

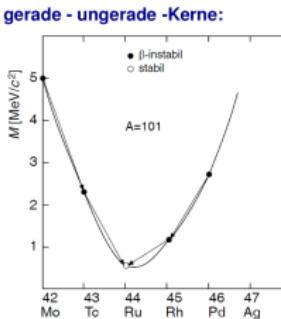
Wiederholung: Grundsätzliches zur Radioaktivität

- *) **Parität:** \leftrightarrow Raumspiegelung = diskrete Symmetrie,
 - Symmetriecharakter einer Wellenfunktion unter Raumspiegelungen,
 - Eigenwert:** $\eta_P = \pm 1$,
 - Parität **erhalten** bei der starken und elektromagnetischen WW,

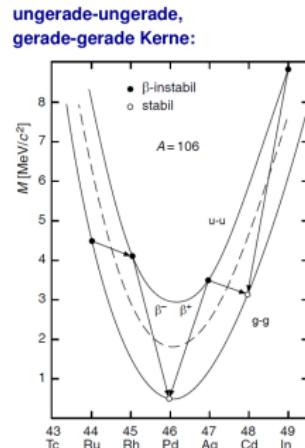
*) Zerfälle:

- **Energiebilanz:** Wann ist welcher Zerfall energetisch möglich? Beispiele:
- **α -Zerfall:** $(A, Z) \rightarrow (A - 4, Z - 2) + (4, 2)$ (Emission von ${}^4\text{He}$ -Kern)
 $M(A, Z) > M(A - 4, Z - 2) + M_{{}^4\text{He}}$
- **β -Zerfall (z.B. β^-):** $(A, Z) \rightarrow (A, Z + 1) + e^- + \bar{\nu}_e$
 $M(A, Z) > M(A, Z + 1)$

\Leftrightarrow Diskussion der β -
(In-) Stabilität
anhand des
Tröpfchenmodells:

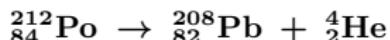


Normalerweise existieren:
– ein stabiler ug- Kern
– mehr als ein β -stabiler gg- Kern
– kein stabiler uu- Kern (für $Z \geq 8$)



Zerfälle: Erwartung

- α -Zerfall:



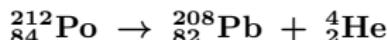
Energiebilanz:

$$\begin{array}{rcl} ^{212}_{84}\text{Po} & 211.988868 \text{ u} \\ ^{208}_{82}\text{Pb} & 207.976653 \text{ u} \\ ^4_2\text{He} & \underline{\underline{4.002603 \text{ u}}} \\ \Rightarrow \Delta M & 0.009612 \text{ u} & \Rightarrow E = 8.954 \text{ MeV} \end{array}$$

- ⇒ Energie und Impulserhaltung im Zwei-Körperendzustand
- ⇒ α -Energie wohldefiniert - scharfe Linie im Energiespektrum
- ⇒ Energie der α -Teilchen etwas kleiner als $E = 8.954 \text{ MeV}$ - Rückstosskern nimmt auch Energie auf

Zerfälle: Erwartung

- **α -Zerfall:**



- **Energiebilanz:**

$$^{212}_{84}\text{Po} \quad 211.988868 \text{ u}$$

$$^{208}_{82}\text{Pb} \quad 207.976653 \text{ u}$$

$$^4_2\text{He} \quad \underline{\underline{4.002603 \text{ u}}}$$

$$\Rightarrow \Delta M \quad 0.009612 \text{ u} \quad \Rightarrow E = 8.954 \text{ MeV}$$

- ⇒ **Energie und Impulserhaltung im Zwei-Körperendzustand**
- ⇒ **α -Energie wohldefiniert - scharfe Linie im Energiespektrum**
- ⇒ **Energie der α -Teilchen etwas kleiner als $E = 8.954 \text{ MeV}$ - Rückstosskern nimmt auch Energie auf**

