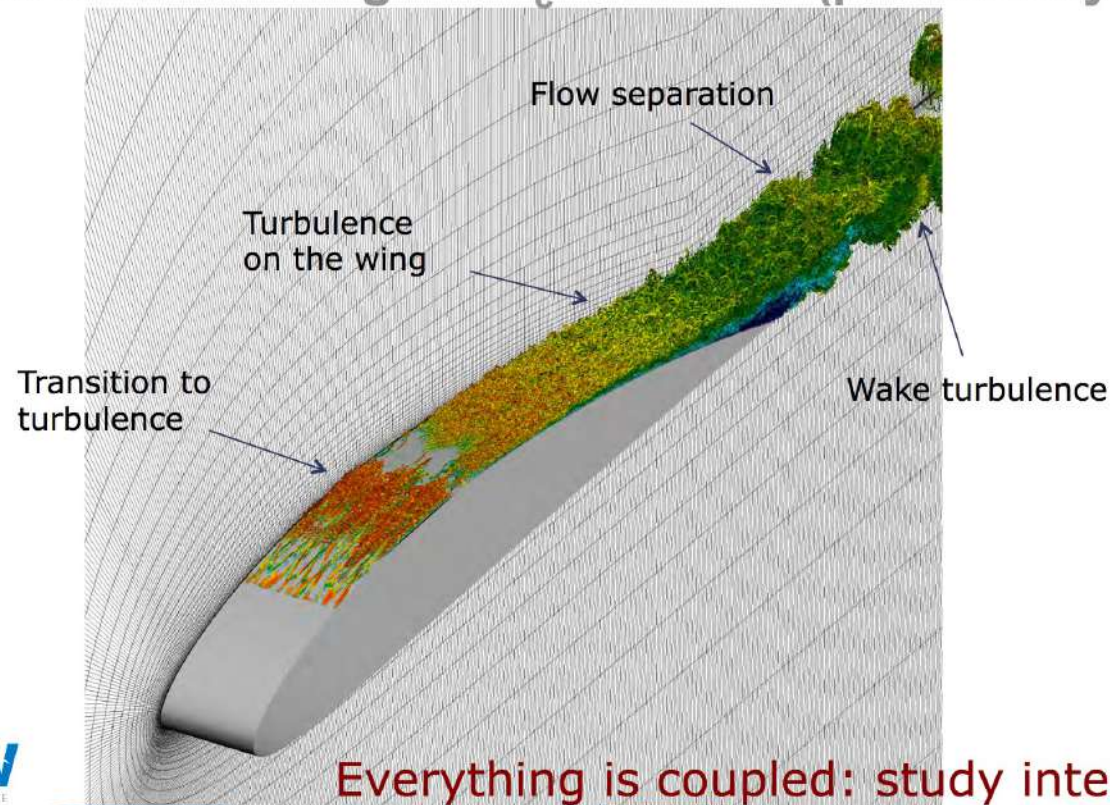


FLOW
LINNÉ FLOW CENTRE

Exemples de DNS “extrêmes”



Direct numerical simulation of flow over a full NACA4412 wing at $Re_c = 500.000$ (preliminary cal.)



FLOW
LINNÉ FLOW CENTRE

Exemples de DNS “extrêmes”



Numerical wind tunnel: simulations of typical university wind tunnel experiments



Laminar Flow Control Experiment:

$$Re = 1 \cdot 15 / 1.5 \cdot 10^{-5} = 1 \times 10^6$$

Turbulent boundary layer:

$$Re = 5 \cdot 30 / 1.5 \cdot 10^{-5} = 10 \times 10^6$$

- DNS of wind tunnel experiment with $Re = 1 \times 10^6$

- ~ 20 billion (2×10^{10}) grid points
- ~ 0.1 billion (10^8) core hours
- ~ 10 months on 10^4 cores (0.1 peta)

- Exa-scale possibilities

- ~ 10^{11} grid point scale to 10^8 cores (1 exa)
- ~ Re few million in one day

Simulation numérique des écoulements turbulents

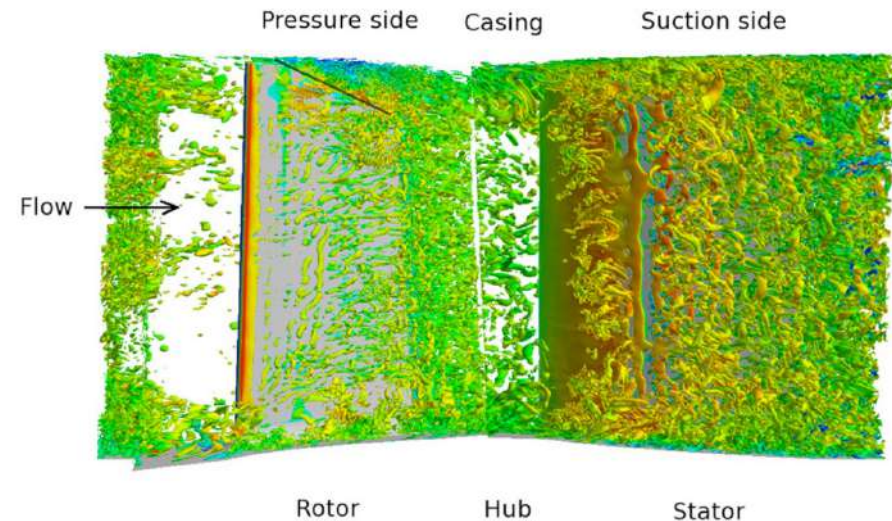
■ Large Eddy Simulation (LES)

- La simulation ne doit résoudre que les plus grandes échelles
- Dans les couches limites toutefois, ces échelles ont une taille très petite (*hairpins*, *stries*)

$$N^3 \geq Re^{1.8}$$

Re_H	Re_τ	N_{DNS}^3	N_{LES}^3
12.300	360	6.7×10^6	6.1×10^5
30.800	800	4.0×10^7	3.0×10^6
61.600	1.450	1.5×10^8	1.0×10^7
230.000	4.650	2.1×10^9	1.0×10^8

Exemples de résolution pour des écoulements de canal plan de hauteur H



Visualisation des structures tourbillonnaires dans un étage de compresseur à $Re=300000$, calcul avec 160×10^6 mailles.
(From W.A. McMullan, G.J. Page, Progress Aerosp Sci, 2012)

Simulation numérique des écoulements turbulents

■ Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS)

- Les équations ne décrivent que le champ moyen, elles ignorent les structures cohérentes

