HA02

Sonntag, 16. Oktober 2022 17:01

Angela Brade, Michael Vogt

(1)

(i) $x = C_1 + C_2 \cdot t$, $C_1 = x_0$, $[C_1] = m$; $C_2 = v$; $[C_2] = m/s$

$v^2 = 2 \cdot C_1\, x \iff C_1 = \frac{v^2}{2x}$; $[C_1] = \frac{m}{s^2}$

$x = C_1 \cos(C_2\, t)$; $[C_1] = m$; $[C_2] = Hz = s^{-1}$

$v = C_1 \exp^{-C_2 t}$; $[C_1] = m/s$, $[C_2] = 1/s = Hz$

(ii) $F = G \cdot m_1 \cdot m_2 / r^2$

$$\iff kg\,\frac{m}{s^2} = [G] \cdot \frac{kg^2}{m^2} \iff [G] = \frac{m^3}{kg \cdot s^2} = \,]m$$

(iii) Die Kraft F ist von Masse m, Radius r und Geschwindigkeit v abhängig: $F \sim m$; $F \sim v$; $F \sim r$; $F = m^a \cdot r^b \cdot v^c$

$1\,kg^1 m^1 s^{-2} = 1\,kg^1 \cdot m^1\; s^{-2}$

$\iff 1\,kg^1 m^1 s^{-2} = \underbrace{1\,kg^1}_{m} \cdot \underbrace{m^{-1}}_{r^{-1}} \cdot \underbrace{m^2 \cdot s^{-2}}_{v^2}$ Durch Betrachten der Einheiten folgt:

$F = m \cdot r^{-1} \cdot v^2$

Die Masse m muss die Potenz 1,

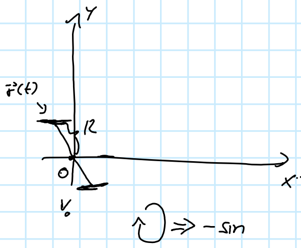
der Kreisbahnradius die Potenz -1

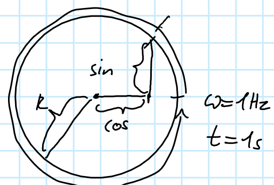
und die Geschwindigkeit die Potenz 2 haben

(2)

a)

Pedale:





$[\omega] = {}^{360°}/_s = Hz$; $\omega = \frac{\alpha}{t}$

ω:= Umdrehungen pro Sekunde

Die Position innerhalb der x-Achse ist von der Position des Fahrrads, welche sich mit $s = v \cdot t$ bestimmen lässt, und dem Cosinus des Winkels der Pedale zum Zeitpunkt t und dem Abstand von der Pedale und der Rotationsachse abhängig: $\cos(\omega \cdot t) \cdot R$.

Die Position innerhalb der y-Achse wird ausschließlich durch die Rotation der Pedale und somit dem Sinus des Winkels und den Radius bestimmt. $-\sin(\omega \cdot t) \cdot R$.

Der Term ist negativ, da die Pedale nicht gegen den Uhrzeigersinn, sondern mit dem Uhrzeigersinn getreten wird

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} V_0 \cdot t + \cos(\omega \cdot t) \cdot R \\ -\sin(\omega\, t) \cdot R \end{pmatrix}$$

b)

$$\vec{v}(t) = \vec{r}\,'(t) = \begin{pmatrix} v_0 - \omega \sin(\omega \cdot t) \cdot R \\ -\omega \cos(\omega \cdot t)\, R \end{pmatrix}$$

c)

$$\vec{a}(t) = \vec{r}\,''(t) = \begin{pmatrix} -\omega^2 \cos(\omega \cdot t) \cdot R \\ \omega^2 \sin(\omega t) \cdot R \end{pmatrix}$$

d) Siehe unten Abb. 1, 2, 3 und 4.:

