

MODÈLES DE TURBULENCE  
TP OPENFOAM

ENCADRANTS : PAOLA CINNELLA

---

Ecoulement turbulent sur une plaque  
plane

---

*Etudiants :*  
Alexandre RICHARD  
Valentin DUVIVIER

*Numéro étudiant :*  
3700491  
3700091

25 février 2022



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Le modèle komegaSST . . . . .	1
1.2	Le modèle kEpsilonSST . . . . .	2
1.3	Le modèle Spalart-Allmaras . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Résultats numériques</b>	<b>4</b>
2.1	Activité 1 . . . . .	4
2.1.1	Etude de la structure des dictionnaires : 0, constant et system . . . . .	4
2.1.2	Étude de la structure du script ALLRUN . . . . .	5
2.2	Activité 2 . . . . .	5
2.2.1	Sensibilité de la solution au paramètre endTime . . . . .	5
2.2.2	Evolution du coefficient de frottement pariétal selon $y^+$ . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Conclusion <math>y^+</math></b>	<b>10</b>
3.1	Activité 3 . . . . .	11
3.1.1	Le modèle Spalart-Allmaras . . . . .	11
3.2	Activité 4 . . . . .	14
3.2.1	Superposition des résultats des trois modèles . . . . .	14
<b>4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>15</b>
	<b>References</b>	<b>16</b>

# 1 Introduction

Durant ce travail pratique on s'intéresse à l'étude d'un écoulement turbulent ( $Re = 5e6$ ), incompressible ( $Ma = 0.2$ ) au dessus d'une plaque plane [1] :

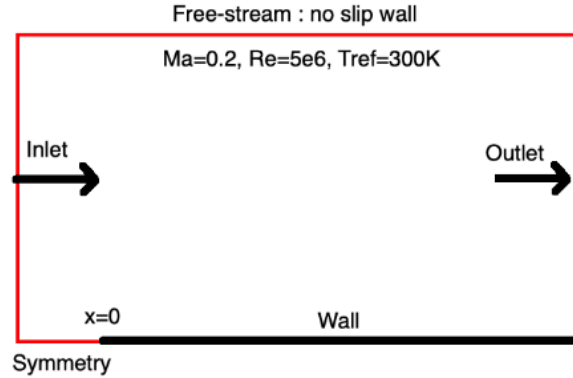


FIGURE 1 – Plaque plane - partie supérieure

Ce système est un cas de "sillage" au contact d'une plaque rigide, statique ; à travers lequel on va étudier l'aspect général de différents modèles RANS. On va ainsi caractériser le coefficient de frottement  $C_f = \frac{\tau_{wall}}{\frac{1}{2}\rho U_{ref}^2}$  en fonction du nombre de Reynolds par rapport au bord d'attaque  $Re_x = \frac{(x-x_0)U_{ref}}{\nu}$ . L'idée sera alors de voir les points forts des différents modèles ainsi que leurs différentes faiblesses.

Nous nous intéresserons plus particulièrement au comportement de l'écoulement en fonction de la taille de première maille, du nombre d'itération pour la convergence et des différents modèles. Ci dessous, on décrit brièvement chaque modèle utilisé durant le TP à l'aide du cours de monsieur Sciacovelli [2].

## 1.1 Le modèle komegaSST

Ce modèle est un modèle algébrique à 2 équations. Il est construit à partir des modèles  $k_t - \epsilon$  et  $k_t - \omega$  :

$$\begin{cases} \frac{\delta k_t}{\delta t} + \frac{\delta \tilde{u}_j k_t}{\delta x_j} = \frac{1}{\bar{\rho}} \tau_{ij}^R \frac{\delta \tilde{u}_i}{\delta x_j} - \beta^* k \omega + \frac{\delta}{\delta x_j} \left[ (\bar{\nu} + \sigma_k \nu_t) \frac{\delta k}{\delta x_j} \right] \\ \frac{\delta \omega}{\delta t} + \frac{\delta \tilde{u}_j \omega}{\delta x_j} = \frac{\alpha}{\bar{\rho} \nu_t} \tau_{ij}^R \frac{\delta \tilde{u}_i}{\delta x_j} - \beta \omega^2 + \frac{\delta}{\delta x_j} \left[ (\bar{\nu} + \sigma_\omega \nu_t) \frac{\delta \omega}{\delta x_j} \right] + 2(1 - F_1) \frac{\sigma_{\omega_2}}{\omega} \frac{\delta k_t}{\delta x_j} \frac{\delta \omega}{\delta x_j} \end{cases} \quad (1)$$

Avec  $\omega$  le taux de de dissipation spécifique défini comme :

$$\omega = \frac{\epsilon}{C_\mu k_t} \quad (2)$$

et  $k$  l'énergie cinétique turbulente.

Au delà des termes de fermetures, le modèle est dirigé par  $F_1$  :

$$F_1 = \begin{cases} 1 & \text{(Région proche de la paroi) On retrouve alors le comportement du modèle } k_t - \omega \\ 0 & \text{(Loin de la paroi) On retrouve alors le comportement du modèle } k_t - \epsilon \end{cases} \quad (3)$$

Ce modèle cherche donc à combiner les avantages des deux modèles. Il a un comportement robuste dans la couche visqueuse et une indépendance aux valeurs au loin.

