

Modèles de turbulence pour la simulation des écoulements

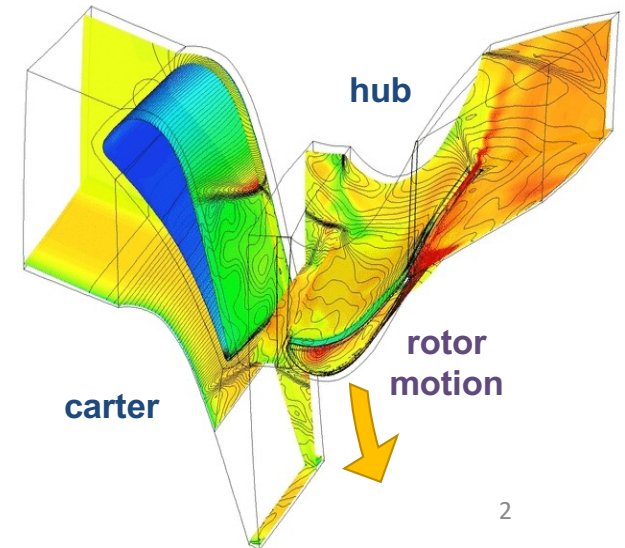
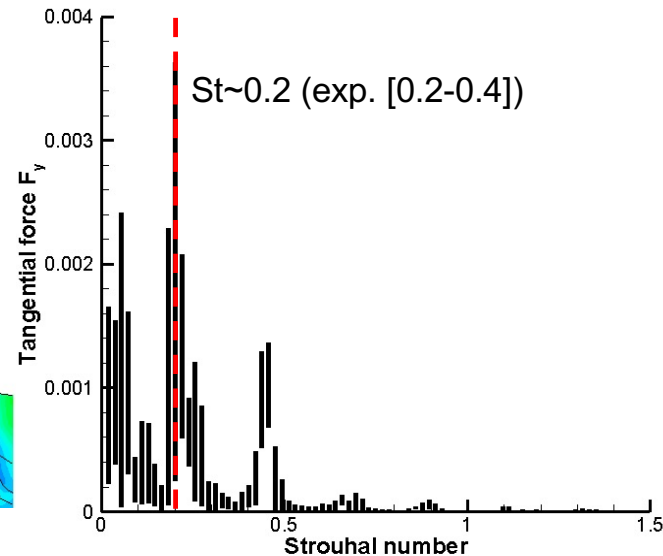
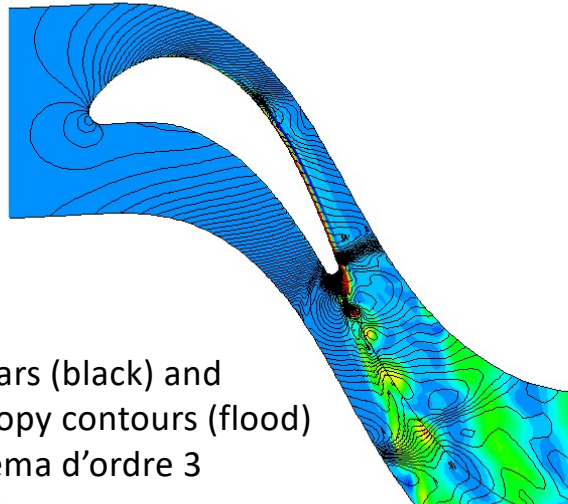
6. Modèles pour les écoulements instationnaires

Paola CINNELLA

paola.cinnella@sorbonne-universite.fr

URANS (Unsteady RANS)

- Dans l'approche RANS, les effets instationnaires sont ignorés par construction (moyenne temporelle)
 - Problème: dans certains cas, les calculs RANS ne permettent pas d'atteindre une solution stationnaire
 - "Cycle limite" des résidus observé
 - En calculant le transitoire avec un schéma précis en temps on trouve une solution moyenne stationnaire
 - La moyenne temporelle de cette solution peut s'avérer plus proche des observations que le RANS stationnaire
- Les instationnarités capturées par URANS sont liées à des instabilités du champ moyen (très grandes structures cohérentes)
- Certains écoulements sont instationnaires à cause d'un forçage externe (e.g. mouvement du corps)



URANS (Unsteady RANS)

- Limites du RANS pour des écoulements instationnaires

- Définition de la moyenne temporelle?

$$\bar{f}_T = \frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} f(\mathbf{x}, t) dt$$

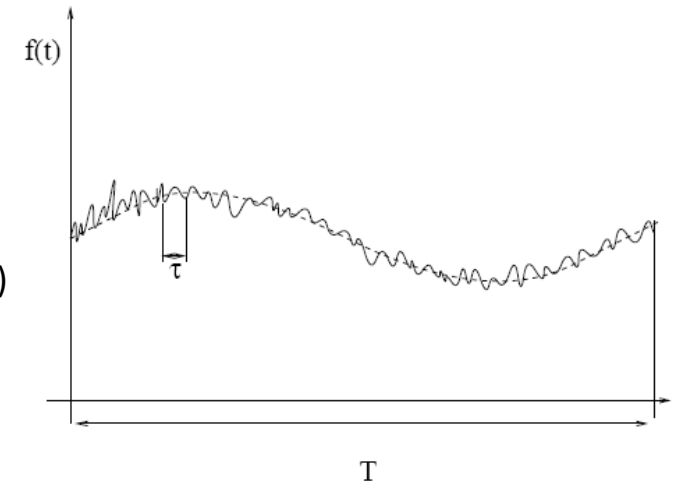
$\tau \ll T_1 \ll T_2 \ll T$ (τ échelle de temps turbulente, T échelle macroscopique)

- Hypothèses sous-jacentes

- Large séparation d'échelles
- Fréquence de forçage (éventuelle) faible devant celles des grandes structures
→ forçage du champ moyen découple de la dynamique des structures turbulentes

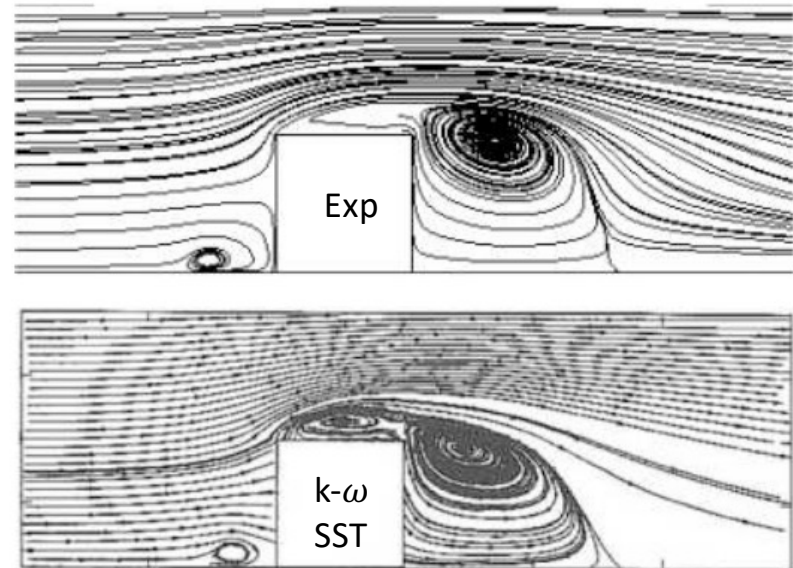
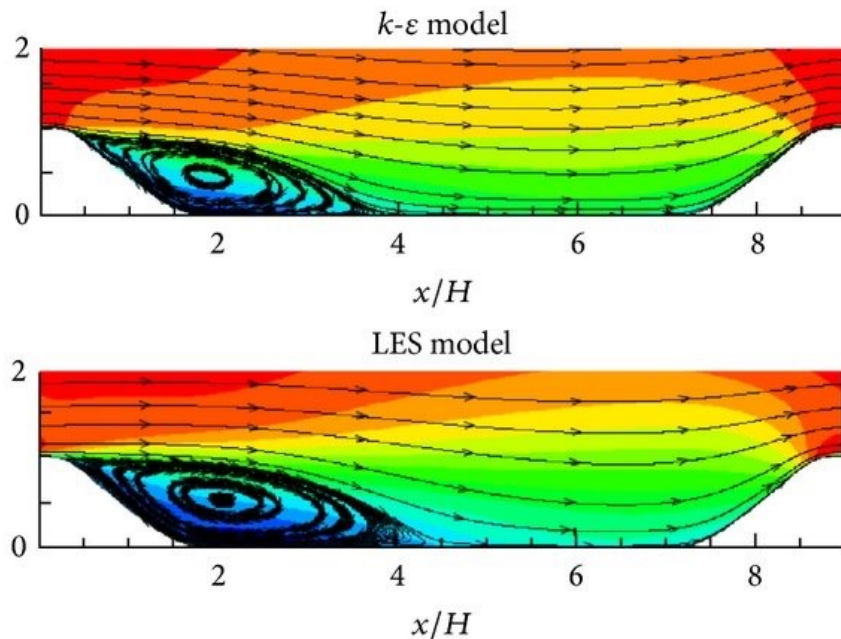
- Pour des écoulements périodiques (hélicoptères, turbomachines, ...) on peut utiliser le moyenne de phase:

