



RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX

TD

CPGE

Compétences visées: B1-02, B2-49, B2-50, B2-51, C1-07, C1-08

v2.41 (P)

Lycée Jean Zay - 21 rue Jean Zay - 63300 Thiers - Académie de Clermont-Ferrand

TD Transfert

TRACÉS DE DIAGRAMMES DES EFFORTS INTÉRIEURS

Travail demandé

Pour l'ensemble des poutres suivantes :

Question 1 Déterminer le torseur de cohésion.

Question 2 Identifier les sollicitations auxquelles est soumise la poutre.

Question 3 Tracer les diagrammes des efforts intérieurs adaptés.

Rappel de la méthode :

1. Identifier les tronçons à étudier
2. Déterminer les actions dans les liaisons (**si nécessaire**)!
3. Pour chaque tronçon :
 - (a) Choisir la partie à étudier (gauche/droite)
 - (b) IAME
 - (c) Écrire les éléments de réduction de $\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\}$
4. En déduire la ou les sollicitations auxquelles est soumise la poutre.

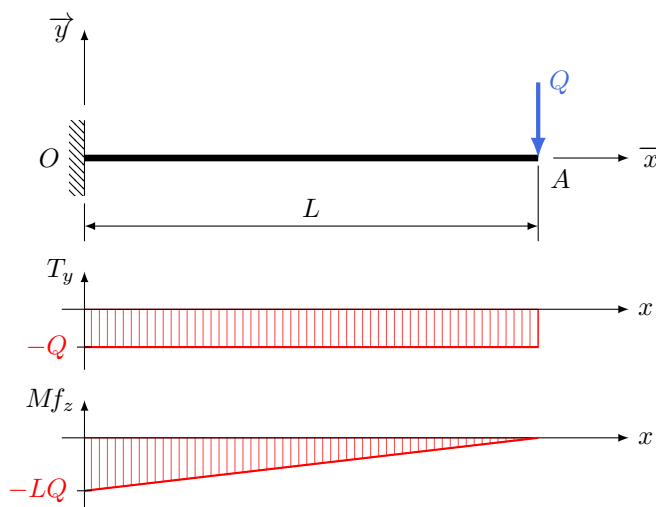
1 Exercice 1

Tronçon $[OA] : x \in [0, L]$

$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow \text{Droite}}\}_G$

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ -Q & 0 \\ 0 & -(L-x)Q \end{array} \right\}_{G(x)}$$

La poutre est soumise à de la flexion simple



2 Exercice 2

Tronçon $[OA] : x \in [0, a]$

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow \text{Droite}}\}_G$$

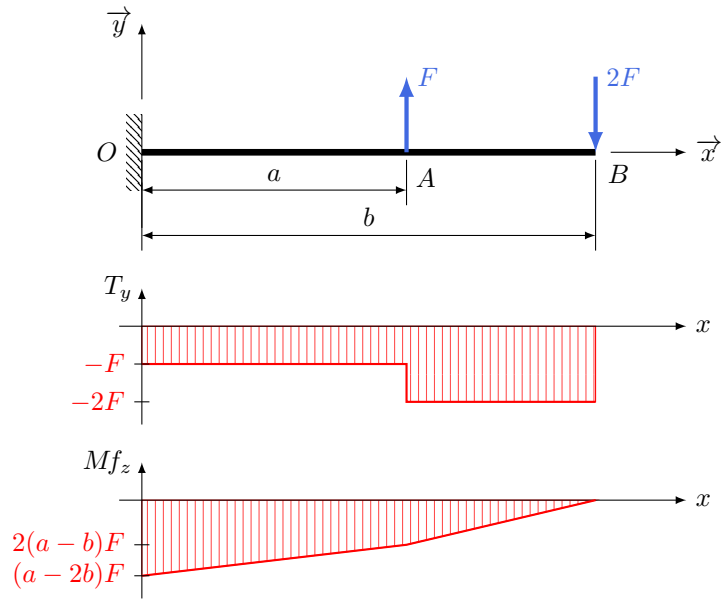
$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \begin{matrix} G(x) \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -F & 0 \\ 0 & (a - 2b + x)F \end{pmatrix}$$

Tronçon $[AB] : x \in [a, b]$

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow \text{Droite}}\}_G$$

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \begin{matrix} G(x) \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -2F & 0 \\ 0 & -2(b - x)F \end{pmatrix}$$

La poutre est soumise à de la flexion simple



3 Exercice 3

Tronçon $AB : \theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow \text{Droite}}\}_G$$

$$\overrightarrow{R\{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow \text{Droite}}\}} = -F \cdot \vec{x} = -F (\cos \theta \cdot \vec{x}_s - \sin \theta \cdot \vec{y}_s)$$

