

Signaux et Systèmes

Cours n° I

Mohamed CHETOUANI
Professeur des Universités
Institut des Systèmes Intelligents et de Robotique (ISIR)
Sorbonne Université

mohamed.chetouani@sorbonne-universite.fr



Introduction

- **Utilité d'un cours de Signaux et Systèmes?**
- Représentation et exploitation des signaux
- Modélisation d'un système
- Systèmes de transmission, de commande...
- ...

Plan

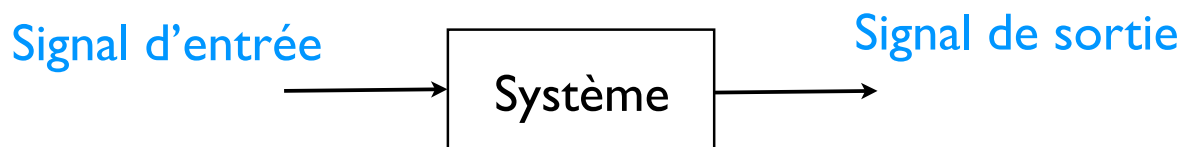
- Définitions des systèmes et signaux
- Analyse spectrale: Séries de Fourier, Transformée de Fourier...
- Modélisation de systèmes
- Introduction à l'asservissement...
- Et tout ça en continu et en numérique...

Organisation

- Mathématiques, Electronique Analogique
- 7 cours (Signaux et Systèmes) + 4 cours (Filtrage)
- 6 séances de TD
- 5 séances de TP de 2h
- Ecrit réparti: 14 Novembre
- Tps: CR à rendre obligatoirement à la fin du TP

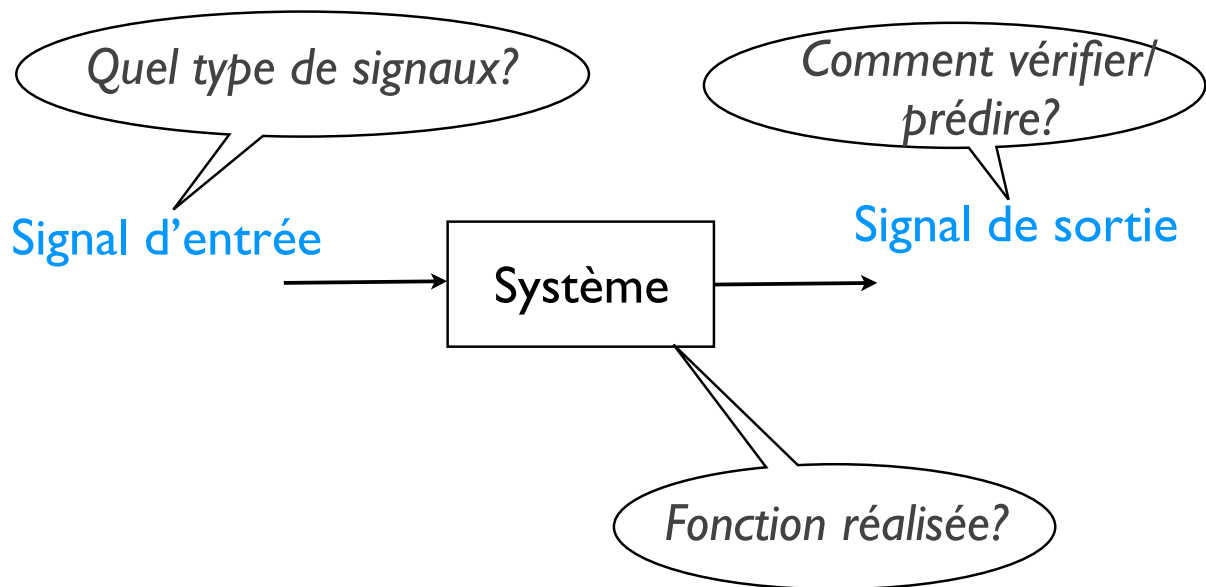
Définitions

- On décrit un **système** (physique, mathématique, computationnel) par la **transformation** d'un **signal d'entrée** en un **signal de sortie**.



