

## • Natürlichen Einheiten

.... Protonen in LHC:  $E = 1,12 \mu J = 7 TeV$

$$(1J = 1W \cdot s = 1V \cdot A \cdot s = C \cdot V)$$

-  $\hbar, c = 1$  ...

## • Vierervektoren

- **Lorentzinvarianten** (z.B.:  $E, \vec{p}$  nicht invariant aber z.B. die **invariante Masse**)

Fehler an der Tafel:

$$A \cdot B = A_\mu B^\mu = A^\mu B_\mu = g_{\mu\nu} A^\mu B^\nu = g^{\mu\nu} A_\mu B_\nu$$

mit  $A^\mu = g^{\mu\nu} A_\nu$

## • Teilchenzerfall:

$$N(t) = N(0) \cdot e^{-\lambda \cdot t} \quad \lambda: \text{Zerfallskonstante}$$

$$\tau = 1/\lambda \quad \text{mittlere Lebensdauer}$$

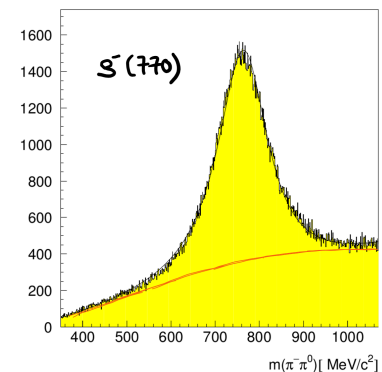
$$t_{1/2} = \ln(2)/\lambda \quad \text{Halbwertszeit}$$

**Wahrscheinlichkeit das Teilchen zu finden (zerfällt):**

$$|\Psi(t)|^2 = |\Psi(0)|^2 \cdot e^{-\Gamma \cdot t} \quad \tau = 1/\Gamma$$

$$\Psi(t) = \Psi(0) \cdot e^{-i E_0 \cdot t} \cdot e^{-\Gamma/2 \cdot t}$$

$$M_{\pi^- \pi^0}^2 = (E_{\pi^-} + E_{\pi^0})^2 - (\vec{p}_{\pi^-} + \vec{p}_{\pi^0})^2$$



Form der Kurve = ?

58

## Zusammenfassung: Einfaches Bild einer Resonanz

(VL2, KW 42):

**Wahrscheinlichkeit das Teilchen zu finden (zerfällt):**

$$|\Psi(t)|^2 = |\Psi(0)|^2 \cdot e^{-\Gamma \cdot t} \quad \tau = 1/\Gamma$$

$$\Psi(t) = \Psi(0) \cdot e^{-i E_0 \cdot t} \cdot e^{-\Gamma/2 \cdot t}$$

Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Teilchen die Energie E hat?

↔ Fourier Transformierte:

$$f(E) \sim \int_0^\infty \psi(t) \cdot e^{iEt} dt$$

$$f(E) \sim \int_0^\infty \psi(0) \cdot e^{-i[(E_0 - E) - i\Gamma/2]t} dt$$

$$f(E) \sim \frac{\Psi(0)}{(E_0 - E) - i\Gamma/2} \quad f^*(E)f(E) \sim \frac{|\Psi(0)|^2}{(E_0 - E)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

Normierung so, dass  $f^*(E) \cdot f(E) = 1$  für  $E = E_0$

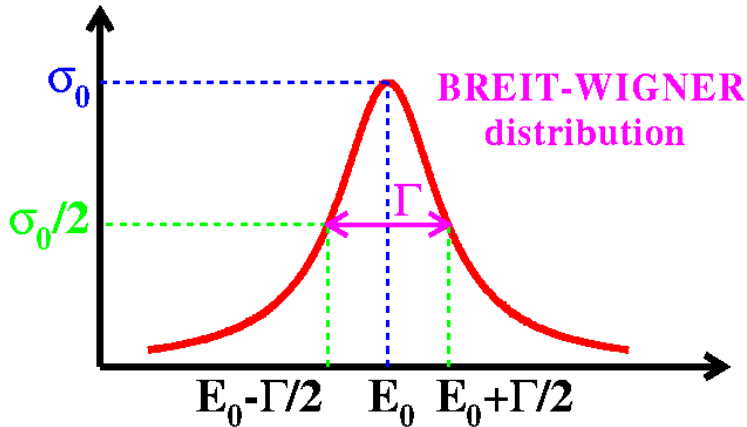
$$|\text{BW}(E)|^2 \sim \frac{(\Gamma/2)^2}{(E_0 - E)^2 + \Gamma^2/4} \quad \text{BW}(E) \sim \frac{\Gamma/2}{(E_0 - E) - i\Gamma/2}$$