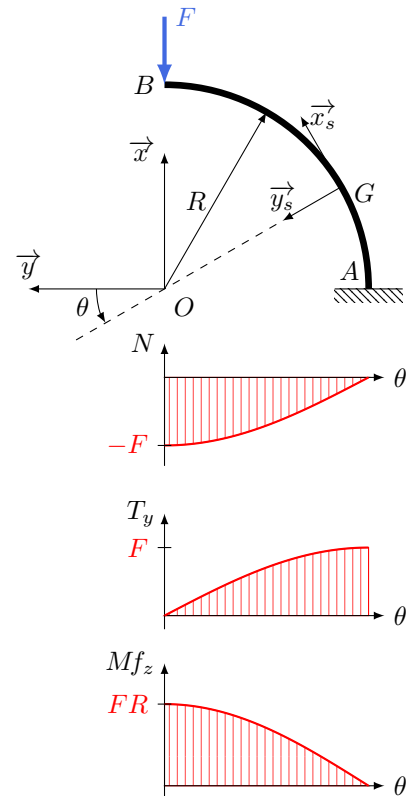
$$\overrightarrow{M_{G, \text{ext} \rightarrow \text{Droite}}} = \overrightarrow{M_{B, \text{ext} \rightarrow \text{Droite}}} + \overrightarrow{GB} \wedge \overrightarrow{F_{\text{ext} \rightarrow \text{Droite}}}$$

$$\text{Avec : } \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OB} = R \cdot \vec{y}_s + R \cdot \vec{x}$$

$$\text{On trouve : } \overrightarrow{M_G\{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow \text{Droite}}\}} = FR \cos \theta \cdot \vec{z}$$

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \begin{matrix} G(\theta) \end{matrix} \begin{pmatrix} -F \cos \theta & 0 \\ F \sin \theta & 0 \\ 0 & FR \cos \theta \end{pmatrix}_{b_s}$$

La poutre est soumise à de la compression et à de la flexion simple.



4 Exercice 4

Il y a 2 tronçons à étudier ($[OA]$ et $[AB]$), mais il est nécessaire au préalable de faire une étude statique pour déterminer les efforts de liaison.

En utilisant l'équation de moment en \vec{z} du PFS appliqué à la poutre, en O puis en B , on trouve immédiatement (par la méthode des bras de levier) :

$$Y_B = \frac{a}{L} P \quad \text{et} \quad Y_O = \left(1 - \frac{a}{L}\right) P$$

On peut maintenant passer à l'étude des différents tronçons...

Tronçon $[OA]$: $x \in [0, a]$

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = -\{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow \text{Gauche}}\}_G$$

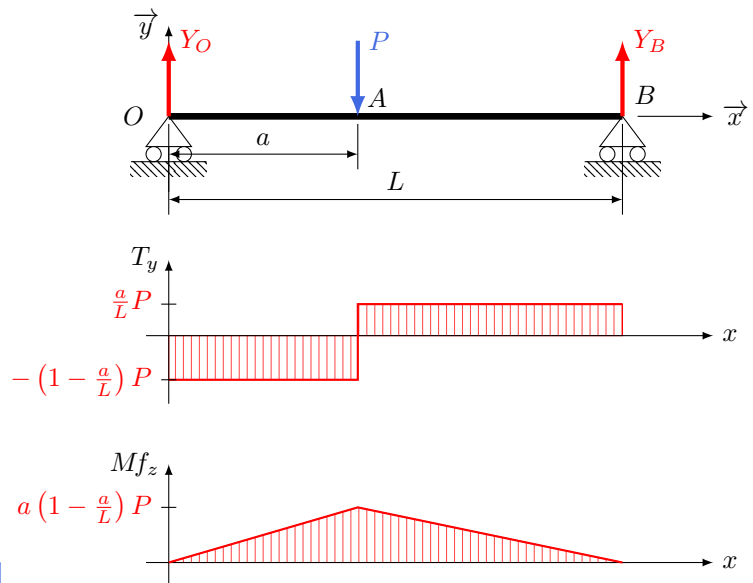
$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \begin{matrix} G(x) \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -Y_O & 0 \\ 0 & xY_O \end{pmatrix}$$

Tronçon $[AB]$: $x \in [a, L]$

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow \text{Droite}}\}_G$$

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \begin{matrix} G(x) \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ Y_B & 0 \\ 0 & (L-x)Y_B \end{pmatrix}$$

La poutre est soumise à de la flexion simple



5 Exercice 5

Il y a 3 tronçons à étudier ($[AB]$, $[BC]$ et $[CD]$), mais il est nécessaire au préalable de faire une étude statique pour déterminer les efforts de liaison.

En utilisant l'équation de résultante du PFS appliqué à la poutre suivant \vec{x} , puis les équations de moment selon \vec{z} en A puis en D , on trouve immédiatement (par la méthode des bras de levier) :

$$X_A = -\frac{\sqrt{2}}{2} F, \quad Y_A = \left(\frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{3}\right) F \quad \text{et} \quad Y_D = \left(\frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{2}{3}\right) F$$

On peut maintenant passer à l'étude des différents tronçons...

Tronçon $[AB] : x \in [0, L/3]$

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = -\{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow \text{Gauche}}\}_G$$

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \begin{Bmatrix} N & 0 \\ T_y & 0 \\ 0 & Mf_z \end{Bmatrix}_G \quad \text{avec :}$$

$$N = \frac{\sqrt{2}}{2}F \quad T_y = -\left(\frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{3}\right)F$$

$$Mf_z = \left(\frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{3}\right)Fx$$

