

Vorlesung 22

Physikalisches Praktikum I

für Studierende (Lehramt) Physik, Meteorologie und Mathematik
findet im SS 2023 jeweils Mo, Di, Mi, Do oder Fr in der Zeit von 14 - 18 Uhr statt.

Zulassungsvoraussetzung: Teilnahme an Physik I Klausur

BASIS-Anmeldung: **01.01.23 - 28.02.23**

(Anmeldung zur Studienleistung unter Punkt „Prüfungsanmeldung“)

Vorbesprechung: **21.03.23 um 14:15 Uhr (Videokonferenz)**

Die fristgerechte BASIS-Anmeldung und die Teilnahme an der Vorbesprechung sind Voraussetzungen für die Teilnahme am Praktikum. Nach Ablauf der Anmeldefrist werden die Teilnehmer im zugehörigen eCampus-Kurs angemeldet (Info dazu kommt per Uni-Bonn-Email) und können dann eine Praktikumsgruppe auswählen.

Allg. Informationen: <https://www.physik-astro.uni-bonn.de/praktika/de/module/physik261>

Kontakt Praktikumsleitung: anfaengerpraktikum@physik.uni-bonn.de

Vorlesungsevaluation :

Um an der Evaluation teilnehmen zu können, ist eine Anmeldung im eCampus-Kurs der Fachschaft notwendig (einfach direkt beitreten)! Dieses Semester habt ihr auch die Möglichkeit der Fachschaft Feedback zu geben (FSR-Evaluation).

Fachschaft



fachschaft

FSR-Evaluation



Oder über [fspha.de/
fsrumfrage](http://fspha.de/fsrumfrage)

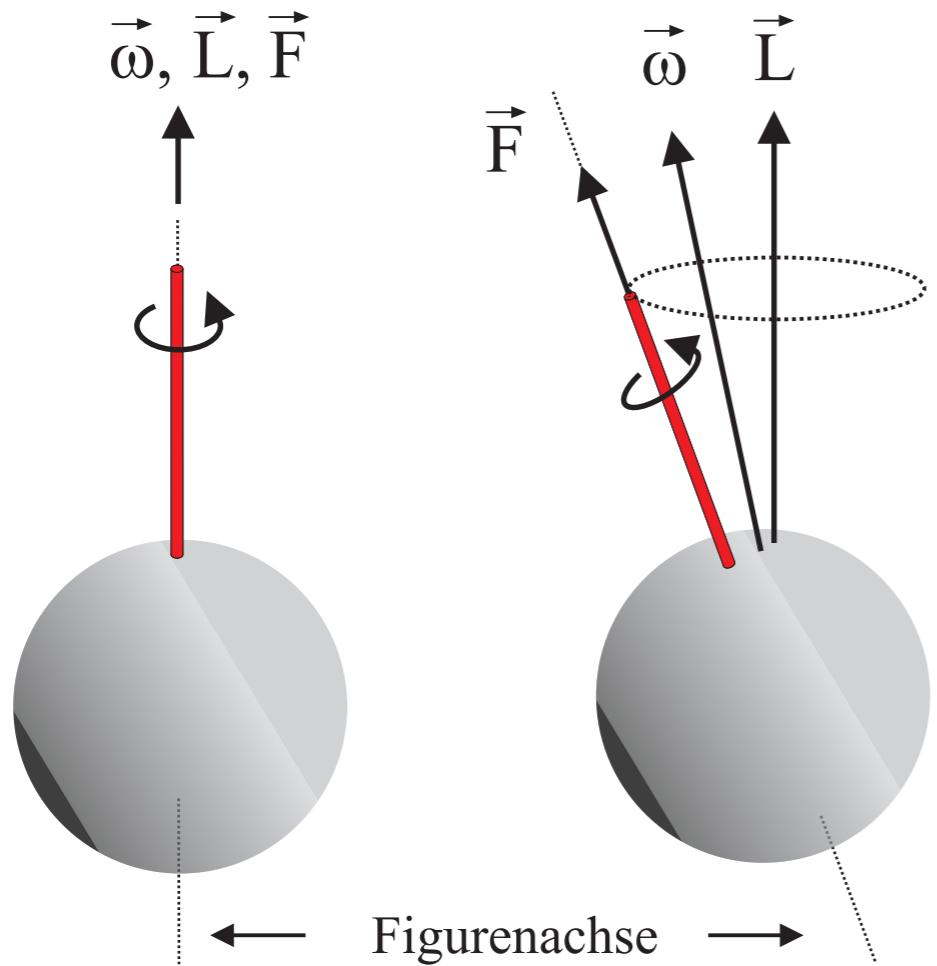
Florian Bernlochner



physik111

Versuch : Nutationsbewegung Pressluftkreisel

Bewegung des kräftefreien symmetrischen Kreisels
mit Figurenachse \vec{F} :



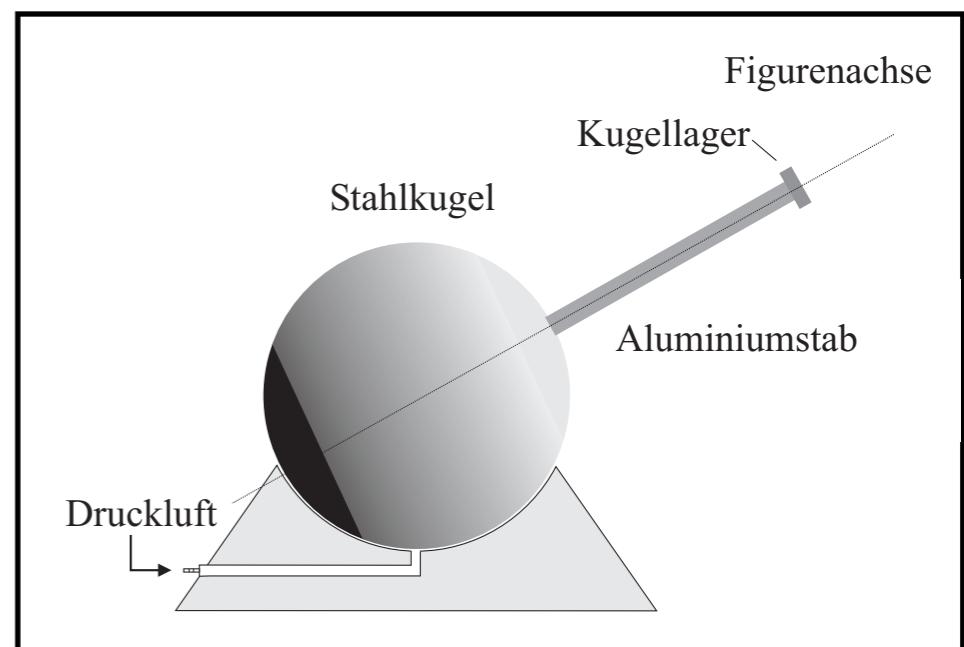
Drehrichtung und Drehimpuls
gleichgerichtet ($\vec{L} \parallel \vec{\omega}$)