Re_H	Re_τ	N_{DNS}^3	N_{LES}^3	RANS
230.000	4.650	2.1×10^9	1.0×10^8	1.0×10^4

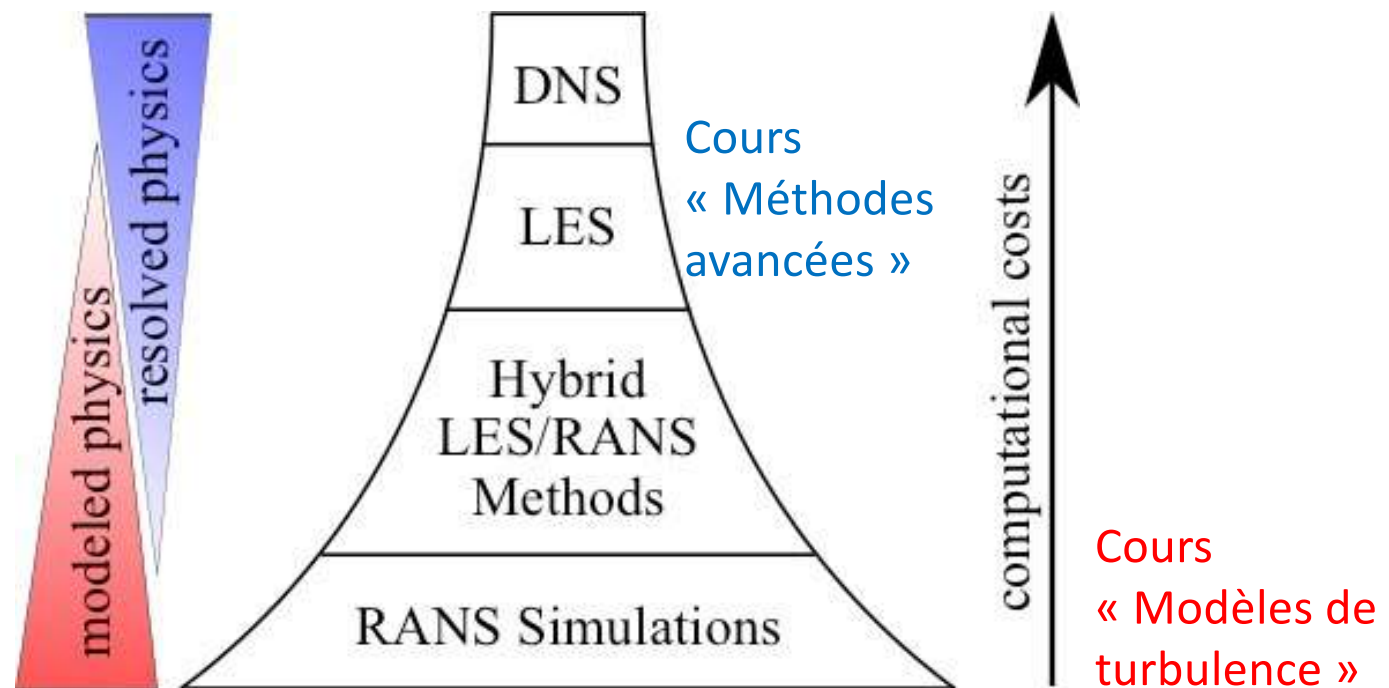
- Robustes et peu coûteuses, mais elles échouent pour des écoulements dans lesquels l'effet des structures cohérentes joue un rôle crucial pour la physique
 - Décrochage, tremblement...

■ Méthodes hybrides LES/ RANS → cherchent à réunir les meilleures propriétés des deux approches

- Plusieurs « nuances » possibles en fonction de la part d'écoulement traitée en LES ou en RANS
 - WMLES
 - Hybride RANS/LES « zonal »
 - Hybride RANS/LES « global »

Récapitulatif

- Hyérarchie des méthodes de simulation des écoulements turbulents



Exemple de modèle RANS : le modèle k-epsilon

Equations RANS

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \\ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \overline{\rho u'_i u'_j} \right) \end{cases}$$

$\tau_{ij} = \mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = \text{contraintes visqueuses}$
 $\tau_{ij}^R = -\overline{\rho u'_i u'_j} = \text{contraintes turbulentes}$
 (tenseur de Reynolds)

Modélisation du tenseur de Reynolds :

- Hypothèse de Boussinesq :

$$\tau_{ij}^R - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} = 2 \rho k a_{ij} = 2 \rho \nu_t \bar{S}_{ij}, \quad \bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) = \text{tenseur du taux de déformation moyen}$$

où le coefficient ν_t est appelé **viscosité tourbillonnaire** ou **viscosité turbulente** (eddy viscosity)

- Le problème de modélisation se réduit alors à déterminer ν_t

Exemple de modèle RANS : le modèle k-epsilon

- Analyse dimensionnelle :

$$\nu_t = \frac{\mu_t}{\rho} = C_\mu \times u_t \times l_t$$

- Approximation homogène isotrope

- Vitesse caractéristique turbulente = vitesse caractéristique des fluctuations $u_t \sim k^{\frac{1}{2}}$
- Longueur caractéristique turbulente = longueur intégrale $l_t \sim \frac{k^{\frac{3}{2}}}{\epsilon}$

- Viscosité tourbillonnaire $\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$
- Calcul de k ? → équation de transport
- Calcul de ϵ ? → plus compliqué

Equation pour l'énergie cinétique de la turbulence

■ Dérivée auparavant

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \overline{u_k} \frac{\partial k}{\partial x_k} = \frac{1}{\rho} \tau_{ik}^R \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} - \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\nu \frac{\partial k}{\partial x_k} - \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i u'_k} - \frac{1}{\rho} \overline{p' u'_k} \right]$$

avec :

- $\frac{\partial k}{\partial t} + \overline{u_k} \frac{\partial k}{\partial x_k} = \frac{Dk}{Dt}$
- $\frac{1}{\rho} \tau_{ik}^R \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} = \frac{1}{\rho} \tau_{ik}^R \bar{S}_{ik}$: **production d'énergie cinétique turbulente** → travail du champ moyen transféré à la turbulence
- $\frac{\partial}{\partial x_k} \nu \frac{\partial k}{\partial x_k}$: **diffusion moléculaire** de k → diffusion de k par effet du mouvement d'agitation moléculaire (souvent négligeable)
- $-\frac{\partial}{\partial x_k} \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i u'_k}$: **diffusion turbulente** de k → diffusion de k par effet des fluctuations turbulentes (doit être modélisé)
- $-\frac{\partial}{\partial x_k} \frac{1}{\rho} \overline{p' u'_k}$: **diffusion de pression** → forme de diffusion due à la corrélation pression/vitesse (doit être modélisé)
- $\epsilon = \nu \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \geq 0$: **dissipation turbulente spécifique** → taux auquel k est détruit aux petites échelles (doit être modélisé)

Equation de transport pour k : modélisation

- $\frac{1}{\rho} \tau_{ik}^R \bar{S}_{ik} \rightarrow$ fermé par l'approximation de Boussinesq : $\tau_{ik}^R - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ik} = 2 \rho \nu_t \bar{S}_{ik}$
- $-\frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i u'_k} - \frac{1}{\rho} \overline{p' u'_k} = \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_k} \rightarrow$ modélisés ensemble par une loi de gradient (σ_k : coefficient de fermeture)
- En injectant ces modèles dans l'équation de k on obtient l'équation **modélisée** :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_k \frac{\partial k}{\partial x_k} = \frac{1}{\rho} \tau_{ik}^R \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} - \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_k} \right]$$

avec $\tau_{ik}^R - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ik} = 2 \rho \nu_t \bar{S}_{ik}$ et $\nu_t \sim l_m \nu_m$, $\nu_m = k^{\frac{1}{2}}$

- Il reste encore à déterminer $\epsilon \rightarrow$ un grand nombre de stratégies de modélisation existe (grande variété de modèles)
 - Analyse dimensionnelle : $\epsilon \sim \frac{k^{\frac{3}{2}}}{l}$ avec l une longueur caractéristique turbulente
 - Le problème de modélisation se réduit à déterminer cette longueur turbulente

Equation pour la dissipation

- Une possibilité consiste à déterminer une équation de transport pour la dissipation
- On peut obtenir une équation exacte pour ϵ à partir de l'opérateur suivant :

$$2\nu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial x_j} [NS(u_i)]} = 0$$

- Elle s'écrit

$$\underbrace{\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j}}_{\frac{D\epsilon}{Dt}} = \underbrace{-2\nu \left[\overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k}} + \overline{\frac{\partial u'_k}{\partial x_i} \frac{\partial u'_k}{\partial x_j}} \right] \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - 2\nu \overline{u'_k \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_k \partial x_j}}}_{\text{Production de } \epsilon}$$

$$\underbrace{-2\nu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_i}{\partial x_m} \frac{\partial u'_k}{\partial x_m}} - 2\nu^2 \overline{\frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_k \partial x_m} \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_k \partial x_m}}}_{\text{Dissipation de } \epsilon} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} - \nu \overline{u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_m} \frac{\partial u'_i}{\partial x_m}} - 2 \frac{\nu}{\rho} \overline{\frac{\partial p'}{\partial x_m} \frac{\partial u'_k}{\partial x_m}} \right]}_{\text{Diffusion moléculaire, turbulente, de pression de } \epsilon}$$

- Remarques:
 - Beaucoup plus complexe que l'équation exacte de $k \rightarrow$ de nombreux nouveaux termes non fermés
 - Sa modélisation repose sur des simplifications drastiques et l'introduction de plusieurs coefficients de fermeture

Modèle k- ϵ “standard” (Jones-Launder, 1972 ; Launder-Sharma, 1974)

- Viscosité tourbillonnaire

$$\mu_t = \rho \nu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$$

- Equation de transport pour k

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \tau_{ij}^R \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]$$

- Equation de transport pour le taux de dissipation

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{\rho k} \tau_{ij}^R \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right]$$

