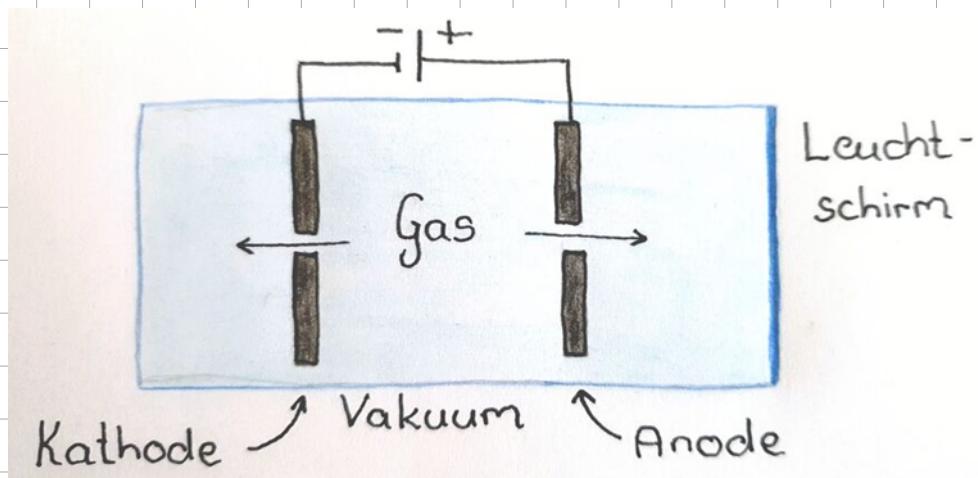


# 1. 2 Beobachtete Eigenschaften von Atomen

1) Atome können zerlegt werden in positiv und negativ geladene Teilchen "Ionisation"



Kanalstrahl:

positive Teilchen

mit Ladung  $N \cdot e$

$\Rightarrow N_{\max}$  unterschiedlich

für versch. Elemente

"Ladenzahl"

$\Rightarrow$  Ionen

Kathodenstrahl:

einzelne Teilchen

mit negativer

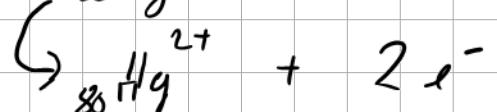
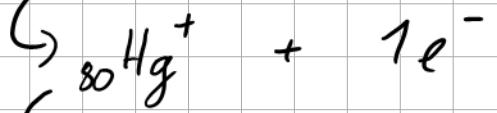
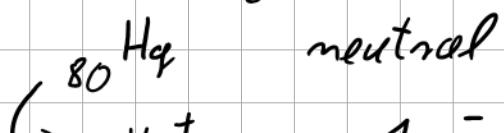
Elementarladung  $-e$

$$e = 1,602176634 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

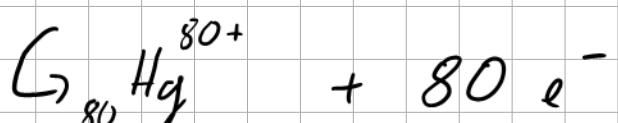
(exakt)

$\Rightarrow$  Elektronen

BSP: Quecksilber:



$\hookrightarrow \dots$



1. Ionisationsenergie =  $10,437504(6)$  eV

2. I. E. =  $18,75687(4)$  eV

Bemerkung 1: Elektronvolt

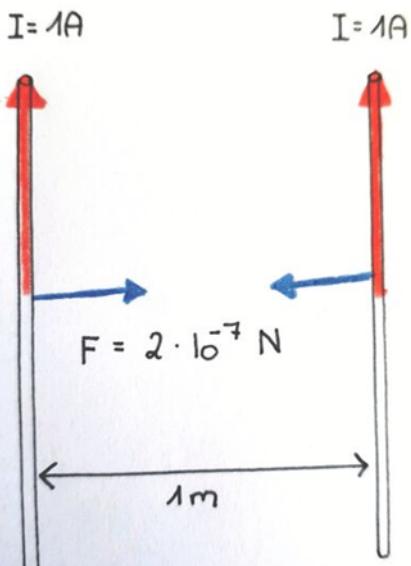
$$1 \text{ eV} = e \cdot 1 \text{ V} = 1,602 \dots \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Energie-Einheit

(kin.) Energie eines Elektrons nach Durchlaufen einer Beschleunigungsspannung von  $1 \text{ V}$

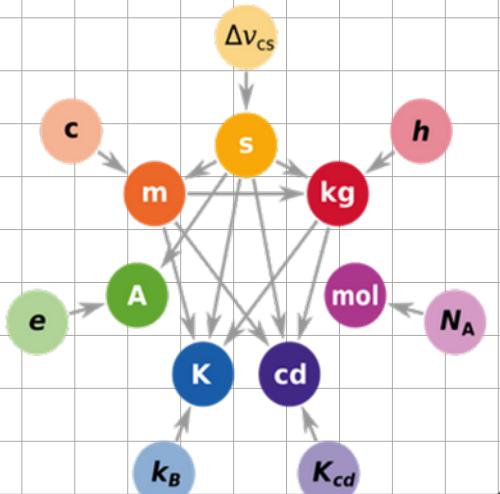
Bemerkung 2: Seit 2019 ist  $e$  im SI-System exakt  $\Leftrightarrow$  ohne Unsicherheit

Bis 2018: Def. von fundamentalen Einheiten, z. B. Ampere, über spezifische (mathe-)logische Versuchsaufbauten abhängig von



- speziellem Versuchsaufbau
  - anderen Einheiten
- $\hookrightarrow$  regelmäßig veraltet

Seit 2019:



Konstante		exakter Wert <sup>[10]</sup>	seit
$\Delta v_{\text{Cs}}$	Strahlung des Caesium-Atoms <sup>[A 4]</sup>	9 192 631 770 Hz	1967
c	Lichtgeschwindigkeit	299 792 458 m/s	1983
h	Plancksches Wirkungsquantum	6,626 070 15 $\cdot 10^{-34}$ J·s	2019
e	Elementarladung	1,602 176 634 $\cdot 10^{-19}$ C	2019
$k_B$	Boltzmann-Konstante	1,380 649 $\cdot 10^{-23}$ J/K	2019
$N_A$	Avogadro-Konstante	6,022 140 76 $\cdot 10^{23}$ mol <sup>-1</sup>	2019
$K_{cd}$	Photometrisches Strahlungsäquivalent*	683 lm/W	1979

\* für monochromatische Strahlung der Frequenz 540 THz (grünes Licht)

© Wikipedia

Alle Einheiten definiert über 7 festgelegte Konstanten

⇒ System ist unabhängig von Meßmethoden und Artefakten

- Meßverfahren können beliebig ausgetauscht / modernisiert werden
- Konstanten können jederzeit genau definiert oder sogar ausgetauscht werden