$$\bar{f}_T = \Phi \int_t^{t + \frac{1}{\Phi}} f(\mathbf{x}, t') dt'$$



URANS (Unsteady RANS)

- Limites du RANS pour des écoulements instationnaires
 - L'évolution temporelle du URANS est souvent incorrecte
 - Par exemple, URANS comportement périodique même quand l'écoulement n'est pas vraiment périodique
 - Manque de précision pour des écoulements massivement décollés (bulbe de décollement sous estimé ou surestimé)

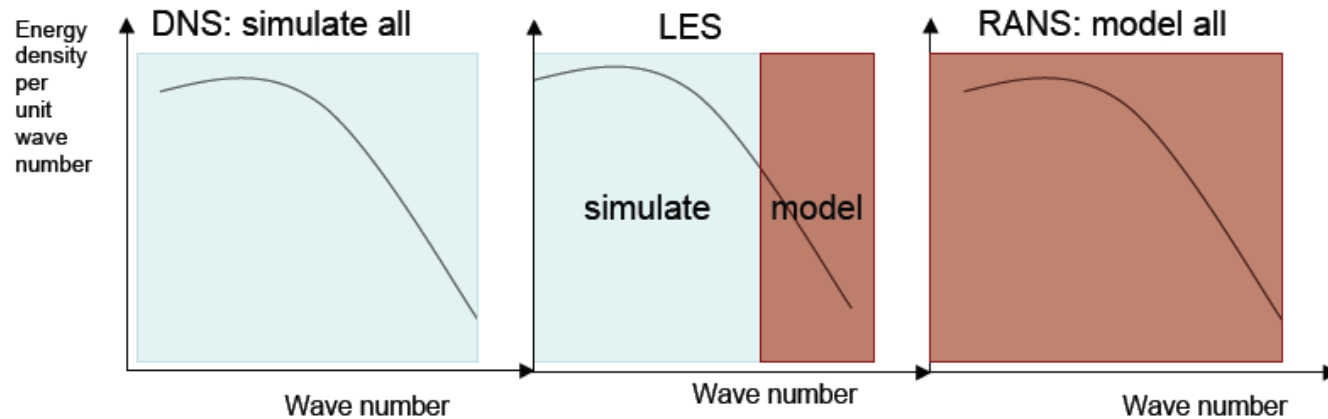


URANS (Unsteady RANS)

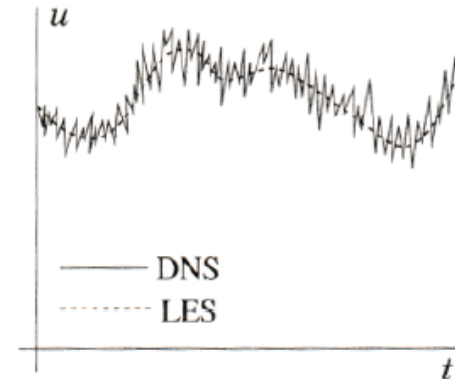
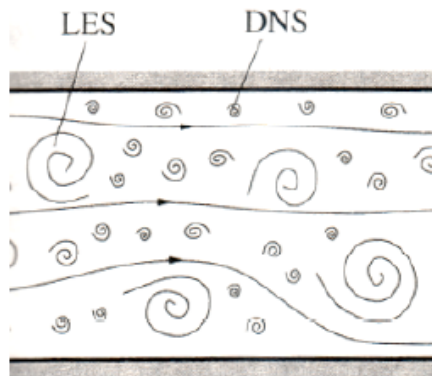
- La solution ne s'améliore pas en raffinant le maillage car on converge vers la solution exacte des équations RANS, qui diffère de la moyenne temporelle de l'écoulement
- Besoin de prendre en compte l'interaction entre le champ moyen et les échelles les plus énergétiques
 - Approche **LES**

Large Eddy Simulation

- Equations de NS filtrées : décomposition des grandeurs en une partie résolue (filtrée) et une partie de sous-maille (SGS)



- La vitesse filtrée dépend du temps : ce ne sont que les plus petites échelles qui sont filtrées et doivent être modélisées



Large Eddy Simulation

- Définition des variables filtrées

$$u_i = \overline{u_i} + u'_i$$

$$\overline{u_i}(\vec{r}, t) = \int \int \int G(\vec{r} - \vec{\xi}; \Delta) u_i(\vec{\xi}, t) d^3 \vec{\xi}$$

$$\text{where , } \int \int \int G(\vec{r} - \vec{\xi}; \Delta) d^3 \vec{\xi} = 1$$

- Plusieurs filtrages possibles. Un choix typique est le “filtre boîte” (box filter), qui consiste tout simplement à filtrer toutes les échelles plus petites des cellules du maillage
 - La valeur locale de la propriété filtrée correspond alors à sa moyenne sur une cellule

$$G(\vec{r} - \vec{\xi}; \Delta) = \begin{cases} 1/\Delta^3 & , |x_i - \xi_i| < \Delta x_i/2 \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases}$$

Large Eddy Simulation

- La plupart des filtres commute avec les dérivées en espace
- De plus, ils respectent les propriétés :

- Linéarité : $\overline{u + v} = \bar{u} + \bar{v}$

- Conservation d'une constante : Soit $a = cte \Rightarrow \bar{a} = a$

- Attention! En général $\overline{\bar{u}} \neq \bar{u}$

Filtrage des équations de Navier-Stokes

- Tout comme pour les équations moyennées, le filtrage des termes non linéaires donne lieu à des termes supplémentaires

$$\overline{u_i u_j} = \overline{u_i} \overline{u_j} + \underbrace{L_{ij}}_{\text{Leonard stresses}} + \underbrace{C_{ij}}_{\text{Cross stresses}} + \underbrace{R_{ij}}_{\text{Reynolds stresses}}$$

avec

$$L_{ij} = \overline{\overline{u_i} \overline{u_j}} - \overline{u_i} \overline{u_j} \quad C_{ij} = \overline{\overline{u_i} u'_j} - \overline{u'_i} \overline{u_j} \quad R_{ij} = \overline{u'_i u'_j}$$

- Tenseur de Léonard → fluctuations des interactions entre échelles résolues → =0 pour RANS
- Tenseur des contraintes croisées → interactions directes entre les échelles résolues et celles non résolues → =0 pour RANS
- Tenseur de Reynolds **de sous-maille** → effet des échelles non résolues sur le champ résolu

