

Weizsäcker-Massenformel:

$$M(A, Z) = NM_n + ZM_p + Zm_e - a_v A \\ + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_a \frac{(N-Z)^2}{4A} + a_p \frac{\delta}{A^{1/2}}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c} N-Z & 2 & 4 & 6 & 8 & 10 & 12 \\ \Rightarrow & 0,5\Delta E & 2\Delta E & 4,5\Delta E & 8\Delta E & 12,5\Delta E & 18\Delta E \end{array}$$

Angenähert durch:
 $\sim (N - Z)^2 \cdot \Delta E / 8$

$$\Delta E \sim \frac{1}{V_{Kastenpotential}} \sim A^{-1}$$

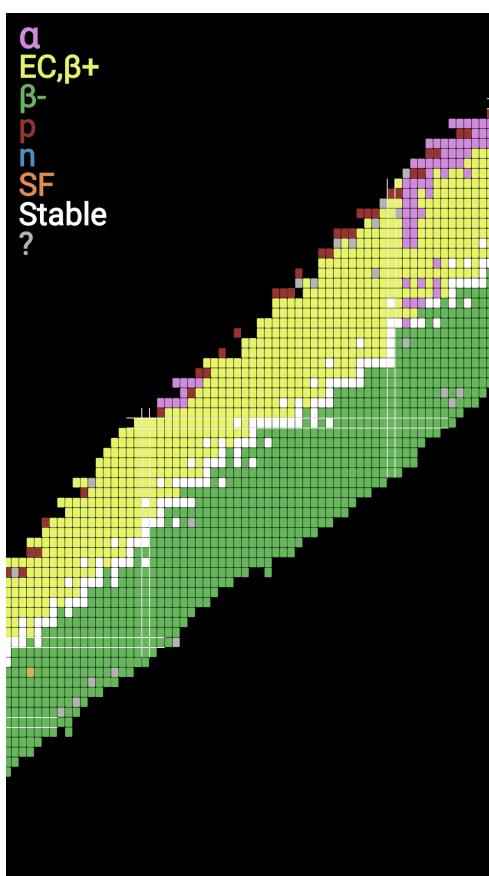
Asymmetrieterm:

$$a_a \frac{(N-Z)^2}{4A} \leftrightarrow \text{Povh, Rith} \quad \text{mit } a_a \approx 93,15$$

$$a_a \frac{(N-Z)^2}{A} \leftrightarrow \text{versch. Andere} \quad \text{mit } a_a \approx 23,29$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c} N-Z & 2 & 4 & 6 & 8 & 10 & 12 & 14 \\ \hline \Delta E_{ges} & 1\Delta E & 2\Delta E & 5\Delta E & 8\Delta E & 13\Delta E & 18\Delta E & 25\Delta E \end{array}$$

Wiederholung: Nuklidkarte - Paarungsterm



121	Pr	124	Pr	125	Pr	126	Pr	127	Pr	128	P
121	Ce	122	Ce	123	Ce	124	Ce	125	Ce	126	Ce
120	La	121	La	122	La	123	La	124	La	125	La
114	Ba	115	Ba	116	Ba	117	Ba	118	Ba	119	Ba
114	Ba	115	Ba	116	Ba	117	Ba	118	Ba	119	Ba
112	Cs	113	Cs	114	Cs	115	Cs	116	Cs	117	Cs
112	Cs	113	Cs	114	Cs	115	Cs	116	Cs	117	Cs
110	Xe	111	Xe	112	Xe	113	Xe	114	Xe	115	Xe
110	Xe	111	Xe	112	Xe	113	Xe	114	Xe	115	Xe
109	I	110	I	111	I	112	I	113	I	114	I
108	Te	109	Te	110	Te	111	Te	112	Te	113	Te
108	Te	109	Te	110	Te	111	Te	112	Te	113	Te
107	Sb	108	Sb	109	Sb	110	Sb	111	Sb	112	Sb
106	Sb	107	Sb	108	Sb	109	Sb	110	Sb	111	Sb
105	Sn	106	Sn	107	Sn	108	Sn	109	Sn	110	Sn
105	Sn	106	Sn	107	Sn	108	Sn	109	Sn	110	Sn
104	In	105	In	106	In	107	In	108	In	109	In
104	In	105	In	106	In	107	In	108	In	109	In
103	Cd	104	Cd	105	Cd	106	Cd	107	Cd	108	Cd
103	Cd	104	Cd	105	Cd	106	Cd	107	Cd	108	Cd
102	Pd	103	Pd	104	Pd	105	Pd	106	Pd	107	Pd
102	Pd	103	Pd	104	Pd	105	Pd	106	Pd	107	Pd
101	Rh	102	Rh	103	Rh	104	Rh	105	Rh	106	Rh
100	Rh	101	Rh	102	Rh	103	Rh	104	Rh	105	Rh
100	Rh	101	Rh	102	Rh	103	Rh	104	Rh	105	Rh
99	Tc	100	Tc	101	Tc	102	Tc	103	Tc	104	Tc
99	Tc	100	Tc	101	Tc	102	Tc	103	Tc	104	Tc
98	Mo	99	Mo	100	Mo	101	Mo	102	Mo	103	Mo
98	Mo	99	Mo	100	Mo	101	Mo	102	Mo	103	Mo
97	Nb	98	Nb	99	Nb	100	Nb	101	Nb	102	Nb
97	Nb	98	Nb	99	Nb	100	Nb	101	Nb	102	Nb
96	Zr	97	Zr	98	Zr	99	Zr	100	Zr	101	Zr
96	Zr	97	Zr	98	Zr	99	Zr	100	Zr	101	Zr
95	Zr	96	Zr	97	Zr	98	Zr	99	Zr	100	Zr