## 1.2 Le modèle kEpsilonSST

Le modèle  $k_t - \epsilon$ , là aussi un modèle à 2 équations de transport, est basé sur l'énergie cinétique turbulente  $k$  et sur le taux de dissipation  $\epsilon$  :

$$\begin{cases} \frac{\delta k_t}{\delta t} + \frac{\delta \tilde{u}_j k_t}{\delta x_j} = \frac{1}{\bar{\rho}} \tau_{ij}^R \frac{\delta \tilde{u}_i}{\delta x_j} - \epsilon + \frac{\delta}{\delta x_j} \left[ \left( \bar{\nu} + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\delta k}{\delta x_j} \right] \\ \frac{\delta \epsilon}{\delta t} + \frac{\delta \tilde{u}_j \epsilon}{\delta x_j} = C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{\bar{\rho} k_t} \tau_{ij}^R \frac{\delta \tilde{u}_i}{\delta x_j} - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k_t} + \frac{\delta}{\delta x_j} \left[ \left( \bar{\nu} + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\delta \epsilon}{\delta x_j} \right] \end{cases} \quad (4)$$

avec  $C_{\epsilon 1}$ ,  $C_{\epsilon 2}$ ,  $\sigma_k$  et  $\sigma_\epsilon$  des constantes du modèle à définir depuis les résultats expérimentaux.

Ce modèle possède une indépendance aux valeurs du flux libre et reproduit correctement la contrainte de cisaillement dans les écoulements à cisaillement libre.

On s'attend à ce que son champs d'application soit plus large que les modèles  $k - \epsilon$  et SA, moyennant une loi de paroi convenablement calibrée.

## 1.3 Le modèle Spalart-Allmaras

Le modèle Spalart-Allmaras est une équation de transport directement basée sur une viscosité turbulente "modifiée" :

$$\begin{aligned} \frac{\delta \nu_{sa}}{\delta t} + \tilde{u}_j \frac{\delta \nu_{sa}}{\delta x_j} = c_{b1} (1 - f_{t2}) S_{sa} \nu_{sa} - \left[ c_{w1} f_w - \frac{c_{b1}}{\kappa^2} f_{t2} \right] \left( \frac{\nu_{sa}}{d} \right)^2 + \\ \frac{1}{\sigma} \left[ \frac{\delta}{\delta x_j} \left( (\tilde{\nu} + \nu_{sa}) \frac{\delta \nu_{sa}}{\delta x_j} \right) + c_{b2} \frac{\delta \nu_{sa}}{\delta x_k} \frac{\delta \nu_{sa}}{\delta x_k} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

où viscosité turbulente est donnée par :

$$\nu_t = \nu_{sa} \cdot f_{v_1} \quad (6)$$

Par conséquent la destruction visqueuse est prise en compte dans la définition de  $\nu_t$  (au moyen de  $f_{v_1}$ ). L'intérêt de ne pas résoudre directement une équation de transport pour  $\nu_t$  est à cause du comportement de  $\nu_t$  près du mur. On se permet donc de résoudre la viscosité et d'imposer séparément une condition d'adhérence à la paroi.

## 2 Résultats numériques

### 2.1 Activité 1

#### 2.1.1 Etude de la structure des dictionnaires : 0, constant et system

Dans le dictionnaire 0, on retrouve des fonctions pour la viscosité turbulente  $\nu_t$ , l'énergie cinétique turbulente  $k$ , la dissipation spécifique  $\omega$  et la dissipation  $\epsilon$ . On pose alors des conditions limites pour ces différentes variables :

1.  $\nu_t$  :  $\nu_t$  en entrée, en sortie et en haut du domaine est fixé. Au niveau de la **plaque**,  $\nu_t$  est calculé à partir d'une **fonction de proche paroi**.
2.  $\omega$  :  $\omega$  en entrée est fixé. A la **paroi**,  $\omega$  est calculé à partir d'une **fonction de proche paroi** et une **correction de blended**, un traitement automatique pour rendre les résultats insensibles au raffinement du maillage des murs. En sortie et en haut de la plaque on a une condition de zéro gradient.
3.  $\epsilon$  :  $\epsilon$  en entrée est fixée à partir de la valeur calculée avec le modèle  $k - \omega$  :  $\epsilon = \omega.k.C_\mu$ . A la **plaque**,  $\epsilon$  est calculé à partir d'une **fonction de proche paroi** et une **correction bas Reynolds** est activée. En sortie et en haut du domaine on a une condition de **zéro gradient** (i.e. valeur constante).
4.  $k$  :  $k$  en entrée est fixée. Au niveau de la **plaque**,  $k$  est calculé à partir d'une **fonction de proche paroi**. Aux autres faces du domaine on impose une condition de **zéro gradient**.

Dans le dictionnaire constant, on retrouve les propriétés de turbulence et notamment turbulenceProperties :

1. **turbulenceProperties** : c'est dans cette fonction que l'on définit le **modèle** de **turbulence** pour la **simulation**, le RAS "Reynolds Averaged Simulation". On peut également définir si on traite ou non la turbulence.

Dans le dictionnaire constant, on retrouve les fonctions liées à l'exploitation des résultats controlDict, la discrétisation des équations fvSchemes et la méthode de résolution fvSolution.

