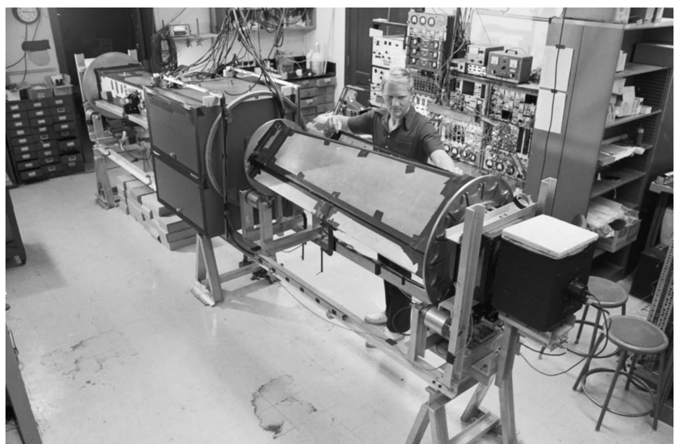
Vorlesung 5

Physikalisches Kolloquium

Fachgruppe Physik/Astronomie der Universität Bonn

Freitag, 28. Oktober 2022, 15 Uhr c.t. im Hörsaal I des Physikalischen Instituts

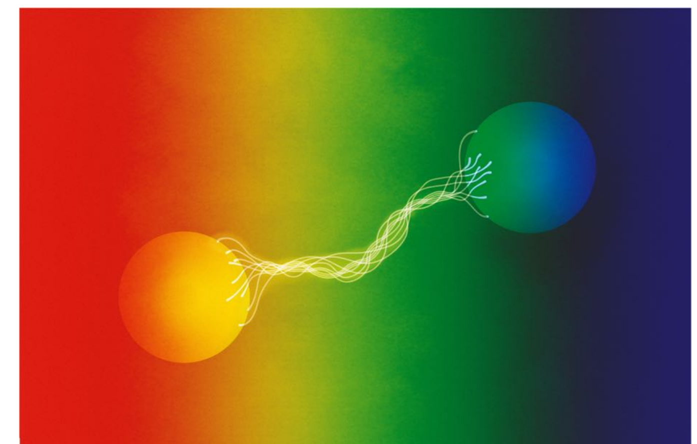


© Steve Gerber/Berkeley Lab, via Associated Press

Martin Weitz

Universität Bonn

„Nobelpreis für Physik 2022“
(A. Aspect. J. Clauser, A. Zeilinger)



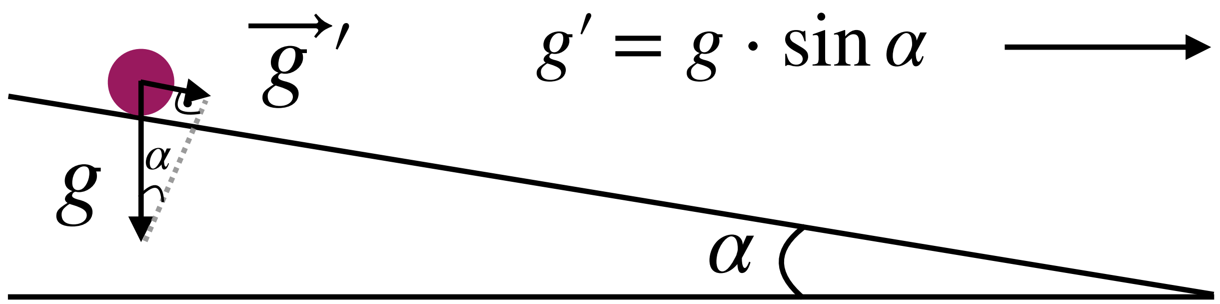
© Johan Jarnestad/The Royal Swedish Academy of Sciences

Der diesjährige Physik-Nobelpreis wird an Alan Aspect, John Clauser und Anton Zeilinger für ihre wegweisenden Arbeiten auf dem Gebiet der Quantenforschung verliehen. Gewürdigt werden dabei Experimente mit verschränkten Photonen, die die Verletzung der Bell‘schen Ungleichungen nachwiesen, was zeigte, dass sich die Quantenmechanik nicht durch eine lokale Theorie mit verborgenen Parametern ersetzen lässt. Geklärt wird damit, dass eine fundamentale Unbestimmtheit bei Messungen existiert, entsprechend exakt den Vorhersagen der Quantenmechanik. Auch wird Pionierarbeit im Bereich der durch quantenmechanische Verschränkung ermöglichten Quanteninformation, wie die experimentelle Demonstration der Quantenteleportation gewürdigt, bei der Quantenzustände von einem Ort zum anderen übertragen werden. Eine verwandte Anwendung sind Quantencomputer, mit denen sich manche komplexen Rechnungen sehr schnell lösen lassen.