Einheit	Definierende Gleichung	unter Verwendung von	
		explizit	implizit
Sekunde	$\Delta v_{\text{Cs}} = 9\ 192\ 631\ 770 \frac{1}{\text{s}}$		
Meter	$c = 299\ 792\ 458 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	s	$\Delta v_{\text{Cs}}$
Kilogramm	$h = 6,626\ 070\ 15 \cdot 10^{-34} \frac{\text{kg}\ \text{m}^2}{\text{s}}$	s, m	$\Delta v_{\text{Cs}}, c$
Ampere	$e = 1,602\ 176\ 634 \cdot 10^{-19} \frac{\text{As}}{\text{s}}$	s	$\Delta v_{\text{Cs}}$
Kelvin	$k_B = 1,380\ 649 \cdot 10^{-23} \frac{\text{kg}\ \text{m}^2}{\text{s}^2\ \text{K}}$	s, m, kg	$\Delta v_{\text{Cs}}, h^{[\text{A 5}]}$
Mol	$N_A = 6,022\ 140\ 76 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$		
Candela	$K_{cd} = 683 \frac{\text{cd}\ \text{sr}\ \text{s}^3}{\text{kg}\ \text{m}^2}$	s, m, kg	$\Delta v_{\text{Cs}}, h^{[\text{A 5}]}$

© Wikipedia

AMOK - Physik

spielt zentrale Rolle  
bei Auswahl und Messung  
der Konstanten

BSP: Spurende

⇒ Atomstruktur Cs

2) Atome (und Moleküle) sind elektrisch neutral

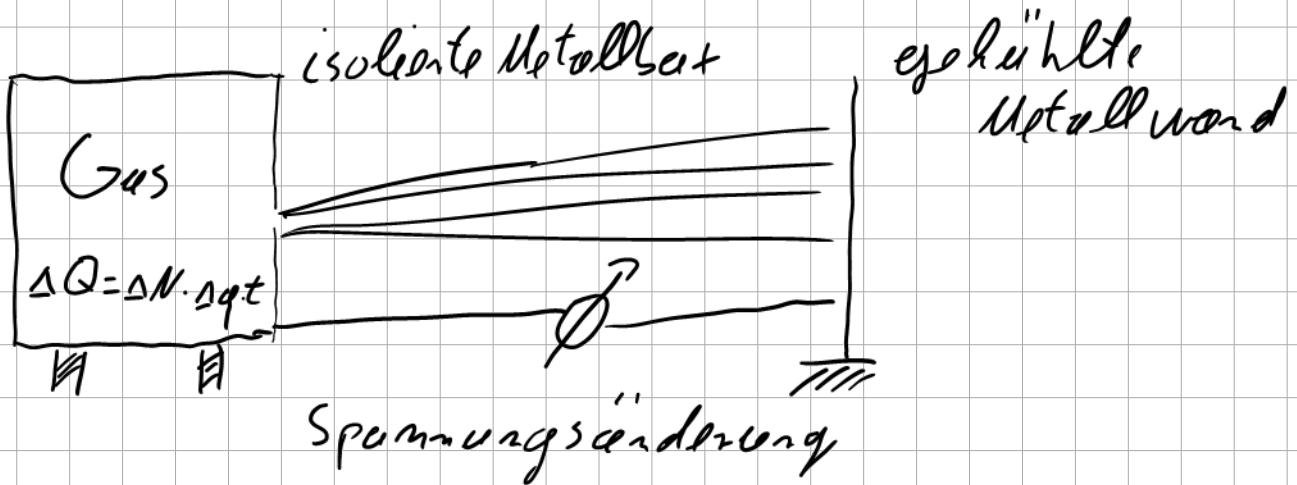
$$q_A = 0 \Leftrightarrow \Delta q = q_{\text{Proton}} - q_{\text{Elektron}} = 0$$

fundamentale spannende Frage!

$$\Delta q \geq 3,2 \cdot 10^{-37} \text{ C} = 2 \cdot 10^{-18} \text{ e}$$

würde Expansion des Weltalls erklären

Experiment



$$\Delta U(t) = \frac{\Delta N \cdot \Delta q}{C} \cdot t$$

$\Delta N = 10^{20} \text{ s}^{-1}$  : austretende Teilchen

$C = 10^{-9} \text{ F}$  : Kapazität der Metallbox

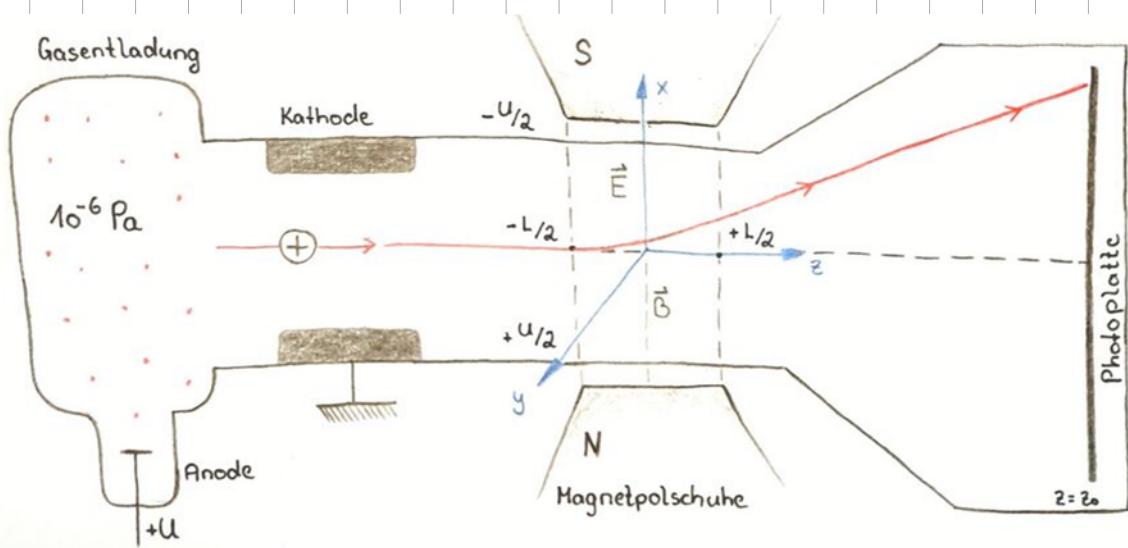
$t = 100 \text{ s}$  : Versuchsdauer

$\Delta U = 10^{-9} \text{ V}$  : machbare Meßgenauigkeit  
für Spannung

$$\Rightarrow \Delta q \leq 10^{-40} \text{ C} \approx 10^{-21} \text{ e}$$

### 3) Masse von Atomen

Thomson: Parabelspektrograph



$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_z \end{pmatrix}$$

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix}$$

Lorentzkraft:  $\vec{F} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

Newton:  $m \ddot{x} = q \cdot F$

$$m \ddot{y} = q \cdot v_z \cdot B$$

Integration der Bewegungsgl. (mit Annahme  $v \approx v_z$ )