- Constantes du modèle (Launder-Sharma) : calibrées à partir d'écoulements canoniques

$$C_{\epsilon 1} = 1.44, C_{\epsilon 2} = 1.92, C_\mu = 0.09, \sigma_k = 1.0, \sigma_\epsilon = 1.3$$

Coefficients de fermeture

- Les coefficients sont calibrés afin de retrouver le comportement observé pour quelques écoulements canoniques

- **Turbulence homogène isotrope décroissante**

- k-ε :

$$\frac{dk}{dt} = -\epsilon; \frac{d\epsilon}{dt} = -C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k}; \rightarrow \frac{dk}{d\epsilon} = \frac{1}{C_{\epsilon 2}} \frac{k}{\epsilon} \rightarrow \frac{dk}{k} = \frac{1}{C_{\epsilon 2}} \frac{d\epsilon}{\epsilon} \rightarrow k \sim \epsilon^{\frac{1}{C_{\epsilon 2}}}; \frac{dk}{dt} \sim -k^{C_{\epsilon 2}} \rightarrow k \sim t^{1/(1-C_{\epsilon 2})} \sim t^{-n} \rightarrow n = \frac{1}{C_{\epsilon 2}-1}$$

n =exposant de décroissance de la turbulence homogène isotrope

- **Écoulements librement cisailés** : équilibre production/dissipation + hypothèse de Bradshaw

- k-ε : $C_{\mu} = \left(\frac{\tau_{12}}{k}\right)^2 \approx 0.09; \frac{Prod\ de\ k}{\epsilon} = \frac{C_{\epsilon 2}-1}{C_{\epsilon 1}-1}$

- **Canal plan ou une couche limite turbulente** : profil de vitesse logarithmique

- k-ε : $\kappa^2 = \sigma_{\epsilon} C_{\mu}^{\frac{1}{2}} (C_{\epsilon 2} - C_{\epsilon 1})$

- **A retenir** : les écoulements utilisés pour la calibration des coefficients sont au choix du développeur!

- Il est difficile de développer un seul et même modèle capable de reproduire précisément de la turbulence homogène isotrope, des écoulements librement cisailés, des couches limites, ...

Zoologie des modèles de turbulence

- Bien d'autres modèles sont disponibles!

- Modèles algébriques

- Longueur de mélange (Prandtl, 1925)
 - Viscosité tourbillonnaire
 - Baldwin-Lomax, Cebeci-Smith, Michel...

- Modèles à une équation de transport

- Energie cinétique turbulente
 - Viscosité turbulente
 - Spalart-Allmaras, Baldwin-Barth

- Modèles à deux équations de transport

- k - ε , k - ω , k - l , k - τ , q - ω , ...

- Modèles aux tensions de Reynolds

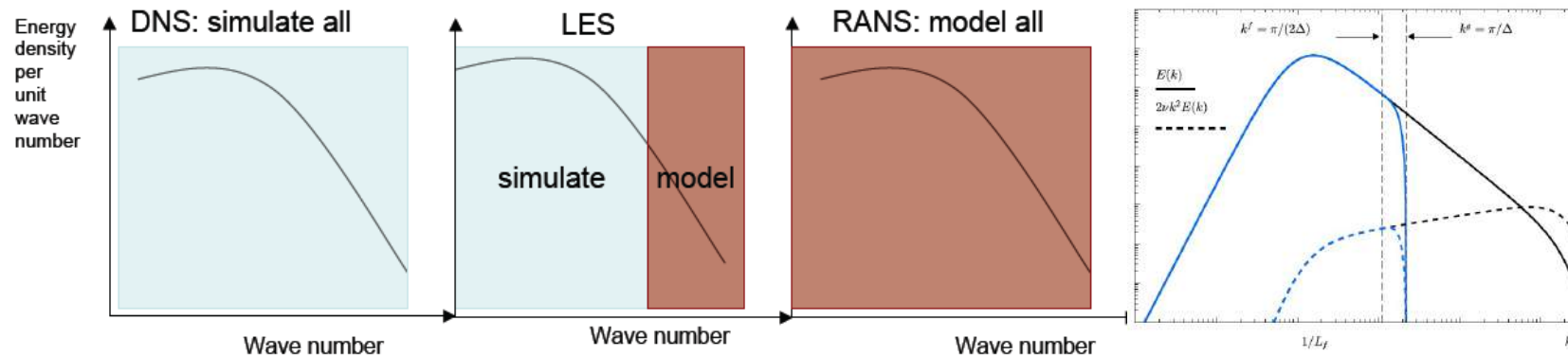
- Equations de transport pour les 6 composantes du tenseur de Reynolds + une échelle de longueur
 - Launder-Reece-Rodi, Wilcox-Rubesin,...



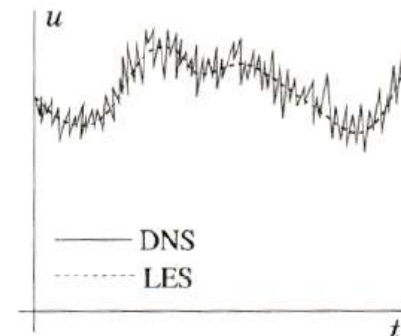
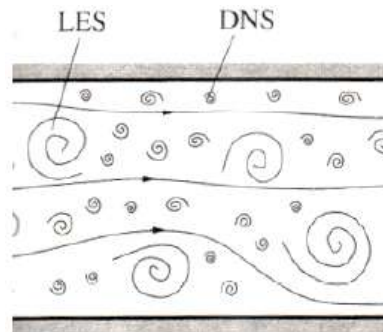
Approx.
Boussinesq

Simulation des grandes échelles

- Equations de NS filtrées : décomposition des grandeurs en une partie résolue (filtrée) et une partie de sous-maille (SGS)



- La vitesse filtrée dépend du temps : ce ne sont que les plus petites échelles qui sont filtrées et doivent être modélisées



Large Eddy Simulation

- Définition des variables filtrées

$$u_i = \overline{u_i} + u'_i$$
$$\overline{u_i}(\vec{r}, t) = \int \int \int G(\vec{r} - \vec{\xi}; \Delta) u_i(\vec{\xi}, t) d^3 \vec{\xi}$$
$$\text{where, } \int \int \int G(\vec{r} - \vec{\xi}; \Delta) d^3 \vec{\xi} = 1$$

- Plusieurs filtrages possibles. Un choix typique est le “box filter”, qui consiste tout simplement à filtrer toutes les échelles plus petites des cellules du maillage
 - La valeur locale de la propriété filtrée correspond alors à sa moyenne sur une cellule

$$G(\vec{r} - \vec{\xi}; \Delta) = \begin{cases} 1/\Delta^3 & , |x_i - \xi_i| < \Delta x_i/2 \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases}$$

Large Eddy Simulation

- La plupart des filtres commute avec les dérivées en espace
- De plus, ils respectent les propriétés :

- Linéarité : $\overline{u + v} = \bar{u} + \bar{v}$

- Conservation d'une constante : Soit $a = cte \Rightarrow \bar{a} = a$

- Attention! En général $\overline{\bar{u}} \neq \bar{u}$

Filtrage des équations de Navier-Stokes

- Tout comme pour les équations moyennées, le filtrage des termes non linéaires donne lieu à des **termes supplémentaires**

$$\overline{u_i u_j} = \overline{u_i} \overline{u_j} + \underbrace{L_{ij}}_{\text{Leonard stresses}} + \underbrace{C_{ij}}_{\text{Cross stresses}} + \underbrace{R_{ij}}_{\text{Reynolds stresses}}$$

avec

$$L_{ij} = \overline{\overline{u_i} \overline{u_j}} - \overline{u_i} \overline{u_j} \quad C_{ij} = \overline{\overline{u_i} u'_j} - \overline{u'_i} \overline{u_j} \quad R_{ij} = \overline{u'_i u'_j}$$

$$\overline{\overline{u_i}} \neq \overline{u_i}$$

- Tenseur de Léonard → fluctuations des interactions entre échelles résolues → =0 pour RANS
- Tenseur des contraintes croisées → interactions directes entre les échelles résolues et celles non résolues → =0 pour RANS
- Tenseur de Reynolds **de sous-maille** → effet des échelles non résolues sur le champ résolu

