

## TRAVAUX PRATIQUES DE MÉCANIQUE : CALCULS DE STRUCTURES ÉLASTIQUES (3A006)

**Les TP se déroulent de 09h00 à 12h00 et de 13h00 à 16h00.**  
**Le code d'accès au site de Saint-Cyr est 1739.**

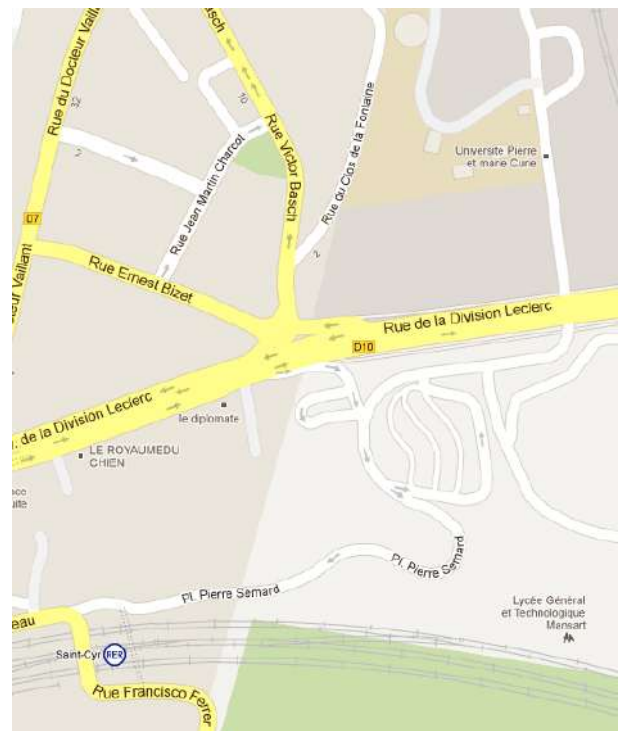
### Comment se rendre sur le site de Saint-Cyr

Pour atteindre la gare de Saint-Cyr, vous pouvez partir des trois gares suivantes :

Gare Montparnasse (SNCF) :  $\approx 30$  min  
Gare de la Défense (SNCF) :  $\approx 30$  min  
Gare d'Austerlitz (RER C) :  $\approx 45$  min

Il faut ensuite 10 minutes à pieds pour aller de la gare au site Institut d'Alembert-UPMC de Saint-Cyr par l'itinéraire suivant :

- En sortant de la gare prendre à droite.
- Descendre les escaliers sur la gauche et longer le mur jusqu'à la N10 (200 m).
- Traverser la N10 et prendre à droite jusqu'au prochain croisement (150 m).
- Tourner à gauche et descendre la route.
- L'entrée de l'institut d'Alembert est à 150 m sur la gauche.
- Suivre la route jusqu'au bâtiment 4 dans lequel se situe la plate-forme de TP.



Coordonnées du point GPS : 48°48'12.11" Nord et 02°04'31.21" Est.  
Numéro de téléphone de la plate-forme des TP : 01 30 85 48 04.

## Déjeuner

Une salle est mise à disposition des étudiants pour le déjeuner. Elle est équipée d'une kitchenette et d'un four à micro-ondes. La pause dure une heure. Ainsi, il est conseillé aux étudiants d'apporter leur repas.

## Règlement intérieur

**L'accès à la plate-forme des TP est strictement interdit en l'absence des encadrants.** À la fin de chaque TP, chaque trinôme doit s'assurer de ranger le matériel utilisé, de nettoyer sa table et d'effacer les tableaux.

## Absence et retard en TP

Les retards non justifiés seront sanctionnés dans l'évaluation des étudiants. Tout retard conséquent sera considéré comme une absence. En cas d'absence en TP, il est nécessaire de contacter la gestionnaire des travaux pratiques au plus vite afin d'être réaffecté à une nouvelle séance de TP (contact : guillaume.michel@upmc.fr). **Tout élève se présentant à une séance de TP pour laquelle il n'est pas prévu sur les listes d'émargement ne sera pas accepté en TP.**

## Rédaction des compte-rendus

Pour vous aider dans votre rédaction, une aide à la rédaction est proposée en annexe .1. Les comptes-rendus doivent être déposés **au format pdf** dans la boîte de dépôt d'un des étudiants **au plus tard une semaine après la séance**. Pas de retour possible après cette date, la note du compte-rendu sera de 0.