Cadmium, Z=48

(IAEA -Isotope Browser)

$$M(A, Z) = NM_n + ZM_p + Zm_e$$

$$-a_v A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_a \frac{(N-Z)^2}{4A} + a_p \frac{\delta}{A^{1/2}}$$

$$a_v = 15.67 \text{ MeV}/c^2$$

$$a_s = 17.23 \text{ MeV}/c^2$$

$$a_c = 0.714 \text{ MeV}/c^2$$

$$a_a = 93.15 \text{ MeV}/c^2$$

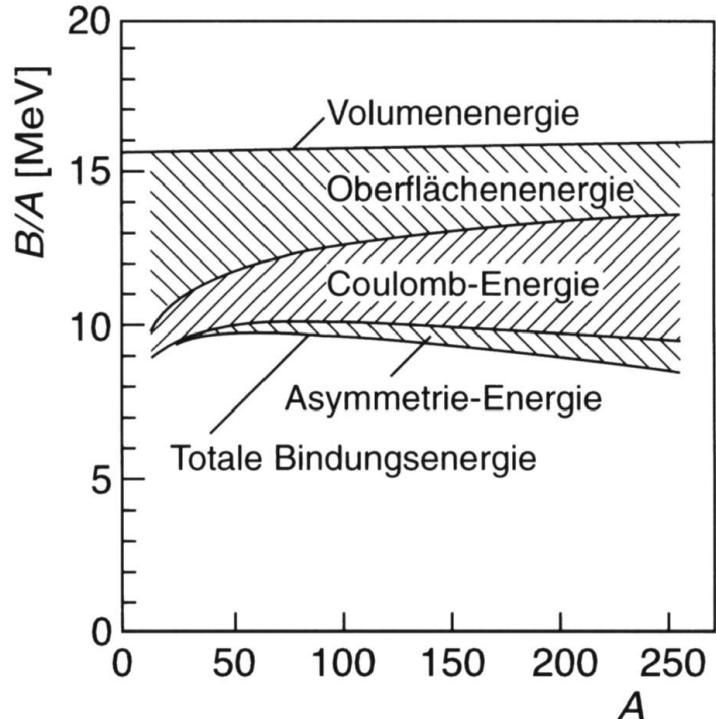
$$a_p = 11.2 \text{ MeV}/c^2$$

$$\delta = +1/-1 \text{ oder } 0.0$$

uu/gg- , ug/gu-Kerne

↔ Povh, Rith "Teichen und Kerne"

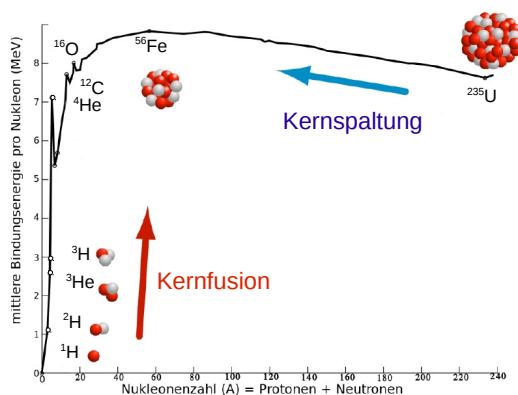
Tröpfchenmodell :
Nur 5 Parameter !



