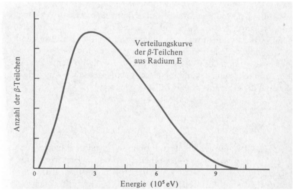
Zusammenfassung: Parität, Zerfälle (VL)

- **Parität**
  - $\leftrightarrow$ Raumspiegelung = diskrete Symmetrie
    - Symmetriecharakter einer Wellenfunktion unter Raumspiegelung, Eigenwert: $\eta_p = \pm 1$
    - Paritätserhaltung in der starken und elektromagnetischen WW

- **Zerfälle**
  - Energiebilanz: wann ist welcher Zerfall energetisch möglich?
  - α-Zerfall = Zweikörperzerfall:
    $\leftrightarrow$ feste Energie des entsprechenden α-Teilchens
  - β-Zerfall: Beobachtung = kontinuierliche Energieverteilung

$\Rightarrow$ Pauli postuliert das Neutrino
$\leftrightarrow$ Energieerhaltung
$\leftrightarrow$ Drehimpulserhaltung



- **β-Zerfall (Fermi's Goldene Regel)**

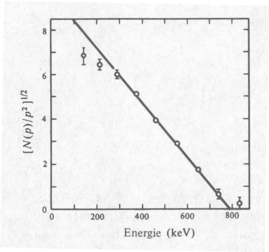
$\leftrightarrow$ **Form des β-Spektrums im wesentlichen durch den Phasenraum bestimmt, dn/dE**

$$\left(\frac{dW_{fi}}{p_e^2 dp_e}\right)^{1/2} = \left[\frac{2\pi}{\hbar}\frac{V^2(4\pi)^2}{(2\pi\hbar)^6 c^3} \cdot |<\Psi_f|H|\Psi_i>|^2 \cdot (E_0 - E_{e-})^2\right]^{1/2}$$

(Spins und Bahndrehimpulse nicht berücksichtigt)

Wenn das Matrixelement nicht impulsabhängig ist $\rightarrow$ Gerade

Kurie-Plot für den Neutron-Zerfall, Frühe Messung von 1951 (Robson et al.)



Abweichung im Bereich kleiner Energien:
= experimentelles Problem der frühen Messung
$\rightarrow$ Absorption niederenergetischer Elektronen durch das Fenster des Elektronenzählers

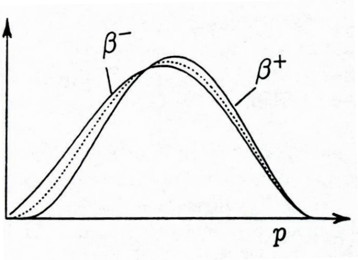
Weitere β-Zerfälle (Kern $\neq$ Neutron), $F(\pm, Z, E_e)$

Zusätzliches Problem:

$\rightarrow$ **Elektron spürt das Coulomb Feld des Kernes (und der e^--Schale) wenn es den Kern verlässt**

$\Rightarrow$ **Positronen werden beschleunigt**

$\Rightarrow$ **Elektronen werden abgebremst**



$$dW_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{V^2(4\pi)^2}{(2\pi\hbar)^6 c^3} \cdot |<\Psi_f|H|\Psi_i>|^2 \cdot F(\pm, Z, E_e) \cdot p_e^2 \cdot (E_0 - E_{e^-})^2 dp_e$$

$F(\pm, Z, E_e)$: **Fermi-Funktionen : in Tabellen gelistet (Coulomb-Korrekturen)**

Was haben wir bisher aus dem β-Zerfall gelernt??

Exp: Das Matrixelement ist im wesentlichen impulsunabhängig

$\rightarrow$ **Die Form des Spektrums wird im wesentlichen durch den Phasenraum bestimmt**

$\rightarrow$ **aus der Form des β-Spektrums kann man nicht viel über die schwache Wechselwirkung lernen**

Was haben wir bisher aus dem β-Zerfall gelernt??

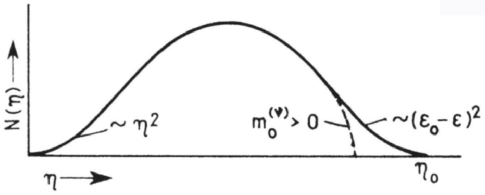
Exp: Das Matrixelement ist im wesentlichen impulsunabhängig

$\rightarrow$ **Die Form des Spektrums wird im wesentlichen durch den Phasenraum bestimmt**

$\rightarrow$ **aus der Form des β-Spektrums kann man nicht viel über die schwache Wechselwirkung lernen**

aber: ν-Masse aus der genauen Vermessung des hochenergetischen Teils des Spektrums !!!