( $\Rightarrow$  kleine Auslenkung)

$$\Rightarrow x(z_0) = \frac{q E L}{m v^2} z_0$$

$\curvearrowleft$

dim. Energien

$$x(z_0) = \frac{m}{q} \frac{E}{B^2 L} y^2$$

$$y(z_0) = \frac{q B L}{m v} z_0$$

$\curvearrowleft$   
Impulps

Alle Teilchen mit gleichem  $\frac{m}{q}$  liegen auf einer Parabel.

a) Kathodenstrahl: eine einzige Parabel

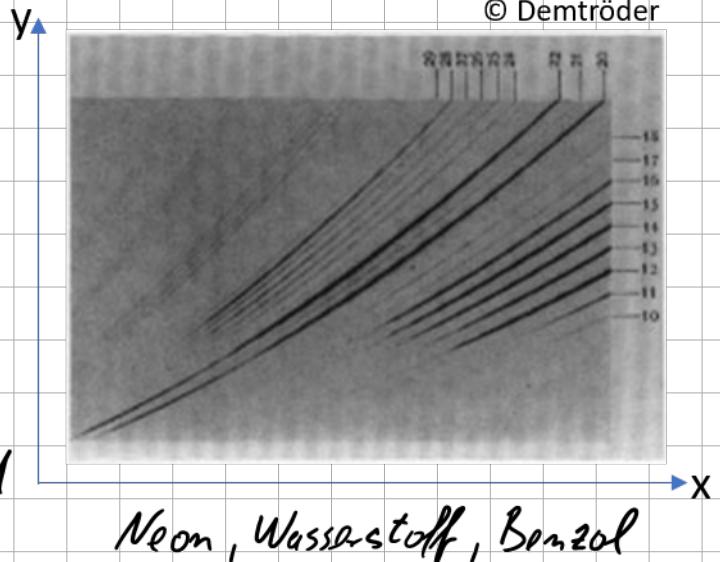
⇒ Erster Nachweis von Elektronen: Thomson 1897

b) Kanalstrahl:

unterschiedliche  $\frac{m}{q}$

je nach:

- Gasgemisch
- Ionisierungsspannung  $U$



Wichtig: ALLE Massenspektrometer messen  $\frac{m}{q}$ !

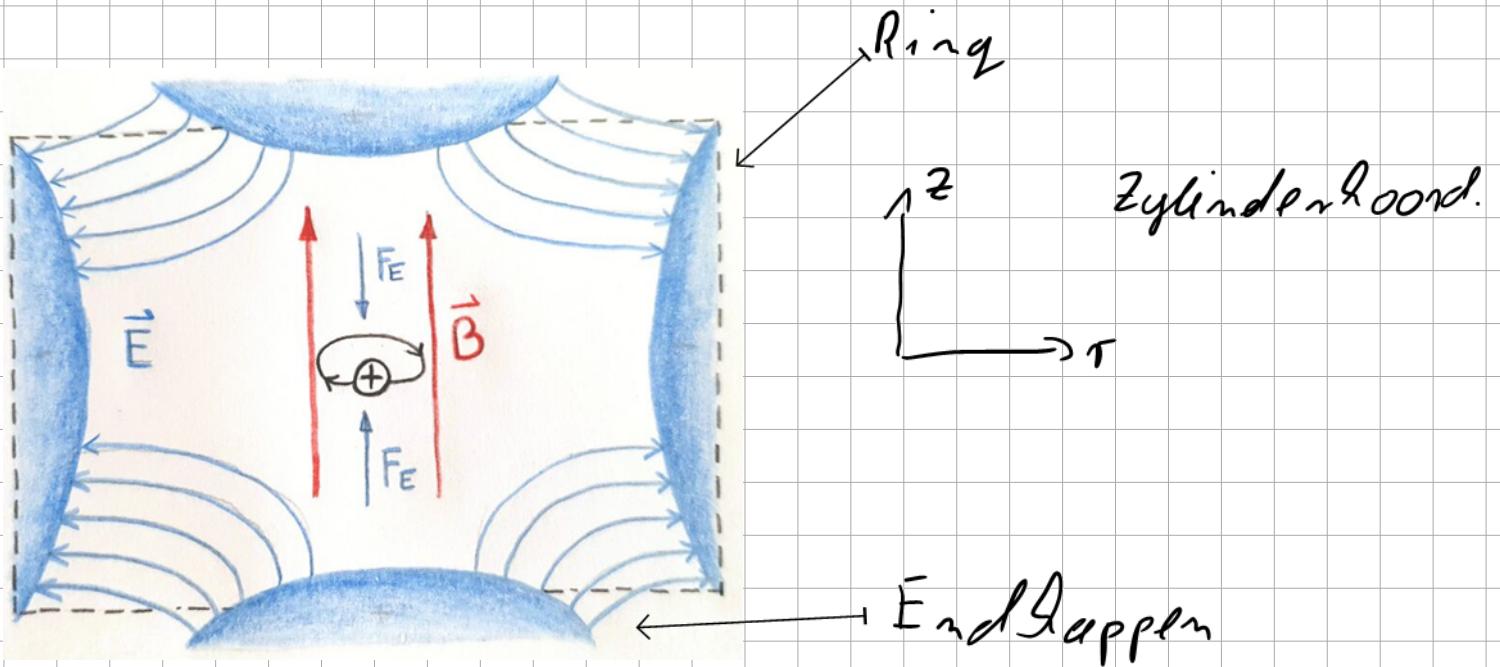
State of the art: Ionen-Zyklotron-Resonanz-Spektrometer

