- **β-Zerfall (Fermi's Goldene Regel)**
  - $\leftrightarrow$ **Form des β-Spektrums im wesentlichen durch den Phasenraum bestimmt, dn/dE**
    - Elektronen/Positronen des β-Zerfalls spüren Coulomb-Feld des Kerns (und der e^--Schale) $\rightarrow$ Modifikation des Spektrums
    - Auftretende Bahndrehimpulse/Spins $\rightarrow$ Modifikation des Spektrums, dn/dE
  - $\Rightarrow$ **Aus der Form des β-Spektrums kann man nicht viel über die schwache Wechselwirkung lernen**
  - $\Rightarrow$ **aber: ν-Masse aus der genauen Vermessung des hochenergetischen Teils des Spektrums $\leftrightarrow$ Katrin-Experiment**
- **Halbwertzeiten im β-Zerfall**
  - **Exp.:** $(f \cdot t_{1/2}) = 10^3 - 10^{23}$ (z.B.: log$(f \cdot t)$ = 2,95 für ^{6}He, ($T_{1/2} \approx$1s), log$(f \cdot t)$ = 22,7 für ^{115}In, ($T_{1/2} \approx 6 \cdot 10^{14}$Jahren)

$$\Leftrightarrow \quad |\langle \Psi_f | H | \Psi_i \rangle|^2 = \frac{2\pi^3}{f\tau} \frac{\hbar^7}{m_e^5 c^4} \qquad \mathrm{f(E_{max})\ berechnet,\ \tau\ gemessen}$$

$\Leftrightarrow$ **Universalität der schwachen Wechselwirkung**

$\Leftrightarrow$ **Unterschiede in der Kernwellenfunktion**

$$f(E_{max}) \cdot t_{1/2} = \frac{ln2}{C \cdot \{g_F^2 M_F^2 + g_{GT}^2 M_{GT}^2\}}$$

$\Leftrightarrow$ **Fermi- (kein Spinflip) und Gamow-Teller-Übergänge (Spinflip)**
= (über)erlaubte Übergange ($\ell = 0$)

Erlaubte Übergange: Fermi- und Gamov-Teller- Übergänge

$|\mathbf{H_{fi}}|^2 = \mathbf{g_F^2 M_F^2 + g_{GT}^2 M_{GT}^2}$

1) Fermi-Übergang: **(p, n: Teil eines Kernes)** $M_F = \int \psi_f^* 1 \psi_i \, d^3r$

$\Uparrow$	$\rightarrow$	$\Uparrow$	+	$\Uparrow\Downarrow$
n		**p**		e^-, ν
s = 1/2		**s = 1/2**		**s_{tot}= 0 (Singlett)**

Auswahl-Regeln:

Parität (Kern): ΔP=0, Spin (Kern): ΔJ=0,

Isospin (Kern): ΔI=0 ($0 \rightarrow 0$ verboten), $\Delta I_3 = \pm 1$

2) Gamov-Teller-Übergang: **(p, n: Teil eines Kernes)** $M_{GT} = \int \psi_f^* \sigma \psi_i \, d^3r$

$\Uparrow$	$\rightarrow$	$\Downarrow$	+	$\Uparrow\Uparrow$
n		**p**		e^-, ν
s = 1/2		**s = 1/2**		**s_{tot}= 1 (Triplett)**

Auswahl-Regeln:

ΔP=0, ΔJ=0,± 1 ($0 \rightarrow 0$ verboten), ΔI=0,± 1 ($0 \rightarrow 0$ verboten), $\Delta I_3 = \pm 1$

