

Autres exemples d'exercices.

1. (Ex2 examen Méthodes Avancées 2018)

On s'intéresse à des modélisations de type RANS.

1. Par rapport aux modèles de turbulence dits « algébriques » (ou à zéro-équations), quel est l'avantage principal des modèles à équations de transport, comme par exemple le modèle $k-\varepsilon$?
2. Quelle est la principale limitation (hypothèse de modélisation) des modèles précédents et pour quels types d'écoulements cela peut représenter un problème ?
3. Comment on peut lever cette limitation et quelles sont les options de modélisation RANS alternatives qu'on peut mettre en œuvre pour ces types d'écoulements ?

2. (Ex1 examen Méthodes Avancées 2017)

La modélisation hybride RANS/LES dite PANS (*Partially Averaged Navier-Stokes*) a été développée par Girimaji et al. en 2003. Elle s'appuie sur une formulation modifiée du modèle $k-\varepsilon$ qui la rend sensible au raffinement local du maillage et lui permet de fonctionner localement comme un modèle de sous-maille, dans les régions de l'écoulement où le maillage utilisé possède une résolution de type LES.

Plus précisément, l'approche PANS consiste à modifier le coefficient du terme de destruction dans l'équation de transport du taux de pseudo-dissipation C_{ε_2} en introduisant une fonction

$f_k \in [0,1]$ telle que :

$$\frac{\partial \rho \varepsilon^*}{\partial t} + \frac{\partial \rho \varepsilon^* u_j}{\partial x_j} = \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial x_j} + \underbrace{C_{\varepsilon_1} \frac{\varepsilon^*}{k} P_k}_{\text{production}} - \underbrace{[f_k(C_{\varepsilon_2} - C_{\varepsilon_1}) + C_{\varepsilon_1}] f_{\varepsilon_2} (\text{Re}_t^*) \rho \frac{\varepsilon^{*2}}{k}}_{\text{destruction}} + E \quad (4)$$

Dans l'équation ci-dessus, ε^* est le taux de pseudo-dissipation, i.e. le taux de dissipation turbulente modifié pour tenir compte des effets de proche paroi, E est un terme bas-Reynolds (actif dans la sous-couche visqueuse) et f_{ε_2} est une fonction d'amortissement qui dépend du nombre de Reynolds turbulent.

Plus précisément, on définit :

$$f_k = \min \left[1, \left(\frac{1}{\lambda} \right)^{\frac{2}{3}} \right],$$

avec $\lambda = \frac{l_T}{\Delta}$ et où $l_T = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{\varepsilon}$ est une longueur caractéristique RANS, et

$\Delta = \max(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ est une longueur caractéristique LES, représentative de la taille du filtre spatial.

- a) Pour quelle valeur de la fonction f_k la solution u modèle PANS tend vers la solution du modèle $k-\varepsilon$ RANS correspondant ? (2 pts)
- b) Pour quelle valeur de la fonction f_k la solution du modèle PANS tend vers une DNS ?

(2 pt) Quelle condition doit être vérifiée par les échelles de longueurs caractéristiques dans ce cas limite? (2 pt)

- c) Quel est l'effet de la correction PANS sur la variable ε^* lorsque $\lambda < 1$? (2 pt) ?
- d) Par conséquent, quel est l'effet attendu sur l'énergie cinétique turbulente k et sur la viscosité tourbillonnaire μ_t dans les régions où cette condition est vérifiée? Commenter (2 pt).

3. (Ex1 examen Méthodes Avancées 2016)

Un réacteur continu, dispositif très utilisé dans l'industrie chimique, est constitué d'un récipient cylindric muni d'un agitateur (une roue avec des ailettes), comme sur la figure 1. Les ailettes impriment au fluide une vitesse radiale (figure 2). Dans le voisinage de l'agitateur l'écoulement est fortement turbulent et sa structure moyenne est caractérisée par des tourbillons hélicoïdaux.

Plus loin, l'écoulement est dominé par de grandes échelles qui varient lentement. Cette région est appelée le cœur (bulk). On vous demande de simuler l'écoulement dans le réacteur. Vous avez les données suivantes :

$$N = 90 \text{ rpm}; D = 0.8 \text{ m}; T = 2.4 \text{ m}; h = D/5; \rho = 1000 \text{ kg/m}^3; \mu = 1.0 \cdot 10^{-3} \text{ kg/ms}$$

avec N le nombre de tours/min de l'agitateur, D son diamètre, T la hauteur du réacteur, h la distance entre la profondeur à laquelle se trouve l'agitateur. La masse volumique et la viscosité dynamique du fluide (eau) sont également données.