## Évaluation

La note finale sera composée de trois notes : une note pour chaque compte-rendu et une note de participation. Le fond et la forme de chaque compte-rendu seront évalués par un des encadrants du TP. La note de participation sera définie par les encadrants présents du TP. Cette note a pour objectif soit de récompenser la qualité du travail de chaque étudiant durant la journée, en termes de préparation, d'organisation et de dynamisme, soit pour sanctionner le manque de travail d'un individu.

## Étude d'un tube cylindrique sous pression

L'objectif de ce TP est d'étudier la répartition des contraintes et des déformations dans un tube cylindrique d'épaisseur fine soumis à une pression interne constante. Le tube est en aluminium caractérisé par les coefficients de Lamé  $\lambda=55$  GPa et  $\mu=25$  GPa. Le rayon intérieur est  $R=40$  mm et l'épaisseur est  $e=3$  mm. Une pompe permet d'imposer une pression interne uniforme dans le tube pouvant atteindre 2,5 MPa. Le circuit hydraulique est équipé d'un manomètre et des jauges de déformation, placées selon différentes orientations sur le cylindre, permettent de mesurer les allongements relatifs induits par l'élévation de pression interne.

Le tube contient deux pistons mobiles qui peuvent éventuellement s'appuyer sur les brides extérieures du tube. Deux types d'essais peuvent ainsi être réalisés :

- ★ les pistons sont maintenus par des vis extérieures pour laisser le tube libre en translation selon l'axe longitudinal.
- ★ les pistons s'appuient sur les brides extérieures pour exercer une contrainte longitudinale supplémentaire sur le tube

Pour ces deux configurations, on souhaite comparer pour différentes valeurs de la pression interne les contraintes dans l'enveloppe obtenues expérimentalement, théoriquement et numériquement. Ces contraintes seront étudiées pour des niveaux de pressions compris entre 0 et 2,5 MPa évoluant par pas de 0,5 MPa.

### 1.1 Travail préliminaire

Pour les deux configurations, le tenseur des contraintes et le tenseur des déformations dans le tube ont pour expressions respectives

$$\bar{\bar{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_{rr} & \sigma_{r\theta} & \sigma_{rz} \\ \sigma_{r\theta} & \sigma_{\theta\theta} & \sigma_{\theta z} \\ \sigma_{rz} & \sigma_{\theta z} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \bar{\bar{\varepsilon}} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{rr} & \varepsilon_{r\theta} & \varepsilon_{rz} \\ \varepsilon_{r\theta} & \varepsilon_{\theta\theta} & \varepsilon_{\theta z} \\ \varepsilon_{rz} & \varepsilon_{\theta z} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}.$$

Quelles hypothèses peuvent être faites afin de simplifier ce problème ? Préciser alors pour les deux configurations, quelles composantes de ces deux tenseurs peuvent être négligées.

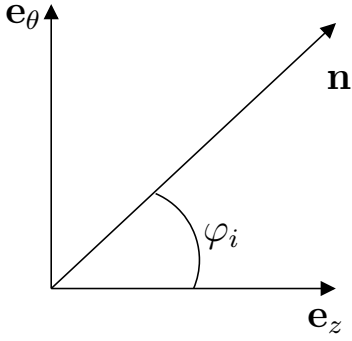
Le tenseur des contraintes et le tenseur des déformations sont reliés par la loi de Hooke :

$$\bar{\bar{\sigma}} = \lambda \text{Tr} \bar{\bar{\varepsilon}} \bar{\bar{I}} + 2\mu \bar{\bar{\varepsilon}}. \quad (1.1)$$

À partir de cette loi de comportement, déterminer les expressions des composantes non nulles du tenseur des contraintes en fonction des composantes non nulles du tenseur des déformations.

