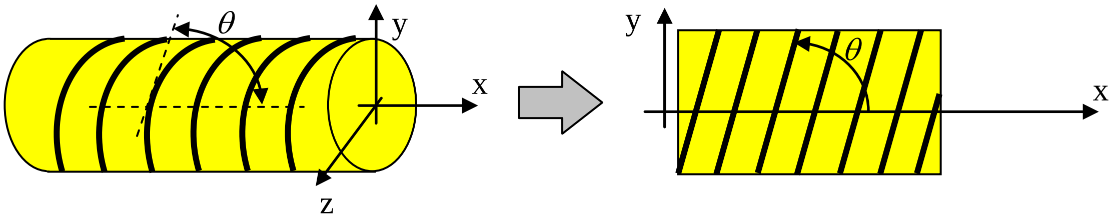
Exercice 1 – Récipient en composite sous pression

On considère un récipient cylindrique fermé aux extrémités fabriqué par enroulement filamentaire (*filament winding*) d'un composite carbone/époxyde de modules : E_1 = 140 MPa ; E_2 = 10 MPa ; G_{12} = 7 MPa ; et : ν_{12} = 0.3. L'angle de l'enroulement soit θ = 53°. Le récipient a un diamètre D = 64 cm et l'épaisseur e de la paroi est dix fois plus petite que le diamètre. Le récipient est soumis à une pression interne p = 1380 MPa.



Déterminer l'état de contraintes du composite dans les axes d'orthotropie du matériau.
En déduire l'état de déformations.

Exercice 2 – Modules apparents d'un matériau orthotrope : essais dans les axes d'orthotropie et essais hors axes

On considère une couche composite à renfort de fibres unidirectionnelles. Le comportement de ce matériau est considéré élastique linéaire avec isotropie transverse dans le plan orthogonal à la direction des fibres.

On choisit le repère de telle manière que le plan OX_1X_2 coïncide avec le plan de la couche, et les axes OX_1 et OX_2 soient parallèle et orthogonal à la direction des fibres, respectivement.

1. Ecrire la forme des matrices de rigidité [**C**] et de souplesse [**S**] dans les axes (on utilise la notation de Voigt pour la représentation de contraintes et des déformations).
2. Pour mesurer les paramètres élastiques de la couche, on applique une sollicitation de traction simple dans la direction OX_1. Etudier les déformations produites par cette sollicitation et en déduire la signification des modules de l'ingénieur pour le matériau.
3. On applique ensuite une sollicitation de cisaillement dans le plan OX_1X_2. Etudier les déformations produites par cette sollicitation et en déduire la signification des modules de l'ingénieur pour le matériau.
4. Conclure sur le nombre de mesures nécessaires pour caractériser complètement le comportement élastique de ce matériau.
5. On change maintenant de repère, et on considère un repère O$x_1x_2x_3$ obtenu par rotation de O$X_1X_2X_3$ d'un angle δ autour de l'axe OX_3. Etudier les déformations produites dans le matériau par un essai de traction simple dans la direction Ox_1 et par un essai de cisaillement simple dans le plan Ox_1x_2. En déduire l'expression des modules élastiques apparents de la couche hors les axes d'orthotropie.

Exercice 3 – Représentation des symétries élastiques : les invariants polaires du tenseur Q

On considère une couche de matériau, dont les propriétés de rigidité dans le plan de la couche sont exprimées par les composantes du tenseur **Q** dans un système d'axes fixé (unité GPa) :

26.48	7.17	9.55
7.17	11.09	3.78
9.55	3.78	9.13

1. Ecrire les relations à vérifier pour savoir si le matériau représenté par ce tenseur de rigidité est bien orthotrope dans le plan x_1-x_2.
2. A partir des composantes de **Q** exprimées dans les deux repères, calculer les paramètres polaires :

$$\begin{aligned}
8T_0 &= Q_{11} - 2Q_{12} + 4Q_{66} + Q_{22}\ ;\\
8T_1 &= Q_{11} + 2Q_{12} + Q_{22}\ ;\\
8R_0e^{4i\Phi_0} &= Q_{11} + 4iQ_{16} - 2Q_{12} - 4Q_{66} - 4iQ_{26} + Q_{22}\ ;\\
8R_1e^{2i\Phi_1} &= Q_{11} + 2iQ_{16} + 2iQ_{26} - Q_{22}\ .
\end{aligned}$$

Qu'est-ce qu'on peut conclure sur la symétrie élastique de ce matériau ?

Exercice 4 – Construction d'un stratifié : rotation d'une couche orthotrope

On considère une couche de matériau orthotrope UD verre/époxyde. Les propriétés de rigidité de la couche sont exprimées en termes des modules de l'ingénieur :

$$E_1 = 38.60 \text{ GPa} ; E_2 = 8.27 \text{ GPa} ; G_{12} = 4.14 \text{ GPa} ; \text{et} : \nu_{12} = 0.26.$$

On empile trois couches de ce matériau pour construire une plaque rectangulaire stratifiée. Dans le repère global de la plaque, les angles d'orientation des couches sont [0/30/90] (angles exprimés en degrés). Expliciter dans le repère global les propriétés de rigidité de chaque couche en termes du tenseur **Q**.

Exercice 5

Le tableau suivant donne les modules de l'ingénieur dans le plan 1-2 pour des couches constituées de divers matériaux composites.

	Acier	**UD verre/epoxyde**	**UD bore/epoxyde**	**UD carbone/epoxyde**	**tissu carbone/epoxyde**
E_1 (GPa)	210	38.60	204	181	54
E_2 (GPa)	210	8.27	18.5	10.3	54
G_{12} (GPa)	80.77	4.14	5.59	7.17	4
ν_{12}	0.3	0.26	0.23	0.28	0.045

Pour chaque matériau, calculer :
1. le tenseur **S** de souplesse réduit dans les axes d'orthotropie ;
2. la variation de la composante S_{11} en fonction de l'angle d'orientation α dans le matériau :
$$S_{xx}(\alpha) = c^4S_{11} - 2sc^3S_{16} + s^2c^2(S_{12} + 2S_{66}) - 2s^3cS_{26} + s^4S_{22}\,,$$
avec : $c = \cos\alpha$ et $s = \sin\alpha$;
3. calculer les valeurs du module de Young $E_{xx}(\alpha)$ en correspondance des orientations $\alpha = 15°, 30°, 45°, 60°, 90°$;
4. tracer les graphiques cartésiens et polaires de $E_{xx}(\alpha)$ et $G_{xy}(\alpha)$.