Jérémy BLEYER, jeremy.bleyer@enpc.fr

Aspects numériques des modèles d'endommagement locaux

On considère un modèle d'endommagement de type Lemaître-Chaboche-Marigo :

$$\psi(\boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{1}{2}(1-d)\boldsymbol{\varepsilon} : \mathbb{C}_0 : \boldsymbol{\varepsilon} \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\varepsilon}) = (1-d)\mathbb{C}_0 : \boldsymbol{\varepsilon} \tag{1}$$

avec un critère d'endommagement de la forme :

$$f(d) = Y - Y_c(d) = -\partial_d\psi - Y_c(d) \leq 0, \quad ,\dot{d} \geq 0, \quad \dot{d}f(d) = 0 \tag{2}$$

avec $Y = -\partial_d\psi = \dfrac{1}{2}\boldsymbol{\varepsilon} : \mathbb{C}_0 : \boldsymbol{\varepsilon}$ le taux de restitution de l'énergie d'endommagement local et $Y_c(d) = R_0(1+\alpha d)$ avec $R_0, \alpha \geq 0$.

1 Questions préliminaires

On se place ici dans le cas 1D avec $\sigma(\varepsilon) = (1-d)E\varepsilon$. On considère un endommagement initialement nul $d(t=0) = 0$ et un processus de chargement monotone en traction $\dot{\varepsilon} > 0$.

1. Déterminer à quelle condition sur la valeur de ε, l'endommagement commence à évoluer. On notera ε_c la valeur de la déformation correspondante.
2. En supposant que le critère d'endommagement reste saturé au cours de l'évolution ($f(d) = 0$), déterminer la relation entre d et ε.
3. La valeur de l'endommagement pour ce modèle doit être comprise entre 0 et 1. Ǹue cela implique-t-il sur la valeur de ε ? On notera ε_{max} la valeur correspondante en fonction des paramètres du modèle.
4. Déterminer $\sigma(\varepsilon)$ à l'aide du résultat précédent et décrire qualitativement son évolution en fonction de ε. Quelle est l'influence de α ?
5. Calculer la densité d'énergie dissipée entre $\varepsilon = 0$ et $\varepsilon = \varepsilon_{max}$.
6. On considère dans la suite les valeurs matériaux suivantes :

$$E = 6\,\text{GPa}, \quad \nu = 0.3, \quad R_0 = 3\,\text{kPa}, \quad \alpha = 1 \tag{3}$$

   Calculer ε_c et ε_{max}.

2 Traction homogène

On considère une plaque en contrainte plane de dimensions $L \times H = 1 \times 1$ sur laquelle on impose un déplacement horizontal $U_x = U(t)$ à son extrémité droite et $U_x = 0$ à son extrémité gauche (on fixe un point de la plaque pour lequel $U_y = 0$).

1. Lancer le script pour les paramètres donnés ($U_{max} = 0.003$). Commenter.
2. Relancer pour $\alpha = 0.1$. Commenter.
3. Relancer pour $\alpha = 8$ en activant le paramètre `unloading=True` qui effectue une charge jusqu'à $U(t) = 3U_{max}/4$ puis une décharge jusqu'à 0 puis à nouveau une charge jusqu'à $U(t) = U_{max}$. Commenter.
4. Désactiver la décharge avec `unloading=False` et refaire le cas $\alpha = 1$ en choisissant `refinement_level=1`. Que se passe-t-il ?
5. Refaire le même calcul avec $\alpha = 8$ puis faire évoluer la densité de maillage selon `refinement_level=1,2,3` puis `4`. Commenter.

3 Plaque entaillée

On reprend $\alpha = 1$ et `refinement_level=0` et, à présent, `Umax=5e-4`. On change également le type de problème : `problem="perforated"`. Il s'agit toujours d'une plaque en traction (mêmes conditions aux limites), de dimensions $L \times H = 1 \times 0.5$, entaillée par deux trous dont on pourra changer le rayon $R =$`hole_radius`, l'écartement horizontal (`hole_spacing`) et le rapport d'aspect (`aspect_ratio`).

1. On prend $R = 0.2$. Lancer le calcul et commenter. On notera en particulier la valeur de la contrainte maximum.
2. Pour le même cas, considérer différentes finesses de maillage `refinement_level=1,2,3` et noter à chaque fois la contrainte maximum. Commenter.
3. Changer à présent $R = 0.05$ et `aspect_ratio=10`. Quelle situation est-on en train de modéliser ? Reporter la valeur de l'énergie dissipée pour différentes finesses de maillages. En observant la répartition de l'endommagement pour chaque maillage et en observant que la taille des mailles est à peu près divisée par 2 à chaque niveau de remaillage, expliquer le résultat observé sur l'évolution de la dissipation.
4. Changer $\alpha = 8$ et `Umax=1e-3`. Est-ce qu'un modèle plus "ductile" permet d'éviter les problèmes rencontrés précédemment ?
5. On considère à présent $\alpha = 1$, `Umax=1e-3`, `hole_radius=0.2`, `hole_spacing=0.2` et `aspect_ratio=10`. On pourra lancer le calcul pour `refinement_level=1` dans un premier temps et visualiser les résultats sous Paraview. Commenter l'allure de la courbe contrainte/déformation.