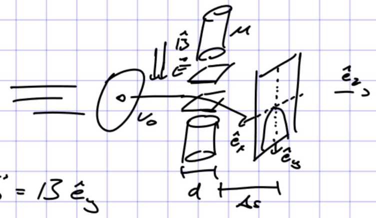
Σ 28.5

Ex 5; Dominik Wawrzinek, Angelo Brade; 31.10.2024

Aufgabe 1:

Σ 8



$$F = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad | \quad \vec{E} = E\hat{e}_y,\ \vec{B} = B\hat{e}_y$$

$$= \frac{q}{m}(E\hat{e}_y + \vec{v} \times \hat{e}_y B)$$

Länge in z-Richtung der Feldbereiche (Kondensatorplatten)

$$\vec{v}(d) = \vec{v}_0 + \vec{a}\cdot\Delta t_1 \quad | \quad \frac{d}{v_0} = \Delta t_1 := \text{Flugzeit durch den homogenen Feldbereich}$$

$$= \vec{v}_0 + \frac{q}{m}(E\hat{e}_y + \vec{v} \times \hat{e}_y B)\frac{d}{v_0} \quad | \quad \vec{v} \times \hat{e}_y = v_0\hat{e}_x,\ \vec{v}_0 = v_0\hat{e}_z$$

$$= v_0\hat{e}_z + \frac{q}{m}(E\hat{e}_y + v_0 B\hat{e}_x)\cdot\frac{d}{v_0}$$

$$= v_0\hat{e}_z + \frac{q}{m}\begin{pmatrix} B \\ E/v_0 \\ 0 \end{pmatrix}\cdot d$$ ✓

Abstand zwischen Feldbereich und Schirm.

$$\vec{s} = \vec{v}(d)\cdot\Delta t_2 \quad | \quad \frac{\Delta s}{v_0} = \Delta t_2 := \text{Flugzeit zum Schirm}$$

$$= \Delta s\,\hat{e}_z + \frac{q}{m}\begin{pmatrix} B/v_0 \\ E/v_0^2 \\ 0 \end{pmatrix} d\cdot\Delta s$$ ✓

$$\Rightarrow s_x = \frac{q}{m} B/v_0 \cdot d\cdot\Delta s \quad \Leftrightarrow \quad v_0 = \frac{q}{m} B/s_x \cdot d\cdot\Delta s$$ ✓

$$\Rightarrow s_y = \frac{q}{m} E/v_0^2 \cdot d\cdot\Delta s$$ ✓

$$= \frac{mE}{qB^2} s_x^2 \cdot \frac{1}{d\cdot\Delta s}$$

Δs nicht in Aufgabenstellung
$d = v\cdot t$

8/10

$s_y(s_x)$ ist unabhängig von v_0, aber wird durch q und m, sowie durch die konstruktionsspezifischen Parameter d und Δs bestimmt.

Aufgabe 2:

$Z(m(^1H)) \approx Z(m_p + m_e)$

Σ 3

Mit $E_B = (Z\cdot M_p + (A-Z)M_n - M(A,Z))\cdot c^2$ folgt:

Atom	E_B	E_B/A
^2H	1,72 MeV + m_e	0,86 MeV
^4He	27,33 MeV + 2 m_e	6,83 MeV
^6Li	30,53 MeV + 3 m_e	5,09 MeV
^{56}Fe	480,62 MeV + 26 m_e	8,28 MeV

$M_p = 938,27$ MeV

$M_n = 939,56$ MeV

$M(A,Z)$ wurde der gegebenen Tabelle entnommen.

3/4

Nr.3

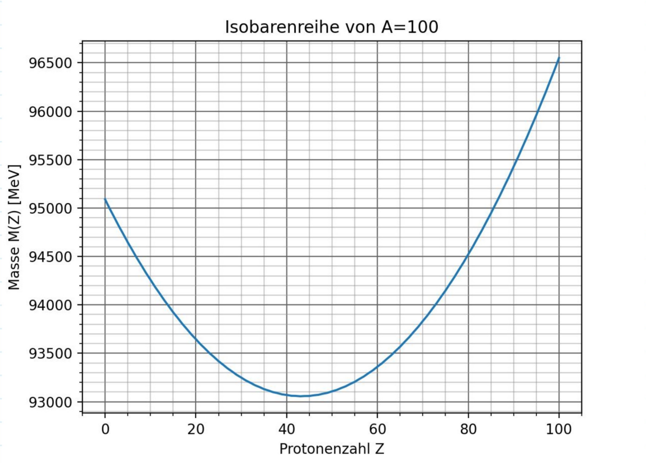
Σ 14

1.)

$$M(Z)=(Nm_n+Zm_p+Zm_e)-a_v\cdot A+a_o\cdot A^{\frac{2}{3}}+a_c\cdot\frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}}+a_s\cdot\frac{(N-Z)^2}{4A}+a_p\frac{\delta}{A^{\frac{1}{2}}}$$

$N = A - Z$

Gegeben: $m_p=938{,}27\,MeV$, $m_e=0{,}511\,MeV$, $m_n=939{,}56\,MeV$, $a_v=15{,}67\,MeV$, $a_o=17{,}23\,MeV$, $a_c=0{,}714\,MeV$, $a_s=93{,}15\,MeV$, $a_p=11{,}2\,MeV$



A = 100 => 2 Parabeln

1/3

Bei der Kurvenform handelt es sich um eine Parabel.

