Übungsblatt 1

Aufgabe 1: Mathematische Grundlagen

a) Logarithmen

1. Was bedeutet $\ln$ im Gegensatz zu $\lg$? Warum verwendet man in der Astronomie Logarithmen?

2. Was sind die (Zehner-)Logarithmen der folgenden Zahlen?

Zahl	0.1	1	e	10	100	"nano"	"Mega"	"Giga"
lg								

3. Logarithmiere diese Gleichung (Zehner- und Natürlicher Logarithmus):

$$\frac{A}{B} = \sqrt{C} \cdot (D+E)^F \cdot e^{-\frac{G}{H}}$$

b) Taylor Entwicklung

In der Physik treten oft Abhängigkeiten von kleinen Größen auf. Im Allgemeinen ist es eine gute Näherung, die entsprechenden Gleichungen nach Potenzen dieser kleinen Größen zu entwickeln (Taylorentwicklung). Dabei ist die Taylorentwicklung von $f(x)$ um die Stelle x_0 definiert als:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} (x - x_0)^n \tag{1}$$

Hierbei bezeichnet $f^{(n)}(x_0)$ die n-te Ableitung der Funktion an der Stelle $x = x_0$. Oft kann mit hinreichender Genauigkeit nach dem ersten Term abgebrochen werden.

Aufgabe: Gib für folgende Funktionen $f(x)$ die Näherung 2. Ordnung für kleine x an. Mit anderen Worten, entwickele $f(x)$ um den Punkt $x_0 = 0$ bis zum quadratischen Term.

i) $f(x) = \sin(x)$ ii) $f(x) = \cos(x)$ iii) $f(x) = \sqrt{1 \pm x}$

Aufgabe 2: Einheiten & Dimensionsanalyse

Häufig lassen sich in der Physik schon mittels einfachen Überlegungen der Einheiten simple Gesetze herleiten. Die Umlaufzeit P ($[P] = \mathrm{s}$) eines Planeten um die Sonne ist abhängig vom Bahnradius R ($[R] = \mathrm{m}$), der Sonnenmasse M ($[M] = \mathrm{kg}$) sowie der Gravitationskonstante G ($[G] = \mathrm{m^3 kg^{-1} s^{-2}}$):

$$P = f(R, M, G)$$

Bestimme durch eine Dimensionsanalyse, wie P von R, M, und G abhängt.

Aufgabe 3: Jakobsstab - Astronomie in der Renaissance

Mit dem Wissen der Griechen über den Radius der Erde, $R_E = 6645$ km (Eratosthenes, ca. 270–190 v. Chr.), und der Enfernung des Mondes, $D = 59.7 \cdot R_\mathrm{E}$ (Ptolemäus ca. 100–160 n. Chr), und mit einem Jakobsstab kann die Grösse des Mondes bestimmt werden.

1. Sei der Querstab $l_Q = 1.0$ cm und der Vollmond ist vollkommen verdeckt, sofern der Querstab $d_{AQ} = 110$ cm vom Auge des Beobachters entfernt ist. Wie groß ist der Winkeldurchmesser des Mondes?

   Tipp: Da es sich um einen sehr kleinen Winkel handelt, kann eine Kleinwinkelnäherung ($\tan(\alpha) = \alpha$) benutzt werden.

