Sorbonne Université – Faculté des Sciences | **Année universitaire 2018-2019**
4AF16 – Aérodynamique et aéronautique | **Master SPI – Parcours MF2A & CM**

Épreuve écrite (40 points)
lundi 7 janvier 2019
Durée : 3 heures. Sans document. Calculatrice autorisée.

REDIGER PARTIE 1 ET PARTIE 2 SUR DEUX COPIES SEPAREES

On demande de bien justifier les réponses aux questions (nom des relations, théorèmes, hypothèses d'applicabilité...).

PARTIE 1 : Aérodynamique incompressible (1h30, 20 points)

Portance et traînée du Chipmunk

On se propose d'évaluer les performances du DHC-1 (DeHavilland Canada 1, voir figure ci-contre). Ce monoplan biplace monomoteur, surnommé Chipmunk, a été conçu pour l'entraînement de l'Aviation Royale du Canada (ARC), de la Royal Air Force (RAF) et de plusieurs autres forces aériennes pendant la guerre froide. Il a été produit en 1283 exemplaires, parmi lesquels 350 environ seraient encore en état de navigabilité. L'avion était motorisé par un moteur Gipsy Major 4 cylindres de 145 chevaux (108 kW).

Dans les questions 1 et 2, on se place en écoulement incompressible non visqueux.

FIGURE 1 : le DHC-1 en vol.

1. **Profil et coefficient de portance 2D** (10 points)

   (a) L'aile du Chipmunk est basée sur le profil NACA 1415. Décrivez ce profil.

   C'est un profil NACA à quatre chiffres : la flèche est d'un centième de corde, le point de cambrure maximale est situé à 40% de la corde, et l'épaisseur est de 15% de la corde, donc relativement épais. Le point d'épaisseur maximale est, comme pour tous les NACA à quatre chiffres, situé à 30% de la corde.

   (b) Pour simplifier l'étude, on remplace le NACA par un profil dont la ligne de cambrure moyenne est donnée par la fonction

   $$z(x) = a\, x \left(1 - \frac{x}{c}\right)^2 ,$$

   où a est une constante positive. Calculer $z'(x)$ et en déduire l'abscisse du point de cambrure maximale. Commenter.

   On obtient $z'(x) = a(1 - x/c)(1 - 3x/c)$. Le point de cambrure maximale est donc en $x = c/3$, il est situé à 33% de la corde au lieu de 40% pour le NACA 1415.

   (c) En utilisant le changement de variable de Glauert ainsi que la relation $\cos^2\theta = \frac{1}{2}[1 + \cos(2\theta)]$, montrer que $z'(x)$ se met sous la forme

   $$f(\theta) = \frac{f_0}{2} + f_1 \cos(\theta) + f_2 \cos(2\theta)\,,$$

   et déduire par identification les coefficients f_n.

En introduisant $x/c = \frac{1}{2}(1-\cos\theta)$, *on obtient*

$$f(\theta) = \frac{a}{4}(-1 + 2\cos\theta + 3\cos^2\theta) = \frac{a}{4}\left[\frac{1}{2} + 2\cos\theta + \frac{3}{2}\cos(2\theta)\right] .$$

Par identification, on obtient

$$f_0 = \frac{a}{4}, f_1 = \frac{a}{2} \text{ et } f_2 = \frac{3a}{8} .$$

(d) Déduire l'expression du coefficient de portance $C_{L'}(\alpha)$ en fonction de l'angle d'incidence dans l'approximation des profils minces. Pour quelles épaisseurs cette approximation est-elle vraiment justifiée ?

On a $C_{L'} = 2\pi(\alpha - \alpha_{L'=0})$, *où* $\alpha_{L'=0} = \frac{1}{2}(f_0 - f_1) = -\frac{1}{8}a$, *ce qui donne finalement*

$$C_{L'} = 2\pi(\alpha + \frac{a}{8}) .$$

Cette formule n'est valide que pour les profils minces, donc d'épaisseur inférieure ou égale à 12% de la corde.

(e) Pour obtenir une flèche identique à celle du NACA 1415, on adopte la valeur $a = 27/400$. Que valent alors l'angle de portance nulle $\alpha_{L'=0}$ et le coefficient de portance en incidence nulle $C_{L'}(\alpha = 0)$?

L'application numérique donne $\alpha_{L'=0} = -a/8 = -0.48°$ *et* $C_{L'}(\alpha = 0) = a\pi/4 = 0.053$.

