Université Pierre et Marie Curie
4AF16 – Aérodynamique et aéronautique

Année universitaire 2018-2019
Master SdI – Parcours MF2A & CM

Examen écrit 2nde session (40 points)
jeudi 9 mai 2019
2h sans document ni téléphone. Calculatrice autorisée.

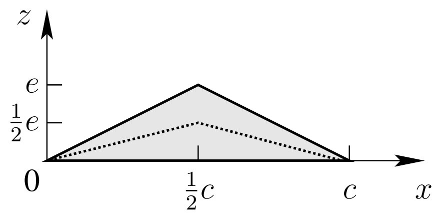
REDIGER PARTIE 1 ET PARTIE 2 SUR DEUX COPIES SEPAREES

PARTIE 1 : Aérodynamique incompressible (1h, 20 pts)

Aile à profil triangulaire

On se propose d'étudier la portance d'une aile plane à profil triangulaire d'envergure finie. On étudie d'abord le profil dans l'approximation bi-dimensionnelle (question 1), puis on étudie des effets d'envergure finie (question 2). Dans la partie 1, le fluide est supposé parfait et incompressible de masse volumique ρ. L'angle d'incidence est α et, dans le référentiel lié à l'aile, la vitesse amont du fluide est V_∞.

1. On étudie ici les propriétés du profil bi-dimensionnel figurant ci-dessous.



   (a) Identifier la corde, l'épaisseur, la flèche et le point de cambrure maximale de ce profil.

   (b) Donner l'équation de la ligne de cambrure moyenne $z = z(x)$ (en pointillés sur la figure). On posera $\epsilon = e/c$.

   (c) A quelle condition l'approximation des profils minces est-elle valide ici ? On se place dans ce cadre dans la suite.

   (d) Donner la fonction $f(\theta)$ qui est la dérivée de $z(x)$ exprimée en fonction de θ, l'angle défini par le changement de variable $x = \frac{1}{2}c(1-\cos\theta)$. On précisera bien sur quel intervalle en θ chacune des deux expressions est valable (et on n'oubliera pas de dériver $z(x)$:-)

   (e) Calculer les coefficients de Glauert A_0, A_1 et A_2 donnés par :

$$A_0 = \alpha - \frac{1}{\pi}\int_0^\pi f(\theta)\mathrm{d}\theta\ , \quad A_{n>0} = \frac{2}{\pi}\int_0^\pi f(\theta)\cos(n\theta)\mathrm{d}\theta\,.$$

   (f) Exprimer $C_{L'} = \pi(2A_0 + A_1)$.

   (g) Exprimer l'angle de portance nulle $\alpha_{L'=0}$ en fonction de ϵ. Justifier le signe du résultat.

   (h) Exprimer le coefficient de moment au quart de corde $C_{M',c/4} = \frac{1}{4}\pi(A_2 - A_1)$. En déduire la position du centre de pression. Commenter la limite $\epsilon \to 0$.

2. On veut maintenant calculer la portance d'une aile d'envergure b dont le profil est le profil triangulaire précédent, avec une corde qui dépend de la coordonnée y :

$$c(y) = c_m \sqrt{1 - \frac{y^2}{b^2/4}}\ , \quad y \in [-b/2, b/2].$$

L'épaisseur $e(y)$ dépend aussi de y mais le rapport $e(y)/c(y) = \epsilon$ est constant, de telle sorte que les relations établies en question 1 sont valides pour chaque section y =cte, avec une valeur unique de ϵ.

(a) Faire un schéma de l'aile. Que représente c_m ?

(b) Rappeler le théorème de Kutta–Joukowsky pour une section bi-dimensionnelle $y = \mathrm{cte}$. Montrer qu'ici la distribution de circulation $\Gamma(y)$ le long de l'envergure est donnée par :

$$\Gamma(y) = \frac{1}{2} V_\infty c_m C_{L'}(y) \sqrt{1 - \frac{y^2}{b^2/4}}\ .$$

(c) Pour cette aile, la vitesse V_z induite au niveau du profil par la nappe tourbillonnaire ne dépend pas de y et vaut $V_z = -\frac{1}{4}(c_m/b)V_\infty C_{L'}$. Donner l'expression de la (petite) modification α_i de l'angle d'incidence au niveau de l'aile, induite par cette vitesse V_z.

(d) Pourquoi V_z est-il constant (aucun calcul n'est demandé) ? Pourquoi $C_{L'}$ est-il constant ?

(e) Expliquer l'origine de la traînée induite. En admettant que le coefficient de portance de l'aile entière est donné par $C_L = C_{L'}$, exprimer la traînée induite D_i et le coefficient C_{D_i} associé.

Sorbonne Université **Année universitaire 2018-2019**
4AF16 – Aérodynamique et aéronautique **Master SPI – Parcours MF2A & CM**

Jeudi 9 Mai 2019

2h sans document ni téléphone. Calculatrice autorisée.