Nutationsbewegung :
Alle drei Achsen ($\vec{L}, \vec{\omega}, \vec{F}$)
zeigen in andere Richtungen
und nur \vec{L} ist zeitlich konstant



Experimentelle Realisation :

Druckluft erzeugt ein
Luftkissen, auf dem die
Stahlkugel reibungsfrei rotieren
kann



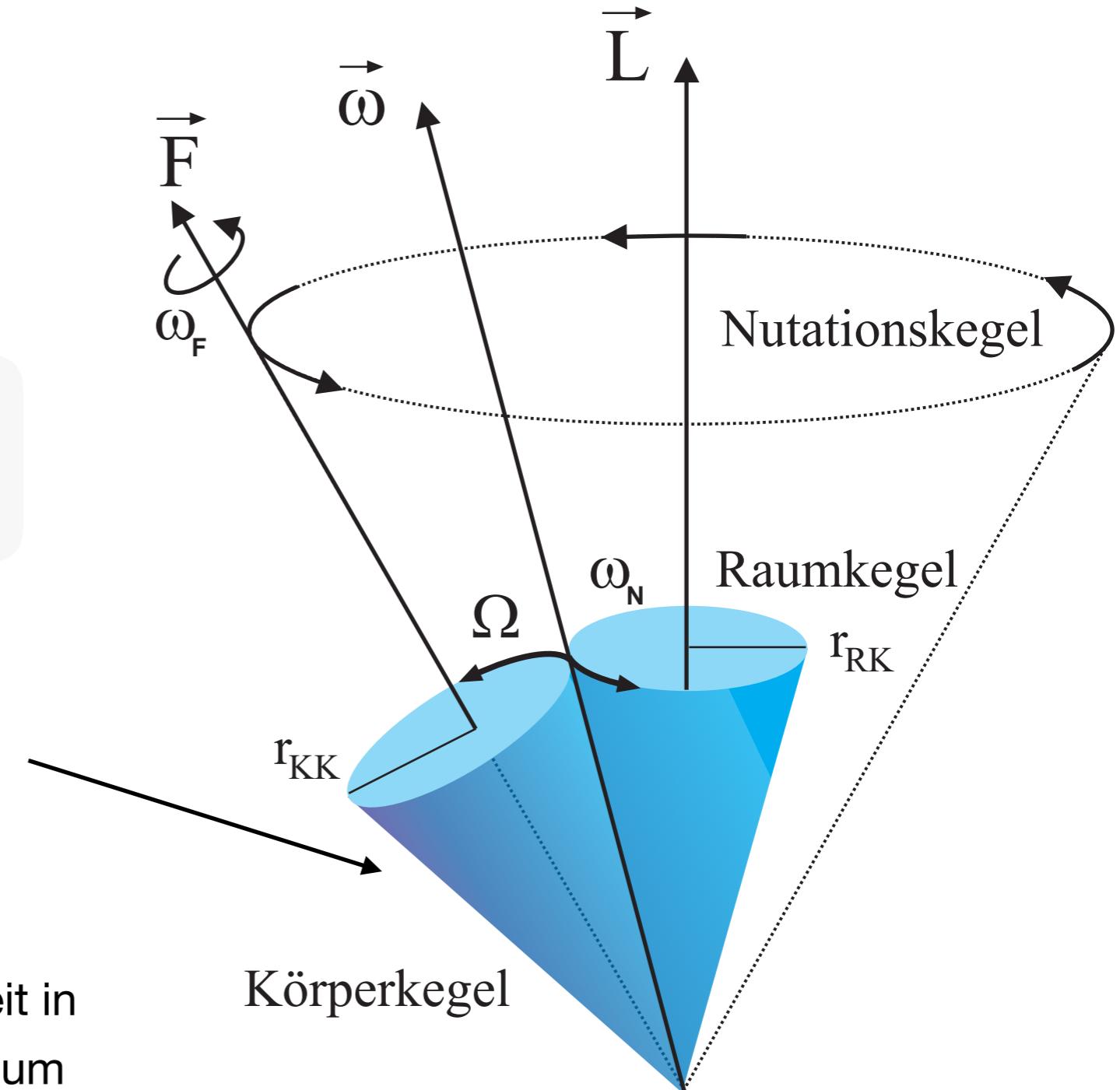
Bei Nutation liegen Figurenachse,
Drehimpuls und momentane
Winkelgeschwindigkeit **immer in einer**
Ebene

Kreisel weist $I_z < I_x = I_y$ auf,
mit I_z Trägheitsmoment der Figurenachse

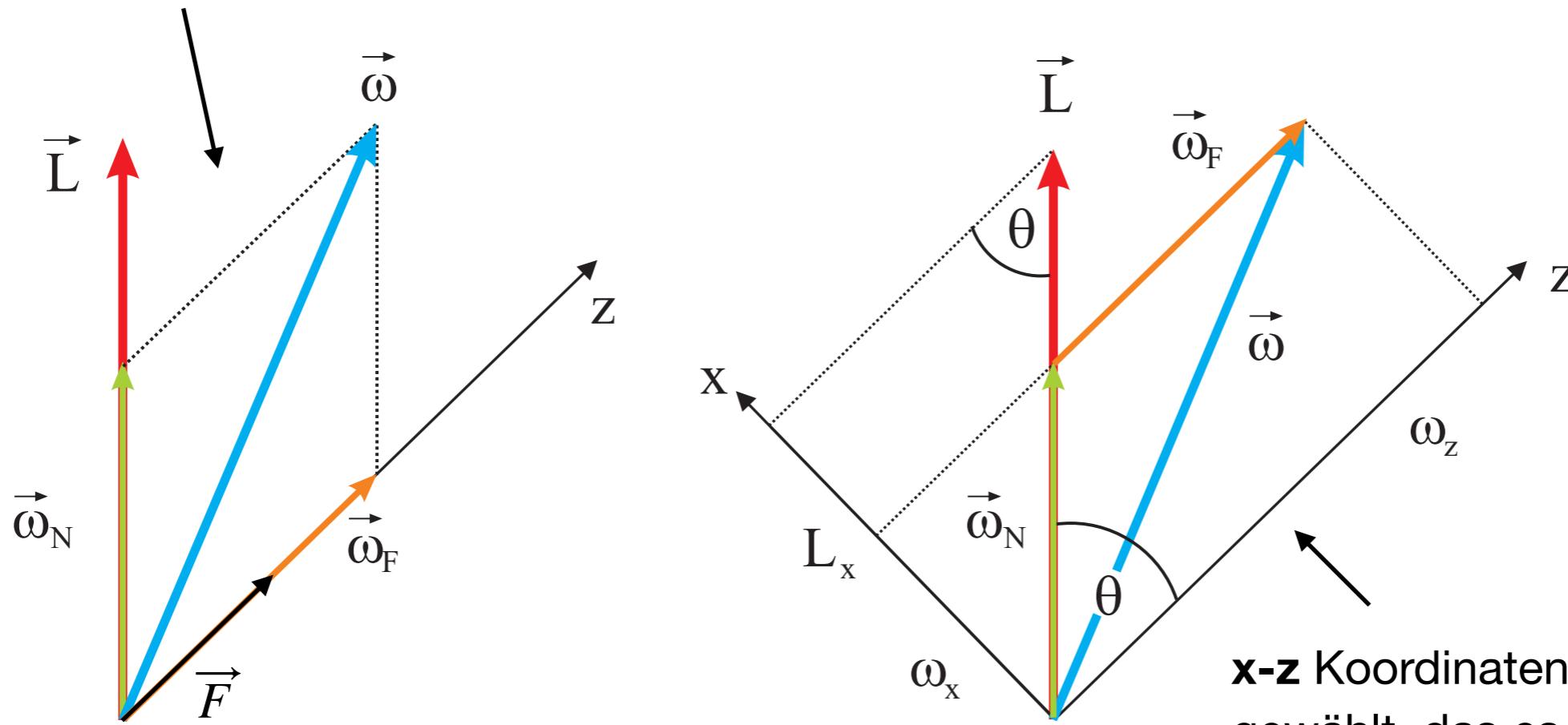
Resultierende Bewegung = Abrollen eines
körperfesten Kegels auf raumfesten Kegel