Bei ω * R = v (Abb. 1) entsteht eine Kurve mit "Spitzen", an denen die Position des Pedals sich für relativ lange Zeit nur wenig ändert. Dies lässt sich daran erkennen, dass in der Ableitung periodisch im zeitlichen Abstand 2π/ω die Kreisbewegung und die lineare Bewegung sich aufheben. Für ω*R > v (Abb. 3 und 4) gibt es periodische "Schlaufen", da hier die negative Geschwindigkeit der Kreisbewegung in x-Richtung stellenweise höher ist als die der linearen Bewegung. Für ω*R < v (Abb. 2) entsteht eine Art Wellenform, da hier die lineare Bewegung in x-Richtung überall schneller ist als die Kreisbewegung.

(3) $a = 6{,}3\,ms^{-2}$; $s = 100m$; $\Delta t = 10s$

$v = a \cdot t$

$s = \int v\, dt = \frac{1}{2} a t^2 + s_0$; $s_0 = 0$

$s_1 = \frac{1}{2} a \cdot t^2$; $s_1 = 10m$

$10m = \frac{1}{2} 6{,}3 m/s^2 \cdot t^2$

$\Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{10m}{3{,}15 m/s^2}}$

$\Delta t_0 \approx 1{,}78s$

$v = a \cdot t$

$v = 6{,}3 m/s^2 \cdot 1{,}78s$

$v \approx 11{,}22 m/s$

$s_2 = 100m$, $s_1 = 10$, $\Delta s = s_2 - s_1 = 90m = 100m - 10m$

$\Delta s = vt$

$\Rightarrow \quad t_1 = \frac{\Delta s}{v}$

$t_1 = \frac{90m}{11{,}22 m/s}$

$\Delta t_1 \approx 8{,}02s$

$\Delta t_2 = \Delta t_0 + \Delta t_1$

$\Delta t_2 = 1{,}78s + 8{,}02s$

$\Delta t_2 = 9{,}80s$

$t = 10s$

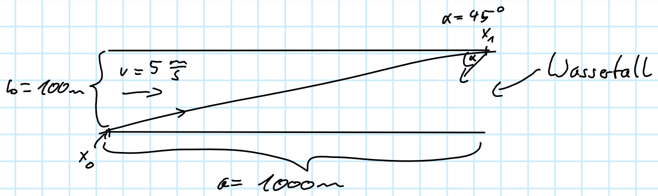
$\Delta t_3 = t - \Delta t_2$

$\Delta t_3 = 10s - 9{,}80s$

$\Delta t_3 = 0{,}20s$

Der Läufer muss eine Reaktionsgeschwindigkeit von unter 0,20s haben.

(4) $b = 100m$; $v_F = 5\frac{m}{s}$; $a = 1000m$; $x_0 = 0m$; $x_1 = 1000m$



$t_1 = \frac{a}{v}$

$t_1 = \frac{1000m}{\ldots}$

$$t_1 = \frac{a}{v}$$

$$t_1 = \frac{1000\,m}{5\,\frac{m}{s}} = 200\,s$$

$$v_0 = \frac{b}{t_1}$$

$$v_0 = \frac{100\,m}{200\,s}$$

$$v_0 = 0{,}5\,\frac{m}{s}$$

Der Sportler muss mit einer Geschwindigkeit von $0{,}5\,\frac{m}{s}$ senkrecht zum Ufer rudern, um auf der anderen Uferseite anzukommen.

Da der Ruderer 5m/s des Stromes negieren muss und er im 45°-Winkel rudert, sei $\vec{v}_x = -5\,m/s$ und $\vec{v}_y = \vec{v}_x = -5\,m/s$.

