

Nr. 1

1.)

Der Paarungsterm wird mit wachsender Nukleonenzahl immer kleiner und kann für große A vernachlässigt werden.



2.)

Die Emission von α -Teilchen ist deutlich wahrscheinlicher als die von Protonen, da die Bindungsenergie für die Emission zur Verfügung steht.

Und wie in der Abbildung zu sehen ist besitzt das α -Teilchen (${}^4\text{He}$) eine sehr viel größere Bindungsenergie als das Proton (${}^1\text{H}$).

$$M(A, Z) > M(A-1, Z-2) + M(A, Z) \Leftrightarrow -E_B(A, Z) > -E_B(A-1, Z-2) - E_B(A, Z) \Leftrightarrow Q_B = -E_B(A, Z) + E_B(A-1, Z-2) + E_B(A, Z) > 0 \quad \text{für P-Emission: } Q = -7\text{ MeV} \cdot A + 7\text{ MeV} \cdot (A-1) + 0 = -7\text{ MeV}$$

3.)

Auch ein Zerfall durch Deuteron- oder Tritium-Emission ist wahrscheinlicher als durch Protonemission aufgrund der höheren Bindungsenergie, jedoch weiterhin viel unwahrscheinlicher als α -Zerfall. Auch für die Emission größerer Systeme ist die Wahrscheinlichkeit sehr gering, da die Wahrscheinlichkeit dass sich so ein System im Kern bildet für größere Nukleonenzahlen drastisch abnimmt.

$$Q_D = -2 \cdot 7\text{ MeV} + 2 \cdot 1.1\text{ MeV} = -11.8\text{ MeV} \quad Q_T = -3 \cdot 7\text{ MeV} + 3 \cdot 3\text{ MeV} = -12\text{ MeV}$$

4.)

Weizsäcker Massenformel:

$$M(A, Z) = (N m_n + Z m_p + Z m_e) - a_v \cdot A + a_s \cdot A^{\frac{5}{3}} + a_c \cdot Z(Z-1) \cdot A^{-\frac{1}{3}} + a_a \cdot \frac{(A-Z)^2}{4A} + a_p \cdot \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}}$$



Für große A und Z folgt:

$$E_B = a_v \cdot A - a_s \cdot A^{\frac{5}{3}} - a_c \cdot \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} - a_a \cdot \frac{(A-Z)^2}{4A}$$

$$TE_B(A+aA, Z+aZ) = E_B(A, Z) + \frac{\partial E_B}{\partial A} aA + \frac{\partial E_B}{\partial Z} aZ + \dots$$

$$Q = -E_B(A, Z) + E_B(A-4, Z-2) + E_B'' = \frac{\partial E_B}{\partial A} aA + \frac{\partial E_B}{\partial Z} aZ + E_B'' \quad \left| \frac{\partial E_B}{\partial A} = a_v - \frac{5}{3} a_s A^{-\frac{2}{3}} + \frac{2}{3} a_c Z^2 A^{-\frac{4}{3}} - a_a \left(\frac{2(A-Z)}{4A} - \frac{(A-Z)^2}{4A^2} \right) \right. \quad \left| \frac{\partial E_B}{\partial Z} = -2 a_c \frac{Z}{A^{\frac{1}{3}}} + 2 a_a \frac{2(A-Z)}{4A} \right. \quad | aA = -4, aZ = -2$$

5.)

$$Q_\alpha({}^{107}\text{Ag}) \approx -1.94\text{ MeV}$$

Nuklidkarte:
-2,8 MeV

Geiger-Nuttall-Regel: $\log \lambda = a - b \frac{Z}{A} \Rightarrow \frac{Z}{A} \approx 78 \Rightarrow \lambda \approx 10^{-74}\text{ s}^{-1}$

$$Q_\alpha({}^{152}\text{Au}) \approx 3.46\text{ MeV}$$

0,37 MeV

$$Q_\alpha({}^{238}\text{U}) \approx 5.17\text{ MeV}$$

4,27 MeV

${}^{107}\text{Ag}$ ist stabil gegenüber α -Zerfall, da keine Energie frei werden würde sondern aufgebracht werden müsste. ${}^{152}\text{Au}$ ist theoretisch instabil gegenüber α -Zerfall, jedoch wurde dieser nie beobachtet und das Nuklid gilt als stabil. ${}^{238}\text{U}$ ist auch instabil gegenüber α -Zerfall und gilt auch als typischer α -Strahler.