Können momentane Winkelgeschwindigkeit in
Nutationsanteil $\vec{\omega}_N$ und **Rotationsanteil** um
Figurenachse $\vec{\omega}_F$ zerlegen :

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_N + \vec{\omega}_F$$



Die **Figurenachse** (\vec{F}), der **Drehimpuls** (\vec{L}) und die **momentane Winkelgeschwindigkeit** ($\vec{\omega}$) liegen immer in einer Ebene :



x-z Koordinatensystem wurde so gewählt, das es **körperfest** ist und die Achsen mit Hauptachsen des Kreisels zusammenfallen.

Wir können die Anteile der momentanen **Nutations-Winkelgeschwindigkeit** in **x- und z-Komponenten** zerlegen:

$$\omega_x = \omega_N \sin \theta$$

$$\omega_z = \omega \cos \theta$$

$$\vec{L} = \mathbf{I} \vec{\omega}$$

Mit der Beziehung von $L_x = L \sin \theta = I_x \omega_x$ finden wir

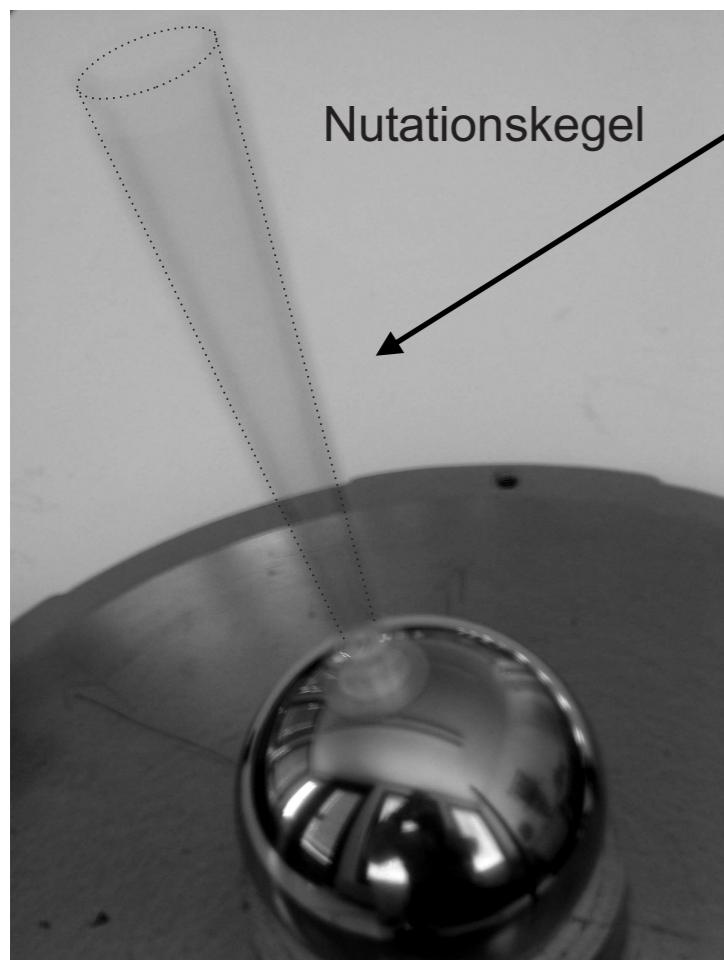
$$\rightarrow \omega_N = \frac{L}{I_x} \quad \vec{L} = \mathbf{I} \vec{\omega}$$

Ist die Nutationsbewegung nur schwach ausgeprägt ($\omega_N \ll \omega_F$), können wir den Betrag des Drehimpulses nähern durch

$$L \approx I_z \omega \approx I_z \omega_F$$

Dann ergibt sich für die **Nutationsfrequenz**

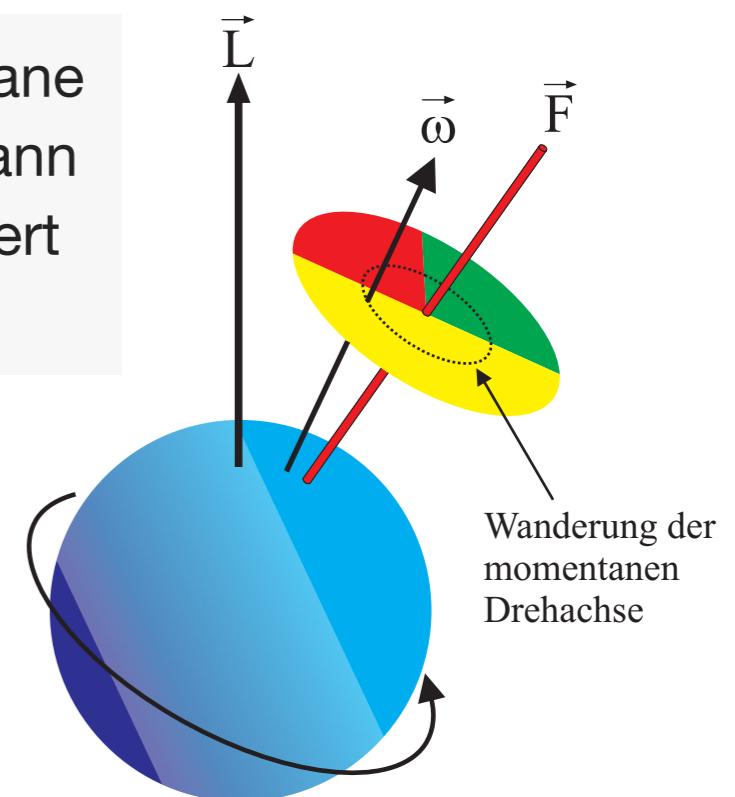
$$\omega_N \approx \frac{I_z}{I_x} \omega_F$$



Beobachtung **relativ einfach**

Deutlich schwieriger ist es die momentane Drehachse sichtbar zu machen. Dies kann mit einer farbigen Sektorscheibe realisiert werden:

Nur in einem Punkt **wo die mom. Drehachse die Farbscheibe durchstößt**, steht die **Farbe eines Segments kurzfristig still**.