Filtrage des équations de Navier-Stokes

- Les contraintes de Léonard (L_{ij}) sont de l'ordre de $(\delta x)^2$ et sont souvent négligées
- Les contraintes croisées (C_{ij}) sont typiquement modélisées avec celles de Reynolds

$$\tau_{ij}^{SGS} = C_{ij} + R_{ij}$$

- Le premier modèle de sous-maille (qui reste encore parmi les plus utilisés) est le modèle de Smagorinsky, qui utilise une modélisation de type “viscosité tourbillonnaire” pour le tenseur de sous-maille

$$\tau_{ij} = 2\mu_t S_{ij} \text{ , where } S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right)$$

where

$$\mu_t = \rho(C_s \Delta)^2 \sqrt{S_{ij} S_{ij}} \text{ , and } C_s \sim [0.10; 0.24]$$

Filtrage des équations de Navier-Stokes

- Modèle de Smagorinsky (1963)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}[\rho \bar{u}_i \bar{u}_j] - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \tau_{ij} \right] + \frac{\partial P}{\partial x_i} = S_v ,$$

$$\tau_{ij} = -\rho(Q_{ij} - \frac{1}{3}Q_{kk}\delta_{ij}) = 2\mu_t S_{ij}$$

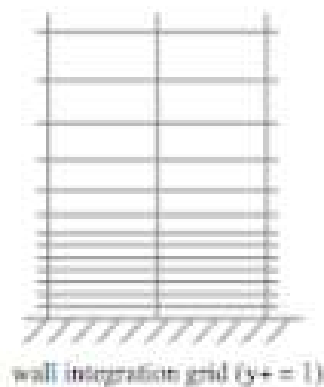
$$P = \bar{p} + \frac{1}{3}Q_{kk}\delta_{ij}$$

$$Q_{ij} = R_{ij} + C_{ij}$$

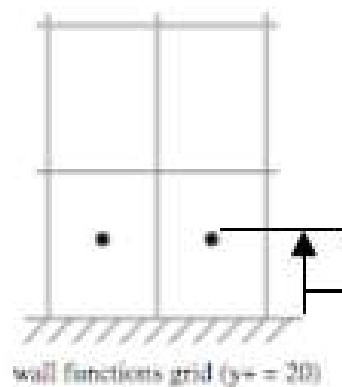
$$\mu_t = \rho(C_s \Delta)^2 \sqrt{S_{ij}S_{ij}} , \text{ and } C_s \sim [0.10; 0.24]$$

LES d'écoulements avec parois

- Résolution des structures cohérentes fortement anisotropes dans la région de proche paroi
↔ maillages extrêmement fins
→ limitation sur le nombre de Reynolds
- “Lois de paroi” ou bien couplage avec modèles RANS à 0, une ou deux équations de transport dans la région de proche paroi



required grids



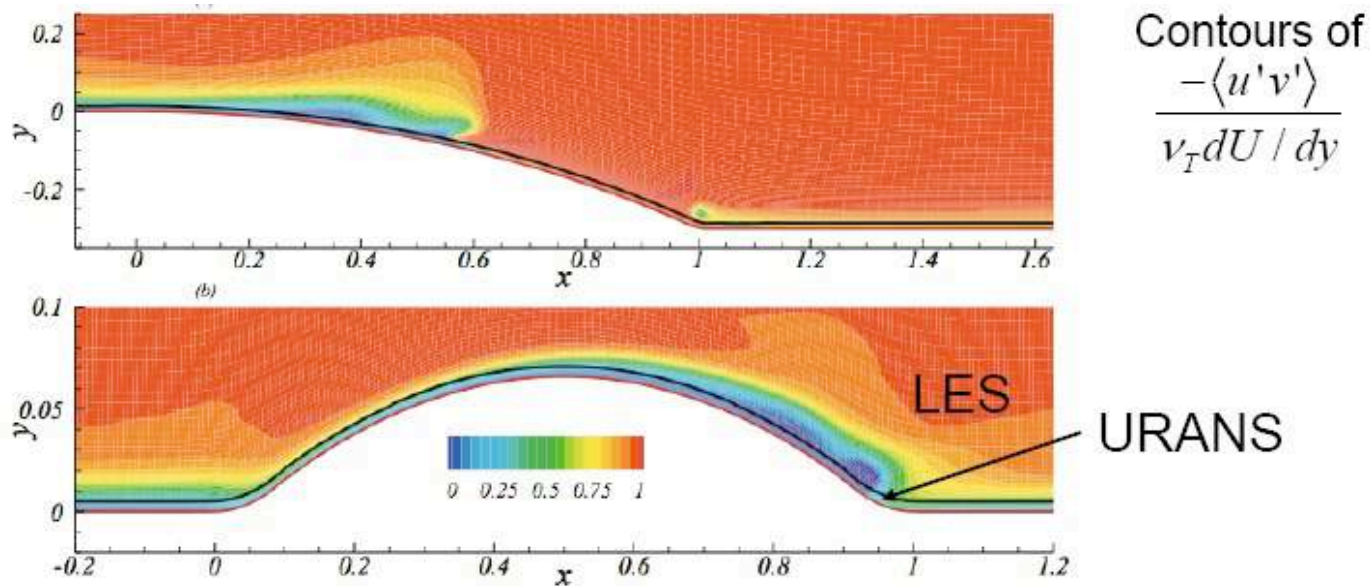
“affordable” grids
for high Re

Profil de vitesse reconstruit à partir de la loi-log

Plusieurs versions possibles

LES d'écoulements avec parois

- Les lois de parois ne fonctionnent que pour des écoulements « en équilibre »
- En cas d'écoulements décollés, transition, etc., recours à des modèles plus avancés
 - URANS dans la couche proche de la paroi, LES ailleurs (WMLES)



Modèles hybrides RANS/LES

■ Deux catégories

• Approches “zonales”

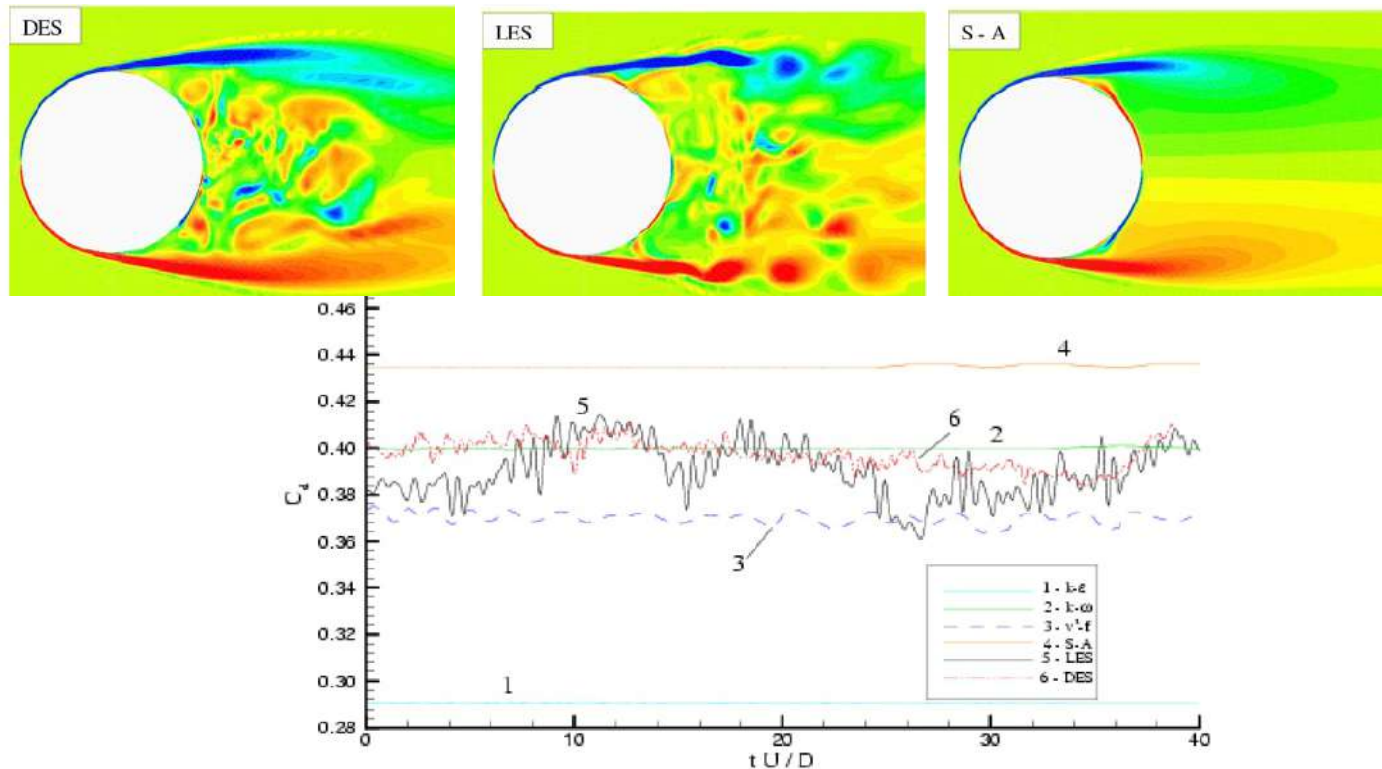
- Equations différentes dans différentes zones du maillage
 - ☺ Permet de mieux optimiser le temps de calcul
 - ☺ Permet de mieux cibler les zones à traiter avec l’une ou l’autre approche
 - ☹ Traitement des interfaces délicat
 - ☹ Mal adapté aux géométries complexes et/ou solveurs non structurés