6.)

$$Q = E_{\text{kin}}(\alpha) + E_{\text{kin}}(Y) + E^*(Y) + E_{\text{Hülle}}^*(Y) \quad E_\alpha = \frac{M_r}{M_r + M_a} \cdot Q_\alpha \approx \frac{A-4}{A} \cdot Q_\alpha$$

Dabei ist:
• $E_{\text{kin}}(\alpha)$ die kinetische Energie des emittierten α -Teilchens



• $E_{\text{kin}}(Y)$ die kinetische (Rückstoß-)Energie des Tochterkerns

• $E^*(Y)$ eine eventuelle Anregungsenergie des Tochterkerns

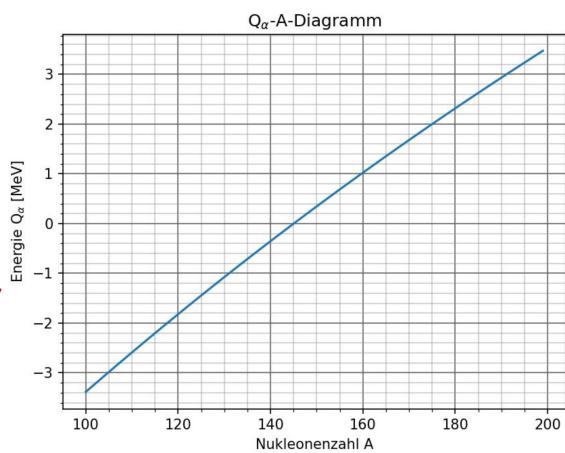
• $E_{\text{Hülle}}^*(Y)$ " " " der Elektronenhülle des Tochterkerns

7.)

Mithilfe von Z_{\min} wurde Q_α im Intervall $A=[100,200]$ berechnet, da dort der gesuchte Wert erwartet wird. Und wie erwartet liegt der gesuchte Wert bei $A \approx 145$, da dort die frei werdende Energie bei einem α -Zerfall positiv wird (siehe Plot). Jedoch handelt es sich nur um eine theoretische Grenze, tatsächlich wird α -Zerfall erst für schwerere Kerne beobachtet.



Zu 7.):



$$Z_{\min} = \frac{1}{2} \frac{m_n - m_p - m_e + a_n}{a_a + a_c A^{2/3}} = \frac{1}{1,38 + 0,015 A^{2/3}}$$

Nr. 2

1.)

Sa, theoretisch ist ein Protonenzerfall durch den Tunneleffekt möglich, allerdings besitzt ein einzelnes Proton eine so geringe Bindungsenergie, dass dies äußerst unwahrscheinlich ist. β^+ -Zerfall möglich: $M(A, Z) > M(A, Z-1) + M(e^+) + M(e^-)$



2.)

Nein, ein Neutronenzerfall ist nicht möglich, da ein Neutron zu wenig Bindungsenergie besitzt und auch nicht den Tunneleffekt nutzen kann, da es vom Kern garnicht abgestoßen wird. β^- -Zerfall möglich: $M(A, Z) > M(A, Z+1)$



3.)

