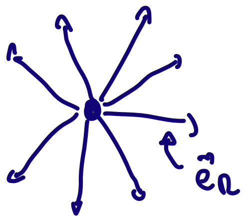
Kraftfelder ≙ Ortsabhängige Kraft

$\vec r \mapsto \vec F(\vec r)$ $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ Abbildung

Beispiel Zentralkraft



$\vec F(\vec r) = f(r)\cdot \vec e_R$

kugelsymmetrisch

Masse   Masse Erde

z.B. Gravitationskraft $\vec F(\vec r) = -G\,\frac{m\cdot M_E}{r^2}\,\vec e_R$

Abstand

Erhaltungsgrößen der Mechanik

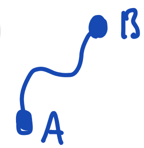
Energie, Impuls, Drehimpuls

MP legt in Kraftfeld $\vec F$ Wegstück $d\vec r$ zurück

$$\vec F(r)\cdot d\vec r = |\vec F|\,|d\vec r|\cos\alpha := dW \quad \text{Arbeit}$$

$$d\vec r = \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix} \quad \vec F(\vec r) = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix} \Rightarrow \vec F\cdot d\vec r = F_x\,dx + F_y\,dy + F_z\,dz$$

Gesamtarbeit:



$$\int_A^B \vec F\cdot d\vec r = \int dW = W \qquad [W] = \text{Nm}$$

$$\int_A^B \vec F\,d\vec r = \int_{t_A}^{t_B}\left(F_x\frac{dx}{dt}dt + F_y\frac{dy}{dt}dt + F_z\frac{dz}{dt}dt\right) = \int_{t_A}^{t_B}\vec F\cdot\frac{d\vec r}{dt}\,dt = \int_{t_1}^{t_2}\vec F\cdot\vec v\,dt$$

Vorlesung 9

Vorzeichen der Arbeit:

$W > 0$: Bewegung in Richtung von $\vec F$

$W < 0$: — " — entgegen — " —

Wenn $\vec F \perp d\vec r \Rightarrow W = 0$

$\vec F\cdot d\vec r = 0$

Leistung:

$P = \frac{dW}{dt}$:= Arbeit pro Zeit

Gesamtarbeit: $W = \int_{t_A}^{t_B}\frac{dW}{dt}\,dt = \int_{t_A}^{t_B} P\,dt \;\rightarrow\; P = \vec F\cdot\vec v$

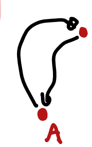
$W = \int_A^B \vec F\,d\vec r = \int_{t_A}^{t_B}\vec F\,\vec v\,dt$

Konservative Kraftfelder:

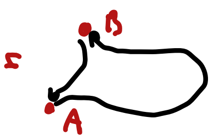
Wenn Arbeit nicht vom gewählten Weg abhängig

↳ $\vec F$ konservativ

$$\oint \vec F\cdot d\vec r = 0$$



$= W =$



↳ Integral über bel. geschlossenen Weg