Analyse des systèmes du 1^{er} ordre

Wu François et Duvivier Valentin

I. Systèmes Intégrateurs

La fonction de transfert étudiée dans cette partie est celle d'un intégrateur, multiplié par un facteur K réel. Nous allons étudier son comportement dans le cas d'une réponse à un échelon.

Objectif : Nous allons modéliser sous simulink la réponse d'un tel système et en étudier les caractéristiques : temps de réponse, influence du facteur K, etc.

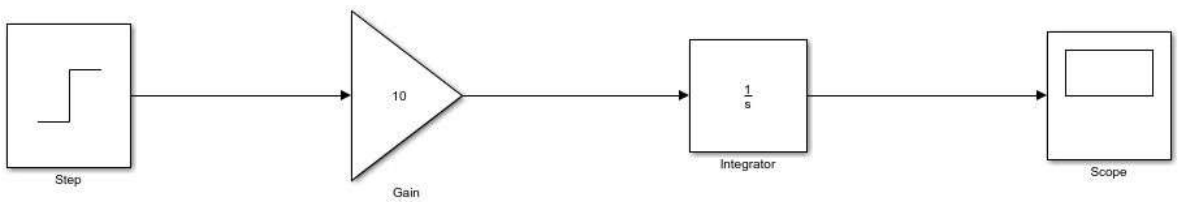


fig 1 : Schéma du système intégrateur avec K = 10

Nous simulons par la suite ce système pour différentes valeur K et nous étudions les temps de réponses pour chaque cas. Nous obtenons ainsi la figure suivante, rassemblant les systèmes pour K = 0.5, 1 et 10 :

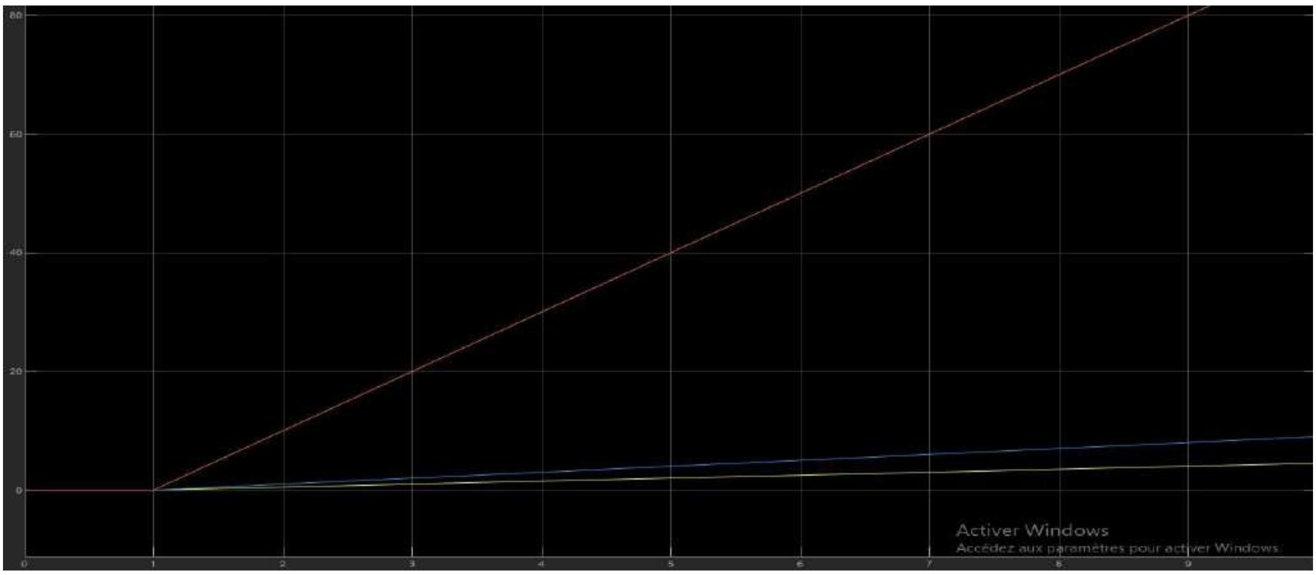


fig 2 : Graphique du temps de réponse du système en fonction de la tension

Légende :

- --------- *K = 10*
- --------- *K = 1*
- --------- *K = 0.5*

Les résultats attendus sont résumé dans le tableau suivant :

Valeur de K	**K = 0.5**	**K = 1**	**K = 10**
Temps à 10 V	**21 s**	**11 s**	**2 s**

On remarque aisément qu'en faisant varier la valeur du gain K , notre système va répondre différemment. On a ainsi un temps de réponse plus faible pour un gain plus important.