• Approches globales

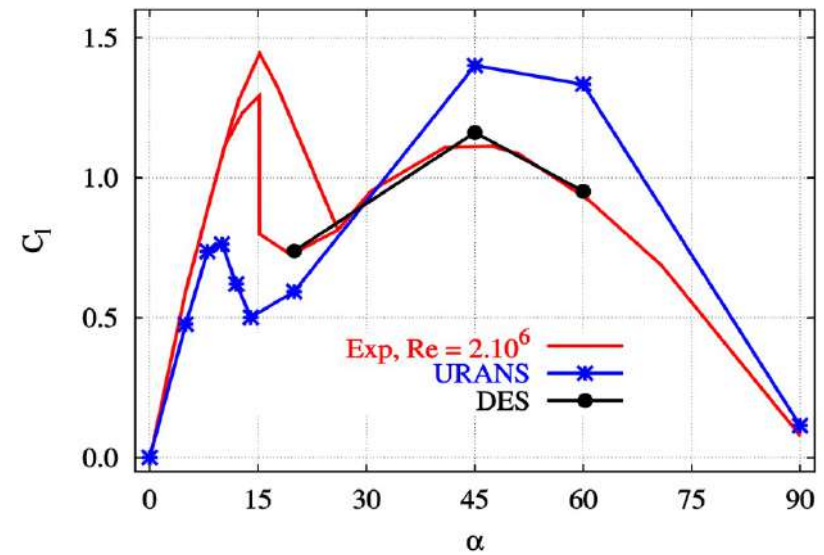
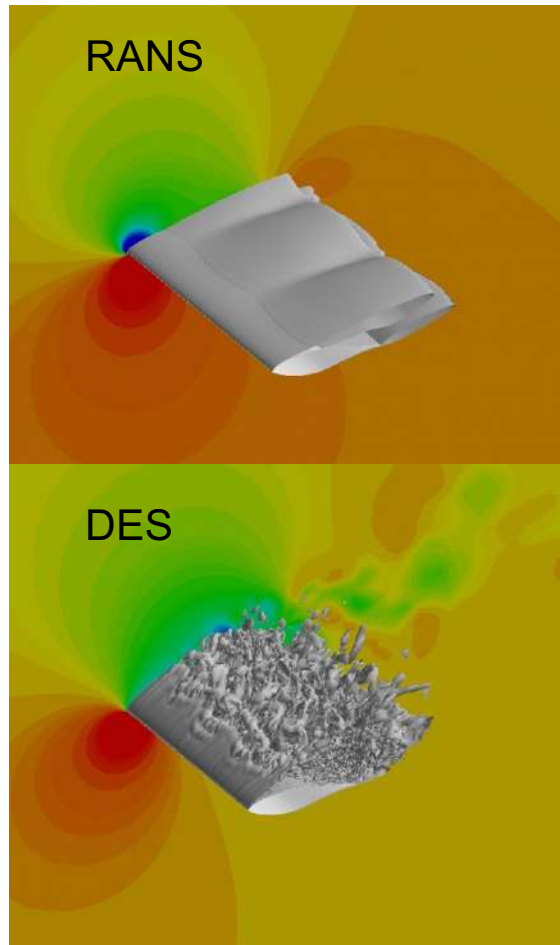
- On résout les memes équations partout
- Le modèle bascule de façon automatique de RANS à LES
 - ☺ Généralité, robustesse
 - ☹ Contrôle des zones d’interface plus difficile

Ecoulement autour d'une sphère à $Re=10000$

Costantinescu & Squire 2005



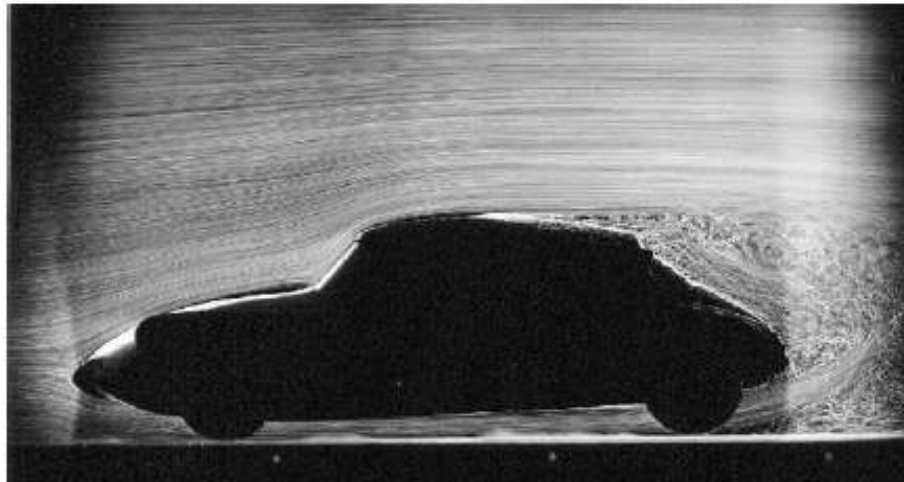
Décrochage massif



Approches expérimentales

Techniques expérimentales

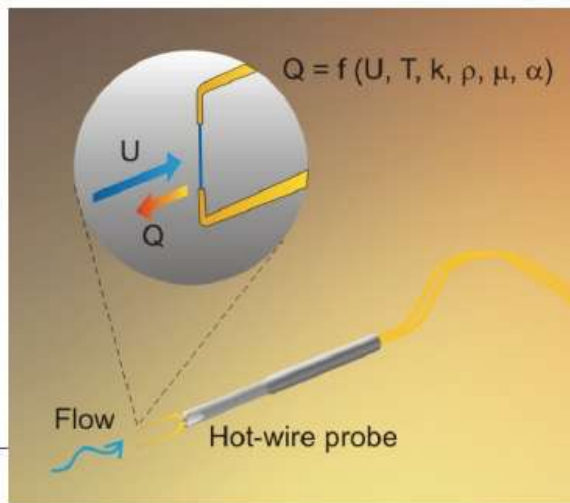
- Visualisations (Schlieren, traceurs, ...) → approches qualitatives
- Approches quantitatives
 - Hot Wire Anemometry (HWA)
 - Laser Doppler Velocimetry or Anemometry (LDV, LDA)
 - Particule Image Velocimetry (PIV)



Vélocimétrie par fil chaud

■ Principe de fonctionnement :

- Un écoulement d'air sur un solide chaud le refroidit d'autant plus que sa vitesse est élevée
- La résistance électrique d'un fil conduisant l'électricité varie en fonction de sa température
- Une variation de la résistance d'un circuit pour une intensité de courant fixée produit une variation de tension



- usually wire made of platinum or tungsten, $d \simeq 2$ to $5 \mu\text{m}$, $2l \simeq 0.5$ to 1mm
- wire cooling by forced convection, King's law
heat balance : Joule energy brought to the wire \sim heat loss by forced convection