90

Zusammenfassung: Bindung, Spiegelkerne, Isospin (VL, KW 44)

- Bindungsenergien:**



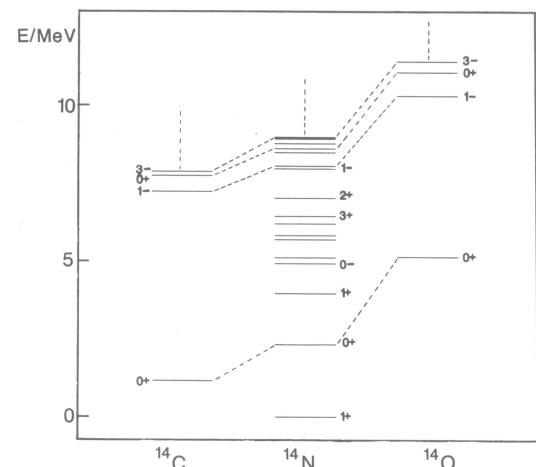
- Spiegelkerne und Isospin**
Kernkraft unterscheidet nicht zwischen Protonen und Neutronen
↔ Ladungsunabhängigkeit der Kernkraft

Proton = Nukleon mit Isospin $I = 1/2, I_3 = +1/2$

Neutron = Nukleon mit Isospin $I = 1/2, I_3 = -1/2$

↔ Multipletts

... Tafel



91

Isospin-Symmetrie/Invarianz der starken Wechselwirkung:

- Die Wechselwirkung hängt von der Isospin-Wellenfunktion ab
- aber: keine Abhängigkeit von I_3 bei gleicher Wellenfunktion

pp:	$ 1, +1\rangle$	
pn:	$ 1, 0\rangle$	$ 0, 0\rangle$
nn:	$ 1, -1\rangle$	
	↑	↑
gleiche Isospin Wellen- funktion gleiches Verhalten		$I = 0$
unter starker WW $I = 1, I_3$		andere Isospin Wellenfunktion

- Isospin-Symmetrie überall wichtig, wo es um die starke Wechselwirkung geht, z.B.:

$$|\pi^+\rangle, \quad |\pi^0\rangle, \quad |\pi^-\rangle$$

$$|1, +1\rangle, \quad |1, 0\rangle, \quad |1, -1\rangle$$

$$\pi^+ + n \rightarrow N^{*+} \Leftrightarrow \pi^- + p \rightarrow N^{*-} \quad (\text{Clebsch-Gordon-Koeffizienten})$$

92

Einschub:

- Parität -

Wichtige Größe für die Charakterisierung eines (Kern-)Zustandes

Parität = Symmetriecharakter der Wellenfunktion unter Raumspiegelungen

(keine Analogon in der klassischen Mechanik), “diskrete Symmetrie”

$P : \psi(\vec{r}) \rightarrow \psi(-\vec{r})$ Raumspiegelung

$P^2(\psi(\vec{r})) = \psi(\vec{r}) \Leftrightarrow P\psi(\vec{r}) = \eta_P \psi(\vec{r}) = \pm \psi(\vec{r})$
Eigenwert: ± 1

Schreiben der Wellenfunktion als:

$\psi(\vec{r}) = R(r) \cdot Y_{lm}(\theta, \phi)$ (Radial- und winkelabhängiger Anteil
(Kugelflächenfunktionen))

Anwenden von P :

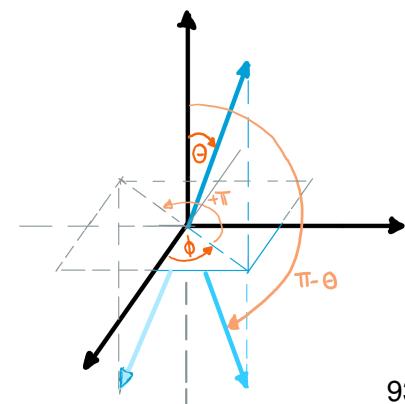
⇒ $R(r)$ verändert sich nicht,

$$Y_{lm}(\theta, \phi) \rightarrow Y_{lm}(\pi - \theta, \phi + \pi) = (-1)^l \cdot Y_{lm}(\theta, \phi)$$

$$P(\psi(\vec{r})) = P(R(r) \cdot Y_{lm}(\theta, \phi)) \\ = (-1)^l \cdot R(r) \cdot Y_{lm}(\theta, \phi) = (-1)^l \psi(\vec{r})$$

↔ mehrere Teilchen: Produkt der Wellenfunktionen

⇒ Parität: multiplikative Quantenzahl



93

Intrinsische Parität von Teilchen (Elementarteilchen):

Definition (Konvention):

$$\eta_p(\text{Proton}) = \eta_p(\text{Neutron}) = +1$$

$$\eta_p(e^-, \nu_e, \mu^-, \nu_\mu, \dots) = +1$$

$$\eta_p(e^+, \bar{\nu}_e, \mu^+, \bar{\nu}_\mu, \dots) = -1$$

Reaktion $a + b \rightarrow c + d$:

$$P_{tot} = \eta_a \cdot \eta_b \cdot (-1)^l = \eta_c \cdot \eta_d \cdot (-1)^{l'}$$

(l, l' : Bahndrehimpuls zwischen a und b, bzw. c und d)

Paritätserhaltung in der starken und elektromagnetischen Wechselwirkung

(weitere Paritäten von Teilchen könnten aus Reaktionen bestimmt werden und werden dann konsistent weiterverwendet ...)