1. **controlDict** : dans cette fonction on choisit le **pas de temps** de la résolution ainsi que le **nombre d'itérations** ;
2. **fvSchemes** : dans cette fonction on discrétise les équations au travers des **opérateurs** gradient, divergence, Laplacien, etc. On caractérise par ailleurs la stationnarité de l'écoulement ;
3. **fvSolution** : il contient les facteurs de relaxation mais surtout la **méthode de résolution** numérique et spécifie chaque solveur linéaire utilisé ainsi que la **tolérance** associée.

### 2.1.2 Étude de la structure du script ALLRUN

Le script Allrun applique une sélection de modèles de turbulence à une série de valeur de première maille  $y^+$ , pour lesquelles des graphiques sont créés afin de comparer les prédictions aux données de Weighardt [?]. Avec  $y^+$  défini selon la loi de parois :

$$y^+ = \frac{\Delta y \nu}{u_\tau} \quad (7)$$

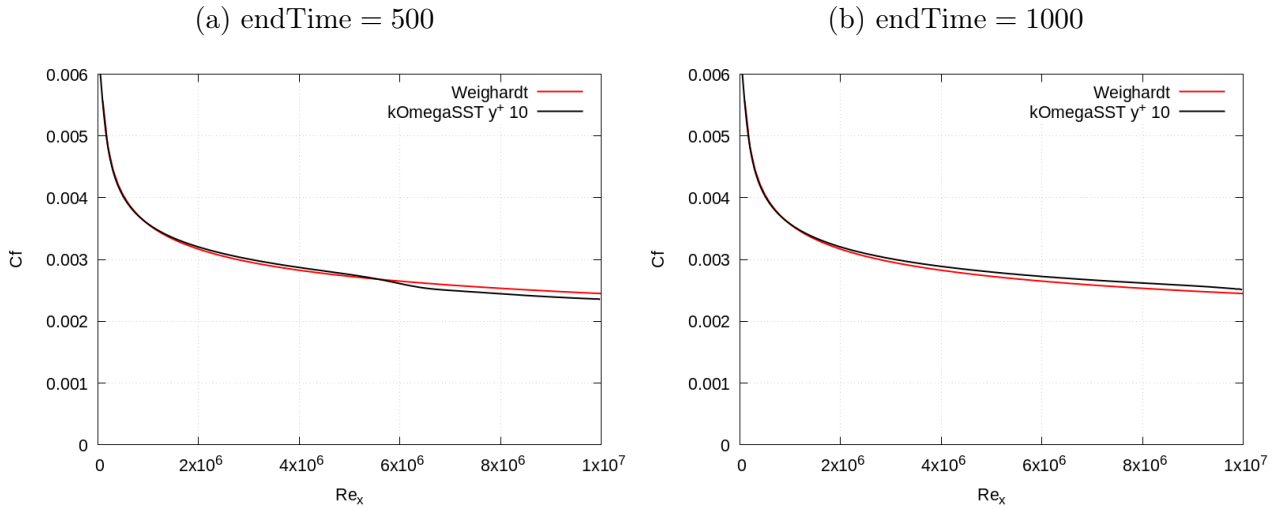
## 2.2 Activité 2

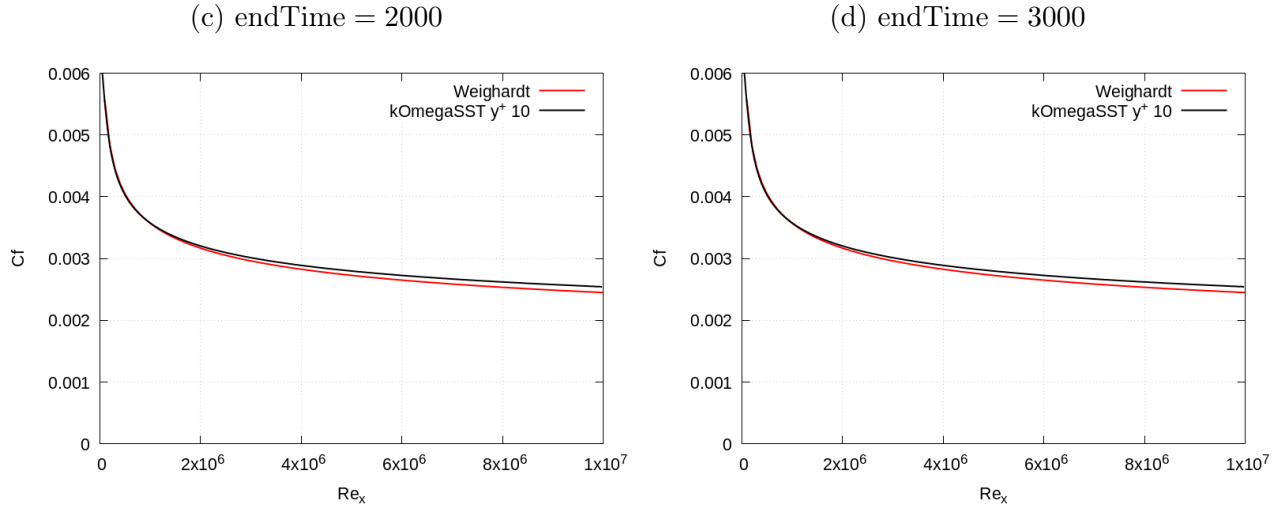
On s'intéresse ici aux modèles komegaSST et kEpsilonSST, et on cherche à en déduire certains comportements généraux et d'autres plus spécifiques à ces modèles.