Filtrage des équations de Navier-Stokes

- Les contraintes de Léonard (L_{ij}) sont de l'ordre de $(\delta x)^2$ et sont souvent négligées
- Les contraintes croisées (C_{ij}) sont typiquement modélisées avec celles de Reynolds

$$\tau_{ij}^{SGS} = C_{ij} + R_{ij}$$

- Le premier modèle de sous-maille (qui reste encore parmi les plus utilisés) est le modèle de Smagorinsky, qui utilise une modélisation de type “viscosité tourbillonnaire” pour le tenseur de sous-maille

$$\tau_{ij} = 2\mu_t S_{ij}, \text{ where } S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right)$$

where

$$\mu_t = \rho(C_s \Delta)^2 \sqrt{S_{ij} S_{ij}}, \text{ and } C_s \sim [0.10; 0.24]$$

Fermeture des équations filtrées

- Plusieurs stratégies sont possibles (voir cours Méthodes Avancées)
- Ici nous rappelons seulement le modèle SGS le plus connu
 - Modèle de Smagorinsky

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}[\rho \bar{u}_i \bar{u}_j] - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \tau_{ij} \right] + \frac{\partial P}{\partial x_i} = S_v ,$$

$$\tau_{ij} = -\rho(Q_{ij} - \frac{1}{3}Q_{kk}\delta_{ij}) = 2\mu_t S_{ij}$$

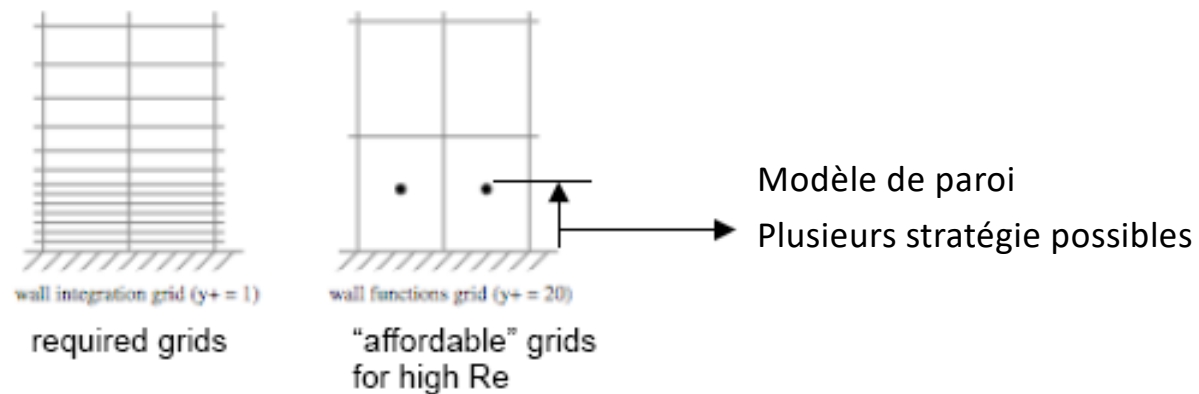
$$P = \bar{p} + \frac{1}{3}Q_{kk}\delta_{ij}$$

$$Q_{ij} = R_{ij} + C_{ij}$$

$$\mu_t = \rho(C_s \Delta)^2 \sqrt{S_{ij}S_{ij}} , \text{ and } C_s \sim [0.10; 0.24]$$

LES d'écoulements avec parois

- Les modèles SGS nécessitent d'amortissement dans la sous-couche visqueuse, du genre fonction de van Driest, tout comme les modèles RANS
- La résolution des structures cohérentes fortement anisotropes dans la région de proche paroi \leftrightarrow maillages extrêmement fins
 - \rightarrow limitation sur le nombre de Reynolds
- "Lois de paroi" ou bien couplage avec modèles RANS à 0, une ou deux équations de transport dans la région de proche paroi

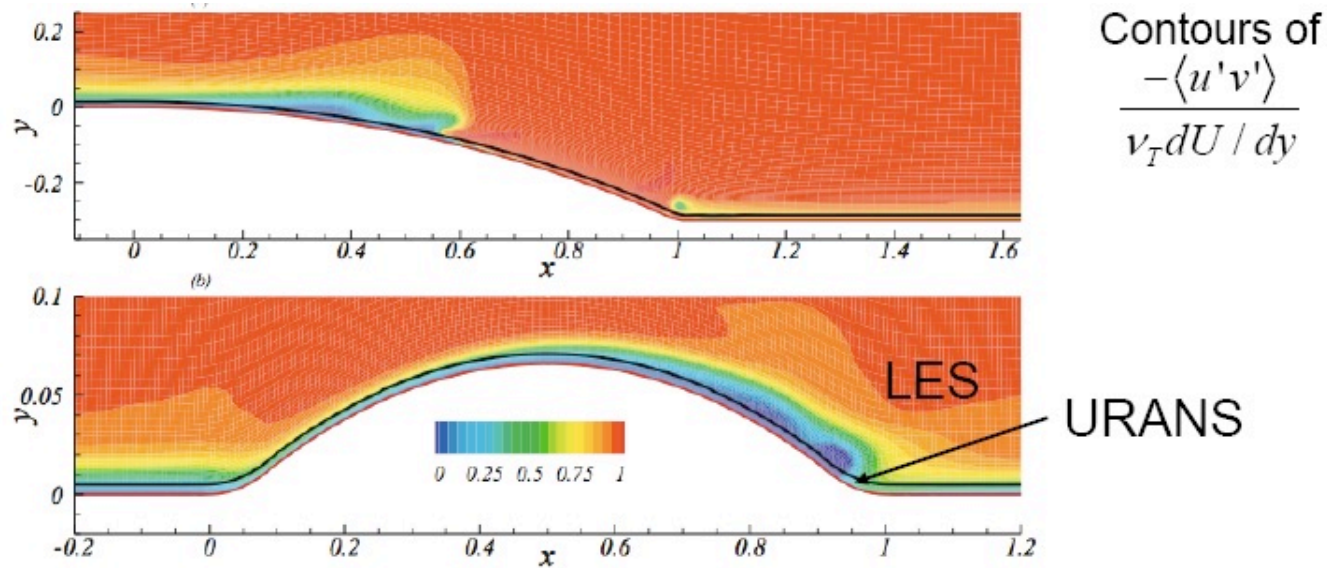


Limites d'application de la LES

- La LES résolue en paroi de configurations complexes telles que des ailes reste encore inatteignable pour des décennies, en supposant que la loi de Moore pour l'accroissement de la puissance de calcul (*5 in 5 years) reste valable
 - Maillage requis 10^{11} grid points
- Nécessité de traiter les couches limites en RANS (au moins tant qu'elles sont fines et attachées)
- Même pour des LES modélisées en paroi
 - 2012, Choi & Moin : $N_{\text{points}} = O(Re)$
 - Re is based on the lateral direction, and is $O(5 \times 10^8)$ for a wing

LES d'écoulements avec parois

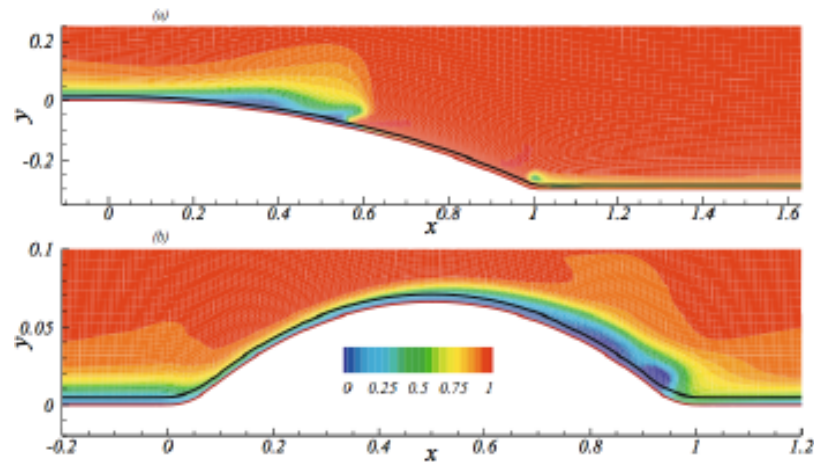
- Les lois de parois mal adaptées aux écoulements « hors équilibre »
- En cas d'écoulements décollés, transition, etc., recours à des modèles plus avancés
 - URANS dans la couche proche de la paroi, LES ailleurs (WMLES)