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} -5\,m/s \\ -5\,m/s \end{pmatrix}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{(-5\,m/s)^2 + (-5\,m/s)^2}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{50}$$

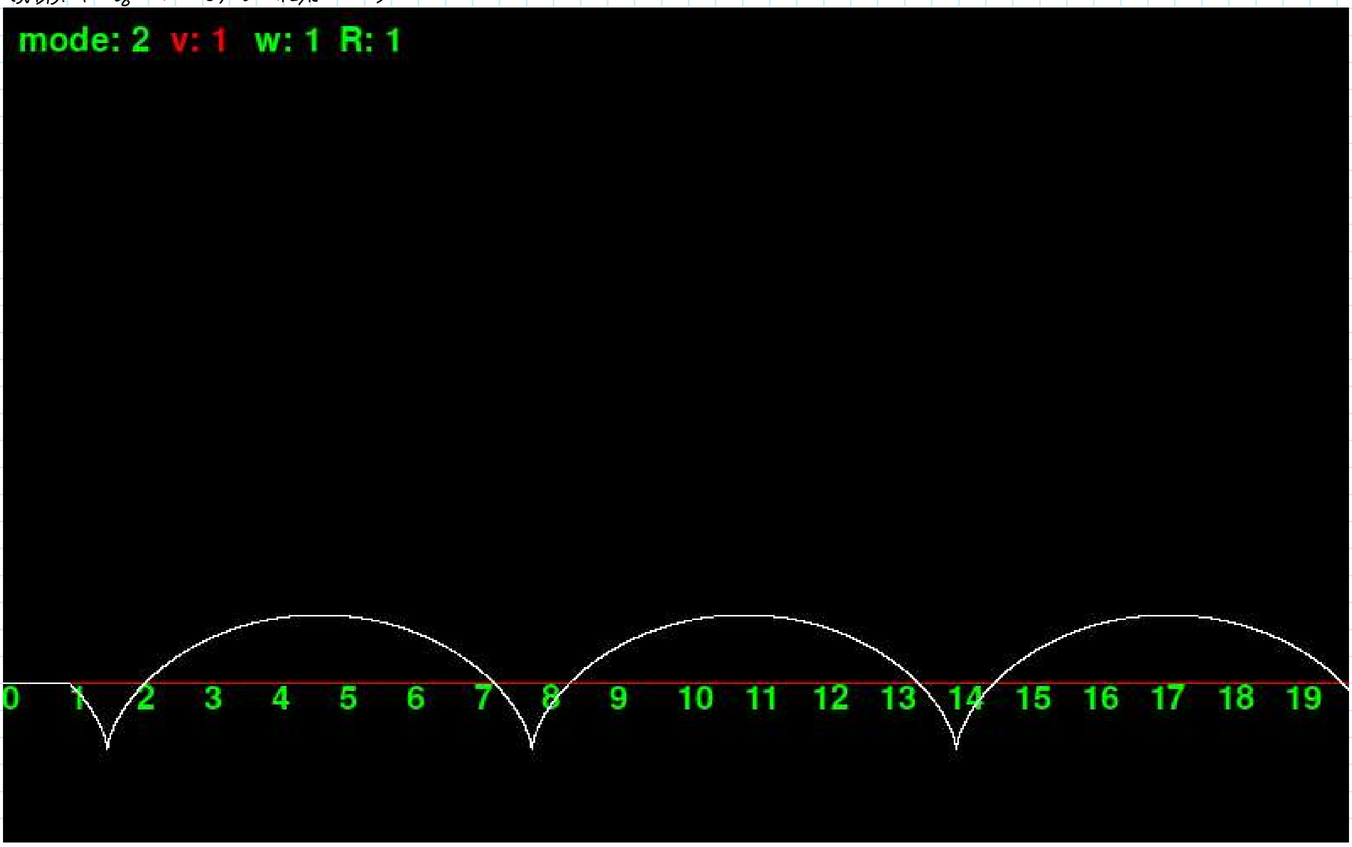
$$|\vec{v}| \approx 7{,}071\,m/s$$

