

# Travaux Pratiques de Mécanique

## Mécanique des Milieux Continus

### 3A004 (Fluides)

Année Universitaire 2019-2020.

## Informations pratiques

- Les salles de TP se trouvent en 45-56 1er étage.
- Les retards non justifiés seront sanctionnés dans l'évaluation des étudiants. Tout retard conséquent sera considéré comme une absence. En cas d'absence en TP, il est nécessaire de contacter le responsable des travaux pratiques au plus vite afin d'être réaffecté à une nouvelle séance de TP.
- Le compte-rendu est évalué par deux notes sur dix, la première sur le fond et la seconde sur la forme. Pour vous aider dans votre rédaction, une aide est proposée en annexe. Le compte rendu doit être déposé au format pdf dans la boîte de dépôt d'un des étudiants au plus tard une semaine après la séance.
- Une note individuelle qui tient compte de votre préparation au préalable, participation active, capacité de travailler en groupe, etc, est aussi ajoutée. Chaque intégrant d'un trinôme peut donc avoir une note différente.

## TP 1 : Viscosimètre à écoulement

On considère un viscosimètre à écoulement, constitué d'un récipient cylindrique de diamètre  $D$  relié à un tube horizontal fin de diamètre  $d_o$  et de longueur  $L$  (voir figure 1), et contenant un liquide visqueux et incompressible, de viscosité dynamique  $\mu$  et de masse volumique  $\rho$ . Le liquide est surmonté d'air à la pression atmosphérique. En laissant s'écouler le liquide par le tube horizontal, le niveau de celui-ci dans le récipient baisse d'une hauteur  $h_o - h$ . L'écoulement dans le tube est supposé permanent (les variations du débit et de la pression dans le temps sont très faibles) et les effets dus aux extrémités du tube sont supposés négligeables.

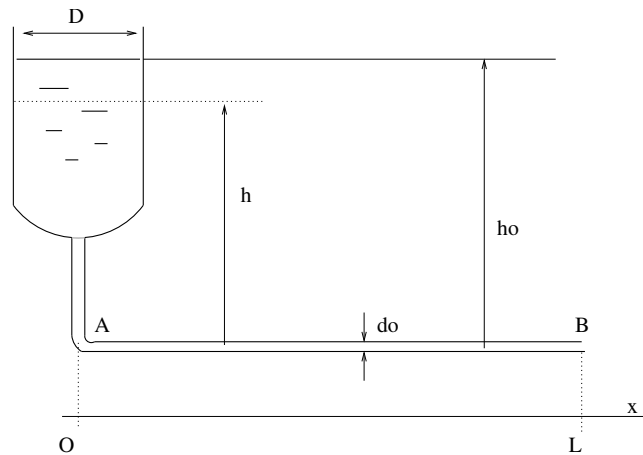


FIGURE 1 – Viscosimètre

On rappelle que dans l'hypothèse d'un écoulement permanent s'effectuant dans une conduite cylindrique et présentant une symétrie de révolution autour de l'axe de celle-ci, le débit volumique dans la conduite dans la direction  $\vec{e}_x$  s'écrit sous la forme :

$$q_v = \frac{\pi d_o^4}{128\mu L} \Delta P$$

En supposant que l'écoulement dans le récipient soit très lent, et que la pression à l'extrémité du tube horizontal diffère très peu de la pression atmosphérique, calculer la différence de pression  $\Delta p$  en fonction de la hauteur du liquide  $h$  (on négligera la cote du liquide dans le tube horizontal devant la hauteur  $h$ ). Déduire des questions précédentes l'équation différentielle en  $h$  régissant la variation de hauteur en fonction du temps  $t$ . Intégrer cette équation et montrer que l'expression de  $h$  peut se mettre sous la forme :

$$h = h_o e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}$$

où  $\Delta t = t - t_o$ ,  $t_o$  étant l'instant initial,  $h_o$  est la hauteur initiale et  $\tau$  est la constante de temps du système définie par :

$$\tau = \frac{32D^2\mu L}{\rho g d_o^4}$$

## Travail demandé

### Questions préliminaires

Des points qui vous aideront dans votre démarche

- Quelle est la dimension de  $\tau$  ? Comment varie  $h$  dans les deux cas limites suivants :  $\tau$  tend vers l'infini et  $\tau$  tend vers zéro, quel est le rapport avec les paramètres physiques et géométriques du problème ?