### 1.2 Travail expérimental

L'allongement relatif  $\varepsilon_i$  mesuré par une jauge orientée selon la direction  $\vec{n}$  faisant un angle  $\varphi_i$  avec l'axe  $z$  est relié aux composantes du tenseur des déformations par la relation



$$\varepsilon_i = (0, \sin \varphi_i, \cos \varphi_i) \bar{\bar{\varepsilon}} \begin{pmatrix} 0 \\ \sin \varphi_i \\ \cos \varphi_i \end{pmatrix}.$$

À partir des six jauges de déformations placées sur le tube, en appliquant une pression dans ce dernier, déterminer pour chaque configuration les composantes  $\varepsilon_{\theta\theta}$ ,  $\varepsilon_{\theta z}$  et  $\varepsilon_{zz}$ . Les valeurs mesurées sont ensuite récupérées *via* l'interface du logiciel "ThinCylinder". Les mesures des allongements relatifs (en  $\mu\text{m.m}^{-1}$ ) ainsi que de la pression (en MPa) dans le tube sont affichées directement à l'écran. Afin d'obtenir les expressions des contraintes  $\sigma_{\theta\theta}$  et  $\sigma_{zz}$ , il est nécessaire d'éliminer la déformation  $\varepsilon_{rr}$ . Pour cela, les déformations étant mesurées sur la surface extérieure du tube, la valeur de la contrainte  $\sigma_{rr}$  sur cette surface doit être utilisée. En déduire l'expression de  $\varepsilon_{rr}$ , puis celles de  $\sigma_{\theta\theta}$  et  $\sigma_{zz}$  en fonction des déformations  $\varepsilon_{\theta\theta}$  et  $\varepsilon_{zz}$ .

### 1.3 Approximations des tubes minces

Lorsque l'épaisseur du tube est fine devant son rayon, certaines approximations peuvent être effectuées. Ainsi, pour les deux configurations la contrainte  $\sigma_{\theta\theta}$  a pour expression

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{PR}{e}.$$

Si le cylindre est ouvert aux extrémités, la contrainte  $\sigma_{zz}$  est nulle et si le cylindre est fermé, la contrainte  $\sigma_{zz}$  a pour expression

$$\sigma_{zz} = \frac{PR}{2e}.$$

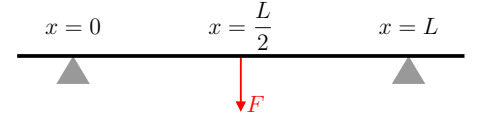
Pour chaque niveau de pression interne, calculer les contraintes  $\sigma_{\theta\theta}$  et  $\sigma_{zz}$  théoriques.

### 1.4 Modélisation numérique

La modélisation numérique de cette expérience est réalisée en utilisant la méthode des éléments finis à l'aide du logiciel RDM 6.0. Après ouverture du logiciel, ouvrir le fichier "tube.geo". Appliquer maintenant les efforts subis par l'enveloppe dans les deux configurations. Pour cela, appliquer la pression interne appliquée sur la face interne de l'enveloppe. Pour la seconde configuration, il sera nécessaire de rajouter la pression agissant sur les brides extérieures de l'enveloppe. Pour chaque configuration et pour chaque niveau de pression, mesurer les contraintes  $\sigma_{\theta\theta}$  et  $\sigma_{zz}$  et comparer les avec celles obtenues théoriquement et expérimentalement.

## Essais de flexion trois points

L'objectif de ce TP est d'étudier une poutre soumise à un essai de flexion trois points. Ce type d'essai consiste en une poutre reposant sur deux appuis simples et soumise à une force  $F$  appliquée à une troisième position. La poutre est caractérisée par le module d'Young  $E$  et la masse volumique  $\rho$ . La longueur entre les deux



appuis est notée  $L$ , l'épaisseur de la poutre  $h$  et sa largeur  $b$ . Le moment d'inertie de la poutre est  $I = \frac{bh^3}{12}$ .

