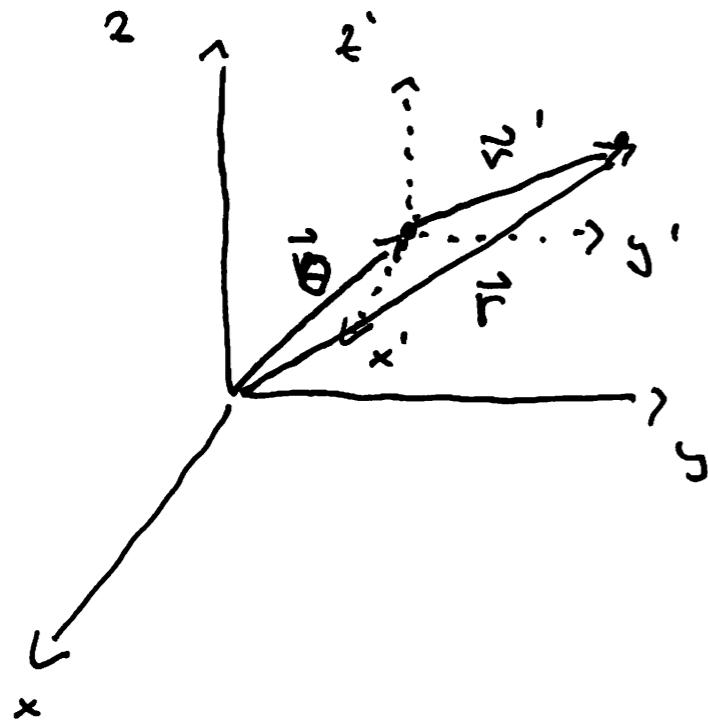


Vorlesung 6

2.1.5 Wechsel des Koordinatensystems



Translation:

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{\theta}$$

$$\vec{v}' = \vec{v}$$

$$\vec{a}' = \vec{a}$$

Annahme: $t' = t$ (Uhren gehen gleich schnell)

z.B. gleichförmig bewegtes K.-System:

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{u}t$$

$$t' = t$$

Geschwindigkeit $\vec{u} = \text{const}$

$$\vec{\theta} = \vec{\theta}_0 + \vec{u}t \text{ und } \vec{\theta}_0 = \vec{0}$$

bzw.

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{u}t$$

$$t = t'$$

→ Galilei-Transformation

Längen:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \quad \rightarrow$$

$$\Delta \vec{r}' = \vec{r}'_2 - \vec{r}'_1$$

$$= \vec{r}_2 - \vec{u}t - \vec{r}_1 + \vec{u}t$$

$$= \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \Delta \vec{r}$$

→ sind G-invariant

Geschwindigkeiten:

$$\vec{v}' = \dot{\vec{r}'} = \frac{d}{dt'}(\vec{r} - \vec{u}t) = \frac{d\vec{r}}{dt'} - \vec{u} \frac{dt}{dt'}$$

$$= \dot{\vec{r}} - \vec{u} = \vec{v} - \vec{u}$$

→ nicht G-invariant

aber: $\Delta \vec{v}' = \vec{v}'_2 - \vec{v}'_1 = \vec{v}_2 - \vec{u} - \vec{v}_1 + \vec{u} = \Delta \vec{v}$ Geschw.-Differenzen sind G-invariant

Beschleunigung:

$$\vec{a}' = \dot{\vec{v}}' = \dot{\vec{v}} - \dot{\vec{u}} = \vec{a}$$

Beschleunigungen sind G-invariant

Grundgesetze der nicht-relativistischen Physik sind Galilei-invariant

(relativist.: Lorentz-invariant, später)

In den Grundgesetzen (Ursache f. Bewegung!) tauchen keine Orte oder
(absolute) Geschw. auf!

($\vec{F} = m\vec{a}$, gleich mehr dazu)

2.2 Dynamik

2.1 Kinematik

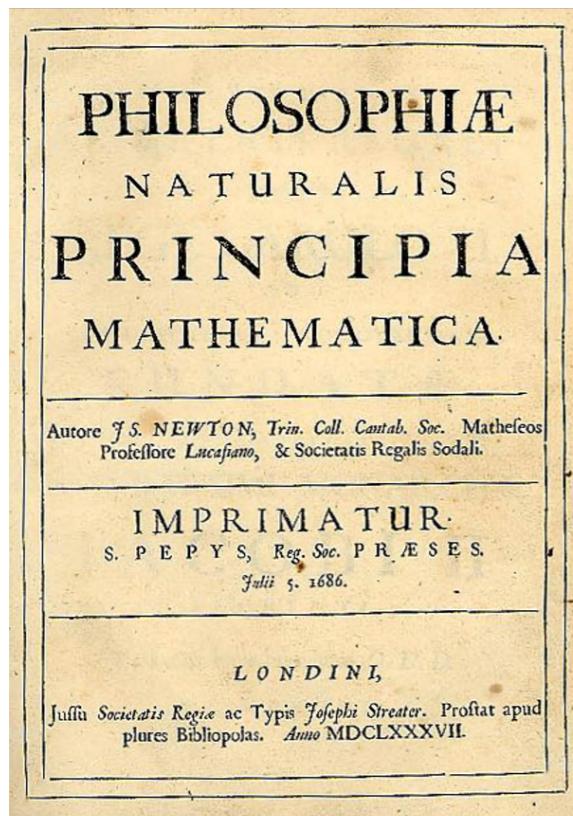
Ursache von Bewegung(sänderung)

Begriffe: Masse , Kraft



Historie:

- Kepler (Planetensetzung)
Galilei (Fallgesetze)
Huggens (Kreisbeweg., Stoßges.)
Newton → 5. Juli 1686: Philosophiae Naturalis Principia Mathematica



[12]

**A X I O M A T A
S I V E
L E G E S M O T U S**

Lex. I.

Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus a viribus impressis cogitur statum illum mutare.

Projectilia perseverant in motibus suis nisi quatenus a resistentia aeris retardantur & vi gravitatis impelluntur deorsum. Trochus, cuius partes cohærendo perpetuo retrahunt se a motibus rectilineis, non cessat rotari nisi quatenus ab aere retardatur. Majora autem Planetarum & Cometarum corpora motus suos & progressivos & circulares in spatiis minus resistentibus factos conservant diutius.

Lex. II.

Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressæ, & fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.

Si vis aliqua motum quemvis generet, dupla duplum, tripla triplo generabit, sive simili & simili, sive gradatim & successivæ impressæ fuerit. Et hic motus quoniam in eandem semper plagam cum vi generatrice determinatur, si corpus antea movebatur, motu eius vel consipranti additur, vel contrario subducitur, vel oblique oblique adiicitur, & cum eo secundum utriusq; determinacionem componitur.

Lex. III.

→ Kraft als Ursache der Bewegungsänderung

3. Gesetze:

1. “Trägheitsgesetz”
2. “Aktionsgesetz” $F = ma$
3. “Reaktionsgesetz” $\text{actio} = \text{reactio}$

2.2.1 Trägheitsgesetz (TG)

Definition von “keine Kraft” wirkt (auf ein System oder MP)

1. NG

Wenn keine äußere Kraft auf einen Körper wirkt,
so bleibt er im Zustand der

- Ruhe, wenn er vorher in Ruhe war
- gleichf. Bewegung wenn er vorher in Bewegung war

“Ruhe” nur ein Spezialfall von gleichf. Bewegung mit $v = 0$.

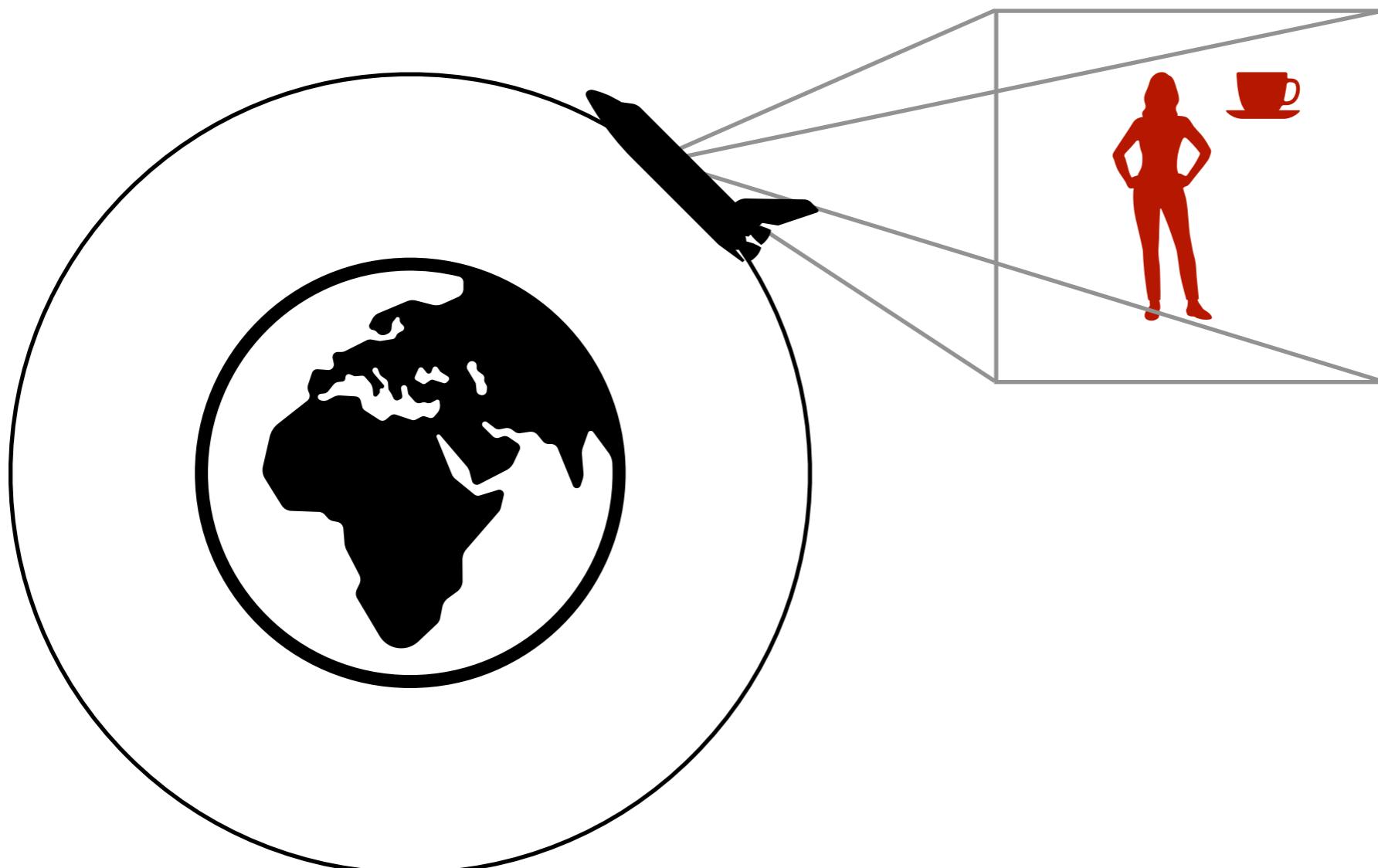
- * TG ist Galilei-invariant!
- * große Leistung (von Galilei): Bewegung braucht keinen “Antrieb”