L'intensité turbulente (k/U_{ref}) est de 4% près de l'agitateur et de 1% dans le cœur, avec U_{ref} la vitesse de bout de pale de l'agitateur. Votre code de simulation contient les modèles suivants : $k-\varepsilon$, $k-\omega$, $k-\varepsilon$ bas-Reynolds, Reynolds stress (on suppose un écoulement isotherme et incompressible).

- a. Quelles équations régissent l'écoulement ? (0.5 pts)
- b. Quelles équations résolvez-vous lorsque vous utilisez l'un des modèles ci-dessus ? (1.5 pts)
- c. Quelles sont les équations additionnelles introduites par les modèles $k-\varepsilon$, $k-\omega$ et RSM ? (2 pts)
- d. Calculez le nombre de mailles nécessaires pour effectuer un calcul DNS, en utilisant un nombre de Reynolds basé sur l'énergie cinétique des structures turbulentes. (2 pts)
- e. Calculez le nombre de mailles nécessaire pour effectuer un calcul LES (2 pts)
- f. Discutez et motivez le choix du modèle de turbulence le plus approprié pour le cas considéré. (2 pts)

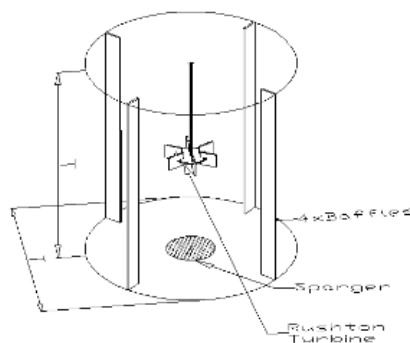


Fig.1

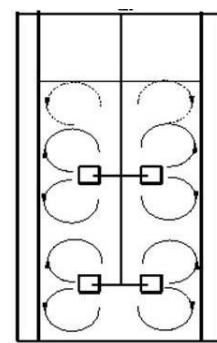


Fig.2

4. (Ex2 examen Méthodes Avancées 2012)

Un constructeur aéronautique cherche à développer un nouveau profil d'aile. L'entreprise ayant subi des réductions budgétaires sur les études expérimentales (soufflerie), elle cherche à étudier les performances du profil à l'aide de simulations numériques. Toutefois, les ingénieurs du nouveau-né département de simulation numérique ont des idées très différentes sur le modèle de turbulence le plus approprié pour l'étude du nouveau profil. Les propositions avancées par les ingénieurs sont les suivantes:

- Modèle à longueur de mélange
- Modèle $k-\varepsilon$
- Modèle aux tensions de Reynolds (RSM)
- Simulation numérique directe (DNS)

Le chef de service a une expérience très limitée sur les modèles de turbulence et il vous demande d'exprimer un avis motivé sur le meilleur choix à effectuer.

Les questions qu'on vous pose sont les suivantes:

1. Aux conditions normales de fonctionnement, la vitesse de l'avion, V , est de 200m/s à une altitude de croisière de 10000m (masse volumique de l'air $\rho=0.4125 \text{ Kg/m}^3$ et viscosité $\mu=1.45 \times 10^{-5} \text{ kg/ms}$). La corde du profil est de 1.8m. Est-il raisonnable d'effectuer une DNS sachant que le nombre maximal de points de calcul que les moyens informatiques de l'entreprise peuvent traiter est de 10^7 ? Justifier votre réponse.
2. Discutez et motivez le choix du modèle de turbulence pour ce cas de calcul sachant qu'il faudra effectuer des études paramétriques pour plusieurs valeurs de l'angle d'attaque, y compris des valeurs proches de l'angle de décrochage (écoulement séparé).
3. Discutez et motivez le choix des conditions aux limites pour le modèle de turbulence: croyez-vous que le choix de fonctions de parois est approprié ou faut-il mieux choisir une modélisation bas-Reynolds?

Nota: L'épaisseur de la couche limite turbulente peut être approché par

$$\frac{\delta}{x} = 0.166 \text{Re}_x^{-1/7}, \text{ coefficient de frottement pariétal } c_f = 0.0277 \text{Re}_x^{-1/7}, \text{ } \text{Re}_x = \rho V x / \mu$$