- Pour chaque paire  $(L, r_0)$  vérifiez que  $h$  (niveau d'eau) en fonction du temps suit bien une fonction exponentielle décroissante.
- Vérifiez les lois d'échelle  $\tau \sim L$  et  $\tau \sim \frac{1}{r_0^4}$ .
- Vérifier que l'écoulement dans le tube est laminaire, l'est-il ?

## Manipulations

Vous avez à votre disposition

1. des tubes en verre de longueurs et diamètres différents ,
2. un récipient cylindrique
3. une règle
4. un chronomètre
5. de l'eau et tout autre élément dans la salle TP...

## Protocole expérimental

Il s'agit de faire un montage pour mesurer les temps caractéristiques en fonction de la longueur et du diamètre des tubes.

- Les tubes en verre ont une longueur maximale vous pouvez les ajouter un à un avec des joints en caoutchouc pour changer la longueur  $L$
- La règle sert à mesurer le niveau d'eau  $h$  dans le récipient
- Il est plus simple de donner des "tops" à des temps fixes et noter les hauteurs d'eau que l'inverse
- Tenez compte des erreurs de mesure (Annexes)
- Sortez des courbes  $h$  vs  $t$ ,  $\tau$  vs  $L$ ,  $\tau$  vs  $\frac{1}{r_0^4}$ , ... et toute autre information nécessaire pour votre rapport
- La valeur de viscosité trouvée, est-elle acceptable ? Justifiez.

## TP 2 : Rhéométrie

Le but de ce TP est de comprendre le principe d'un rhéomètre de Couette, d'étudier le comportement dynamique de certains fluides (tracé des courbes rhéologiques), de les classer et de les comparer entre eux.

La rhéologie est l'étude de la déformation et de l'écoulement de la matière. La caractéristique principale qui traduit le comportement dynamique d'un fluide est sa courbe rhéologique : contrainte de cisaillement  $\tau$  en fonction du gradient normal de vitesse  $D$  (taux de cisaillement).

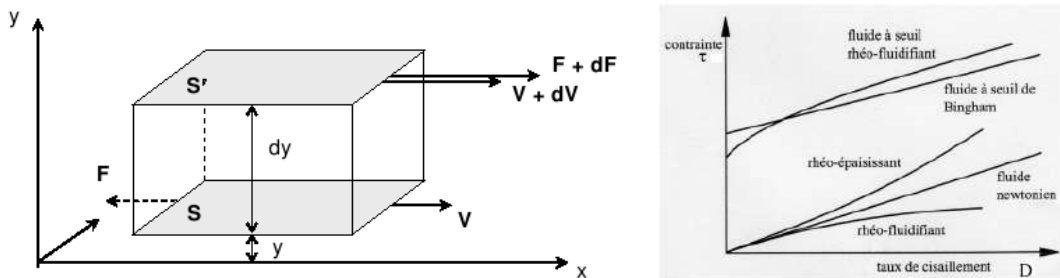


FIGURE 2 – (gauche) Modélisation d'un écoulement (droite) Relation entre le taux de cisaillement et la contrainte pour différents fluides.