Widerspruch zur alltägl. Erfahrung \Rightarrow Reibungskraft

- * Problem: Bezugssystem

Bezugssystem

- Astronaut im Raumschiff sagt: Tasse schwebt in Ruhe
- Wir sagen: Tasse kreist um die Erde → beschleunigte Bewegung → Kraft wirkt



→ Definition von geeignetem **Bezugssystemen** notwendig

Inertialsystem

“Bezugssystem, das relativ zu den Fixsternen ruht”

- gibt es aber nur als Approximation

Hörsaal = Inertialsystem ? ± Ok, aber...

- * $a = g$
- * Erdrotation
- * Rotation Erde um die Sonne
- * Sonne um das galakt. Zentrum

Umgekehrt:

Inertialsystem := System in dem das TG gilt (aber Vorsicht: Zirkelschluss)

Ursache der Trägheit: Masse

2.2.2 Aktionsgesetz

Definition von “Kraft”

2. NG

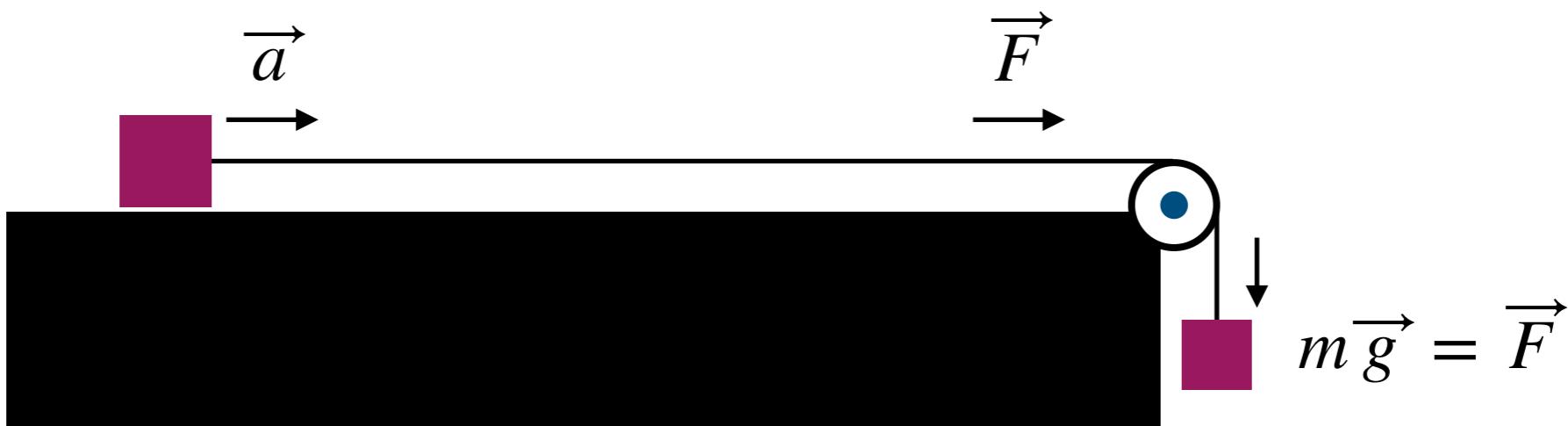
Beschleunigung, die ein Körper erfährt ist

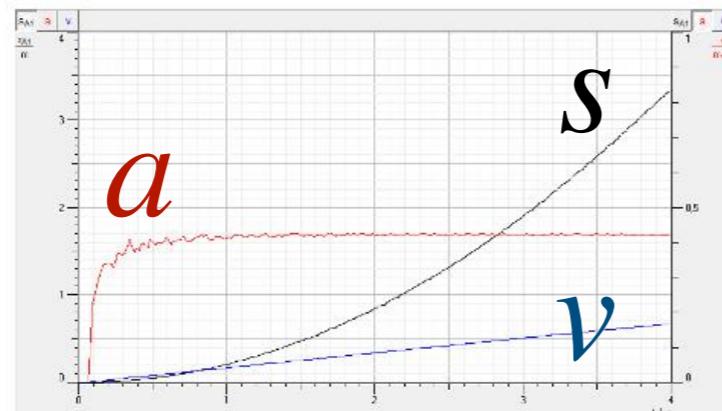
- proportional zur Kraft, die auf ihn wirkt
- umgekehrt proportional zu seiner Masse

$$\vec{a} = \frac{1}{m} \vec{F}$$

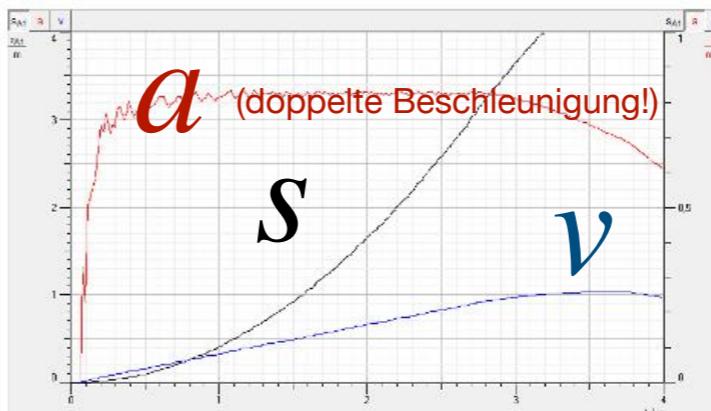
$$\vec{F} = m \vec{a}$$

Versuch:

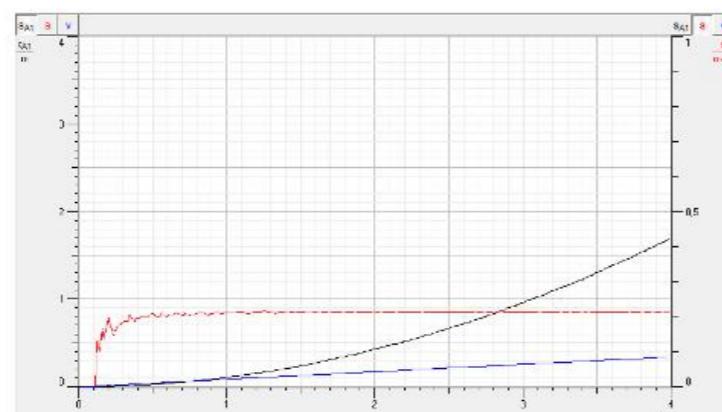




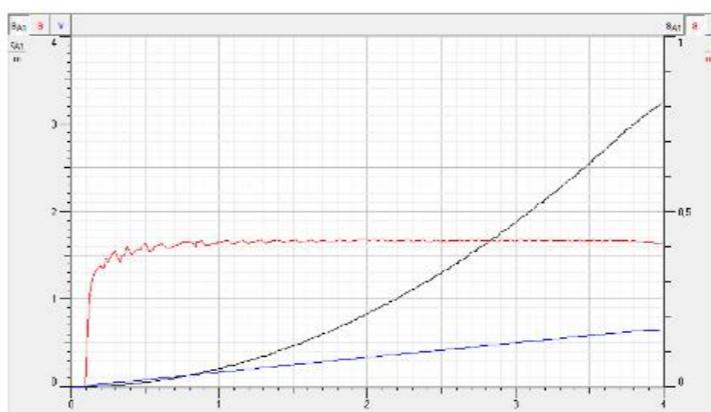
Versuch 1



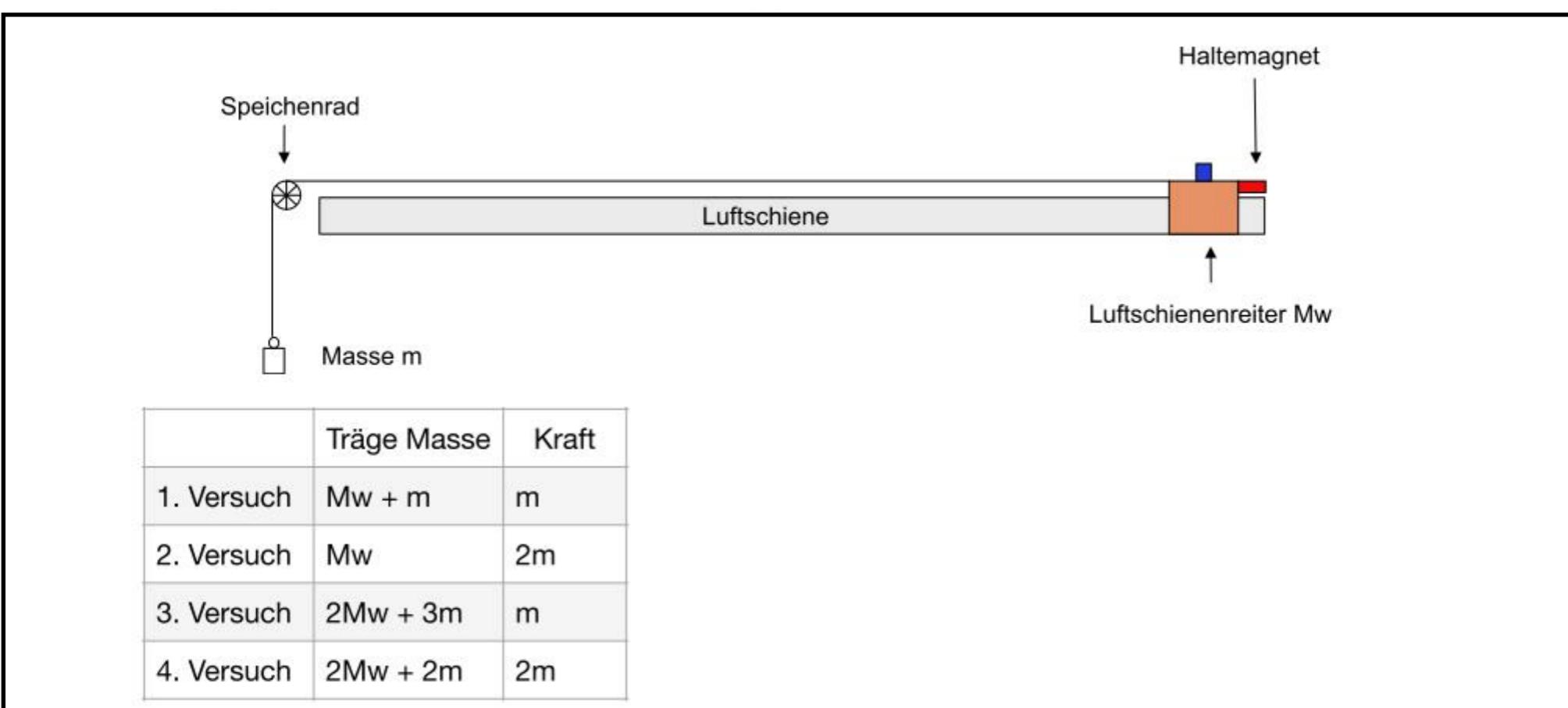
Versuch 2



Versuch 3



Versuch 4



1. Proportionalität zu \vec{F} (schwere Masse $m \times 1, m \times 2$)
2. Umg. prop. zu M (Wagen mit $2M$)

* $\vec{F} = m\vec{a}$ gilt für $m = \text{const}$

- nicht wenn $\frac{dm}{dt} \neq 0$ (Rakete)

- nicht wenn $v \approx c$ (rel. Massenzunahme)

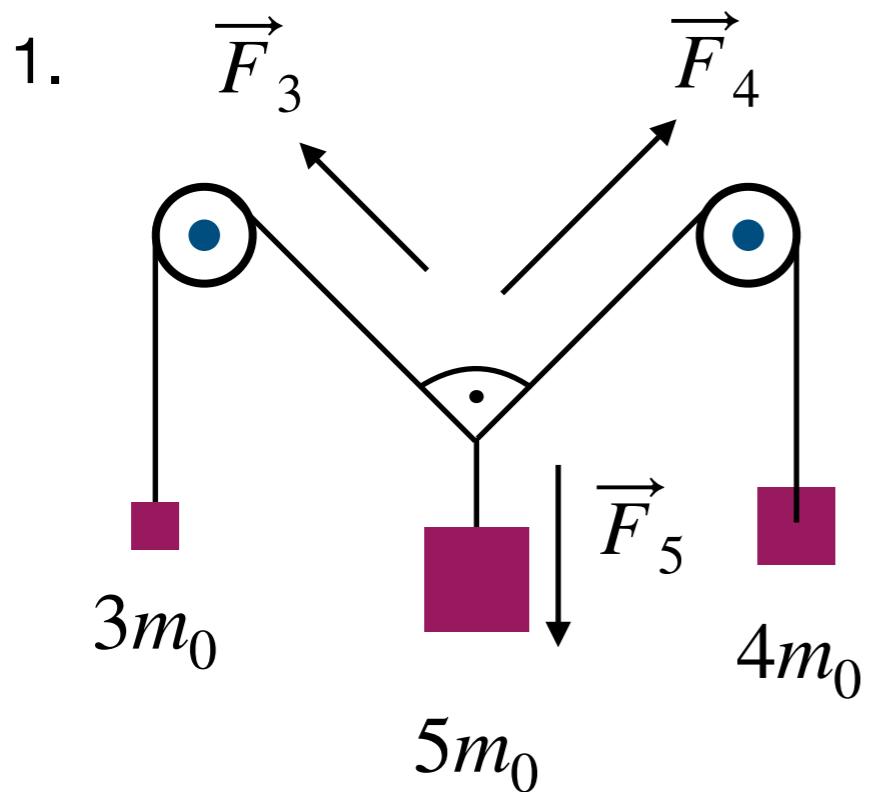