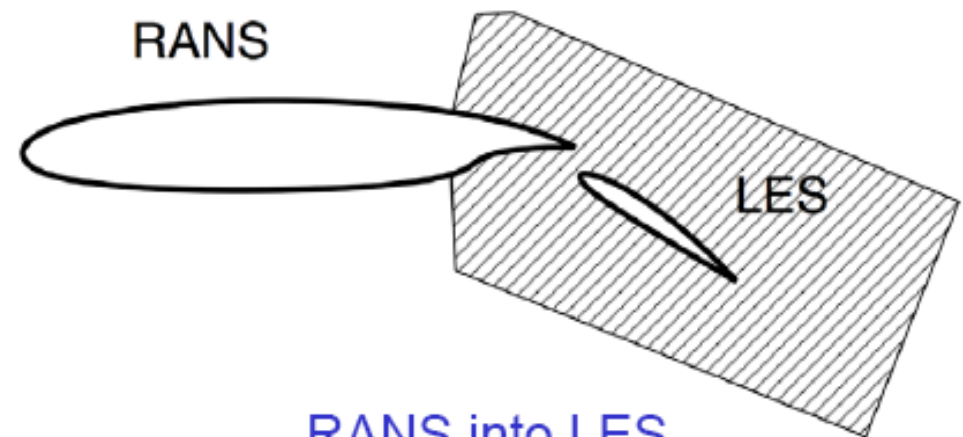
Spalart, 2009

Modèles hybrides RANS/LES

- Combinaison de RANS et de LES
- Motivations
 - “Côté LES” : besoin de modèles RANS près des parois (URANS emboîtée dans LES)
 - “Côté RANS” : besoin de prendre en compte des écoulements complexes, souvent instationnaires et décollés



RANS below LES



RANS into LES

Spalart, 2009

Modèles hybrides RANS/LES

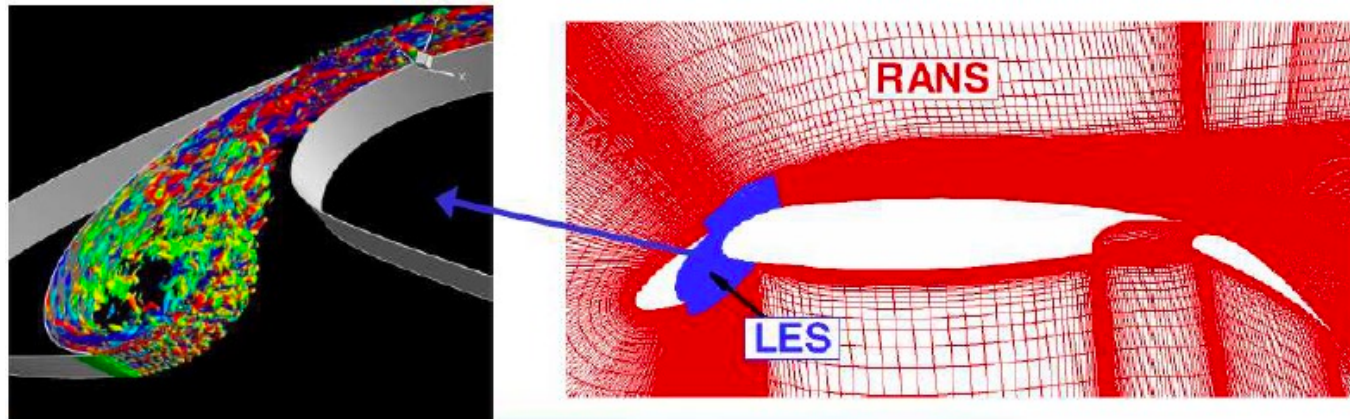
- Classification en fonction du traitement de l'interface RANS/LES
 - Approches “zonales”
 - Equations différentes dans différentes zones du maillage
 - Interface discontinue entre RANS et LES
 - Définition de relations de saut et introduction d'opérateurs d'enrichissement (RANS→LES) et de restriction (LES→RANS)
 - ☺ Optimisation du temps de calcul
 - ☺ Meilleur ciblage des zones à traiter avec l'une ou l'autre approche
 - ☹ Traitement des interfaces délicat
 - ☹ Mal adapté aux géométries complexes et/ou au solveurs non structurés
 - Approches globales
 - On résout les memes équations partout
 - Transition continue entre RANS et LES
 - Le modèle bascule de façon automatique de RANS à LES
 - Le contenu turbulent est généré de façon progressive à travers une “zone grise”
 - ☺ Généralité, robustesse
 - ☹ Contrôle des zones d'interface plus difficile

Modèles hybrides RANS/LES

- Classification en fonction de la nature de l'écoulement
 - Type I
 - Ecoulement massivement décollés : Instabilité globale forte
 - Type II
 - Ecoulement sensibles aux effets d'histoire et à l'état de la turbulence amont :
 - Couches limites attachées, petites bulles de décollement, ...
- Dans ce cours nous nous intéressons plus particulièrement aux approches globales et aux applications de Type I

Approches « zonales »

- Les zones à décrire par les équations RANS ou LES sont prédéfinies par l'utilisateur
- Nécessite une bonne connaissance a priori de la physique de l'écoulement
- L'approche LES n'est utilisée que dans les zones où l'approche RANS est notoirement défailante ou l'on nécessite une description fine du contenu turbulent (par exemple, spectres de vitesse ou pression)
- Nécessite un partitionnement multiblocs du domaine de calcul



S. Deck, Onera

Approches « globales » : VLES de Speziale

■ Idée originale de Speziale (1996)

- Similarité formelle entre les équations RANS et LES
- « Sensibiliser » le RANS à la taille locale du maillage Δ pour les faire « travailler » en mode LES
 - Réduire l'apport de la modélisation RANS lorsque $\Delta \approx L_K$ avec L_K une longueur caractéristique turbulente

$$\tau = \alpha \cdot \tau^{\text{RANS}} \quad \text{with} \quad \alpha = \left[1 - \exp \left(-\frac{\beta \Delta}{L_K} \right) \right]^n \quad \text{and} \quad L_K = \frac{\nu^{\frac{3}{4}}}{\epsilon^{\frac{1}{4}}}$$

- Modèle inaccompli (décès de Speziale) :

✓ β, n non spécifiés

$\Delta/L_K \rightarrow 0$: all scales are resolved, *i.e.* $\tau \simeq 0$

$\Delta/L_K \rightarrow \infty$: RANS behaviour, *i.e.* $\tau \simeq \tau^{\text{RANS}}$

$0 \leq \alpha \leq 1$: VLES mode

Approches « globales » : Limited Numerical Scales (LNS)

- Batten et al. proposent un modèle hybride inspiré de l'idée initiale de Speziale

$$\tau = \alpha \cdot \tau^{\text{RANS}} \quad \text{with} \quad \alpha = \left[1 - \exp \left(-\frac{\beta \Delta}{L_K} \right) \right]^n \quad \text{and} \quad L_K = \frac{\nu^{\frac{3}{4}}}{\bar{\epsilon}^{\frac{1}{4}}}$$

- Le coefficient d'hybridation est remplacé par :

$$\alpha = \frac{\min [(LV)_{\text{LES}}, (LV)_{\text{RANS}}]}{(LV)_{\text{RANS}}}$$