→ **Plus le système a un gain important, plus le système atteint des objectifs rapidement.**

II. Systèmes du premier ordre

La fonction de transfert étudiée dans cette partie est celle d'un système du premier ordre, multiplié par un facteur K réel. Nous allons étudier son comportement dans le cas d'une réponse à un échelon.

Objectif : Nous allons modéliser sous simulink la réponse d'un tel système et en étudier les caractéristiques : temps de réponse à 5%, influence du facteur K, etc.

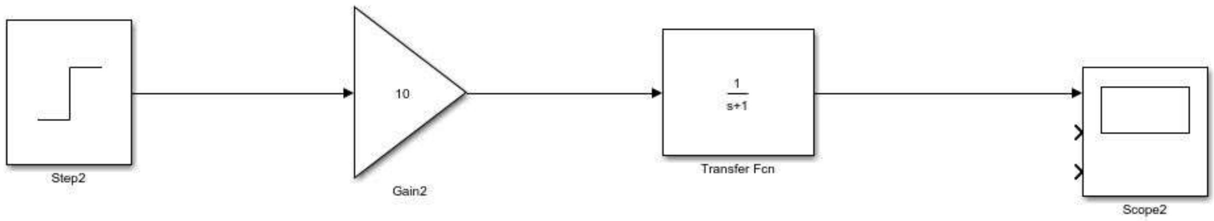


fig 3 : Schéma du système du 1er ordre avec K = 10 et τ = 1

Ci-dessous, nous avons la figure représentant le comportement du système pour différentes valeures de K (K = 0.5, 1 et 10).

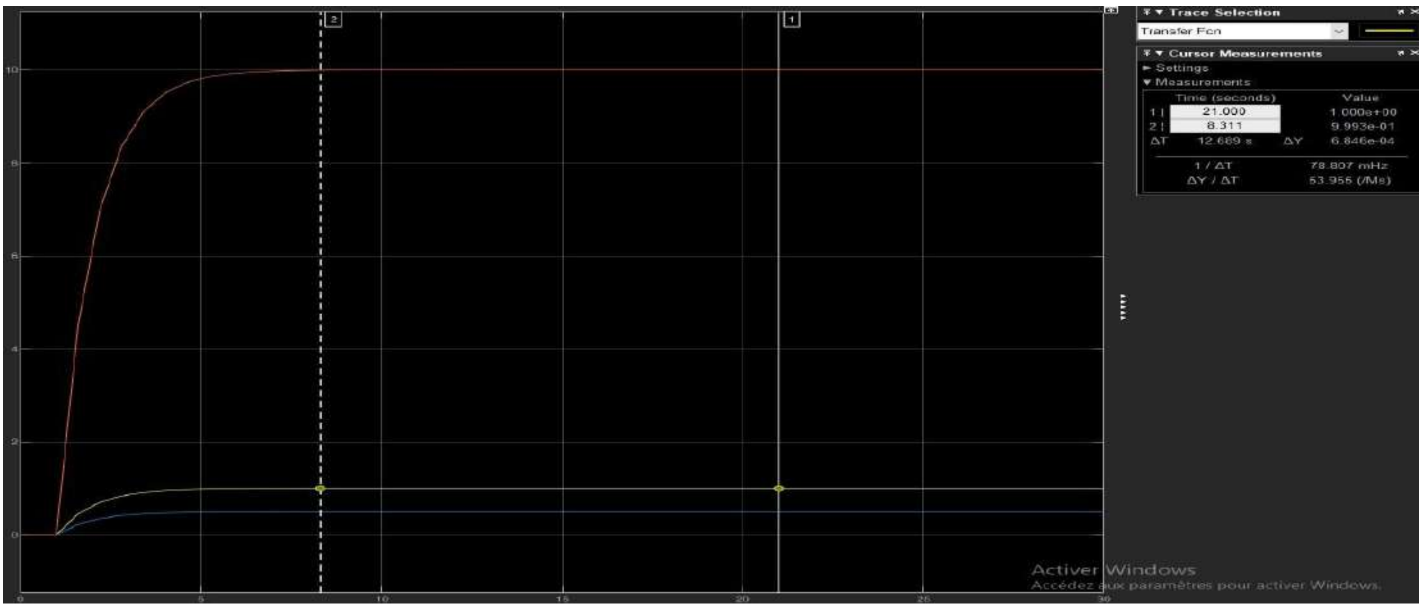


fig 4 : Graphique du temps de réponse du système en fonction de la tension

Légende :