Nobelpreis Physik  
1989

$\frac{1}{4}$  Dehmelt → Penning-Falle

$\frac{1}{4}$  Paul → Paul-Falle

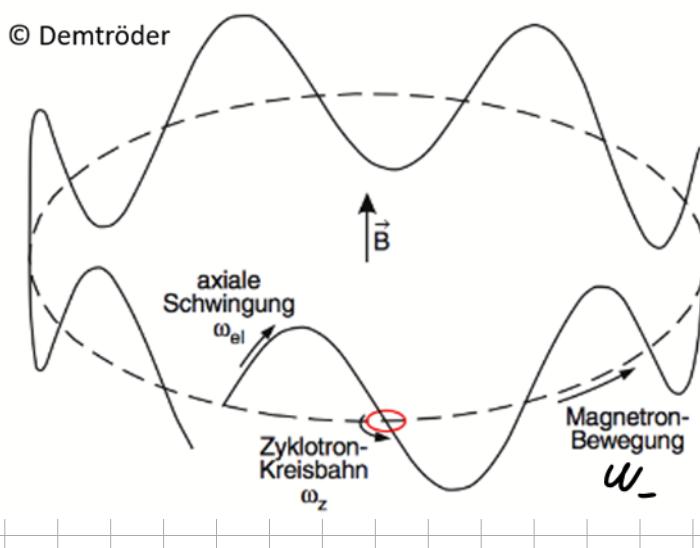
$\frac{1}{2}$  Ramsey → Ramsey-Spektroskopie



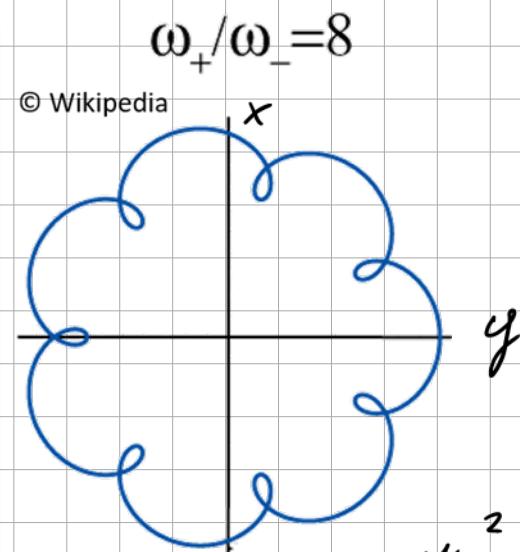
$\vec{B} = B \hat{\rho}_z$   $\Rightarrow$  geladene Teilchen auf Kreisbahnen

$$\text{Zyklotronkreisfreq.: } \omega_z = 2\pi f = \frac{q \cdot B}{m}$$

el. Quadrupolfeld  $\Rightarrow$  · fängt Teilchen in  $z$ -Richtung  
 .. · zusätzlicher Drift in  $x-y$ -Ebene  
 "Magnetron-Bewegung"



$$u_z \gg u_{el} \gg u_-$$



$$u_+ \approx u_z - \frac{u_{el}^2}{2u_z}$$

$$u_- \approx \frac{u_{el}^2}{2u_z}$$

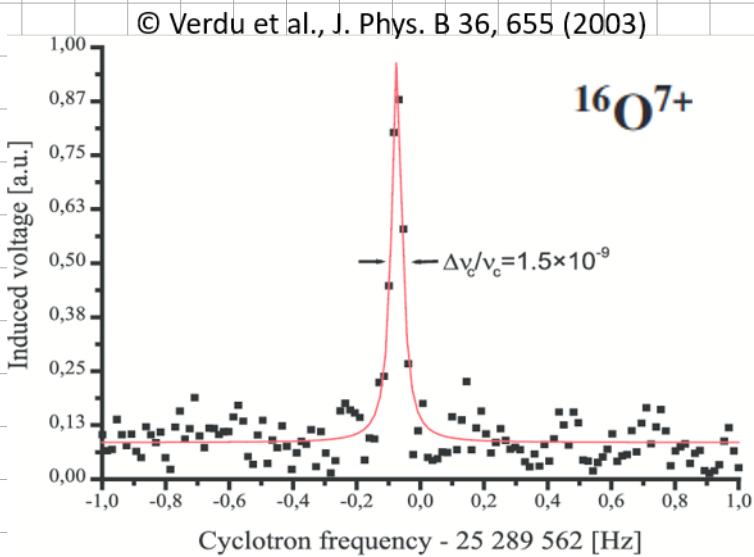
gemessen wird Spannung  $U(t)$  zwischen Ring und Kappe

$\Rightarrow$  Fourier - Trafo des Signals zeigt

Resonanz bei  $\omega_+$  und  $\omega_-$

$$\Rightarrow \omega_z \Rightarrow \frac{q}{m} \Rightarrow m \\ \text{B-Feld} \\ \text{bekannt}$$

bekannt



BSP: einzellos Sauerstoff

Ion

(man muss "wissen",  
woran man misst)

aktuelle Genauigkeit  $< 10^{-10}$

• Elektron:  $m_e = 9,109\ 383\ 7015(28) \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

• leichtestes Ion:  $H^+ = 1 \text{ Proton}$

$m_p = 1,672\ 621\ 923\ 69(51) \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

$$\frac{m_p}{m_e} \approx 1836$$

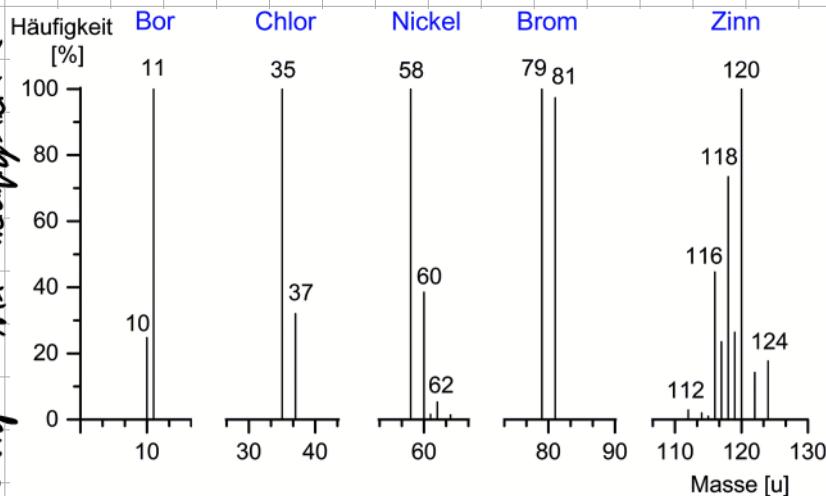
- Masse aller Ionen (Atome und Moleküle)

$$m \approx A \cdot m_p$$

aber:  $A \approx 2Z \leftarrow$  Ladungszahl

• (leicht) verschiedene  $A$  für gleiches Element

Diese Achse macht zwischen sich!  
richtig: rel. Häufigkeit (a.u.)



