

## Réaction d'un jet

### I. Introduction

Lorsqu'un jet fluide vient frapper une surface solide, il exerce sur celle-ci une force qui est fonction de la vitesse du jet et de la forme géométrique du solide. Les applications des jets sont très nombreuses : turbine Pelton, propulsion fusée par réaction, propulsion par hélices, propulsion par coussin d'air, etc...

Cette manipulation permet d'étudier l'impact d'un jet d'eau sur deux obstacles différents : un hémisphère et une plaque plane. L'application des théorèmes de Bernoulli et de la quantité de mouvement permet de prévoir la valeur théorique de la force exercée. On cherche à vérifier si cette théorie est valable et à en déduire quelle est la forme d'obstacle la plus intéressante dans la pratique.

### II. Rappels théoriques

#### 1. Fluide parfait

*Théorème d'Euler ou de la quantité de mouvement*

Les hypothèses sont les suivantes :

- les filets fluides sont suffisamment étroits pour que  $p$ ,  $\rho$  et  $V$  restent constantes dans une section droite ;
- le mouvement est permanent (indépendant du temps) ;
- le fluide est incompressible.

Soit  $V_1$  et  $V_2$  les vitesses supposées constantes des sections AB et CD (figure 1).

Le torseur de la quantité de mouvement qui sort du volume ABCD est égal au torseur des forces extérieures appliquées au même volume. En égalant la résultante de ces torseurs, on obtient la relation suivante :

$$Q(\vec{V}_2 - \vec{V}_1) = \sum \vec{F} \quad (1)$$

*Application au cas d'un jet frappant un obstacle*

Soit un jet d'eau frappant un obstacle, si l'on néglige les frottements et les pertes de charge, la seule force extérieure est la force  $\vec{F}$  qu'exerce l'obstacle. Appliquons le théorème d'Euler au volume ABCD :

$$Q(\vec{V}_2 - \vec{V}_1) = \vec{F} \quad (2)$$

En projection sur l'axe (O, x) on obtient :

$$Q(V_2 \cos \alpha - V_1) = F \quad (3)$$

Le théorème de Bernoulli appliqué à la ligne de courant MN, donne :

$$p_M + \rho g h_M + \frac{1}{2} \rho V_M^2 = p_N + \rho g h_N + \frac{1}{2} \rho V_N^2 \quad (4)$$

La vitesse étant supposée constante dans une section droite :

$$p_M = p_{atm} = p_N$$

et :

$$\frac{1}{2} V_M^2 + g h_M = \frac{1}{2} V_N^2 + g h_N$$

Si les sections AB et CD sont pratiquement dans le même plan horizontal :

$$h_M = h_N$$

et donc :

$$V_N^2 = V_M^2$$

d'où :

$$V_M = V_N = V_1 = V_2$$

la relation (3) s'écrit alors :

$$F = QV_1(\cos \alpha - 1) \quad (5)$$

La force  $F'$  exercée sur l'obstacle est égale et opposée à  $F$  :