--------- *K = 10*
--------- *K = 1*
--------- *K = 0.5*

Cette nouvelle étude de l'influence de K sur le système va nous permettre de faire une nouvelle observation sur le rôle du gain : l'augmentation du gain augmente la valeur de la sortie du système.

→ Le comportement du système reste inchangée, seule la sortie se retrouve affectée. On observe ainsi des mêmes allures de courbes, mais pour des maximaux différents.

Pour aller plus loin dans l'étude de ce système, nous allons tracer le diagramme de bode du système en faisant cette fois ci varier τ et K :

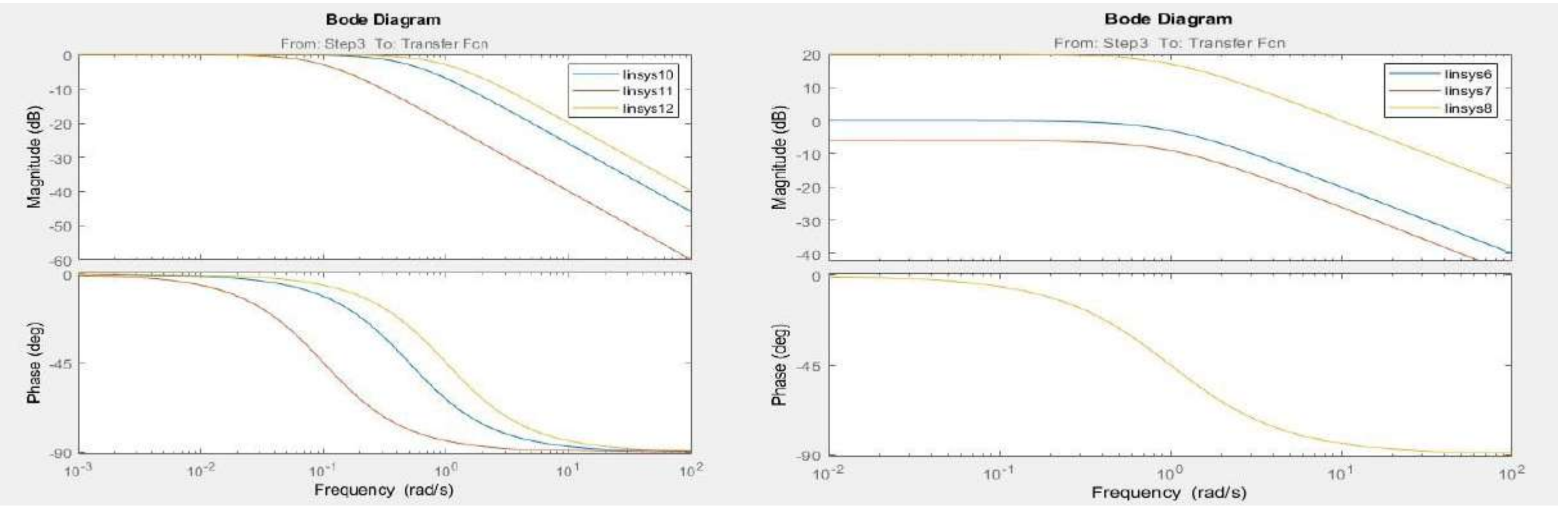


fig 5 : Diagramme de Bode pour :

différentes valeurs de temps τ — *différentes valeurs de gain **K***

Légende :

--------- τ *= 10*
--------- τ *= 2*
--------- τ *= 1*

--------- *K = 10*
--------- *K = 1*
--------- *K = 0.5*

On remarque ici que, contrairement à la variable K qui avait un rôle extérieur, la variable τ va modifier le comportement du système. On remarque ainsi que la phase varie en fonction de la valeur de τ alors qu'elle ne varie pas en fonction de celle de **K**.

→ En revanche, un point essentiel ici est de remarquer que l'influence du gain porte surtout sur les basses fréquences. On a notre w0 qui augmente avec K qui augmente (w0 = 20log(|K|).

