

# Theorie 3: Quantenmechanik

## Übungsblatt 5: Das freie Teilchen

**Deadline: Mittwoch 29.05.2024 18.00 via eCampus**

An einigen Stellen werden Sie folgendes Integral benötigen:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx e^{-x^2} = \sqrt{\pi}.$$

Wir betrachten ein freies Teilchen der Masse  $m$ , und wir nehmen an dass zum Zeitpunkt  $t = 0$  die Wellenfunktion gegeben ist durch

$$\psi(x, t = 0) = A e^{-ax^2/2},$$

wobei  $A$  und  $a$  positive reelle Konstanten sind

1. (2 Punkte) Bestimmen Sie den Wert von  $A$  so dass die Wellenfunktion normiert ist.
2. (2 Punkte) Bestimmen Sie die Wellenfunktion im Impulsraum  $\tilde{\psi}(p, t = 0)$  zum Zeitpunkt  $t = 0$ .
3. (1 Punkt) Mit Hilfe des Zeitentwicklungsoperators, bestimmen Sie die Wellenfunktion im Impulsraum  $\tilde{\psi}(p, t)$  zum Zeitpunkt  $t > 0$ .
4. (4 Punkte) Bestimmen Sie die Wellenfunktion im Ortsraum  $\psi(x, t)$  zum Zeitpunkt  $t > 0$ .
5. (4 Punkte) Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz für den Positionsoperator  $\hat{x}$ .
6. (5 Punkte) Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz für den Impulsoperator  $\hat{p}$ .
7. (1 Punkt) Zeigen Sie, dass die Unschärferelation für Ort und Impuls erfüllt ist.
8. (1 Punkt) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dass sich das Teilchen zum Zeitpunkt  $t > 0$  in Bereich  $x > 0$  aufhält.