- Avec L =échelle de longueur turbulente; V = échelle de vitesse turbulente

- Exemple : hybridation k- ϵ /Smagorinsky

$$\nu_t = \alpha \nu_t^{\text{RANS}}, \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

$$\alpha = \min \left\{ \frac{\nu_t^{\text{LES}}}{\nu_t^{\text{RANS}} + \eta}, 1 \right\} = \min \left\{ \frac{C_{\text{Smag}} \Delta^2 S}{C_\mu} \frac{\epsilon}{k^2} + \eta, 1 \right\} \quad \eta = 10^{-20}$$

- Remarques :

- pas de nouvelles constantes
- Possibilité d'hybrider n'importe quel modèle RANS avec n'importe quel modèle LES
- Mise en œuvre aisée mais réglage de la bascule RANS/LES délicat

Approches « globales » : modèles à viscosité hybride

- Pour des modèles RANS et LES de type Boussinesq on peut écrire la viscosité tourbillonnaire comme une combinaison des viscosités RANS et LES (Baggett, 1998)

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3}\tau_{kk}\delta_{ij} = - [(1 - \Gamma(y))\nu_t^{\text{LES}} + \Gamma(y)\nu_t^{\text{RANS}}]$$

- $\Gamma(y)$ = fonction d'hybridation \rightarrow dépend de la distance à la paroi (pas générique)
- Baggett propose de reformuler $\Gamma(y)$ comme une fonction de Δ/L_ϵ avec L_ϵ l'échelle intégrale
- $\Gamma(y) = 1 \rightarrow \text{RANS}$; $\Gamma(y) = 0 \rightarrow \text{LES}$

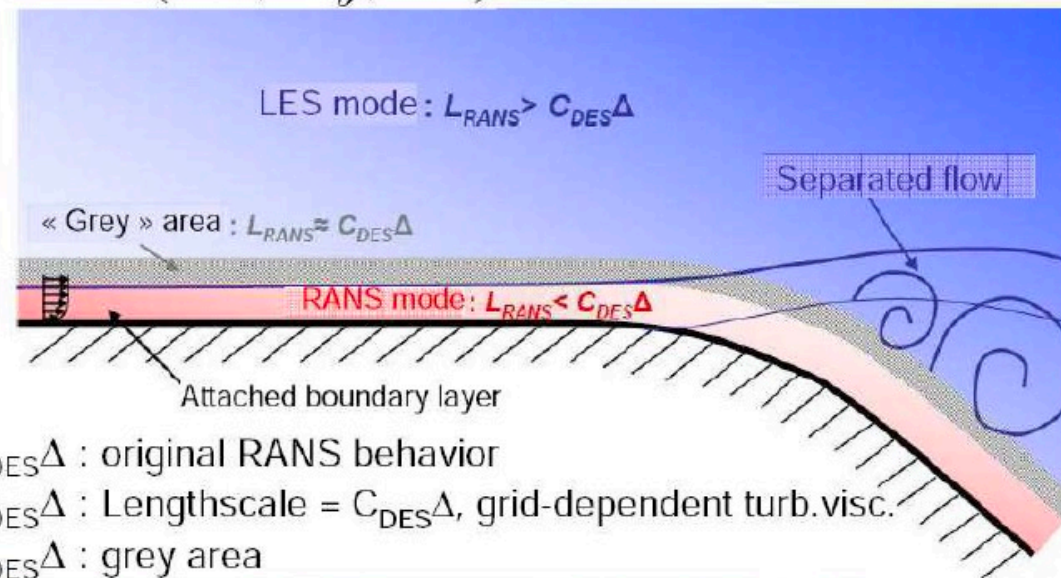
Approches « globales » : Detached Eddy Simulation (DES)

Idea: Start from a RANS formulation and modify the lengthscale in the RANS transport equations. (*Spalart et al. (1997), DES97*)



$$L_{DES} = \min(L_{RANS}, C_{DES}\Delta)$$

$$\Delta = \max(\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z) \quad C_{DES} : \text{new constant}$$



$L_{RANS} < C_{DES}\Delta$: original RANS behavior

$L_{RANS} > C_{DES}\Delta$: Lengthscale = $C_{DES}\Delta$, grid-dependent turb.visc.

$L_{RANS} \sim C_{DES}\Delta$: grey area

Approches « globales » : Detached Eddy Simulation (DES)

Exemple de mise en œuvre de la DES pour le modèle de Spalart-Allmaras :

$$\nu_t = \tilde{\nu} f_{v1} \quad f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3} \quad \text{with} \quad \chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu}$$

$$\frac{D\tilde{\nu}}{Dt} = \underbrace{c_{b1}\tilde{S}\tilde{\nu}}_{\text{Production}} + \underbrace{\frac{1}{\sigma} [\nabla \cdot ((\nu + \tilde{\nu}) \nabla \tilde{\nu}) + c_{b2}(\nabla \tilde{\nu})^2]}_{\text{Diffusion}} - \underbrace{c_{w1}f_w \left(\frac{\tilde{\nu}}{d_w} \right)^2}_{\text{Destruction}} \quad \text{L}^{\text{RANS}}$$

$$\tilde{S} = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}} + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d_w^2} f_{v2}$$

$$f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}}$$

$$f_w(g) = g \left(\frac{1 + c_{w3}}{g^6 + c_{w3}^6} \right)^{1/6}$$

$$g = r + c_{w2} (r^6 - r) \quad r = \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S} \kappa^2 d_w^2}$$

DES formulation: $d_w \rightarrow \tilde{d} = \min(d_w, C_{DES}\Delta)$

$C_{DES} = 0.65$ (estimated in DHIT simulations)

Approches « globales » : Detached Eddy Simulation (DES)

Exemple de mise en œuvre de la DES pour le modèle de Spalart-Allmaras :

- Asymptotic behavior: equilibrium hypothesis + high Reynolds limit:

$$c_{b1} S \nu_t = c_{w1} f_w^{DES} \left(\frac{\nu_t}{C_{DES} \Delta} \right)^2 \rightarrow \boxed{\nu_t = \frac{c_{b1}}{c_{w1} f_w^{DES}} C_{DES}^2 \Delta^2 S}$$

$$r^{DES} = \frac{\nu_t}{S \kappa^2 C_{DES}^2 \Delta^2} = \frac{c_{b1}}{f_w^{DES} c_{w1} \kappa^2} \rightarrow f_w^{DES} = g(f_w^{DES}) \left(\frac{1 + c_{w3}^6}{g(f_w^{DES})^6 + c_{w3}^6} \right)^{1/6}$$