Rappelons rapidement la signification de ces grandeurs à partir de l'écoulement longitudinal dans la direction  $(O, x)$  schématisé en figure 2. Pour cet écoulement, la vitesse  $V$  du fluide est uniquement fonction de  $y$ . La contrainte de cisaillement résultante appliquée à  $S$  et à  $S'$  peut alors être définie par le rapport :

$$\tau = \frac{dF}{dA} \quad (1)$$

et le gradient de vitesse par :

$$D = \frac{dV}{dY} \quad (2)$$

On définit, pour chaque valeur de  $D$ , la viscosité dynamique apparente  $\mu$  du fluide par :

$$\mu = \frac{\tau}{D} \quad (3)$$

où  $\mu$  est exprimé en Poiseuille (Pl) ou encore Pascal seconde (Pa.s), unité homogène à  $M.L^{-1}.T^{-1}$  (1 Poise = 0,1 Pl et 1 centiPoise cP = 1 mPa.s). La viscosité cinématique  $\nu = \mu/\rho$  s'exprime en  $m^2/s$  ce qui est homogène à  $L^2.T^{-1}$ . (1 Stokes =  $10^{-4} m^2/s$ ).

### Les type de fluides

Beaucoup de fluides comme l'air, l'eau, certaines huiles peuvent être considérés comme newtoniens. Leur comportement dynamique est linéaire, ce qui correspond, pour la courbe rhéologique ( $\tau = f(D)$ ), à une droite passant par l'origine. Le coefficient de viscosité dynamique  $\mu$  est indépendant du gradient normal de vitesse. Ce coefficient, comme le coefficient de viscosité cinématique  $\nu$  est fonction de la température et de la pression.

On généralise la vitesse de déformation par le taux de cisaillement noté  $D$ , qui s'exprime en  $s^{-1}$ . La figure 2 (droite) montre en échelle linéaire des relations typiques entre contrainte de cisaillement  $\tau$  et taux de cisaillement  $D$  observées pour différents types de fluides non newtoniens

1. fluides à seuil (plastiques), il n'y a pas d'écoulement tant que la contrainte appliquée ne dépasse pas une valeur critique  $\tau_c$ . Leur viscosité diminue ensuite si une contrainte supérieure au seuil

est appliquée. On peut citer de nombreuses suspensions concentrées de solides dans un liquide et certaines solutions de polymères mais aussi le ciment frais, les pâtes dentifrices ou le concentré de tomate.

2. fluides rhéofluidifiants (pseudoplastiques) s'écoulent même sous une contrainte faible mais ils ont une viscosité effective qui diminue lorsque la contrainte croît. De nombreuses solutions de polymères présentent ce type de comportement qui peut être attribué à des macromolécules entremêlées qui se séparent progressivement et s'alignent avec l'écoulement. Dans d'autres cas, cela provient de la disparition des structures qui sont formées par suite de l'attraction entre particules solides. On peut citer également le sang, le shampoing, les concentrés de jus de fruits, les encres d'imprimerie, la mayonnaise, le yoghourt, les huiles végétales...
3. fluides rhéoépaississants (dilatants) sont des fluides dont la viscosité augmente avec la contrainte appliquée. Le sable mouillé en est un exemple : à faible vitesse, les grains glissent les uns par rapport aux autres en étant lubrifiés par l'eau. Sous une forte contrainte, ils viennent frotter les uns contre les autres. Les suspensions concentrées d'amidon ou la guimauve ont des propriétés similaires.

Un autre type de fluide non newtoniens ce sont ceux dépendants du temps, les fluides thixotropes ont une viscosité qui diminue avec le temps quand on leur applique une contrainte constante à condition que le phénomène soit réversible. Après suppression de cette contrainte, on ne retrouve la viscosité initiale qu'après un certain temps. Les solutions concentrées de polymères et les suspensions en sont des exemples. De nombreux corps sont à la fois thixotropes, rhéofluidifiants et à seuil. La relation entre thixotropie et propriétés rhéofluidifiantes dépend du rapport entre les temps caractéristiques de réarrangement  $\Lambda$  de la structure interne du fluide et de variation de la contrainte appliquée  $T$ . Le rapport  $\Lambda/T$  est appelé nombre de Deborah  $De$ . Lorsque  $De \ll 1$ , le fluide a le temps de se réarranger lorsqu'on fait varier la contrainte. Pour un fluide rhéofluidifiant, la viscosité apparente diminue avec  $D$  mais la valeur obtenue est indépendante de la durée de la mesure  $T$ . Si on enchaîne des charges (augmentation de la vitesse ou de la contrainte) et des décharges (diminution), la relation  $\tau = f(D)$  est toujours la même. Pour  $De \gg 1$ , les propriétés rhéologiques évoluent au cours du temps au fur et à mesure du changement de structure du fluide. Lorsqu'on décrit une suite de charges et de décharges, on observe un effet d'hystérésis caractéristique de la thixotropie. Les fluides thixotropes ont de nombreuses applications pratiques comme les peintures et les boues.

