

Mathematik 3 für Physikstudierende

Winter 2023/24
Dr. Peter Gladbach
Dr. Adrien Schertzer



Hausaufgabenblatt 5.

Abgabe bis Mi, 22.11.

Für die Klausurzulassung müssen insgesamt 50 % der Punkte erreicht werden. Die Aufgaben dürfen in Gruppen von maximal 3 Personen abgegeben werden.

Aufgabe 1. (7.5 Punkte)

Wir definieren $z^a := e^{a \ln(z)}$:

- (i) Ist $z^{a+b} = z^a z^b \forall z, a, b \in \mathbb{C}$?
- (ii) Gilt $(z_1 z_2)^a = z_1^a z_2^a \forall z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ und $a \in \mathbb{Z}$?
- (iii) Und Falls $z_1, z_2, a \in \mathbb{C}$?

Aufgabe 2. (7.5 Punkte)

Berechnen Sie

- (i) $\ln(1+i)$,
- (ii) $\ln(-e^{10})$,
- (iii) $(1+i)^{(1+i)}$.

Aufgabe 3. (10 Punkte)

Bestimmen Sie den Rand der folgenden Mengen in $\hat{\mathbb{C}}$.

- (i) $M_1 = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 2\}$,
- (ii) $M_2 = \{z \in \mathbb{C} : |z| \in (1, 2)\}$,
- (iii) $M_3 = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) > 0\}$,
- (iv) $M_4 = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(e^z) > 0\}$.

Aufgabe 4. (10 Punkte)

Es sei $R > 0$ und $\gamma_R(t) = Re^{it}, t \in [0, 2\pi]$. Berechnen Sie die folgenden Wegintegrale:

- (i) $\int_{\gamma} \bar{z} dz$, wobei γ der Streckenzug bestehend aus den Segmenten $[0, i], [i, 1+i]$ ist,
- (ii) $\int_{\gamma} \bar{z} dz$, wobei γ der Streckenzug bestehend aus den Segmenten $[0, 1], [1, 1+i]$ ist,
- (iii) $\int_{\gamma_R} z^n \bar{z}^m dz$, für $n, m \in \mathbb{Z}$,
- (iv) $\int_{\gamma_R} \operatorname{Re}(z) dz$.