Einheit d. Kraft $1 \text{ Newton} = 1 \text{ N} = 1 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}$

Kraft ist eine vektorielle Größe

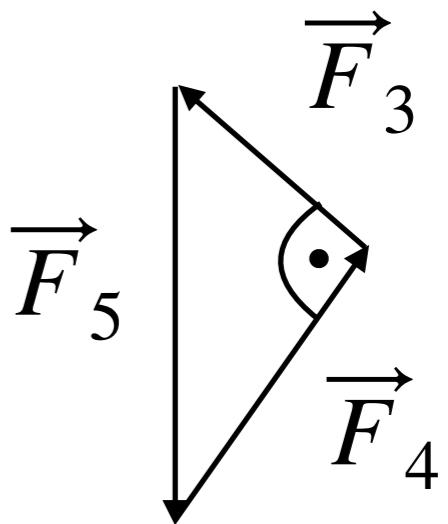
Mehrere angreifende Kräfte (vektoriell) addieren:

$$\vec{F}_{\text{ges}} = \sum \vec{F}_i \quad \text{"Superpositionsprinzip"}$$

Versuch:



$$\vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F}_5$$

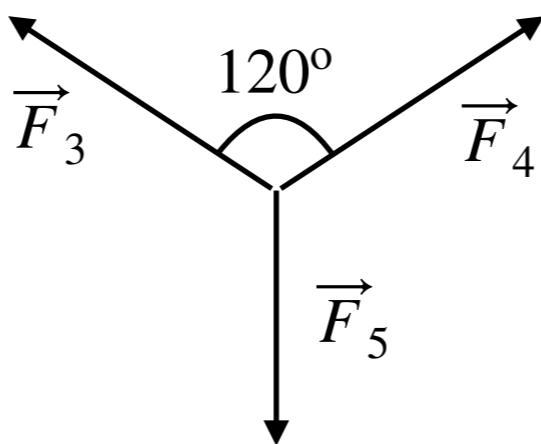


→ rechter Winkel wg. Pythagoras:

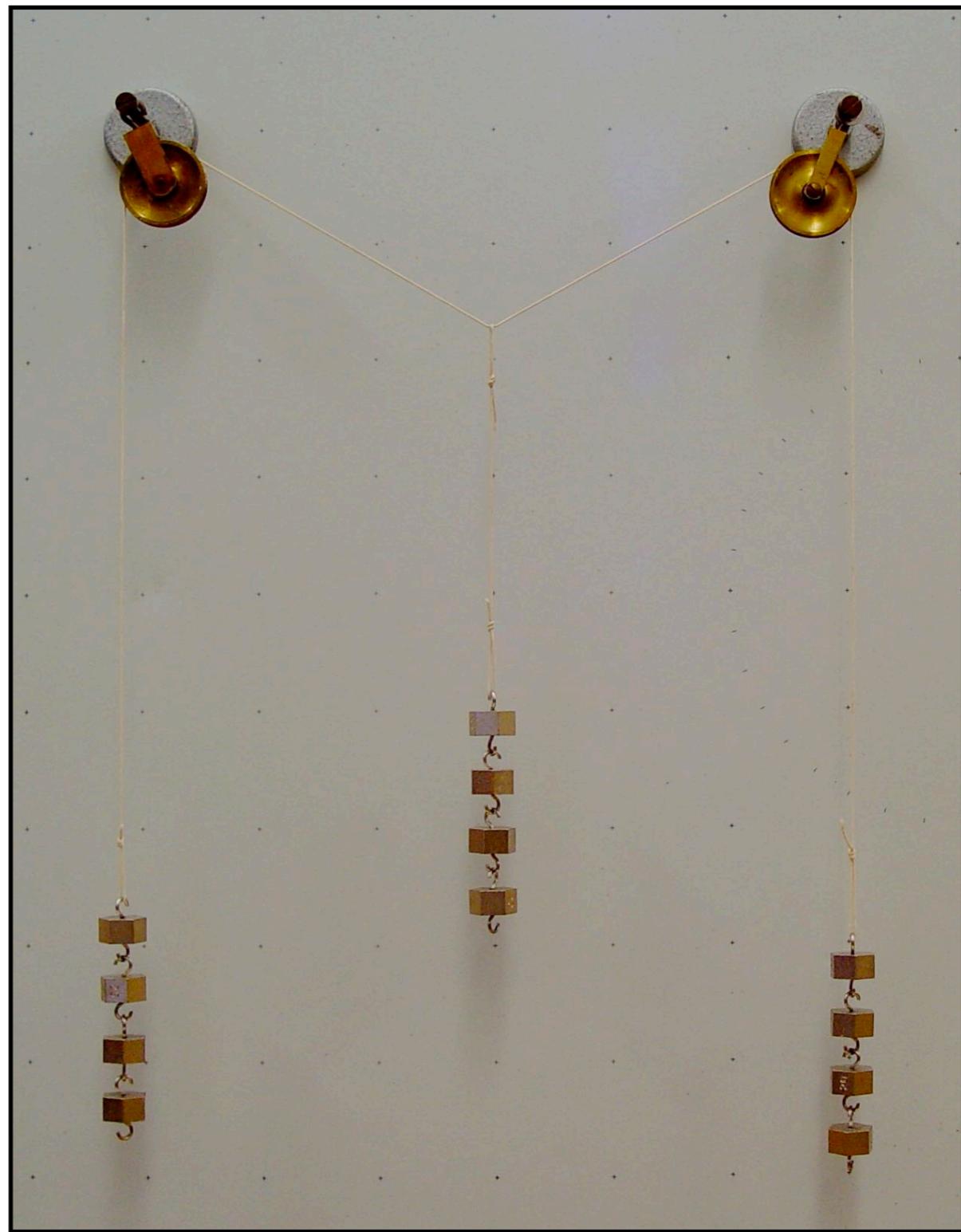
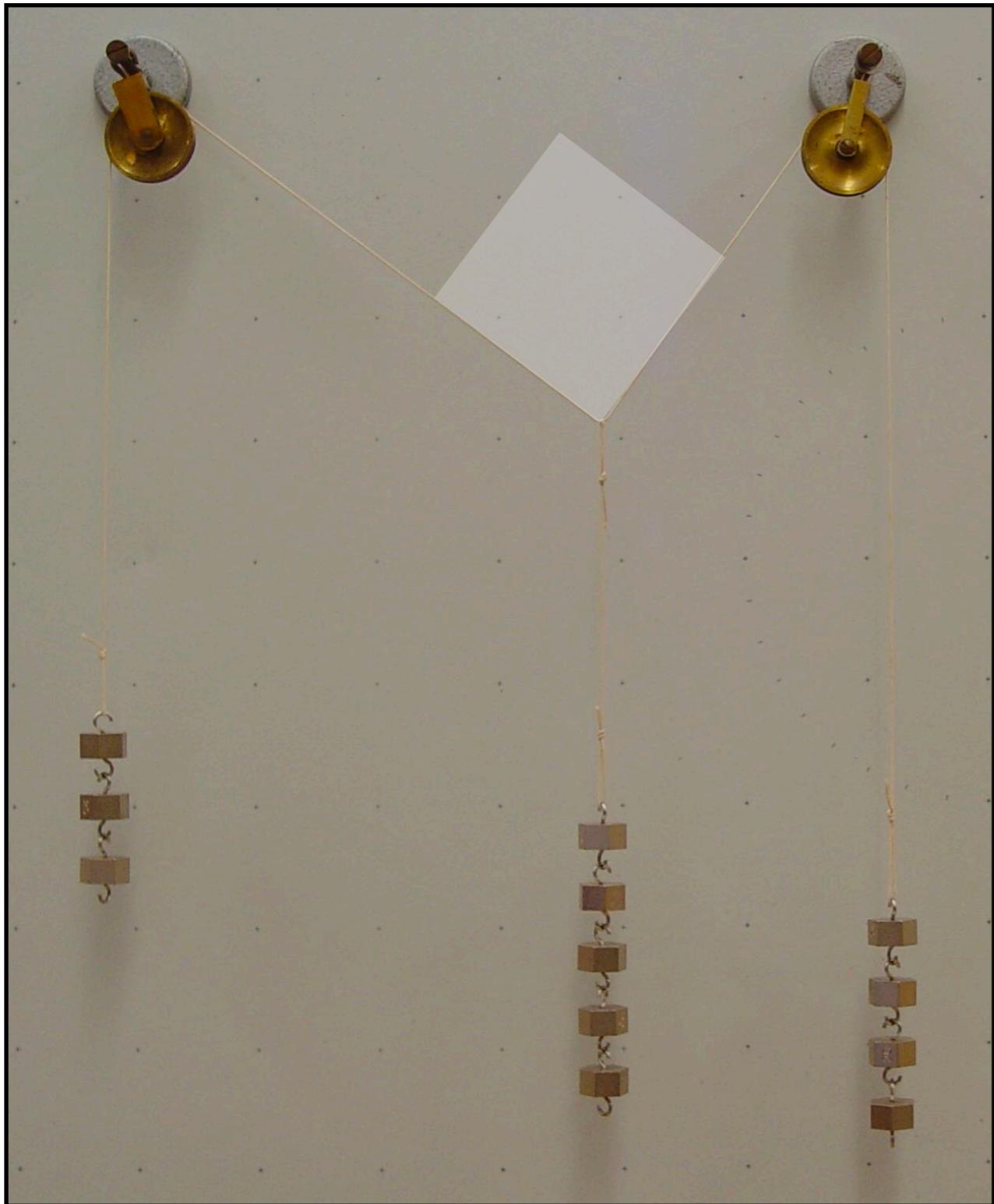
$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