Quelques valeurs caractéristiques de viscosités dynamiques et cinématiques à 20°C et 1 bar.

Produits	Viscosité dynamique (Pa.s)	Viscosité cinématique (m <sup>2</sup> /s)
eau	$1,005 \cdot 10^{-3}$	$1,007 \cdot 10^{-6}$
lait	$2,0 \cdot 10^{-3}$	$1,93 \cdot 10^{-6}$
huile d'olive	$84 \cdot 10^{-3}$	$91,5 \cdot 10^{-6}$
gels/crèmes	1 à 100	
vernis/peintures	10 à 1000	
résines/goudron/bitume	100 à 100000	
glace (0°C)	$10^{13}$	

## Travail demandé

### Questions préliminaires

On considère l'écoulement permanent d'un fluide newtonien incompressible, compris entre deux cylindres coaxiaux de rayons  $R_1$  et  $R_2$ , le cylindre intérieur tournant à la vitesse angulaire  $\Omega_1$  et le cylindre extérieur étant fixe (figure 3). On suppose qu'aucun gradient de pression n'est appliqué extérieurement, on choisit le système de coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$  et on cherche à déterminer les composantes  $(U, V, W)$  de la vitesse.

On se restreint à l'écoulement le plus simple possible, obtenu aux faibles vitesses : écoulement stationnaire, axisymétrique et invariant par translation verticale (pas de dépendance en  $t$ ,  $\theta$  et en  $z$ ).

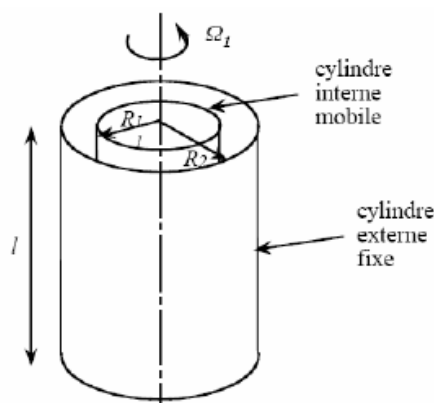


FIGURE 3 – Géométrie pour l'écoulement de Couette

Compte tenu de la symétrie du problème par rapport aux plans perpendiculaires à l'axe de rotation, il n'y a pas de vitesse axiale ( $W = 0$ ). La vitesse tangentielle est, du fait de l'axisymétrie, indépendante de  $\theta$ . A partir de l'équation de conservation de la masse et des conditions aux limites sur les cylindres (vitesse radiale nulle), on montre facilement que  $U = 0$  dans tout le fluide. Les équations de Navier-Stokes ainsi simplifiées donnent :  $V = ar + b/r$ , avec  $a$  et  $b$  des constantes à déterminer.

