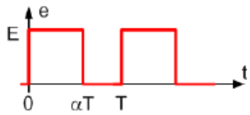
TP 1
Analyse spectrale
Séries de Fourier

- Préparation théorique –

1. Affichage des signaux discrets
Etudier le contenu du programme affsig.m

2. Valeur moyenne et puissance
Calculer la valeur moyenne et la puissance des signaux suivants :

- $x(t) = \sin(2\pi f_0 t)$
- une suite d'impulsions rectangulaires périodique (T) avec un rapport cyclique α.



Travail pratique –

1. Affichage des signaux discrets (affsig.m)
Lancer le programme affsig. Que réalise-t-il ?
Que représentent les variables N, t, f et x ? Quelle est leur dimension ?
Changer pour faire apparaître les signaux sin et impulsion

2. Séries de Fourier (sf.m)
Etudier l'influence du nombre d'harmoniques sur la série de Fourier du signal carré. Que se passe-t-il avec un grand nombre d'harmoniques ?

3. Analyse fréquentielle

- La valeur moyenne et la puissance d'un signal sont définies par :

$$\bar{x}(t) = \frac{1}{T}\int_{(T)} x(t)dt \qquad\qquad P_x = \frac{1}{T}\int_{(T)} |x(t)|^2 dt$$

- Matlab traite des grandeurs analogiques numérisées, le calcul des valeurs associées aux signaux analogiques devient :

$$\bar{x}[k] = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} x[k] \qquad\qquad P_x = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} x^2[k]$$

A l'aide des fonctions sum et length, écrivez des fonctions permettant d'estimer la valeur moyenne et la puissance d'un signal.

- Ecrire la fonction gen_imp qui génère un train d'impulsion avec une période T, un rapport cyclique alpha pour un nombre de périodes N.
- Evaluer l'estimation de la valeur moyenne et la puissance du signal pour alpha=0.5. Quel est l'influence du nombre de périodes ?
- Déterminer la valeur moyenne et la puissance du signal pour différentes valeurs d'alpha (de 0 à 1). Tracer les relations qui lient la valeur moyenne et la puissance au rapport cyclique.

4. **Synthèse de Fourier**

On cherche à synthétiser des instruments de musique en exploitant les propriétés de Fourier.

La fonction note_la.m permet de créer un signal note(t) représentant la note LA (écouter le son obtenu)

1. A l'aide de cette fonction, synthétiser les sons dont les caractéristiques sont les suivantes :
    a. Son A : fréquence fondamentale f0= 440Hz d'amplitude 10, et deux harmoniques de fréquence 880Hz et 1320Hz avec la relation 1/n.
    b. Son B : fréquence fondamentale f0= 440Hz d'amplitude 10, et 3 harmoniques impairs avec la relation :1/n.
2. Spectre du « La » d'un piano :
    a. f0 440Hz d'amplitude 10
    b. 2f0
    c. 3f0
    d. 4f0

Donner l'expression mathématique de ce son sachant que la relation d'évolution des harmoniques est 1/n . Synthétiser ce son.

Conclure sur la synthèse de Fourier

- Listing -

- **Programme affsig.m**

```
    % Demonstration :
    % Affichage de signaux discrets sous Matlab
close all ; clear all ;
f = 60 ; N  = 256 ; Te = 1/1024 ;
t = 0: Te: (N-1)*Te ;
x = cos(2*pi*f*t) ;
subplot(311) ; plot(t,x,'+') ; zoom ; title('Echantillons') ; grid
subplot(312) ; stairs(t,x) ; zoom ; title('Blocage d''ordre zéro') ;
grid
subplot(313) ; plot(t,x) ; zoom ; title('Blocage d''ordre un') ; grid ;
xlabel('temps')
```

- **Programme note_la.m**

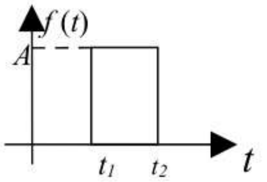
```
% Note  LA 440Hz
Fe=44100;   % Frequence d'echantillonnage 44.1kHz (standard audio)
Te=1/Fe;
f0= 440;    % FrÈquence du signal de la note LA 440

t=0:Te:3;   % Intervalle de temps de 0 ‡ 3 secondes
N = length(t);
f=0:Fe/N:Fe/N*(N-1);
note=sin(2*pi*f0*t);   % Signal correspondant ‡ la note
wavwrite(note/max(note),Fe,'note.wav');
sound(note,Fe);
H = abs(fft(note))/N;
plot(f,H);
axis([0 5000 0 2])
xlabel('Frequence');
ylabel('Amplitude');
```