2. $|\vec{F}_3| = |\vec{F}_4| = |\vec{F}_5| \Rightarrow$

(i.e. bei gleich schweren Massen)



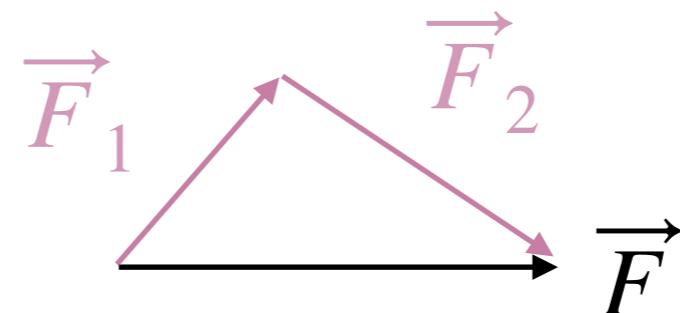
In echt :-)



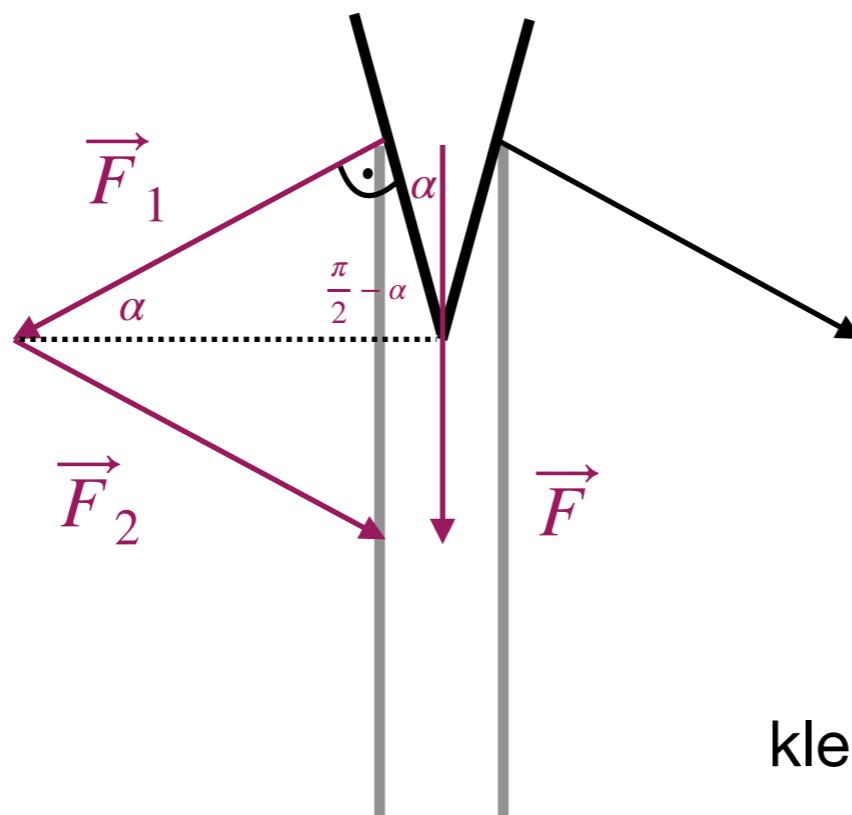
Resultierende Beschleunigung: $\vec{a} = \frac{1}{m} \sum_i \vec{F}_i$