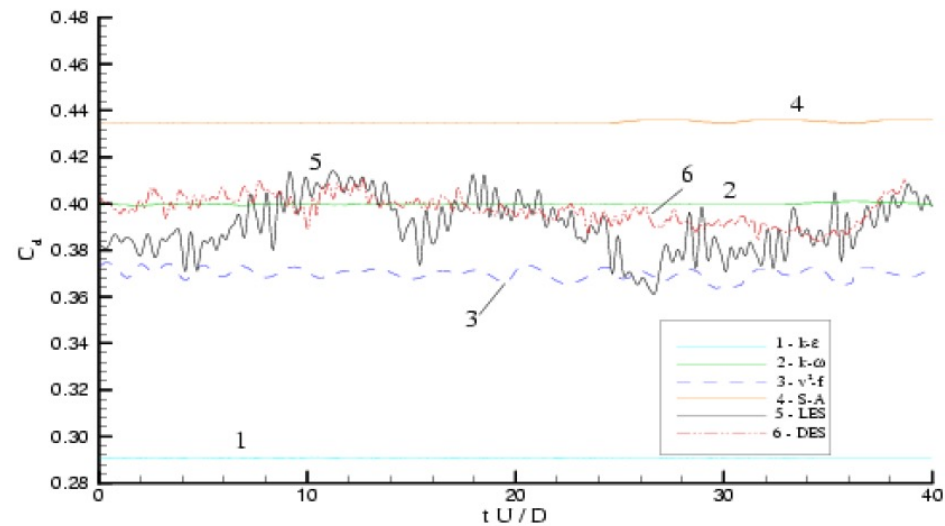
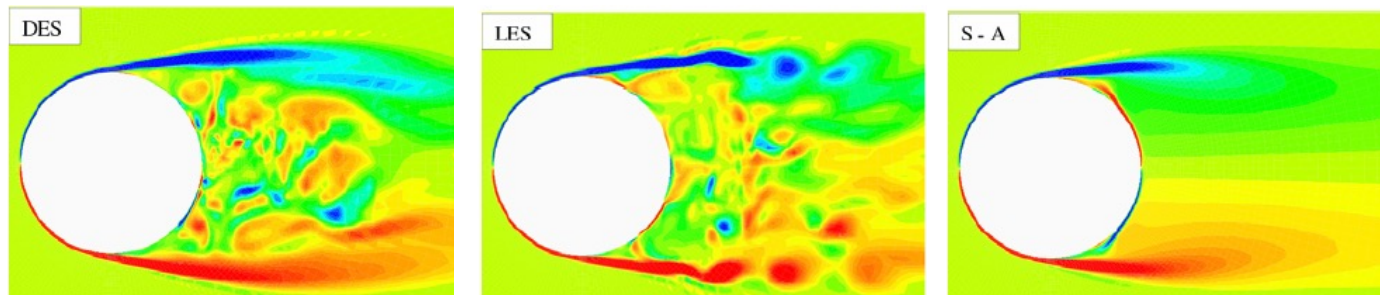
$$\rightarrow f_w^{*DES} = 0.424$$

$$\boxed{\nu_t = C_{DES}^2 \underbrace{\frac{c_{b1}}{c_{w1} f_w^{*DES}}}_{\tilde{C}_s^2 = 0.20^2} \Delta^2 \tilde{S}}$$

Asymptotic behavior = Smagorinsky model with $C_s=0.2$

Ecoulement autour d'une sphère à $Re=10000$

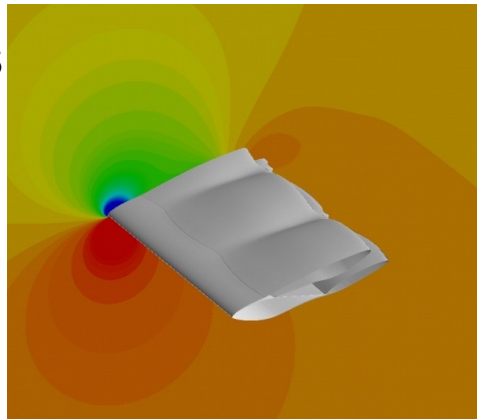
Costantinescu & Squire 2005



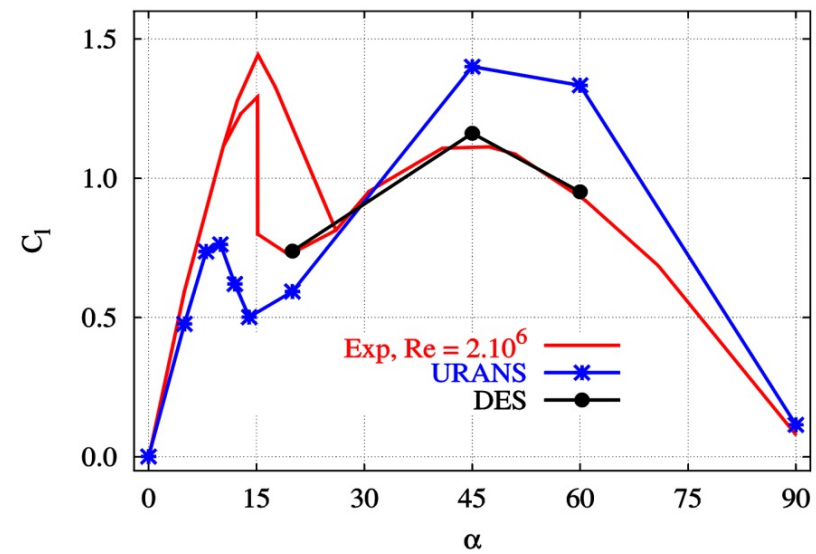
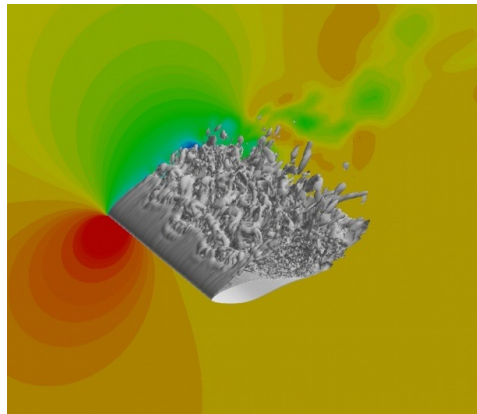
Décrochage massif

Profil NACA0012

RANS

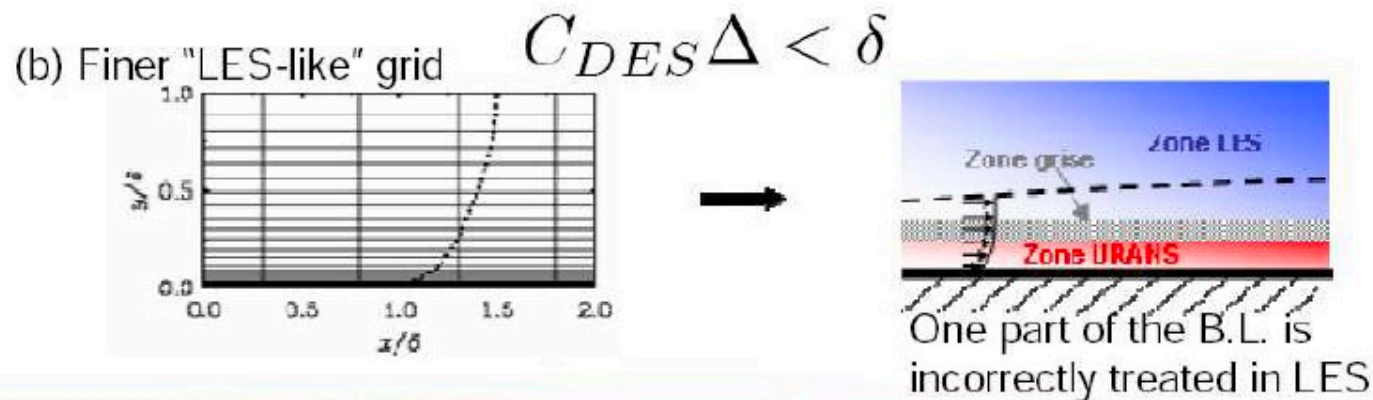
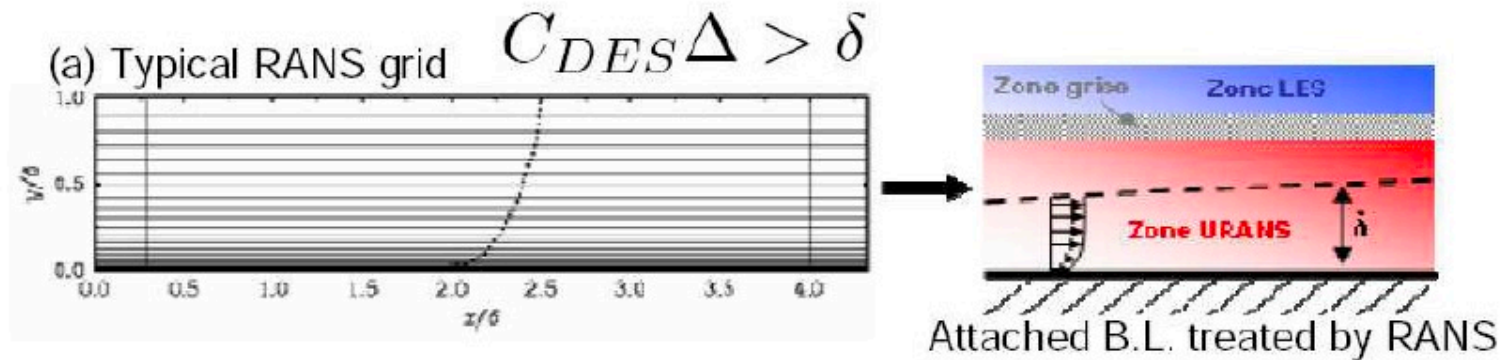