$\Rightarrow$  Atome enthalten

auch Neutronen

© Gross, "Massenspektrometrie", Springer Spektrum

$$\cdot m_m = 1,674 \ 927 \ 498 \ 04 (95) \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\cdot q_m < (-2 \pm 8) \cdot 10^{-22} \text{ C}$$

$$\cdot \frac{m_m}{m_p} = 1.001 \ 378 \ 419 \ 31 (49)$$

$\Rightarrow$  Physik S

Isotope:



$X = \text{chem. Element}$

$z = \text{Ladungszahl}: N_e = N_p$

$A = \text{Massezahl}: N_p + N_n$

BSP: Kohlenstoff C

98,9%  $^{12}_6 C$ , 1,1%  $^{13}_6 C$ , < 10<sup>-3</sup>%  $^{14}_6 C$

"carbon dating"

$\leftarrow$  radioaktiv

- Atom-Masse

$$m(\text{Atom}) = m(\text{Ion}) + m(\text{Elektron}) - \frac{E_I}{c^2}$$

↑  
Ionisierungs-  
energie

$$E_I \approx 10 \text{ eV}$$

↑

$$m_e \approx \frac{0,5 \text{ MeV}}{c^2}$$

klein, gut messbare  
Kontaktur

atomare Masseneinheit:

$$1u = \frac{1}{12} m(1\text{ }^{12}\text{C Atom im Grundzustand})$$

$$= 1,660 \text{ 539 066 60 (50)} \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

- Eine "gute" Einheit, weil element-spezifisch

$$12u \neq 6m_p + 6m_n$$

nukleärer Massendefekt =  $\frac{\text{Kernbindungsenergie}}{c^2}$

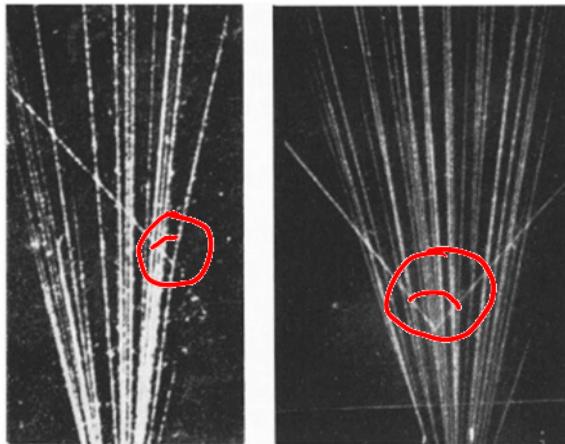
$$m(^1\text{H}) = 1,007825 u$$

## 4) Atomstruktur

Rutherford - Chemie Nobel Preis 1906

Entdeckung von  $\alpha$ -Teilchen  $\stackrel{?}{=} {}_2^4 \text{He}^{2+}$

Wasserstoff



Helium

© Haken & Wolf  
Radioaktive Proben

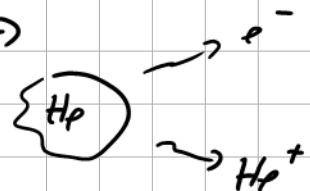
Beobachtungen:

a) Die meisten Bahnen sind geradlinig

$\Leftrightarrow$  keine Ion-Atmosphäre

b) Ionisierung der Gase (das führt zur Tröpfchenbildung)

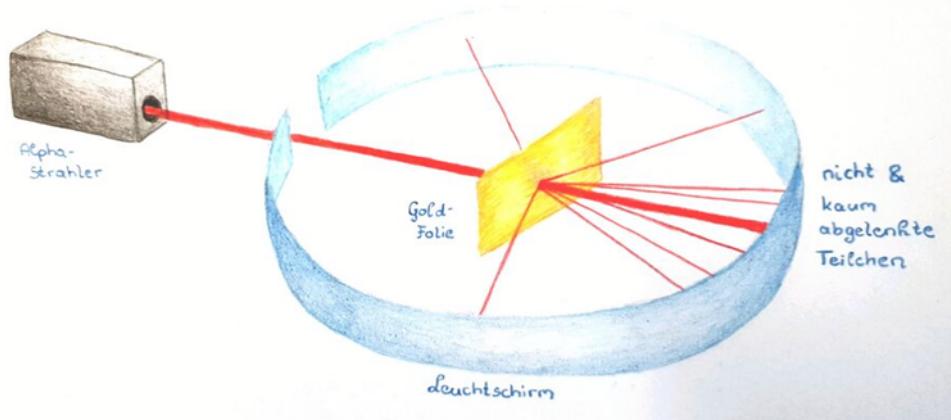
findet sehr leicht statt  $(2t) \rightarrow$



c) Seltene Stoße mit festem Ablaufwinkel zwischen Stoßpartnern. max.  $90^\circ$  bei He

$\Leftrightarrow m_\alpha = m_{\text{He}}$

Güger, Mandson, Rutherford 1909 - 1913



erste "kontrollierte"  
Streuversuche

Target: dünne Goldfolie

$$D < 10 \mu\text{m}$$

$\Rightarrow$  gleicher Beobachtung wie in Neßzammer:

- Großteil der  $\alpha$ -Teilchen wird nicht oder kaum abgelenkt
- alle Streuwinkel bis  $180^\circ$  treten auf,  
ca. 1 aus  $10^5$  Teilchen wird von  $90^\circ$  oder mehr abgelenkt

quantitativ: Streuung von  $H^{2+}$  ( $q=2$ ) an  $Au^{79+}$  ( $Q=79$ )

( $79e^-$  zu leicht für  
signifikante Ablenkung)

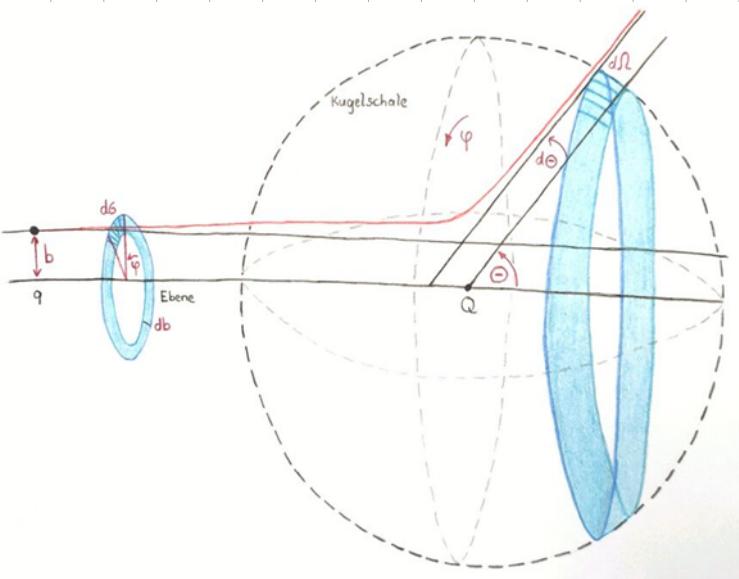
$$m_{H^2} \approx 4u \quad \& \quad m_{Au} \approx 197u$$

rel. Masse:  $\mu \approx m_{H^2}$

Schwerpunktmasse:  $M \approx m_{Au}$

$$\vec{R} = \vec{r}_{Au} \stackrel{!}{=} 0$$

# Zentrales Konzept: differentieller Streuquerschnitt



klassisch: Teilchenzahl erhalten

Durch Fläche  $d\Omega$  einlaufendes Teilchen mit  $\vec{v} = (\vartheta)$  wird in Kugelflächenelement  $d\Omega$  gestreut

$$d\sigma = b d\vartheta db \quad b = \text{Stopfparameter } [\text{m}^3]$$

$$d\Omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$$

Messung:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} (\vartheta, \varphi) \sim \frac{1}{\Delta\Omega} \frac{R_{\text{out}}(\vartheta, \varphi)}{R_{\text{in}}^{\text{tot}}}$$