REDIGER PARTIE 1 ET PARTIE 2 SUR DEUX COPIES SEPAREES

On demande de bien justifier les réponses aux questions (nom des relations, hypothèses d'applicabilité...).

PARTIE 2 : Aérodynamique compressible (1h, 20 pts)

Exercice 1 : Biplan supersonique

En 2012, le MIT et l'université de Tohuku (Japon) ont revisité le concept introduit par l'ingénieur Allemand Adolf Busemann en 1950 pour concevoir un projet d'avion commercial supersonique (voir figure 1a) dont la configuration en biplan devait permettre de réduire la trainée d'onde par rapport à une aile volante simple.

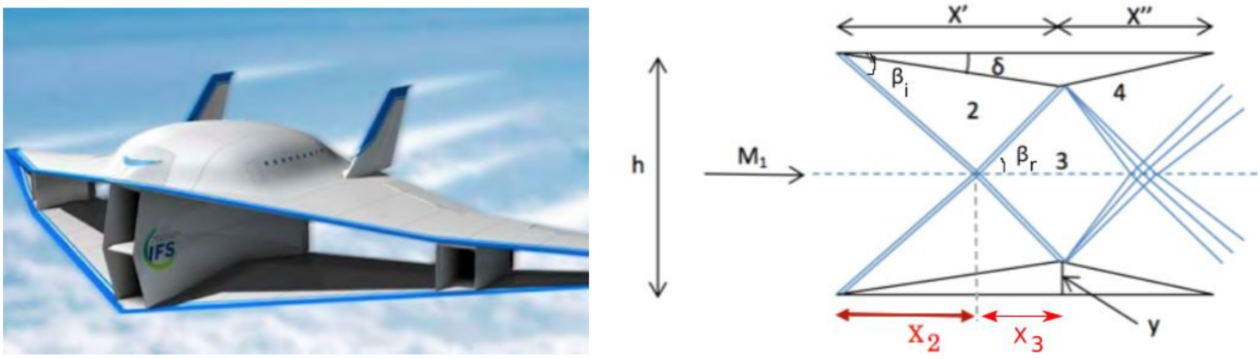


FIGURE 1 – (a) Projet de Biplan supersonique (gauche) et (b) modélisation idéalisée de l'écoulement (droite)
(crédits photo : Christine Daniloff/MIT News based on an original drawing courtesy of Obayashi laboratory, Tohoku University)

La configuration de vol supersonique nominale est représentée sur la figure 1b. L'écoulement supersonique en amont est caractérisé par $M_1 = 2.2$ et l'angle de la rampe est $\delta = 14$ deg. L'intersection des deux ODC obliques incidentes d'angle β_i engendre deux ODC obliques réfléchies dont l'angle sera noté β_r. L'objectif de cet exercice est de dimensionner la rampe afin que l'ODC réfléchie impacte la rampe exactement au niveau du sommet du demi dièdre (voir figure 1b), afin d'obtenir ainsi les conditions optimales de vol.
Les deux rampes sont identiques et donc, compte-tenu de la symétrie de cette configuration, on s'attachera à déterminer l'écoulement uniquement dans les régions (2), (3) et (4) du 1/2 plan supérieur. On considèrera par la suite que $X''/h = 0.8$.

1. Déterminer et calculer les angles β_i et β_r ainsi que M_2 et M_4.
2. En déduire, par des considérations purement géométriques, la position du sommet de la rampe X'/h et l'épaisseur de la rampe Y/h pour obtenir l'écoulement de la figure 1b. On notera X_2 la position du point de réflexion de l'ODC incidente avec $X' = X_2 + X_3$.
3. Calculer les pressions dans les régions d'écoulement uniforme (2) et (4).
4. Notant $c = X' + X''$ la corde du profil, déterminer le coefficient de traînée du biplan.
5. Calculer la traînée sur un profil isolé.
6. Commenter alors ce résultat par rapport à la configuration du biplan.

7. Montrer que l'expression générale du coefficient de traînée peut s'écrire sous la forme : $c_D = \dfrac{D}{\frac{\gamma}{2} p M^2 c}$ ou D désigne la force de traînée.

Exercice 2 : Moteur fusée

On désire dimensionner l'aire de section de sortie d'un propulseur de moteur fusée qu'on assimilera a une tuyère convergence-divergente alimentée par les conditions génératrices P_{t_0}, T_{t_0} du réservoir placé en amont du dispositif. Le gaz, de coefficient polytropique γ, sera considéré comme thermodynamiquement et calorifiquement parfait. Il est éjecté à une vitesse supersonique à la pression de sortie P_1 à l'issue d'une évolution isentropique dans tout le propulseur. L'aire du dispositif en sortie de divergent A_1 ainsi que toutes les grandeurs définies précédemment sont considérées comme connues.