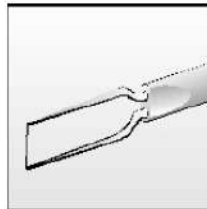
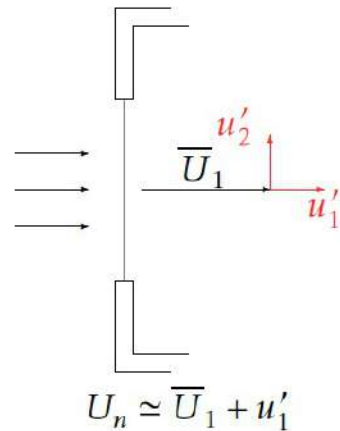
$$\text{Nu}_d = f(\text{Re}_d, \text{Pr}) = a \text{Pr}^{1/5} + b \text{Pr}^{1/3} \text{Re}_d^{1/2}$$

$$\text{with } \text{Re}_d = \frac{U_n d}{\nu} \quad \text{Nu}_d = \frac{R_w I_w^2}{2\pi l \lambda (T_w - T)}$$

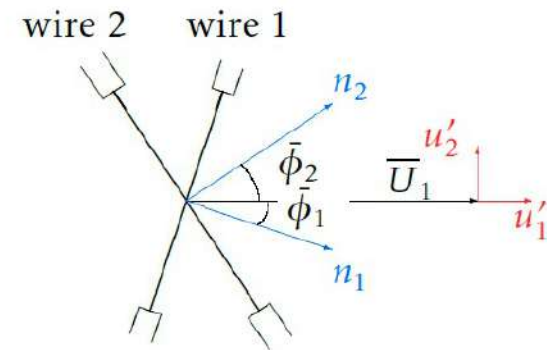
Vélocimétrie par fil chaud

- Selon le nombre et l'orientation de fils chauds on mesure une ou plusieurs composantes de vitesse

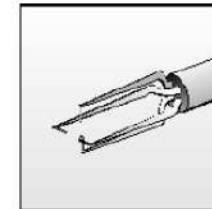
single wire set normal
to the mean flow \bar{U}_1



X-probe



$$\begin{cases} U_{n1} \simeq (\bar{U}_1 + u'_1) \cos \bar{\phi}_1 - u'_2 \sin \bar{\phi}_1 \\ U_{n2} \simeq (\bar{U}_1 + u'_1) \cos \bar{\phi}_2 + u'_2 \sin \bar{\phi}_2 \end{cases}$$



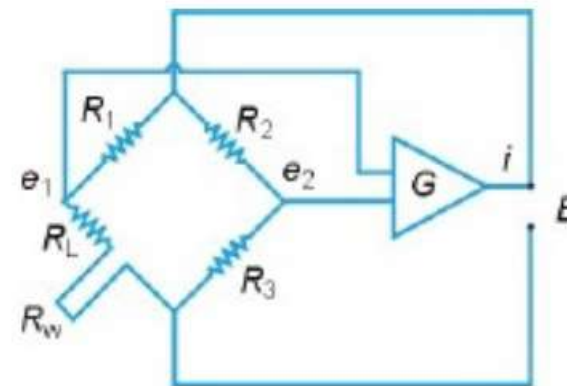
Vélocimétrie par fil chaud

- La variation de potentiel est mesurée à l'aide d'un pont de Wheatstone

CTA principle

- Servo amplifier keeps the bridge in balance (by controlling the current)
- Temperature is kept constant
- Bridge voltage (E) represents the heat transfer = direct measure of the fluid velocity

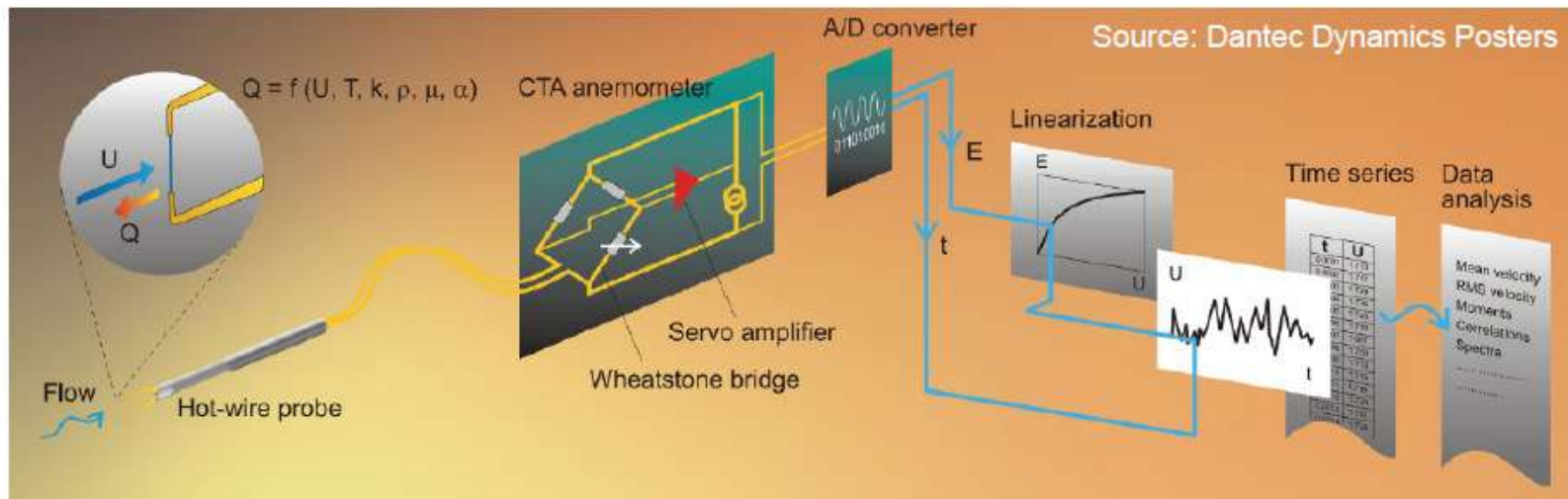
Thermal inertia of HW <<
High gain of the servo amplifier



> Very fast response

Vélocimétrie par fil chaud

- Avantages et inconvénients



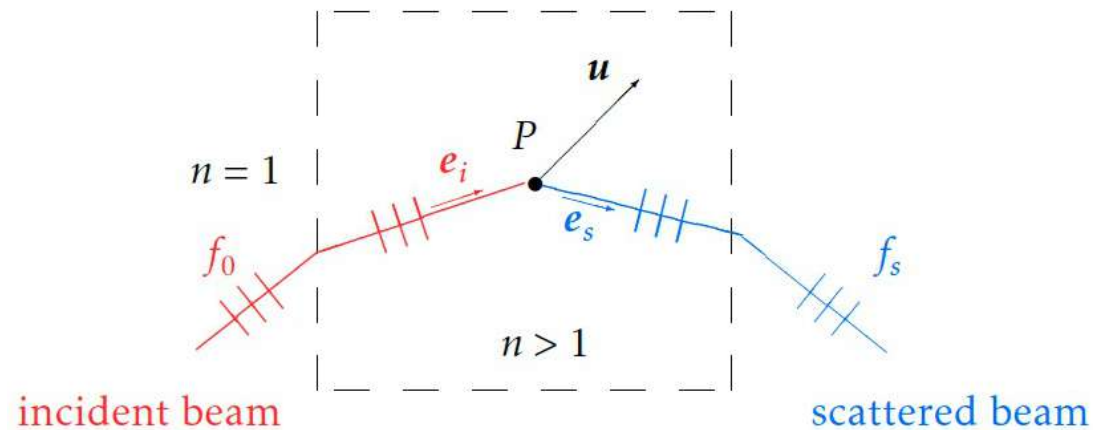
+ High frequency response

> Study of boundary layers, turbulence of a flow field

- Intrusive, accurate but small spatial resolution

Vélocimétrie laser Doppler (LDA)

- Exploite l'effet Doppler : changement de fréquence d'un rayon diffracté par une particule en mouvement



Doppler effect for a fluid particle P moving at velocity \mathbf{u}
in a medium of refractive index n

$$\Delta f = f_s - f_0 = \frac{1}{\lambda} \mathbf{u} \cdot (\mathbf{e}_s - \mathbf{e}_i)$$

Vélocimétrie laser Doppler (LDA)