DES



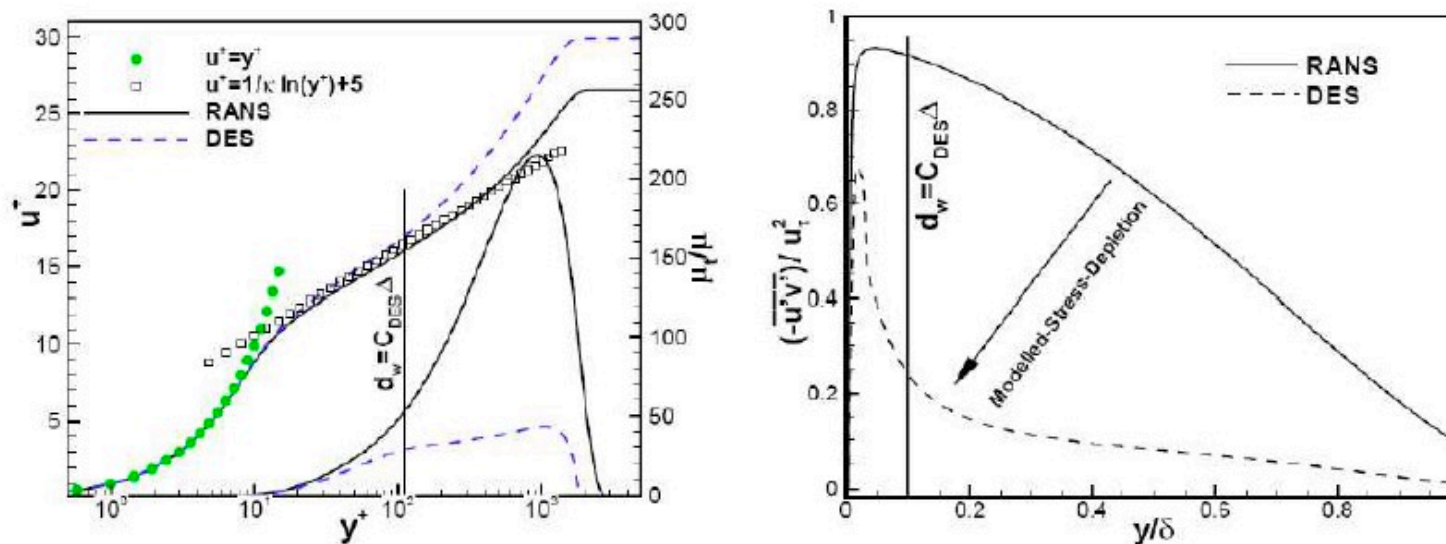
Approches « globales » : problème de la « zone grise »

La bascule RANS/LES des modèles précédents est déterminée par la résolution locale de la grille : en 2D $\Delta = \max(\Delta x, \Delta z)$

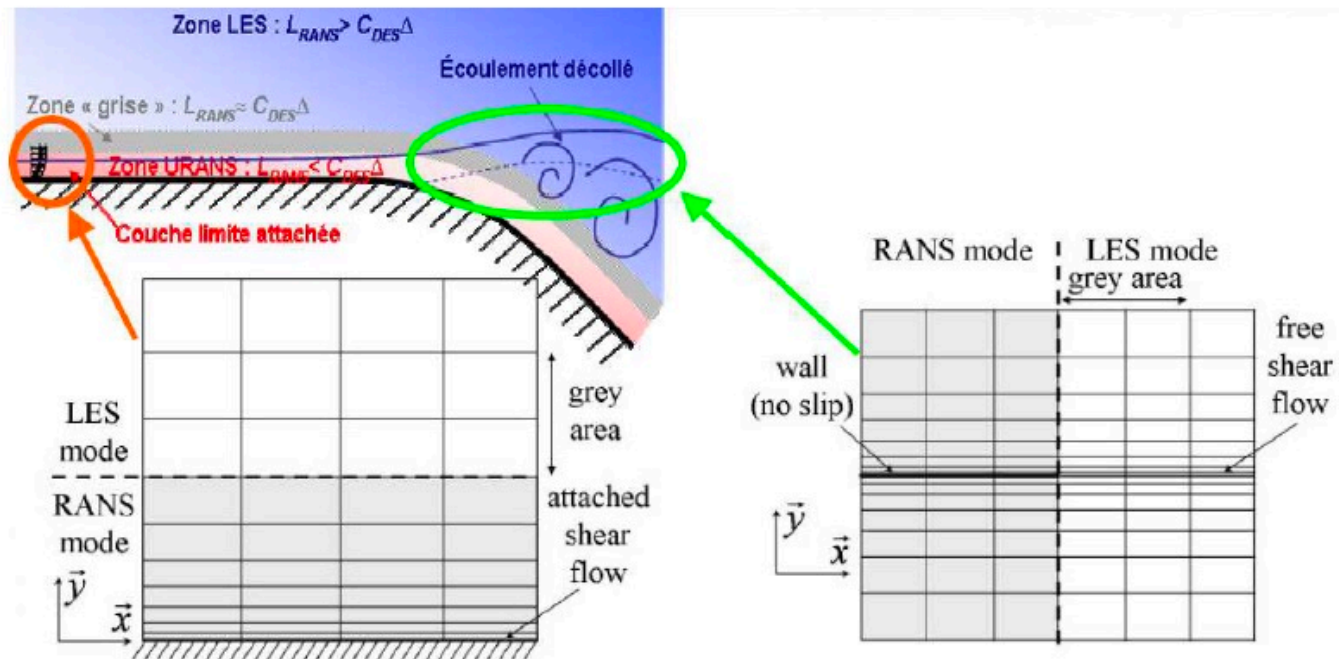


Approches « globales » : problème de la « zone grise »

- Ecoulement de couche limite : la LES n'est pas assez résolue en X et sous-estime les contraintes de Reynolds
- Laminarisation de l'écoulement (plus de RANS, pas assez de LES)
- Décollement impromptu de l'écoulement



Approches « globales » : problème de la « zone grise »



(a) “transversely induced MSD”

(b) “longitudinally induced MSD”

- Retard du développement des instabilités dans les couches cisailées libres
- Amortissement de la croissance des instabilités par convection de la zone RANS (voir Chauvet et al. 2007)

Approches « globales » : Delayed DES (DDES)

- Introduction d'une fonction de protection des couches limites
 - Empêche le passage en mode LES près des parois