Es gelten die Corona-Regelungen des Landes Nordrhein-Westfalen

Versuch: Korken + Feder im Vakuum

Versuch: Zeitdehnung freier Fall

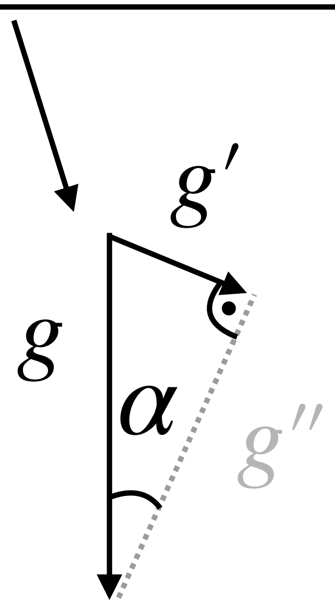


$$g' = g \cdot \sin\alpha$$

Im Versuchsaufbau ist

$$\sin\alpha \approx 0.0053$$

$$g' \approx 0.05\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$



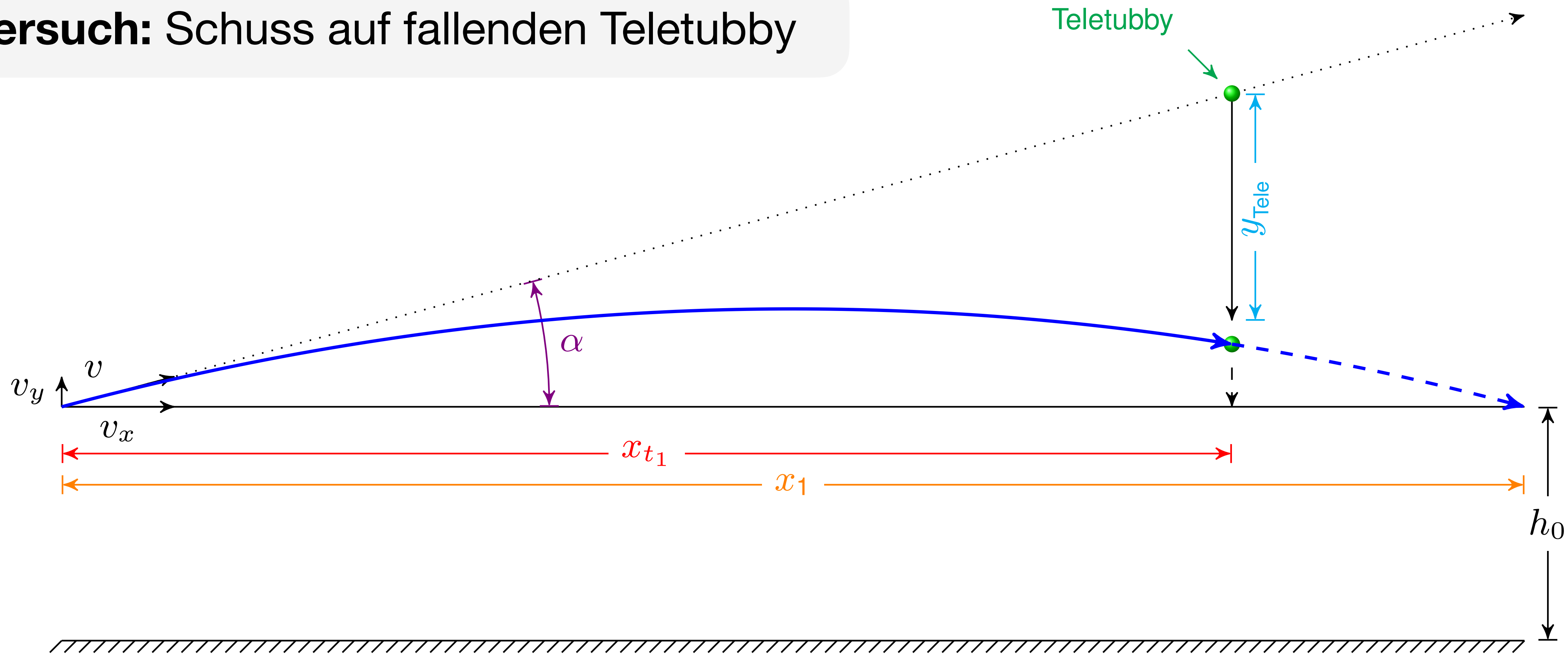
$$\sin\alpha = \frac{g'}{g}$$

$$\cos\alpha = \frac{g''}{g} \qquad \tan\alpha = \frac{g'}{g''}$$

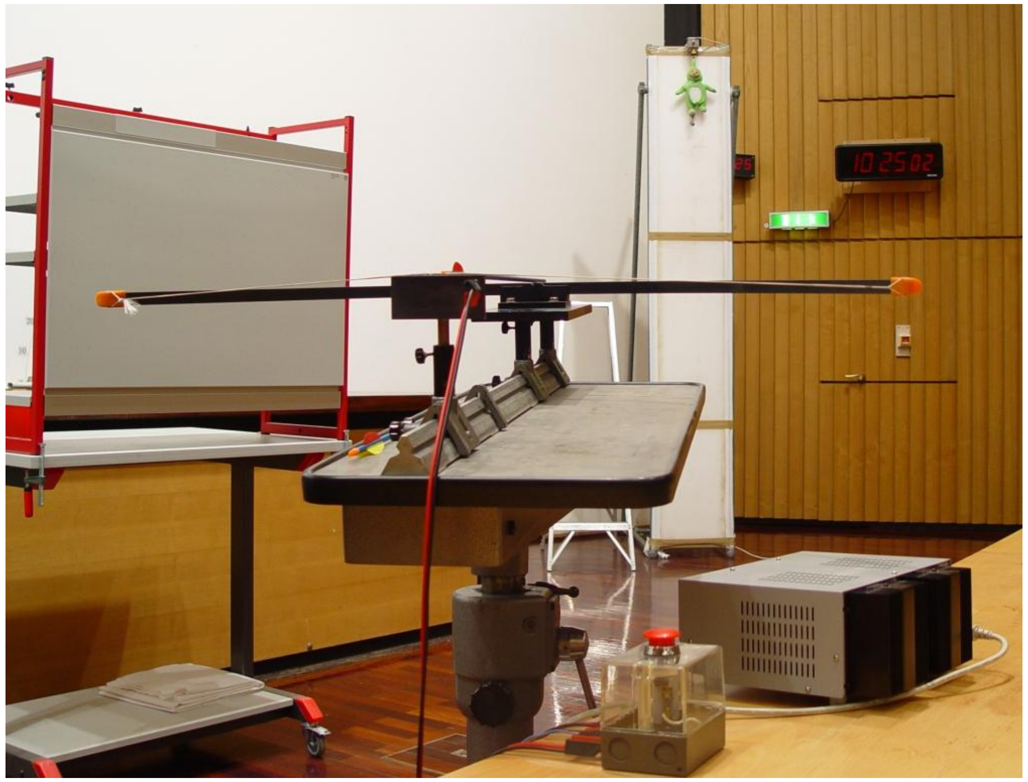
Versuch: Horizontaler Wurf und freier Fall

3 Tennisbälle

Versuch: Schuss auf fallenden Teletubby



Aufbau:



Die Geschwindigkeit $\vec{v}$ kann in die Komponenten v_x (horizontale Geschwindigkeit) und v_y (vertikale Geschwindigkeit) zerlegt werden, mit:

$$v_x = \cos(\alpha) \cdot |\vec{v}| \tag{1}$$

$$v_y = \sin(\alpha) \cdot |\vec{v}| \tag{2}$$

Damit kann die Zeit t_1 für die Strecke x_{t_1}, von der Abschussstelle bis zur Wand mit dem Teletubby berechnet werden:

$$t_1 = \frac{x_{t_1}}{v_x} = \frac{x_{t_1}}{\cos(\alpha) \cdot |\vec{v}|} \tag{3}$$

Für den Pfeil überlagert sich die vertikale Komponente der Geschwindigkeit mit der beschleunigten Bewegung durch die Eranziehung. Damit gilt für die Höhe $h(t)$:

$$h(t) = h_0 + v_y \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 = h_0 + \sin(\alpha) \cdot |\vec{v}| \cdot t - \frac{g t^2}{2} \tag{4}$$