Avantages

- non intrusif
- sensible uniquement à la vitesse $u'_i, \overline{u'_i u'_j}$
- accès aux décollements, zones avec taux de turbulence élevés (réponse linéaire), recirculations

Inconvénients

- ensemencement de l'écoulement (optiquement transparent)
- détection (échantillonnage aléatoire)
- mesure de vitesses de particules,

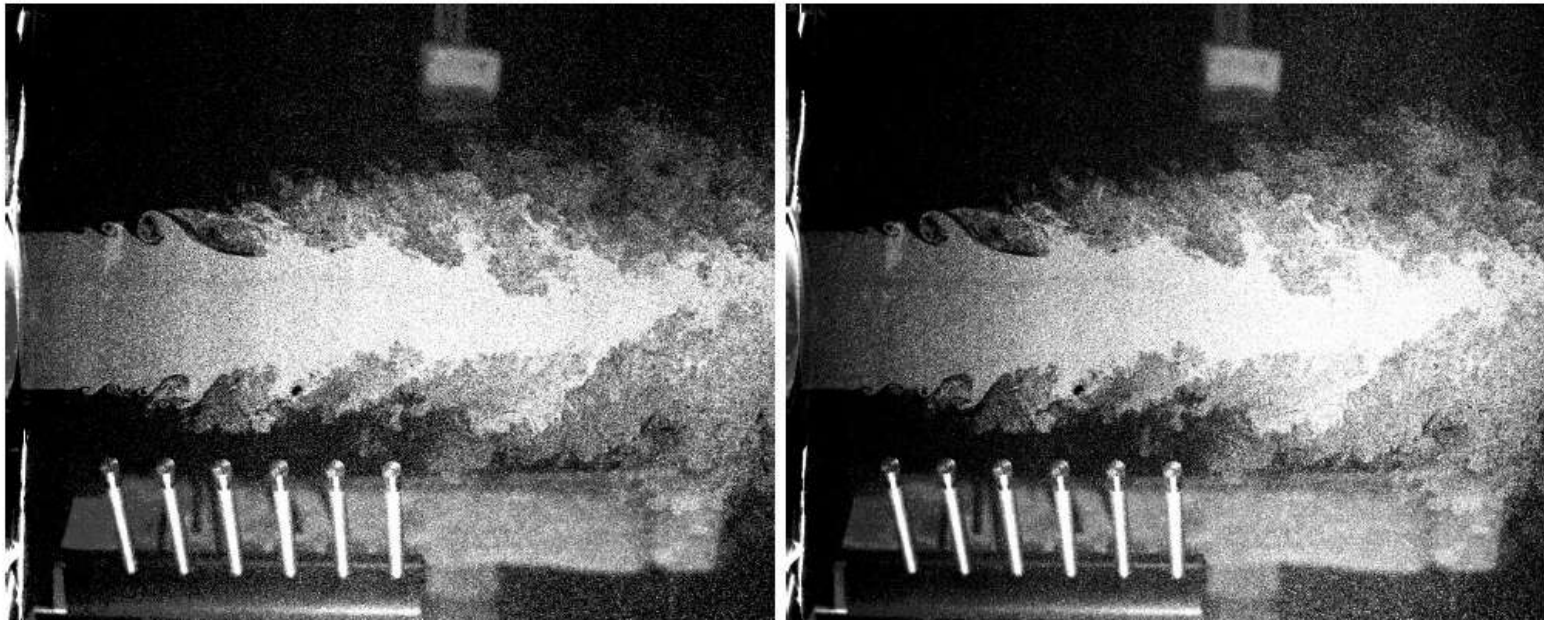
$$f_{\max} \leq 10 \text{ kHz pour } \phi_{\text{particule}} \simeq \frac{1}{4} \mu\text{m}$$

- relativement coûteux

Particle Image Velocimetry (PIV)

Principe : 2 images successives, $\Delta t \sim \mu s$, obtenues par un plan laser

$$u_1 \simeq \Delta x_1 / \Delta t \quad u_2 \simeq \Delta x_2 / \Delta t$$



Particle Image Velocimetry (PIV)

Avantages

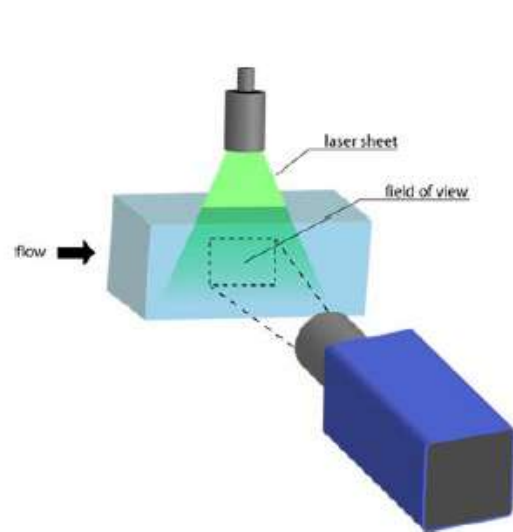
- non intrusif
- sensible uniquement à la vitesse u'_i , $\overline{u'_i u'_j}$ et corrélations en deux points
- vue instantanée globale du champ de vitesse
- facile d'emploi

Inconvénients

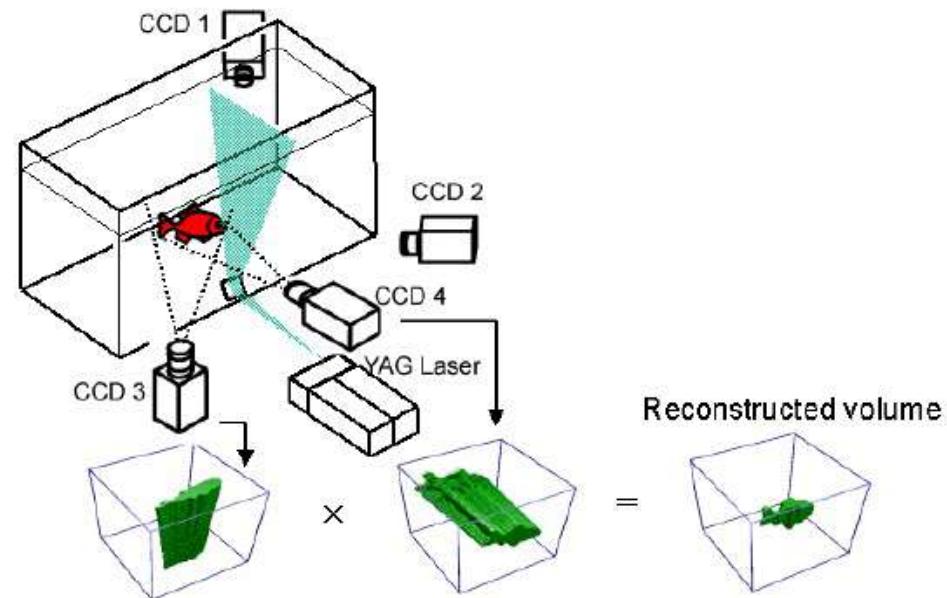
- ensemencement de l'écoulement (optiquement transparent)
- fréquence d'acquisition faible, $f \leq 100$ Hz
- mesure ponctuelle de vitesses de particules (cf. LDV)
- relativement coûteux

Particle Image Velocimetry (PIV)

- Plusieurs types de PIV, plus ou moins sophistiqués



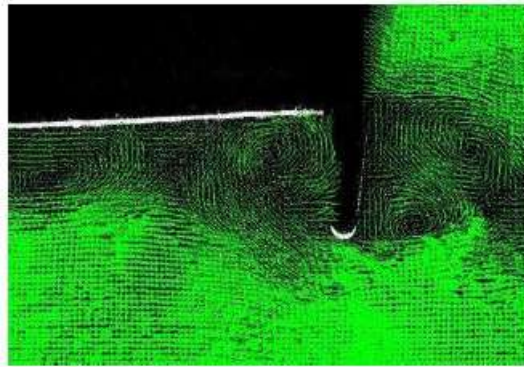
2D PIV



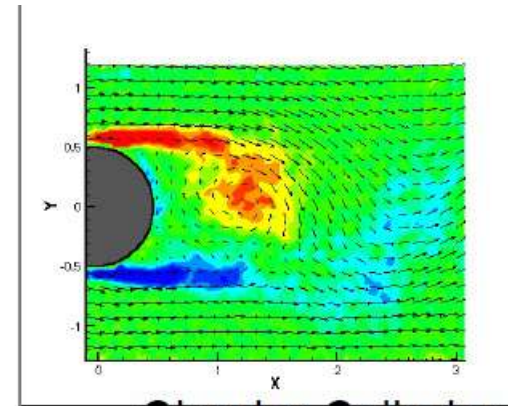
3D (Stereo) PIV

Particle Image Velocimetry (PIV)