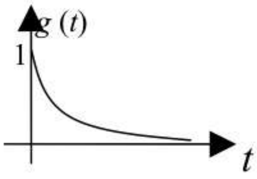
TP 2
Convolution

Travail pratique –

1. **Convolution de signaux**

Soient deux signaux f et g définis de la manière suivante :





f(t)=1 si $t_1<t<t_2$, 0 sinon
g(t)= e^{-at} u(t) avec u(t) l'échelon

- Déterminer l'expression du produit de convolution $f(t)\otimes g(t)$
- Sous Matlab, déclarer ces deux signaux sur un intervalle de temps identique. On pourra modifier les valeurs des constantes t_1, t_2 et a. (N=256, Fe=512Hz)
- En utilisant la fonction « conv » de Matlab, tracer le produit de convolution. Modifier les valeurs des constantes. Conclure

2. **Théorème de Plancherel**

- Rappeler ce théorème.
- Déterminer les expressions des transformées de Fourier de f(t) et g(t)
- Calculer à l'aide Matlab la transformée de Fourier de chacun de ces signaux.
- Calculer à l'aide Matlab la transformée de Fourier du produit de convolution
- Comparer les spectres d'amplitude :
    - Du produit de convolution
    - Du produit des deux Tfs.
- Conclure

TP 3
Modulation – Démodulation

- Travail pratique –

1. Transmission d'une note de musique

Nous proposons de simuler un système de transmission de notes de musique sur un canal.

- Signal de la note LA 440

La fonction note_la.m permet de créer un signal note(t) représentant la note LA. A l'aide de cette fonction, créer un signal représentant la note Ré de fréquence 293.7Hz.
Vérifier les valeurs du spectre (amplitude et fréquence).

- Porteuse

Afin d'émettre les signaux, on utilise une porteuse d'amplitude 2V et de fréquence 3000Hz.
Créer la porteuse p(t) en utilisant le même nombre de points que le signal utile.

$$p(t)=\sin(2\pi\ f_p\ t)$$

Écouter le signal sonore représentant la porteuse. Conclure.

- Modulation d'amplitude sans porteuse

Réaliser une modulation d'amplitude sans porteuse et tracer le spectre correspondant.
Déterminer le bilan énergétique du signal.
Écouter le signal sonore. Conclure.
On souhaite pouvoir transmettre les 2 notes de musique en même temps avec la même porteuse. Réaliser cette modulation et tracer le spectre correspondant.
Ecouter le signal sonore. Conclure.

- Réception des données

Il s'agit, dans cette partie, d'extraire le signal utile.

<u>Réception de la note LA</u>

Sachant que seule la note LA a été transmise, à la réception nous avons donc :

$$sig(t) = note(t).\sin(2\pi\ f_p\ t)$$

Le procédé de démodulation consiste à redresser le signal *«sig »* puis à effectuer un filtrage. Proposer le redressement et le filtrage permettant d'extraire l'information utile. Le signal résultant sera nommé par la suite yr(t).
Ecouter le signal sonore. Conclure.

<u>Réception de plusieurs notes</u>

Evaluer la méthode de démodulation par redressement lors de la réception des 2 notes de musique.
Proposer une autre méthode de démodulation utilisant la connaissance de la porteuse.
Que se passe-t-il si les porteuses en émission p(t) et en réception $p_r(t)$ sont déphasées :

$$p_r\ (t)=\sin(2\pi\ f_p\ t + \varphi)$$

Tracer le spectre du signal pour différentes valeurs de φ : 0, $\pi/4$, $\pi/2$, π et 2π.
Ecouter le signal sonore. Conclure.