1. A partir des conditions limites en  $R_1$  et en  $R_2$ , déterminez la vitesse  $V$ .
2. Le taux de cisaillement du fluide est  $D = r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{V}{r} \right)$ . Donnez l'expression de  $D$ , est-il constant sur tout le volume ? Le rhéomètre ne peut pas mesurer de grandeurs locales (c'est-à-dire à un  $r$  donné), on prendra donc le taux de cisaillement moyen dans l'entrefer (intégration entre  $R_1$  et  $R_2$  et division par  $R_2 - R_1$ ). Exprimez  $D$  sous la forme  $D = \alpha N$  où  $N$  est la vitesse de rotation  $\Omega_1$  exprimée en Tr/min. Calculez  $\alpha$  pour deux systèmes de mesure avec les données géométriques. Pour chaque appareil, retrouvez-vous des valeurs de  $\alpha$  proches de celles fournies en section ? Quel lien existe-t'il entre les données fournies par le constructeur concernant les gammes de  $D$  et de vitesses de rotation et  $\alpha$  ? D'où proviennent les éventuelles différences entre vos résultats et ceux du constructeur ?

## Manipulations

### Protocole expérimental

Vous disposez de plusieurs produits : de l'huile, du détergent (produit vaisselle), de la crème lavante, du dentifrice, du gel coiffant (que l'on peut diluer) et de la moutarde. Vous n'aurez pas nécessairement à étudier tous les produits.

Pour chaque produit, le mode opératoire est le même : on impose la vitesse de rotation (et donc le taux de cisaillement) et on relève la contrainte afin de tracer la courbe rhéologique  $\tau = f(D)$ . Réaliser une série de mesures en augmentant  $N$  puis en la diminuant. Pour chaque série, il faut aussi relever la température de l'échantillon. Indiquez celle-ci et la température ambiante dans le compte rendu.

### Précautions particulières

Les instructions spécifiques d'utilisation de chaque rhéomètre sont fournies en séance mais d'une manière générale, il faut savoir que tous ces appareils sont très fragiles et demandent beaucoup de soin. A aucun moment, il ne faut forcer (certains pas de vis sont inversés). Il faut veiller à ne pas heurter les mobiles et les vases, à bien les laver et les sécher entre chaque manipulation et à la fin de la séance.

Pour le dentifrice, veillez à remplir le vase afin qu'il n'y ait pas de bulles d'air.

Recyclez l'huile dans la bonbonne prévue à cet effet. Jetez les autres produits.

## Principe de fonctionnement des rhéomètres de Couette à cylindres coaxiaux.

Un vase immobilisé en rotation, contient le liquide dont on veut mesurer la viscosité. Un mobile M, entraîné par un moteur électrique à vitesse **constante**, tourne au sein du liquide. Le stator S, solidaire d'un capteur mesurant une déviation angulaire (symbolisée ici par une aiguille A), est relié au bâti par un ressort de torsion B. Dans les modèles utilisés pour le TP, plusieurs vitesses de rotation peuvent être sélectionnées. Lors de la rotation du moteur à une de ces vitesses, le stator est en équilibre, d'une part sous l'action du couple de frottement appliqué par le liquide sur le mobile M, d'autre part sous l'action du couple de torsion du ressort B. Ce couple est mesuré par la déviation angulaire (aiguille A). La relation entre la déviation angulaire du ressort et le couple est donnée par un étalonnage réalisé par le constructeur de l'appareil. A partir du couple exercé et de la géométrie du système de mesure (vase et mobile), on déduit la contrainte de cisaillement  $\tau$  et ainsi la valeur du coefficient de viscosité dynamique  $\mu$ . Le gradient normal de vitesse D a été préalablement calculée en fonction de la vitesse de rotation choisie et de la géométrie du mobile. Le lien entre la géométrie, la vitesse de rotation et D est à faire dans les questions préliminaires.

### Spécifications techniques des différents rhéomètres disponibles

Nous disposons de trois viscosimètres : un rhéomètre RVDVII+ (S18) de Brookfield, un rhéomètre Myr VR3000 (TL5) de Viscotech et un rhéomètre RM 100 de Lamy équipé de deux systèmes de mesure D11 ou D33 (vase + mobile).

Les caractéristiques correspondant aux quatre systèmes de mesure sont données dans le tableau 1. La contrainte minimale détectable de façon fiable est fixée à environ 10% de la valeur maximale. En deçà, la déviation du ressort est trop faible pour donner une mesure reproductible.