Erlaubte/verbotene Übergange

$\ell = 0$: **erlaubter Übergang**

$\ell = 1$: **verbotener Übergang**

$\ell = 2$: **2 mal verbotener Übergang**

$\leftrightarrow$ **stark unterdrückt**

ℓ **= ungerade** $\Rightarrow$ **Parität ändert sich**

ℓ **= gerade** $\Rightarrow$ **Parität ändert sich nicht**

Erlaubte/verbotene Übergange

$\ell = 0$: **erlaubter Übergang**

$\ell = 1$: **verbotener Übergang**

$\ell = 2$: **2 mal verbotener Übergang**

$\leftrightarrow$ **stark unterdrückt**

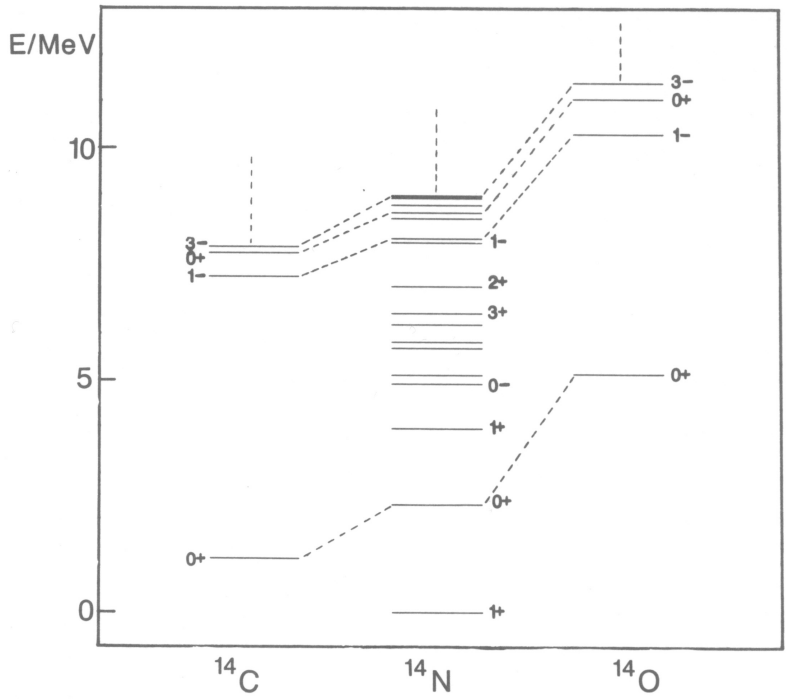
ℓ **= ungerade** $\Rightarrow$ **Parität ändert sich**

ℓ **= gerade** $\Rightarrow$ **Parität ändert sich nicht**

Beispiele:

- $1^- \rightarrow 0^+ \quad \rightarrow \ \ell = 1$ **benötigt, da sich die Parität ändert**
  $\Rightarrow$ **(1 mal) verbotener Übergang**
- $^{115}\mathrm{In}(\mathrm{J^P} = 9/2^+) \ \rightarrow \ ^{115}\mathrm{Sn}(\mathrm{J^P} = 1/2^+)$
  $\Rightarrow$ **4 mal verbotener Zerfall** $\leftrightarrow log(ft) = 22.7, t_{1/2} = 6 \cdot 10^{14}$ **Jahre**

Übererlaubte Übergange - Spiegelkerne



$$f(E_{max})\cdot t_{1/2} = \frac{ln2}{C\cdot\{g_F^2 M_F^2 + g_{GT}^2 M_{GT}^2\}}$$

übererlaubte Zerfälle:

optimaler Überlapp der Kernwellenfunktionen (identisches Isospinmultiplett)

$\leftrightarrow$ **gleiche Quantenzahlen der Kerne im Anfangs- und Endzustand**

$\leftrightarrow$ **gleiches Isospinmultiplett**

$$^{14}O \rightarrow\ ^{14}N + e^+ + \nu_e \quad (J^P = 0^+ \rightarrow J^P = 0^+)$$