DDES : Delayed Detached Eddy Simulation (Spalart et al)

$$\tilde{d} = d_w - f_d \max(0, d_w - C_{DES}\Delta)$$

f_d : shielding function = 0 inside B.L. \rightarrow RANS,
= 1 elsewhere

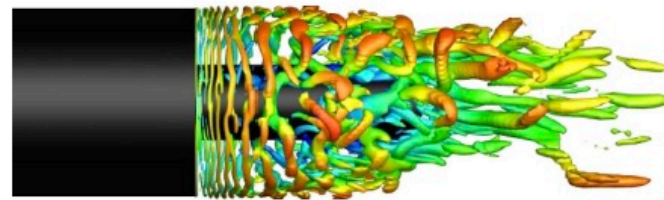
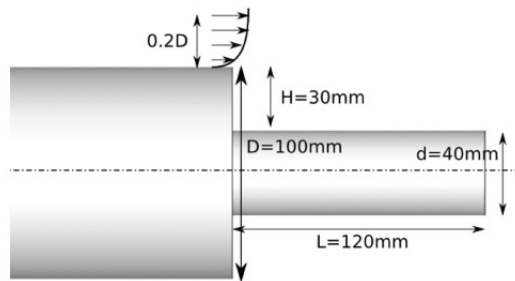
- Alternative : DES « zonale » (ZDES, Deck)

Approches « globales » : modèles alternatifs

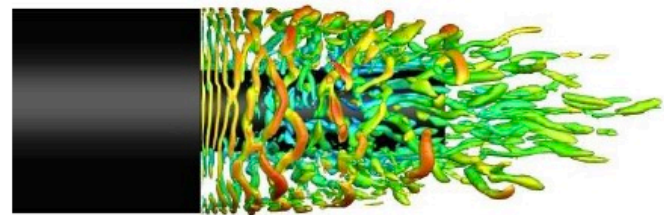
- **PANS** (Partially Averaged Navier-Stokes) de Girimaji : modification du terme de dissipation de ϵ → plus de dissipation turbulente → moins de viscosité tourbillonnaire → plus d'échelles résolues
- **Modèle hybride de Perot & Gadebush** : modification du modèle $k-\epsilon$ par une fonction qui tient compte du ratio entre énergie cinétique résolue et modélisée dans le calcul et de la taille locale du maillage
- **SAS** (Scale-Adaptive Simulation) de Menter : basé sur le modèle $k-\omega$ SST, modification du terme de production de ω afin de le réduire dans des couches de cisaillement, lorsque le maillage est « assez » fin

Application

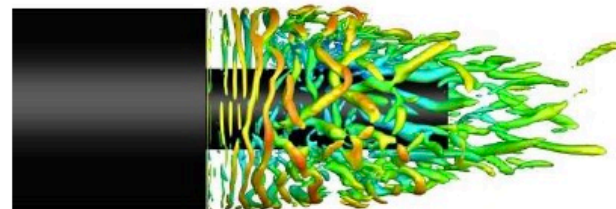
- Arrière corps avec protubérance (Pont, 2014)



(a) Perot & Gadebush

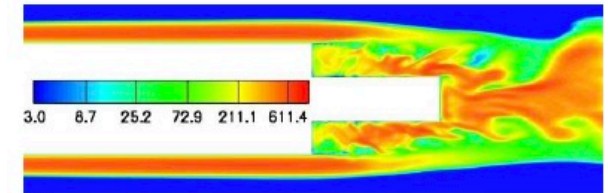


(b) DDES

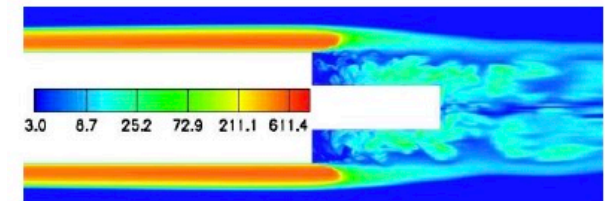


(c) SAS-SST

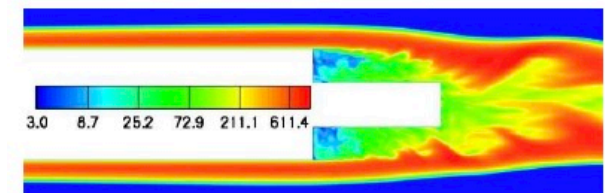
Critère λ_2 coloré par la vitesse



(a) Perot & Gadebush



(b) DDES



(c) SAS

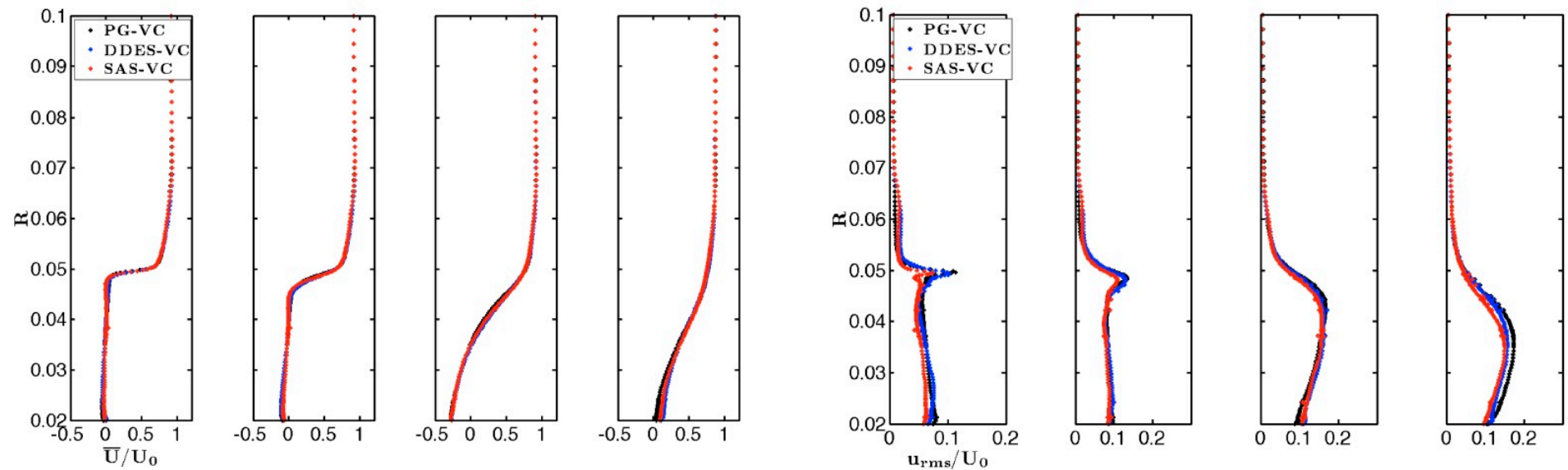
Champs de viscosité tourbillonnaire

ν_t/ν

32

Application

- Arrière corps avec protubérance, profils de vitesse moyenne et rms (Pont, 2014)



Récapitulatif

- La modélisation RANS est insatisfaisante pour des écoulements instationnaires complexes
 - Décollements, transition, interactions choc/couche limite
 - Pour tous ces écoulements, la dynamique des grandes échelles joue un rôle majeur
- La LES est beaucoup trop coûteuse pour des écoulements à haut Reynolds, notamment en présence de parois
- Possibilité d'utiliser des modèles de paroi pour réduire le raffinement du maillage en proche paroi
 - Reste trop coûteux pour des applications d'intérêt pratique
- Méthodes hybrides RANS/LES :
 - Cherchent à combiner la capacité à résoudre une partie des échelles turbulentes de la LES avec le faible coût du RANS
 - Approches « zonales » :
 - LES avec modélisation RANS en paroi
 - Couplage de zones RANS et LES à travers des interfaces prédéfinies
 - Plus proches du « côté LES de la force »
 - Approches « globales » :
 - Un seul et même jeu d'équations est résolu dans tout le domaine
 - Utilisation de fonctions d'hybridation permettant de « transformer » localement des modèles RANS en LES
 - Présence de « zones grises » où le RANS n'est plus le modèle principale mais la LES n'a pas encore développé un contenu turbulent physique
- Dans les deux cas (zonal ou global) il faut une grande expertise de l'utilisateur pour mettre en œuvre les modèles et interpréter les résultats de façon critique