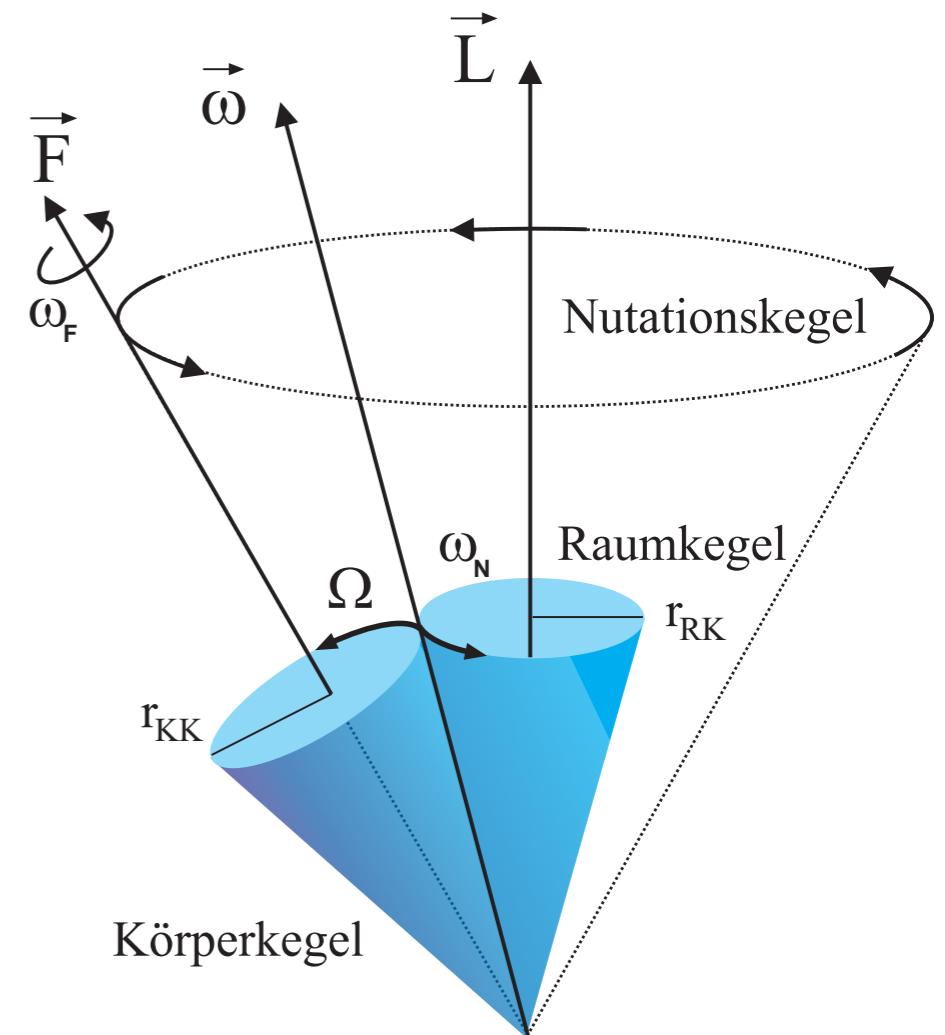


Der Farbwechsel erfolgt mit der Winkelgeschwindigkeit Ω (vgl. Folie 418), deren Betrag sich aus dem Verhältnis der Radien des Körperkegels (r_{KK}) und Raumkegel (r_{RK}) und der Nutationsfrequenz ω_N :

$$\frac{\Omega}{\omega_N} = \frac{r_{RK}}{r_{KK}}$$

Die Winkelgeschwindigkeit Ω ist gegeben (vgl. Folie 416)

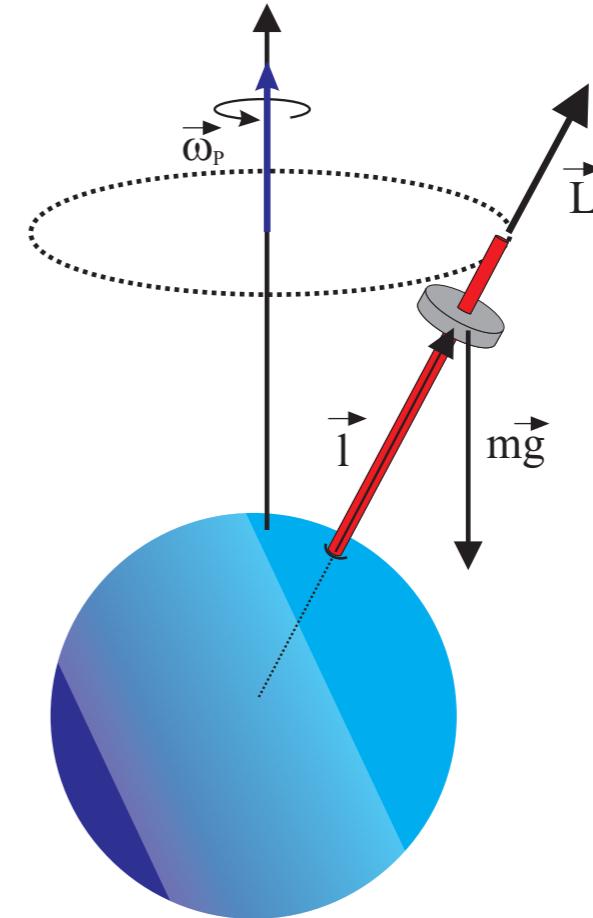
$$\Omega = \frac{I_x - I_z}{I_x} \omega_F$$



Der schwere, symmetrische Kreisel :

Bringen wir eine Zusatzmasse am Stab an,
wird der **Schwerpunkt entlang** der
Figurenachse nach oben **verschoben**

Wir betrachten erstmal nur den Fall, wo $\vec{\omega} \parallel \vec{L}$,
i.e. **keine Nutationsbewegung**



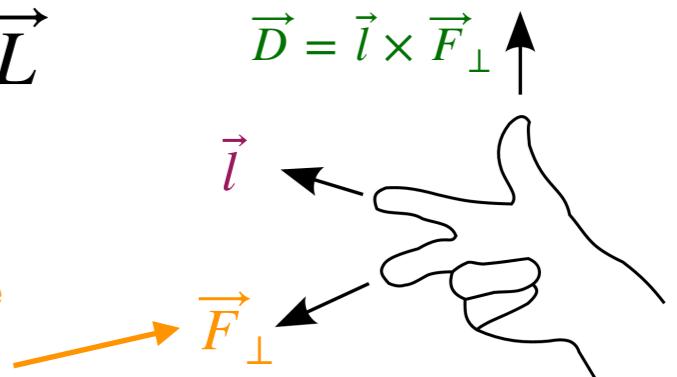
Aufgrund der Gewichtskraft wirkt auf den Kreisel ein **Drehmoment** : $\vec{D} = \vec{l} \times m \vec{g}$

Dieses Drehmoment verursacht, dass sich der Drehimpuls zeitlich verändert.