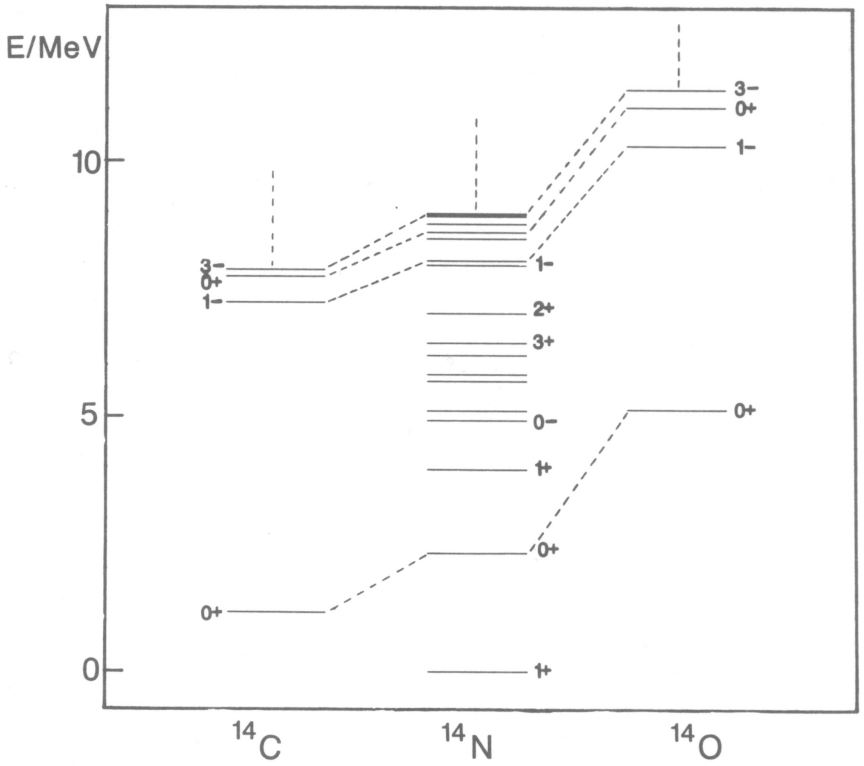
reiner Fermi-Übergang

Übererlaubte Übergänge: meist β^+-Zerfälle

(Ausnahmen: n$\rightarrow$p,^{3}H $\rightarrow^3$ He)

Erlaubte Übergange - weitere Beispiele

erlaubte Zerfälle:
$^{14}C\ (0^+)$**: Teil des Spin Tripletts, kann nur in den Grundzustand**
$^{14}N\ (1^+)$ **zerfallen** $\Rightarrow$ **Gamov-Teller-Übergang**



$\Rightarrow$ $t_{1/2}$**= 5730 Jahre,**
log(ft)-Wert = 9.04 :
größer als für andere erlaubte Zerfälle
$\Rightarrow$ **kleiner Überlapp der Wellenfunktion**
$\Rightarrow$ **Archäologie "Altersbestimmung"**

Übergänge:
"Drehimpulsbarriere"
$\Rightarrow$ **unterdrückt Rate**
ändert die Form des Spektrums

"verbotene" Übergänge: $|\Delta j| \geq 2$ **oder Änderung der Parität**

Übergange - weitere Beispiele

Übergänge	Spin ΔJ	Parität	log ft	Beispiel Isotop	$t_{1/2}$
übererlaubt$^{(*)}$	$0, \pm 1$	+	$\sim$ 3.5	$^{1}\mathrm{n}$	11.7m
erlaubt	$0, \pm 1$	+	$\sim$5.7	$^{35}\mathrm{S}$	87d
1 mal verboten	$0, \pm 1, \pm 2$	-	$\sim$7.5	$^{198}\mathrm{Au}$	2.7d
2 mal verboten	$\pm 2, \pm 3$	+	$\sim$12.1	$^{137}\mathrm{Cs}$	30a
3 mal verboten	$\pm 3, \pm 4$	-	$\sim$18.2	$^{87}\mathrm{Rb}$	$6 \cdot 10^{10}$a
4 mal verboten	$\pm 4, \pm 5$	+	$\sim$22.7	$^{115}\mathrm{In}$	$6 \cdot 10^{14}$a