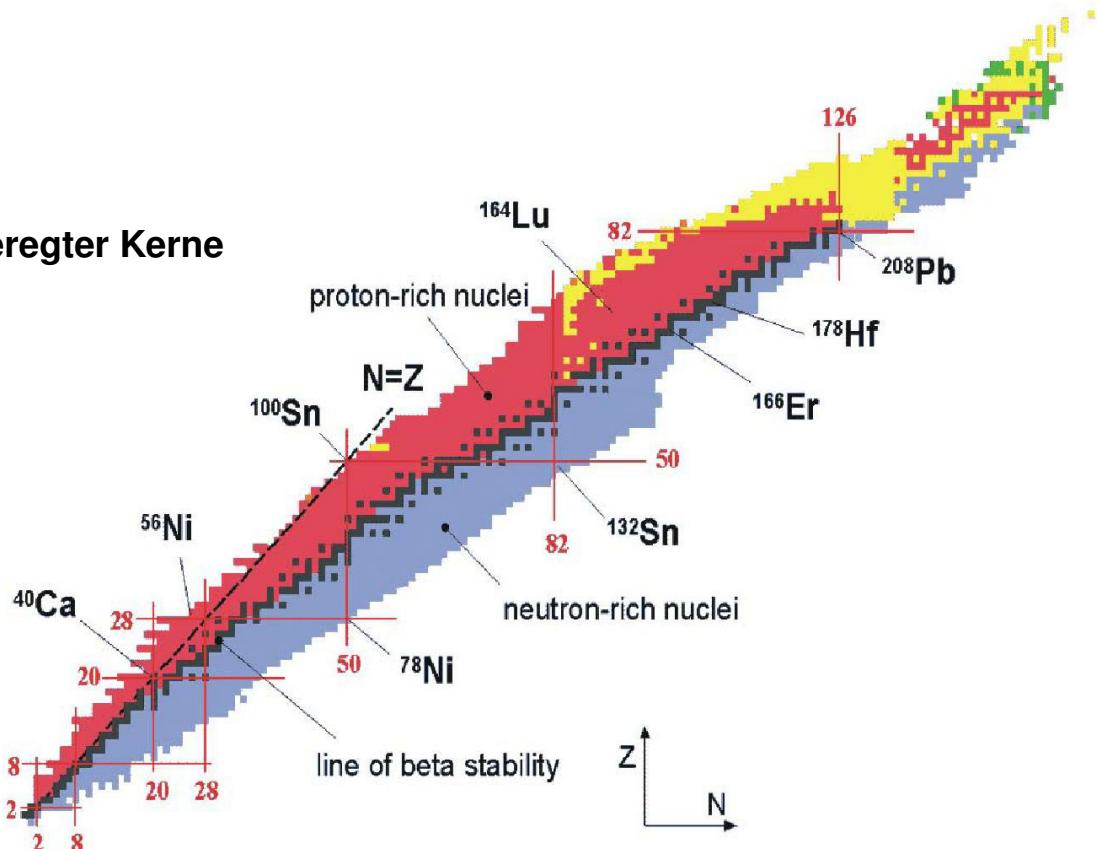
Paritätsverletzung in der schwachen Wechselwirkung

→ ...später in der Vorlesung

94

Kapitel 3 - Kern-Zerfälle, Radioaktivität

- β -Zerfall
- α -Zerfall
- Spaltung
- Zerfall angeregter Kerne



95

- **α -Zerfall, Spaltung:**

spontaner Zerfall in zwei oder mehrere leichte Kerne

$(A,Z) \rightarrow (A-A',Z-Z') + (A',Z')$ möglich wenn: $M(A,Z) > M(A-A',Z-Z') + M(A',Z')$

- **Spezialfall: α -Zerfall** - ${}^4\text{He}$ -Kern stark gebunden

$(A,Z) \rightarrow (A-4,Z-2) + (4,2)$

- **Spezialfall: spontane Kern-Spaltung:**

Zerfall in zwei grob vergleichbar große schwere Kerne, asymmetrische Massenverteilung

z.B. $(A=238, Z=92) \rightarrow (94, 36) + (144, 56)$

$\text{U} \rightarrow \text{Kr} + \text{Ba}$ ($N/Z = 88/56 = 1.57$)