Die Höhe des Teletubbys am Startpunkt ist eine Verlängerung der Geschwindigkeitskomponente und kann damit geschrieben werden als:

$$h_{\text{Tele},0} = h_0 + \tan(\alpha) \cdot x_{t_1} \tag{5}$$

Fällt der Teletubby, so nimmt wirkt lediglich die Schwerkraft, sodass gilt:

$$y_{\text{Tele}}(t) = h_{\text{Tele},0} - \frac{g t^2}{2} = h_0 + \tan(\alpha) \cdot x_{t_1} - \frac{g t^2}{2} \tag{6}$$

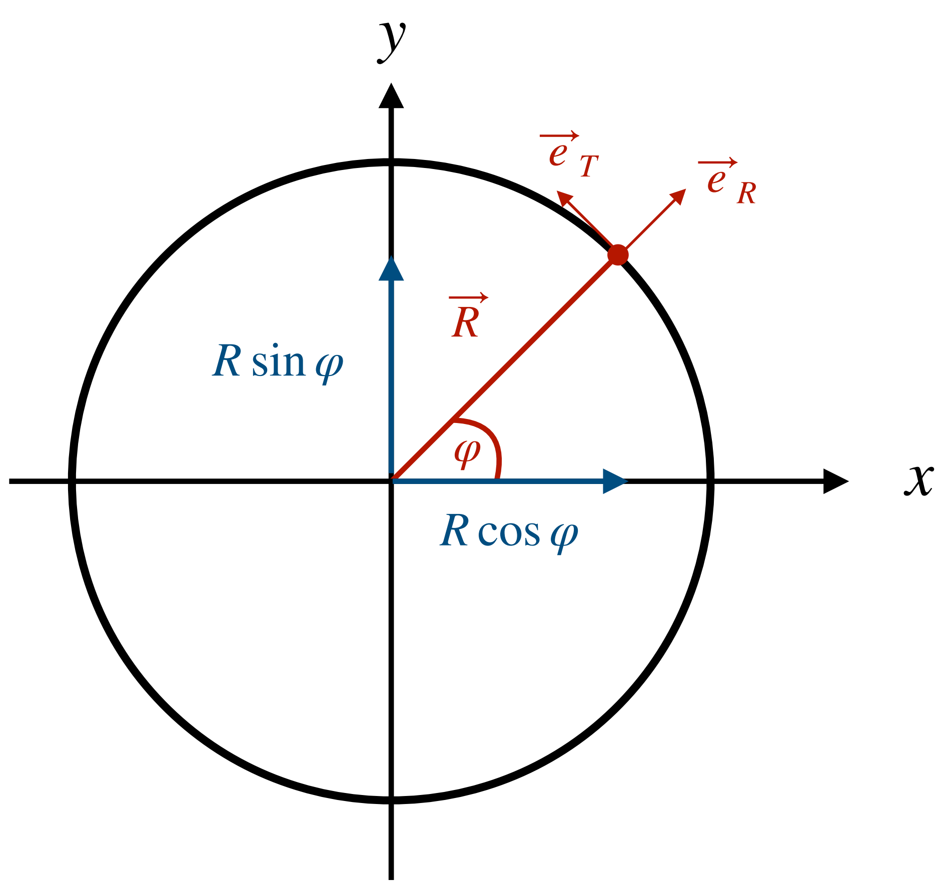
Zum Zeitpunkt t_1 befindet sich der Pfeil auf der Höhe $y(t_1)$ und der Teletubby bei $y_{\text{Tele}}(t_1)$:

$$y(t_1) = h_0 + \sin(\alpha) \cdot |\vec{v}| \cdot \underbrace{\frac{x_{t_1}}{\cos(\alpha) \cdot |\vec{v}|}}_{=t_1} - \frac{g}{2} \cdot t_1^2 = h_0 + \tan(\alpha) \cdot x_{t_1} - \frac{g}{2} \cdot t_1^2 \tag{7}$$

$$y_{\text{Tele}}(t_1) = h_0 + \tan(\alpha) \cdot x_{t_1} - \frac{g}{2} \cdot t_1^2 \tag{8}$$

Da $y(t_1) = y_{\text{Tele}}(t_1)$ trifft der Pfeil den Teletubby an der Wand.

2.1.3.2 Kreisbewegung



Gleichförmige Kreisbewegung : $\dfrac{d\varphi}{dt} = \text{const}$

$$|\vec{v}| = \text{const} \ \text{ aber } \vec{v} \neq \text{const}$$

$\Rightarrow$ Beschleunigung!