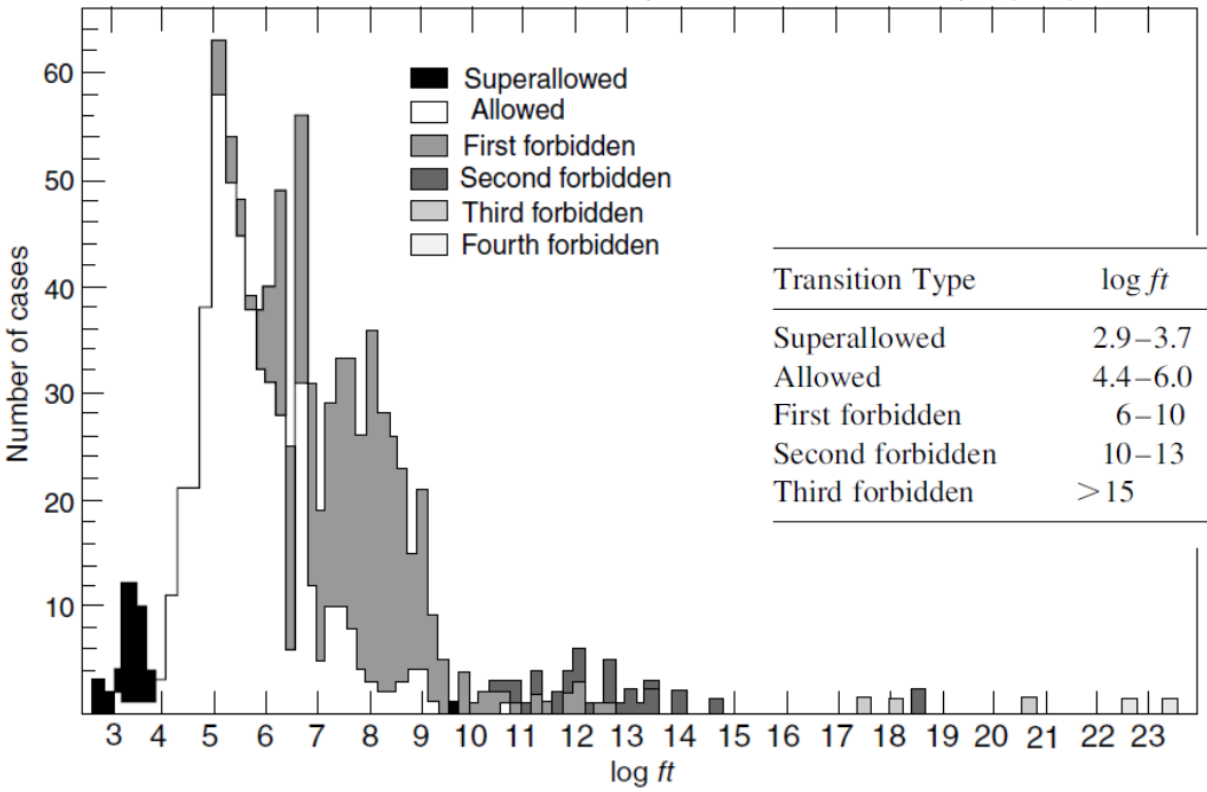
$^{(*)}$ Spiegelkerne bzw. Übergänge in Isospinmultipletts bei gleichem J^P,
sowie weitere A-gerade Kerne mit kleinem log(ft) (speziell großer Überlapp der Wellenfunktion (leichte Kerne))

Im β-Zerfall ist die Parität verletzt (Nachweis z.B. Wu - Experiment) !
$\rightarrow$ später in der Vorlesung

Empirische Verteilung von $f \cdot t_{\frac{1}{2}}$ (Stand 1967):

[Vergl: https://inpp.ohio.edu/~meisel/PHYS7501/file/Lecture8_BetaDecay_PHYS7501_F2021_ZM.pdf]

W. Meyerhof, Elements of Nuclear Physics (1967)



Loveland, Morrissey, & Seaborg, Modern Nuclear Chemistry (2006)

Transition Type	log *ft*	L_β	$\Delta\pi$	Fermi ΔI	Gamow–Teller ΔI
Superallowed	2.9–3.7	0	No	0	0
Allowed	4.4–6.0	0	No	0	0, 1
First forbidden	6–10	1	Yes	0, 1	0, 1, 2
Second forbidden	10–13	2	No	1, 2	1, 2, 3
Third forbidden	>15	3	Yes	2, 3	2, 3, 4

Hier: $\log \equiv \log_{10}$

Aufpassen: Name 'I' für Kernspin benutzt (statt 'J'),
& Konvention: $\Delta I := |I_i - I_f|$.

