

# Theorie 3: Quantenmechanik

## Übungsblatt 2: 1-dimensionale Systeme

Deadline: Mittwoch 01.05.2024 23:59 via eCampus

### Das Stufenpotential

Ein freies Teilchen der Masse  $m$  kommt mit Impuls  $p > 0$  und Energie  $E_p = \frac{p^2}{2m}$  “von links” und trifft auf das Potential (mit  $V_0 > 0$ )

$$V(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ V_0, & x \geq 0. \end{cases}$$

1. (1.5 Punkte) Begründen Sie, dass man den folgenden Ansatz für die (zeitunabhängige) Wellenfunktion machen kann:

$$\psi(x) = \begin{cases} e^{ipx/\hbar} + Re^{-ipx/\hbar}, & x < 0, \\ Te^{iqx/\hbar}, & x \geq 0. \end{cases}$$

wobei  $R$ ,  $T$  und  $q$  komplexe Zahlen sind.

2. (0.5 Punkte) Begründen Sie wieso die Wellenfunktion  $\psi(x)$  und ihre Ableitung stetig sein müssen.
3. (5 Punkte) Bestimmen Sie die Wellenfunktion  $\psi(x)$  für  $E_p > V_0$ , d.h., bestimmen Sie den Parameter  $q$  sowie den Reflektionskoeffizienten  $R$  und den Transmissionskoeffizienten  $T$ . Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem entsprechenden Ergebnis aus der klassischen Mechanik.
4. (5 Punkte) Gleiche Frage für  $E_p \leq V_0$ , d.h., bestimmen Sie die Wellenfunktion  $\psi(x)$  für  $E_p > V_0$ , d.h., bestimmen Sie den Parameter  $q$  sowie den Reflektionskoeffizienten  $R$  und den Transmissionskoeffizienten  $T$ . Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem entsprechenden Ergebnis aus der klassischen Mechanik.

### Der Tunneleffekt

Ein freies Teilchen der Masse  $m$  kommt mit Impuls  $p > 0$  und Energie  $E_p = \frac{p^2}{2m} < V_0$  “von links” und trifft auf das Potential

$$V(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ V_0, & 0 \leq x < L, \\ 0, & x \geq L, \end{cases}$$

1. ( 2 Punkte) Begründen Sie, dass man den folgenden Ansatz für die (zeitunabhängige) Wellenfunktion machen kann:

$$\psi(x) = \begin{cases} Ae^{ipx/\hbar} + Be^{-ipx/\hbar}, & x < 0, \\ Ce^{-\kappa x/\hbar} + De^{\kappa x/\hbar}, & 0 \leq x < L, \\ Ee^{ipx/\hbar}, & x \geq L, \end{cases}$$

2. (4 Punkte) Bestimmen Sie die Wellenfunktion  $\psi(x)$ , d.h., bestimmen Sie die Parameter  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  und  $\kappa$ . Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem entsprechenden Ergebnis aus der klassischen Mechanik.
3. (2 Punkte) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dass sich das Teilchen bei  $x > L$  befindet.