$$F' = QV_1(1 - \cos \alpha) \quad (6)$$

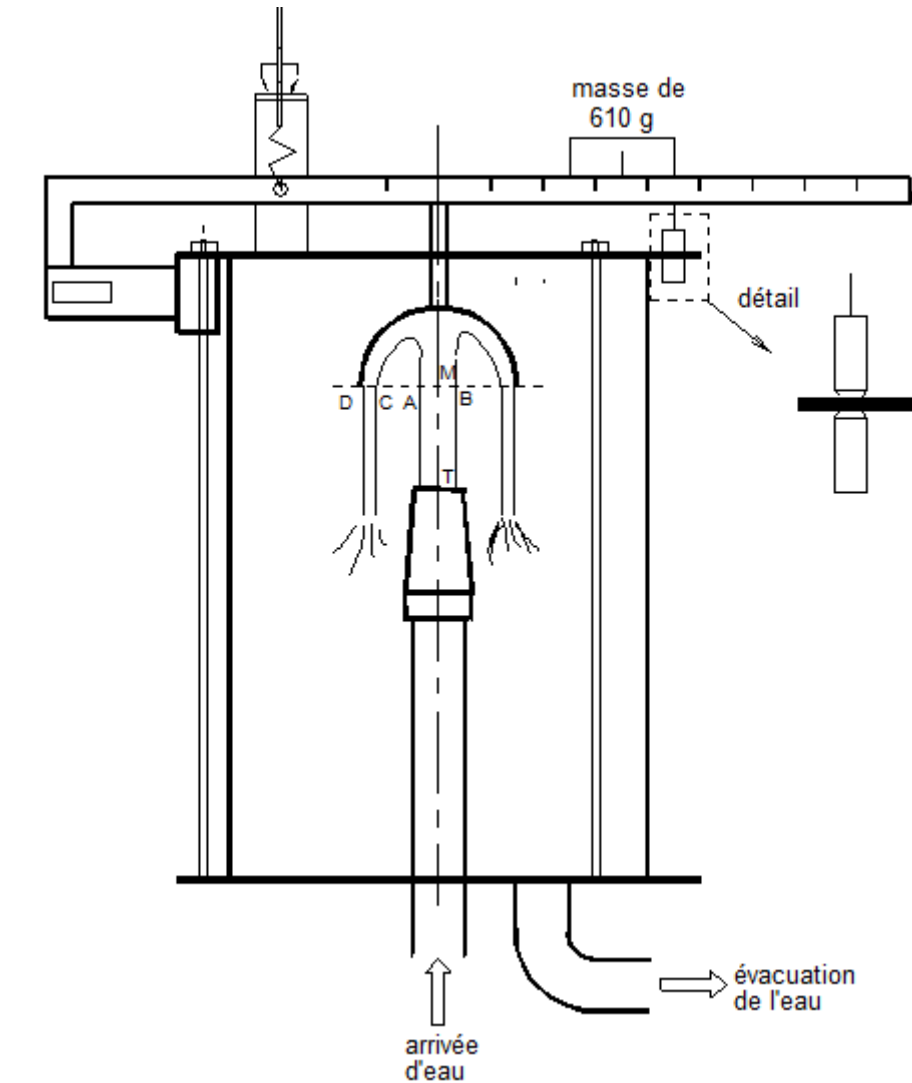


Figure 1 : Schéma de l'installation.

## 2. Fluide réel

En réalité le fluide n'est pas parfait et il se produit dans l'écoulement une perte d'énergie due aux frottements. Par suite  $V_2$  n'est pas égal à  $V_1$  et la force  $F''$  exercée dans ce cas est légèrement inférieure à  $F' = qV_1(1 - \cos \alpha)$ . On tient compte des frottements en introduisant de manière empirique dans l'équation (6) un coefficient  $C$  appelé souvent rendement et défini comme suit :

$$\frac{F''}{F'} = C \Rightarrow F'' = CQV_1(1 - \cos \alpha) \quad (7)$$

### III. Manipulation

#### 1. Description des appareils

##### Banc hydraulique et jet

La figure 1 montre le dispositif de création du jet. Un tuyau vertical alimenté par le banc hydraulique est terminé par une tuyère qui produit un jet d'eau. Ce jet se réfléchit sur un obstacle (hémisphère ou plaque plane). La tuyère et l'obstacle sont enfermés dans un cylindre transparent, dont la base possède un trou pour l'évacuation de l'eau vers une balance.

##### Appareil de mesure

L'obstacle (plaque ou hémisphère) est soutenu par un bras de levier qu'on peut équilibrer en déplaçant un poids de masse  $m = 610 \text{ g}$  (figure 2). On peut mesurer ainsi la force  $F''$ .

#### 2. Mode opératoire

##### Réglage du bras de levier permettant la mesure de $F''$

En l'absence de jet, placer la masse au zéro de la règle et s'assurer par la vis de réglage de l'horizontalité du levier. Pour cela, on dispose d'un cylindre solidaire du bras de levier et possédant deux encoches. Ce cylindre traverse le couvercle du cylindre en Plexiglas et l'horizontalité est réalisée lorsque les deux encoches se situent de part et d'autre du cylindre.