- Listing -

- **Programme note_la.m**

```
% Note  LA 440Hz

Fe=44100;   % Fréquence d'échantillonnage 44.1kHz (standard audio)
Te=1/Fe;

f0= 440;    % FrÉquence du signal de la note LA 440

t=0:Te:3;   % Intervalle de temps de 0 ‡ 3 secondes
N = length(t);
f=0:Fe/N:Fe/N*(N-1);
note=sin(2*pi*f0*t);   % Signal correspondant ‡ la note

wavwrite(note/max(note),Fe,'note.wav');
sound(note,Fe);

H = abs(fft(note))/N;

plot(f,H);
axis([0 5000 0 2])
xlabel('Frequence');
ylabel('Amplitude');
```

TP4 : Analyse des systèmes du 1er ordre

1 Systèmes intégrateurs

On considère la fonction de transfert suivante :

$$H(p) = \frac{Y(p}{X(p)} = \frac{K}{p} \tag{1}$$

1. Construire sous Simulink le schéma permettant de simuler la réponse indicielle (réponse à un échelon unitaire).
2. Simuler la réponse de ce système pour les valeurs suivantes de $K = 0.5, 1, 10$
3. Pour chacune de ces simulations, donner le temps t_1 au bout duquel le système la sortie est égale à 10V.

2 Systèmes du premier ordre

On considère la fonction de transfert suivante :

$$H(p) = \frac{Y(p}{X(p)} = \frac{K}{1+\tau p} \tag{2}$$

avec $\tau = 1s$.

1. Construire sous Simulink le schéma permettant de simuler la réponse indicielle (réponse à un échelon unitaire).
2. Simuler la réponse de ce système pour les valeurs suivantes de $K = 0.5, 1, 10$. Conclure sur le rôle du paramètre K.
3. Tracer le diagramme de Bode
4. En modifiant les valeurs de la constante de temps τ, tracer la relation temps de réponse du système $tr_{5\%}$ - pulsation de coupure

3 Systèmes du premier ordre avec un zéro

On considère la fonction de transfert suivante :

$$H(p) = \frac{Y(p}{X(p)} = K\frac{1+ap}{1+\tau p} \tag{3}$$

avec $K = 2$ et $\tau = 3s$. On désirer

1. Calculer le zéro du système et tracer le lieu des pôles - zéros.
2. Etudier le signe du zéro du système dans le cas où $a = -0.2$, $a = -0.3$, $a = 1.5$

3. Construire sous Simulink le schéma permettant de simuler la réponse à un échelon de 5V.
4. Simuler la réponse de ce système pour les différentes valeurs de a.
5. Pour chaque simulation, tracer le diagramme de Bode.
6. Que peut-on conclure sur le rôle d'un zéro dans une fonction de transfert ?

TP5 : Analyse des systèmes d'ordre N

Systèmes intégrateurs

On considère la fonction de transfert suivante :

$$H(p) = \frac{Y(p}{X(p)} = \frac{K}{p^2} \tag{4}$$

1. Construire sous Simulink le schéma permettant de simuler la réponse indicielle (réponse à un échelon unitaire).
2. Simuler la réponse de ce système pour les valeurs suivantes de $K = 0.5, 1, 10$

Systèmes du second ordre

On considère la fonction de transfert suivante :

$$H(p) = \frac{Y(p}{X(p)} = \frac{1}{1 + \frac{2\zeta}{\omega_n}p + \frac{p^2}{\omega_n^2}} \tag{5}$$

avec $\omega_n = 5$ rad/s

1. Construire sous Simulink le schéma permettant de simuler la réponse indicielle (réponse à un échelon unitaire).
2. Simuler la réponse indicielle de ce système pour les valeurs suivantes de $\zeta = 0.2, 0.5, 1, 10$. Conclure sur le rôle du facteur d'amortissement ζ.
3. Pour chacune des simulations, indiquer la nature des pôles (réels, imaginaires pures, complexes).

Systèmes d'ordre N

On considère la fonction de transfert suivante :

$$H(p) = \frac{Y(p}{X(p)} = \frac{1}{(1 + \tau p)(1 + \frac{2\zeta}{\omega_n}p + \frac{p^2}{\omega_n^2})} \tag{6}$$

avec $\tau = 3$s et $\omega_n = 5$ rad/s.

1. Construire sous Simulink le schéma permettant de simuler la réponse à un échelon.
2. Simuler la réponse de ce système pour les différentes valeurs de ζ.
3. Pour chaque simulation, tracer le diagramme de Bode.
4. Que peut-on conclure sur le rôle du facteur d'amortissement sur la réponse fréquentielle ?