## Breit-Wigner Resonanzkurve (nicht-relativistisch)

= der einfachste Fall, tatsächliche Situation meist komplizierter

# Breit-Wigner Resonanzkurve

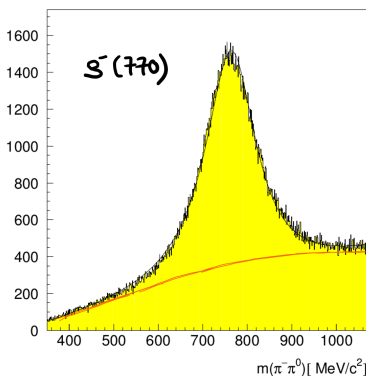
↔ Zerfall eines Teilchens mit kurzer Lebensdauer



Breit-Wigner Amplitude:

$$BW(E) = \frac{\Gamma/2}{(E_0 - E) - i\Gamma/2}$$

Beobachtete Intensität:  $|BW(E)|^2$



Beobachtete Breite eines Signals:

↔ generell auch abhängig von der Auflösung des Detektorsystems

↔ Signal verbreitert sich zusätzlich !

(aufgrund der großen  $\rho(770)$ -Breite und der guten Auflösung hier irrelevant)

Tafel:

Anmerkung zu: eine Resonanz, zwei Zerfallskanäle

60

## Kapitel 2 - Massen, Bindung und Stabilität von Kernen

- Stabile Kerne (Tal der Stabilität)
- Isotope, Isobare, Isotone
- Massen
- Bindungsenergien
- Tröpfchen-Modell  
Bethe-Weizsäcker - Massenformel
- Ladungsabhängigkeit der Kernkraft (Isospin)

## Eigenschaften der Atomkerne

- **Rutherford:  $\alpha$ -Streuung an verschiedenen Kernen**  
 $\rightarrow R \approx R_0 \cdot A^{1/3}, \quad R_0 \approx 1.3 \text{ fm}$
  - $\alpha + {}^{14}\text{N} \rightarrow {}^{17}\text{O} + p$   
 $\leftrightarrow$  Beobachtung positiv geladener Teilchen mit großer Reichweite  
 $\Rightarrow$  Proton als Kernbaustein
  - **Chadwick: Entdeckung des Neutrons**  
 $\alpha + {}^9\text{Be} \rightarrow {}^{12}\text{C} + n$   
 $\leftrightarrow$  indirekte Beobachtung des Neutrons  $\leftrightarrow$  Übungen  
- Streuung an verschiedenen Targets, Messung der Rückstossenergie
- $\Rightarrow$  Atomkerne aufgebaut aus Protonen ( $m = 938.27 \text{ MeV}$ , positiv geladen) und Neutronen ( $m = 939.57 \text{ MeV}$ , elektrisch ungeladen)

### Klassifizierung der Atomkerne:

Massenzahl  $A = \# \text{ Nukleonen}$

Ordnungszahl  $Z = \# \text{ Protonen}$

Neutronenzahl  $N = \# \text{ Neutronen}$

### Nomenklatur:

${}_Z^A\text{E}_N$       z.B.  ${}_{82}^{208}\text{Pb}$

62

## Eigenschaften der Atomkerne

- **Atomare Masseneinheit (Konvention)**  
 $1 \text{ amu (1u)} = 1/12 \cdot m({}^{12}\text{C})\text{-atom}$   
 $= 931,49 \text{ MeV} = 1,6602 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
- **verschiedene Arten von Atomkernen durch Kombination einer bestimmten Zahl von Protonen und Neutronen  $\rightarrow$  Nuklide**
  - **Isotope: gleiches  $Z$ , unterschiedliches  $N$**   
 $\leftrightarrow Z$ , bzw. die Anzahl der  $e^-$  bestimmt die chemischen Eigenschaften
  - **Isotone: gleiches  $N$ , unterschiedliches  $Z$**
  - **Isobare: gleiches  $A$**

Frage:

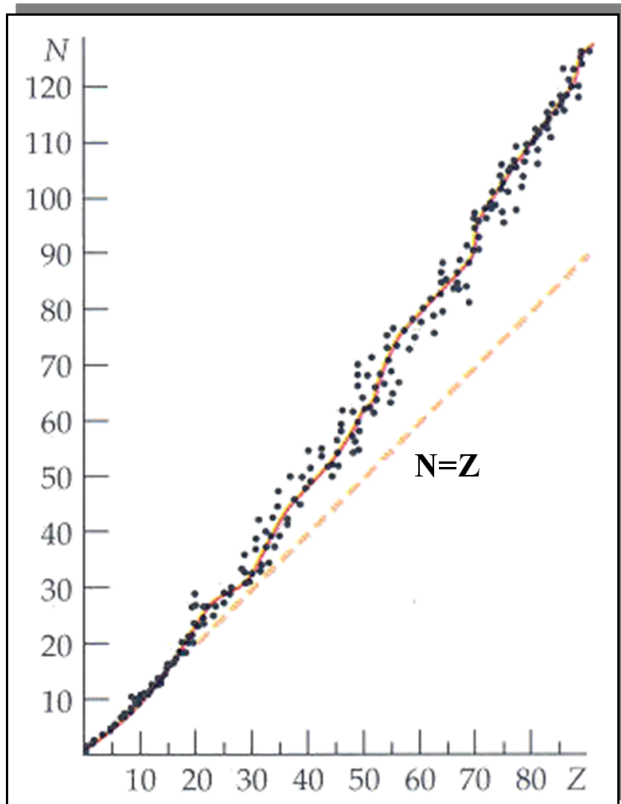
Sind Kerne mit einer beliebigen Anzahl von Protonen und Neutronen möglich ??

Experimentelle Beobachtung:

Nein!  $\Rightarrow$  Tal der Stabilität

63

## ⇒ Tal der Stabilität



nur Kerne mit bestimmten  
Neutron/Protonverhältnis sind stabil

$$\frac{N}{Z} \approx 1.0 - 1.5$$

Warum?

64

## Existenz stabiler Kerne in einem schmalen N/Z-Bereich

- Existenz stabiler Kerne
  - ⇒ neben Coulomb-Abstoßung zwischen den Protonen auch eine **anziehende Wechselwirkung** zwischen Nukleonen
  - ⇒ **Starke Wechselwirkung!**
- Stabilität der Kerne:
  - ↔ bestimmt durch Wechselspiel von
    - abstoßender Coulombkraft zwischen der Protonen (langreichweitig  $\sim Z(Z - 1)$ )
    - anziehender starker Wechselwirkung zwischen Nukleonen  $\sim A$   
 $\sim A$  : Woher weiss man das?
  - ↔ Kerne mit hohem Z werden instabil, da Coulombabstoßung  $\sim Z(Z - 1) \approx Z^2$  ansteigt
  - ↔ Sollte es dann aber nicht Kerne mit sehr vielen Neutronen aber wenig Protonen geben?

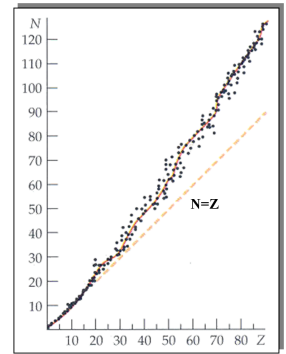
65

## Existenz stabiler Kerne in einem schmalen N/Z-Bereich

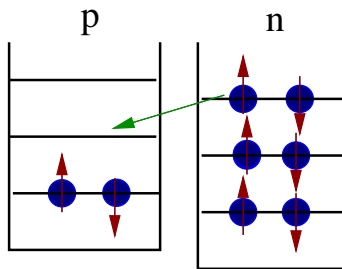
- Warum existieren nicht Kerne mit vielen Neutronen und nur wenigen Protonen?

⇔ **Pauli-Prinzip**

**Protonen und Neutronen sind Fermionen mit  $s=1/2$**   
(unterschiedliche Ladung)



**Stark vereinfachtes quantenmechanisches Bild**



**2p, 6n:  ${}^8\text{He}$**

würde über  $n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$  zerfallen

↔ p-Niveaus energetisch bevorzugt

Was würde generell passieren, wenn es kein Pauli-Blocking gäbe?