2. Bestimmen Sie den Radius des Mondes, R_Mond.

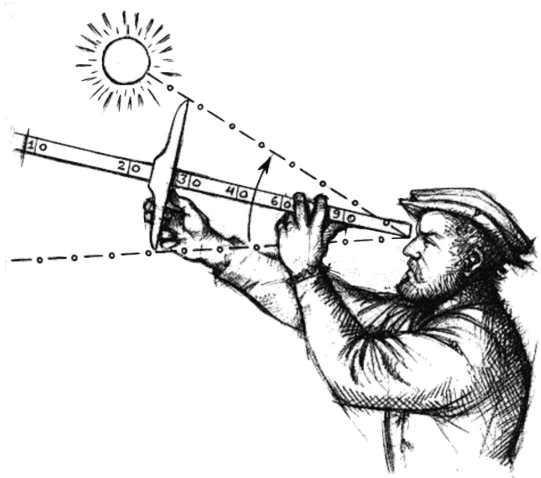

Abb. 1: Der Jakobsstab eignet sich gut zum Messen von Winkelabständen am Himmel. Von arabischen Seefahrer übernommen, fand das Instrument in der Renaissance eine verbreitete Anwendung in Europa. [Bildquelle: SY-Zephir]

Aufgabe 4: Vermessung der Erde

Das Universalgenie Muhammad ibn Ahmad Al–Biruni (973–1046), ist unter anderem bekannt für eine verbesserte Methode zur Bestimmung des Erdradius. Dazu maß er den Fallwinkel θ zum wahren Horizont vom Gipfel eines Berges, dessen Höhe h er vorher bestimmt hatte (siehe Bild unten).

1. Es sei $h = 248\,\mathrm{m}$ und $\theta = 0.5°$. Bestimme den Erdradius R mit der von Al–Biruni beschriebenen Methode. Vergleiche das Resultat mit dem wahren Erdradius ($R_E = 6378\,\mathrm{km}$).

2. Diskutiere, welchen Effekt wir außer Acht gelassen haben, der jedoch einen wesentlichen Einfluss auf die Messungen hat.

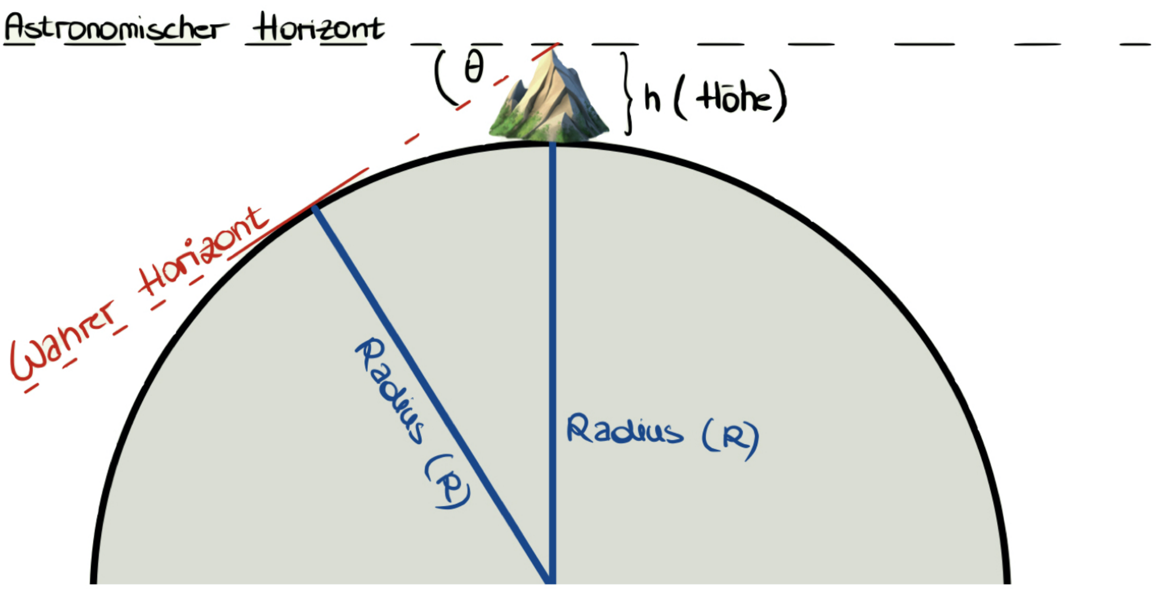

Abb. 2: Mittels der Messung der Höhe h des Berges und dem Winkel θ ist es möglich den Radius der Erde zu bestimmen.