

Vorlesung 12 – 22.11.2023

- Fundamentalsatz der Algebra: Sei $f(z) = \sum_{k=0}^N \alpha_k z^k$ ein Polynom mit $N \geq 1, \alpha_N \neq 0$. Dann hat f in \mathbb{C} mindestens eine Nullstelle.
- Corollar: Wir können jedes komplexe Polynom faktorisieren:
 $\sum_{k=0}^N \alpha_k z^k = \alpha_N \prod_{k=1}^N (z - z_k)$, $z_k \in \mathbb{C}$ sind die Nullstellen (möglicherweise nicht alle verschieden).
- Residuensatz: Sei $f : \mathbb{C} \setminus \{z_1, \dots, z_N\} \rightarrow \mathbb{C}$ holomorph bis auf endlich viele Singularitäten. Sei $\gamma : [a, b] \rightarrow \mathbb{C} \setminus \{z_1, \dots, z_N\}$ einfach, geschlossen, positiv orientiert. Dann ist

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} f(z) dz = \sum_{j=1}^N \operatorname{Res}(f, z_j), \quad \operatorname{Res}(f, z_j) := \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial B(z_j, \varepsilon) \circlearrowleft} f(z) dz.$$