Zurück zum α-Zerfall

- **α-Zerfall:**

$$^{212}_{84}\mathrm{Po} \rightarrow {}^{208}_{82}\mathrm{Pb} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

Energiebilanz:

$^{212}_{84}\mathrm{Po}$	211.988868 u
$^{208}_{82}\mathrm{Pb}$	207.976653 u
$^{4}_{2}\mathrm{He}$	4.002603 u
$\Rightarrow \Delta\mathrm{M}$	0.009612 u $\Rightarrow$ E = 8.954 MeV

$\Rightarrow$ **Energie und Impulserhaltung im Zwei-Körperendzustand**

$\Rightarrow$ **α-Energie wohldefiniert - scharfe Linie im Energiespektrum**

$\Rightarrow$ **Energie der α-Teilchen etwas kleiner als E = 8.954 MeV - Rückstosskern nimmt auch Energie auf**

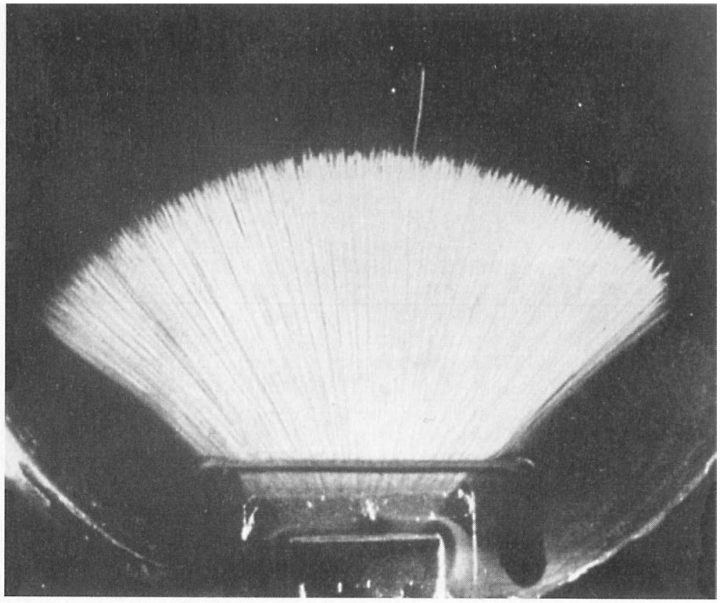
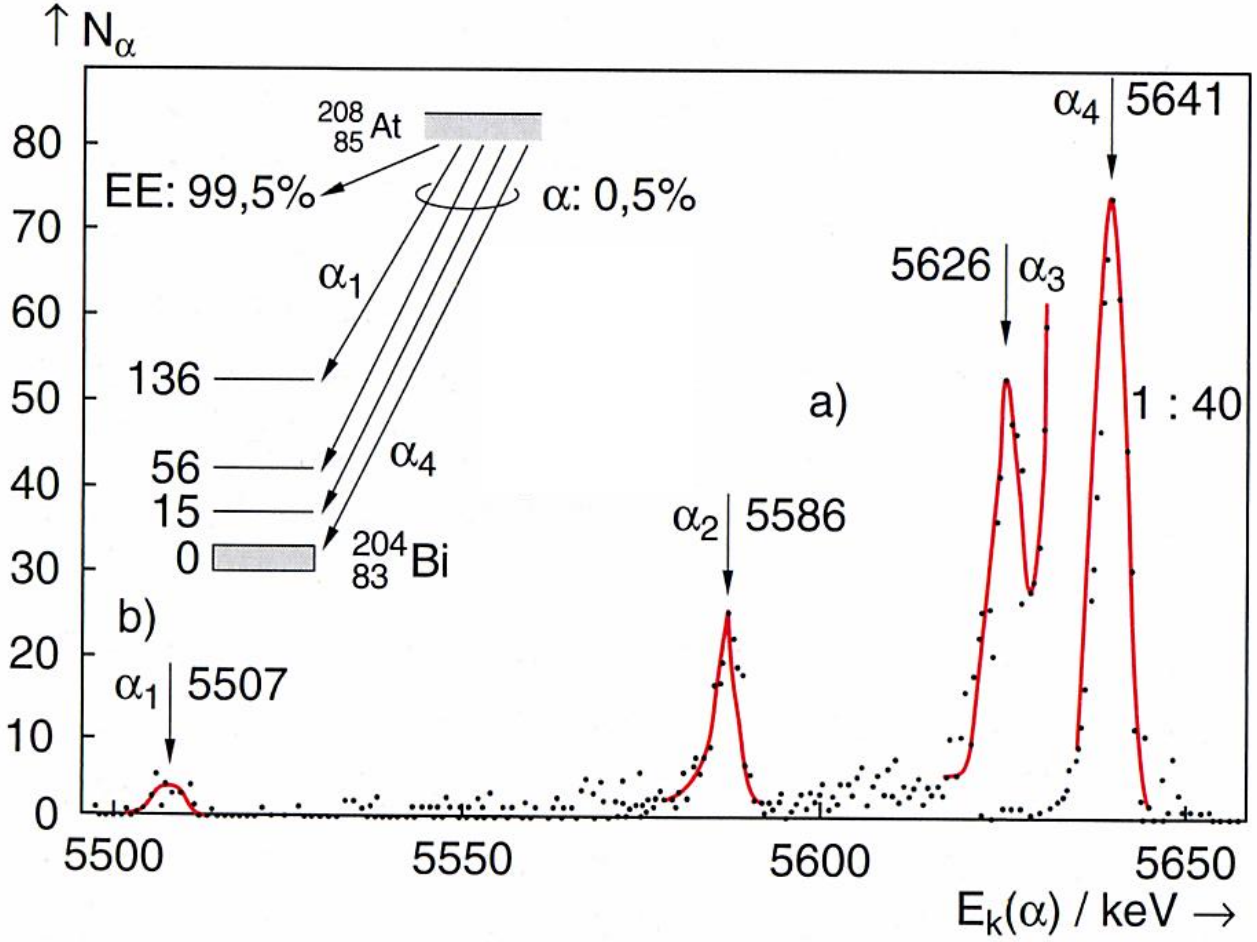