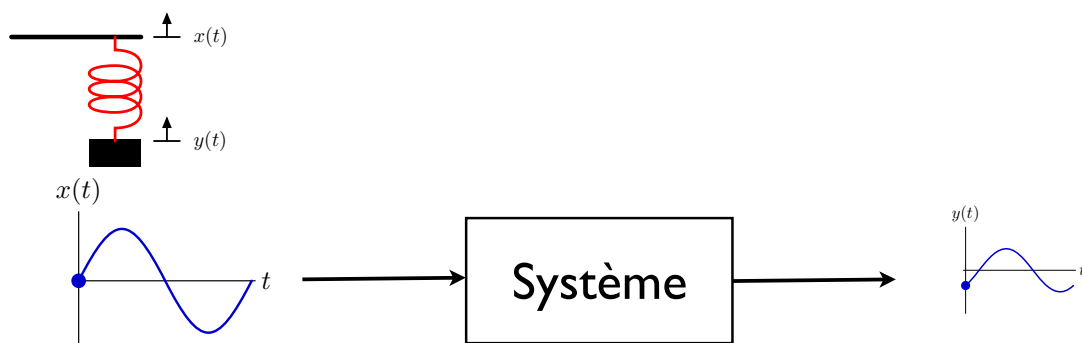
Définitions

- Quelles sont les questions liées au cours



Définitions

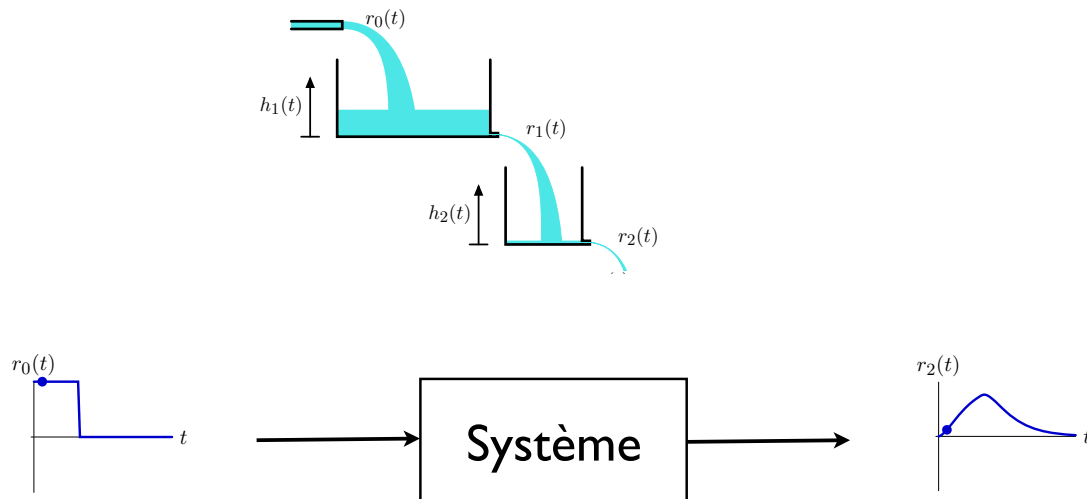
- Quelques exemples



- Pendule

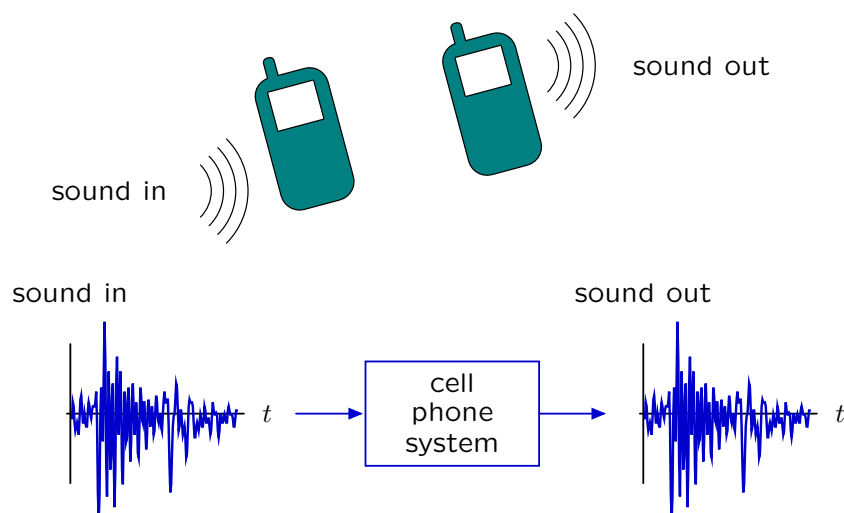
Définitions

- Réservoir



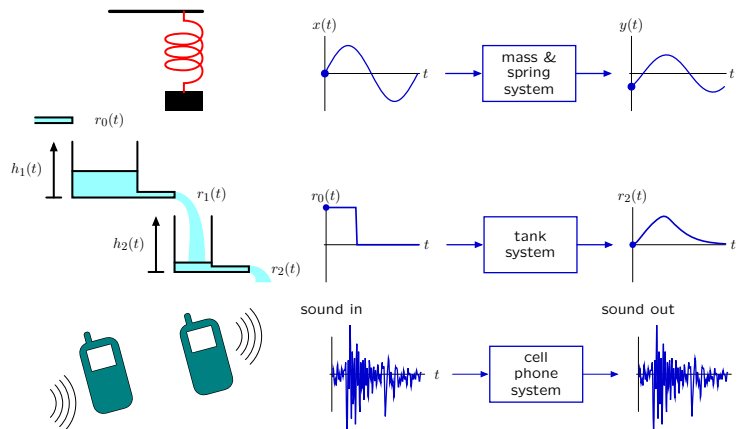
Définitions

- Téléphone portable



Définitions

- Qu'est ce qu'il y a de commun entre ces applications?



Information, Signal, Système....

Définitions

- Un signal est la **représentation physique** d'un phénomène qui **évolue dans le temps ou dans l'espace**
- Ces signaux sont représentés par **des fonctions mathématiques $x(t)$** .
- L'étude des caractéristiques est essentielle pour la compréhension et la modélisation des phénomènes:
 - énergie finie/infinie, déterministe/aléatoire, continu /discret...

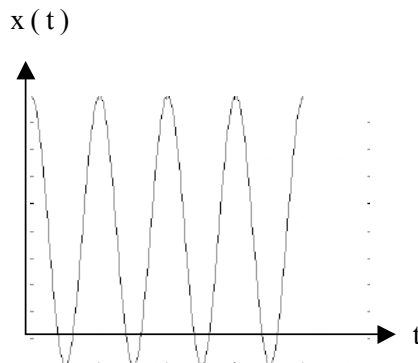
- Différents *modes de classification* sont généralement exploités (souvent mixtes):
 - Temporel
 - Energétique
 - Spectral
 - Morphologique

Mode temporel:

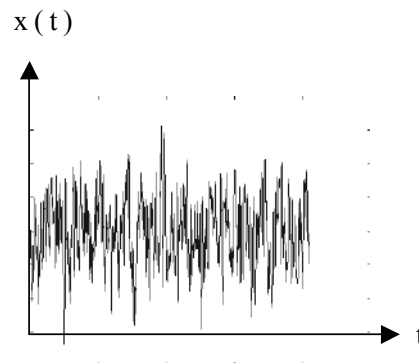
- *Signaux déterministes*:
 - Evolution en fonction du temps décrite par un modèle mathématique. Ex: $x(t) = A \cos(2\pi f_0 t)$
 - Connaissance de la loi physique. Ex: Décharge d'un condensateur
- *Signaux aléatoires*:
 - Comportement temporel imprévisible.