Wegen $\vec{D} \perp \vec{L}$ ist die zeitliche Änderung immer **orthogonal** zu \vec{L}

→ Der Betrag von \vec{L} ändert sich **nicht!**

nur die Kraftbeiträge
orthogonal zu \vec{l}
sind relevant



Der **Drehimpulsvektor** läuft auf einem Kegelmantel um die **z -Richtung und versucht die Gewichtskraft seitlich auszugleichen**

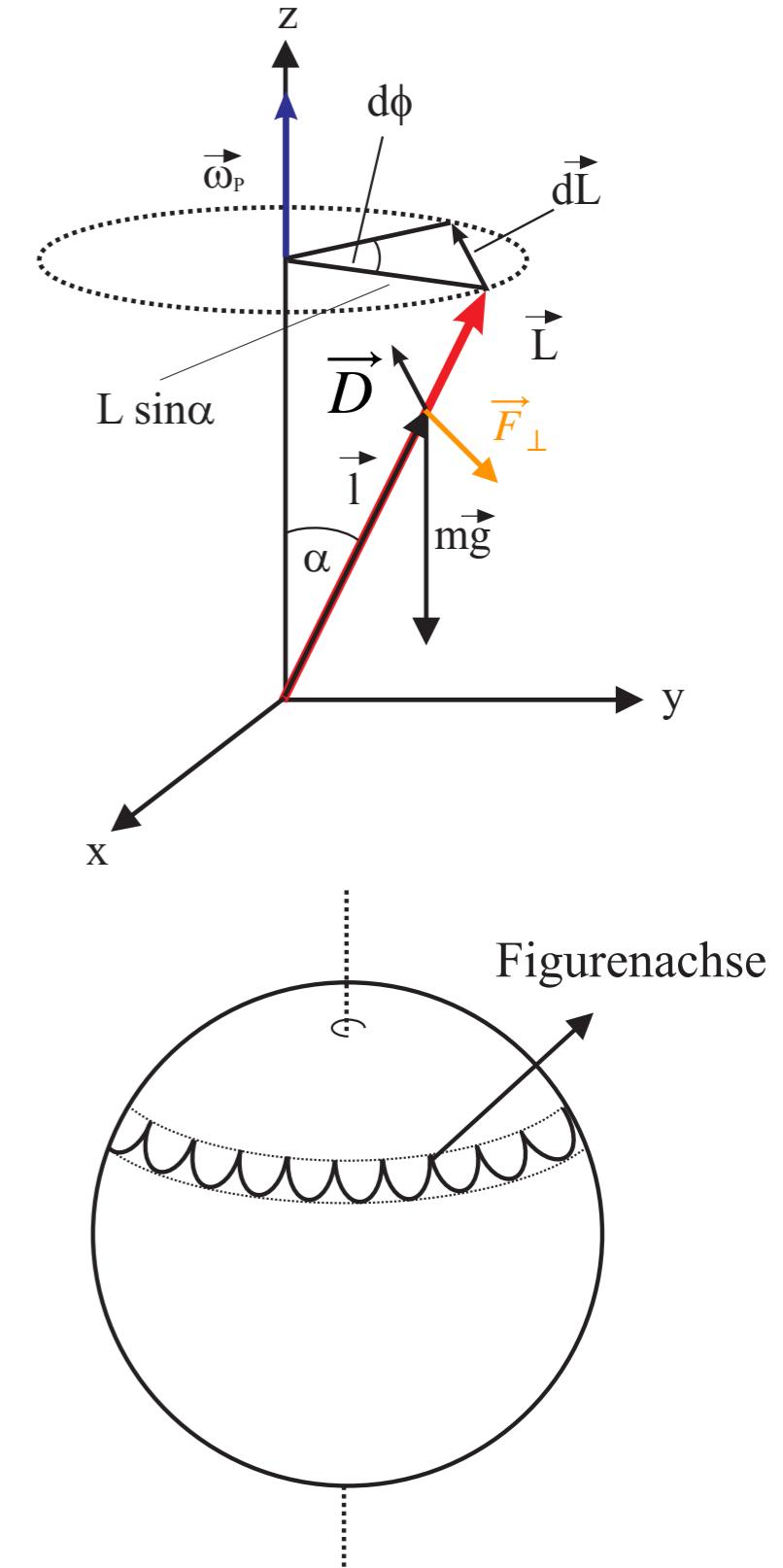


Diese Bewegung bezeichnet man als **Präzession**

Diese **Präzessionsfrequenz** $\vec{\omega}_P$ kann aus der zeitlichen Änderung des Präzessionswinkels φ abgeleitet werden :

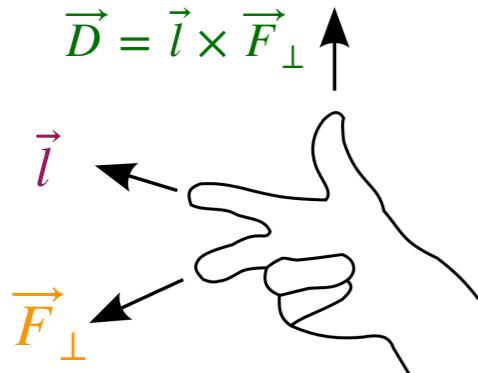
$$\begin{aligned}\omega_P &= \frac{d\varphi}{dt} = \frac{dL/dt}{L \sin \alpha} \quad \text{← Projektion in die Rotationsebene} \\ &= \frac{D}{I_z w_F} = \frac{mgl}{I_z w_F}\end{aligned}$$

bzw. $\vec{D} = \vec{\omega}_P \times \vec{L}$



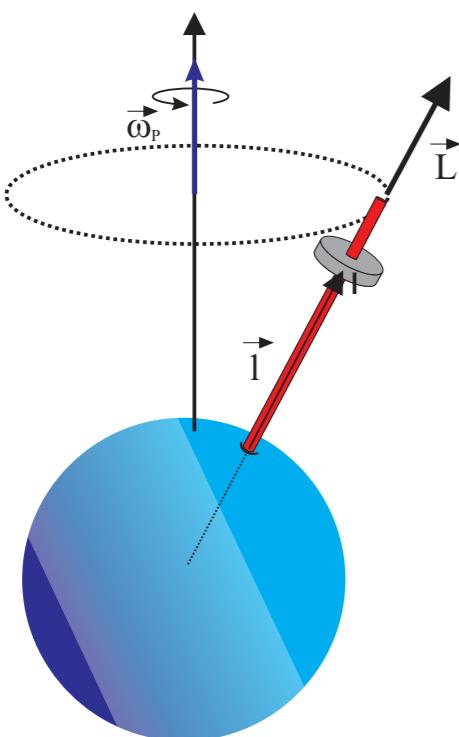
Bewegung der Figurenachse bei einer **Überlagerung** von Präzession und Nutation

Was passiert, wenn wir eine Kraft nach **links** ausüben?



→ Die Figurennachse wandert nach **unten**

Was passiert, wenn wir eine Kraft nach **rechts** ausüben?



