

Tube de Venturi

I. But de la manipulation

Dans ce TP, vous :

- vérifierez la conservation de la masse et la loi de Bernoulli (conservation de l'énergie);
- mesurerez le débit au moyen d'un tube de Venturi;
- étudierez la perte de charge (liée à la dissipation d'énergie) le long d'une conduite.

L'objectif pédagogique sera (i) de comprendre d'où proviennent les pertes de charges et (ii) de considérer la pertinence du modèle de fluide parfait en fonction du nombre Re de Reynolds (qui permet de quantifier les effets inertiels par rapport aux effets de viscosité).

Pour cela :

1. deux débits seront comparés :

- le débit volumique « réel » $q_{v, \text{réel}}$ mesuré à l'aide de la balance et du chronomètre en appliquant la définition du débit (volume écoulé par unité de temps, sans hypothèse supplémentaire) ;
- le débit volumique « théorique » $q_{v, \text{théo}}$ mesuré à l'aide du multi-manomètre en supposant le fluide parfait.

2. la perte de charge due à la viscosité sera étudiée de manière globale en fonction de Re et locale, le long du tube pour un écoulement donné.

II. Rappels théoriques

1. Définition d'un tube de Venturi

Un tube de Venturi est une conduite dont la section est variable. Dans une première partie, la section va en décroissant (zone convergente), dans la deuxième partie, la section va en augmentant (zone divergente). Un tube de Venturi est donc un « convergent-divergent » (figure 1).

2. Étude en fluide parfait

Théorème de Bernoulli généralisé (Cotton-Fortier)

Les hypothèses sont les suivantes :

- le fluide est parfait (viscosité négligée),
- l'écoulement est permanent,
- l'écoulement est incompressible : $\text{div } \vec{V} = 0$
- les forces dérivent d'un potentiel $\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}} \, gz$

On a alors :

$$\iint_{\Sigma} \left(p + \rho gz + \frac{1}{2} \rho V^2 \right) \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS = 0 \quad (1)$$

Remarque : Dans les zones convergentes et divergentes, la répartition des vitesses dans une section droite du tube n'est pas uniforme, mais pour développer l'équation (1) il nous faut faire cette **hypothèse supplémentaire** :

- la répartition des vitesses est uniforme dans une section droite.

Dans ce cas, les équations ponctuelles de la dynamique donnent :

$$p_g = p + \rho g z = \text{cst}$$

dans une section droite du tube, où p_g est la pression motrice. L'équation (1) devient alors entre les sections 1 et n :

$$-\iint_{S_1} \left(p_{g,1} + \frac{1}{2} \rho V_1^2 \right) V_1 dS + \iint_{S_n} \left(p_{g,n} + \frac{1}{2} \rho V_n^2 \right) V_n dS = 0$$

soit :

$$V_1 S_1 \left(p_{g,1} + \frac{1}{2} \rho V_1^2 \right) = V_n S_n \left(p_{g,n} + \frac{1}{2} \rho V_n^2 \right) \quad (2)$$

Équation de conservation de la masse

$$q_v = \iint_{S_n} \vec{V}_n \cdot \vec{n} dS$$

Avec les mêmes hypothèses que précédemment, il vient :

$$q_v = V_1 S_1 = V_n S_n \quad (3)$$

L'équation (2) devient alors :

$$p_{g,1} + \frac{1}{2} \rho V_1^2 = p_{g,n} + \frac{1}{2} \rho V_n^2 \quad (4)$$

Utilisation du Venturi comme débitmètre

Utilisons les équations (3) et (4) pour $n = 4$ (section correspondant au col du tube de Venturi) :

$$p_{g,1} - p_{g,4} = \frac{1}{2} \rho V_4^2 \left[1 - \left(\frac{S_4}{S_1} \right)^2 \right]$$

$\frac{1}{\rho g} (p_{g,1} - p_{g,4})$ représente la différence de hauteur piézométrique entre les sections 1 et 4 ; cette différence est égale à $p_{g,1} - p_{g,4} = \rho g (h_1 - h_4)$ où h_1, h_2, \dots, h_n représentent les hauteurs d'eau lues sur le multi-manomètre différentiel.

