Mathematik 3 für Physikstudierende

Winter 2023/24
Dr. Peter Gladbach
Dr. Adrien Schertzer

UNIVERSITÄT BONN

Hausaufgabenblatt 4.

Abgabe bis Mi, 15.11.

Für die Klausurzulassung müssen insgesammt 50 % der Punkte erreicht werden. Die Aufgaben dürfen in Gruppen von maximal 3 Personen abgegeben werden.

Aufgabe 1. (5 Punkte)

Berechnen Sie $\sum_{k=0}^{\infty} kz^k \times \sum_{k=0}^{\infty} z^k$ und zeigen Sie, dass $e^{z_1+z_2} = e^{z_1}e^{z_2}$ mit dem Produkt von Cauchy.

Aufgabe 2. (10 Punkte)

Finden Sie f', f'', f''' von

(i) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{k!}$,

(ii) $\sum_{k=0}^{\infty} 2^k z^k$,

(iii) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{k}$.

Aufgabe 3. (5 Punkte)

Schreiben Sie als Potenzreihe mit Zentrum 0, $\sum_{k=0}^{\infty} 2^{-k} (i+z)^k$.

Aufgabe 4. (10 Punkte)

Wir definieren $\cos(z) := \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k z^{2k}}{(2k)!}$ und $\sin(z) := \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k z^{2k+1}}{(2k+1)!}$ $\forall z \in \mathbb{C}$.

(i) Zeigen Sie, dass $e^{iz} = \cos(z) + i\sin(z)$.

(ii) Zeigen Sie, dass $\sin(z_1+z_2) = \sin(z_1)\cos(z_2) + \cos(z_1)\sin(z_2)$.

(iii) Zeigen Sie, dass $\cos(z)^2 + \sin(z)^2 = 1$.