2.)

a) Für ungerade A tritt nur eine Parabelkurve auf, da der Paarungsterm wegfällt.

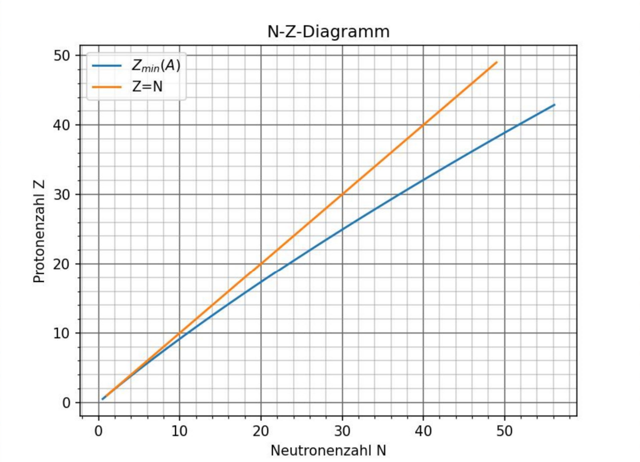
b) Für gerade A entstehen zwei sehr leicht vertikal versetzte Parabelkurven, da das Vorzeichen des Paarungsterms alterniert.

2/2

3.)

$$M'(Z)\overset{N=A-Z}{=}-m_n+m_p+m_e+2a_c\frac{Z}{A^{\frac{1}{3}}}+a_s\frac{2Z-A}{A}\overset{!}{=}0$$

$$\Leftrightarrow Z_{min}(A)=(m_n-m_p-m_e+a_s)\Big/\left(\frac{2a_c}{A^{\frac{1}{3}}}+\frac{2a_s}{A}\right)$$



Wie in obiger Abbildung zu sehen ist, tendiert das Verhältnis von Z_{min} und N für größere A zu einem größeren Anteil von N. Dies lässt sich durch den wachsenden Abstand der Z_{min} Kurve von der $Z=N$ Kurve für größere N beobachten, wobei die Z_{min} Kurve unterhalb der $Z=N$ Kurve verläuft.

5/5

4.)

ug-Kerne können nur bei Isobarenreihen mit ungeraden Nukleonenzahlen A auftreten. Wie in Aufgabenteil 2.) beschrieben, beschreibt die Isobarenreihe von diesen eine Parabel. Der Kern im Minimum dieser Parabel ist dabei der einzige stabile Kern, also derjenige mit der geringsten Masse $M(Z)$.

Bei Isobarenreihen von geraden Nukleonenzahlen treten gg- und uu-Kerne auf, welche jeweils auf einer eigenen Parabel liegen. Die der gg-Kerne verläuft dabei fast immer unter derjenigen der uu-Kerne, weshalb fast jeder uu-Kern einen benachbarten gg-Kern mit kleinerer Mass besitzt, wodurch fast alle uu-Kerne instabil sind. Bei den gg-Kernen ist wie bei den ug-Kernen derjenige mit der geringsten Masse stabil, aber zusätzlich sind diejenigen gg-Kerne stabil, die ein lokales Minimum bilden, deren benachbarte Kerne also eine höhere Masse besitzen als sie selbst. Dies kann aufgrund der nach oben versetzten Parabel der benachbarten uu-Kerne vorkommen, anders als bei den ug-Kernen.

4/4

5.)

Ja, es gibt einige wenige stabile uu-Kerne. Dies sind besonders leichte Kerne wie ^2_1H oder ^6_3Li, bei denen sich durch einen β-Zerfall die Zunahme an Asymmetrieenergie stärker auswirken würde als die Abnahme an Paarungsenergie. Auch über parabeln verständlich $Z<8$ $A=2n, n\in 4,8,12,16$

2/2 ^{10}B, ^{14}N

Nr. 4

$\sum 1$

1.)

$^{239}_{94}Pu \to {}^{235}_{92}U + {}^4_2He$

$M(A,Z) = (Nm_n + Zm_p + Zm_e) - a_v \cdot A + a_o \cdot A^{\frac{2}{3}} + a_c \cdot \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} + a_s \cdot \frac{(N-Z)^2}{4A} + a_p \frac{\delta}{A^{\frac{1}{2}}}$

Gegeben: $m_p = 938{,}27\,MeV$, $m_e = 0{,}511\,MeV$, $m_n = 939{,}56\,MeV$, $a_v = 15{,}67\,MeV$, $a_o = 17{,}23\,MeV$, $a_c = 0{,}714\,MeV$, $a_s = 93{,}15\,MeV$, $a_p = 11{,}2\,MeV$