 - Exploitation de statistiques.
 - Exemple: Informations échangées sur le web



Mode temporel:



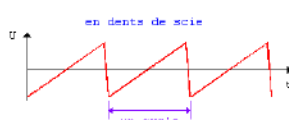
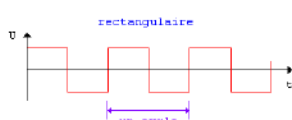
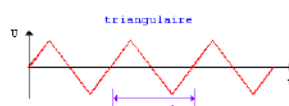
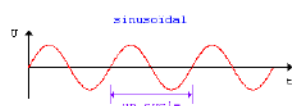
Déterministe



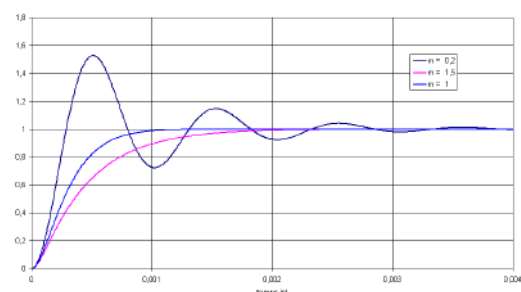
Aléatoire

Pour les signaux déterministes, on distingue

- Signaux périodiques:
 - $x(t) = x(t+T)$ avec T la période (en sec.)
- Signaux non-périodiques:
 - Composantes pseudo-périodiques, transitoires
 - Ex: Réponse d'un système du 2nd ordre



Réponse indicielle d'un système du 2ème ordre



Mode Energétique:

• Définition

- Energie: $E = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt$
- Puissance moyenne:
 - Signaux quelconques: $P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{(T)} |x(t)|^2 dt$
 - Signaux périodiques: $P = \frac{1}{T} \int_{(T)} |x(t)|^2 dt$

Mode Energétique:

• Catégorisation

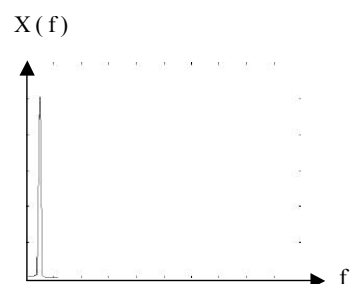
- Signaux à énergie finie $E < \infty$
- Signaux à support borné (limités dans le temps)
- Signaux à puissance moyenne finie $0 < P < \infty$
- Cas des signaux périodiques

Mode Energétique:

- Un signal à énergie finie a une puissance moyenne nulle ($P=0$)
- Un signal à puissance moyenne finie (non nulle) possède une énergie E infinie.