Pour finir, nous allons étudier l'influence du facteur τ à travers la réponse temporelle du système :

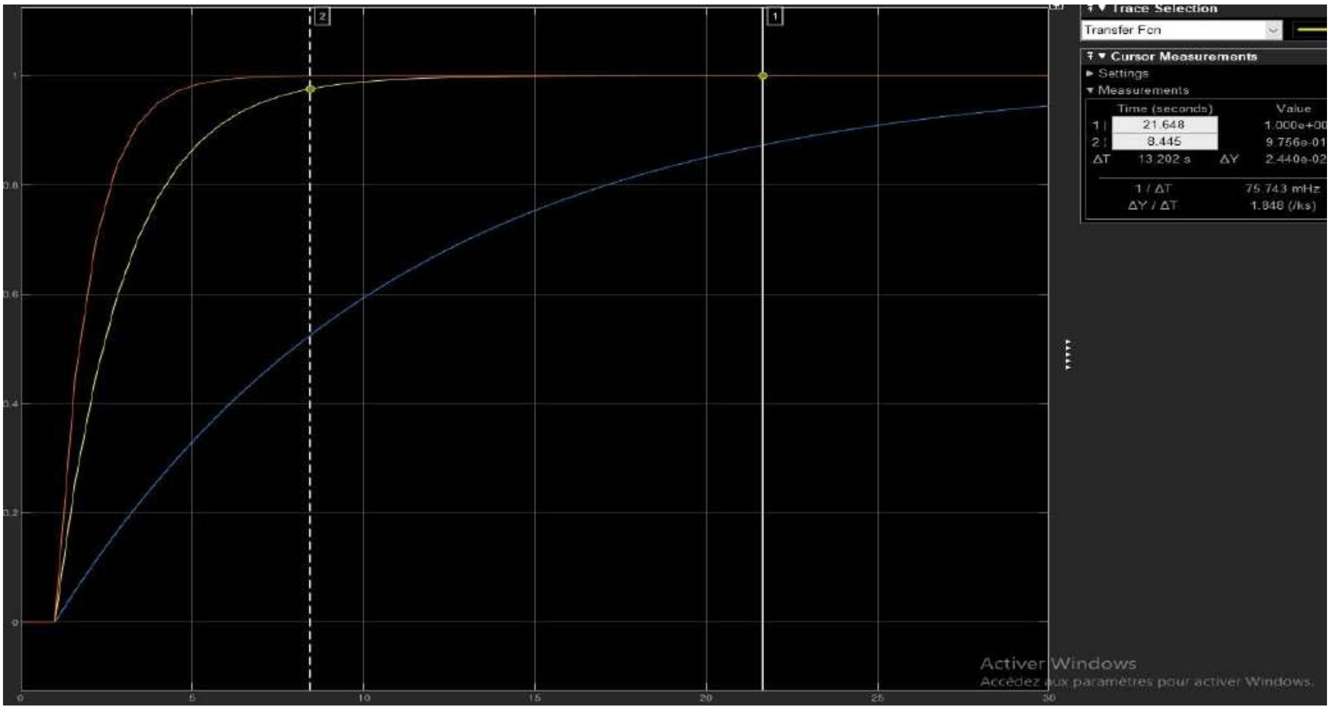


fig 6 : Graphique du temps de réponse du système en fonction de la tension

Légende :