On en déduit alors :

$$V_4 = \sqrt{\frac{2g}{1 - \left(\frac{S_4}{S_1} \right)^2}} \sqrt{h_1 - h_4} \quad (5)$$

d'où :

$$q_v = V_4 S_4 = S_4 \sqrt{\frac{2g}{1 - \left(\frac{S_4}{S_1} \right)^2}} \sqrt{h_1 - h_4} \quad (6)$$

Cette formule permet d'utiliser le Venturi comme un débitmètre, c'est-à-dire d'obtenir, sous les hypothèses précédemment citées (en négligeant notamment les pertes par viscosité), le débit q_v , théo en fonction des hauteurs relevées sur le multi-manomètre.

Répartition des pressions le long du tube de Venturi

L'équation (4) s'écrit aussi:

$$h_1 + \frac{V_1^2}{2g} = h_n + \frac{V_n^2}{2g}$$

et en divisant par $(V_4^2/2g)$, il vient :

$$\frac{\frac{h_n - h_l}{\frac{V_4^2}{2g}}}{2g} = \left(\frac{S_4}{S_1}\right)^2 - \left(\frac{S_4}{S_n}\right)^2 \quad (7)$$

Remarque

On aurait pu obtenir ces résultats d'une façon plus classique avec les hypothèses suivantes :

- le fluide est parfait (viscosité négligée),
- l'écoulement est permanent,
- l'écoulement est incompressible : $\text{div } \vec{V} = 0$
- l'écoulement est irrotationnel : $\text{rot } \vec{V} = \vec{0}$

Nous obtenons l'équation de Bernoulli :

$$p + \rho gz + \frac{1}{2} \rho V^2 = \text{cst}$$

valable en tout point du fluide. On dit alors que l'écoulement est à énergie constante.

Si l'on ajoute une hypothèse supplémentaire :

- les lignes de courant sont rectilignes et parallèles dans une section droite, alors dans cette section droite nous avons $p_g = \text{cst}$ et d'après l'équation précédente $V = \text{cst}$. L'équation de conservation de la masse s'écrit alors :

$$q_v = V_1 S_1 = V_n S_n$$

Avec des hypothèses un peu différentes nous retrouvons donc les mêmes équations.

3. Étude en fluide réel

En admettant toutes les hypothèses précédentes sauf celle de fluide parfait, le théorème de Bernoulli généralisé donne :

$$V_1 S_1 \left(p_{g,1} + \frac{1}{2} \rho V_1^2 \right) = V_n S_n \left(p_{g,n} + \frac{1}{2} \rho V_n^2 \right) + P_f \quad (8)$$

où P_f est la puissance dissipée due à la viscosité du fluide, donc $P_f > 0$. L'équation de conservation de la masse (3) reste valable.

Venturi utilisé en débitmètre

Dans ces conditions, le débit $q_{v,\text{réel}}$ est plus petit que le débit $q_{v,\text{théo}}$ et l'on pose, pour quantifier la différence :

$$C_q = \frac{q_{v,\text{réel}}}{q_{v,\text{théo}}} \quad (9)$$

Le **coefficient de débit** C_q ($C_q < 1$), ainsi défini est fonction de la géométrie du tube et du nombre de Reynolds de l'écoulement.

On rappelle que le nombre de Reynolds permet de quantifier les effets inertiels par rapport aux effets visqueux. On choisira de l'exprimer en fonction du diamètre du col :

$$\text{Re} = \frac{V_4 d_4}{\nu} \quad (10)$$

Perte de charge due au Venturi.

Appliquons l'équation (8) entre les sections 1 et 11 et en se servant du fait que

$$S_1 = S_{11} \quad \Rightarrow \quad V_1 = V_{11},$$

il vient :

$$p_{g,1} - p_{g,11} = \frac{P_f}{V_1 S_1} = \frac{P_f}{q_v}.$$

Soit encore :

$$h_1 - h_{11} = \frac{P_f}{\rho g q_v}.$$

On pose habituellement :

$$\frac{P_f}{\rho g q_v} = \varepsilon \frac{V_1^2}{2g}$$

où ε est un nombre sans dimension, appelé **coefficient de perte de charge du Venturi**. Il est fonction de la géométrie du Venturi et du nombre de Reynolds Re .