2. **Portance de l'avion** (4 points)

La voilure du Chipmunk est une aile à bords droits (voir figure ci-contre). On donne les grandeurs suivantes relatives à l'avion et aux conditions d'un vol de croisière :

— envergure totale $b_0 = 10$ m
— corde minimale $c_t = 1$ m
— corde maximale $c_r = 2.2$ m
— longueur de l'avion $\ell = 8$ m
— masse de l'avion $m = 800$ kg
— altitude de vol $z = 2000$ m
— masse volumique de l'air $\rho = 1$ kg/m^3
— vitesse de l'avion $V_\infty = 60$ m/s.

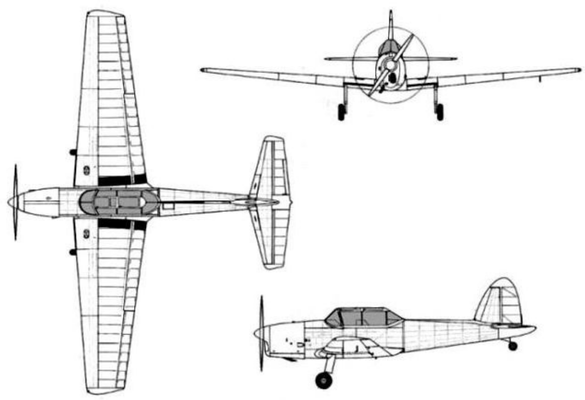


FIGURE 2 : vues du DHC-1.

(a) Donner l'expression littérale et la valeur numérique de la corde moyenne $\bar{c}$, puis de la surface alaire S_a et du rapport de forme A_R de l'aile.

La distribution étant affine, la corde moyenne est $\bar{c} = \frac{1}{2}(c_t + c_r)$, *ce qui donne* $\bar{c} = 1.6$ *m. La surface alaire est* $S_a = b_0\bar{c}$, *c'est-à-dire* $S_a = 16$ *m*^{2}.

(b) L'aile n'est pas vrillée, et on néglige les effets de vitesse induite qui modifieraient l'angle d'incidence α. Exprimer la portance totale L de l'aile à l'aide de la distribution de corde $c(y)$, et montrer que le coefficient de portance de l'aile 3D est alors égal au coefficient de portance du profil 2D.

Le portance totale L de l'aile est

$$L = \int_{-b_0/2}^{b_0/2} L'(y)\mathrm{d}y .$$

Le coefficient de portance 3D est

$$C_L = \frac{L}{q_\infty S_a} = \frac{\int_{-b_0/2}^{b_0/2} L'(y)\mathrm{d}y}{q_\infty S_a} .$$

Or $L'(y) = q_\infty C_{L'}(\alpha)c(y)$ *où* $C_{L'}$ *ne dépend pas de y puisqu'on a un profil unique à angle d'incidence α unique. D'où*

$$C_L = \frac{q_\infty C_{L'} \int_{-b_0/2}^{b_0/2} c(y)\mathrm{d}y}{q_\infty S_a} = \frac{C_{L'} b_0\bar{c}}{b_0\bar{c}} = C_{L'} ,$$

puisque la corde moyenne est

$$\bar{c} = \frac{1}{b_0}\int_{-b_0/2}^{b_0/2} c(y)\mathrm{d}y .$$

(c) Quelle incidence doit-on imposer à l'aile pour compenser le poids de l'avion en vol de croisière ? *Si l'on n'est pas parvenu à trouver $\alpha_{L'=0}$ dans la question 1, on pourra utiliser l'approximation $\alpha_{L'=0} \approx -0.5°$.*

La relation $L = mg$ donne $C_{L'} q_\infty S_a = mg$, ce qui, avec $C_{L'} = 2\pi(\alpha - \alpha_{L'=0})$, conduit à

$$\alpha = \alpha_{L'=0} + \frac{mg}{\pi \rho V_\infty^2 S_a} .$$

L'application numérique donne $\alpha = 2.05°$.

3. **Traînée de l'avion** (6 + 3 points)

On souhaite maintenant estimer d'une part la traînée visqueuse de l'avion, en prenant en compte la voilure (voir question précédente) ainsi que le fuselage de surface $S_f = 25$ m^2, et d'autre part la traînée induite.