Spaltprodukte sehr neutronenreich
– radioaktiv

- **β -Zerfall**

Kerne mit deutlichem Protonen oder Neutronenüberschuss

96

Zerfälle, Radioaktivität

- **β -Zerfall**

Kerne mit deutlichem Protonen oder Neutronenüberschuss

- **Abbau Neutronen-Überschuss, β^- -Zerfall**

$(A, Z) \rightarrow (A, Z + 1) + e^- + \bar{\nu}_e$, Umwandlung $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$

Energetisch möglich wenn: $M(A,Z) > M(A,Z+1)$

- **Abbau Protonen-Überschuss**

β^+ -Zerfall: $(A, Z) \rightarrow (A, Z - 1) + e^+ + \nu_e$,

Umwandlung $p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$

Energetisch möglich wenn: $M(A,Z) > M(A,Z-1) + 2m_e$

Elektroneneinfang: $p + e^- \rightarrow n + \nu_e$

Energetisch möglich wenn: $M(A,Z) > M(A,Z-1) + \epsilon$,

(ϵ : Anregungsenergie der Atomhülle des Tochterkerns)

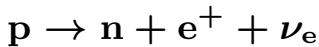
Insbesondere bei schweren Kernen: großer Kernradius, Elektronenbahnradien klein, Radialwellenfunktion für K-Elektronen - Maximum am Kernmittelpunkt

- **γ -Zerfall**

Abregung angeregter Kerne durch Emission elektromagnetischer Strahlung

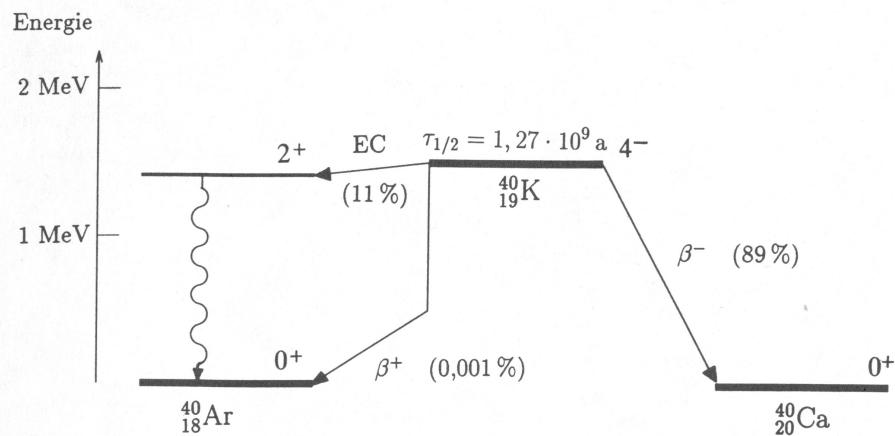
97

Elektroneneinfang und β - Zerfall



β^+ -Zerfall möglich wenn: $M(A, Z) > M(A, Z - 1) + 2m_e$
 $(\beta^+-\text{Positron und überzähliges Elektron})$

Konkurrenz-Prozess: Elektroneneinfang



Kalium

^{39}K (93.26%),
 ^{41}K (6.73%) : stabil
 ^{40}K : $T_{1/2} = 1.3 \cdot 10^9 a$

(Kalium = lebensnotwendiges Element, z.B. Reizleitung im Nervensystem
 ^{40}K in K : 0.01%
 $\approx 16\%$ der natürlichen Strahlenbelastung)

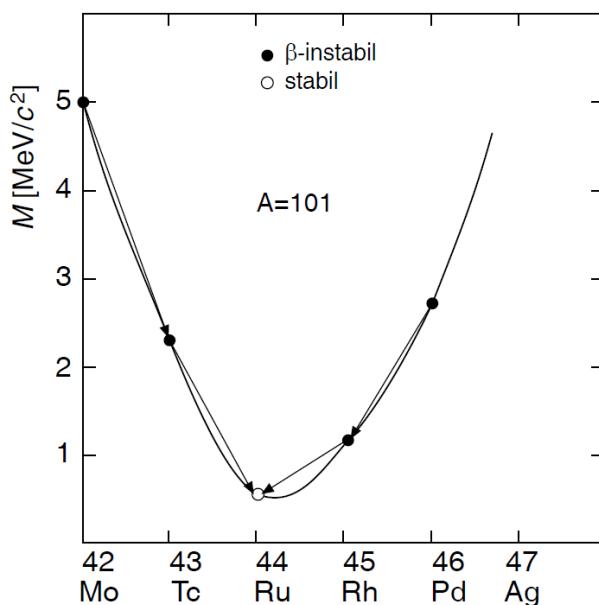
$$M(A, Z) > M(A, Z - 1) + \epsilon$$

98

Stabilität (Tröpfchenmodell)

