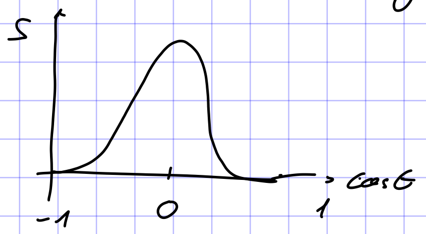
Sheet 1 Dominik W., Angelo Brade 14.10.2024

Exercise 1:

1) Man würde eine Gaußverteilung erwarten, da es keinen festen Kern gibt, an dem die α-Teilchen streuen könnten.



2)

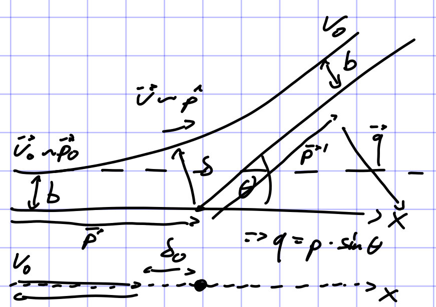
$\frac{p^2}{2m} = E$

$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E}{m}} \quad | E = 6\,MeV, m = 3{,}7\,GeV/c^2$

$\Rightarrow \frac{v}{c} = 5{,}70\%$

Angenommen, dass relativistische Effekte erst ab ~10% signifikant sind, kann man in diesem Fall, bei 5,70% der Lichtgeschwindigkeit, ignorieren.

3)



Energieerhaltung: $\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{Z_1 \cdot Z_2 \cdot e^2}{4\pi\varepsilon_0 \delta_0}$

Drehimpulserhaltung: $mv\delta = mv_0 b$

Impulserhaltung: $|\vec{p}| = |\vec{p}'| \Rightarrow \vec{q} = \vec{p} - \vec{p}'$

$q =$

$\Rightarrow E_{kin} = \frac{mv_0^2}{2} = \frac{Z_1 \cdot Z_2 \cdot e^2}{4\pi\varepsilon_0 \delta_0}$

$\Rightarrow \delta_0 = \frac{Z_1 \cdot Z_2 \cdot e^2}{4\pi\varepsilon_0 E_{kin}}$

4)

$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = \frac{b}{\sin\theta}\left|\frac{db}{d\theta}\right| \quad \Big| \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{\delta_0}{2b} \Leftrightarrow b = \frac{\delta_0}{2\tan(\frac{\theta}{2})}$

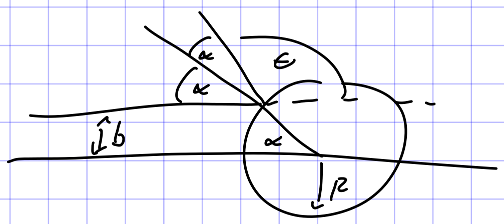
$= \frac{\delta_0}{2\sin\theta\tan\frac{\theta}{2}} \quad \frac{\delta_0}{2} \frac{1}{\tan^2\frac{\theta}{2}} \frac{1}{\cos^2\frac{\theta}{2}} \cdot \frac{1}{2}$

$= \frac{\delta_0^2}{8} \frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin\theta \cdot \sin\frac{\theta}{2}} \quad \frac{\cos^2\frac{\theta}{2}}{\sin^2\frac{\theta}{2}} \frac{1}{\cos^2\frac{\theta}{2}}$

$= \frac{\delta_0^2}{8} \frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin\theta} \frac{1}{\sin^2\frac{\theta}{2}}$

Exercise 2:

1)



$$\Rightarrow \quad b = R \cdot \sin\alpha \quad \Big| \ \theta = 180^\circ - 2\alpha = \pi - 2\alpha \Leftrightarrow \alpha = \tfrac{1}{2}(\pi - \theta)$$

$$= R \cdot \sin\left(\tfrac{1}{2}\left(\tfrac{\pi}{2} - \theta\right)\right)$$

$$= R \cdot \cos\left(\tfrac{1}{2}\theta\right)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = \frac{b}{\sin\theta}\left|\frac{db}{d\theta}\right|$$

$$= \frac{R^2 \cos\left(\tfrac{1}{2}\theta\right)}{2 \cdot \sin\theta} \sin\left(\tfrac{1}{2}\theta\right) \cdot \tfrac{1}{2} \quad \Big| \ \cos\left(\tfrac{1}{2}\theta\right) \cdot \sin\left(\tfrac{1}{2}\theta\right) = \tfrac{1}{2}\sin(\theta)$$

$$= \frac{R^2}{8}$$

2)

$$F = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} d\theta \, \sin\theta \, \frac{R^2}{8}$$

$$= 4\pi R^2$$

Es handelt sich hierbei um die Oberfläche einer Kugel.

Exercise 3:

1) $E = \frac{p^2}{2m}$

$$= \frac{v^2 m^2}{2m}$$

$$\Rightarrow \quad = \tfrac{1}{2} m v^2 \quad \Big| \ [v] = 1$$

$\Rightarrow [E] = [m]$

Die Masse hat die Einheit der Energie: J bzw. eV.

$v \cdot m = p \qquad | [v] = 1$

$\Rightarrow [m] = [p]$

Der Impuls hat über die Masse ebenfalls die Einheit der Energie: J bzw. eV.

2)

$\frac{1}{2}mv^2 = \hbar\omega$

$\Rightarrow [m] = [\omega] \Rightarrow [\hbar] = J^{-1}$ bzw. $\frac{1}{eV}$

$v = \frac{s}{t}$

$\Rightarrow [s] = J^{-1}$ bzw $\frac{1}{eV}$

Aufgabe 4:

1.) $r = c \cdot \Delta t = \frac{\hbar}{2mc} = \frac{1}{180}(GeV)^{-1} = 3,77 \cdot 10^{-55}\,m$

2.) $e^- \to \gamma + e^-$

$E_{e^-} = E_{e^-} + E_\gamma \quad | \; E_\gamma \overset{!}{\neq} 0, \; -E_{e^-}$

$\Rightarrow \; 0 = E_\gamma$ ↯

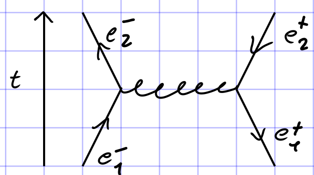
$\vec{p}_e = \vec{p}_e + \vec{p}_\gamma \quad | \; \vec{p}_\gamma \overset{!}{\neq} \vec{0}, \; -\vec{p}_e$

$\Rightarrow \; \vec{0} = \vec{p}_\gamma$ ↯

$e^- \to e^- + \gamma$ ist keine erlaubte reelle Reaktion, da für sie Energie und Impulserhaltung nicht gilt.

3.)

a) e^+e^--Streuung:



$m^2 = E^2 - p^2 = E^2 - (\vec{p}_{e_1} - \vec{p}_{e_2})^2 \quad | \; \vec{p}_{e_1} \overset{!}{\perp} \vec{p}_{e_2}, \; |\vec{p}_{e_1}| = |\vec{p}_{e_2}| = p_e$

$= E^2 - 2p_e^2 \quad | \; E^2 = m^2c^4, \; p_e = m_e v$

$= +(E^2 - 2p_e^2)$

?