Mode Spectral:

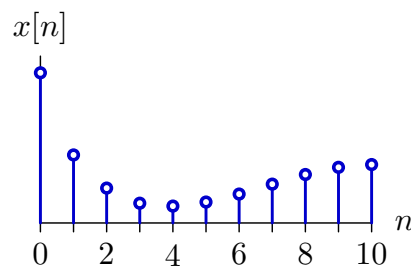
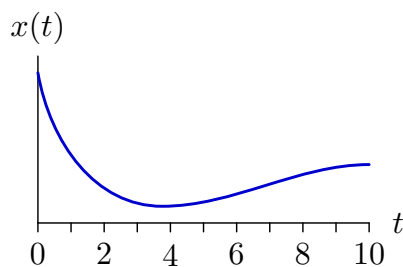
- Distribution de l'énergie ou de sa puissance en fonction de la fréquence
 - Largeur de bande ($F_{\max} - F_{\min}$)
 - Signaux à bande étroite
 - Signaux à large bande



Classification des signaux

Mode morphologique:

- Signaux continus
- Signaux discrets ou échantillonnés

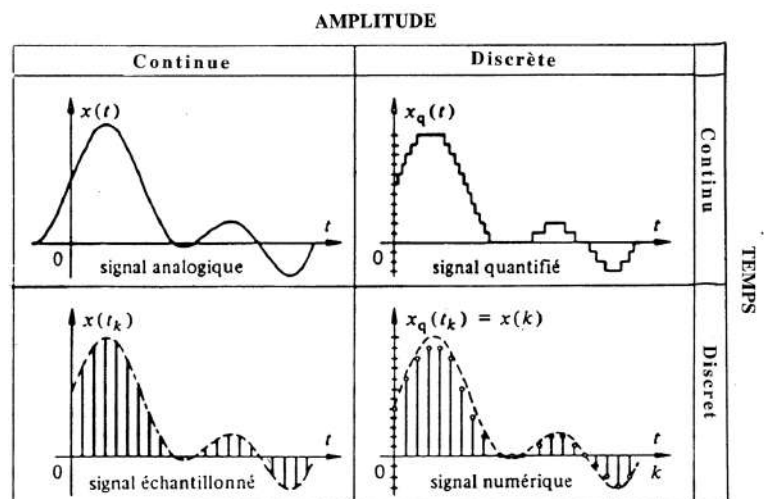


Manipulation de signaux numériques: MP3, JPEG...

Classification des signaux

Mode morphologique:

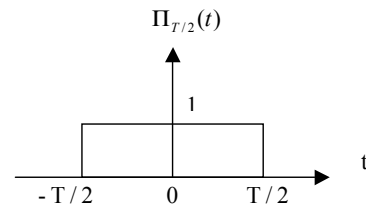
- Amplitude et temps continus: $x(t)$
- Amplitude discrète et temps continu
- Amplitude continue et temps discret
- Amplitude discrète et temps discret.



Quelques signaux importants

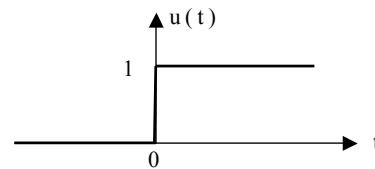
- Porte

$$\Pi_{\frac{T}{2}}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \in [-T/2, T/2] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$



- Echelon

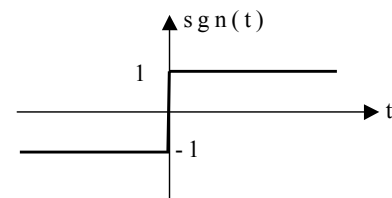
$$u(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{si } t < 0 \end{cases}$$



Quelques signaux importants

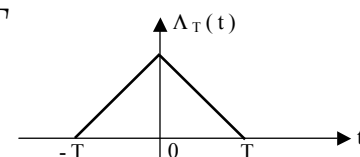
- Signe

$$\text{sgn}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t > 0 \\ 0 & \text{si } t = 0 \\ -1 & \text{si } t < 0 \end{cases}$$