$R_{\text{in}}^{\text{tot}}$ : einfallende Teilchen pro Zeit  $[\frac{\text{Hz}}{\text{s}}]$

$\Delta\Omega$ : (endliche) Detektorfläche  $[\frac{1}{\text{m}^2}]$

$R_{\text{out}}(\vartheta, \varphi)$ : vom Detektor, zentriert am Kugelpunkt  $(\vartheta, \varphi)$ , gemessene Teilchen pro Zeit  $[\frac{\text{Hz}}{\text{s}}]$

Für rotationssymmetr. Wechselwirkung ( $\propto \cos \varphi$  Abhängigkeit von  $\varphi$ ):

$$d\sigma = 2\pi b db, \quad d\Omega = 2\pi \sin \vartheta d\vartheta (-2\pi d(\cos \vartheta))$$

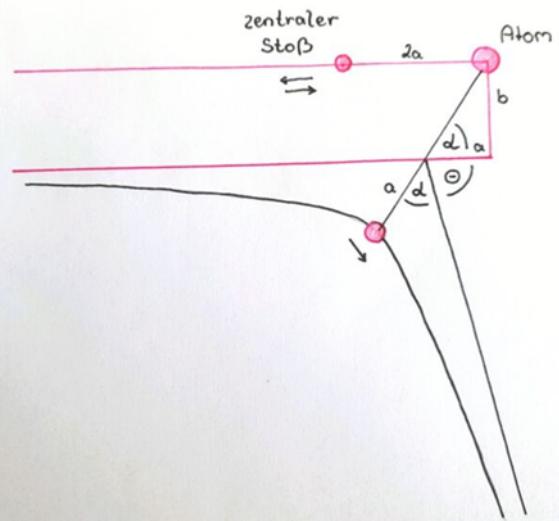
$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left| \frac{b}{\sin \vartheta} \frac{db}{d\vartheta} \right| (*) \quad \text{Betrag, weil Teilchenzahl} > 0$$

für Coulomb - WW:

$$V(r) = \frac{qQe^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$\Rightarrow$  äquivalent zu Keplerproblem

$\Rightarrow$  umgebundene Ellyptichen: Hyperbel



zentraler Stoß ( $b=0$ ): Teilchen kommt um bei  $2a$

$$\text{kin. En. bei } z \rightarrow -\infty \quad E_{\text{kin}}(v) = \frac{qQe^2}{4\pi\epsilon_0 2a} \quad \text{Pot. Energie bei } 2a$$

Hyperbel-

Geometrie

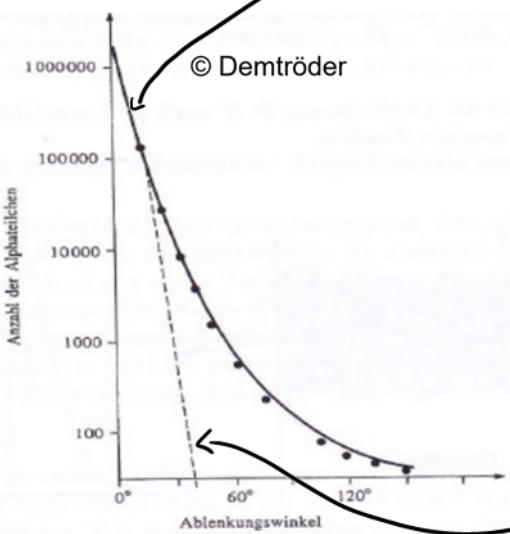
$$: 2\alpha + \vartheta = 180^\circ \Rightarrow \cot\left(\frac{\vartheta}{2}\right) = \frac{b}{a} = \frac{8\pi\epsilon_0 E_{\text{kin}}}{qQe^2} b$$

$$\Rightarrow \frac{db}{d\vartheta} = -\frac{qQe^2}{8\pi\epsilon_0 E_{\text{kin}}} \left( \frac{1}{2\sin^2\left(\frac{\vartheta}{2}\right)} \right)$$

$$b, \frac{db}{d\vartheta} \text{ in (1)}$$

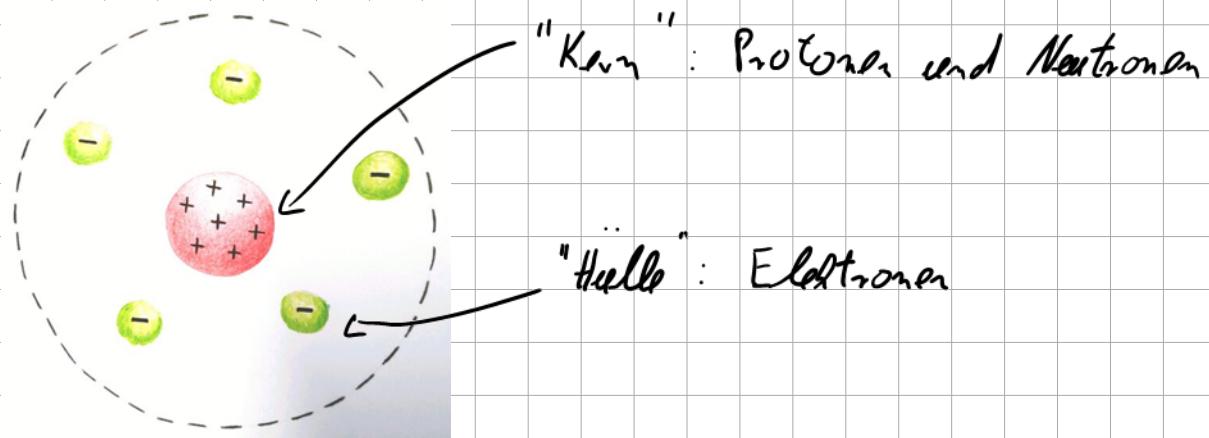
$$\frac{d\Omega}{d\vartheta} = \left( \frac{qQe^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot 4E_{\text{kin}}} \right)^2 \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\vartheta}{2}\right)}$$