--------- τ = 10
--------- τ = 2
--------- τ = 1

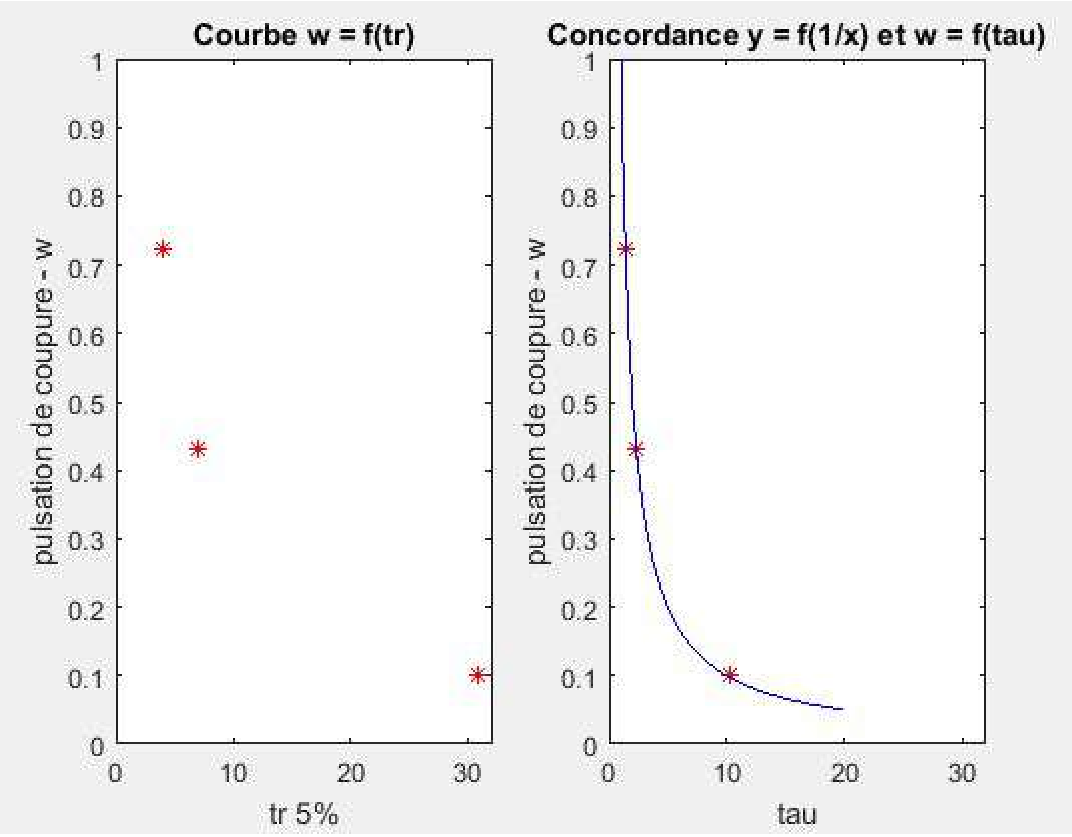
Sur les courbes ci-dessous, nous avons mesuré les temps **Tr** pour lesquelles on atteignait une tension égale à 95% de la tension max.

Au final, pour des valeurs de τ *qui varient (*τ *= 1, 2 et 10) et un K = 1, on a mesuré les valeurs de* ***Tr*** *et celle de la pulsation de coupure* ***w*** *:*

	τ = 1	τ = 2	τ = 10
Pulsation de coupure w	***0.730***	***0.430***	***0.100***
Temps de réponse Tr (en s)	***4.090***	***6.994***	***30.970***

Pour mettre en évidence le lien entre ces deux variables nous avons tracé la fonction w=f(tr).

Ensuite, sachant que Tr à 5% = 3τ, nous avons été en mesure de tracer la courbe w = f(τ) :*



<u>fig 6</u> : relation a) temps de réponse du système tr5% - pulsation de coupure et
b) pulsation de coupure - constante de temps τ

→ En sommes, grâce à cette représentation graphique et notamment la figure 6b, il devient évident que la pulsation de coupure w est définie par : **w = 1/τ.**

Il en découle que lorsque la constante de temps τ **diminue**, la pulsation de coupure **w augmente**. Ainsi, pour avoir une **bande passante large**, il faut un système pour lequel le temps τ est **le plus faible possible**.

III. <u>Systèmes du premier ordre avec un zéro</u>

La fonction de transfert étudiée dans cette partie est celle d'un système du premier ordre avec un zéro, multiplié par un facteur K réel. Nous allons étudier son comportement dans le cas d'une réponse à un échelon.