→ Die Figurennachse wandert nach **oben**

Weitere Information: der Kreiselkompass

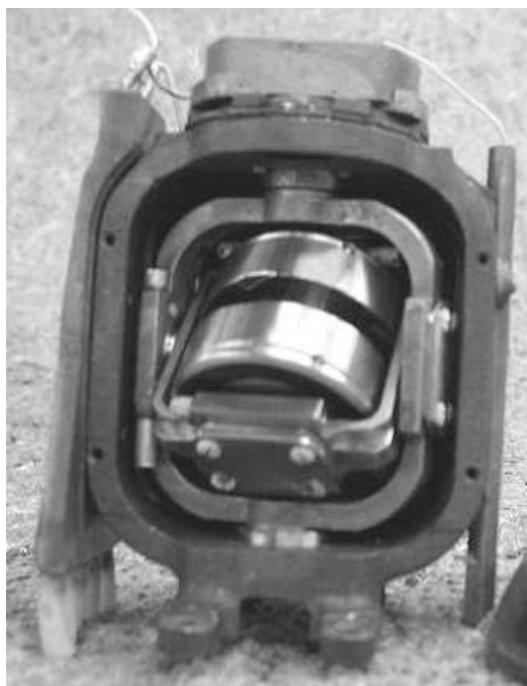
Technische Anwendung findet der Kreisel (Gyroskop) im Bereich der Navigation als Kreiselkompass, als künstlicher Horizont (Kreiselhorizont) und als Autopilot bei Flugzeugen. Bei letzterem wird mit dem Kreisel die Neigung der Tragflächen und mit einem zweiten Kreisel der Winkel zwischen Heck und dem Cockpit des Flugzeugs bestimmt. Zusammen mit einem Beschleunigungs- und Geschwindigkeitsmesser kann so der Kurs der Maschine automatisch eingestellt werden. Mechanische Kreiselsysteme finden sich auch im Hubble-Teleskop. Sie dienen der Kursstabilisierung und helfen dem Teleskop die Balance zu halten und in der Bahn zu bleiben. Die Lebensdauer eines Satelliten wird oft durch die Lebensdau-

er seiner Gyroskope begrenzt. Fallen sie aus, so sind Richtung und Ausmaß von Lageänderungen nicht mehr feststellbar. Beim Hubble-Weltraumteleskop war dies bereits schon zweimal der Fall. Zum Glück hat man das Teleskop mit insgesamt drei Ersatzkreiseln ausgestattet, so dass die Ausfälle nur von kurzer Dauer waren.

Auch in der Physik treten in vielen Bereichen Kreiselphänomene auf. So lassen sich die Eigenschaften eines mechanischen Kreisels zusammen mit quantenmechanischen Überlegungen auf Moleküle übertragen. Damit können z.B. die Rotationsspektren von Molekülen interpretiert werden.

Eine weitere Kreiselerscheinung ist die Larmor- Präzession. Aus klassischer Sicht bewegt sich im Atom ein Elektron um den Atomkern. Mit der Elektronenbewegung ist ein Kreisstrom verbunden, das ein magnetisches Dipolmoment induziert, welches senkrecht zur Ebene der Elektronenbewegung orientiert ist. Befindet sich nun solch ein Atom in einem äußeren \vec{B} -Feld, so strebt das magnetische Moment eine Ausrichtung parallel zum Magnetfeld an. Somit kommt es zu einer Präzession um die Feldrichtung.

Das mechanische Kreisel auch heute noch in der Forschung eingesetzt werden, dokumentiert der folgende Zeitungsartikel.



Innenansicht eines Kreiselkompass.

Einstein wird überprüft

Quarzkugeln in Raum und Zeit

Los Angeles (AP). Zwei grundlegende Annahmen von Albert Einstein sollen jetzt endlich überprüft werden. Am 17. April soll die von der Nasa finanzierte und von der Universität Stanford entwickelte Sonde Gravity Probe 2 (Schwerkraftsonde 2) vom US-Luftwaffenstützpunkt Vandenberg ins All starten. Die Sonde soll zwei Theorien Einsteins überprüfen: über Raum und Zeit und wie die Erde beide beeinflusst. Kern des Experiments sind vier Gyroskope – absolut runde, sich drehende Quarzkugeln von der Größe von Tischtennisbällen. Wenn sie einmal im Weltraum sind und sich drehen, sollten die Quarze ihre Richtung ändern – wenn Einsteins Recht hatte.

Abbildung 2: Bei dem Experiment sollen die Zusammenhänge von Raum, Zeit und Schwerkraft erforscht werden. Nach Einstein wird die Raumzeit durch einen schweren Körper „gekrümmt“. Auch eine rotierende Masse wie unsere Erde sollte das Raumzeit- Gewebe quasi mit sich reißen. Wenn Einsteins Theorie richtig ist, muss sich diese Raumverwirbelung auf die Rotation von Kreiseln auswirken, die sich in einem Satelliten um die Erde bewegen. (Quelle: Sonntag Aktuell, 4.4.04)

7. Mechanische Schwingungen

Wichtig in fast allen Bereichen der Physik (**makroskop.** , **mikroskop.** ,
elektro(magn), QM) → **Resonanzphänomene**

7.1 Harmonische Schwingungen

Versuch : **Federschwingung**

2. NG : $m \ddot{x} = -k x$ homogene, lin. Dgl. 2. Ordnung



Federkraft (rücktreibend)

$$\Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0$$



$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

Eigenfrequenz : $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Lösung (durch raten) :

$$x(t) = A(t) \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

oder

$$x(t) = A(t) \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

A, φ : Anfangsbedingungen

Wann gilt  ? \rightarrow lineares Kraftgesetz

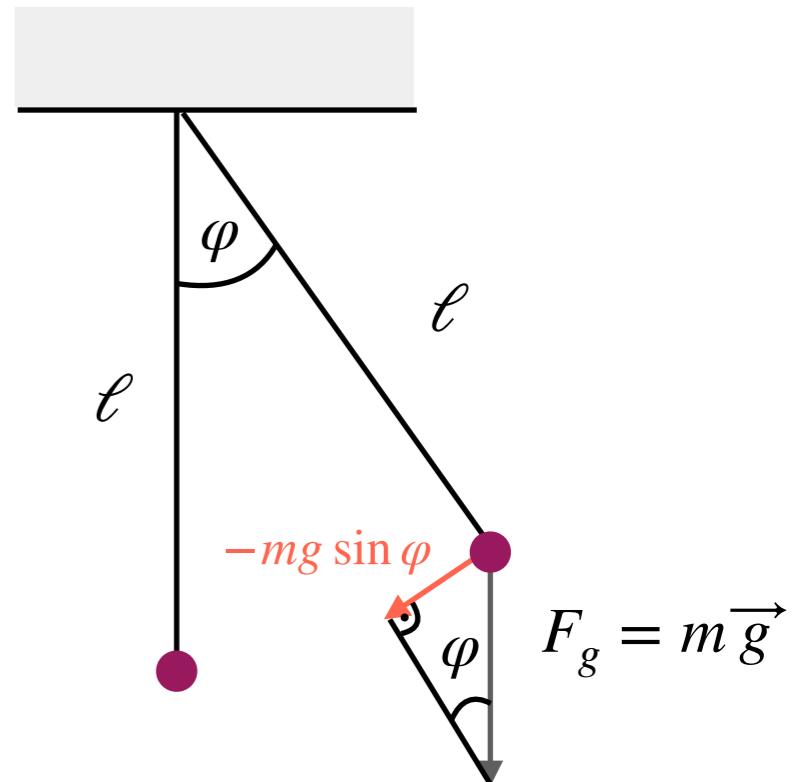
Kleine Auslenkungen : **Taylorentwicklung**

$$F(x) = F(0) + \frac{dF}{dx} \Big|_{x=0} x + \frac{1}{2!} \frac{d^2F}{dx^2} \Big|_{x=0} x^2 + \dots$$