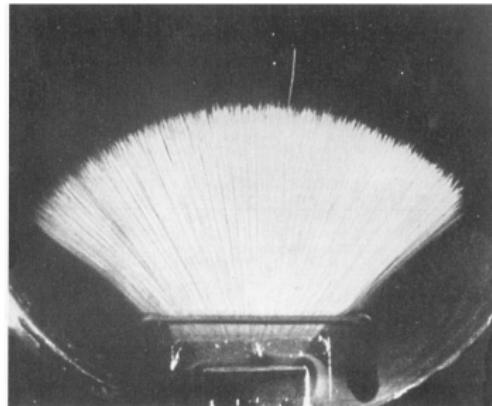


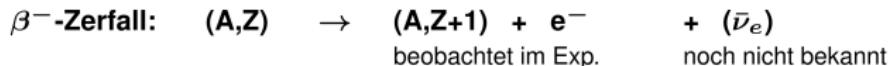
Abb. 3.13. Nebelkammeraufnahme der gleich langen Spuren von α -Teilchen, die beim Zerfall von Polonium $^{212}_{84}\text{Po}$ in $^{208}_{82}\text{Pb}$ emittiert werden. Unter ihnen befindet sich eine längere Spur, die von einem energiereicheren α -Teilchen aus dem Zerfall eines energetisch angeregten $^{213}_{84}\text{Po}$ -Kerns stammt. Aus W. Finkelnburg: *Einführung in die Atomphysik* (Springer, Berlin, Heidelberg 1954)

β -Zerfall, Neutrino

β^- -Zerfall: $(A, Z) \rightarrow (A, Z+1) + e^- + (\bar{\nu}_e)$

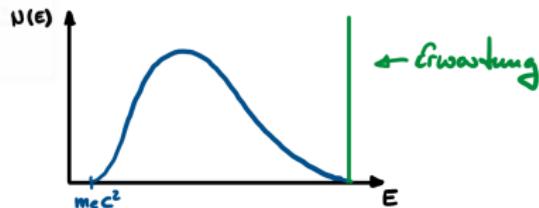
beobachtet im Exp. noch nicht bekannt

β -Zerfall, Neutrino



Chadwick (1914):

Experiment: e^- hat ein kontinuierliches Energiespektrum



≠ 2 Körperzerfall

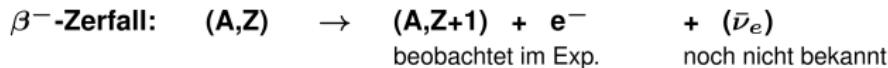
- Erwartung:

monoenergetische $E(e^-)$ -Linie

W. Pauli : postuliert das Neutrino

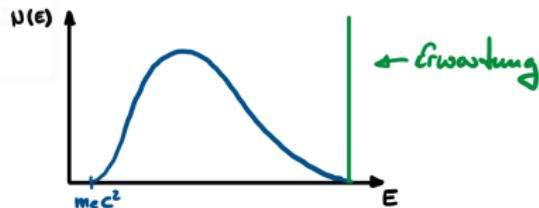
(1930) \leftrightarrow Energieerhaltung
 \leftrightarrow Drehimpulserhaltung

β -Zerfall, Neutrino



Chadwick (1914):

Experiment: e^- hat ein kontinuierliches Energiespektrum



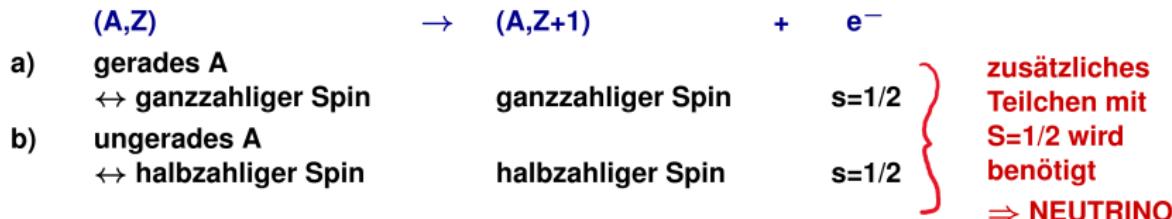
$\neq 2$ Körperzerfall

- Erwartung:

monoenergetische $E(e^-)$ -Linie

W. Pauli : postuliert das Neutrino

(1930) \leftrightarrow Energieerhaltung
 \leftrightarrow Drehimpulserhaltung



β -Zerfall, Neutrino

NEUTRINO

- ⇒ e^- , $\bar{\nu}_e$ teilen sich die Energie auf ⇒ kontinuierliches Spektrum ✓
- ⇒ Drehimpulserhaltung ✓ $s(\bar{\nu}_e) = 1/2$

Neutrinos:

- neutral, \sim vernachlässigbare Masse, nur schwach wechselwirkend
- ⇒ sehr schwer zu beobachten

