

TD2

Exercice 1

Kolmogorov's hypotheses

- State the two Kolmogorov's hypotheses. State explicitly the assumptions concerning Reynolds number and the character of the turbulence.
- Estimate Kolmogorov's length, time, and velocity scales by dimensional arguments.
- Sketch a spectrum, which follows the Kolmogorov theory, for turbulent kinetic energy as a function of wave number (logarithmic scale). Mark and give the names of the different regions in the spectrum.
- The curve has a certain slope in one of these regions. Determine this slope using dimensional analysis.
- Indicate in the figure you made in 6c, where the integral scales and Taylor and Kolmogorov micro-scales are located.
- Show in the figure where turbulent energy is mainly produced and where it is mainly dissipated.

Exercice 2

Suppose you are using a household mixer with a shaft power of 100 Watt in 1 kg of water. Estimate the Kolmogorov length scale.

Exercice 3

On veut estimer les échelles caractéristiques de la turbulence dans la tache rouge de Jupiter. Celle-ci a un diamètre $D \sim 4 \times 10^7$ m, épaisseur à travers l'atmosphère = 150 km, Vitesse caractéristique des grandes échelles = 50 m/s, taille caractéristique des grandes échelles = 2×10^6 m.

On suppose que l'atmosphère jupitérienne est constituée essentiellement d'hydrogène, de masse volumique $\rho = 30 \text{ kg m}^{-3}$ et viscosité cinématique $\nu = 2 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$.

- Estimer l'énergie cinétique massique des grandes échelles turbulentes.
- Estimer le taux de transfert de l'énergie cinétique vers les petites échelles.
- Quel est le taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente ε ?
- Sachant que, aux plus petites échelles turbulentes, l'écoulement est piloté par ε et par la viscosité, déterminer les micro-échelles de Kolmogorov (échelle spatiale η , échelle temporelle τ et échelle de vitesse v).
- Effectuer l'application numérique et calculer les trois micro-échelles de Kolmogorov (longueur, vitesse, temps caractéristiques des plus petites échelles). Les comparer à la taille de la tache rouge.
- Donner une estimation du nombre minimal de points de maillage de calcul nécessaire pour la simulation numérique directe (DNS) de l'écoulement. Que devient ce nombre si on ne simule que les grandes échelles ?
- Estimer la dissipation turbulente totale pour l'ensemble de la tache rouge en GW (gigawatts)
- Comparer le résultat obtenu à la puissance produite par la plus grande centrale nucléaire terrestre (il s'agit actuellement de la centrale japonaise Kashiwazaki-Kariwa qui a une puissance nette de presque 8000 MW). Calculer combien de ces centrales seraient nécessaires pour entretenir le mouvement de la tâche rouge de Jupiter.

Exercice 4

On suppose que le spectre d'une turbulence homogène et isotrope est représenté par la relation :

$$E(\kappa) = \begin{cases} A\kappa^m & \text{for } \kappa \leq \kappa_L \\ \alpha\epsilon^{\frac{2}{3}}\kappa^{-\frac{5}{3}} & \text{for } \kappa \geq \kappa_L \end{cases}$$

Déterminer la loi de décroissance de l'énergie turbulente en fonction du temps.

Aide:

Intégrer E pour obtenir K (énergie cinétique turbulente)

Utiliser la continuité du spectre au nombre d'onde pic pour estimer κ_L .

Utiliser la relation $\epsilon = -\frac{dK}{dt}$