(Pauli-Prinzip: Zwei nicht unterscheidbare Fermionen dürfen nicht im gleichen Zustand sein)

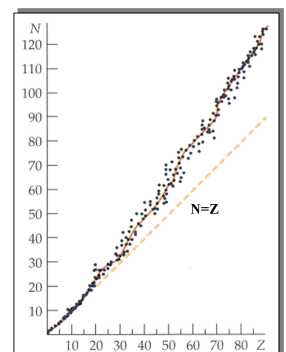
66

## Existenz stabiler Kerne in einem schmalen N/Z-Bereich

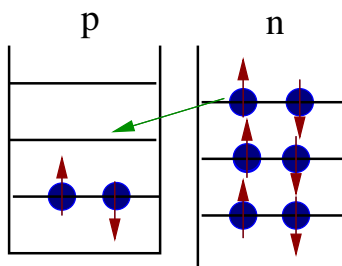
- Warum existieren nicht Kerne mit vielen Neutronen und nur wenigen Protonen?

⇔ **Pauli-Prinzip**

**Protonen und Neutronen sind Fermionen mit  $s=1/2$**   
(unterschiedliche Ladung)



**Stark vereinfachtes quantenmechanisches Bild**



**2p, 6n:  ${}^8\text{He}$**

würde über  $n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$  zerfallen

↔ p-Niveaus energetisch bevorzugt

**Bereits besetzte p-Niveaus blockieren den n-Zerfall im Kern (Pauli-Blocking)**

⇒ Nur aus diesem Grund gibt es überhaupt Kerne!

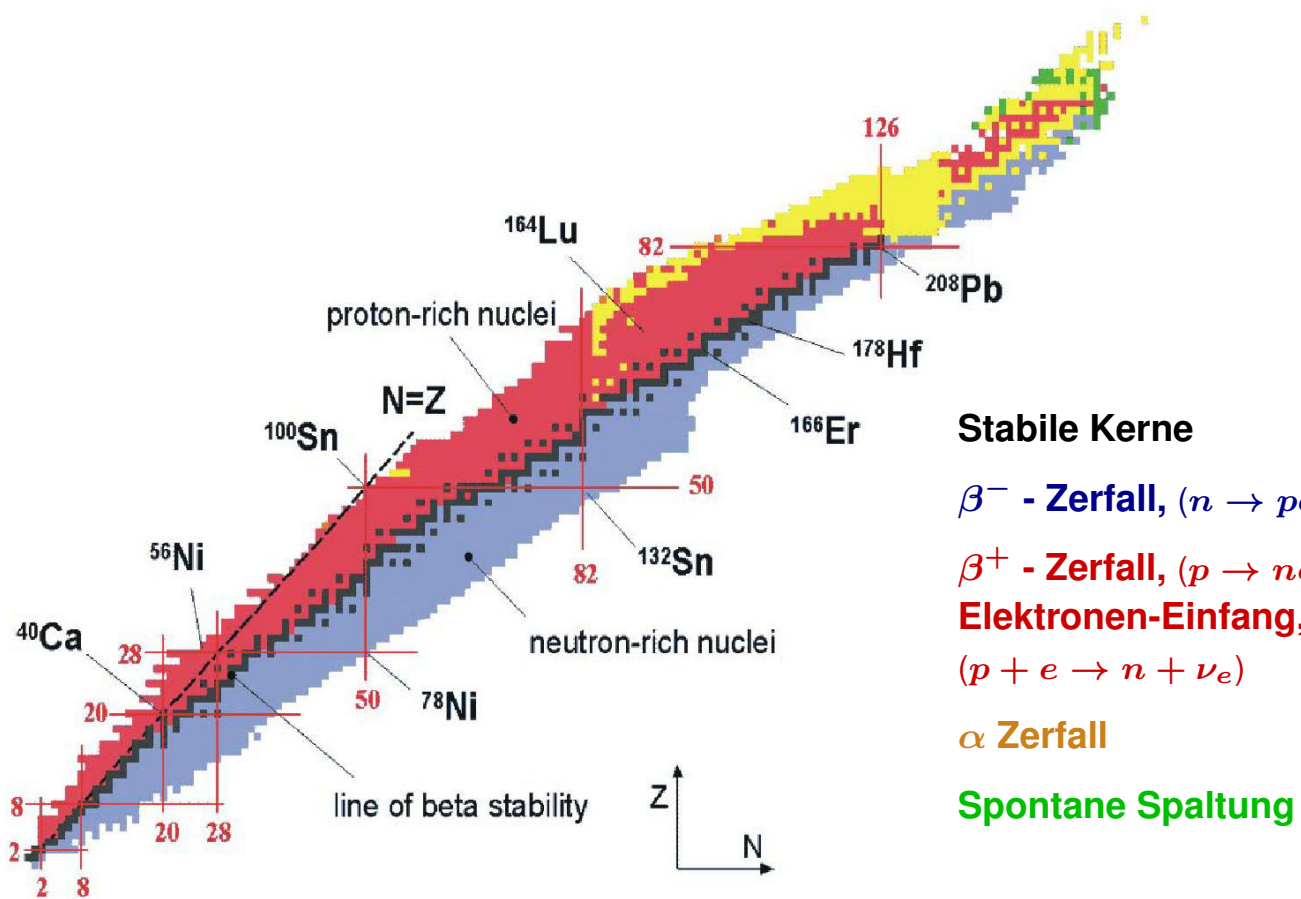
**Ohne Coulomb-Abstoßung: Kerne mit  $N = Z$  am stabilsten!**