Pour connaître  $F''$  lorsqu'un jet frappe l'obstacle, il suffit de déplacer la masse jusqu'à ce qu'on ait à nouveau l'horizontalité. La force  $F''$  est alors donnée par la relation (figure 2) :

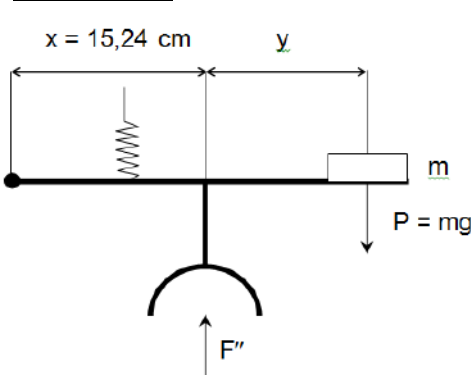
$$\boxed{F'' = mg \frac{y}{x}} \quad (8)$$


Figure 2 : Équilibre de la balance.

##### Mesure de la vitesse $V_1$ au point d'impact du jet

Les appareils de mesure permettent de connaître la vitesse  $V_0$  à la sortie de la tuyère. Si  $D$  est le diamètre de la tuyère et  $Q$  le débit, la vitesse  $V_0$  supposée constante à la sortie de la tuyère est alors :

$$Q = \rho V_0 \pi \left( \frac{D}{2} \right)^2$$

d'où :

$$\boxed{V_0 = \frac{4Q}{\rho D^2 \pi}} \quad (9)$$

avec le diamètre de la tuyère  $D = 10 \text{ mm}$ .

Pour connaître la vitesse  $V_1$  au point d'impact, appliquons le théorème de Bernoulli à une ligne de courant passant par les points M et T (figure 1) et tels que :

- en M :  $V_M = V_1$
- en T :  $V_T = V_0$

d'où :

$$p_1 + \rho gh_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 = p_0 + \rho gh_0 + \frac{1}{2} \rho V_0^2 \quad (10)$$

où :

$$p_1 = p_0 = p_{\text{atm}}$$

donc :

$$V_1^2 = V_0^2 + 2g(h_0 - h_1)$$

Si l'on pose  $z = (h_1 - h_0)$ , il vient alors :

$$\boxed{V_1^2 = V_0^2 - 2gz} \quad (12)$$

où  $z$  est la distance entre la tuyère et l'obstacle, prise égale à 0 pour l'hémisphère et à 3,13 cm pour la plaque plane.

#### Obstacle

On dispose de deux obstacles différents, montés sur deux installations différentes. On passera de l'une à l'autre pour effectuer les mesures :

- plaque plane : dans ce cas le jet repart en faisant un angle de  $90^\circ$  par rapport au jet incident ;
- hémisphère : le jet est dévié de  $180^\circ$  par rapport au jet incident.

#### IV. Travail demandé

Pour différentes valeurs du débit et pour chacun des deux obstacles différents :

1. Calculer et relever :

$$Q, V_1, \text{Re} = \frac{V_1 D}{\nu}, F', F'', C = \frac{F''}{F'}$$

2. Tracer les courbes :

$$F' = f(Q.V_1) \text{ et } F'' = f(Q.V_1) \text{ sur une même figure}$$

$$C = \frac{F''}{F'} = f(\text{Re}) \text{ sur une autre figure}$$

3. En supposant que :

$$m = 610 \pm 5 \text{ g}$$

$$x = 15,25 \pm 0,03 \text{ cm}$$

$$D = 10 \text{ mm} \pm 0,01 \text{ mm}$$

calculer l'erreur de mesure pour chacun des points. Les différences entre  $F'$  et  $F''$  appartiennent-elles au domaine d'incertitude ?

4. Les courbes expérimentales  $F'' = f(Q.V_1)$  passent-elles effectivement par l'origine ? Sinon, expliquer le décalage observé entre les courbes.
5. Lequel des deux obstacles permet de récupérer la plus grande énergie du fluide ?

## RÉACTION D'UN JET

**Date :**

**Noms :**

Tableau 1 : Plaque plane

[illegible]

## RÉACTION D'UN JET

**Date :**

**Noms :**

### Tableau 2 : Hémisphère

[illegible]