(a) Pour les conditions de vol précisées plus haut, calculer le nombre de Reynolds $Re_{\bar{c}}$ basé sur la corde moyenne. À l'altitude de vol, la viscosité cinématique de l'air est $\nu = 1 \cdot 10^{-5}$ m^2/s.

On trouve $Re_{\bar{c}} = 60 \times 1.6/10^{-5} = 9.6 \cdot 10^6$.

(b) En déduire une estimation de la traînée due à la voilure.

Par l'une ou l'autre des formules en régime turbulent, on aboutit à un coefficient de traînée visqueuse de $C_{Dv} = 3.0 \cdot 10^{-3}$. La traînée visqueuse pour les deux faces de la voilure est $D_v = q_\infty 2 S_a C_{Dv} = 173$ N.

(c) Calculer le nombre de Reynolds Re_ℓ basé sur la longueur de l'avion.

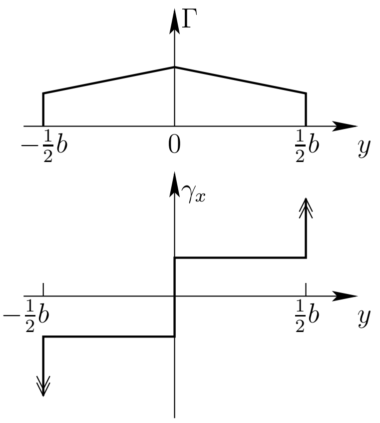
On trouve $Re_L = 60 \times 8/10^{-5} = 48 \cdot 10^6$.

(d) En déduire une estimation de la traînée due au fuselage.

La formule pour les écoulements fortement turbulents donne un coefficient de traînée visqueuse de $C_{Dv} = 2.4 \cdot 10^{-3}$. La traînée visqueuse due au fuselage est $D_v = q_\infty S_f C_{Dv} = 108$ N.

(e) (facultatif) Tracer l'allure de l'intensité de la nappe tourbillonnaire $\gamma_x(y)$ générée par la voilure.

On a $\Gamma(y) = L'(y)/(\rho V_\infty) = \frac{1}{2} V_\infty C_{L'} c(y)$. Si l'on néglige les effets de vitesse induite susceptibles de modifier l'angle d'incidence, cette distribution est affine par morceaux. L'intensité de la nappe tourbillonnaire est alors $\gamma_x(y) = -\Gamma'(y) = -Ac'(y)$ avec $A = \frac{1}{2} V_\infty C_{L'}$. Elle est constante par morceaux, avec deux Dirac en bouts d'aile, où $L'(y)$ est discontinu.



(f) Expliquer brièvement pourquoi cette nappe tourbillonnaire est à l'origine d'une traînée induite. Comment la traînée induite est-elle reliée à la portance ?

Origine de la traînée induite : voir cours. Le coefficient en est donné par :

$$C_{D_i} = \frac{C_L^2}{\pi A_R e}$$

où $e < 1$ est le coefficient d'efficacité de l'aile.

(g) (facultatif) Estimer la traînée induite pour un angle d'incidence de l'aile $\alpha = 2°$.

En prenant $e = 0.9$, pour $\alpha = 2°$, avec $C_L = C_{L'} = 2\pi(\alpha - \alpha_{L'=0})$, l'application numérique donne $C_{D_i} = 4.2 \cdot 10^{-3}$. On en déduit $D_i = \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 S_a C_{D_i} = 120$ N.

(h) (facultatif) Faire le bilan des forces de traînée. Commenter.

Si l'on fait le bilan, on a une traînée totale de $D = 120 + 173 + 108 \approx 400$ N. La puissance du moteur doit être $P = DV_\infty = 400 \times 60 \approx 24$ kW en vol de croisière, ce qui est compatible avec la puissance maximale de 108 kW.

Annexe partie incompressible : traînée visqueuse d'**<u>une</u>** face de plaque plane de longueur L

- en laminaire : $C_{D'_{\mathrm{v}}} = \dfrac{1.328}{\sqrt{Re_L}}$,
- en turbulent avec $Re_L < 10^7$: $C_{D'_{\mathrm{v}}} \simeq \dfrac{0.074}{Re_L^{1/5}}$,
- en turbulent avec $Re_L > 10^7$: $C_{D'_{\mathrm{v}}} \simeq \dfrac{0.455}{(\log_{10} Re_L)^{2.58}}$.