Tronçon $[BC] : x \in [L/3, 2L/3]$

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow \text{Droite}}\}_G$$

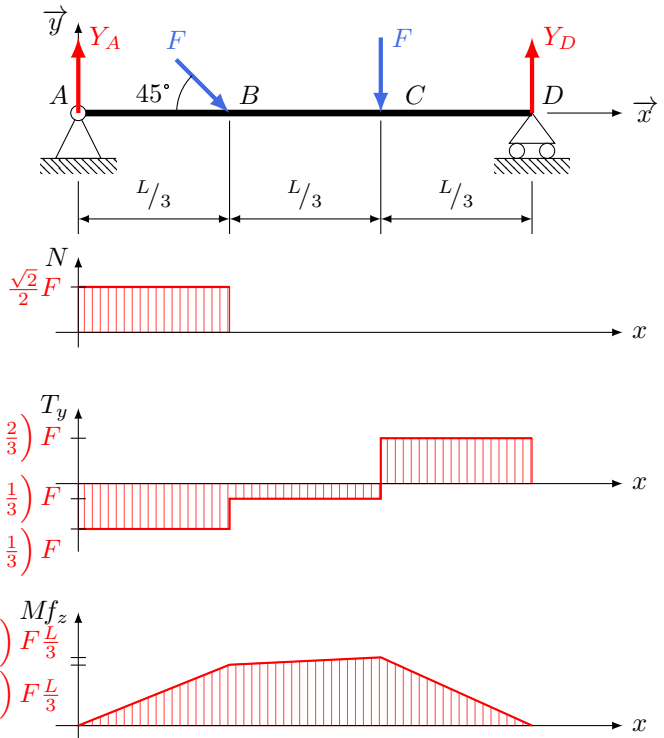
$$N = 0 \quad T_y = \left(\frac{\sqrt{2}}{6} - \frac{1}{3}\right)F$$

$$Mf_z = \frac{1}{3}F \left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}(L-x)\right)$$

Tronçon $[CD] : x \in [2L/3, L]$

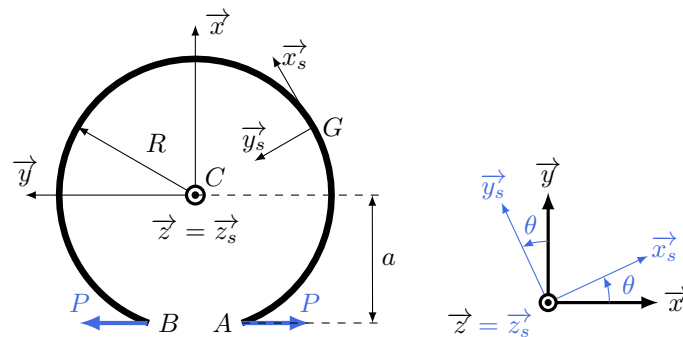
$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow \text{Droite}}\}_G$$

$$N = 0 \quad T_y = \left(\frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{2}{3}\right)F \quad Mf_z = \left(\frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{2}{3}\right)F(L-x)$$



La poutre est soumise à de la traction et de la flexion simple.

6 Exercice 6



Tronçon AB :

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow \text{Droite}}\}_G$$

$$\overrightarrow{R\{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow \text{Droite}}\}} = P \vec{y} = P(\sin \theta \cdot \vec{x}_s + \cos \theta \cdot \vec{y}_s)$$

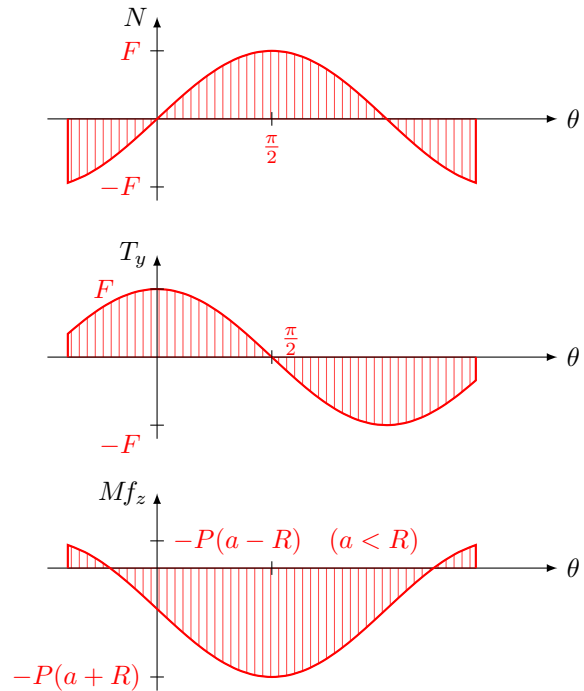
$$\overrightarrow{M_{G, \text{ext} \rightarrow \text{Droite}}} = \overrightarrow{M_{B, \text{ext} \rightarrow \text{Droite}}} + \overrightarrow{GB} \wedge \overrightarrow{F_{\text{ext} \rightarrow \text{Droite}}}$$

$$\text{Avec : } \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{CB} = R \cdot \vec{y}_s - a \cdot \vec{x} + k \cdot \vec{y}$$

$$\text{On trouve : } \overrightarrow{M_G\{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow \text{Droite}}\}} = -P(a + R \sin \theta) \cdot \vec{z}$$

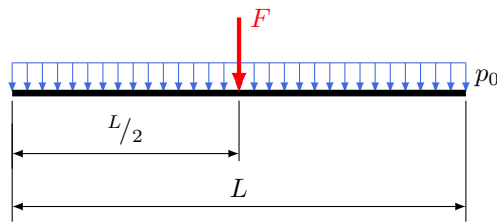
$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \begin{matrix} G(\theta) \end{matrix} \begin{pmatrix} P \sin \theta & 0 \\ P \cos \theta & 0 \\ 0 & -P(a + R \sin \theta) \end{pmatrix}_{b_s}$$

La poutre est soumise à de la **compression** et à de la **flexion simple** (c'est l'étude d'un circlip!).