Rutherford - Streuformel



Thompson - Modell = homogene Ladungsverteilung im Atom

$\Rightarrow$  Atomstruktur:



Kernradius: aus Abweichung von Rutherford für  $E_{kin} \rightarrow \infty$   
 $\Leftrightarrow$  Kerne "berühren" sich  
 $r_{min} \rightarrow 0$

"anomale Rutherford-Streuung" (ÜB 1.4)

$$r_{\text{proton}} = r_{\text{H-Kern}} \approx 1,3 \cdot 10^{-15} \text{ m} = r_p$$

$r_{\text{Kern}} = r_p A^{\frac{1}{3}}$   $\Rightarrow$  Protonen und Neutronen sind homogen verteilt im Kern  $\Rightarrow$  Phys. 5

Atomradius: z.B. aus AFM-Bildern (Vorlesung 1)

oder Röntgen-Beugung (Vorlesung Kristallgitter)

$$r_{\text{Atom}} \approx 1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$$

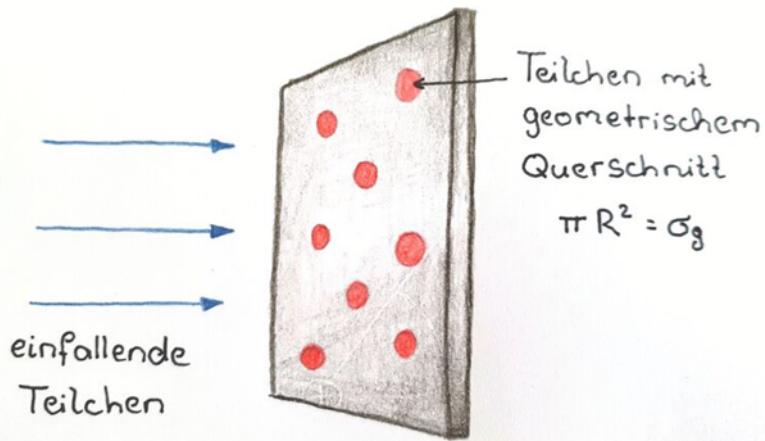
(konsistent mit  $E_{\text{cou}}(1 \text{ \AA}) \approx 10 \text{ eV} \approx E_{\text{ionisierung}}$ )

Bem. 1: Streuexperimente sind zentrale experimentelle Methoden  
 im Atom-, Festkörper-, Kern-, Teilchenphysik, Chemie,  
 Materialwissenschaft

## z.B. Neutronen-, Röntgen(photonen)-Streuung an (an-) organischen Materialien

Bem. 2:  $\sigma = \int d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega}$  "totaler Wirkungsquerschnitt"  
 $[\sigma] = m^2$  effektive Fläche des Streuzentren

BSP:



1) harte Kugel  $\sigma = \pi R^2$

2) Atom-Photon-Streuung  
(Vorlesung Atom-Licht-Uhr)

$$\sigma \approx \lambda^2 \gg r_{Atom}^2$$

3) Coulombs-Pot.

$$\sigma \rightarrow \infty \text{ weil } V \sim \frac{1}{r}$$

Bem. 3: Das Konzept des diff. Streuquerschnitts funktioniert auch für QM Licht- und Materie-Wellen.

Teilchenzahl-Erhaltung  $\Rightarrow$  Energie-  
Fluss-Erhalt.  
Wahrscheinlichkeits-

## 5) Atom-Spektren

Bros. 1: ohne äußeren Einfluss sind Atome "durchhal"

= emittieren keine Photonen / s.m. Strahlung

Bros. 2: Atome können nur bestimmte, diskrete Energien  $E < E_{ion}$  aufnehmen und geben diese

als Licht mit Frequenz  $\nu = \frac{E}{\hbar}$

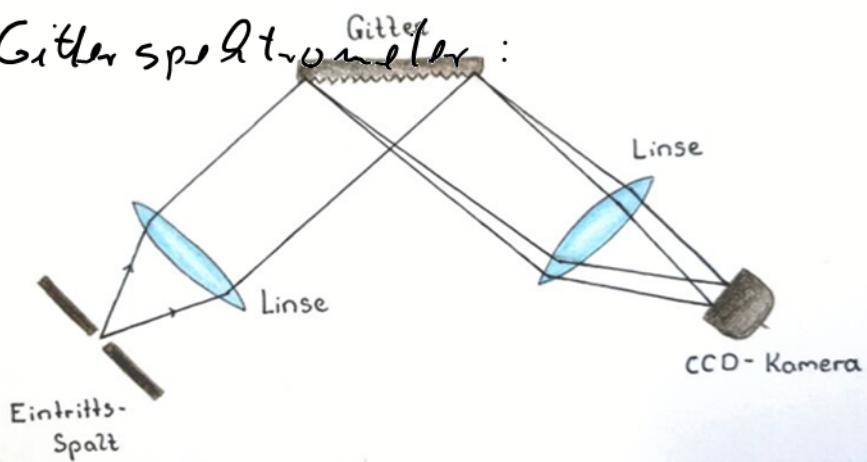
wieder ab.

$$h = 6,626\,070\,15 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

exakt (seit 2019)

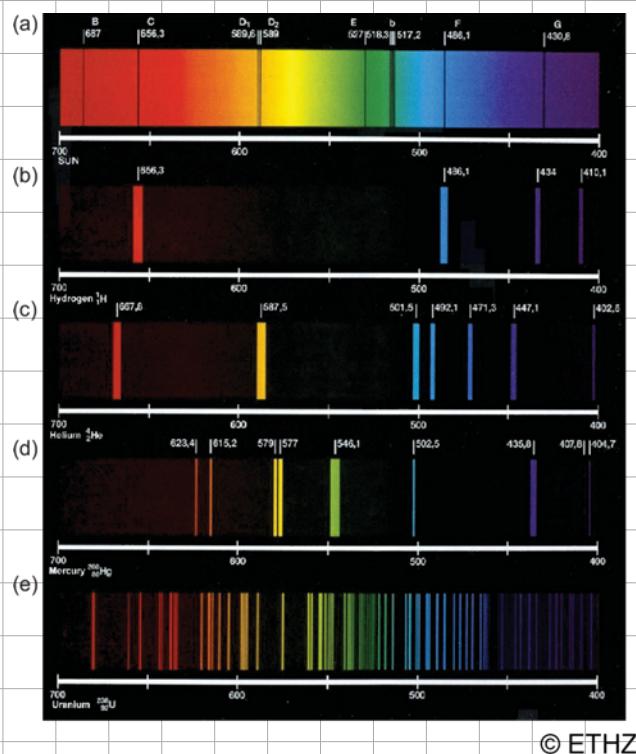
Energiezufuhr durch Stoß, Licht, Wärme, ...