### 2.1 Travail théorique

Dans le cadre de la théorie des poutres, le déplacement vertical  $\xi_y$  se calcule par intégration de la relation

$$EI \frac{d^2 \xi_y(x)}{dx^2} = M(x) \quad \text{avec} \quad M(x) = \begin{cases} \frac{F}{2}x, & \text{si } x \in \left[0, \frac{L}{2}\right], \\ \frac{F}{2}(L-x), & \text{si } x \in \left[\frac{L}{2}, L\right], \\ 0, & \text{si } x \notin [0, L]. \end{cases}$$

De plus, le moment fléchissant  $M(x)$  est relié à la contrainte normale  $\sigma_{xx}$  par la relation

$$\sigma_{xx}(x, y) = -\frac{M(x)y}{I}.$$

Déterminer l'expression du déplacement  $\xi_y$  en tout point  $x$  le long de la poutre. Les contraintes normale  $\sigma_{xx}(x, y)$  et tangentielle  $\sigma_{xy}(x, y)$  sont les seules composantes non nulles du tenseur des contraintes. En déduire à l'aide des équations d'équilibre l'expression de la contrainte tangentielle. Déterminer ensuite les expressions des composantes non nulles du tenseur des déformations. Sachant que la contrainte normale ne doit pas dépasser la limite élastique  $\sigma_e$ , déterminer la force maximale  $F_{max}$  à ne pas dépasser pour ne pas endommager le matériau.

### 2.2 Travail expérimental

La poutre repose sur deux appuis simples placés à équidistance de son centre. Dans un premier temps, différents chargements sont appliqués au centre de la poutre. Pour chaque chargement  $F$ , le déplacement  $\xi_y$  au centre de la poutre et huit déformations  $\varepsilon_{xx}$  en  $y = \pm h/2$  sont mesurés. Dans un second temps, on souhaite comparer pour un unique chargement la déformée de toute la poutre mesurée avec sa modélisation. Pour cela, appliquer une charge  $F$  d'environ 20 N et mesurer le déplacement vertical de la poutre en une trentaine de points.

La modélisation ne prenant pas en compte le fléchissement de la poutre sous son poids propre, toutes les mesures devront être effectuées avec et sans chargement. Comparer ensuite toutes les mesures effectuées avec les résultats théoriques et en déduire le module d'Young. Effectuer finalement un calcul d'incertitude pour chaque type de mesures et comparer les résultats obtenus.

## Mesure de photoélasticité

L'objectif de ce TP est d'introduire une méthode de mesure en MMC différente des habituelles jauges de déformation, la photoélasticité. Cette technique exploite le fait qu'un milieu isotrope soumis à des contraintes mécaniques devient anisotrope, la lumière se propageant alors à des vitesses différentes suivant les directions principales des contraintes.

Il est par exemple possible d'obtenir la figure ci-contre, à laquelle vous devrez entre autres arriver au terme de ce TP : les couleurs sont liées à l'intensité des contraintes de cisaillement et les lignes noires à leur direction. Dans une seconde partie, nous comparerons cette méthode à des calculs RDM et une modélisation numérique sur le cas de la flexion trois points.



### 3.1 Principe théorique

Expérimentalement, les étapes des mesures photoélastiques en contraintes planes sont les suivantes :

1. Fixer l'état de polarisation d'une lumière blanche avec un polariseur rectiligne
2. Lui faire traverser l'échantillon (d'épaisseur  $e$  et d'angle entre le polariseur et la direction principale  $\beta$ )
3. Recombiner les rayons lumineux avec un analyseur, orienté à 90 degrés du polariseur

En supposant la lumière incidente monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ , l'intensité transmise est donnée par

$$I_t = I_0 \sin^2(2\beta) \sin^2 \left( \frac{\pi C e (\sigma_1 - \sigma_2)}{\lambda} \right),$$

avec  $C$  une constante caractéristique du milieu considéré. En particulier,

- $I_t = 0$  si  $\sin(2\beta) = 0$ , et on observe alors des lignes noires appelées **isoclines** qui renseignent sur la direction des contraintes
- $I_t = 0$  si le deuxième sinus s'annule, la longueur d'onde considérée est coupée et la couleur complémentaire est observée. Les lignes de même couleur, appelées **isochromes**, indiquent donc l'intensité des contraintes de cisaillement ( $\tau_{\max} = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$ ). En pratique, les couleurs observées en augmentant le cisaillement, appelées teintes de Newton, sont : noir, blanc, jaune, orange, rouge, pourpre, violet, bleu, vert, etc.

