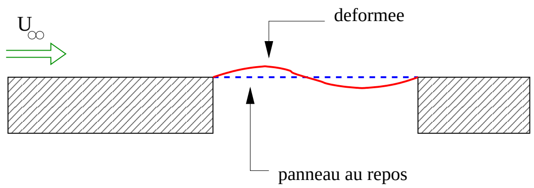
1 Flottement de panneaux en écoulement supersonique

On désire déterminer les conditions de flottement d'une structure assimilable à une paroi mince déformable encastrée aux deux extrémités et disposée dans un écoulement supersonique. L'étude de ce phénomène aéroélastique peut être entreprise au moyen d'un modèle simplifié où la paroi élastique est constituée de 3 plaques parfaitement rigides et articulées (Fig. 2).
Les caractéritiques des plaques sont identiques (masse m et longueur ℓ). Les extrémités de la plaque intérieure reposent sur deux appuis élastiques représentés par 2 ressorts de même raideur ($k_1 = k_2 = k$).



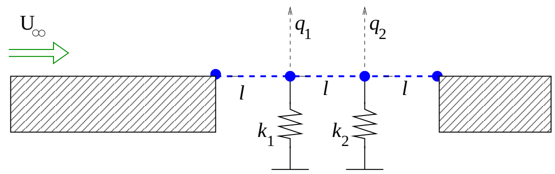


Figure 1: Géométrie réelle (à gauche) et modèle aéroélastique simplifié où la paroi élastique est représentée par 3 plaques rigides (à droite)

Les positions verticales des extrémités hautes de chaque ressort (notés q_1 et q_2) définissent les coordonnées généralisées du système.

2.1) Donner l'expression de l'énergie potentielle P du système mécanique en fonction de q_1, q_2 et k.
2.2) On montre que l'énergie cinétique K et les forces aérodynamiques généralisées Q_1 et Q_2 sont donnés par

$$K = \frac{1}{2}m\ell\left[\frac{2}{3}\dot{q}_1^2 + \frac{2}{3}\dot{q}_2^2 + \frac{1}{3}\dot{q}_1\dot{q}_2\right] \tag{1}$$

$$Q_1 = -\frac{1}{2}\rho_\infty\frac{U_\infty^2}{M_\infty}q_2 \tag{2}$$

$$Q_2 = \frac{1}{2}\rho_\infty\frac{U_\infty^2}{M_\infty}q_1 \tag{3}$$

- Les forces aérodynamiques généralisées contribuent-elles au couplage des modes propres de la structure?
- Ecrire les équations de la dynamique de ce système aéroélastique.

2.3) Etablir l'expression du déterminant de flottement en supposant que les déformations de la structure sont la réponse à de petites perturbations harmoniques en temps.
2.4) Notant $\lambda = \dfrac{\rho_\infty U_\infty^2}{2M_\infty k}$, obtenir une équation de la forme:

$$a\Omega^4 + b\Omega^2 + \lambda^2 + c = 0 \tag{4}$$

où on a posé $\Omega^2 = \dfrac{\omega^2 m\ell}{k}$ et a, b c sont des constantes à calculer.
2.5) - Caractériser le comportement aéroélastique du système en fonction de Ω^2
- Déterminer la valeur de la variable $\lambda = \lambda_F$ lorsqu'il y a flottement.
- En déduire la valeur de Ω_F correspondante

2.6) - Comparer la valeur de Ω_F avec celles des modes mécaniques (notées $\Omega_{1,2}$)
- Etablir le rapport des amplitudes des coordonnées généralisées pour le mode aéroélastique et les deux modes propres mécaniques. Tracer et commenter l'allure des 3 modes obtenus.

2.7) Justifier sans calcul que, si le même opérateur aérodynamique est conservé, alors la méthode-p donne une frontière de flottement identique.