### 2.2.1 Sensibilité de la solution au paramètre endTime

Dans un premier temps, on s'intéresse à caractériser la dépendance entre précision des résultats et itérations du modèle. Les résultats du modèle komegaSST sont supposés extrapolables pour les autres modèles.

Pour vérifier la précision des résultats, les mesures sont comparées avec une corrélation empirique des données expérimentales de Wieghardt et Tillman [3].



FIGURE 2 – Sensibilité de la solution au paramètre  $endTime$ 

On observe que pour un temps de calcul de 500, il y a un saut dans l'écoulement, à partir duquel la solution ne suit plus la solution "théorique" ; il semble donc qu'il y ait un problème de recollement à ces hauts  $Re$ .

A partir de  $endTime = 1000$  on a une bien meilleure précision des résultats, indépendamment du nombre de  $Re$  de l'écoulement.

Par ailleurs, on remarque que les résultats aux temps 1000, 2000 et 3000 sont identiques. Par conséquent pour la suite on pourra se permettre d'utiliser un temps de calcul de 1000 afin d'avoir une bonne précision sur nos résultats tout en gardant un calcul rapide.



### 2.2.2 Evolution du coefficient de frottement pariétal selon $y^+$

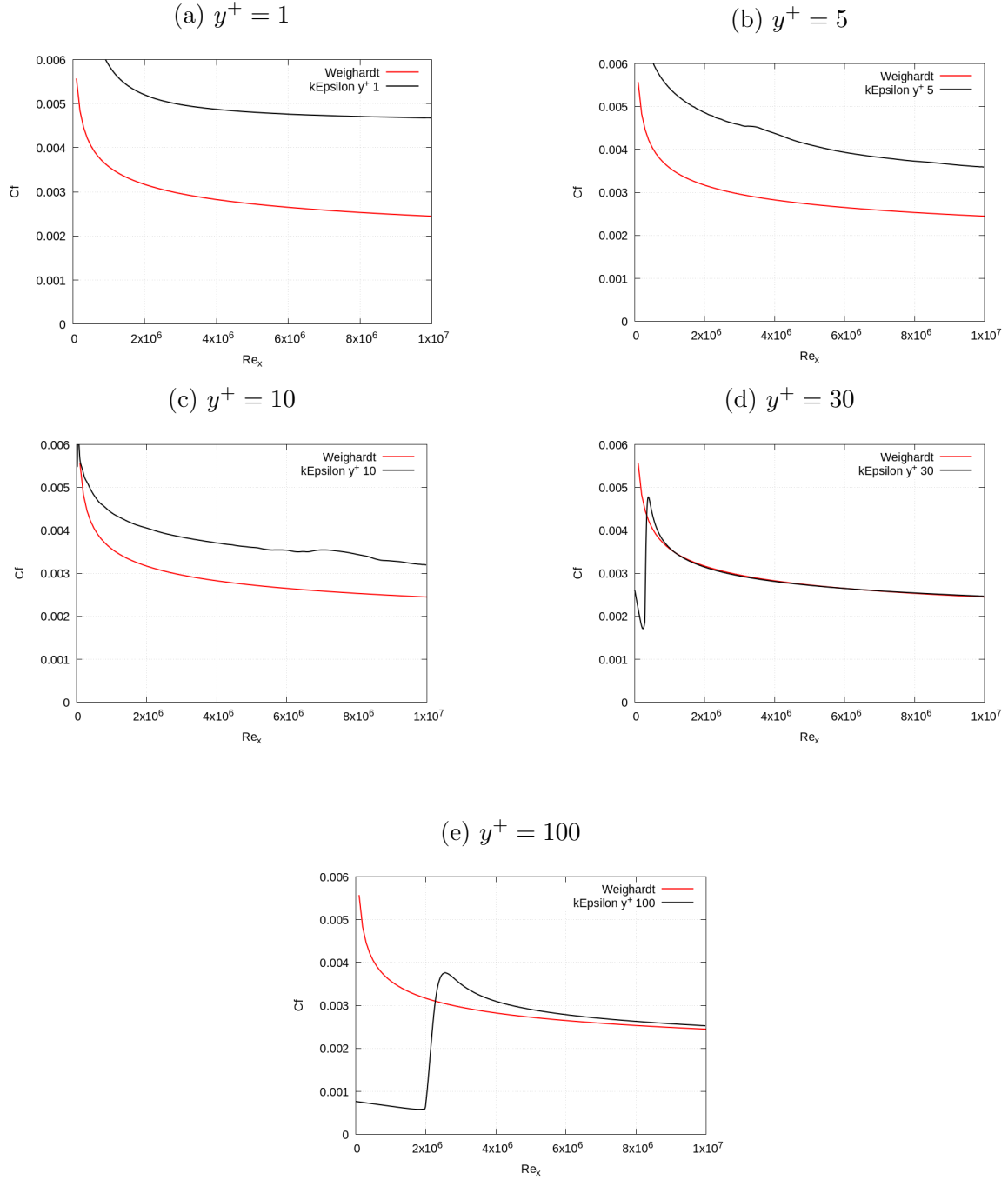


FIGURE 3 – Evolution du coefficient de frottement pariétal en fonction de  $y^+$  pour le modèle kEpsilon

Avec le modèle kEpsilon on observe que la solution ne colle pas du tout aux résultats expérimentaux pour de faible valeur de  $y^+$ , ce qui est normal car ce modèle est connu pour son mauvais comportement en proche paroi.