### 3.2 Travail expérimental

Manipulez les polariseurs pour vérifier qu'en l'absence d'échantillon, aucune lumière n'est transmise s'ils sont orientés perpendiculairement. Réalisez alors l'expérience en suivant les consignes de la partie théorique : **utilisez un échantillon autre qu'une poutre et déjà sollicité** (marqués comme tels), et **ne forcez pas trop!** Une fois qu'un résultat convenable est obtenu, prenez différentes photos avec l'appareil à votre disposition sans changer la contrainte mais en faisant varier l'orientation des polariseurs entre 0 et 90 degrés par pas de 10 degrés.

Vous vérifierez alors expérimentalement les résultats suivants :

- des isoclines sont présentes aux axes de symétrie de l'échantillon chargé
- les isoclines se croisent uniquement aux points d'isotropie

A partir des isoclines, dessiner ensuite les isostatiques (lignes de force tangentes aux directions principales). Pour procéder, représenter les différentes isoclines sur une même figure et les remplir de petites croix orientées selon les angles  $\beta$  correspondants qu'il s'agit ensuite de relier.

Dans une seconde partie, reprendre toutes ces mesures avec une poutre droite allongée, ou bien en se limitant aux faibles contraintes (utiliser alors le capteur de force et se limiter à 200 N) ou bien avec des charges plus élevées (utiliser alors les échantillons déjà sollicités). Comparer ces résultats expérimentaux aux prédictions de la RDM reportées à la fin de ce sujet.

### 3.3 Simulations numériques

On souhaite maintenant comparer des simulations numériques en éléments finis aux résultats expérimentaux ainsi qu'au calcul de RDM. Pour cela, utiliser le logiciel "RDM 6 - Éléments finis" puis créer une nouvelle étude en commençant par une ébauche d'une section de poutre. Une fois terminée, ajouter les mailles, puis utiliser l'outil "élasticité - thermique" pour résoudre ce problème en contraintes planes. Ajouter les appuis ainsi qu'une force ponctuelle déformant la structure, puis lancer le calcul d'analyse statique.

Comparer les résultats à ceux de RDM reportés ci-dessous ainsi qu'aux résultats expérimentaux.

### 3.4 Résultat de la RDM

Il est possible de faire une approche analytique de ce problème dans la limite de la RDM. On définit  $x$  selon l'axe de la poutre et  $y$  selon la verticale, et on note  $b$  la dimension d'une section droite de la poutre (de surface  $b \times b$ ). Les contraintes longitudinale et de cisaillement sont alors respectivement données par

$$\sigma_{xx} = \frac{6F}{b^4}xy, \quad \tau = \sigma_{xy} = \frac{3F}{b^4} \left( \frac{b^2}{4} - y^2 \right)$$

### Référence

Luc Chevalier et Bumediya Raka, Confrontation RdM-MMC : une démarche expérimentale de validation, *Technologie* **129** (2004)

## .1 Guide de rédaction des compte-rendus de TP

Le compte-rendu a pour objectif de synthétiser des expériences, développements théoriques ou expérimentaux qui ont été menés par une ou plusieurs personnes. Il peut être destiné par exemple à constituer un document exploitable par des collaborateurs dans le cadre d'un projet ou encore à permettre l'évaluation d'un étudiant dans sa compréhension d'un phénomène physique. Dans tous les cas, le compte-rendu doit être clair et concis et pour cela le fond et la forme du document doivent être de qualité.

### .1.1 Le fond

Tout d'abord, l'introduction doit présenter le contexte de l'expérience (cadre général, intérêt) ainsi que les objectifs des mesures. Il ne s'agit pas de recopier l'introduction de l'énoncé. Les éléments du travail expérimental doivent également être exposés, c'est-à-dire le système "physique" (éprouvette, structure, ...), les moyens de mesure (capteurs, montages et méthodes) et les modèles théoriques éventuellement impliqués.