**Compensation der Coulomb-Abstoßung in schweren stabilen Kernen**

⇔ **Mehr Neutronen als Protonen!**

67

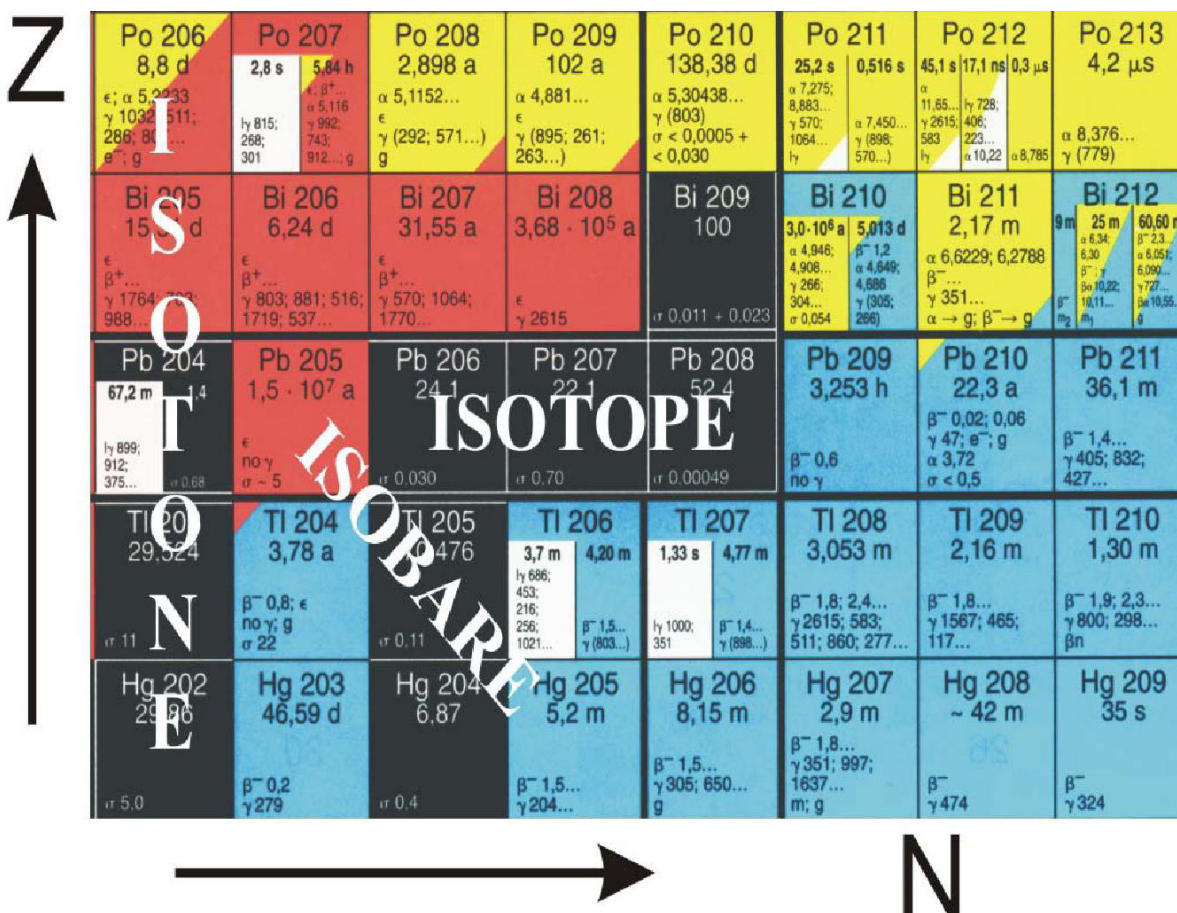
# Nuklidkarte



→ Tafel (Zerfälle) ...

68

## Nuklidkarte -Ausschnitt



**Stabile Kerne**

$\beta^-$  - Zerfall

$\beta^+$  - Zerfall,  
 $e^-$ -Einfang ( $\epsilon$ )

$\alpha$  Zerfall

69

# Nuklidkarte

Halbwertszeit des metastabilen Isomerenzustand in  $^{109}\text{Ag} \rightarrow$  geht durch  $\gamma$  in Grundzustand über (88 keV), (Konversions  $e^-$ )

Ag 109	
48.161	
39.6s	
$I\gamma$ 88	
$e^-$	$\sigma$ 4.7+87

← stabil

← Häufigkeit des Isotops in %

← Einfangs-WQ für  $(n, \gamma)$ -Reaktion ( $\rightarrow$  angeregter (isomerer) Zustand + Grundzustand des  $^{110}\text{Ag}$ )

