

Rotation um freie Achse:

bisher: Rotation um **fixe** Achse $\rightarrow \vec{\omega} \parallel \vec{L}$

neu: Rotation um **freie** Achse $\rightarrow \vec{\omega} \nparallel \vec{L}$

\hookrightarrow Mit oder ohne ext. Drehmoment
 \hookrightarrow Kreisel

Allg. Drehimpuls bei starrem Körper:

$$\vec{L} = \underbrace{\int_V r^2 \vec{\omega} \, dm}_{\propto \vec{\omega}} - \underbrace{\int_V (r \vec{\omega}) \cdot \vec{r} \, dm}_{\text{i.A. } \nparallel \vec{\omega}}$$

$$\vec{\omega} = \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix}$$

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Betrachte L_x :

$$L_x = \int_V (r^2 \omega_x - x(x\omega_x + y\omega_y + z\omega_z)) \, dm$$

$$= \underbrace{\omega_x \int_V (r^2 - x^2) \, dm}_{I_{xx}} - \underbrace{\omega_y \int_V xy \, dm}_{-I_{xy}} - \underbrace{\omega_z \int_V xz \, dm}_{-I_{xz}}$$

$$\text{und } \left. \begin{aligned} L_y &= I_{yx} \omega_x + I_{yy} \omega_y + I_{yz} \omega_z \\ L_z &= I_{zx} \omega_x + I_{zy} \omega_y + I_{zz} \omega_z \end{aligned} \right\} \rightarrow \boxed{\vec{L} = \underline{\underline{I}} \vec{\omega}}$$

Vorlesung: • Rolle auf schiefen Ebene
 • Maxwell-Rad

Vorlesung 21

mit

$$\underline{\underline{I}} = \begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix}$$

Trägheitstensor $\hat{=}$ Tensor 2. Stufe
 $\hat{=}$ Matrix

I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} : **Trägheitsmomente** \rightarrow Tragen bei, bei Rotation um x, y, z-Achse

I_{xy}, I_{xz}, \dots : **Deviationmomente** \rightarrow Tragen bei, wenn Körper nicht nur ausschließlich um x-Achse ek. rotiert

Rotationsenergie:

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} \int_V (\omega^2 r^2 - (\vec{\omega} \cdot \vec{r})) \, dm \\ = \frac{1}{2} \vec{\omega}^T \underline{\underline{I}} \vec{\omega}$$

\hookrightarrow Alle Elemente tragen zur Rotationsenergie bei!