Vorlesung 5

Massenpunkt: (MP)

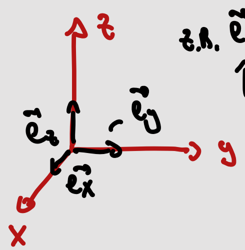
→ idealisierte Annahme
(keine Ausdehnung, Reduktion auf Bewegung des Schwerpunkts, ...)

Ortsvektor: $\vec{r}$ beschreibt Ort eines MP zu Zeit t: $\vec{r}(t)$

bzgl. Koordinatensystems

$$\vec{r}(t) = x\,\vec{e}_x + y\,\vec{e}_y + z\,\vec{e}_z$$

Kartesische Koordinaten



z.B. $\vec{e}_x = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ ← Einheitsvektor

Weitere Systeme:

Zylinderkoordinaten

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix}\rho\\ \varphi\\ z\end{pmatrix} \qquad x = \rho\cos\varphi,\quad y = \rho\sin\varphi,\quad z = z$$

$\rho = \sqrt{x^2+y^2}$, $\varphi = \arctan\frac{y}{x}$

Kugelkoordinaten

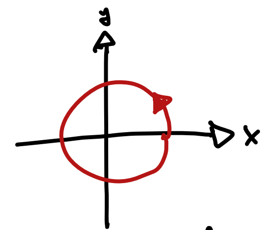
$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix}r\\ \theta\\ \varphi\end{pmatrix} \qquad x = r\cos\varphi\sin\theta,\quad y = r\sin\varphi\sin\theta,\quad z = r\cos\theta$$

$r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$, $\theta = \arccos\frac{z}{r}$, $\varphi = \arctan\frac{y}{x}$

Bahnkurve:

Abbildung von $\vec{r}(t)$ im Ortsraum

z.B. Kreisbewegung



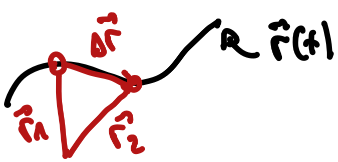
$x(t) = R\cos(\omega t)$
$y(t) = R\sin(\omega t)$
↓
$x^2 + y^2 = R^2 = \text{const.}$

$\varphi = \arctan\frac{y}{x}$

$\tan(\varphi) = \frac{\sin(\omega t)}{\cos(\omega t)} = \tan(\omega t) \Rightarrow \varphi = \omega t$

Kreisfrequenz $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$

Geschwindigkeit & Beschleunigung:



$\vec{r}_1 = \vec{r}(t)$
$\vec{r}_2 = \vec{r}(t+\Delta t)$

mittl. Geschw.: $\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t}$

(Momentan) Geschw.: $\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}} = v(t)$

Analog:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}}$$

→ Differentieller Zusammenhang!

Für $\vec{a}(t) = \text{const.}$ (z.B. Erdbeschl. $\vec{g}$)

$\Rightarrow \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}\,t^2$

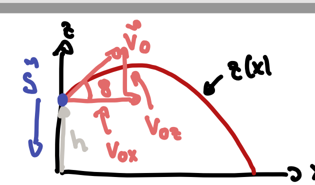
Schiefer Wurf

$x(t) = v_{0x}\,t$
$y(t) = 0$
$z(t) = -\frac{1}{2}g t^2 + v_{0z}t + h$

Ersetze $t = \frac{x}{v_{0x}}$

$\Rightarrow z(x) = -\frac{1}{2}g\frac{1}{v_{0x}^2}x^2 + \frac{v_{0z}}{v_{0x}}x + h$

Wurfparabel!



$v_{0x} = \cos\varphi\; v_0$
$v_{0y} = \sin\varphi\; v_0$