Na 22	
2.603 a	
$\beta^+$ 0.5;1.8	
$\gamma$ 1275	
$\sigma_{n,p}$ 28000	
$\sigma_{n,\alpha}$ 260	

← Halbwertszeit  $t_{1/2}$

←  $\beta$ -Energien von 0,5, 1,8 MeV

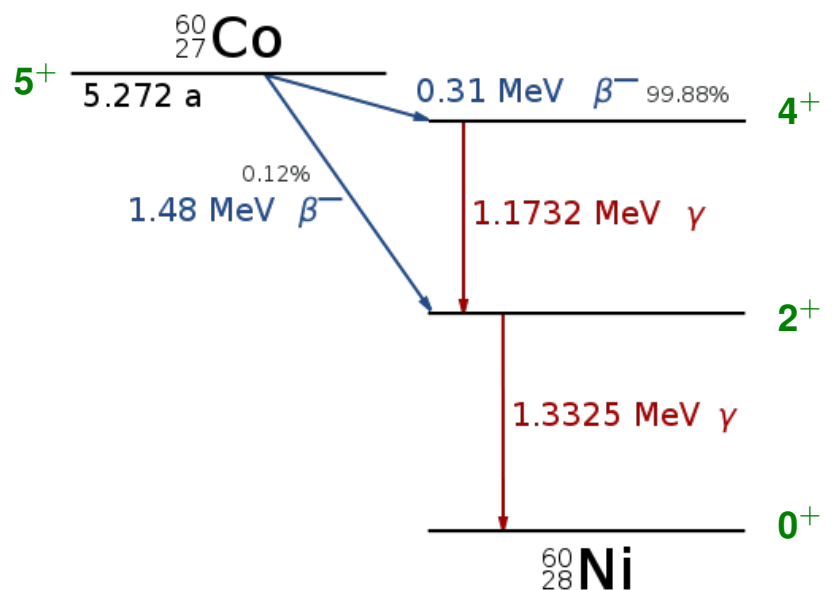
←  $\gamma$ -Energie von 1275 keV

← Einfangs-WQs für  $(n, p)$ - bzw.  $(n, \alpha)$ -die Reaktion

70

## Beispiel - Zerfallsschema

<b>Ni 60</b> 26.223  $\sigma$ 2.9	<b>Ni 61</b> 1.1399  $\sigma$ 2.5 $\sigma_{n,\alpha}$ 3E-5	
	<b>Co 59</b> 100  $\sigma$ 20.7 + 16.5	<b>Co 60</b> 10.5 m 5.2711 a $\beta^-$ 0.3 $I\gamma$ 59, $e^-$ 1.5... $\beta^-$ ... $\gamma$ 1332 $\gamma$ (1332...) 1173... $\sigma$ 58 $\sigma$ 2.0



71