Gitterspektrometer:



geringe Frequenz-  
auflösung ( $\Delta\nu \sim 1\text{nm}$ )

deutet aber  
kompletten sichtbaren  
Spectralbereich an



Sonnenlicht

alle Elemente

Wasserstoff

(und Moleküle)

Helium

haben spezifische

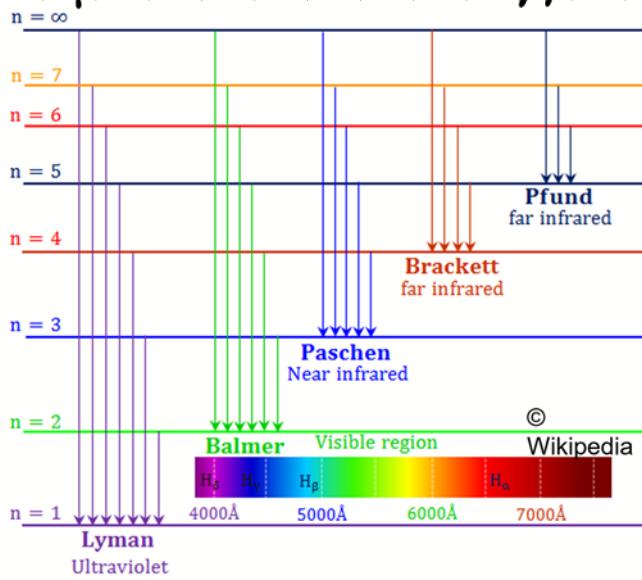
Quecksilber

Spektren mit  
diskreten Spektrallinien

Uran

• Linien haben unterschiedl.  
Stärke / Helligkeit

# Speziell: Wasserstoff



Systematischer Zusammenfassung:

Rydberg (1888)

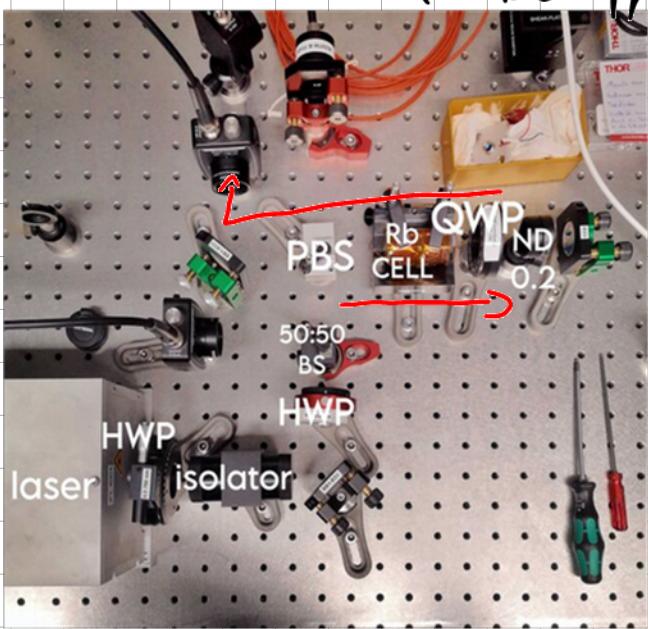
$$\nu_{n_1, n_2} = \frac{c}{\lambda_{n_1, n_2}} = c \cdot R_H \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

$$R_H \approx 1,09678 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$$

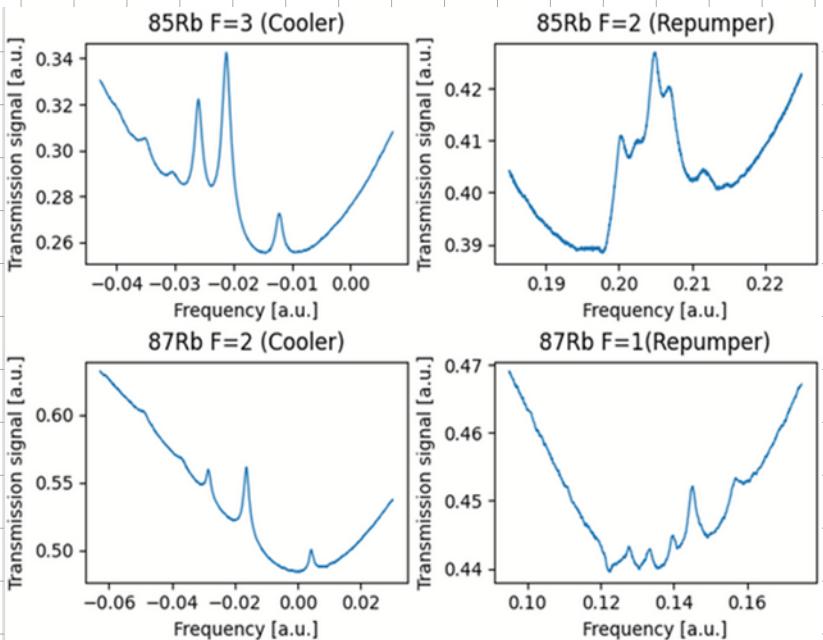
Wasserstoff - Rydbergkonstante

Viel genauer: Laser - Spektroskopie

RS = Radium Dampf



© Hannah Buss – Bachelorarbeit 2024



natürliche Linienbreite  $\Gamma \approx 6 \text{ MHz}$

Gemärgkeit:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{100 \text{ MHz}}{10^{12} \text{ Hz}} = 10^{-10}$$

Photodiode misst 2x transmittiertes Licht

$\Rightarrow$  "dopplerfreie Spektroskopie"

(Vorlesung Atom-Licht-WW)

geht noch viel genauer: optische Uhren  $\Rightarrow 10^{-18}$

# Fundamentales Problem:

Diese experimentell beobachteten Atom-Eigenschaften

lassen sich klassisch (Mechanik + Elektromagnetismus)  
nicht erklären !!

- Keine Begründung für diskrete Spektrallinien

- Keine stabile Bahnen für geladene Teilchen  
im Coulombs - Pot.

$$V_c \sim \frac{1}{r} \Rightarrow \text{elliptische Bahnen (im } x,y\text{-Ebene)}$$

$\Leftrightarrow$  2 überlappende harm. Schwingungen

$\Leftrightarrow$  Hertzscher Dipol strahlt kontinuierlich elektrom. Wellen ab  $\Leftrightarrow$  verliert Energie

$$\text{für } r_0 = 1\text{\AA} : \tau \approx 10^{-8} \text{ s}$$

bis zur Kollision mit Proton

$\Rightarrow$  Wir brauchen neues Konzept !

Quanten - Mechanik

