Vorlesung 7 – 03.11.2023

- Satz: Sei $f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k z^k$ mit Konvergenzradius $R \in [0, \infty]$. Sei $|z_0| < R$. Definiere Taylorreihe $g(h) := \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(z_0)}{n!} h^n$. Dann hat g Konvergenzradius mindestens $R - |z_0|$ und $f(z_0 + h) = g(h)$ falls $|h| < R - |z_0|$.
- Exponentialfunktion $\exp(z) := \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} z^k$.
- Lemma: $\exp(z_1 + z_2) = \exp(z_1)\exp(z_2)$.
- $\sin(z) := \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)!} z^{2k+1}$, $\cos(z) := \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k)!} z^{2k}$
- Lemma: $\exp(iz) = \cos(z) + i\sin(z)$
- Lemma: $\sin'(z) = \cos(z)$, $\cos'(z) = -\sin(z)$
- Lemma: Für $y \in \mathbb{R}$ ist $|\exp(iy)| = 1$.