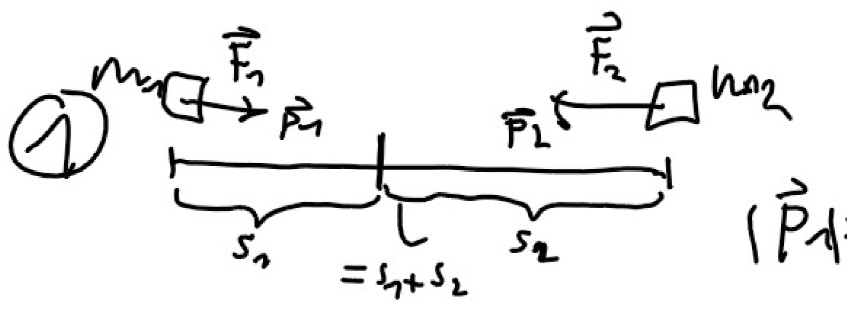
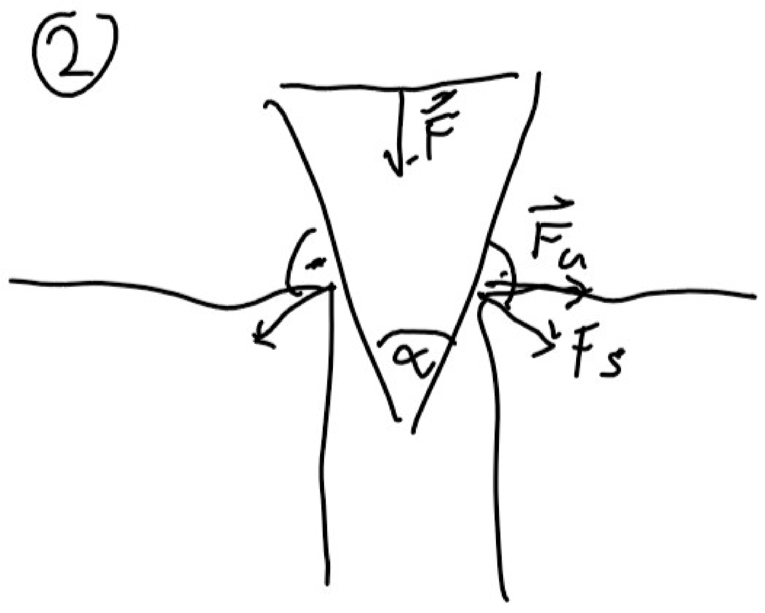
1

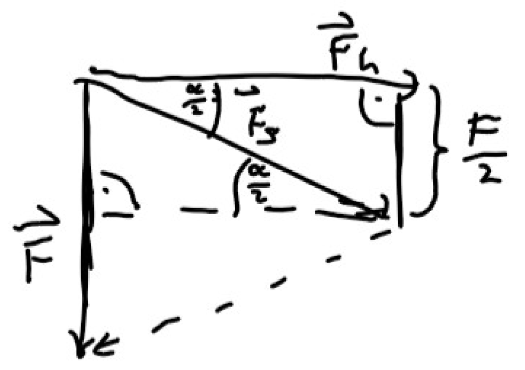


$|\vec{p}_1| = |\vec{p}_2| = p$

$$s_1 = \frac{v_1 t}{v_1 t + v_2 t} \cdot L = \frac{v_1 \cancel{t}}{(v_1+v_2)\cancel{t}} \cdot L = \frac{\frac{p}{m_1}}{\frac{p}{m_1}\cdot\frac{m_2}{m_2} + \frac{p}{m_2}\cdot\frac{m_1}{m_1}} \cdot L = \frac{\frac{p}{m_1}}{\frac{p(m_2+m_1)}{m_1 m_2}} \cdot L = \frac{\cancel{p}}{\cancel{m_1}} \cdot \frac{\cancel{m_1} m_2}{\cancel{p}(m_1+m_2)} \cdot L = \frac{m_2}{m_1+m_2} \cdot L$$

2





$$F_h = \frac{\frac{F}{2}}{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{F}{2\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{F}{2}\cot\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

3 Länge des gefallenen Seilstücks: L

$L(t) = \frac{1}{2} g t^2$

Gewichtskraft des Seilstücks auf dem Boden: F_g

$F_g(t) = m(t) \cdot g = \lambda \cdot L(t) \cdot g = \lambda \cdot \frac{1}{2} g t^2 \cdot g = \frac{1}{2} \lambda g^2 t^2$

Kraft durch Impuls des fallenden Seilstücks: F_f

kleines Massenstück betrachten: $dm = \lambda \cdot dL$
mit konstanter Geschw.keit v während dt:

$dm = \lambda \cdot v(t) \cdot dt$

Impuls:

$dp = dm \cdot v = \lambda v(t) \cdot dt \quad | : dt$

$\frac{dp}{dt} = \lambda\, v(t)^2$

$F = \dot{p}$ $\qquad$ mit $v(t) = g \cdot t$

$F_f(t) = \lambda (g t)^2 = \lambda g^2 t^2$

Gesamtkraft F, die das Seil auf den Boden ausübt:

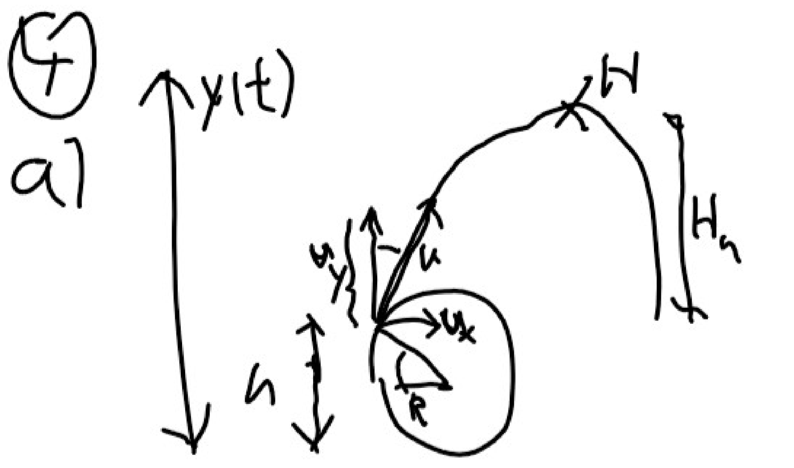
$F(t) = F_g(t) + F_f(t) = \frac{1}{2} \lambda g^2 t^2 + \lambda g^2 t^2 = \frac{3}{2} \lambda g^2 t^2$

Verhältnis der Kräfte (Gesamtkraft / Gewichtskraft):

$$\frac{F(t)}{F_G(t)} = \frac{\frac{3}{2} \lambda g^2 t^2}{\frac{1}{2} \lambda g^2 t^2} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = 3$$

(4)

a)



t_0 Zeitpkt. d. Abflugs

$$y(t) = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$
$$v(t) = v_0 - gt$$
$$0 = v_0 - gt$$
$$v_0 = gt \Leftrightarrow t_H = \frac{v_0}{g}$$
$$y(t_H) = v_0 \cdot \frac{v_0}{g} - \frac{1}{2} g \frac{v_0^2}{g^2} = \frac{v_0^2}{g} - \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{g} = \frac{v_0^2}{2g}$$

Hochpkt. ohne Abflughöhe:

$$H_h = \frac{v_y^2}{2g} \qquad u_y = \cos(\omega t_0) \cdot u = \cos(\alpha) \cdot u \qquad \omega = \frac{u}{2\pi R} \qquad \omega \cdot t_0 =: \alpha$$

$$H_h = \frac{(\cos(\alpha) \cdot u)^2}{2g} = \frac{\cos(\alpha)^2 u^2}{2g}$$

Abflughöhe:

$$h = \sin(\alpha) \cdot R + R = \sin\left(\frac{u}{2\pi R} \cdot t_0\right) \cdot R + R$$

Hochpkt.:

$$H(\alpha) = h + H_h = \sin(\alpha) \cdot R + R + \frac{\cos(\alpha)^2 u^2}{2g}$$

$$\frac{dH(\alpha)}{d\alpha} = R\cos(\alpha) + \frac{\cancel{2}\cos(\alpha) \cdot (-\sin(\alpha)) \cdot u^2}{\cancel{2}g}$$

$$= R\cos(\alpha) - \frac{u^2}{g}\sin(\alpha)\cos(\alpha)$$

$$\frac{dH(\alpha)}{d\alpha} \overset{!}{=} 0$$

$$R\cos(\alpha) = \frac{u^2}{g}\sin(\alpha)\cos(\alpha) \quad | : \cos(\alpha) \text{ für } \cos(\alpha) \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \quad R = \frac{u^2}{g}\sin(\alpha) \quad | \cdot \frac{g}{u^2}$$

$$\Leftrightarrow \quad R \cdot \frac{g}{u^2} = \sin(\alpha) \quad | \operatorname{asin}()$$

$$\Leftrightarrow \quad \alpha = \operatorname{asin}\left(R \cdot \frac{g}{u^2}\right)$$

α einsetzen:

$$H(\alpha) = \sin\left(\operatorname{asin}\left(R \cdot \frac{g}{u^2}\right)\right) \cdot R + R + \frac{u^2}{2g}\cos\left(\operatorname{asin}\left(\frac{Rg}{u^2}\right)\right)^2 \qquad \cos(\operatorname{asin}(x))^2 = 1 - \sin(\operatorname{asin}(x))^2 = 1 - x^2$$

$$= \frac{R^2 g}{u^2} + R + \frac{u^2}{2g} \cdot \left(1 - \frac{R^2 g^2}{u^4}\right)$$

$$= \frac{R^2 g}{u^2} + R + \frac{u^2}{2g} - \frac{R^2 g}{2u^2}$$

$$= \frac{R^2 g}{2u^2} + R + \frac{u^2}{2g} = \frac{R^2 g^2}{2u^2 g} + \frac{2Ru^2 g}{2u^2 g} + \frac{u^4}{2u^2 g} = \frac{R^2 g^2 + 2Ru^2 g + u^4}{2u^2 g} = \frac{(Rg + u^2)^2}{2u^2 g}$$

b) $u = 30 \frac{km}{h} = \frac{30}{3{,}6} \frac{m}{s} = \frac{50}{6} \frac{m}{s}$

$R = 0{,}8m$

$$H = \frac{(Rg + u^2)^2}{2u^2 g} = \frac{\left(9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot 0{,}8m + \frac{2500}{36} \frac{m^2}{s^2}\right)^2}{2 \cdot \frac{2500}{36} \frac{m^2}{s^2} \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2}} \approx 4{,}38m$$

c) Die Erdklumpen fliegen in allen Fällen nach vorne, da immer die Geschw. d. Traktors nach vorne größer ist, als die Abwurfgeschwindigkeit durch das Rad nach hinten.
(Würde ein Klumpen am Boden abgeworfen, würden sich die Geschw.keiten genau ausgleichen, doch realistisch ist ein Abwurf am Boden nicht möglich.)