Versuch : **“Mathematisches” Pendel**

(m = Massenpunkt)

$$\begin{aligned} m \ddot{x} &= -mg \underbrace{\sin \varphi}_{\approx \varphi - \frac{\varphi^3}{3!} + \frac{\varphi^5}{5!}} \\ \downarrow \\ \dot{\varphi} \ell & \end{aligned}$$



$$\rightarrow \ddot{\varphi} + \frac{g}{\ell} \varphi = 0 \quad \text{Eigenfrequenz : } \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

$$\Rightarrow \varphi(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

$$\text{Periode : } T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

$$\text{z.B. mit } \ell = 1 \text{ m}, g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow T = 2 \text{ s}$$

$$(\sqrt{g} \approx \pi \quad [\frac{\text{m}}{\text{s}^2}])$$

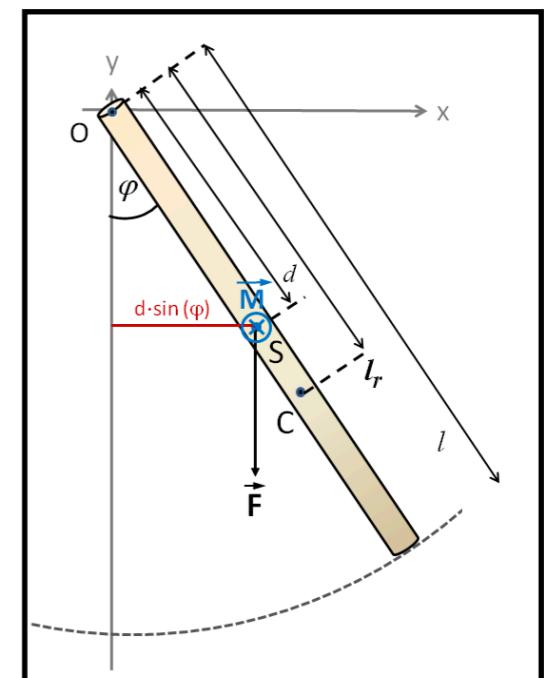
Versuch : “Physikalisches” Pendel

Ausgedehnter Stab (Masse m) pendelt, kein Massenpunkt

Gravitation übt Drehmoment aus :

$$|\vec{D}_r| = - |\vec{d} \times m \vec{g}| \quad \text{mit} \quad \vec{d} = d \begin{pmatrix} \sin \varphi \\ -\cos \varphi \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow D_r = - dm g \sin \varphi \approx - dm g \varphi$$



Für das Drehmoment eines ausgedehnten Körpers gilt :

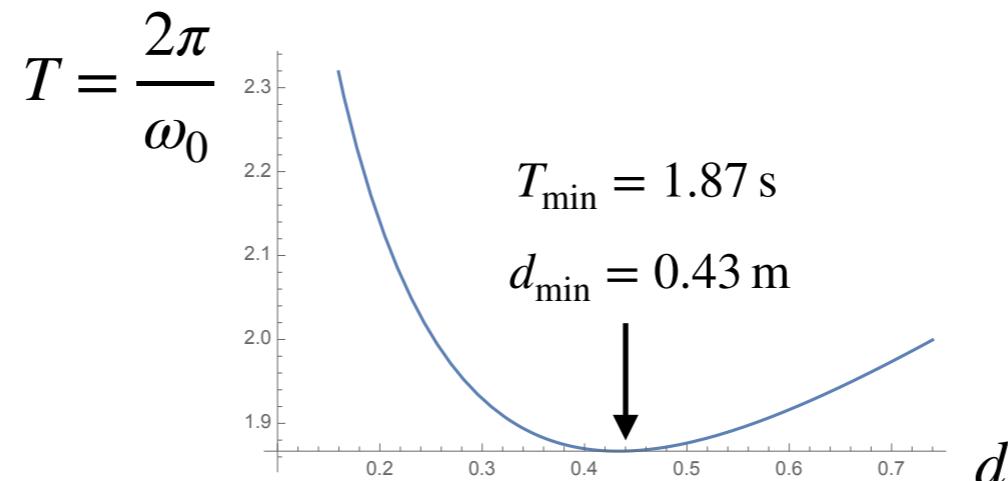
$$D_r = I\dot{\omega} = I_d \ddot{\varphi} \quad \leftarrow \quad I_d = I_{SP} + md^2 \quad (\text{Satz von Steiner})$$

und wir finden

$$\begin{aligned} D_r &= \sum_d \ddot{\varphi} \\ -mgd\varphi &= \sum_d \ddot{\varphi} \quad | : I_{tot} \end{aligned}$$

$$\rightarrow \ddot{\varphi} + \frac{mgd}{I_d}\varphi = 0 \quad \text{Eigenfrequenz : } \omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I_d}}$$

$$\rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{gd}{\frac{1}{12}l^2 + d^2}}$$



$$\text{Fällung} \quad I = I_d$$

Für einen Massenpunkt gilt
 $d \rightarrow \ell$ und $I_d = m\ell^2$
(denn SP liegt im MP)

$$\rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

Immer die gleiche Struktur : Eigenfrequenz ω_0 gegeben durch Systemeigenschaften

(Konstanten)

$$\frac{g}{\ell}, \quad \frac{mgl}{I}, \quad \frac{k}{m}, \quad \dots$$

Behandlung mit **komplexen** Zahlen :