\leftrightarrow jeweils: gleiches A

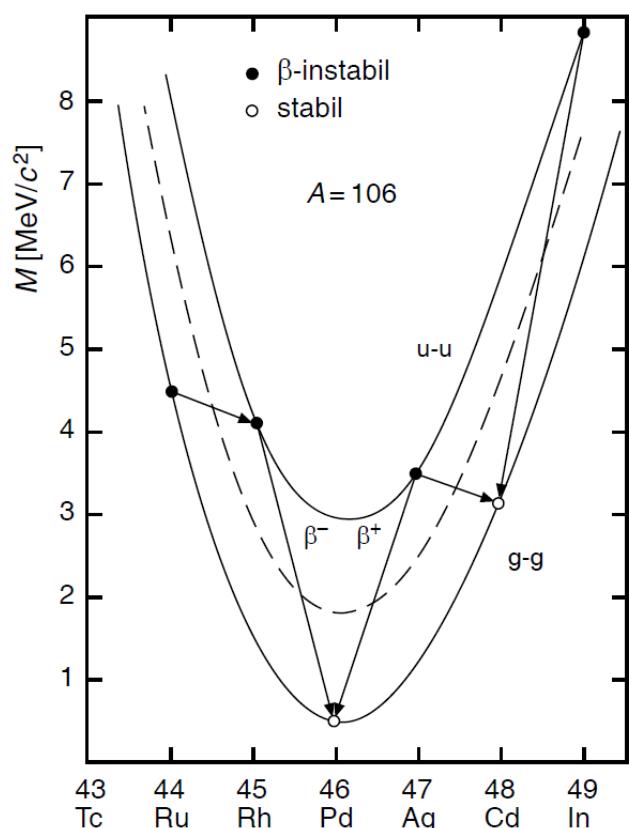
gerade - ungerade -Kerne:



Normalerweise existieren:

- ein stabiler ug- Kern
- mehr als ein β -stabiler gg- Kern
- kein stabiler uu- Kern (für $Z \geq 8$)

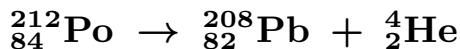
ungerade-ungerade, gerade-gerade Kerne:



99

Zerfälle: Erwartung

- α -Zerfall:



Energiebilanz:

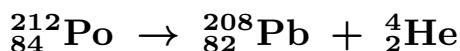
$^{212}_{84}\text{Po}$	211.988868 u
$^{208}_{82}\text{Pb}$	207.976653 u
^4_2He	4.002603 u
$\Rightarrow \Delta M$	0.009612 u $\Rightarrow E = 8.954 \text{ MeV}$

- ⇒ Energie und Impulserhaltung im Zwei-Körperendzustand
- ⇒ α -Energie wohldefiniert - scharfe Linie im Energiespektrum
- ⇒ Energie der α -Teilchen etwas kleiner als $E = 8.954 \text{ MeV}$ - Rückstosskern nimmt auch Energie auf

100

Zerfälle: Erwartung

- α -Zerfall:



Energiebilanz:

$^{212}_{84}\text{Po}$	211.988868 u
$^{208}_{82}\text{Pb}$	207.976653 u
^4_2He	4.002603 u
$\Rightarrow \Delta M$	0.009612 u $\Rightarrow E = 8.954 \text{ MeV}$

- ⇒ Energie und Impulserhaltung im Zwei-Körperendzustand
- ⇒ α -Energie wohldefiniert - scharfe Linie im Energiespektrum
- ⇒ Energie der α -Teilchen etwas kleiner als $E = 8.954 \text{ MeV}$ - Rückstosskern nimmt auch Energie auf