$\Rightarrow M(239,94) \approx 222{,}6701\,GeV$

$M(235,92) \approx 218{,}9357\,GeV$

Aus Aufgabe 2: $E_{B,\alpha} \approx 28{,}3\,MeV$, $m_{He} = 3728{,}4\,MeV$

$\Rightarrow M(235,92) + E_{B,\alpha} + m_{He} = 222{,}6924\,GeV$ 2

$E_{kin,\alpha} = M(239,94) - 222{,}6924\,GeV = -0{,}0219\,GeV$ $= M(234,94) - M(235,92) - 2(m_p+m_e) - 2m_n + E_B^{4He}$

$-E_B^{Pu} + E_B^{U} - 2(m_p+m_e) - 2m_n + E_B = E_\alpha \approx 6\,MeV$

Laut dem Ergebnis besitzen die Zerfallsprodukte gemeinsam bereits eine höhere Energie als $^{239}_{94}Pu$, was jedoch die Energierhaltung verletzt.

Das fehlerhafte Ergebnis könnte daher rühren, dass es sich bei der Bethe-Weizsäcker-Formel nur um eine Näherung handelt. Insbesondere für leichte Atome wie He sollte man sie nicht verwenden. $A>235$ ist nicht leicht 1/3

2.)

β^--Zerfall: $\Delta E = M(239,94) - M(238,95) - m_{e^-} \approx 0{,}9316\,GeV$

β^+-Zerfall: $\Delta E = M(239,94) - M(240,93)\ 2\ m_{e^+} \approx -0{,}9329\,GeV$

Elektroneneinfang: $\Delta E = M(239,94) + m_{e^-} - M(^{239}_{94}Pu^-) \approx 0{,}11\,MeV$

Proton-Emission: $\Delta E = \underset{ug}{M(239,94)} - \underset{uu}{M(238,93)} - m_p \approx -0{,}0036\,GeV$ $-5.6\,MeV$

Neutron-Emission: $\Delta E = \underset{ug}{M(239,94)} - \underset{gg}{M(238,94)} - m_n \approx -0{,}0072\,GeV$ $-5.7\,MeV$

0/5

Aufgabe 5: $M_0(^{239}Pu) = 200\,g$, $\rho(^{239}Pu) = 19{,}84\,g/cm^3$, $\tau_{1/2} = 24110\,a$

$E_\alpha = 5{,}245\,MeV$

$\sum 2.5$

1.: $^{239}Pu \to {}^{235}U + \alpha$

$m(^{239}Pu) = 44504{,}70\,MeV$

$N_0(200g;\,^{239}Pu) = \frac{M_0(^{239}Pu)}{m(^{239}Pu)} = \frac{200g}{44504{,}70\,MeV} = 2{,}13 \cdot 10^{24}$ $A = \lambda N = N_A \cdot \frac{m}{m_{mol}} \cdot \lambda$

$N(t) = N_0 \cdot \exp(-\ln 2 \cdot \frac{t}{\tau_{1/2}})$

$= 2{,}13 \cdot 10^{24} \cdot \exp(-\ln 2 \cdot \frac{t}{24110a})$ 0/2 $= 4.6 \cdot 10^{11}\,\frac{1}{s}$

1/2

2.:

$E(t) = N(t) \cdot E_\alpha$

$P(t) = \frac{dE(t)}{dt}$

$= \dot{N}(t) E_\alpha$?

$= \frac{d}{dt}\left(N_0 \cdot \exp(-\ln 2 \cdot \frac{t}{\tau_{1/2}}) \right) \cdot E_\alpha$

$= -\frac{\ln 2}{\tau_{1/2}} N_0 \exp(-\ln 2 \cdot \frac{t}{\tau_{1/2}}) \cdot E_\alpha$ | Taylorentwicklung bis $O(t^1)$

$\approx -\frac{\ln 2}{\tau_{1/2}} N_0 \cdot E_\alpha$

$= -\frac{\ln 2 \cdot 2{,}19 \cdot 10^{24}}{24110 \cdot 365{,}25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} \cdot 5{,}245 \, MeV$

$\approx -1{,}674 \, W$

$P = \frac{E_{tot}}{\Delta t} = A \cdot E_\alpha \approx 0.4 W$

$\Rightarrow |P| = 1{,}674 \, W$

3.: $V = \frac{m}{\rho} = 10{,}08 \, cm^3 = 10{,}08 \cdot 10^{-6} \, m^3$

$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = 0{,}01341 \, m$

$A = 4\pi r^2 = 0{,}002259 \, m^2$

$P = \sigma A T^4$

$\Rightarrow T = \sqrt[4]{\frac{P}{\sigma A}}$

$= 338{,}115 \, K$

$= 64{,}37 \, °C$

Wärme abgestrahlt
Sehr drüber

$P = \sigma A (T_{Hw}^4 - T_{umgebung}^4)$

1.5/2

Im 3. Praktikum habe ich mit bloßen Händen einen 80°C warmen Metallwürfel gedreht. Außgehend von diesen Erfahrungen würde ich die Kugel in ein Handtuch einwickeln. Der Taschenwärmer wäre dennoch sehr warm, aber verwendbar.