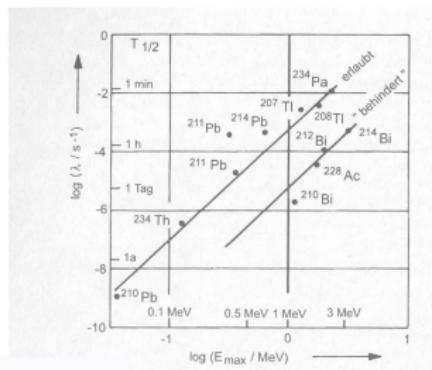
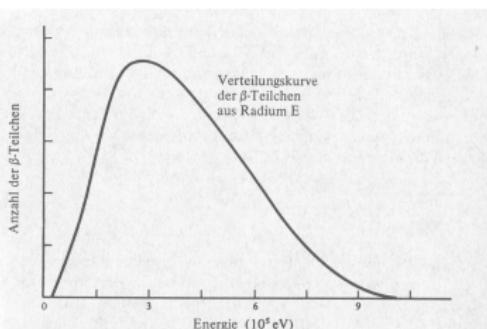
(In-) direkter Nachweis von NEUTRINOS → Spätere Vorlesung(en) (...)

Was kann man aus dem β -Zerfall lernen?

- über die schwache Wechselwirkung

- über die Kerne

$t_{1/2}$, Energieverteilung: relativ einfach zu messen

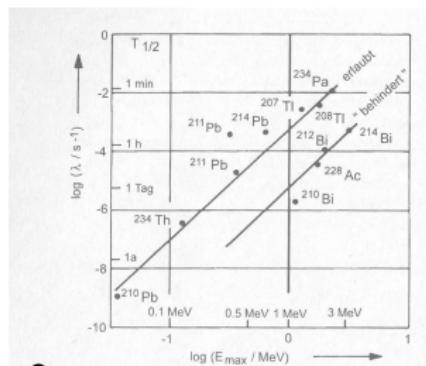
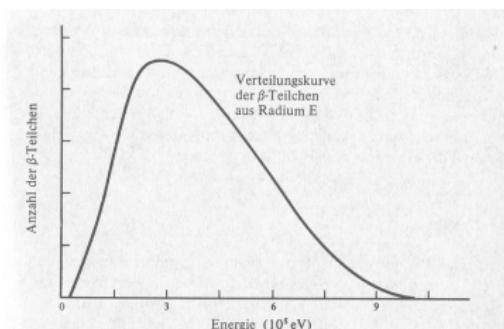


Was kann man aus dem β -Zerfall lernen?

- über die schwache Wechselwirkung

- über die Kerne

$t_{1/2}$, Energieverteilung: relativ einfach zu messen



Wie kann man die Spektren verstehen ?

Was ist die Wahrscheinlichkeit für ein e^- mit einem Impuls p_e emittiert zu werden ?

Zerfallsenergie: $Q_0 = m(A,Z) - m(A,Z+1)$ (β^-)

→ verteilt sich auf: e^- , $\bar{\nu}$, Rückstoß des Kernes (vernachlässigbar)

$E_{e^-}^{max} = Q_0 - M_\nu c^2$, $M_\nu c^2$ kann hier vernachlässigt werden ...

Das β -Zerfallsspektrum

(Fermi-Theo. des β -Zerfalls)

Übergangswahrscheinlichkeit (allg. QM):

(Schwache WW - quantenmechan. Störungstheorie kann benutzt werden)

$$W_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar} |\mathcal{H}_{fi}|^2 \rho_f(E_f)$$

Fermi's Goldene Regel

Übergangswahrscheinlichkeit (allg. QM):

(Schwache WW - quantenmechan. Störungstheorie kann benutzt werden)

$$W_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar} |\mathcal{H}_{fi}|^2 \rho_f(E_f)$$

Fermi's Goldene Regel

- W_{fi} : Übergangswahrscheinlichkeit $|i\rangle \rightarrow |f\rangle$
Wahrscheinlichkeit, dass e^- emittiert wird mit Impuls in $[p, p+dp]$
- $\mathcal{H}_{fi} = \langle \Psi_f | H | \Psi_i \rangle$: (Übergangs-) Matrixelement des Wechselwirkungsoperators
verantwortlich für den Übergang $|i\rangle \rightarrow |f\rangle$
“Physik”
- $\rho_f(E_f) = \frac{dN}{dE}$: Dichte der möglichen Endzustände in Intervall dE in denen
der Endzustand enden kann
(Zustände, die durch den Übergang bevölkert werden können pro dE)

Übergangswahrscheinlichkeit (allg. QM):

(Schwache WW - quantenmechan. Störungstheorie kann benutzt werden)

$$W_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar} |\mathcal{H}_{fi}|^2 \rho_f(E_f)$$