$$t_2 = \frac{s}{v_y} = \frac{-100\,m}{-5\,m/s} = 20\,s$$

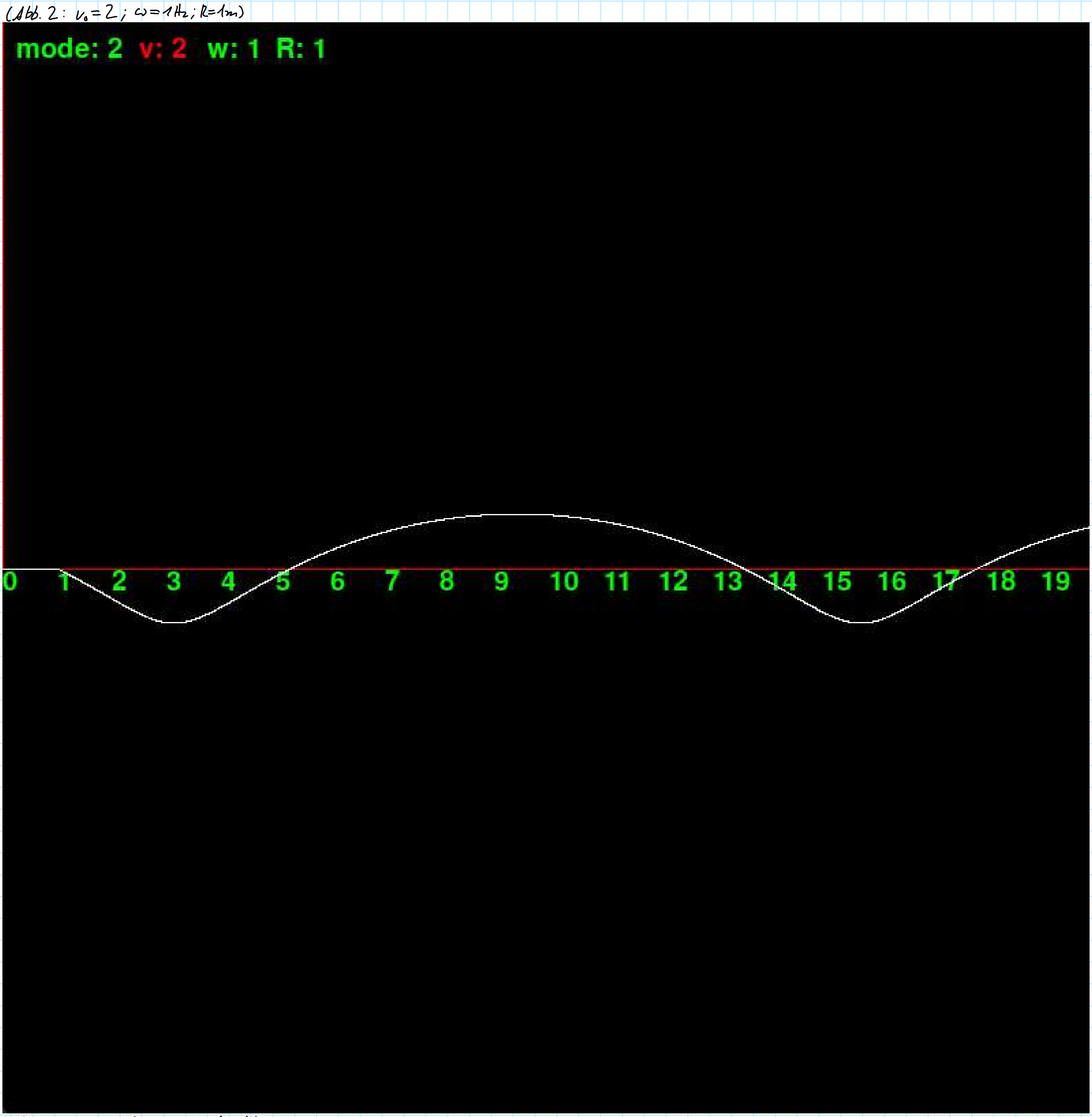
$$\Delta t = t_2 - t_1 = 20\,s - 200\,s = -180\,s$$

Der Sportler muss nun mit ca 7,071 m/s rudern. Dabei wird er das Ufer 180s schneller, als auf dem Hinweg erreichen.