7 Exercice 7

On doit tout d'abord trouver le modèle global de la charge répartie :



$$F = \int_0^L p(x) dx \quad \text{avec } p(x) = p_0$$

$$\text{Soit : } F = p_0 L \text{ (aire du rectangle)}$$

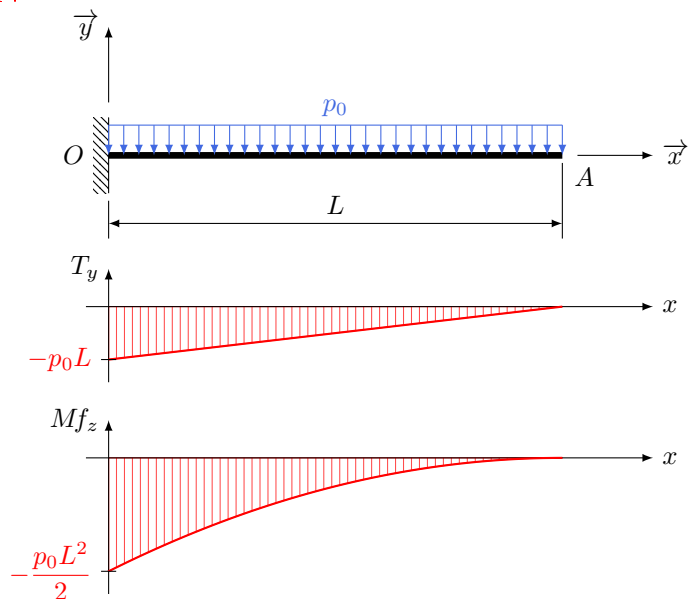
On peut ensuite déterminer le torseur de cohésion :

Tronçon $[OA]$: $x \in [0, L]$

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow \text{Droite}}\}_G$$

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \begin{matrix} G(x) \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -p_0(L-x) & 0 \\ 0 & -\frac{p_0}{2}(L-x)^2 \end{pmatrix}$$

La poutre est soumise à de la **flexion simple**



8 Exercice 8

Il y a 2 tronçons à étudier ($[OA]$ et $[AB]$), mais il est nécessaire au préalable de faire une étude statique pour déterminer les efforts de liaison.

En utilisant l'équation de moment en \vec{z} du PFS appliqué à la poutre, en O puis en A , on trouve immédiatement (par la méthode des bras de levier) :

$$Y_A = p_0 \frac{L^2}{2a} \quad \text{et} \quad Y_O = p_0 L \left(1 - \frac{L}{2a}\right)$$

On peut maintenant passer à l'étude des différents tronçons...

Tronçon $[OA]$: $x \in [0, a]$

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow \text{Droite}}\}_G$$

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ T_y & 0 \\ 0 & Mf_z \end{Bmatrix}_G \quad \text{avec :}$$

$$T_y = p_0 \frac{L^2}{2a} - p_0(L - x)$$

$$Mf_z = p_0 \frac{L^2}{2a} (a - x) - p_0 \frac{(L - x)^2}{2}$$

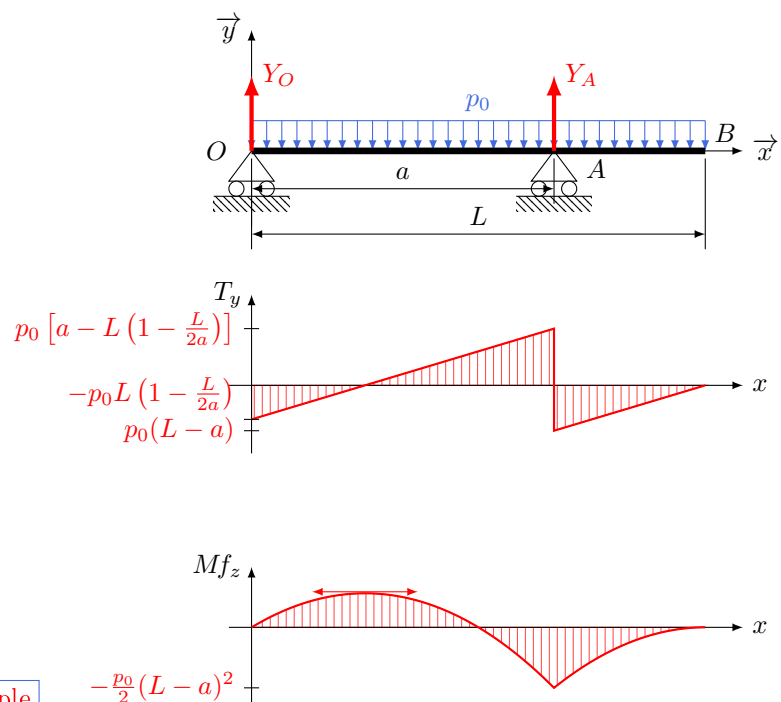
Tronçon $[AB]$: $x \in [a, L]$

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow \text{Droite}}\}_G$$

$$T_y = -p_0(L - x)$$

$$Mf_z = -p_0 \frac{(L - x)^2}{2}$$

La poutre est soumise à de la flexion simple



9 Exercice 9

Il y a 3 tronçons à étudier ($[OA]$, $[AB]$ et $[BC]$), mais il est nécessaire au préalable de faire une étude statique pour déterminer les efforts de liaison.

On peut trouver le modèle global d'une charge répartie :



Dans le premier cas, l'intensité de la résultante est égale à l'aire du triangle, à savoir $F_1 = \frac{p_0}{2} a$.

