SORBONNE UNIVERSITÉ
CRÉATEURS DE FUTURS DEPUIS 1257

**Année 2020-2021**

**Master SPI**

---

# Ondes
# Thème 2 : les ondes acoustiques

---

## Exercice 1 : Onde acoustique sphérique

Dans ce problème, on cherche à déterminer le champ acoustique émis par une sphère vibrante. On considère pour cela une sphère de rayon $a$ et on suppose qu'elle vibre radialement à la fréquence $f_0$ avec une vitesse $V_0$. On considère un repère placé au centre de la sphère. La sphère vibre dans l'air, milieu supposé homogène et isotrope. On note $\rho_0$ la masse volumique du milieu et $c_0$ la vitesse du son. On rappelle l'expression de l'opérateur laplacien en coordonnées sphériques :

$$\Delta = \left(\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}\right)$$

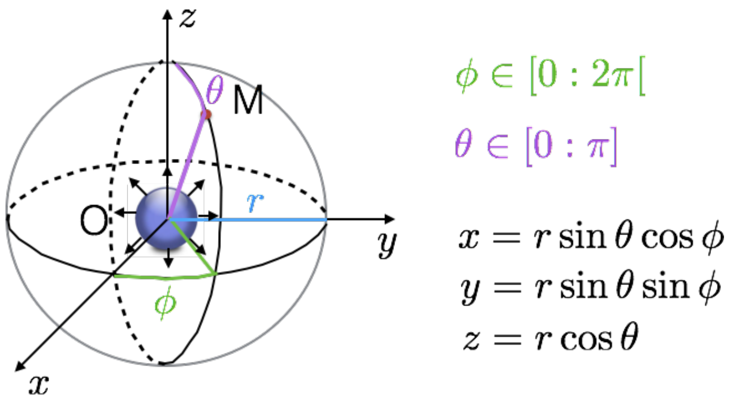



**Figure 1** – Sphère pulsante et coordonnées sphériques

1. Ecrire l'équation aux dérivées partielles satisfaite par la pression au point d'écoute $M$ de coordonnées $(r, \theta, \phi)$.
2. Montrer que cette équation peut se mettre sous la forme :

$$\frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 rp_a}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 rp_a}{\partial r^2} = 0$$

3. Montrer que la solution de cette équation s'écrit :

$$p_a(r,t) = \frac{1}{r}f(r - c_0t) + \frac{1}{r}g(r + c_0t)$$

4. Quelle est la signification physique des deux termes de cette solution ?
5. La sphère émet une impulsion à $t = 0$ d'amplitude A. Tracer qualitativement la pression $p_a(r,t)$ pour $t = 0$, $t_1 > 0$ et $t_2 > t_1$.
6. On suppose que la sphère vibre de façon harmonique. La vitesse de vibration radiale, en notation complexe, s'écrit donc : $V_s(t) = V_0 \exp(-i\omega_0 t)$. Montrer que la pression s'écrit :

$$p_a(r,t) = \frac{A}{r}\exp(i(k_0 r - \omega_0 t))$$

avec $A$ une constante que l'on déterminera par la suite.
7. En utilisant les conditions aux limites du problème, exprimer la constante $A$.
8. Le niveau de pression en dB est défini par :

$$L = 10\log\left(\frac{p_{moy}^2}{p_{ref}^2}\right)$$

où $p_{ref} = 2.10^{-5}$ Pa et le terme $p_{moy}$ désigne la pression moyenne :

$$p_{moy} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T p(t)^2 dt}$$

avec $T$ la période de l'onde (ou la période d'observation). Calculer la pression moyenne $p_{moy}$ à la distance $r$ pour une onde sphérique (on prendra : $p_a(r,t) = \frac{A}{r}\cos(kr - \omega_0 t)$).
9. Que vaut alors le niveau en dB en fonction de la distance $r$ ?
10. On donne $A = 28$, calculer le niveau en dB à 1m de la source.
11. Montrer que le niveau en dB peut s'écrire :

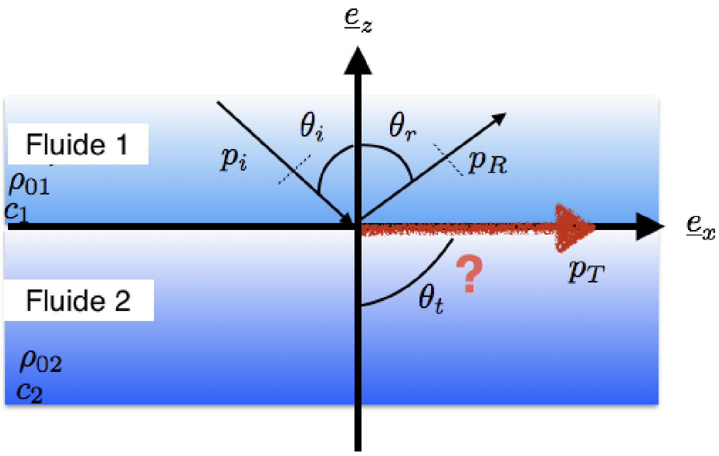
$$L(r) = L(r = 1m) - 20log(r)$$

12. Que vaut la pression en $r = 2m$, $r = 10m$, $r = 10000m$, commenter ... !

## Exercice 2 : Réflexion totale - onde plane inhomogène

Nous avons vu dans le cours, qu'une onde acoustique incidente à l'interface entre 2 fluides (ayant comme impédance $Z_1 = \rho_1 c_1$ et $Z_2 = \rho_2 c_2$) donne une onde réfléchie et une onde transmise. Selon les cas, il existe un angle d'incidence critique $\theta_{cr}$ au-delà duquel, il ne peut pas y avoir d'onde plane transmise (l'angle de transmission n'est alors plus défini) on dit alors qu'il y a réflexion totale. Cela veut-il pour autant dire qu'aucune onde n'est transmise à travers l'interface ? Pour répondre à cette question, nous allons étudier cette situation.

1. Rappeler les lois de Snell-Descartes.
2. Faire une figure schématisant la réflexion/transmission d'une onde à l'interface entre 2 fluides pour $c_2 < c_1$ et $c_2 > c_1$. Dans quel cas l'angle $\theta_t$ peut-il ne pas être défini ? Que vaut alors l'angle critique.
3. D'après les lois de Snell-Descartes, la composante horizontale du nombre d'onde est la même pour les ondes incidentes, réfléchies et transmises. Par conséquent, on a la relation suivante : $k_{tx} = k_{ix} = \frac{\omega}{c_1}\sin\theta_i$, en déduire la composante suivant $z$ du vecteur d'onde $\underline{k}_t$ dans le cas où $\theta_i > \theta_{cr}$ :




4. Montrer que l'onde plane transmise dans le milieu 2 peut s'écrire :

$$p_t = TA \exp(z/\delta) \exp[i(k_x x - \omega t)], \tag{4}$$

   Donner une interprétation physique de $\delta$.
5. Donner une interprétation physique de la solution précédente.
6. Calculer les coefficients $R$ et $T$ au-delà de l'angle critique.
7. Vérifier alors que $|R| = 1$.