Programación Funcional Ejercicios de Práctica Nro. 11

Esquemas de funciones I

Aclaraciones:

- Los ejercicios siguen un orden de complejidad creciente, y cada uno puede servir a los siguientes. No se recomienda saltear ejercicios sin consultar antes a un docente.
- Recordar que se pueden aprovechar en todo momento las funciones ya definidas, tanto las de esta misma práctica como las de prácticas anteriores.
- Probar todas las implementaciones, al menos en una consola interactiva.
- Es sumamente aconsejable resolver los ejercicios utilizando primordialmente los conceptos y metodologías vistos en clase, dado que los exámenes de la materia evalúan principalmente este aspecto. Para utilizando formas alternativas al resolver los ejercicios consultar a los docentes.

Ejercicio 1) Definir las siguientes funciones utilizando recursión estructural explícita sobre Pizza:

```
a. cantidadCapasQueCumplen
```

```
:: (Ingrediente -> Bool) -> Pizza -> Int
```

b. conCapasTransformadas

```
:: (Ingrediente -> Ingrediente) -> Pizza -> Pizza
```

C. soloLasCapasQue

```
:: (Ingrediente -> Bool) -> Pizza -> Pizza
```

Ejercicio 2) Definir las siguientes funciones utilizando alguna de las definiciones anteriores:

```
a. sinLactosa :: Pizza -> Pizza
```

b. aptaIntolerantesLactosa :: Pizza -> Bool

C. cantidadDeQueso :: Pizza -> Int

d. conElDobleDeAceitunas :: Pizza -> Pizza

Ejercicio 3) Definir,

```
pizzaProcesada :: (Ingrediente -> b -> b) -> b -> Pizza -> b,
que expresa la definición de fold para la estructura de Pizza.
```

Ejercicio 4) Resolver todas las funciones de los puntos 1) y 2) utilizando la función pizzaProcesada.

Ejercicio 5) Resolver las siguientes funciones utilizando pizzaProcesada (si resulta demasiado complejo resolverlas, dar primero una definición por recursión estructural explícita, y usar la técnica de los "recuadros"):

```
a. cantidadAceitunas :: Pizza -> Int
```

b. capasQueCumplen

```
:: (Ingrediente -> Bool) -> Pizza -> [Ingrediente]
```

- C. conDescripcionMejorada :: Pizza -> Pizza
- d. conCapasDe :: Pizza -> Pizza -> Pizza, que agrega las capas de la primera pizza sobre la segunda
- 0. primerasNCapas :: Int -> Pizza -> Pizza

Ejercicio 6) Demostrar las siguientes propiedades sobre el tipo Pizza, utilizando las definiciones por recursión estructural explícita para cada función:

- a. para todo f. length . capasQueCumplen f = cantidadDe f
- b. para todo \mathbf{p}_1 . para todo \mathbf{p}_2 . cantidadCapasQueCumplen \mathbf{p}_1 (conCapasDe \mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2)
 - = cantidadCapasQueCumplen f p₁ +
 cantidadCapasQueCumplen f p₂
- c. para todo \mathbf{f} . para todo \mathbf{p}_1 . para todo \mathbf{p}_2 .

```
conCapasTransformadas f (conCapasDe p_1 p_2)
```

- = conCapasDe (conCapasTransformadas f p_1) (conCapasTransformadas f p_2)

Ejercicio 7) Definir las siguientes funciones de esquemas sobre listas, utilizando recursión estructural de forma explícita:

```
a. map :: (a \rightarrow b) \rightarrow [a] \rightarrow [b]
```

C. foldr ::
$$(a \rightarrow b \rightarrow b) \rightarrow b \rightarrow [a] \rightarrow b$$

- d. recr :: b -> (a -> [a] -> b -> b) -> [a] -> b
- e. foldr1 :: $(a \rightarrow a \rightarrow a) \rightarrow [a] \rightarrow a$
- f. zipWith :: (a -> b -> c) -> [a] -> [b] -> [c]
- g. (Desafío) scanr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> [b]

Ejercicio 8) Demostrar las siguientes propiedades utilizando las definiciones anteriores (y algunas otras de prácticas anteriores):

```
a. map id = id
b. para todo f. para todo g. map f . map g = map (f . g)
c. para todo f. para todo xs. para todo ys.
    map f (xs ++ ys) = map f xs ++ map f ys
d. para todo f. concat . map (map f) = map f . concat
\theta. foldr ((+) . suma') \theta = sum . map suma'
f. para todo f. para todo z. foldr f z . foldr (:) [] = foldr f z
g. para todo f. para todo z. para todo xs. para todo ys.
    foldr f z (xs ++ ys) = foldr f (foldr f z ys) xs
h. (+1) . foldr (+) 0 = foldr (+) 1
i. para todo n. para todo f. many n f = foldr (.) id (replicate n f)
   siendo many 0 f = id
          many n f = f . many (n - 1)
j. para todo f. para todo xs. para todo ys.
     zipWith (flip f) xs ys
        = map (uncurry f) (flip zip XS yS)
k. (Desafío)
   para todo f. para todo g. para todo h. para todo z.
           si para todo x. para todo y. h (f x y) = g x (h y)
            entonces h . foldr f z = foldr g (h z)
   Dar un ejemplo de uso específico de esta propiedad.
```

Ejercicio 9) Definir las siguientes funciones utilizando solamente **foldr** en conjunto con algunos combinadores (como por ejemplo **flip**):

```
a. sum :: [Int] -> Int
b. length :: a -> Int
C. map :: (a -> b) -> [a] -> [b]
d. filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]
e. find :: (a -> Bool) -> [a] -> Maybe a
f. any :: (a -> Bool) -> [a] -> Bool
g. all :: (a -> Bool) -> [a] -> Bool
h. countBy :: (a -> Bool) -> [a] -> Int
i. partition :: (a -> Bool) -> [a] -> ([a], [a])
j. zipWith :: (a -> b -> c) -> [a] -> [b] -> [c]
k. scanr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> [b]
l. takeWhile :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]
m. take :: Int -> [a] -> [a]
o. elemAt :: Int -> [a] -> a
```

Ejercicio 10) Indicar cuáles de las siguientes expresiones tienen tipo, y para aquellas que lo tengan, decir cuál es ese tipo:

```
a. filter id
b. map (\x y z -> (x, y, z))
c. map (+)
d. filter fst
```

```
e. filter (flip const (+))
f. map const
g. map twice
h. foldr twice
i. zipWith fst
j. foldr (\x r z -> (x, z) : r z) (const [])
```