Definiere $\omega := \dfrac{d\varphi}{dt}$ Winkelgeschwindigkeit

(Kreisfrequenz)

$$[\omega] = \frac{1}{\text{s}}$$

Bei gleichförmige Kreisbewegung gilt: $\varphi(t) = \omega t$

Umlaufzeit T: φ überstreicht 2π

$\Rightarrow 2\pi = \omega\, T$ $\qquad$ $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$

Umlauffrequenz $\nu = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega}{2\pi}$ $\qquad [\nu] = \dfrac{1}{\mathrm{s}} = \mathrm{Hz}$

(Achtung: $\omega = 2\pi\nu$)

Wähle kart. Koordinatensystem, so dass

- ★ Bewegung in $x - y$ Ebene
- ★ Kreismittelpunkt im Ursprung

$$\vec{R}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R\cos\varphi(t) \\ R\sin\varphi(t) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R\cos\omega t \\ R\sin\omega t \\ 0 \end{pmatrix} = R\,\vec{e}_R$$

$$\vec{v}(t) = \frac{\mathrm{d}\vec{R}}{\mathrm{d}t} = \begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\omega R\sin\omega t \\ \omega R\cos\omega t \\ 0 \end{pmatrix} = \omega\,R\,\vec{e}_T$$

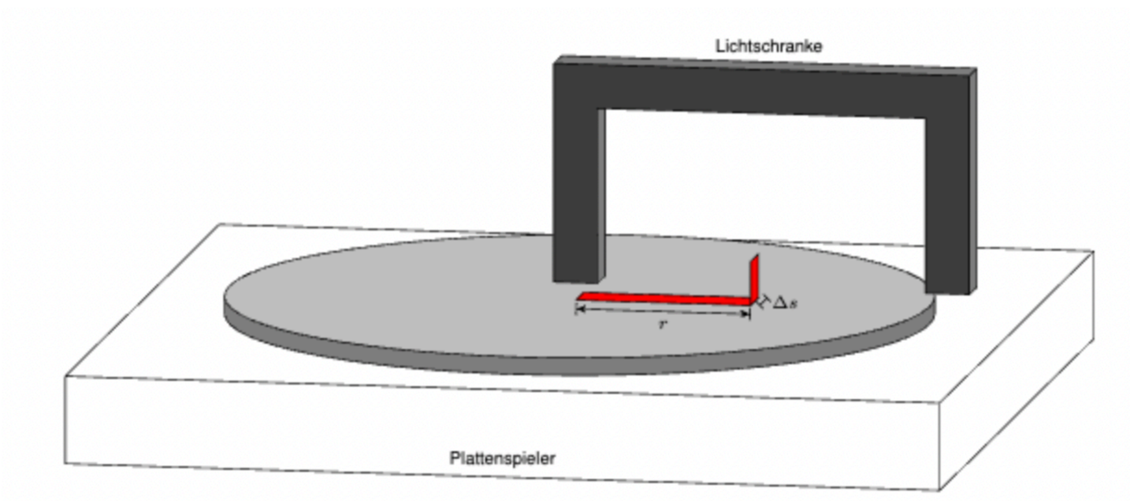
$(\cos(ax))' = -a\sin(ax)$
$(\sin(ax))' = a\cos(ax)$

$$\Rightarrow \vec{v} \perp \vec{R}$$

$$|\vec{v}| = v = \omega R = \frac{2\pi R}{T}$$

Versuch: Plattenspieler

Explizier Test, dass $v = \omega R$



Umlaufzeit	T	1,79	s
Frequenz	ν	0,56	Hz
Drehzahl	n	33,6	U/min
Winkelgeschwindigkeit	ω	3,52	Hz
Dunkelzeit	Δt	0,027	s
Bahngeschwindigkeit	v	0,37	m/s
Bahnradius	r	0,1	m
	$\omega \cdot r$	0,35	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