Plus précisément on remarque que pour un  $y^+ \geq 30$ , le coefficient pariétal a un comportement correct mais est sous-estimé pour les faibles écoulements (i.e.  $Re < \approx 2.e^{-6}$ ). A l'inverse, pour  $y^+ < 30$ , le coefficient pariétal est sur-estimé sur l'ensemble des  $Re$  mais a le même comportement que celui des résultats expérimentaux.

Nous remarquons donc que pour un  $y^+ \geq 30$  c'est à dire une taille de maille à la paroi supérieure à la taille de la sous couche visqueuse, le modèle kEpsilon donne globalement de bons résultats.

Ce résultat est plutôt logique sachant que pour  $30 < y^+ < 300$  nous sommes dans la couche logarithmique, soit la zone où :

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + C^+ \quad (8)$$

Or on sait que kEpsilon donne de bons résultats justement loin de la paroi, donc avec cet  $y^+$  on résout loin de la paroi.

A l'inverse on remarque que pour un  $y^+ < 30$ , une taille de première maille plus proche de la taille de la sous couche visqueuse, le modèle kEpsilon donne de moins bons résultats. Ce qui est logique car là on résout des mailles proches de la paroi, là où le modèle kEpsilon a un mauvais comportement.

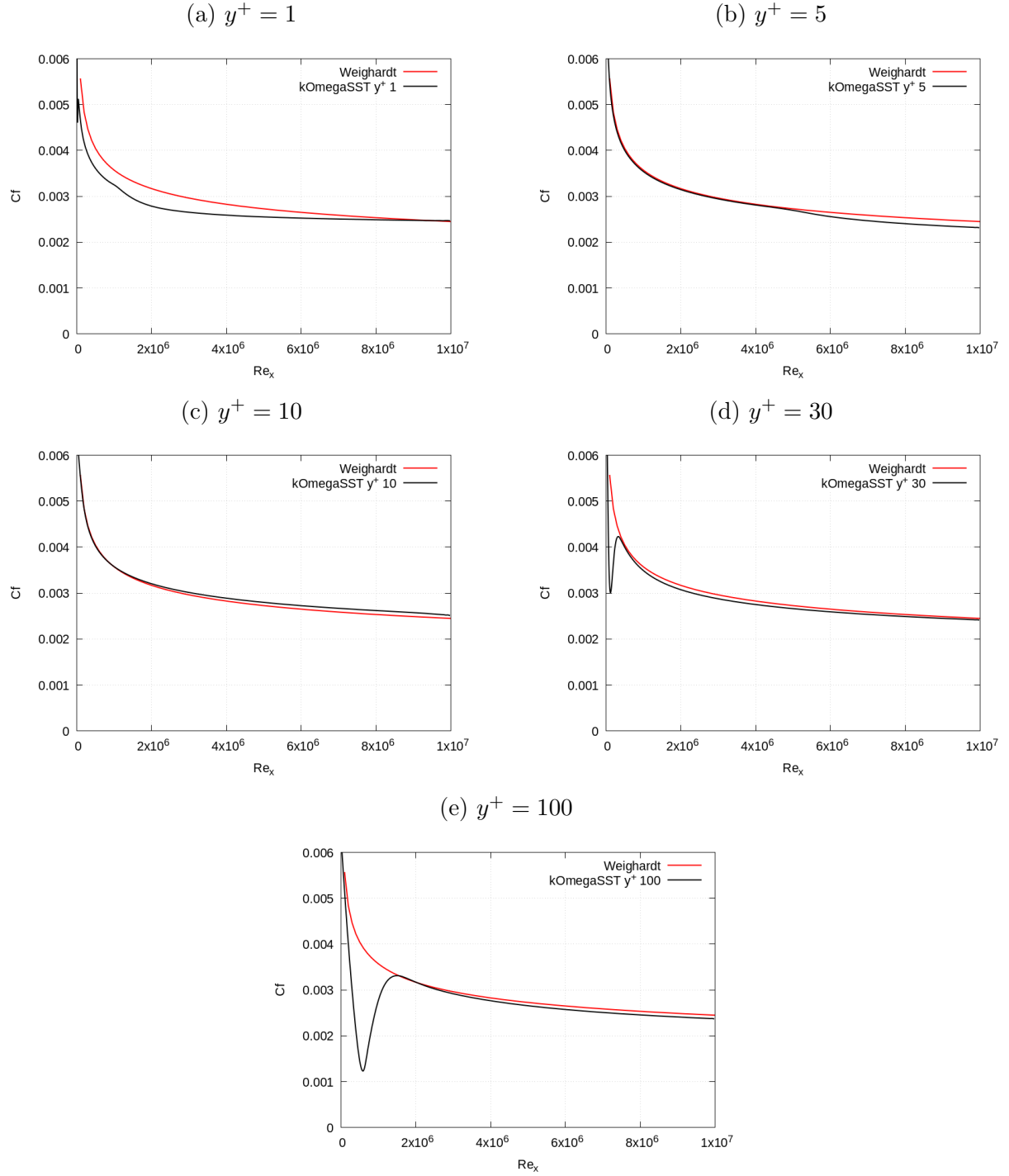


FIGURE 4 – Evolution du coefficient de frottement pariétal en fonction de  $y^+$  pour le modèle  $k\Omega$ SST

Avec le modèle kOmega, de manière générale on observe que la solution colle assez bien aux résultats expérimentaux. Ce qui est normal car ce modèle est connu pour son bon comportement à la fois en proche paroi et à l'infini.