(einfacher)

$$a^2 = -1 \rightarrow a_{1/2} = \pm i$$

Komplexe Zahlen : $z = x + iy$

↑
imaginäre
Einheit

Realteil: $\Re[z] = x$
Imaginärteil: $\Im[z] = y$

komplexe e-Funktion : $z = x + iy =: |z| e^{i\varphi}$

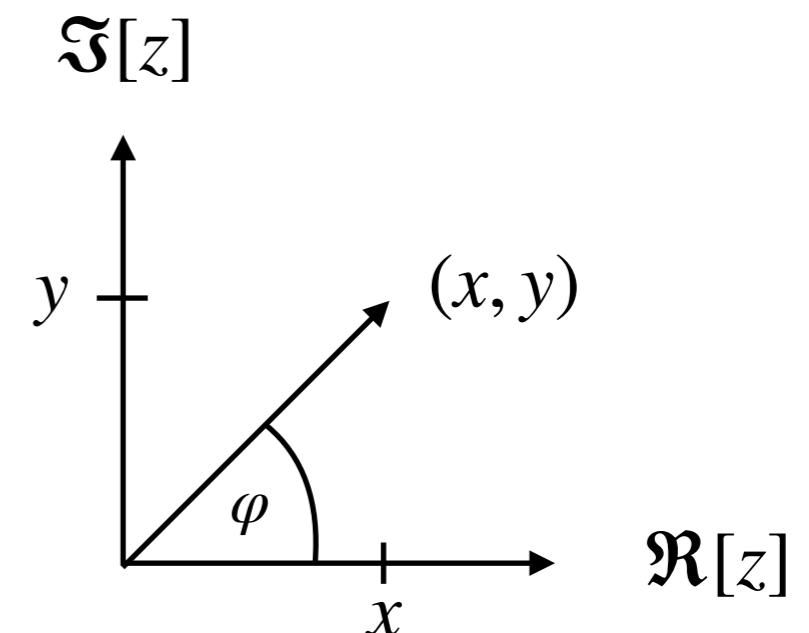
$$(x, y) = r(\cos \varphi, \sin \varphi)$$

$$r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(x + iy)(x - iy)}$$

$$= \sqrt{z \cdot z^*}$$

↑

komplex konjugierte Zahl



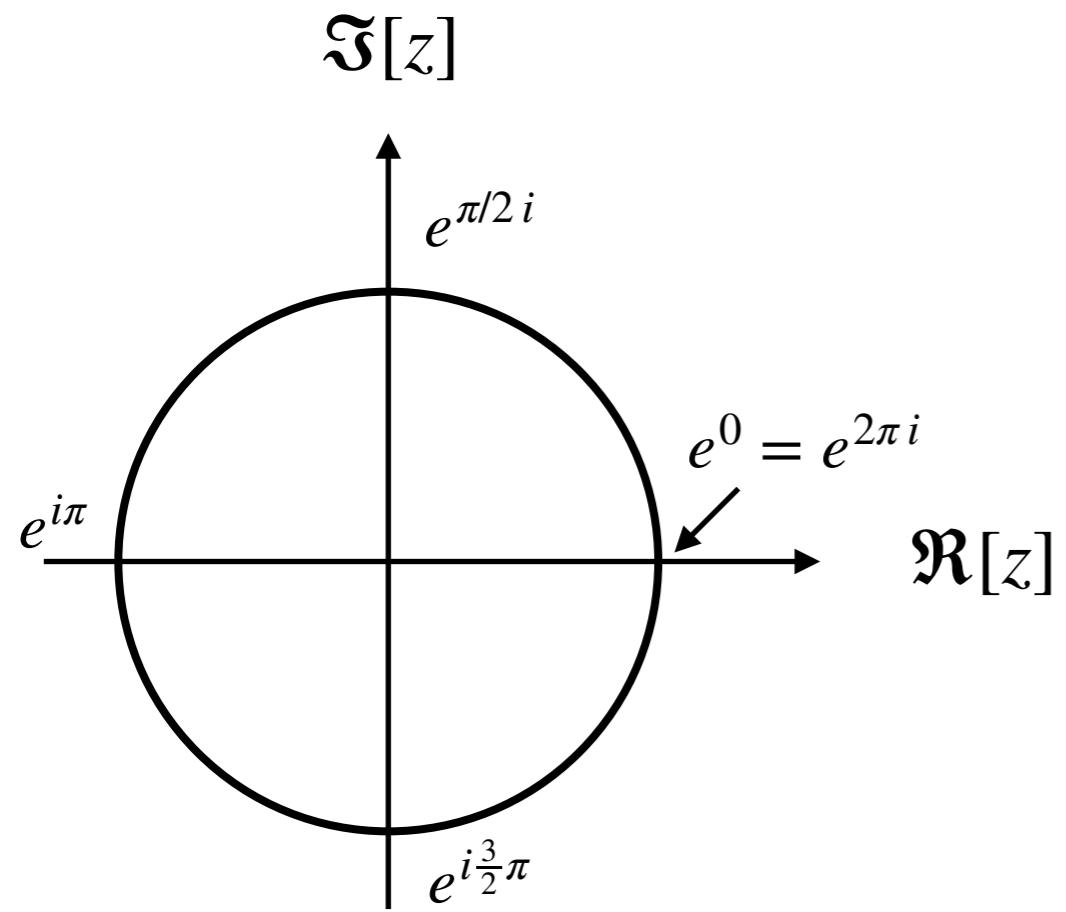
$$\Rightarrow e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$$

$$e^{i\frac{\pi}{2}} = \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} = i$$

$$e^{i\pi} = \cos \pi + i \sin \pi = -1$$

$$e^{i\frac{3}{2}\pi} = \cos \frac{3}{2}\pi + i \sin \frac{3}{2}\pi = -i$$

$$e^0 = e^{2\pi i} = \cos 2\pi + i \sin 2\pi = 1$$



$$\tan \varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \frac{y}{x} = \frac{\Im[z]}{\Re[z]}$$

$$e^{i\varphi} + e^{-i\varphi} = 2 \cos \varphi$$

$$e^{i\varphi} - e^{-i\varphi} = 2i \sin \varphi$$

Schwingungsgleichung :



$$\ddot{z} + \omega_0^2 z = 0$$

- Realteil + Imaginärteil sind Lösungen
- Anfangsbedingungen : Observablen reell

Ansatz : $z(t) = z_0 e^{i\omega t}$ \Rightarrow $\dot{z}(t) = i\omega z_0 e^{i\omega t} = i\omega z(t)$

$$\ddot{z}(t) = -\omega^2 z_0 e^{i\omega t} = -\omega^2 z(t)$$

$\Rightarrow -\omega^2 z(t) + \omega_0^2 z(t) = 0$ $\Rightarrow \omega^2 = \omega_0^2$ 2 Lösungen $\omega_{1/2} = \pm \omega_0$

allg. Lösungen : **Linearkombinationen** $z(t) = z_{01} e^{i\omega_0 t} + z_{02} e^{-i\omega_0 t}$

physikalische Lösungen müssen reell sein : $z_{01} = z_{02}^* =: z_0$ ($= a + ib$)

$$\Rightarrow z(t) = z_0 e^{i\omega_0 t} + z_0^* e^{-i\omega_0 t} = \zeta + \zeta^* = 2\Re[\zeta] = x(t) \in \mathbb{R}$$

$a + ib + a - ib = 2a$

a) Anfangsbedingungen :

$$z(t=0) =: x_0 = z_0 + z_0^* \quad (1)$$

(auslenken und loslassen)

$$\dot{z}(t=0) =: 0 = i\omega_0 z_0 - i\omega_0 z_0^* \quad (2)$$

$$(2) \Rightarrow z_0 = z_0^* \Rightarrow z_0 \in \mathbb{R}$$

$$(1) \Rightarrow z_0 = \frac{x_0}{2} \Rightarrow x(t) = \frac{x_0}{2} (e^{i\omega_0 t} + e^{-i\omega_0 t}) = x_0 \cos \omega_0 t$$