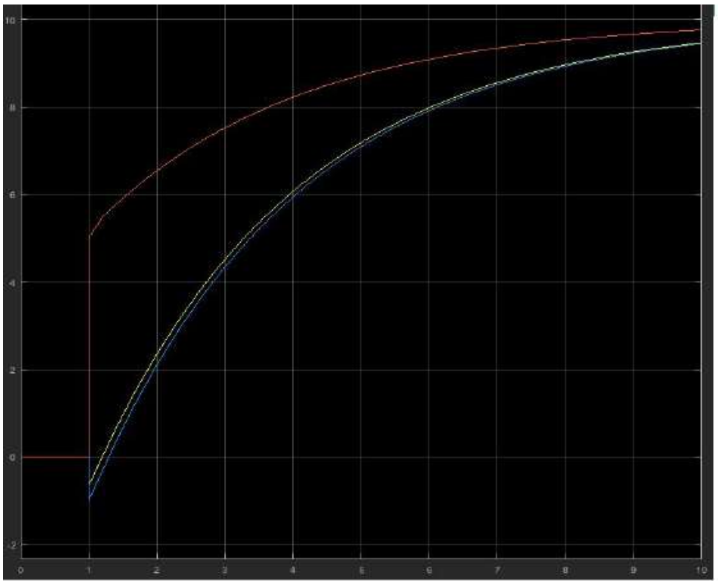
Objectif : Nous allons modéliser sous simulink la réponse d'un tel système et étudier l'influence du zéro sur la réponse du système.

Pour introduire ce problème, nous étudions l'influence du signe de **a** sur le signe de **p :**

a	-0.2	-0.3	1.5
p	**-5**	**-3.3**	**0.66**

On remarque ainsi que plus **a** *augmente, plus la valeur du zéro* diminue. Pour ce qui est du signe, le **zéro** est de signe contraire à **a**.

Pour terminer cette étude, nous allons utiliser les différentes outils vu jusqu'ici afin de conclure sur le rôle du zéro dans la fonction de transfert.



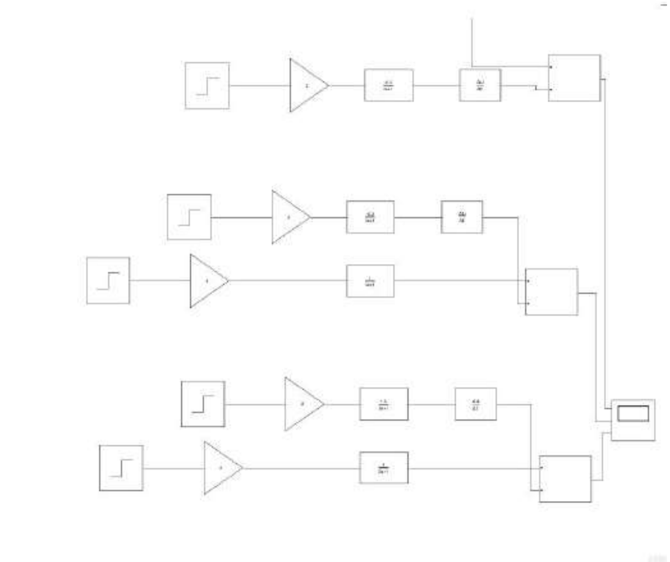


fig 7 : a) *Graphique v = f(t)* *b) Schéma du système*

Légende :

--------- *a = 1.5*
--------- *a = -0.2*
--------- *a = -0.3*

Le graphique 7.a permet d'avoir une idée définitive sur le lien entre les zéros et Tr. Ici, on remarque un point soulevé précédemment et qui est que la sortie est de signe inverse de a. En effet, ce que nous affichons ici est la superposition de 2 courbes :

- Celle associée à la fonction y1(p) = K/(1 + pτ)
- et celle liée au zéro donnée par y2(p) = K(1 + ap)/(1 + τ p)

Soit notre sortie y(p) qui répond à un échelon, avec y(p) = y1(p) + y2(p), dans le domaine temporel cela résulte par la fonction y(t) suivante :

$$y(t) = K*u(t)*(1 + (a - 1)*\exp(-t/\tau))$$

➜ Finalement, on voit que pour des temps caractéristiques faibles, la variable **a** va définir le comportement de la courbe, tandis que pour des temps plus grand, cette variable est négligé, la fonction tendant vers K.

Pour $a < 0$, la fonction n'est pas négative mais simplement plus faible que sans zéro. Au contraire, dès lors que $a > 0$, la fonction prend des valeurs supérieures à celle sans zéro.

Pour ce qui est de la stabilité et la précision de la sortie, elles sont équivalente qu'importe la valeur du zéro. Par contre, là où l'influence du zéro se ressent c'est au niveau de la rapidité du système. On a ainsi la rapidité du système qui augmente avec le zéro qui diminue (a augmente donc le zéro diminue).

On retrouve un point du cours stipulant qu'un **système est plus rapide** pour des valeurs des **zéros et des pôles proches de la valeur zéro**.