Plus précisément on remarque que pour un  $y^+ \geq 30$ , le coefficient pariétal n'a pas un comportement correct et est sous-estimé pour des bas Reynolds ( $Re_x < 2.10^6$ ), mais est ensuite correct. De même, pour un  $y^+ < 5$ , le coefficient pariétal est sous-estimé mais a le même comportement que celui des résultats expérimentaux.

Nous remarquons donc que pour un  $y^+ \leq 30$ , soit une taille de première maille supérieure à la taille de la sous couche visqueuse, le modèle kOmegaSST donne de moins bons résultats, ce qui est finalement logique sachant que pour  $30 < y^+ < 300$  nous sommes dans la couche log, c'est à dire la zone où :

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + C^+ \quad (9)$$

Or on sait que kOmegaSST donne de bons résultats justement en proche parois, donc avec cet  $y^+$  on perd les informations dans cette zone.

Il faut tout de même nuancer cette dernière remarque, car si la solution du modèle kOmegaSST est moins bonne pour  $y^+ < 5$ , elle reste tout de même complètement acceptable. Car très proche des résultats expérimentaux.

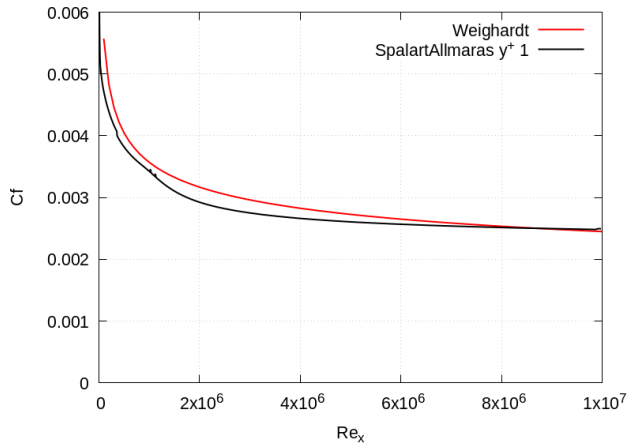
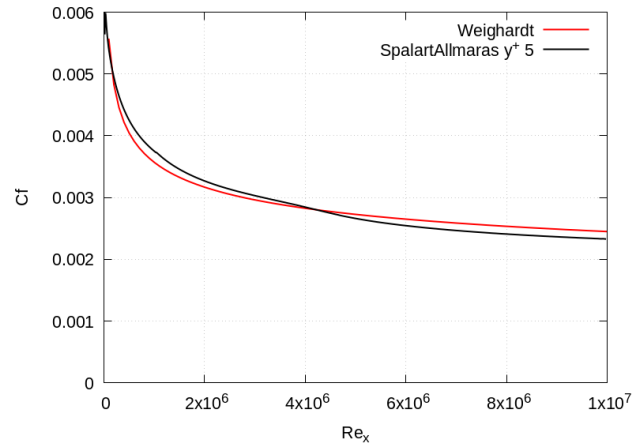
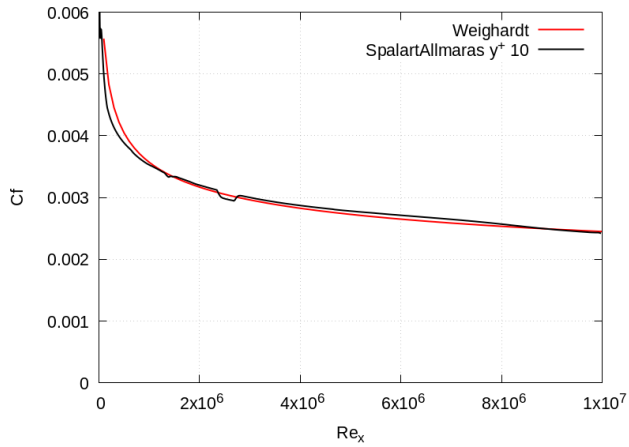
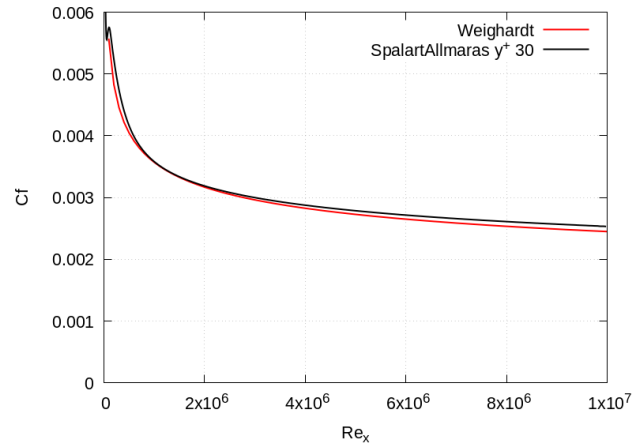
### 3 Conclusion $y^+$

Le modèle kOmegaSST sait le plus reproduire les turbulences, que ce soit en proche paroi ou à l'infini. Les 2 modèles présentes des écarts importants pour de grands  $y^+$  au niveau du bord d'attaque.

Dans la partie suivante on va voir en quoi le modèle Spalart-Allmaras peut corriger ça.

