

**2A002 – Bases de Thermodynamique**  
**Examen de seconde session du 1<sup>er</sup> juin 2016**  
**Durée : 2h. Sans document. Appareils électroniques interdits.**

**Question de cours :**

A partir du 2<sup>nd</sup> principe de la thermodynamique, démontrer que la variation d'entropie de  $N$  moles d'un gaz parfait de capacités calorifiques  $C_p$  et  $C_v$ , entre un état d'équilibre initial  $(p_i, V_i, T_i)$  et un état d'équilibre final  $(p_f, V_f, T_f)$  s'écrit :

$$\Delta S = C_v \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + NR \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = C_p \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) - NR \ln\left(\frac{p_f}{p_i}\right)$$

**Exercice :**

Un gaz parfait est contenu dans un cylindre fermé par un piston qui peut coulisser sans frottement. On suppose que les parois et le piston sont indéformables.

Initialement, le gaz est à l'équilibre à la pression  $p_0$ , à la température  $T_0$  et occupe un volume  $V_0$ . On veut comprimer ce gaz de  $p_0$  à  $p_1$ . On notera  $\chi = p_1/p_0$  et  $\gamma = C_p/C_v$ .

1. Partant de l'état initial  $(p_0, V_0, T_0)$ , on veut atteindre l'état d'équilibre final  $(p_1, V_1, T_1)$ , avec  $T_1 = T_0$ , en réalisant une **transformation isotherme**.
  - a. Représenter cette transformation sur un diagramme de Clapeyron.
  - b. Calculer  $V_1/V_0$  en fonction de  $\chi$ .
  - c. Calculer le travail,  $W_{isotherme}$ , échangé au cours de la transformation en fonction de  $p_0$ ,  $V_0$ ,  $\chi$ .
  - d. Quelle est la quantité de chaleur,  $Q_{isotherme}$ , échangée au cours de la transformation ?
  - e. Calculer la variation d'entropie  $\Delta S_{isotherme}$  du gaz. Quel est le signe de  $\Delta S_{isotherme}$  ?
2. Partant du même état d'équilibre initial  $(p_0, V_0, T_0)$ , on veut atteindre le même état d'équilibre final  $(p_1, V_1, T_1)$ , avec  $T_1 = T_0$  que dans la question précédente à l'aide de la transformation suivante : on comprime tout d'abord le gaz de façon **adiabatique réversible** jusqu'à une pression  $p'$ , puis on lui fait subir un **refroidissement réversible isochore** jusqu'à la température  $T_0$ .
  - a. Représenter cette transformation sur le diagramme de Clapeyron de la question 1.
  - b. Calculer le rapport de pression  $p'/p_0$  en fonction de  $\chi$  et  $\gamma$ .
  - c. Calculer le travail,  $W_I$ , échangé au cours de la transformation totale en fonction de  $p_0$ ,  $V_0$ ,  $\chi$  et  $\gamma$ .
  - d. Quelle est la quantité de chaleur,  $Q_I$ , échangée au cours de la transformation totale ?
  - e. Calculer la variation d'entropie  $\Delta S_I$  du gaz en fonction de  $p_0$ ,  $V_0$ ,  $T_0$ ,  $\chi$  et  $\gamma$ . Quel est le signe de  $\Delta S_I$  ?

3. On reprend la transformation de la question 2. Partant du même état d'équilibre initial  $(p_0, V_0, T_0)$ , on veut atteindre le même état final  $(p_1, V_1, T_1)$ , avec  $T_1 = T_0$  mais par un chemin irréversible. Ainsi la phase de compression adiabatique se produit de façon **irréversible** en appliquant une pression  $p''$  constante sur le gaz tout au long de la compression. Par ailleurs, on enlève l'isolation autour des parois du système et on laisse le gaz se refroidir sans changer son volume jusqu'à la température ambiante  $T_0$ . La phase de refroidissement est alors également **irréversible**. On supposera que la température des parois du dispositif est égale à  $T_0$  tout au long du refroidissement.
- Calculer le travail,  $W_2$ , échangé au cours de la transformation totale en fonction de  $p''$ ,  $V_0$  et  $\chi$ .
  - Quelle est la quantité de chaleur,  $Q_2$ , échangée au cours de la transformation totale ?
  - Quelle est la production d'entropie,  $S_{pr}$ , au cours de la transformation totale ?
  - Par un raisonnement physique portant sur les transformations irréversibles adiabatiques, préciser si  $p''$  est supérieure ou inférieure à  $p'$ . Placer alors le point correspondant à la fin de la phase de compression sur le diagramme de Clapeyron des questions 1 et 2.
  - Retrouver le résultat de la question 3d par le calcul en donnant l'expression de  $p''/p_0$  en fonction de  $\chi$  et  $\gamma$  et en comparant au résultat de la question 2b.
  - Calculer le signe de la production d'entropie,  $S_{pr}$ . Que peut-on en conclure ?