

TD3 - Impact d'une rafale sur un avion rigide

On désire étudier la réponse d'un avion supposé rigide et de masse m à une rafale aérodynamique discrete 1D suivant la direction de l'écoulement x . Dans le repère lié à l'avion, il n'existe qu'un seul degré de liberté z , correspondant au déplacement vertical de l'avion* en fonction de l'intensité de la rafale $w_G(t)$.

1. Donner l'équation du mouvement du système dynamique.
2. L'opérateur aérodynamique considéré ici est donné par:

$$L(t) = \frac{1}{2} \rho_\infty U_\infty^2 S \frac{dC_L}{d\alpha} \left(\frac{w_G(t)}{U_\infty} + \frac{\dot{z}}{U_\infty} \right)$$

- a) Distinguer dans l'expression ci-dessus, les effets de portance relatifs au déplacement de la structure par rapport à ceux engendrés par la rafale
 - b) Avons-nous fait ici l'hypothèse d'un écoulement stationnaire, quasi-stationnaire ou instationnaire ?
 - c) Montrer que l'équation du mouvement peut se mettre sous la forme : $\ddot{z}(t) = -\lambda(w_G + \dot{z})$ où on donnera l'expression de λ en fonction des données du problème.
3. Supposant que $z(t=0) = \dot{z}(t=0) = 0$, résoudre l'équation ci-dessus dans l'espace de Laplace, puis, en revenant dans l'espace physique, montrer que le déplacement vertical de l'avion est donné par :

$$z(t) = \int_0^t w_G(u) \left[e^{-\lambda(t-u)} - 1 \right] du$$

4. Considérons à présent une rafale caractérisée par:

$$w_G(t) = w_0 \text{ pour } t > 0 \quad \text{et} \quad w_G(t) = 0 \text{ pour } t < 0$$

Avec w_0 constant. De quel type de rafale modèle s'agit-il ?

Montrer alors que l'évolution temporelle du déplacement vertical de l'avion s'obtient par:

$$z(t) = \frac{w_0}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t}) - w_0 t$$

5. Etablir l'expression du facteur de charge $\Delta n = |\ddot{z}(t)|/g$ dans le cas de cette rafale ainsi que sa valeur maximale.

* $z > 0$ pour un mouvement descendant

Formulaire mathématique: transformées de Laplace

$f(x) \quad (x \geq 0)$	$F(p) = \mathfrak{L}(f(x))$
$af(x) + bg(x)$	$aF(p) + bG(p)$
$f'(x)$	$pF(p) - f(0)$
$f''(x)$	$p^2F(p) - pf(0) - f'(0)$
$\int_0^x f(u)g(x-u)du$	$F(p)G(p)$
1	$1/p$
x	$1/p^2$
e^{ax}	$1/(p-a)$
$a^{-1}\sin(ax)$	$(p^2 + a^2)^{-1}$
$\cos(ax)$	$p/(p^2 + a^2)$
$e^{ax}f(x)$	$F(p-a)$
$\sum_{k=1}^n \frac{f(\alpha_k)}{g'(\alpha_k)e^{\alpha_k x}}$	$\frac{F(p)}{G(p)}$
	$F(p) : \text{polynôme de degré inférieur à } n$
	$G(p) = (p-p_1)(p-p_2)\dots(p-p_n)$