### 3.1 Activité 3

#### 3.1.1 Le modèle Spalart-Allmaras

(a)  $y^+ = 1$ (b)  $y^+ = 5$ (c)  $y^+ = 10$ (d)  $y^+ = 30$ 

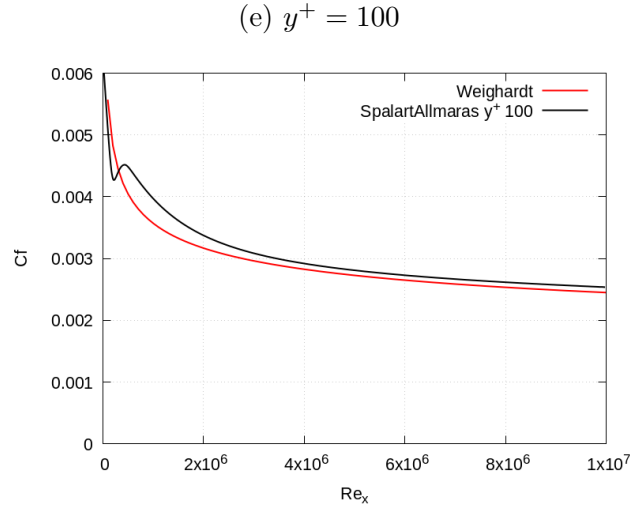


FIGURE 5 – Evolution du coefficient de frottement pariétal en fonction de  $y^+$  pour le modèle Spalart Allmaras

Pour créer le modèle Spalart-Allmaras, non présent dans le *tutorials turbulentFlatPlate* il a fallu suivre plusieurs étapes :

- Créer un dossier 0.SpalartAllmaras contenant les fichiers nut, U et p
- Créer le fichier nuTilda (dans lequel on a fixé une valeur nulle au bottomWall, un gradient nul au topWall et à l'outlet, et une valeur fixe à l'inlet qu'on a fixé à  $3\nu_{inf} = 4,2e - 5$  avec  $\nu_{inf} = 1,388e - 5$  comme indiqué sur le site de la NASA) et l'ajouter au dossier 0.SpalartAllmaras
- Créer un fichier turbulenceProperties-SpalartAllmaras préciser le modèle RAS que l'on souhaitait utiliser (c'est à dire ici le modèle Spalart Allmaras) et l'ajouter au dossier constant
- Ajouter au fichier fvSchemes la fonction `div(phi,nuTilda) bounded Gauss linearUpwind grad(nuTilda)`

Il est intéressant de remarquer que le modèle Spalart-Allmaras, est pratiquement insensible à la valeur de  $y^+$ , on a pu vérifier facilement que ce modèle a un comportement cohérent pour des mailles comprises entre  $1 < y^+ < 100$ .

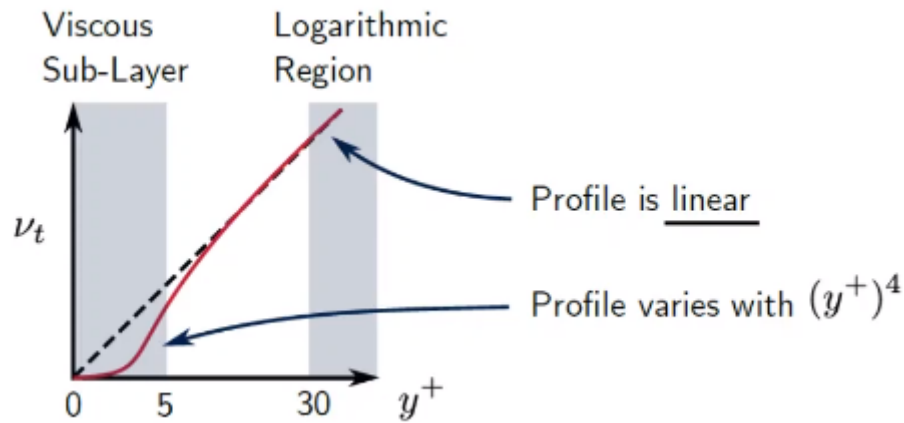


FIGURE 6 – Caption

Cela est dû à la définition de  $\nu_{SA}$  qui permet de faciliter la résolution de la viscosité turbulente.  $\nu_{SA}$  reproduit très bien l'amortissement visqueux grâce à la fonction  $f_{v1}$ , et on a Loin de la paroi,  $f_{v1} \rightarrow 1$ , ce qui donne  $\nu_{SA} = \nu_t$ .