(Abb. 1: $v_0 = 1\,m/s$; $\omega = 1\,Hz$; $R = 1\,m$)

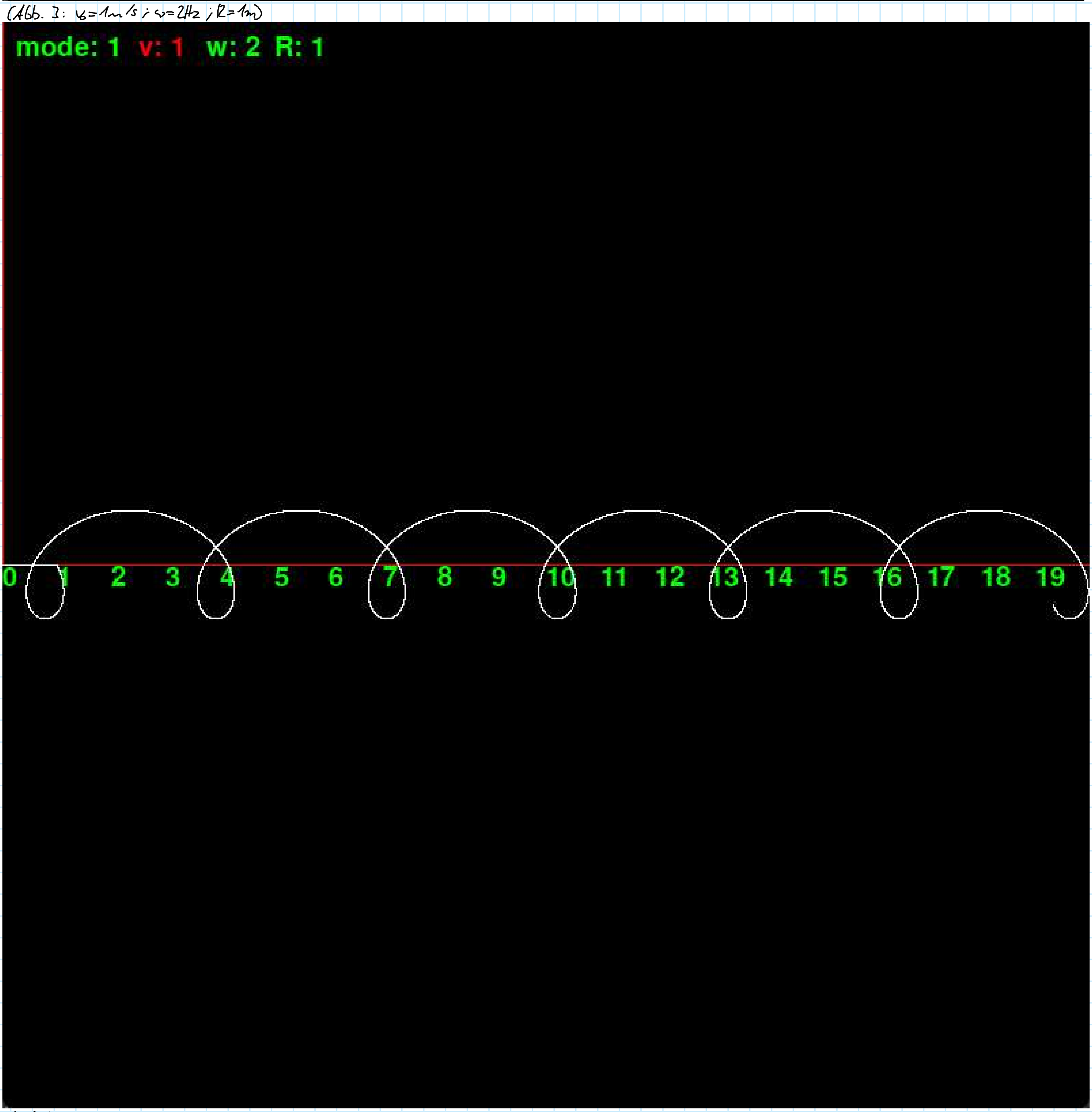


(Abb. 2: $v_0 = 2$; $\omega = 1 Hz$; $R = 1m$)