1. Comment déterminer la masse volumique totale en entrée de convergent ?
2. Donner l'expression du nombre de Mach M_1 en sortie de tuyère
3. Exprimer la vitesse d'éjection des gaz U_1
   (a) Que pouvez vous dire sur le débit de cette installation ?
   (b) Montrer que $A_{col} = M_1 A_1 \times f(M_1, \gamma)$ où la fonction $f(M_1, \gamma)$ sera explicitée.
4. Déterminer P, T, ρ et U au col.
5. On place en sortie de divergent un réchauffeur de sorte qu'en sortie de ce dernier : $A_2 = A_1$, $P_2 = P_1$ et $T_{t_2} = \alpha T_{t_1}$. Etablir une équation permettant de calculer M_2 (on ne cherchera pas à résoudre cette équation).

Remarque : *Chaque question nécessite d'exprimer les grandeurs ou relations demandées en fonction des données du problèmes ou de grandeurs calculées dans les questions antérieures*

ANNEXES

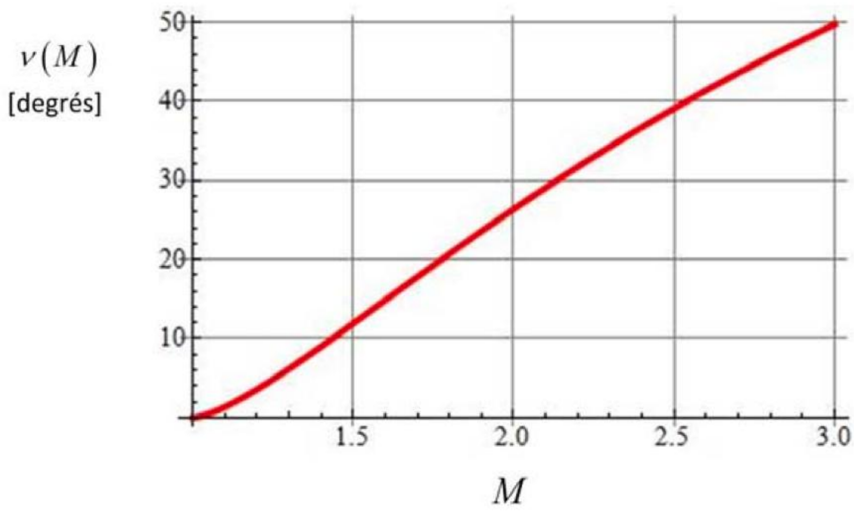
Formulaire : Relations de saut : *L'indice* 1 *est utilisé pour repérer les grandeurs en amont du choc et l'indice* 2 *pour les grandeurs en aval du choc.*

$$M_2^2 = \frac{2 + (\gamma - 1) M_1^2}{2\gamma M_1^2 - \gamma + 1} \tag{1}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1}(M_1^2 - 1) \tag{2}$$

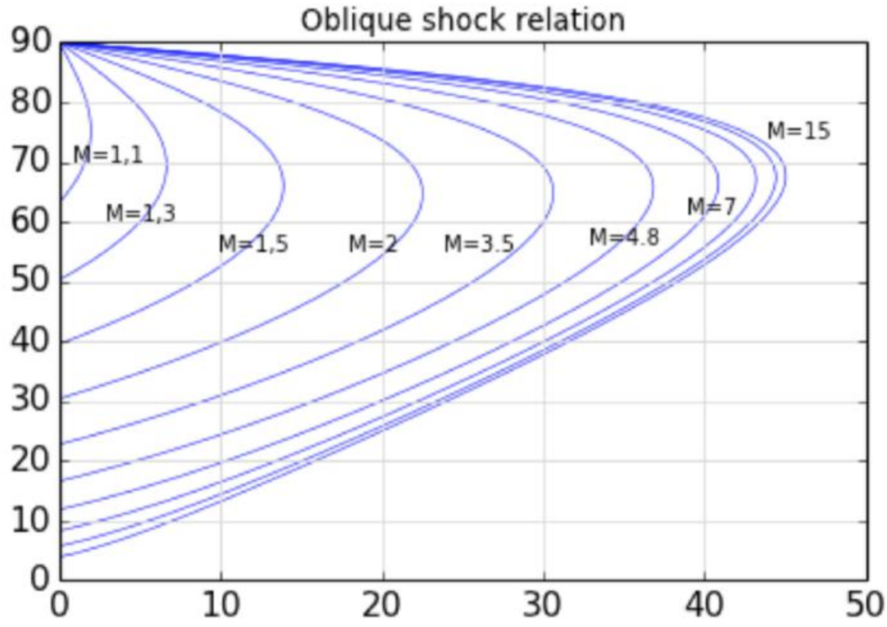
$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M}\left[\frac{2}{\gamma - 1}\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)\right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \tag{3}$$

Fonction de Prandtl-Meyer $\nu(M)$



Relation ODC oblique

$beta(deg)$



$theta(deg)$