Begündung $\rightarrow$ Tafel



$$\mathbf{N(\eta) \sim M_{fi}^2 \cdot F(Z,\eta) \cdot \eta^2(\epsilon_0 - \epsilon)^2}$$

$$\epsilon = \frac{\mathbf{E_e}}{\mathbf{m_e c^2}}, \quad \eta = \frac{\mathbf{p_e}}{\mathbf{m_e c}}$$

$m_0(\bar{\nu})$**-Bestimmung : β-Spektrum des Tritiums, E_0= 18.6 keV**

Tritium $\rightarrow$ ^{3}He : Spiegelkerne, bisher: $\Rightarrow m_\nu < 2.3\,eV$, seit 9/2019: $m_\nu < 1\,eV$

Präzisionsmessung: Katrin-Experiment $\rightarrow$ Spätere Vorlesung(en) (...)

Was haben wir bisher aus dem β-Zerfall gelernt??

Exp: Das Matrixelement ist im wesentlichen impulsunabhängig

$\rightarrow$ **Die Form des Spektrums wird im wesentlichen durch den Phasenraum bestimmt**

$\rightarrow$ **aus der Form des β-Spektrums kann man nicht viel über die schwache Wechselwirkung lernen**

aber: ν-Masse aus der genauen Vermessung des hochenergetischen Teils des Spektrums

Beobachtung: Unterschiedliche Halbwertzeiten für unterschiedliche Kerne

$\Leftrightarrow$ **???**

Halbwertzeiten $t_{1/2}$ im β-Zerfall

$\leftrightarrow$ **Information über das Matrixelement aus $t_{1/2}$?**

$$w_{fi} = 1/\tau = \frac{V^2}{2\pi^3\hbar^7c^3} \cdot |<\Psi_f|H|\Psi_i>|^2 \cdot \int_0^{p_{max}} F(\pm, Z, E_e) \cdot p_e^2 \cdot (E_0 - E_{e^-})^2 dp_e$$

τ: **Mittlere Lebensdauer** $\tau = t_{1/2}/ln2$

$F(\pm, Z, E_e)$ **bekannt** $\Rightarrow$ **“w_{fi} kann berechnet werden”** (bis auf das Matrixemelment H_{fi})

Halbwertzeiten $t_{1/2}$ im β-Zerfall

$\leftrightarrow$ **Information über das Matrixelement aus $t_{1/2}$?**

$$w_{fi} = 1/\tau = \frac{V^2}{2\pi^3\hbar^7 c^3} \cdot |<\Psi_f|H|\Psi_i>|^2 \cdot \int_0^{p_{max}} F(\pm, Z, E_e) \cdot p_e^2 \cdot (E_0 - E_{e-})^2 dp_e$$

τ: **Mittlere Lebensdauer** $\tau = t_{1/2}/ln2$

$F(\pm, Z, E_e)$ **bekannt** $\Rightarrow$ **"w_{fi} kann berechnet werden"** (bis auf das Matrixemelment H_{fi})

Z klein: F$\approx$ 1, große Energien $\mathrm{E_{max}} \approx \mathrm{cp_{max}}$ (Massenterme können vernachlässigt werden)

$$\int_0^{p_{max}} p_e^2 \cdot (E_{max} - E_{e-})^2 dp_e \approx \frac{1}{30c^3} E_{max}^5$$

grobe Abschätzung

genauer:

$$\int_0^{p_{max}} F(\pm, Z, E_e) \cdot p_e^2 \cdot (E_{max} - E_{e-})^2 dp_e = m_e^5 c^7 f(E_{max})$$

$f(E_{max})$: tabelliert

Halbwertzeiten $t_{1/2}$ im β-Zerfall

$\leftrightarrow$ **Information über das Matrixelement aus $t_{1/2}$?**

$$w_{fi} = 1/\tau = \frac{V^2}{2\pi^3\hbar^7 c^3} \cdot | < \Psi_f|H|\Psi_i > |^2 \cdot \int_0^{p_{max}} F(\pm, Z, E_e) \cdot p_e^2 \cdot (E_0 - E_{e-})^2 dp_e$$

τ**: Mittlere Lebensdauer** $\tau = t_{1/2}/ln2$

$F(\pm, Z, E_e)$ **bekannt** $\Rightarrow$ **“w_{fi} kann berechnet werden”** (bis auf das Matrixemelment H_{fi})

Z klein: F$\approx$ 1, große Energien $\mathrm{E_{max} \approx cp_{max}}$ (Massenterme können vernachlässigt werden)

$$\int_0^{p_{max}} p_e^2 \cdot (E_{max} - E_{e-})^2 dp_e \approx \frac{1}{30c^3} E_{max}^5$$

grobe Abschätzung

genauer:

$$\int_0^{p_{max}} F(\pm, Z, E_e) \cdot p_e^2 \cdot (E_{max} - E_{e-})^2 dp_e = m_e^5 c^7 f(E_{max})$$

