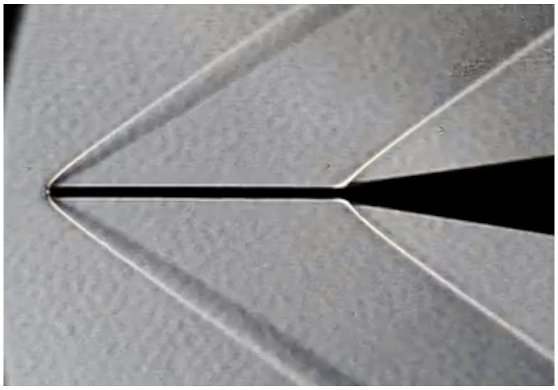
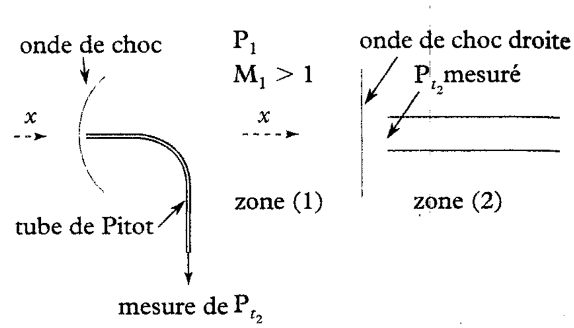
MEF03-MFC: Feuille de TD 2

1. Tube de Pitot supersonique

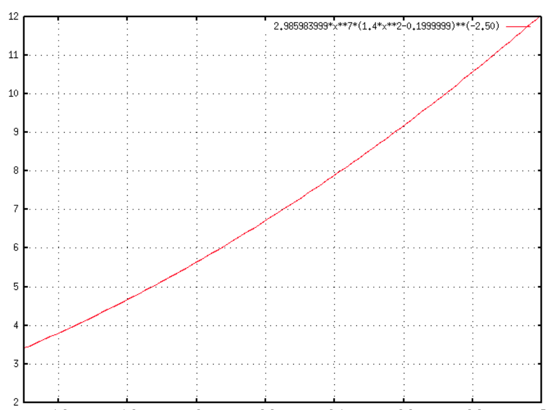
Un tube de Pitot est disposé dans un écoulement supersonique ($M_1 > 1$) dont la pression statique est $P_1 = 0.4$ bar.





On assimile localement l'onde de choc formée devant le tube de Pitot à une onde de choc plane. Dès lors, on peut déterminer la pression totale mesurée par le tube de Pitot par une approche monodimensionnelle.

1. Justifier pourquoi le tube le Pitot donne une mesure de la pression d'arrêt en amont de l'onde de choc?
2. Etablir la formule de Raleigh qui consiste à exprimer le rapport de pression P_{t_2}/P_1 en fonction de M_1.
3. Déterminer la valeur du nombre de Mach de l'écoulement lorsque que la mesure effectuée par le Pitot donne $P_{t_2} = 3$ bars (cf. figure).



2. Tuyère de Laval avec onde de choc droite

Un réservoir contenant de l'air sec à une pression P_{t_0} et masse volumique ρ_{t_0} alimente une tuyère convergente-divergente dont la section au col est A_c. L'écoulement présente une onde de choc droite (ODC) au milieu de la partie divergente de la tuyère. L'aire de la tuyère au niveau du choc est A_{choc}. On notera par l'indice (1) les grandeurs en amont de l'ODC et par l'indice (2) les grandeurs en aval de l'ODC. Le gaz, de coefficient polytropique γ, sera considéré comme thermodynamiquement et calorifiquement parfait. On suppose que l'écoulement est isentropique jusqu'au niveau de l'ODC, puis entre l'ODC et la sortie de la tuyère. On considère que P_{t_0}, ρ_{t_0} γ sont des données du problème. L'écoulement est permanent et quasi-monodimensionel.

1. Pourquoi les grandeurs statiques et totales sont égales dans le réservoir ?
2. Sachant que la vitesse du son a_1 juste en amont de l'ODC est connue, exprimer le nombre de Mach amont M_1 en fonction de P_{t_0}, ρ_{t_0} et a_1.
3. Montrer qu'on peut aussi calculer M_1 connaissant A_{choc} et A_c. En déduire les expressions de ρ_1 et P_1.
4. Montrer que le débit massique peut s'écrire:
$$\dot{m} = A\frac{\sqrt{\gamma}}{\sqrt{R}}\frac{P_{t_1}}{\sqrt{T_{t_1}}}\frac{M_1}{\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_1^2\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}} \tag{1}$$
5. Le débit de l'écoulement étudié est-il le débit maximal qu'on puisse obtenir (justifier) ?
6. Les relations de saut pour la densité et la pression statique s'écrivent:
$$\rho_2/\rho_1 = \frac{(\gamma+1)M_1^2}{(\gamma-1)M_1^2+2} \tag{2}$$
$$P_2/P_1 = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1}(M_1^2-1) \tag{3}$$
Exprimer le rapport ρ_2/ρ_1 en fonction de P_2/P_1. Pourquoi ne retrouvons-nous l'équation de Laplace ?
7. Etablir une expression pour le Mach en aval de l'ODC M_2 en fonction de grandeurs connues.
8. Sachant que la section de sortie de la tuyère A_3 sont des données du problème, montrer qu'il est possible d'établir une équation permettant de calculer numériquement la valeur du nombre de Mach en sortie de tuyère M_3 (on ne cherchera pas à déterminer M_3 analytiquement)

3. Validité de l'hypothèse d'incompressibilité

Un avion de déplace au niveau de la mer à une vitesse de $U_1 = 160$ km/h (aux conditions de pression et de température p_1 et T_1). L'écoulement est accéléré au niveau de l'extrados de l'aile à une vitesse maximale $U_2 = 240$ km/h

1. Montrer en combinant le 1er principe avec l'équation de quantité de mouvement pour un écoulement 1D non-visqueux de gaz parfait, que pour des conditions isentropiques : $c_p dT + d\left(\frac{U^2}{2}\right) = 0$

2. Calculer la valeur de la pression P_2^{comp} au niveau de l'extrados.
3. Considérant désormais l'écoulement comme incompressible, déterminer pression P_2^{incomp}.
4. Discuter de la pertinence de cette hypothèse en calculant l'erreur relative commise et la valeur du nombre de Mach de vol

A.N: $p_1 = 101300$ Pa, $T_1 = 300$ K, $\gamma = 1.4$, $r = 287$ J/kg/K