Pour le deuxième cas, utile lors de la recherche de l'expression du torseur de cohésion, il faut dans un premier temps utiliser Thalès pour déterminer $h = \frac{p_0}{a}x$. Dès lors, on calcule l'aire du triangle en conséquence :

$$F_2 = \frac{p_0}{2a}x^2.$$

En utilisant l'équation de moment en \vec{z} du PFS appliqué à la poutre, en O puis en A , on trouve alors (par la méthode des bras de levier) :

$$Y_B = \frac{7a}{12}p_0 \quad Y_O = -\frac{a}{12}p_0 \quad \text{et} \quad X_O = 0$$

On peut maintenant passer à l'étude des différents tronçons...

Tronçon $[OA]$: $x \in [0, \frac{a}{2}]$

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = -\{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow \text{Gauche}}\}_G$$

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \frac{p_0}{12}a & 0 \\ 0 & -\frac{p_0}{12}ax \end{pmatrix}_{G(x)}$$

Tronçon $[AB]$: $x \in [\frac{a}{2}, a]$

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = -\{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow \text{Gauche}}\}_G$$

$$T_y = \frac{p_0}{12}a + \frac{p_0}{2a}\left(x - \frac{a}{2}\right)^2$$

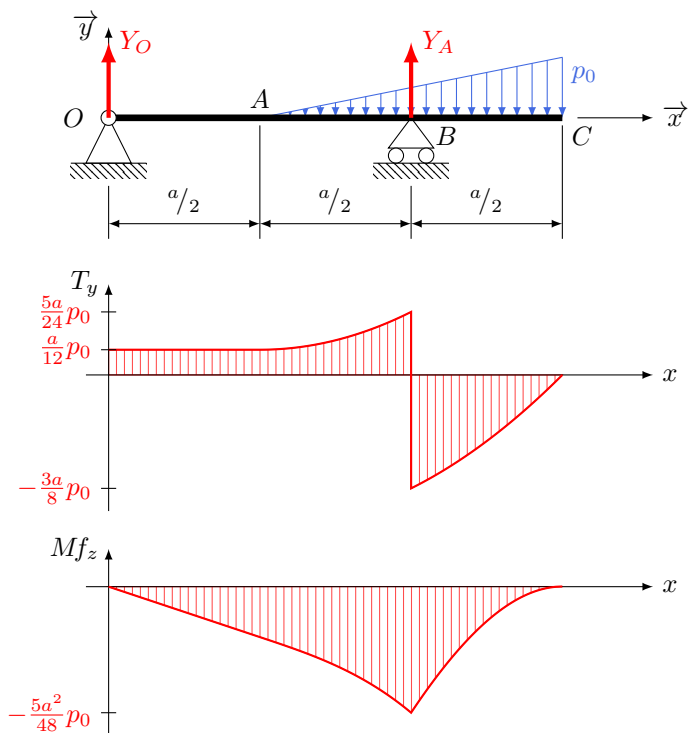
$$Mf_z = -\frac{p_0}{12}ax - \frac{p_0}{6a}\left(x - \frac{a}{2}\right)^3$$

Tronçon $[BC]$: $x \in [0, \frac{3a}{2}]$

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow \text{Gauche}}\}_G$$

$$T_y = -\frac{p_0}{2}a + \frac{p_0}{2a}\left(x - \frac{a}{2}\right)^2$$

$$Mf_z = -\frac{p_0}{12}ax - \frac{p_0}{6a}\left(x - \frac{a}{2}\right)^3 + \frac{7p_0}{12}a(x - a)$$



La poutre est soumise à de la flexion simple

10 Exercice 10

Il y a 3 tronçons à étudier ($[OA]$, $[AB]$ et $[BC]$). On voit immédiatement que le 3^e tronçon ne sera pas sollicité. Pour cet exemple, le centre de gravité G de la section étudiée sera repéré par l'abscisse s .

Tronçon $[OA]$: $s \in [0, a]$

$$p(x) = p_1 + \frac{p_2 - p_1}{b - a}(x - a) \quad \text{avec } x \in [a, b] \quad \text{et} \quad \overrightarrow{p(x)} = -p(x) \cdot \vec{y}$$

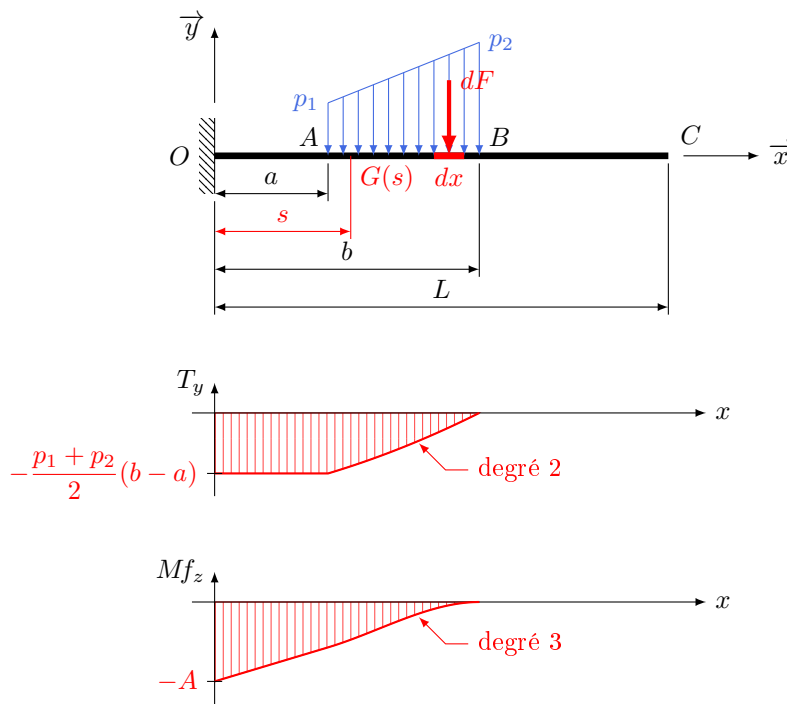
$$T_y = \int_a^b - \left(p_1 + \frac{p_2 - p_1}{b - a} (x - a) \right) dx = -p_1(b - a) - \frac{p_2 - p_1}{b - a} \left[\frac{(x - a)^2}{2} \right]_a^b = \boxed{-\frac{p_1 + p_2}{2}(b - a)}$$