Abb. 3.13. Nebelkammeraufnahme der gleich langen Spuren von α-Teilchen, die beim Zerfall von Polonium $^{212}_{84}$Po in $^{208}_{82}$Pb emittiert werden. Unter ihnen befindet sich eine längere Spur, die von einem energiereicheren α-Teilchen aus dem Zerfall eines energetisch angeregten $^{213}_{84}$Po-Kerns stammt. Aus W. Finkelnburg: *Einführung in die Atomphysik* (Springer, Berlin, Heidelberg 1954)

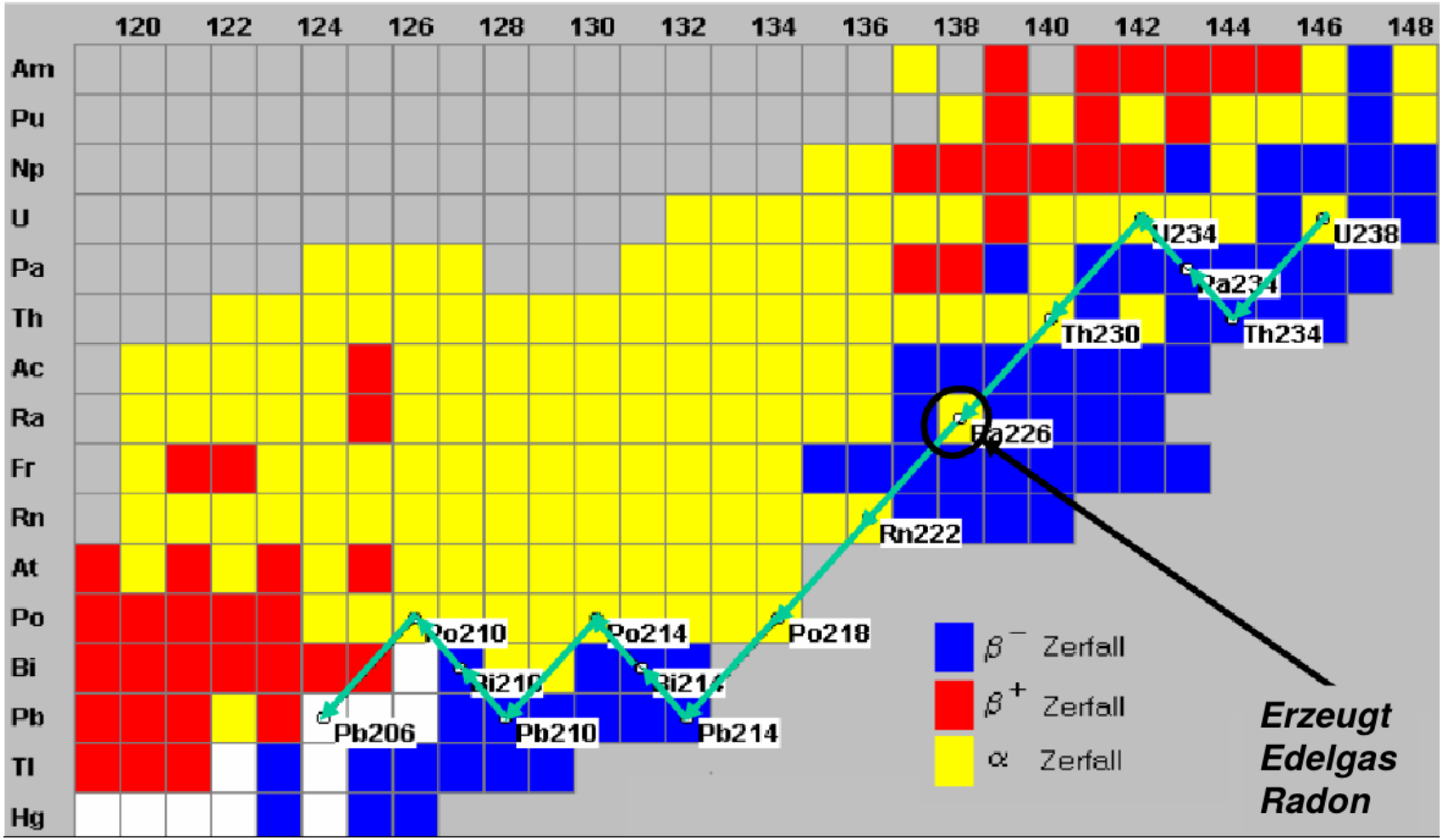
α-Zerfall

Bsp.: Astat-208



α-Zerfallsketten

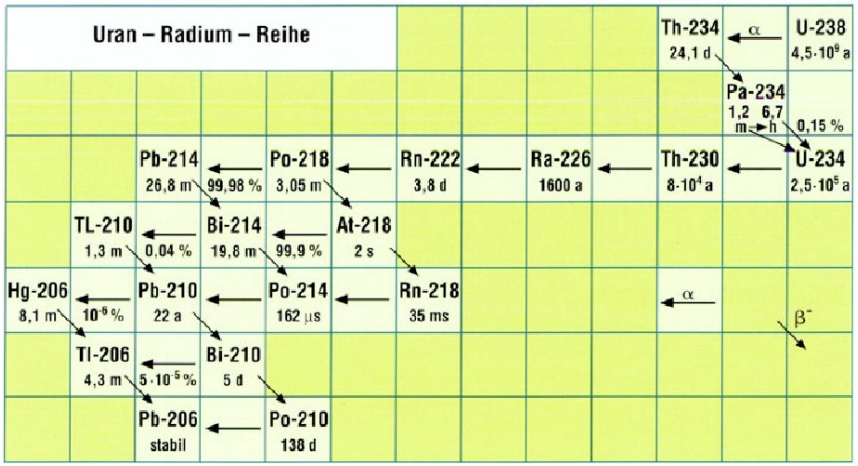
Tochterkern nach α-Zerfall meist wieder radioaktiv

