

2A004 Statique et dynamique des fluides. Ecrit 13 novembre 2014, 2H, sans documents

I - Cours

1. Rappelez la forme globale de l'équation fondamentale de la statique des fluides.
2. Écrivez la forme locale.

II - Statique

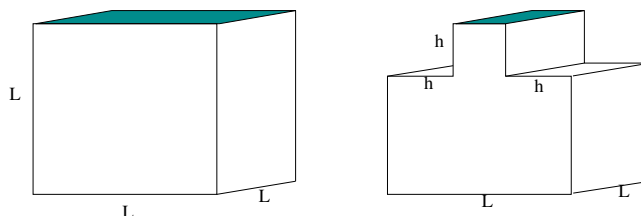


FIGURE 1 – (gauche) Cube rempli d'eau (droite) Même cube avec une encoche.

Un cube de cotés $L \times L \times L$ est rempli d'eau, la partie supérieure est ouverte et à la pression atmosphérique comme le montre la Figure 1.

1. A partir de la forme locale de la statique des fluides trouvez la variation de la pression avec la coordonnée z , $p(z)$.
2. Calculez la resultante des forces de pression sur l'une des parois horizontales.
3. Calculez la resultante des forces de pression sur le fond du cube et montrez que c'est bien le poids toute l'eau.
4. On fait maintenant une encoche de hauteur h et largeur h de chaque côté du cube comme le montre la Figure 1, il y a forcément moins d'eau dans le nouveau recipient. Alors montrer que la resultante des forces de pression **sur toutes les parois horizontales** est encore le poids du nouveau volume d'eau.

III - Cinématique

Nous avons les composantes de la vitesse (u, v, w) en coordonnées cartésiennes

$$\begin{aligned} u &= A \\ v &= 3Bx^2 \\ w &= 0 \end{aligned}$$

1. L'écoulement est plan ? stationnaire ? Incompressible ? Irrotationnel ? Justifiez.
2. C'est une représentation de Lagrange ou d'Euler ? Justifiez.
3. Soit (x_0, y_0, z_0) la position d'une particule de fluide à l'instant $t = 0$, donnez la position de la particule de fluide $(x(t), y(t), z(t))$, à un instant t .
4. Calculez l'accélération de la particule de fluide.

IV - Ecoulement potentiel

Soit un écoulement plan, stationnaire et irrotationnel d'un fluide incompressible (ρ constant) donné par

$$f(z) = U_0 z + C \ln(z)$$

où U_0 et C sont des constantes réelles positives. z est le nombre complexe $z = re^{i\theta}$ et $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$.

1. Exprimez la vitesse en composantes cartésiennes, $u(x, y)e_x + v(x, y)e_y$.
2. Dans quel point de l'axe x la vitesse s'annule ?
3. Si vous avez identifié les deux champs de vitesse dans $f(z)$, donnez l'allure des lignes de courant.