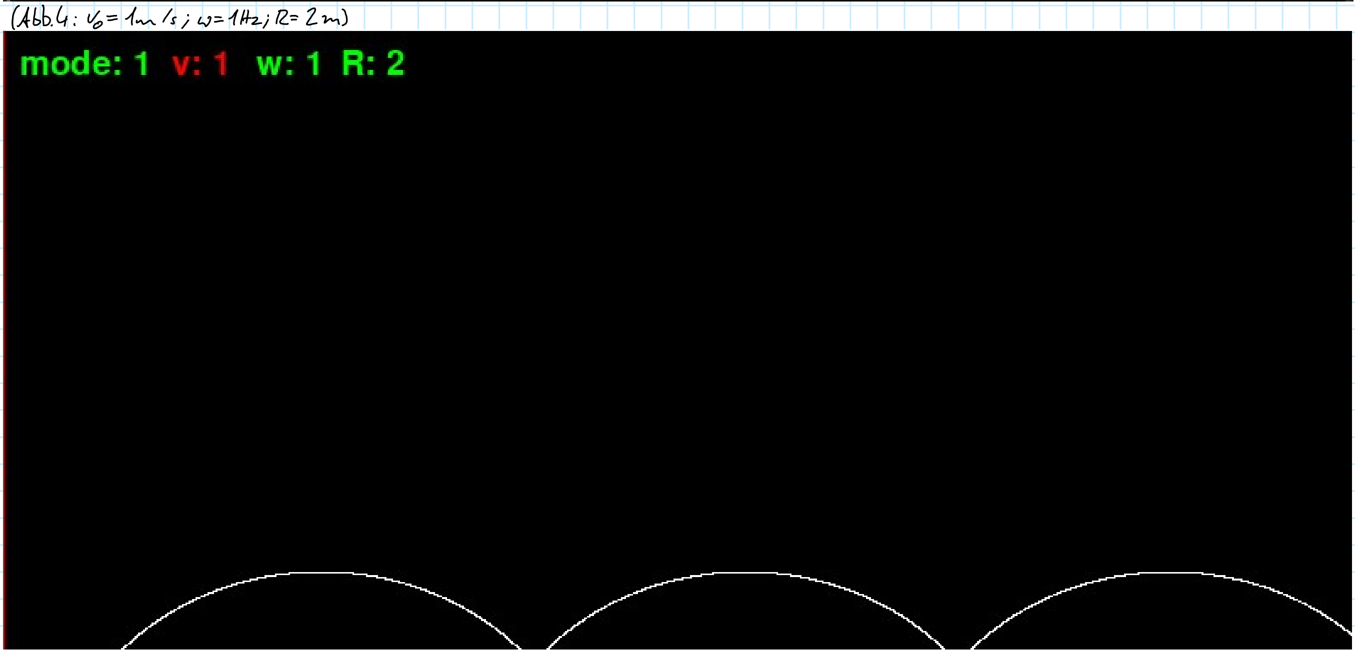


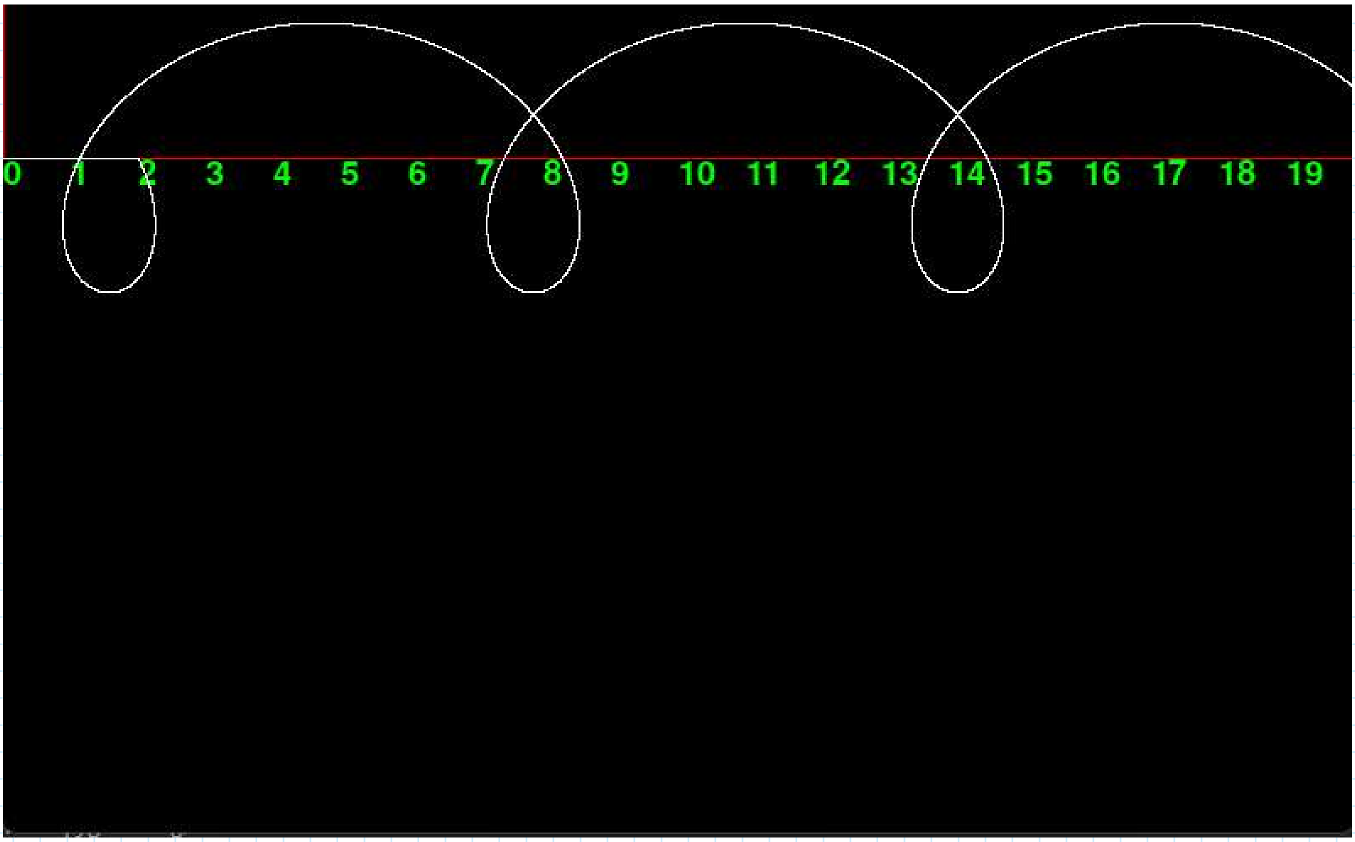
(Abb. 3: $v_0 = 1m/s$; $\omega = 2Hz$; $R = 1m$)

(Abb. 3: $v_0 = 1m/s$; $\omega = 2Hz$; $R = 1m$)



(Abb. 4: $v_0 = 1m/s$; $\omega = 1Hz$; $R = 2m$)




0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19