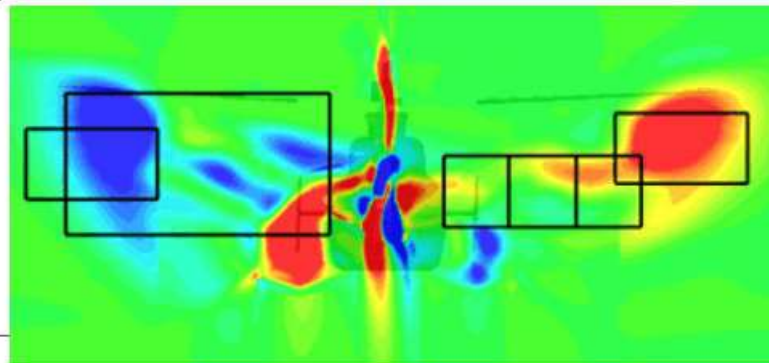
- Exemples



Guernsey flap



Circular Cylinder

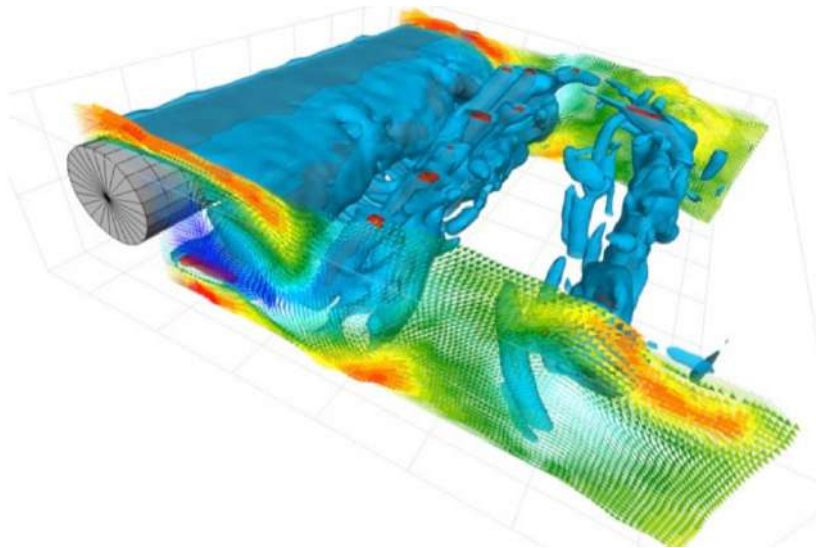


Helicopter rotor

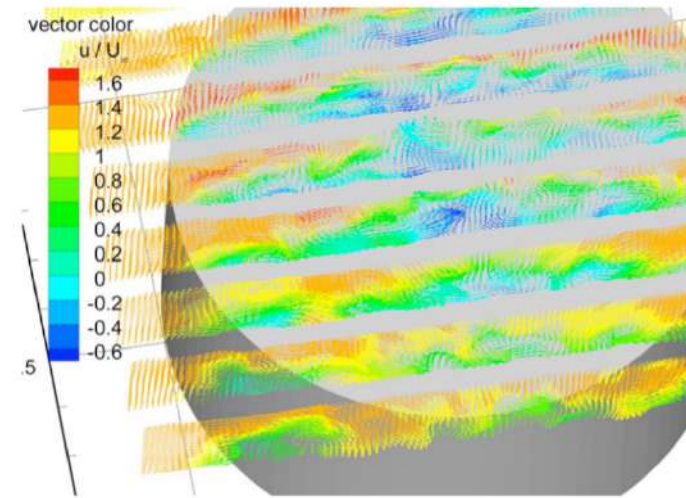
Experimental Aerodynamics

Particle Image Velocimetry (PIV)

- Exemples



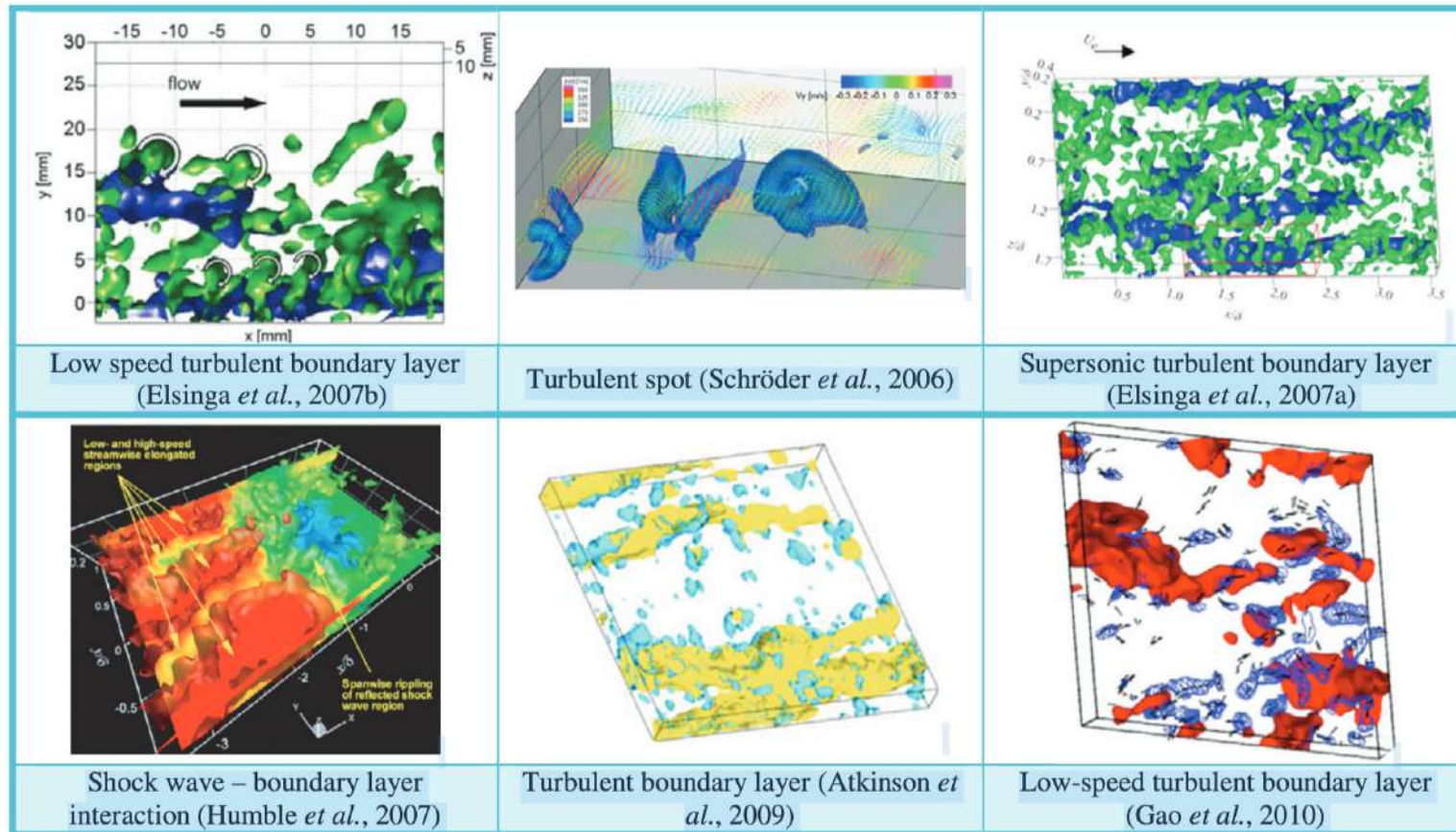
Circular cylinder flow (Scarano and Poelma, 2009)



Truncated cylinder obstacle (Hain et al, 2008)

Particle Image Velocimetry (PIV)

Exemples



Next time...

THE END