$$Mf_z = \int_a^b -(x - s) \left(p_1 + \frac{p_2 - p_1}{b - a} (x - a) \right) dx = \boxed{\frac{p_1 + p_2}{2}(b - a)s - \underbrace{\frac{p_2 - p_1}{b - a} \left(\frac{b^3}{3} - \frac{ab^2}{2} + \frac{a^3}{6} \right)}_A}$$

Tronçon $[AB]$: $s \in [a, b]$

$$T_y = \int_s^b -p(x)dx = \boxed{-\frac{p(s) + p_2}{2}(b - s)} \quad \text{avec } p(s) = p_1 + \frac{p_2 - p_1}{b - a}(s - a) \quad (\text{cf 1}^{\text{er}} \text{ tronçon})$$

$$Mf_z = \int_s^b -(x - s) \left(p(s) + \frac{p_2 - p(s)}{b - s}(x - s) \right) dx = \boxed{\frac{p(s) + p_2}{2}(b - s)s - \frac{p_2 - p(s)}{b - s} \left(\frac{b^3}{3} - \frac{sb^2}{2} + \frac{s^3}{6} \right) - \frac{p(s)}{2}(b^2 - s^2)}$$



11 Exercice 11

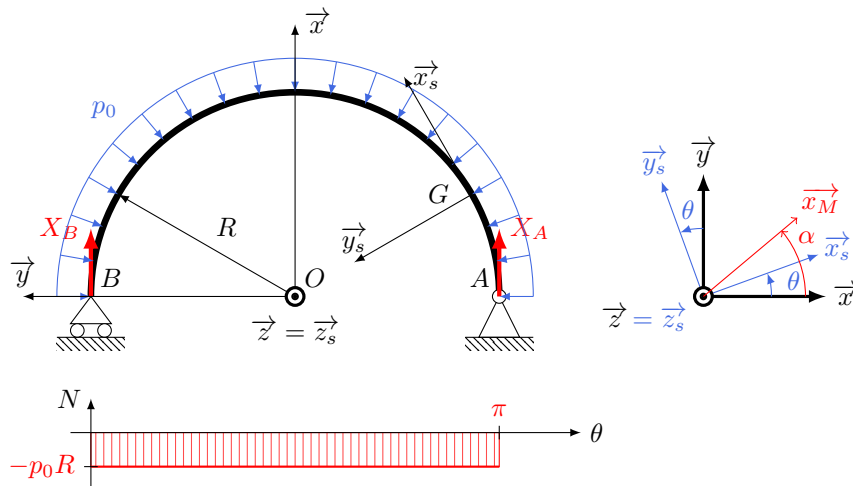
Il n'y a qu'un tronçon à étudier, mais il faut dans un premier temps calculer les actions de liaison en A et B . Le problème étant symétrique suivant (O, \vec{x}) , on en déduit que $Y_A = 0$ et que $X_A = X_B$ (la résultante globale de la charge répartie est portée par \vec{x}).

$$P = \overrightarrow{R\{\tau_{\text{charge} \rightarrow \text{poutre}}\}} \cdot \vec{x} = \int_0^\pi p_0 d\ell \cdot \vec{y}_s \cdot \vec{x}$$

Comme $d\ell = R d\theta$ et que $\vec{y}_s \cdot \vec{x} = -\sin \theta$:

$$P = -p_0 R \int_0^\pi \sin \theta d\theta = -2p_0 R$$

Par le PFS, en utilisant les propriétés de symétrie : $\boxed{X_A = X_B = p_0 R}$



Tronçon AB :

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow \text{Droite}}\}_G$$

On introduit l'angle α pour « parcourir » le chargement réparti.

$$\overrightarrow{R\{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow \text{Droite}}\}} = \underbrace{p_0 R \cdot \vec{x}}_{\text{action en B}} + p_0 R \underbrace{\int_{\theta}^{\pi} d\alpha \cdot \vec{y}_s}_{-\sin \theta \cdot \vec{y} - (1 + \cos \theta) \cdot \vec{x}}$$

$$\overrightarrow{R\{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow \text{Droite}}\}} = -p_0 R \cdot \vec{x}_s$$