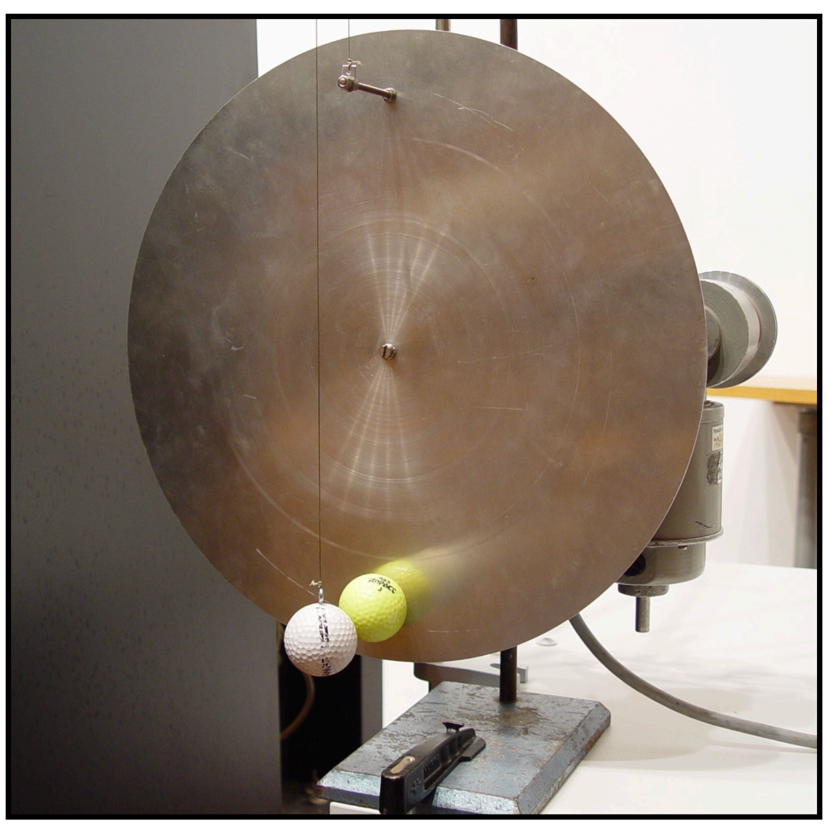
$$T = \frac{1}{\nu} \quad (1)$$

$$n = \nu \cdot 60 \quad (2)$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (3)$$

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = 2\pi\nu \quad (4)$$

Versuch: Projizierte Kreisbewegung

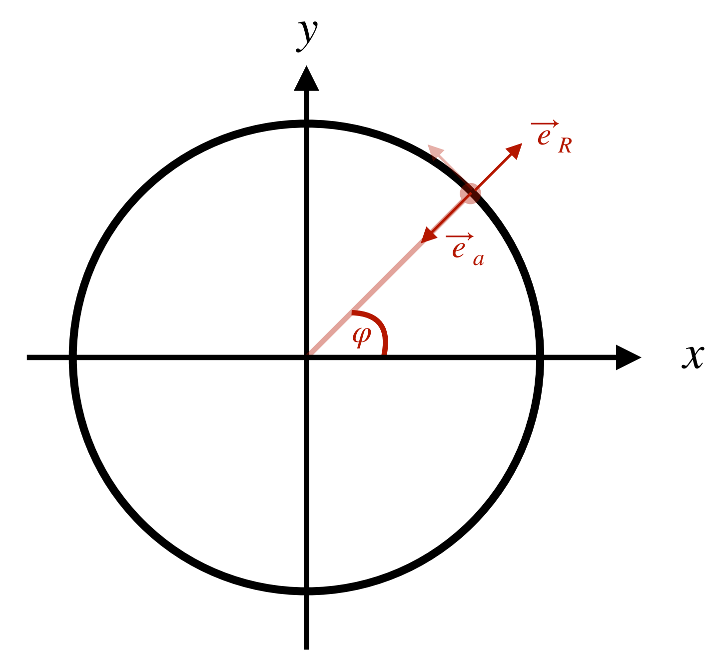


Folgt Sinus/
Cosinuswelle!

Beschleunigung:

$$\vec{a}(t) = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \begin{pmatrix} \dot{v}_x(t) \\ \dot{v}_y(t) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ddot{x}(t) \\ \ddot{y}(t) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\omega^2 R \cos \omega t \\ -\omega^2 R \sin \omega t \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= -\,\omega^2 R \vec{e}_R = \omega^2 R \vec{e}_a = \frac{v^2}{R} \vec{e}_a$$

