

# Übungen zu Physik V: Kerne und Teilchen (5)

Abgabetermin: bis 19.11.2024, 10:00 Uhr

## Aufgabe 1: Radioaktivität und Lebensdauerermessung

[LA: nur Teilaufgabe 1] (7 Punkte)

1. Das Isotopenverhältnis von  $^{235}\text{U}$  zu  $^{238}\text{U}$  in natürlichem Uran beträgt 1 : 138. Nehmen Sie an, dass bei ihrer Entstehung beide Isotope in gleicher Menge produziert wurden und schätzen Sie daraus das Alter des Sonnensystems ab.

Hinweis:  $T_{1/2}(^{235}\text{U}) = 7,5 \cdot 10^8 \text{ a}$ ,  $T_{1/2}(^{238}\text{U}) = 4,5 \cdot 10^9 \text{ a}$  (2 Punkte)

2. Die Zählrate  $\dot{N}$  einer radioaktiven Probe wird jede Stunde eine Minute lang gemessen. Sie erhalten folgende Werte:

107, 74, 65, 50, 36, 48, 33, 25

Tragen Sie die Messwerte in geeigneter Weise gegen die Zeit auf und bestimmen Sie daraus die Halbwertszeit der Probe. Sind die Datenpunkte innerhalb ihrer Fehler miteinander verträglich? (5 Punkte)

## Aufgabe 2: Kernzerfälle

[LA: nur Teilaufgabe 1] (6 Punkte)

1. Das stabile Isotop von Natrium ist  $^{23}\text{Na}$ . Welche Art von Radioaktivität erwartet man für  $^{22}\text{Na}$  und welche für  $^{24}\text{Na}$ . Begründen Sie Ihre Antwort. (4 Punkte)
2. Das Element  $^7\text{Be}$  ist  $\beta$ -instabil und zerfällt in  $^7\text{Li}$ . Entfernt man alle Elektronen so ist der nackte  $^7\text{Be}$ -Kern stabil. Erklären Sie warum. (2 Punkte)

## Aufgabe 3: $\beta$ -Zerfallsübergänge

[LA: nur Teilaufgaben 1–3] (8 Punkte)

Um welche Übergänge (Fermi-erlaubt, Gamow-Teller-erlaubt oder  $n$ -fach verboten) handelt es sich bei folgenden  $\beta$ -Zerfällen? (Notation:  $^A_Z X(J^P)$ , mit Drehimpuls  $J$  und Parität  $P$ )

1.  $^{60}_{24}\text{Cr}(0^+) \rightarrow ^{60}_{25}\text{Mn}(0^+)$  (2 Punkte)
2.  $^{60}_{26}\text{Fe}(0^+) \rightarrow ^{60}_{27}\text{Co}(2^+)$  (2 Punkte)
3.  $^{60}_{27}\text{Co}(5^+) \rightarrow ^{60}_{28}\text{Ni}(4^+)$  (2 Punkte)
4.  $^{14}_6\text{C}(0^+) \rightarrow ^{14}_7\text{N}(1^+)$  (2 Punkte)

**Aufgabe 4:  $\beta$ -Zerfall und Elektroneneinfang****[LA: komplette Aufgabe] (8 Punkte)**

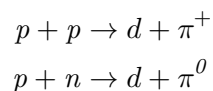
Wir betrachten im Folgenden ein Isotop, das sowohl über  $\beta^+$ -Emission als auch über Elektroneneinfang zerfallen kann. Die maximale kinetische Energie des Positrons beim  $\beta^+$ -Zerfall sei  $T_{\max} = 0,9 \text{ MeV}$ . Nehmen Sie an, dass sowohl die Bindungsenergie des Elektrons als auch die Rückstoßenergie des Kerns vernachlässigt werden können.

1. Wie würde das Positronenenergiespektrum aussehen, wenn es sich beim  $\beta$ -Zerfall um ein Zweikörperproblem (d.h. ohne Neutrino) handeln würde? (1 Punkt)
2. Skizzieren Sie das tatsächliche  $\beta^+$ -Energiespektrum. Vernachlässigen Sie die Masse des Neutrinos. (2 Punkte)
3. Wie groß ist die maximale Neutrinoenergie beim  $\beta^+$ -Zerfall? (1 Punkt)
4. Skizzieren Sie das Energiespektrum der Neutrinos beim  $\beta^+$ -Zerfall. (1 Punkt)
5. Skizzieren Sie das Energiespektrum der Neutrinos für den Elektroneneinfang. (2 Punkte)
6. Wie ändert sich das Spektrum aus Teilaufgabe 2, wenn Sie die Neutrinomasse  $m_\nu > 0$  berücksichtigen? (1 Punkt)

Hinweis: Beschriften Sie die Energie-Achse Ihrer Skizzen mit Zahlenwerten. Geben Sie an, ob Sie die kinetische Energie oder die Gesamtenergie auftragen.

**Aufgabe 5: Isospin****(11 Punkte)**

1. Das Pion kommt in den 3 Ladungszuständen  $\pi^+$ ,  $\pi^0$  und  $\pi^-$  vor. Was können Sie daraus für den Isospin des Pions schlussfolgern? Geben Sie  $I$  und  $I_3$  für die 3 Pionen an. (2 Punkte)
2. Betrachten Sie die beiden Reaktionen



welche über die starke Wechselwirkung ablaufen. Verwenden Sie die Isospin-Symmetrie und zeigen Sie, dass

$$\frac{\sigma(p + p \rightarrow d + \pi^+)}{\sigma(p + n \rightarrow d + \pi^0)} = \frac{2}{1}$$

Hinweis: Vernachlässigen Sie die Massenunterschiede von  $p$  und  $n$ , sowie die Massenunterschiede der Pionen. (6 Punkte)

3. Die Umkehrreaktionen  $d + \pi^+ \rightarrow p + p$  und  $d + \pi^- \rightarrow n + n$  können aus einer S-Welle heraus erfolgen ( $L = 0$  im Anfangszustand). Benutzen Sie das Pauli-Prinzip, um die Parität der spinlosen Pionen zu bestimmen.

Hinweis: Welchen Isospin und Bahndrehimpuls muss der Endzustand haben? (3 Punkte)