Charge ponctuelle en B :

$$\overrightarrow{M_{G,0 \rightarrow \text{Droite}}} = \overrightarrow{M_{B,0 \rightarrow \text{Droite}}} + \overrightarrow{GB} \wedge \overrightarrow{F_{0 \rightarrow \text{Droite}}}$$

$$\text{Avec : } \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OB} = R(\vec{y}_s + \vec{y})$$

$$\text{On trouve : } \overrightarrow{M_G\{\mathcal{T}_{0 \rightarrow \text{Droite}}\}} = -p_0 R^2(1 + \cos \theta) \cdot \vec{z}$$

$$\text{Charge répartie : } \overrightarrow{M_G\{\mathcal{T}_{\text{charge} \rightarrow \text{Droite}}\}} = \int_{\theta}^{\pi} \overrightarrow{GM} \wedge p_0 d\ell \cdot \vec{y}_s$$

$$\text{Avec : } \overrightarrow{GM} = \overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OM} = R(\vec{y}_s + \vec{y}_M)$$

$$\text{On trouve : } \overrightarrow{M_G\{\mathcal{T}_{\text{charge} \rightarrow \text{Droite}}\}} = p_0 R^2(1 + \cos \theta) \cdot \vec{z} \Rightarrow \overrightarrow{M_G\{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow \text{Droite}}\}} = \vec{0}$$

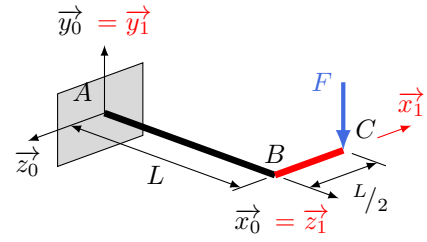
On trouve alors pour le torseur de cohésion :

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \left\{ \begin{array}{cc} -p_0 R & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{b_s}^{G(\theta)}$$

La poutre est soumise qu'à de la compression. C'est d'ailleurs ce qui fait que cette forme été très tôt utilisée en génie civil, pour les voutes notamment).

12 Exercice 12

Il y a 2 tronçons à étudier : $[AB]$ et $[BC]$. Il est préférable d'introduire une nouvelle base locale $b_1(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ telle que : $\vec{x}_1 = -\vec{z}_0$, $\vec{y}_1 = \vec{y}_0$ et $\vec{z}_1 = \vec{x}_0$.



Tronçon $[BC]$: $x \in [0, L/2]$ (sur (B, \vec{x}_1))

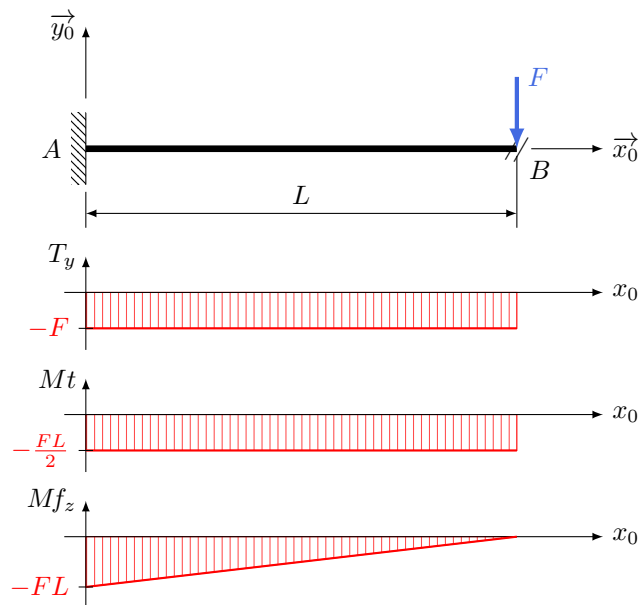
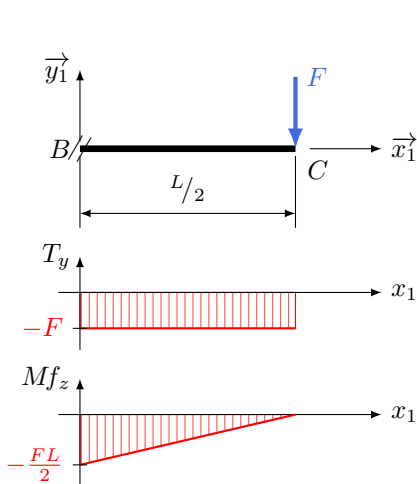
$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow \text{Droite}}\}_G$

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -F & 0 \\ 0 & -F(\frac{L}{2} - x) \end{Bmatrix}_{b_1}^{G(x)}$$

Tronçon $[AB]$: $x \in [0, L]$ (sur (A, \vec{x}))

$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow \text{Droite}}\}_G$

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \begin{Bmatrix} 0 & -F\frac{L}{2} \\ -F & 0 \\ 0 & -F(L - x) \end{Bmatrix}_{b_0}^{G(x)}$$



La poutre est soumise à de la flexion simple suivant \vec{x}_0 et \vec{z}_0 et à de la torsion autour de \vec{x}_0 .

13 Exercice 13

Il y a 5 tronçons à étudier : $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DE]$ et $[EF]$. Pour ce dernier tronçon, il est préférable d'introduire une nouvelle base locale $b_1(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ telle que : $\vec{x}_1 = -\vec{y}_0$, $\vec{y}_1 = \vec{x}_0$ et $\vec{z}_1 = \vec{z}_0$.