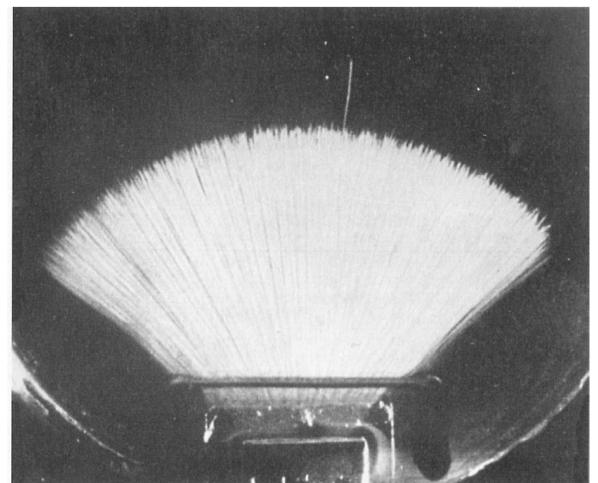
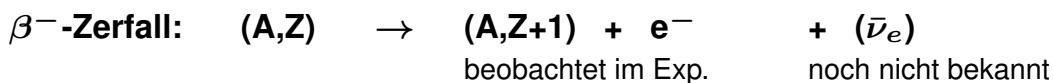


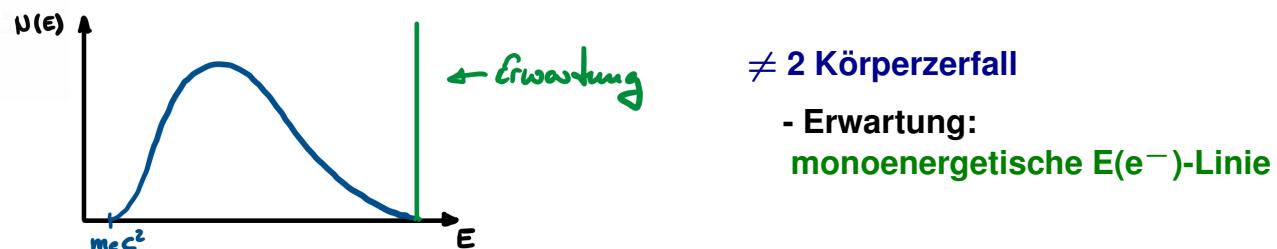
Abb. 3.13. Nebelkammeraufnahme der gleich langen Spuren von α -Teilchen, die beim Zerfall von Polonium $^{212}_{84}\text{Po}$ in $^{208}_{82}\text{Pb}$ emittiert werden. Unter ihnen befindet sich eine längere Spur, die von einem energiereicheren α -Teilchen aus dem Zerfall eines energetisch angeregten $^{213}_{84}\text{Po}$ -Kerns stammt. Aus W. Finkelnburg: *Einführung in die Atomphysik* (Springer, Berlin, Heidelberg 1954)

β -Zerfall, Neutrino



Chadwick (1914):

Experiment: e^- hat ein kontinuierliches Energiespektrum



W. Pauli : postulierte das Neutrino

(1930) \leftrightarrow Energieerhaltung
 \leftrightarrow Drehimpulserhaltung

	(A, Z)	\rightarrow	$(A, Z+1)$	$+$	e^-	
a)	gerades A \leftrightarrow ganzzahliger Spin		ganzzahliger Spin	$s=1/2$		zusätzliches Teilchen mit $S=1/2$ wird benötigt
b)	ungerades A \leftrightarrow halbzahligiger Spin		halbzahligiger Spin	$s=1/2$		\Rightarrow NEUTRINO

β -Zerfall, Neutrino

NEUTRINO

$\Rightarrow e^-, \bar{\nu}_e$ teilen sich die Energie auf \Rightarrow kontinuierliches Spektrum ✓

⇒ Drehimpulserhaltung ✓ $s(\bar{\nu}_e) = 1/2$

Neutrinos:

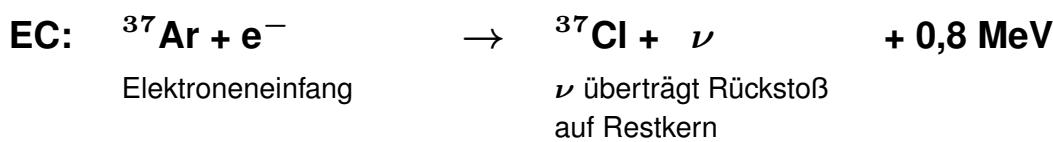
- neutral, \sim vernachlässigbare Masse, nur schwach wechselwirkend

⇒ sehr schwer zu beobachten

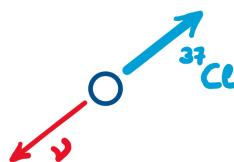
1) INDIREKTE Beobachtung des Neutrinos

Idee: Neutrinos nehmen bei ihrer Emission Impuls mit

⇒ Rückstoß ← beobachten



$t_{\frac{1}{2}} = 35d$, K-Einfang
 \leftrightarrow kein Rückstoß
 durch e^-



Beobachtung des Neutrinos - indirekte Messung -

- Neutrale Teilchen, die nur schwach wechselwirken und eine vernachlässigbare Masse haben sind sehr schwierig zu detektieren