## 3.2 Activité 4

### 3.2.1 Superposition des résultats des trois modèles

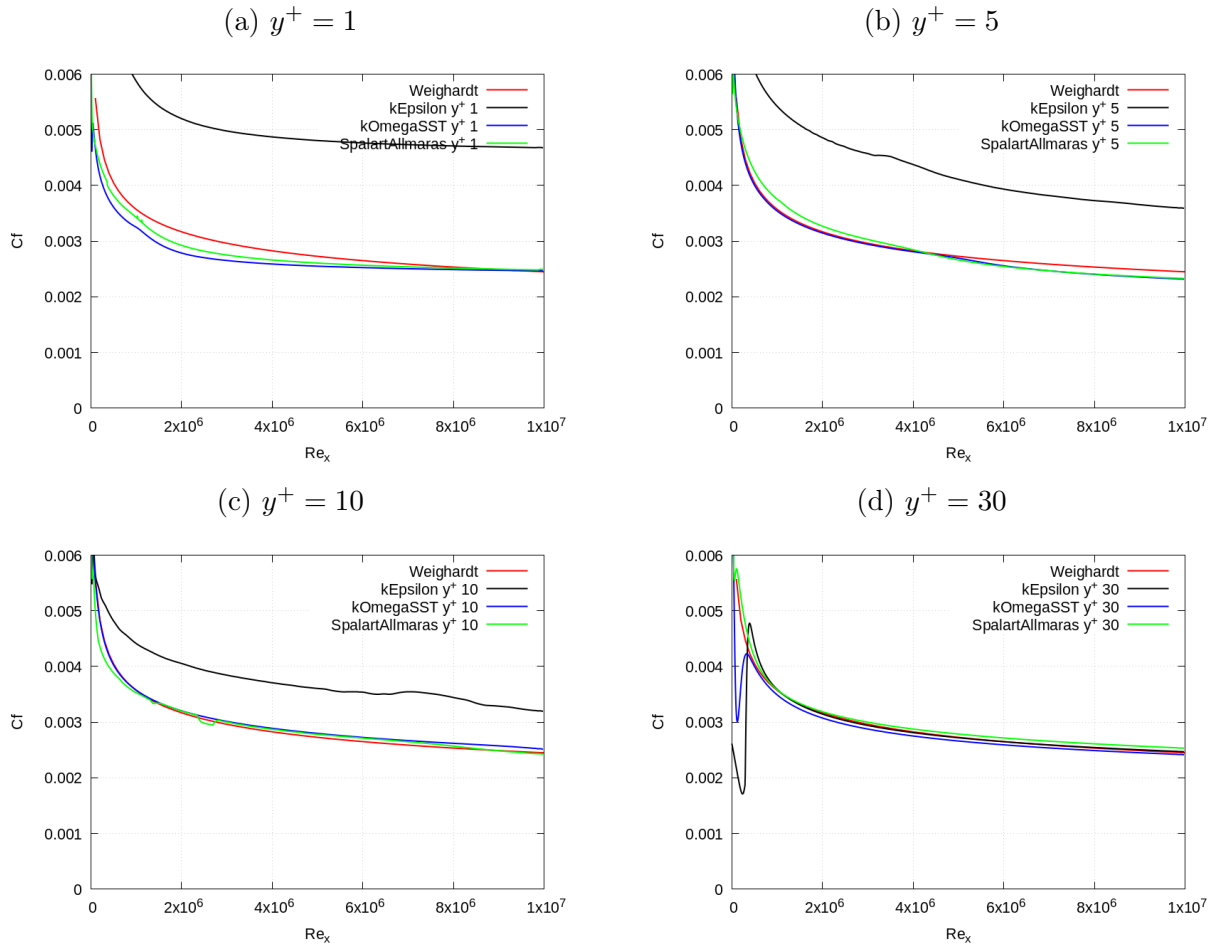


FIGURE 7 – Comparaison des 3 modèles

Comme on peut le voir sur cette dernière figure, les modèles Spalart-Allmaras et  $k - \omega SST$  présentent un comportement asymptotique assez correct. Pour des  $1 < y^+ < 30$  les deux modélisations sont très proches de la réalité expérimentale.

Pour ce qui est du modèle kEpsilon, on peut facilement voir que sa modélisation est bien moins bonne que celles des deux autres modèles, et comme on a pu le dire dans l'activité 2, plus  $y^+$  est petit, plus sa prédiction est mauvaise.



## 4 Conclusion

En conclusion, ce tp nous aura permis de visualiser les qualités et les défauts des 3 modèles RANS les plus connus pour un problème d'écoulements turbulents sur une plaque plane. A travers cet exemple nous avons pu comprendre le rôle de la résolution du maillage en proximité des parois ainsi que le rôle des lois de paroi. De plus nous avons également appris à utiliser les modèles de turbulence codés dans OpenFoam.

Nous avons pu observer que les modèles Spalart-Allmaras et  $k-\omega SST$  présentent un comportement asymptotique correct, on obtient des modèles très proches des résultats expérimentaux pour n'importe quel  $y^+$ .

Les 2 modèles Spalart-Allmaras et  $k-\omega SST$  sont pratiquement insensibles à  $y^+$ , nous avons pu vérifier que ces deux modèles avaient un comportement cohérent pour des mailles comprises entre  $1 < y^+ < 100$ . De plus, le modèle k-Omega a un comportement particulièrement correct pour des mailles comprises entre  $5 < y^+ < 30$ .

A l'inverse le modèle k- $\epsilon$  ne donne pas de bons résultats pour ce problème, on aurait pu s'en douter car ce modèle n'a pas un bon comportement en proche paroi. Cependant il fut intéressant de remarquer que son comportement était correct pour des  $y^+ > 30$ , on a pu donc voir son indépendance aux valeurs de champs lointain.

## Références

- [1] J. W. Slater. Responsible NASA Official/Curator. Turbulent flat plate. <https://www.grc.nasa.gov/www/wind/valid/fpturb/fpturb.html>. Archive Nasa. Last updated 10-feb-2021.
- [2] L. Sciacovelli. High-fidelity simulations for turbulent flows. Modeling handout, 2021-2022.
- [3] W. Tillmann K. Wiegardt. On the turbulent friction layer for rising pressure, naca tm-1314. *ON THE TURBULENT FRICTION LAYER FOR RISING PRESSURE*, pages 1–48, October 1951.