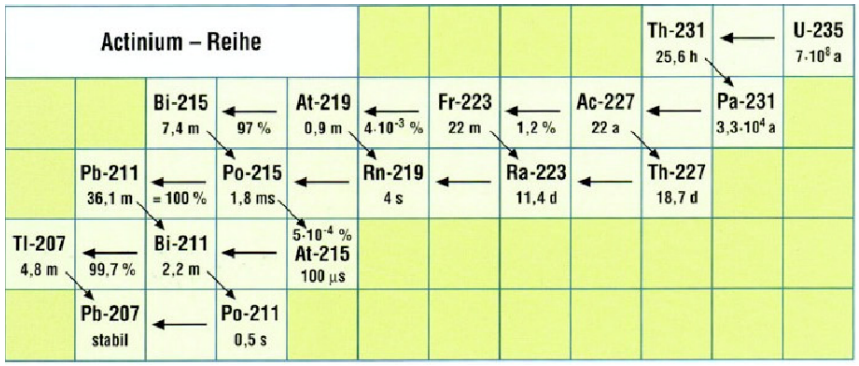


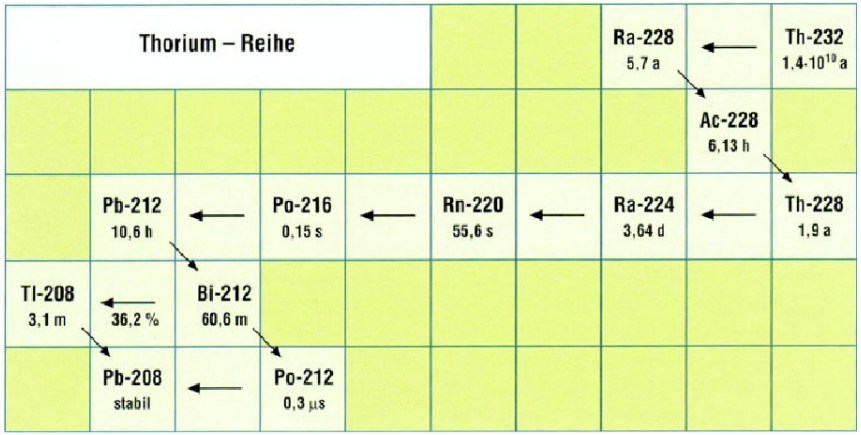
Verschiedene Zerfallsreihen enden in stabilen Pb- oder Bi- Isotopen

α-Zerfallsketten

Tochterkern nach α-Zerfall meist wieder radioaktiv $\Rightarrow$ Zerfallsreihen







Verschiedene Zerfallsreihen enden in stabilen Pb- oder Bi- Isotopen

α-Zerfall

Beobachtung: alle schweren Kerne Z$\geq$83 sind instabil gegen α-Zerfall

$^{239}_{94}\mathrm{Pu}$	5.157 MeV (73%),	5.144 MeV (15%),	... ,	24 110 a
$^{241}_{95}\mathrm{Am}$	5.486 MeV (85%),	5.443 MeV (13%),	... ,	432,2 a
$^{244}_{96}\mathrm{Cm}$	5.806 MeV (76%),	5.763 MeV (24%),	(...),	18.1 a

Beobachtung:
Je höher die Energie, desto kürzer schein die Lebensdauer zu sein

.... warum?

Beobachtung: Geiger-Nuttal Geraden:

$$log\lambda = A + B \cdot logR_\alpha$$

(λ: Zerfallkonstante = $1/\tau$, R_α: Reichweite)

$$logE_\alpha = a + b \cdot log\lambda$$

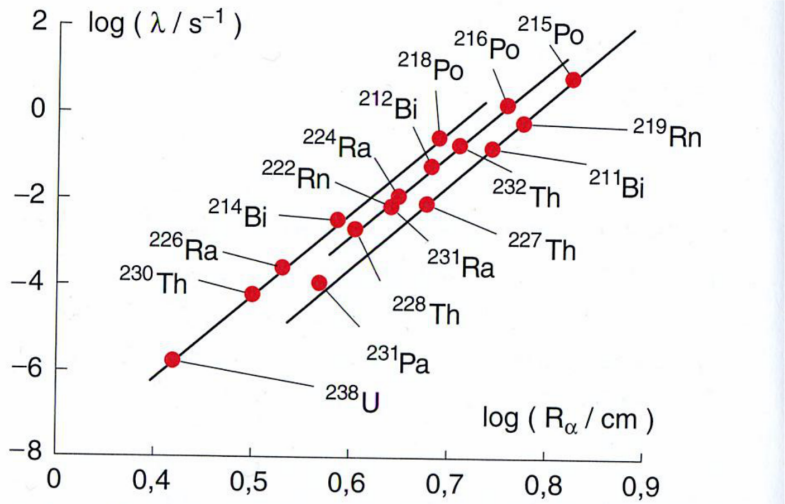


Abb. 3.15. Geiger–Nuttal-Geraden mit experimentell ermittelten Reichweiten (Punkte) für α-Strahler dreier Zerfallsketten. Aus G. Musiol, J. Ranft, R. Reif, D. Seeliger: *Kern- und Elementarteilchenphysik* (Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1988)