Il vient alors

$$h_1 - h_{11} = \varepsilon \frac{V_1^2}{2g} \quad (11)$$

On peut donc obtenir ε en mesurant la différence $h_1 - h_{11}$.

III. Manipulation

1. Description de l'installation

Banc hydraulique

Voir le descriptif en annexe.

Tube de Venturi

Le tube de Venturi (figure 1) réalisé en Plexiglas est alimenté à partir du banc hydraulique. Tout le long du convergent et du divergent, onze prises de pression statique permettent de mesurer les hauteurs d'eau h_n . Le débit est réglé au moyen de la vanne W.

Multi-manomètre

Les prises de pression sont reliées à un multi-manomètre qui n'est pas en liaison directe avec l'atmosphère; toutes les branches débouchent dans un réservoir muni d'une vanne A permettant de faire une contre pression réglable.

2. Mode opératoire

1. Initialiser le niveau d'eau dans les manomètres.

- Pour cela, mettre tous les tuyaux en eau, puis fermer les 3 vannes avant d'éteindre la pompe.
- Ouvrir la vanne A.
- Ouvrir doucement et progressivement la vanne W pour éliminer de l'eau dans les tubes jusqu'à une hauteur d'approximativement 6 cm, en prenant soin d'éliminer toutes les bulles d'air des tuyauteries.
- Fermer la vanne A et ne plus la retoucher.

2. Vérifier l'horizontalité du tube et la verticalité du manomètre; trois vis situées à la base de l'installation permettent de faire ces réglages.

3. Créer l'écoulement. Pour cela allumer la pompe, puis ouvrir la vanne d'arrivée d'eau à fond, avant d'ouvrir la vanne W pour créer l'écoulement.

4. Réglez le débit en agissant sur la vanne W.

IV. Travail demandé

1. Effectuez une série de 8 mesures en faisant varier le débit de façon à avoir des valeurs de $(h_1 - h_4)$ régulièrement espacées, chacune consistant à relever M , t , h_1 , h_2 , ..., h_{10} , h_{11} .

2. Calculez : $q_{v, \text{réel}}$, Re (formule 10), $q_{v, \text{théo}}$ (formule 6), C_q (formule 9) et ε (formule 11).

Remarque : pour Re et ε utilisez la vitesse réelle estimée par la formule 3 à partir de $q_{v, \text{réel}}$.

3. Tracez sur le même papier millimétré, les courbes :

- $C_q = f(Re)$
- $\varepsilon = f(Re)$

Dans le cas idéal d'un fluide parfait, que vaudraient Re , C_q et ε ?

Quelle est la tendance observée quand Re augmente ? Cela vous paraît-il normal ?

4. Repérez sur la courbe précédente, deux points de mesure (un correspondant à un fort débit et l'autre à un débit moyen) qui vous semblent pertinents pour tracer la répartition de pression dans le tube. Pour ces deux débits, calculez pour $n=1$ à 11 :

$$\frac{h_n - h_1}{\frac{V_4^2}{2g}}$$

Puis sur le graphe fourni représentant la courbe théorique (7)

$$f(x) = \left(\frac{S_4}{S_1} \right)^2 - \left(\frac{S_4}{S(x)} \right)^2,$$

tracez la courbe expérimentale :