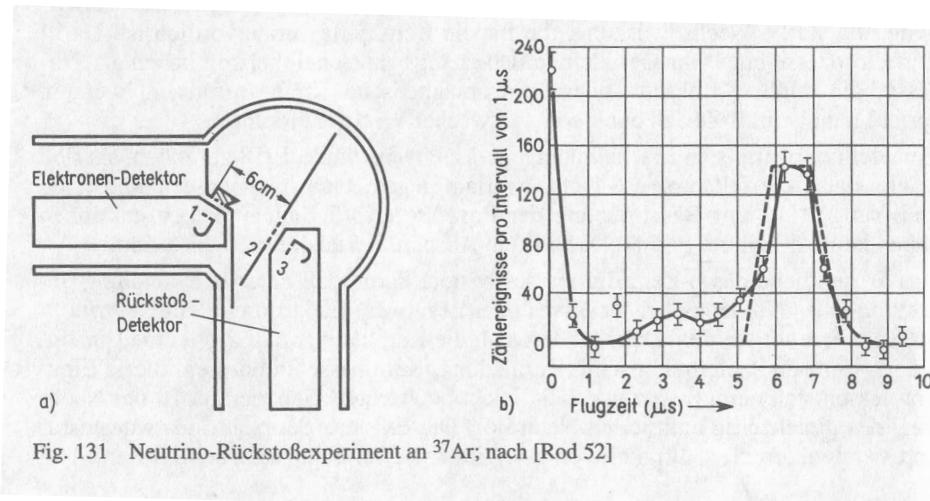


Fig. 131 Neutrino-Rückstoßexperiment an ${}^{37}\text{Ar}$; nach [Rod 52]

Emission des Neutrinos
 $\rightarrow {}^{37}\text{Cl}$ -Rückstoß

E, \vec{p} -Erhaltung: 0,8 MeV stehen als totale kinetische Energie zur Verfügung

Messen der Flugzeit des ${}^{37}\text{Cl}$ -Ions zum Rückstoß-Detektor

Start (t_0): Auger-Elektronen (\leftrightarrow Zeitpunkt EC (Electron Capture))

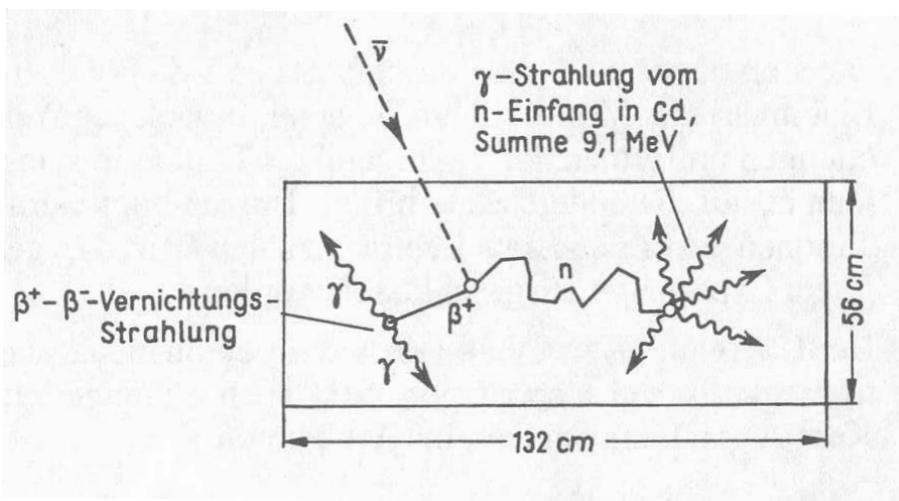
(EC hinterlässt e^- -Hülle im angeregten Zustand \rightarrow Anregungsenergie als elektromagnetische Strahlung oder Übertragung auf e^- -Hülle \rightarrow Auger-Elektronen (hier genutzt))

104

Beobachtung des Neutrinos - direkte Messung -

Experiment von Reines und Cowan:

Messung des inversen Prozesses $\bar{\nu} + p \rightarrow e^+ + n$



Reaktor: $\bar{\nu}$!

Nutzung eines großen wasserstoffhaltigen Szintillators, dem eine Cd-Verbindung zugesetzt ist

Neutron wird in Cd eingefangen \rightarrow Photon-Kaskade mit $E_{\text{tot}} = 9.1 \text{ MeV}$

Messung: Verzögerte Koinzidenz zwischen Photonen von der Annihilation und der Strahlung, die nach dem Neutroneneinfang emittiert wird.

105