Par une étude rapide en statique, en écrivant l'équation de résultante en projection sur \vec{x}_0 et l'équation de moment en B puis en C autour de \vec{z}_0 (méthode des bras de levier), on trouve :

$$X_B = -P, \quad Y_B = \frac{5}{2}P \quad \text{et} \quad Y_D = -\frac{1}{2}P$$

Tronçon $[AB]$: $x \in [0, a/2]$ (sur (A, \vec{x}_0))

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \begin{matrix} G(x) \\ b_0 \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ P & 0 \\ 0 & -Px \end{pmatrix}$$

Tronçon $[DE]$: $x \in [3a/2, 2a]$ (sur (A, \vec{x}_0))

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \begin{matrix} G(x) \\ b_0 \end{matrix} \begin{pmatrix} P & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{a}{2}P \end{pmatrix}$$

Tronçon $[BC]$: $x \in [a/2, a]$ (sur (A, \vec{x}_0))

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \begin{matrix} G(x) \\ b_0 \end{matrix} \begin{pmatrix} P & 0 \\ -\frac{3}{2}P & 0 \\ 0 & (\frac{3}{2}x - \frac{5}{4}a)P \end{pmatrix}$$

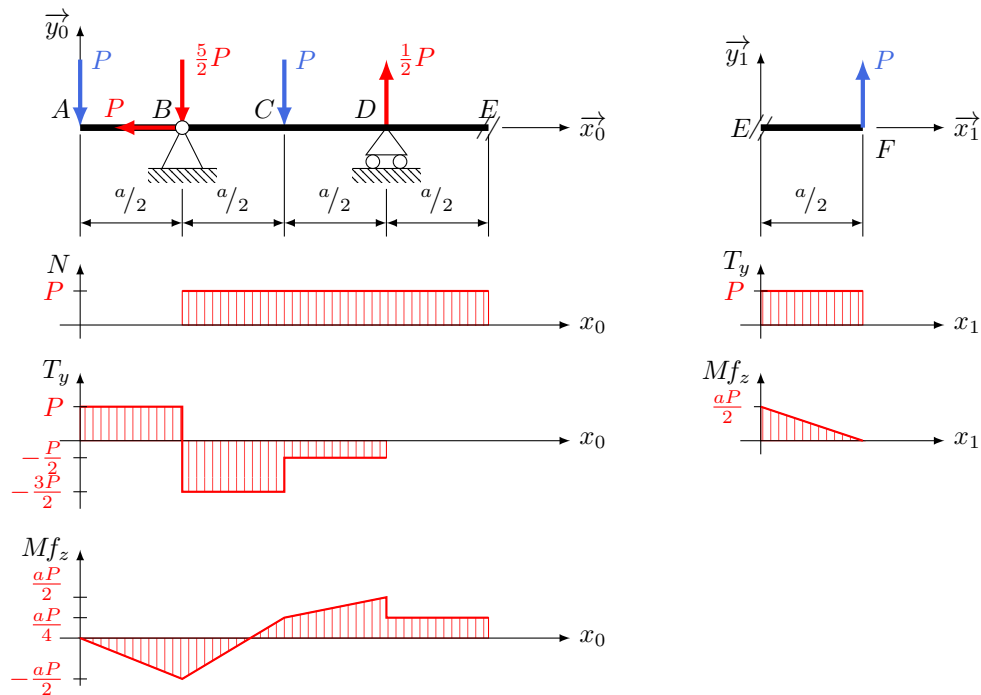
Tronçon $[EF]$: $x \in [0, a/2]$ (sur (E, \vec{x}_1))

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \begin{matrix} G(x) \\ b_1 \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ P & 0 \\ 0 & P(\frac{a}{2} - x) \end{pmatrix}$$

Tronçon $[CD]$: $x \in [a, 3a/2]$ (sur (A, \vec{x}_0))

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \begin{matrix} G(x) \\ b_0 \end{matrix} \begin{pmatrix} P & 0 \\ -\frac{1}{2}P & 0 \\ 0 & (\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}a)P \end{pmatrix}$$

La poutre est soumise à de la flexion simple et à de la traction.



14 Exercice 14

Il y a 5 tronçons à étudier : $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DE]$ et $[EF]$.

Pour déterminer les actions de liaisons, on utilise la résultante équivalente à la charge linéairement répartie qui s'applique à $s = 3a$ et qui a une intensité de $4P$ et celle équivalente au chargement uniforme, dont la résultante a une intensité de $4P$ appliquée en $x = 6a$. En écrivant l'équation de moment en B puis en E autour de \vec{z} (méthode des bras de levier), on trouve : $Y_B = 5P$ et $Y_E = 6P$.

Détermination de p_1 : $P_1 = -4P = -\int_0^{3a} \lambda x dx \Rightarrow \lambda = \frac{8P}{9a^2} \Rightarrow p_1(x) = -\frac{8P}{9a^2}x \quad \left(p_1(3a) = \frac{8P}{3a}\right)$

Détermination de p_2 : $P_2 = -4P \Rightarrow p_2 = \frac{-4P}{2a} \Rightarrow p_2(x) = -\frac{2P}{a}$

Tronçon $[AB]$: $x \in [0, a]$

$$T_y = 2P \quad \text{et} \quad Mf_z = -2Px$$

Tronçon $[BC]$: $x \in [a, 4a]$

$$T_y = -3P + \frac{4P}{9a^2}(x-a)^2$$

$$Mf_z = -2Px + 5P(x-a) - \frac{4P}{27a^2}(x-a)^3$$

Tronçon $[CD]$: $x \in [4a, 5a]$

$$T_y = P \quad \text{et} \quad Mf_z = -P(x-7a)$$

Tronçon $[DE]$: $x \in [5a, 6a]$

$$T_y = 2P\left(\frac{x}{a} - 4\right)P$$

$$Mf_z = 6P(6a-x) - \frac{P}{a}(7a-x)^2$$

Tronçon $[EF]$: $x \in [6a, 7a]$

$$T_y = 2P\left(\frac{x}{a} - 7\right)P$$

$$Mf_z = -\frac{P}{a}(7a-x)^2$$

La poutre est soumise à de la flexion simple suivant \vec{z} .