$f(E_{max})$: tabelliert

$\Rightarrow$ Matrixelement:

$$| < \Psi_f|H|\Psi_i > |^2 = \frac{2\pi^3}{f\tau} \frac{\hbar^7}{m_e^5 c^4}$$

Halbwertzeiten $t_{1/2}$ im β-Zerfall

$$\Rightarrow \quad |\langle \Psi_f | H | \Psi_i \rangle|^2 = \frac{2\pi^3}{f\tau} \frac{\hbar^7}{m_e^5 c^4} \qquad \text{f berechnet, } \tau \text{ gemessen}$$

Wären alle Matrixelemente gleich

$\Rightarrow$ **alle** $f \cdot \tau$ **oder** $f \cdot t_{1/2} = f \cdot ln2 \cdot \tau$ **identisch**

$\Leftrightarrow$ **... entspricht aber nicht der Realität !!!**

Exp.: $f \cdot t_{1/2} = 10^3 - 10^{23}$

Halbwertzeiten $t_{1/2}$ im β-Zerfall

$$\Rightarrow \quad |\langle \Psi_f | H | \Psi_i \rangle|^2 = \frac{2\pi^3}{f\tau} \frac{\hbar^7}{m_e^5 c^4} \qquad \text{f berechnet, } \tau \text{ gemessen}$$

Wären alle Matrixelemente gleich
$\Rightarrow$ alle $f \cdot \tau$ oder $f \cdot t_{1/2} = f \cdot ln2 \cdot \tau$ identisch

$\Leftrightarrow$ ... entspricht aber nicht der Realität !!!

Exp.: $\quad f \cdot t_{1/2} = 10^3 - 10^{23}$

Annahme: Schwache Wechselwirkung ist universell
$\rightarrow$ Unterschiede in der Kernwellenfunktion !

$|H_{fi}|^2 = g^2 \cdot M_{fi}^2$ (g: Kopplungskonstante, M_{fi}: Kern-(Übergangs-)Matrixelement)

in der Realität: etwas komplizierter:

$|H_{fi}|^2 = g_F^2 M_F^2 + g_{GT}^2 M_{GT}^2$ ('Fermi-' vs. 'Gamow-Teller-' Übergänge)

$$f(E_{max}) \cdot t_{1/2} = \frac{ln2}{C \cdot |\langle \Psi_f | H | \Psi_i \rangle|^2} = \frac{ln2}{C \cdot \{g_F^2 M_F^2 + g_{GT}^2 M_{GT}^2\}}$$

Halbwertzeiten $t_{1/2}$ im β-Zerfall

$$f(E_{max}) \cdot t_{1/2} = \frac{ln2}{C \cdot \{g_F^2 M_F^2 + g_{GT}^2 M_{GT}^2\}}$$

Für einfache Fälle: M_x berechenbar
$\Leftrightarrow$ Exp.: Bestimmen der Kopplungskonstanten

Generell: Experimentelle Bestimmung der Kernmatrixelemente und Kopplungskonstanten

$\Leftrightarrow$ Messung von $t_{1/2}$ und E_{max}

Welche 'erlaubten' Übergänge sind möglich? $\rightarrow$ Tafel (...)

Erlaubte Übergange: Fermi- und Gamov-Teller- Übergänge

$$|\mathbf{H_{fi}}|^2 = \mathbf{g_F^2 M_F^2 + g_{GT}^2 M_{GT}^2}$$

1) Fermi-Übergang: **(p, n: Teil eines Kernes)** $M_F = \int \psi_f^* 1 \psi_i \, d^3r$

$\Uparrow$	$\rightarrow$	$\Uparrow$	**+**	$\Uparrow\Downarrow$
n		**p**		e^-, ν
s = 1/2		**s = 1/2**		$\mathbf{s_{tot}}$ **= 0 (Singlett)**

Auswahl-Regeln:

Parität (Kern): ΔP=0, Spin (Kern): ΔJ=0,

Isospin (Kern): ΔI=0 ($0 \rightarrow 0$ verboten), $\Delta I_3 = \pm 1$

2) Gamov-Teller-Übergang: **(p, n: Teil eines Kernes)** $M_{GT} = \int \psi_f^* \sigma \psi_i \, d^3r$

$\Uparrow$	$\rightarrow$	$\Downarrow$	**+**	$\Uparrow\Uparrow$
n		**p**		e^-, ν
s = 1/2		**s = 1/2**		$\mathbf{s_{tot}}$ **= 1 (Triplett)**

Auswahl-Regeln:

ΔP=0, ΔJ=0,± 1 ($0 \rightarrow 0$ verboten), ΔI=0,± 1 ($0 \rightarrow 0$ verboten), $\Delta I_3 = \pm 1$