$$g(x_n) = \frac{h_n - h_1}{\frac{V_4^2}{2g}}$$

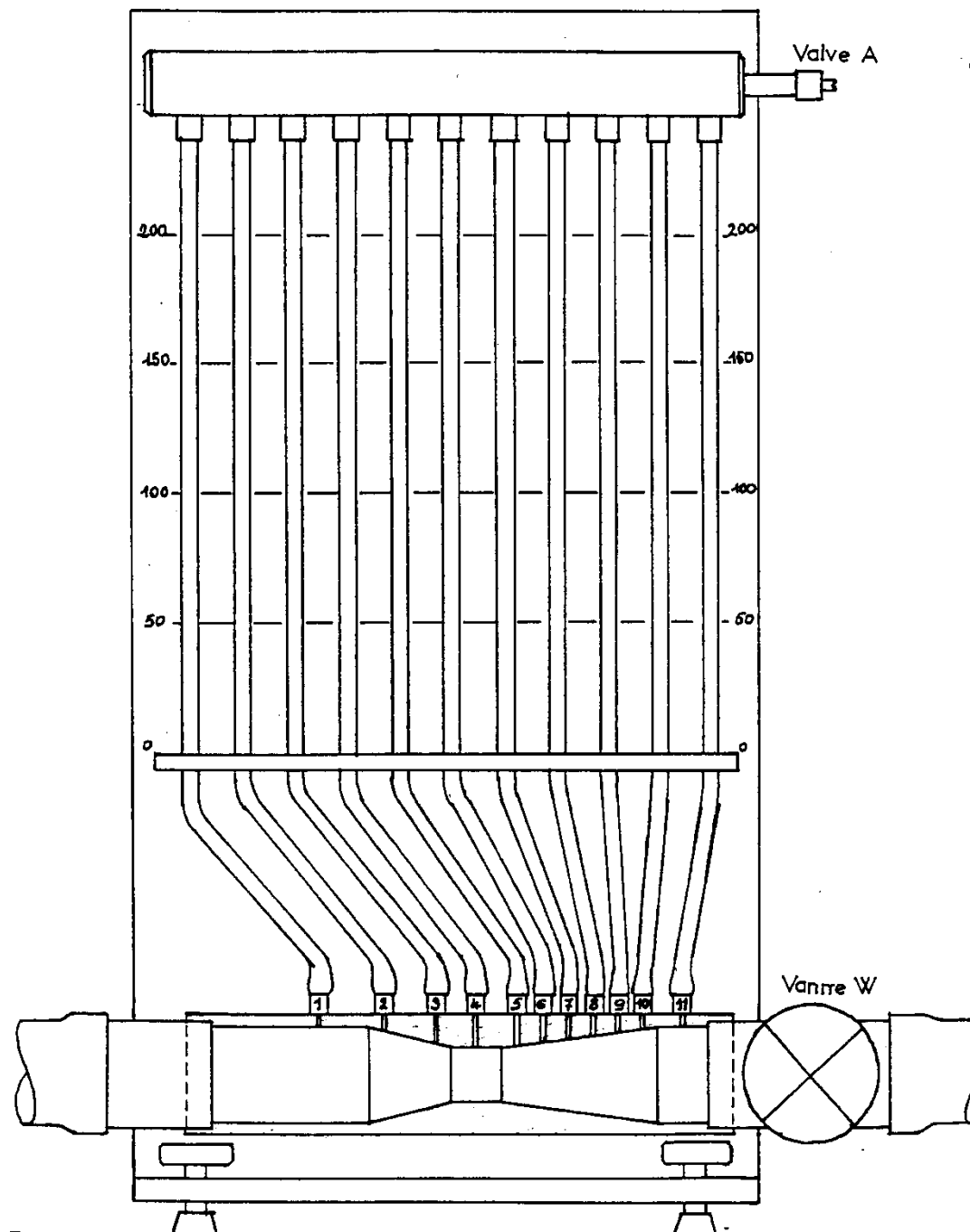
Remarque : Attention les deux installations ne sont pas identiques. Référez-vous au tableau correspondant à la vôtre (P ou P').

Commentez.