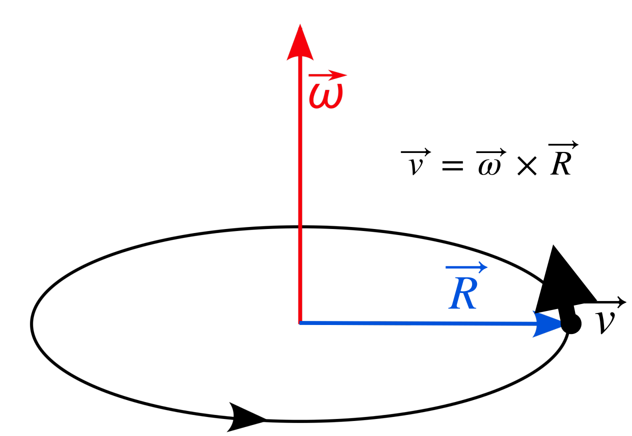


Beschleunigung zeigt zum Zentrum: $\vec{e}_a = -\,\vec{e}_R$

<u>Jetzt: beliebige Lage der Kreisebene:</u>

Zweckmäßig die Winkelgeschwindigkeit durch einen **Vektor** zu beschreiben, der senkrecht auf der Rotationsebene steht (Normalenvektor)

Damit gilt $\vec{w} \perp \vec{R}$ und $\vec{w} \perp \vec{v}$ (und natürlich $\vec{v} \perp \vec{R}$)



allg. Beweis:

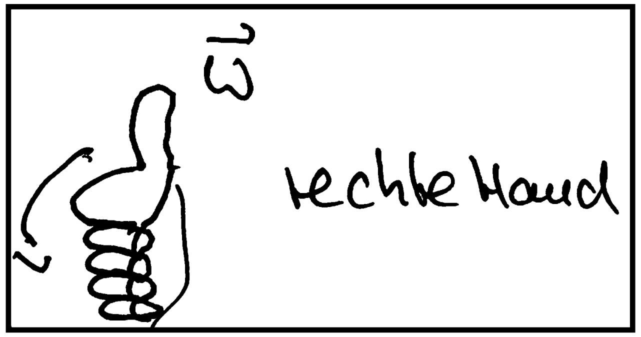
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\vec{R}\cdot\vec{R}\right) = 0 = 2\vec{R}\cdot\dot{\vec{R}} = 2\vec{R}\cdot\vec{v} \qquad \Rightarrow \qquad \vec{v}\perp\vec{R}$$

und $\vec{R}\cdot\vec{\omega} = 0$ (vgl. Definition)

$$\Rightarrow 0 = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\vec{R}\cdot\vec{\omega}\right) = \underbrace{\dot{\vec{R}}}_{\vec{v}}\cdot\omega + \vec{R}\cdot\underbrace{\dot{\vec{\omega}}}_{=0} = \vec{v}\cdot\vec{\omega} \qquad \Rightarrow \qquad \vec{v}\perp\vec{\omega}$$

(wg. gleichf. Kreisbew.)

Wähle $\vec{\omega}$ so, dass $(\vec{R}, \vec{v}, \vec{\omega})$ ein Rechtssystem bilden :



$$\vec{v} = \vec{\omega}\times\vec{R} \qquad \left(= -\vec{R}\times\vec{\omega}\right)$$

(Wir hatten schon $v = \omega R$)

Überprüfung für Bewegung in $x - y$-Ebene :

$$\vec{\omega} \times \vec{R} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ w \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} R\cos\varphi \\ R\sin\varphi \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -wR\sin\varphi \\ wR\cos\varphi \\ 0 \end{pmatrix} = v\,\vec{e}_T$$

Beschleunigung:

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\vec{w} \times \vec{R}) = \frac{\mathrm{d}\vec{w}}{\mathrm{d}t} \times \vec{R} + \vec{w} \times \frac{\mathrm{d}\vec{R}}{\mathrm{d}t}$$

$$\frac{\mathrm{d}\vec{R}}{\mathrm{d}t} = \vec{w} \times \vec{R}$$

$$= \dot{\vec{w}} \times \vec{R} + \vec{w} \times (\vec{w} \times \vec{R})$$

BACCAB-Regel : $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b})$

$$= \underbrace{\dot{\vec{w}} \times \vec{R}}_{=0} + \vec{w}(\underbrace{\vec{w} \cdot \vec{R}}_{=0}) - \vec{R}w^2$$