Fermi's Goldene Regel

- W_{fi} : Übergangswahrscheinlichkeit $|i\rangle \rightarrow |f\rangle$
Wahrscheinlichkeit, dass e^- emittiert wird mit Impuls in $[p, p+dp]$
- $\mathcal{H}_{fi} = \langle \Psi_f | H | \Psi_i \rangle$: (Übergangs-) Matrixelement des Wechselwirkungsoperators verantwortlich für den Übergang $|i\rangle \rightarrow |f\rangle$
“Physik”
- $\rho_f(E_f) = \frac{dN}{dE}$: Dichte der möglichen Endzustände in Intervall dE in denen der Endzustand enden kann
(Zustände, die durch den Übergang bevölkert werden können pro dE)

Im Folgenden: Spins und Bahndrehimpulse ignoriert:

$J = 0 \rightarrow J = 0 + \uparrow_{e^-} \downarrow \nu$ (Singlett-Zustand mit $j=0$)

Herleitung von $\frac{dN}{dE} \rightarrow$ Tafel

Das β -Zerfallsspektrum

$$dN = dN_e \cdot dN_\nu$$
$$\Downarrow \quad \Downarrow \quad \Downarrow$$

= Zahl der möglichen Phasenraumzustände für e und $\bar{\nu}_e$ in $[p_e, p_e + dp_e]$ und $[p_\nu, p_\nu + dp_\nu]$

$\frac{4\pi p_e^2 dp_e}{(2\pi\hbar)^3} \cdot V$ $\frac{4\pi p_\nu^2 dp_\nu}{(2\pi\hbar)^3} \cdot V$

V : Normierungsvolumen kürzt sich später raus

$$dN = \frac{V^2 (4\pi)^2}{(2\pi\hbar)^6} \cdot p_e^2 dp_e \cdot p_\nu^2 dp_\nu$$

$$\frac{dN}{dE_0} = \frac{V^2 (4\pi)^2}{(2\pi\hbar)^6} \cdot p_e^2 dp_e \cdot p_\nu^2 dp_\nu / dE_0$$

$$\text{mit } E_e = \sqrt{p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4} \text{ und } E_\nu = p_\nu c = E_0 - E_{e^-} \quad (E_0 = Q_0)$$

$$\rho_f(E_f) = \frac{V^2 (4\pi)^2}{(2\pi\hbar)^6 c^3} \cdot p_e^2 dp_e \cdot (E_0 - E_{e^-})^2$$

Das β -Zerfallsspektrum

$$dW_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar} | < \Psi_f | H | \Psi_i > |^2 \cdot \frac{V^2 (4\pi)^2}{(2\pi\hbar)^6 c^3} \cdot p_e^2 \cdot (E_0 - E_{e^-})^2 dp_e$$

$\hat{=}$ β^- -Übergangsrate des Kerns für ein Elektron
mit einem Impuls p_e zwischen p_e und $p_e + dp_e$

Übereinstimmung mit dem Experiment = ?

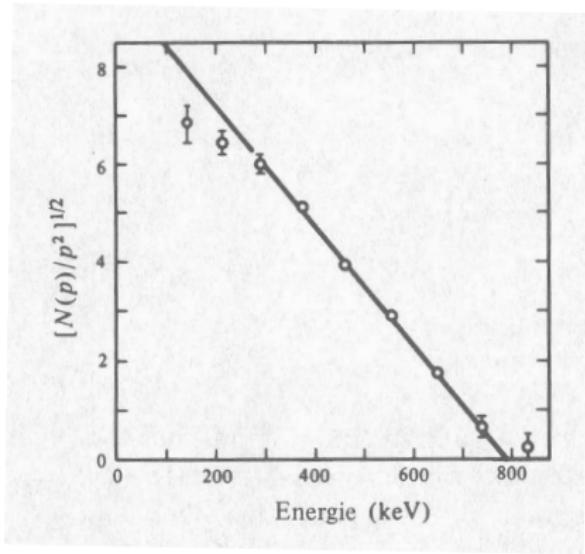
Einfachste Annahme: $| < \Psi_f | H | \Psi_i > |^2$ hängt nicht von p_e ab

$$\left(\frac{dW_{fi}}{p_e^2 dp_e} \right)^{1/2} = const \cdot | < \Psi_f | H | \Psi_i > | \cdot (E_0 - E_{e^-}) \\ \sim (V^2)^{1/2} \quad \sim (1/V^2)^{1/2}$$

Überprüfung durch das Experiment \Rightarrow Erwartung: Gerade

Kurie-Plot für den Neutron-Zerfall

Frühe Messung von 1951 (Robson et al.)



Wenn das Matrixelement nicht
impulsabhängig ist → Gerade

Abweichung im Bereich kleiner Energien:

- = experimentelles Problem der frühen Messung
- Absorption niederenergetischer Elektronen durch das Fenster des Elektronenzählers