5. Tracez sur un même graphique, si le temps vous le permet :

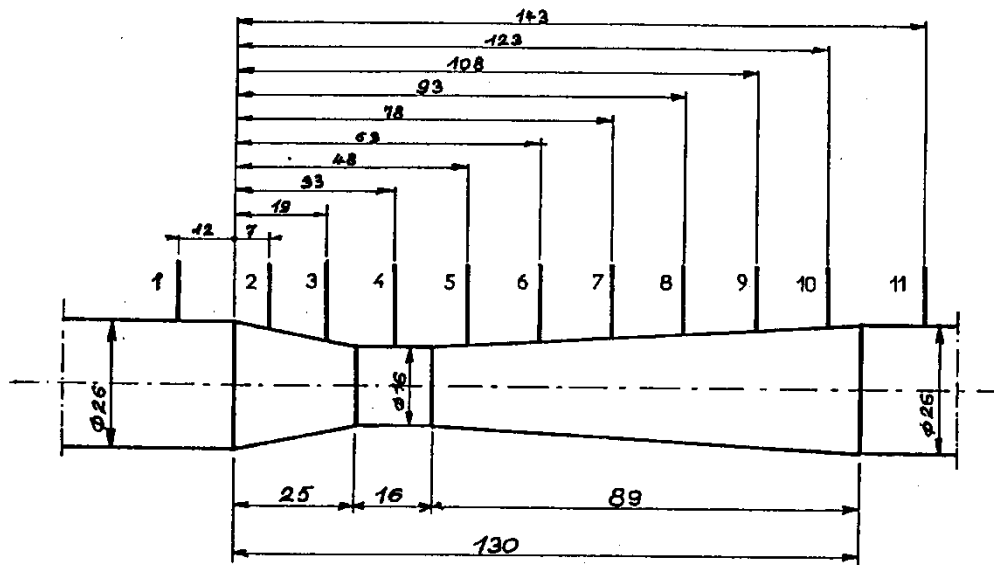
- $q_{v, \text{théo}} = f(\sqrt{h_1 - h_4})$
- $q_{v, \text{réel}} = f(\sqrt{h_1 - h_4})$

Commentez.

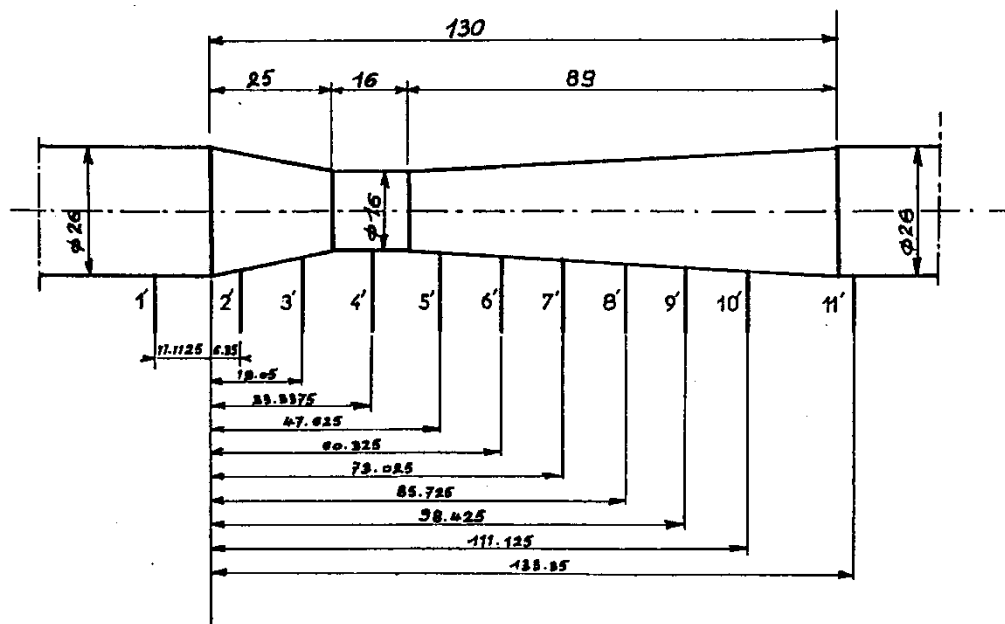


TUBE DE VENTURI (FIG.1)

VENTURI



Venturi P



Venturi P'

FIG. 2 : Position des prises de pression sur les deux tubes de Venturi

NOM :

DATE :