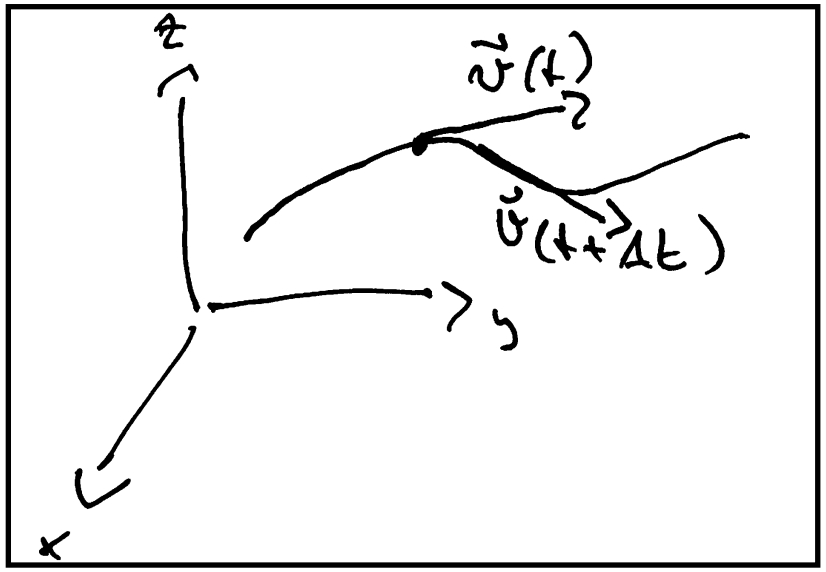
wg. gleichf. Bewegung

wg. $\vec{w} \perp \vec{R}$

$$= -\vec{R}w^2 = \boxed{-\frac{v^2}{R}\vec{e}_R}$$

$\Rightarrow$ $\vec{a}$ und $\vec{R}$ entgegengerichtet!

2.1.4 Allgemeine krummlinige Bewegung



$\vec{v}$ ist immer tangential zur Bahnkurve

$$\vec{v} = v\,\vec{e}_T \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \dot{\vec{v}} = \underbrace{\dot{v}\,\vec{e}_T}_{\vec{a}_T} + \underbrace{v\,\dot{\vec{e}}_T}_{\vec{a}_N}$$

Änderung des Betrags von v

Änderung der Richtung von $\vec{v}$

$\vec{a}_N = 0$: geradlinige Bewegung

$\vec{a}_T = 0$: krumml. Bewegung mit $|\vec{v}| = \text{const}$.
wenn $|\vec{a}_N| = \text{const} \Rightarrow$ Kreisbahn

allg. Bewegung (in $x - y$-Ebene)

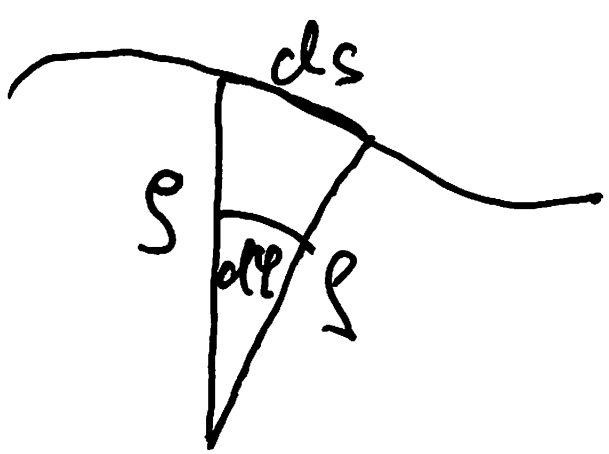
$$\vec{e}_T = \underbrace{|\vec{e}_T|}_{=1}(\cos\varphi, \sin\varphi) \qquad \vec{e}_N = \underbrace{|\vec{e}_N|}_{=1}(-\sin\varphi, \cos\varphi)$$

$$\dot{\vec{e}}_T = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{e}_T = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\cos\varphi, \sin\varphi) = (-\sin\varphi\cdot\dot{\varphi}, \cos\varphi\cdot\dot{\varphi})$$

$$= \dot{\varphi}\,\vec{e}_N$$

$$\dot{\varphi}\,?$$

Bei Kreisbahn: $\dot{\varphi} = \omega = \mathrm{const}$



lokale Approximation
durch Kreisbahn

$$\mathrm{d}s = \rho\,\mathrm{d}\varphi \qquad \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = \dot{\varphi} = \frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{\rho}v$$

$$\Rightarrow \vec{a} = \dot{v}\vec{e}_T + v\dot{\vec{e}}_T = \dot{v}\vec{e}_T + \boxed{\frac{v^2}{\rho}\vec{e}_N}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{\dot{v}^2 + \frac{v^4}{\rho^2}}$$

Kreis:

$$\dot{v} = 0 \rightarrow |\vec{a}| = |\vec{a}_N| = \frac{v^2}{r}$$