On peut montrer qu'il existe une relation simple entre la vitesse de rotation  $N$  en Tr/min et le taux de cisaillement moyen dans l'entrefer  $D$ , telle que  $D = \alpha N$  avec  $\alpha$  une constante géométrique fournie par le constructeur. Celle-ci est donnée dans le tableau 1.

Système	RVDVII+ / S18	VR3000 / TL5	RM 100 / D11	RM 100 / D33
$R_2(\text{mm})$	9.5	9.5	16.25	7.5
$R_1(\text{mm})$	8.75	8.75	15	7.0
$e = R_2 - R_1(\text{mm})$	0.9	0.9	1.25	0.5
$l(\text{mm})$	32	32	36.5	21.5
nbre de vitesses	18	21	34	34
plage de $N$ (Tr/min)	0.3 - 100	0.1 - 200	0.3 - 1500	0.3 - 1500
plage de $D$ ( $s^{-1}$ )	0.396-132	0.132 - 264	0.387 - 1936	0.387 - 1936
$\tau_{pl.ech}(Pa)$	42.24	3.96	387	1625
$\alpha(\text{min}/s/Tr)$	1.32	1.32	1.29	1.29

TABLE 1 – Caractéristiques géométriques et valeurs de contraintes maximales des systèmes de mesure

## Annexe A : Guide de rédaction des compte-rendus de TP

Le compte-rendu a pour objectif de synthétiser des expériences, développements théoriques ou expérimentaux qui ont été menés par une ou plusieurs personnes. Il peut être destiné par exemple à constituer un document exploitable par des collaborateurs dans le cadre d'un projet ou encore à permettre l'évaluation d'un étudiant dans sa compréhension d'un phénomène physique. Dans tous les cas, le compte-rendu doit être clair et concis et pour cela le fond et la forme du document doivent être de qualité.

## Le fond

Tout d'abord, l'introduction doit présenter le contexte de l'expérience (cadre général, intérêt) ainsi que les objectifs des mesures. Il ne s'agit pas de recopier l'introduction de l'énoncé. Les éléments du travail expérimental doivent également être exposés, c'est-à-dire le système "physique" (éprouvette, structure, ...), les moyens de mesure (capteurs, montages et méthodes) et les modèles théoriques éventuellement impliqués.

Les résultats doivent ensuite être présentés avec clarté. Les unités ne doivent surtout pas être oubliées. Le nombre de chiffres significatifs doit être pertinent et en rapport avec l'incertitude du résultat. L'incertitude et l'erreur relative doivent également être calculées (annexe ). Les résultats doivent ensuite être présentés sous forme de tableaux et/ou de courbes donnant toutes les indications requises (titres, unités, barres d'erreur, ...). L'interprétation et le commentaire constituent le résultat de l'expérience et ne doivent absolument pas être négligés. Enfin, une conclusion doit être rédigée afin de résumer les points positifs et les points négatifs du travail, de souligner un résultat très intéressant ou encore donner des perspectives au TP.

## La forme

Afin que le message contenu dans le compte-rendu soit compréhensible et exploitable par le lecteur, la forme de sa rédaction est fondamentale. La forme comprend les éléments suivants :

- **La présentation.** Elle doit faciliter la lecture en soignant l'aspect esthétique du document.
- **Des schémas.** Lorsqu'il faut présenter une expérience et le matériel qu'elle utilise, un schéma peut avantageusement illustrer un paragraphe descriptif.
- **Des tableaux et/ou des graphiques.** Ils doivent permettre de faire comprendre rapidement au lecteur l'évolution d'une grandeur et/ou la confrontation pertinente de résultats.
- **L'orthographe et la grammaire irréprochables.** Afin de ne pas déconcentrer le lecteur, un soin particulier doit être apporté à l'orthographe et à la grammaire pour éviter les contresens et faciliter la compréhension du lecteur. Elles sont prises en compte dans la notation.