unabhängig von Zusammensetzung der Einzelkräfte (!)

Kräfte können “zerlegt” werden:



Beispiel: Keil

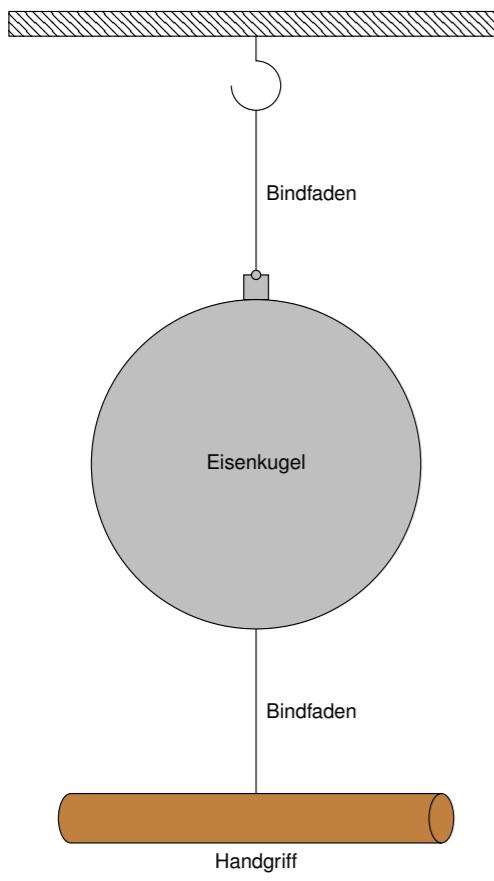


$$\rightarrow \frac{F}{2} = F_1 \sin \alpha$$

$$F_1 = \frac{F}{2 \sin \alpha}$$

kleiner Winkel \rightarrow große Sprengkraft

Beispiele: Schweres und träge Masse



Versuch 1 Es wird langsam am Handgriff gezogen

Versuch 2 Es wird ruckartig am Handgriff gezogen

$$\vec{a} = \frac{1}{m} \vec{F}$$

Versuch 1 Der obere Faden reißt ab, weil zusätzlich zur Zugkraft die Gewichtskraft der Eisenkugel am oberen Faden zieht, ihn dehnt und ihn schließlich zum Zerreißen bringt.

Versuch 2 Der untere Faden reißt ab, weil die Trägheit der Eisenkugel verhindert, dass die Kraft am oberen Faden angreift und dieser gedehnt wird. Denn bei gegebener Zugkraft kommt ein Gegenstand umso langsamer in Bewegung (d.h. seine Beschleunigung ist umso kleiner), je größer seine Trägheit (bzw. Masse) ist. Die Trägheit „bremst“ sozusagen die Übertragung der Kraft.

$$F = m \cdot a \Rightarrow a \sim 1/m \text{ bei } F = \text{const} \text{ (2. Newtonsches Axiom)}$$

Versuche: Klopapier, Bleistifte und Papier, Münze und Becher, Kellner und Tischdecke

2.2.3 Reaktionsgesetz

“actio = reactio”

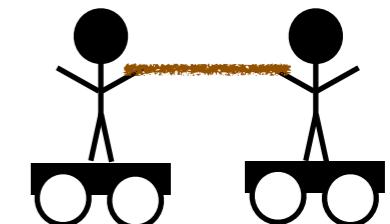
Übt ein Körper auf einen zweiten eine Kraft aus (\vec{F}_{12}), so übt dieser ebenfalls eine Kraft \vec{F}_{21} auf den ersten aus, mit

3. NG

$$\vec{F}_{12} = - \vec{F}_{21}$$

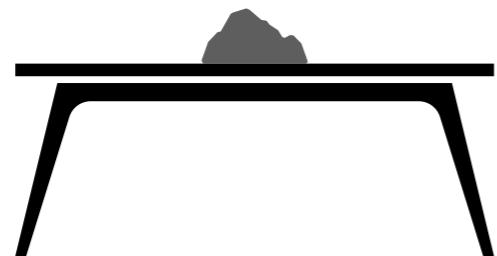
Versuch: Luftschiene 

Versuch: Schlitten / Tau - egal ob einer oder beide “ziehen”



3. NG gilt sowohl für “Fernwirkung” (z.B. Erde—Sonne)
oder Nahwirkung (z.B. Stein auf dem Tisch)

Versuch:



$$\vec{F}_{\text{stein}} = \vec{0}$$

$$= m \vec{g} + \vec{F}_{\text{el. Tisch}}$$



durch Verformung

(= Gegenkraft “reactio” des Tisches auf den Stein
zur Gewichtskraft des Steines auf dem Tisch)