- Triangle

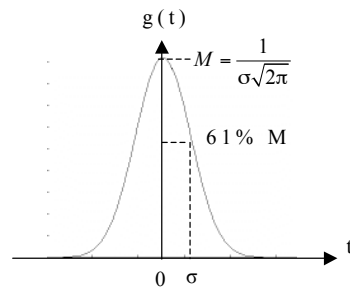
$$\Lambda_T(t) = \begin{cases} 1 - \frac{|t|}{T} & \text{si } |t| < T \\ 0 & \text{Ailleurs} \end{cases}$$



Quelques signaux importants

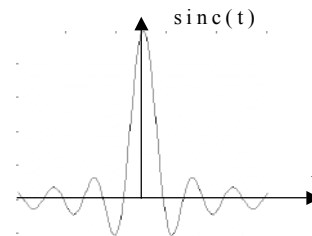
- Gaussienne

$$g(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$$



- Sinus cardinal

$$\text{sinc}(t) = \frac{\sin(t)}{t}$$



Distributions

- Certaines opérations en traitement du signal sont modélisées par des distributions.

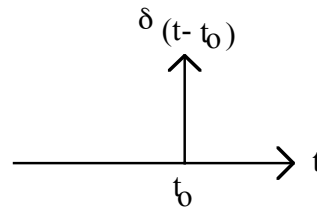
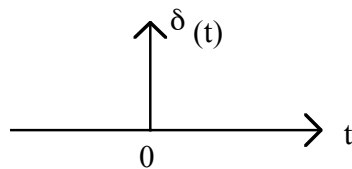
- Dirac $\delta(t)$

- Échantillonnage, filtrage, modulation...

Distributions

- La distribution ou impulsion de Dirac est définie par:

$$\begin{cases} \delta(t) = 0 & \text{si } t \neq 0 \\ \delta(t) = +\infty & \text{si } t = 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1 \end{cases}$$



Distributions

- Propriétés
 - Produit par une fonction $f(t)$:

$$f(t)\delta(t) = ??$$

$$\longrightarrow f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t)$$

$$f(t)\delta(t - t_0) = ???$$

$$\longrightarrow f(t)\delta(t - t_0) = f(t_0)\delta(t - t_0)$$

Distributions

- Propriétés

- Intégration:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \delta(t - t_0) dt = ??$$

$$\longrightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \delta(t - t_0) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t_0) \delta(t - t_0) dt$$

$$= f(t_0)$$

Distributions

- Propriétés

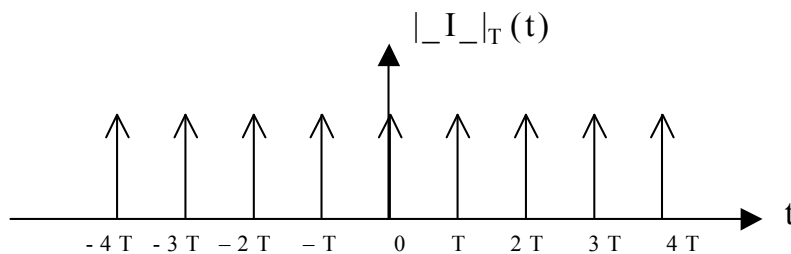
- Intégration:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t - t_0) dt = 1$$

Distributions

- Peigne de Dirac
- Suite d'impulsions de Dirac, régulièrement espacées d'une durée T :

$$|_{-I-}|_T(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t-kT)$$

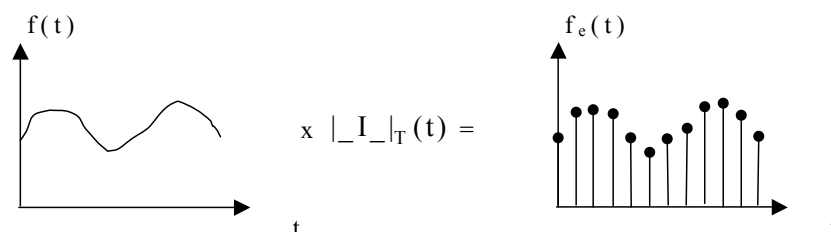


Distributions

- Peigne de Dirac
- Produit avec une fonction $f(t)$

$$f(t)|_{-I-}|_T(t) = f(t) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t-kT) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(kT) \delta(t-kT)$$

Élément nécessaire pour
l'échantillonnage



Résumé

- Définitions: signaux et systèmes
- Classification des signaux: déterministe/aléatoire, énergie finie, bande étroite...
- Quelques signaux importants: porte, échelon
- Distribution de Dirac: propriétés
- Peigne de Dirac: échantillonnage