Les résultats doivent ensuite être présentés avec clarté. Les unités ne doivent surtout pas être oubliées. Le nombre de chiffres significatifs doit être pertinent et en rapport avec l'incertitude du résultat. L'incertitude et l'erreur relative doivent également être calculées (annexe .2). Les résultats doivent ensuite être présentés sous forme de tableaux et/ou de courbes donnant toutes les indications requises (titres, unités, barres d'erreur, ...). L'interprétation et le commentaire constituent le résultat de l'expérience et ne doivent absolument pas être négligés. Enfin, une conclusion doit être rédigée afin de résumer les points positifs et les points négatifs du travail, de souligner un résultat très intéressant ou encore de donner des perspectives au TP.

### .1.2 La forme

Afin que le message contenu dans le compte-rendu soit compréhensible et exploitable par le lecteur, la forme de sa rédaction est fondamentale. La forme comprend les éléments suivants :

- **La présentation.** Elle doit faciliter la lecture en soignant l'aspect esthétique du document.
- **Des schémas.** Lorsqu'il faut présenter une expérience et le matériel qu'elle utilise, un schéma peut avantageusement illustrer un paragraphe descriptif.
- **Des tableaux et/ou des graphiques.** Ils doivent permettre de faire comprendre rapidement au lecteur l'évolution d'une grandeur et/ou la confrontation pertinente de résultats.
- **L'orthographe et la grammaire irréprochables.** Afin de ne pas déconcentrer le lecteur, un soin particulier doit être apporté à l'orthographe et à la grammaire pour éviter les contresens et faciliter la compréhension du lecteur. Elles sont prises en compte dans la notation.



Pour la rédaction d'un compte rendu de TP répondant à ces critères de forme, l'utilisation d'outils bureautiques est obligatoire. Certains sont payants mais largement utilisés, c'est le cas de la suite Microsoft Office qui intègre le traitement de texte Word et le tableur Excel. Mais il existe des alternatives gratuites et disponibles en ligne qui remplissent les mêmes fonctions : Libre Office, LaTeX, ... L'apprentissage de ces outils est de la responsabilité des étudiants, mais les enseignants peuvent répondre à vos questions et vous orienter.

Le compte-rendu d'une expérience à laquelle on a consacré deux heures de travail doit pouvoir être exposé en un maximum de quatre pages, écrites avec une fonte standard (Times, taille 11), en simple interligne et avec des marges comprises entre 1 et 1.5 cm. Dans certains cas, des annexes peuvent être ajoutées à la fin du document. Le document final doit être constitué d'un seul fichier. C'est-à-dire que les figures, graphiques et tableaux doivent être intégrés au texte qui les explique. Les fichiers doivent **obligatoirement** être rendus au format **pdf** afin d'être lu par n'importe quel encadrant.

## .2 Le calcul d'incertitude

Le calcul d'incertitude permet d'évaluer correctement les erreurs qui se produisent lors de mesures liées à la vérification d'une relation entre différentes grandeurs physiques. Les instruments de mesure n'étant pas de précision infinie, les mesures faites pendant une expérience ne sont pas exactes. Il faut donc évaluer ces incertitudes pour répondre à la question : "la relation n'est pas vérifiée exactement parce qu'elle est fausse ou parce que les mesures sont incertaines?" On en déduit des marges d'erreurs, en dehors desquelles la relation sera invalidée. Cela fait partie intégrante de la méthode scientifique

### .2.1 Définitions

Le calcul de l'incertitude sur une grandeur obtenue à partir de grandeurs mesurées dont on peut estimer l'erreur peut être présenté simplement et sans démonstration de la façon suivante : Soit les grandeurs mesurées  $a$  et  $b$ , on note  $\Delta a$  et  $\Delta b$  les incertitudes absolues,

Si  $a$  est une grandeur mesurée,  $\Delta a$  est l'incertitude absolue (même unité que  $a$ ) et  $\frac{\Delta a}{a}$  est l'incertitude relative (en %).

La calcul de l'erreur  $e$  s'effectue très simplement à partir de la relation

$$e = \frac{A - B}{A}$$

où  $A$  est la valeur exacte et  $B$  la valeur approchée. L'erreur s'exprime donc en %. Ce calcul bien que très simplifié, est très utilisé dans l'ingénierie et la recherche pour déterminer et quantifier simplement une erreur de mesure ou de calcul.