Pour la rédaction d'un compte rendu de TP répondant à ces critères de forme, l'utilisation d'outils bureautiques est obligatoire. Certains sont payants mais largement utilisés, c'est le cas de la suite Microsoft Office qui intègre le traitement de texte Word et le tableur Excel. Mais il existe des alternatives gratuites et disponibles en ligne qui remplissent les mêmes fonctions : Libre Office, LaTeX, .... Vous avez des templates sur Sakai. L'apprentissage de ces outils est de la responsabilité des étudiants, mais les enseignants peuvent répondre à vos questions et vous orienter.

Le compte-rendu doit être exposé en un maximum de 4 pages, écrites avec une fonte standard (Times, taille 11), en simple interligne et avec des marges comprises entre 1 et 1.5 cm. Les figures, graphiques et tableaux doivent être intégrés au texte qui les explique. Le fichiers doit **obligatoirement** être rendu au format **pdf** afin d'être lu par n'importe quel encadrant.

## Annexe B : Le calcul d'incertitude

Le calcul d'incertitude permet d'évaluer correctement les erreurs qui se produisent lors de mesures liées à la vérification d'une relation entre différentes grandeurs physiques. Les instruments de mesure n'étant pas de précision infinie, les mesures faites pendant une expérience ne sont pas exactes. Il faut donc évaluer ces incertitudes pour répondre à la question : "la relation n'est pas vérifiée exactement parce qu'elle est fautive ou parce que les mesures sont incertaines ?" On en déduit des marges d'erreurs, en dehors desquelles la relation sera invalidée. Cela fait partie intégrante de la méthode scientifique

## Définitions

Le calcul de l'incertitude sur une grandeur obtenue à partir de grandeurs mesurées dont on peut estimer l'erreur peut être présenté simplement et sans démonstration de la façon suivante : Soit les grandeurs



mesurées  $a$  et  $b$ , on note  $\Delta a$  et  $\Delta b$  les incertitudes absolues,

Si  $a$  est une grandeur mesurée,  $\Delta a$  est l'incertitude absolue (même unité que  $a$ ) et  $\frac{\Delta a}{a}$  est l'incertitude relative (en %).

La calcul de l'erreur  $e$  s'effectue très simplement à partir de la relation

$$e = \frac{A - B}{B}$$

où  $A$  est la valeur exacte et  $B$  la valeur approchée. L'erreur s'exprime donc en %. Ce calcul bien que très simplifié, est très utilisé dans l'ingénierie et la recherche pour déterminer et quantifier simplement une erreur de mesure ou de calcul.

### **Incetitude sur une somme ou une différence**

Si la grandeur  $c$  est définie telle que

$$c = a \pm b$$

où  $a$  et  $b$  sont deux grandeurs mesurées, alors l'incertitude absolue  $\Delta c$  a pour expression

$$\Delta c = \Delta a + \Delta b.$$

L'incertitude absolue de la somme ou de la différence de deux grandeurs est égale à la somme des incertitudes absolues de ces grandeurs.

### **Incetitude sur un produit ou un rapport**

Si la grandeur  $c$  est définie telle que

$$c = ab \quad \text{ou} \quad c = \frac{a}{b}$$

alors l'incertitude relative  $\frac{\Delta c}{c}$  a pour expression

$$\frac{\Delta c}{c} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}.$$

Ainsi, l'incertitude relative sur un produit ou un rapport de deux grandeurs est égale à la somme des incertitudes relatives de ces grandeurs.

### **Différentielle logarithmique**

Si la grandeur  $c$  est définie telle que

$$c = a^m b^n$$

le logarithme de cette expression est :

$$\log c = m \log a + n \log b.$$

On en déduit que l'incertitude relative  $\frac{\Delta c}{c}$  a pour expression

$$\frac{\Delta c}{c} = |m| \frac{\Delta a}{a} + |n| \frac{\Delta b}{b}.$$