

Il faut expliquer les réponses données aux questions. Une réponse sans explication vaut 0, que la réponse soit bonne ou non. Une explication bonne vaut la moitié des points, l'autre moitié est pour la réponse exacte.

Le barème est donné à titre indicatif.

Dans le problème II, les questions 5 à 9 peuvent être faites sans avoir répondu aux questions 2, 3 et 4.

I (/9,5)

Une enceinte acoustique connectée à une chaîne HIFI est constituée de 3 haut-parleurs : le boomer, le médium et le tweeter. Chacun de ces haut-parleurs est chargé d'émettre une partie du spectre audio. Le tweeter est chargé d'émettre les hautes fréquences.

Le but de cet exercice consiste à synthétiser le filtre placé à l'entrée du tweeter. Il doit laisser passer les fréquences situées entre 7.4 kHz et 19.4 kHz avec une atténuation maximum de 1 dB, et atténuer d'au moins 30 dB les fréquences situées en dessous 3.4 kHz et au-dessus de 43 kHz.

1°) **Dessiner** le gabarit de ce filtre.

2°) **Déterminer** l'ordre min d'un prototype de Chébychev permettant de respecter ce gabarit.

3°) **Quelle** la fréquence de référence du filtre. **Calculer** la bande passante relative B du filtre passe bande.

On désire réaliser ce filtre en technologie de Sallen-key.

4°) **Tracer** le schéma électrique du filtre désiré. Certains étages comportent des amplificateurs. Il faut détailler le câblage de ces amplificateurs en partant d'amplificateurs opérationnels.

5°) **Donner** les valeurs des q_i et m_i de chacun des étages. **Calculer** les valeurs de chacun des composants. On choisira 10 k Ω comme impédance de référence.

6°) **Tracer** la réponse fréquentielle du filtre désiré sur le gabarit de la question 1°).

II (/12)

Avant d'émettre par voie hertzienne les signaux haute fréquence à partir d'un téléphone GSM, il faut filtrer les données numériques afin de limiter leur largeur spectrale.

Cahier des charges :

On désire fabriquer un filtre dont le gain minimum vaut -1 dB en dessous de 10 MHz, et qui atténue d'au moins 23 dB les fréquences au dessus de 100 MHz.

On utilise pour cela des filtres Gaussiens dont la réponse fréquentielle est une Gaussienne. Le module au carré de la réponse fréquentielle d'un filtre passe bas Gaussien, exprimé en fonction de la fréquence

normalisée ω_n vaut : $|H(\omega_n)|^2 = \frac{1}{\exp(\alpha(\omega_n)^2)}$.

1°) **Tracer** le gabarit du filtre passe bas désiré, puis le gabarit normalisé.

On ne dispose pas de tableaux de prototypes de filtres Gaussien. Il faut donc calculer le prototype qui permettra de synthétiser ce filtre. Il faut déterminer α et l'ordre du filtre pour respecter ce cahier des charges.

2°) **Calculer** α pour que le gain à $\omega_n=1$ soit égal à -1 dB.

3°) **Exprimer** le dénominateur de $|H(\omega_n)|^2$ sous la forme d'un polynôme.

On rappelle le développement limité : $e^z = 1 + z + \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{6} + \frac{z^4}{24} + \dots$

4°) **A quel** ordre d'approximation minimum faut-il arrêter le développement limité précédent pour que la réponse fréquentielle approchée respecte le cahier des charges. (autrement dit, faut-il s'arrêter à ω_n^2 , $(\omega_n^2)^2$, $(\omega_n^2)^3$ ou $(\omega_n^2)^4$ pour le gain dans la bande atténuée soit suffisamment petit.) Expliquez votre réponse.

On montre finalement que $|H(\omega_n)|^2 = \frac{1}{1 + 0.23\omega_n^2 + 0.026\omega_n^4}$

5°) **Vérifier** que la fonction de transfert $H(p_n) = \frac{1}{0.16p_n^2 + 0.75p_n + 1}$ est bien à peu près celle d'un filtre Gaussien.

6°) **Calculer** la fonction de transfert normalisée $H(p_n)$ du filtre normalisé ci-contre.

7°) **Calculer** les valeurs de c et ℓ qui donnent la fonction de transfert du filtre Gaussien. (choisir $r=1$)

8°) On désire calculer les valeurs des composants réels de ce filtre pour que ce filtre respecte le cahier des charges. **Calculer** les valeurs de la capacité C et de l'inductance L sachant que l'impédance de référence vaut 50Ω .

9°) **Tracer** la réponse fréquentielle sur le gabarit. On précisera le gain à 100 MHz.