### .2.2 Incertitude sur une somme ou une différence

Si la grandeur  $c$  est définie telle que

$$c = a \pm b$$

où  $a$  et  $b$  sont deux grandeurs mesurées, alors l'incertitude absolue  $\Delta c$  a pour expression

$$\Delta c = \Delta a + \Delta b.$$

L'incertitude absolue de la somme ou de la différence de deux grandeurs est égale à la somme des incertitudes absolues de ces grandeurs.

### .2.3 Incertitude sur un produit ou un rapport

Si la grandeur  $c$  est définie telle que

$$c = ab \quad \text{ou} \quad c = \frac{a}{b}$$

alors l'incertitude relative  $\frac{\Delta c}{c}$  a pour expression

$$\frac{\Delta c}{c} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}.$$

Ainsi, l'incertitude relative sur un produit ou un rapport de deux grandeurs est égale à la somme des incertitudes relatives de ces grandeurs.

### .2.4 Différentielle logarithmique

Si la grandeur  $c$  est définie telle que

$$c = a^m b^n$$

le logarithme de cette expression est :

$$\log c = m \log a + n \log b.$$

On en déduit que l'incertitude relative  $\frac{\Delta c}{c}$  a pour expression

$$\frac{\Delta c}{c} = |m| \frac{\Delta a}{a} + |n| \frac{\Delta b}{b}.$$

## Rappels de MMC

Un matériau isotrope est caractérisé par deux constantes d'élasticité. Ces deux constantes dépendent du type d'étude menée.

- ★ le module d'Young  $E$  et le coefficient de Poisson  $\nu$ ,
- ★ les coefficients de Lamé  $\lambda$  et  $\mu$ ,
- ★ le module de compression  $K$  et le module de cisaillement  $G$ .

Les coefficients de Lamé peuvent être exprimés en fonction du module d'Young et du coefficient de Poisson par les relations

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \text{et} \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}.$$

La loi de comportement reliant les composantes du tenseur des contraintes à celles du tenseur des déformations a pour expression

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}.$$

De même, la relation entre les composantes du tenseur des déformations à celles du tenseur des contraintes a pour expression

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij}.$$

Quelques valeurs du module d'Young, du coefficient de Poisson et de la masse volumique sont consignées dans le tableau 1.

Matériau	$\rho$ (kg.m <sup>-3</sup> )	$E$ (GPa)	$\nu$
Acier	8000	210	0,28
Acier inoxydable	8000	200	0,3
Laiton	8000	110	0,37
Aluminium	2700	70	0,35
Duralumin	2900	75	0,33
Cuivre	9000	120	0,33
Téflon	2150	0,5	0,48
Plexiglas	1200	2,4	0,4

**Table 1** – Valeurs du module d’Young, du coefficient de Poisson et de la masse volumique pour différents matériaux.

En coordonnées cartésiennes, les composantes du tenseur des déformations linéarisées ont pour expression

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \xi_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \xi_j}{\partial x_i} \right).$$

Le tenseur des déformations en coordonnées cylindriques a pour expression

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2\frac{\partial \xi_r}{\partial r} & \frac{1}{r} \left( \frac{\partial \xi_r}{\partial \theta} - \xi_\theta \right) + \frac{\partial \xi_\theta}{\partial r} & \frac{\partial \xi_r}{\partial z} + \frac{\partial \xi_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \left( \frac{\partial \xi_r}{\partial \theta} - \xi_\theta \right) + \frac{\partial \xi_\theta}{\partial r} & \frac{2}{r} \left( \frac{\partial \xi_\theta}{\partial \theta} + \xi_r \right) & \frac{\partial \xi_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial \xi_z}{\partial \theta} \\ \frac{\partial \xi_r}{\partial z} + \frac{\partial \xi_z}{\partial r} & \frac{\partial \xi_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial \xi_z}{\partial \theta} & 2\frac{\partial \xi_z}{\partial z} \end{pmatrix}.$$