Ja, theoretisch ist ein α -Zerfall durch den Tunneleffekt möglich und auch recht wahrscheinlich, da das α -Teilchen eine Bindungsenergie von fast 8 MeV besitzt. $E_B^\alpha = 28,3 \text{ MeV}$ $a_\alpha = m_n - m_p - m_e > 0$ \checkmark $8 \text{ MeV} \cdot 4 = 32 \text{ MeV} > 28,3 \text{ MeV}$



4.)

Je höher die kinetische Energie der α -Teilchen ist, desto wahrscheinlicher ist es dass sie durch den Coulomb-Wall tunneln, wodurch die Lebensdauer des Kerns abnimmt. Die kinetische Energie der α -Teilchen stammt dabei aus dem Massendefekt der Zerfallsprodukte und der Bindungsenergie des α -Teilchens. Der Zusammenhang von Lebensdauer und kinetischer Energie ist dabei:

$$\frac{1}{\tau} = \lambda = \frac{v}{2R} \cdot e^{-G} \quad \text{mit} \quad G = \frac{4\pi \alpha^2 Z^2}{72 E_B^{\alpha \text{kin}} r_{\alpha}} - 8 \cdot \sqrt{\frac{m_\alpha c^2 R^2 \epsilon}{mc}} \quad \ln(\tau) \propto \frac{1}{E_B^{\alpha \text{kin}}}$$



Nr. 3

1.)

Gegeben: $a_v = 15,67 \text{ MeV}$, $a_s = 17,23 \text{ MeV}$, $a_c = 0,714 \text{ MeV}$, $a_\alpha = 93,15 \text{ MeV}$, $a_p = 11,2 \text{ MeV}$

$$E_B = a_v \cdot A - a_s \cdot A^{\frac{2}{3}} - a_c \cdot Z(Z-1) \cdot A^{\frac{1}{3}} - a_\alpha \cdot \frac{(A-Z)^2}{4A} - a_p \cdot \frac{5}{A^{\frac{2}{3}}}$$



Gesamte frei werdende Energie:

$$\Delta E_{\text{ges}} = E_B(^{236}\text{U}) - 2 \cdot E_B(^{140}\text{Sn}) \approx -4834 \text{ MeV} + 2 \cdot 2440 \text{ MeV} = \cancel{156 \text{ MeV}}$$

Ohne Weizsäcker Formel:

$$\Delta E = 2 \cdot E_B(118,46) - E_B(236,92) = 2 \cdot 118 \cdot 8,6 \text{ MeV} - 236 \cdot 7,7 \text{ MeV} = 212 \text{ MeV}$$

$$E_c = \frac{3}{5} \alpha \hbar c \frac{Z(Z-1)}{R} \approx \frac{3}{5} \alpha \hbar c \frac{Z^2}{R} \quad \text{mit} \quad R = r_0 A^{1/3} \quad \sim 1,2 \text{ fm}$$

$$= 0,72 \text{ MeV} \frac{Z^2}{A^{2/3}}$$

$$\Delta E_c = 0,72 \text{ MeV} \left[\frac{92^2}{236^{2/3}} - 2 \cdot \frac{46^2}{118^{2/3}} \right] \approx 364 \text{ MeV} > \Delta E \text{ da Oberflächenterm } \Delta E_c \text{ noch mindert}$$

2.)

$$E_D = E^2 \left(\frac{2}{3} a_s A^{\frac{2}{3}} - \frac{1}{3} a_c A^{\frac{1}{3}} Z^2 \right)$$

Die Deformationsenergie setzt sich aus der Veränderung der Oberflächenenergie $\Delta E_s = a_s A^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{2}{3} \epsilon^2$ und Coulomb-Energie $\Delta E_c = a_c Z^2 A^{-\frac{1}{3}} \cdot (-\frac{1}{3} \epsilon^2)$ zusammen.

Für $E_D > 0$ existiert eine Potentialbarriere, welche ähnlich wie beim α -Zerfall nur durch den Tunneleffekt überwunden werden kann. Für $E_D < 0$ bzw $\frac{Z^2}{A} > 48$ verschwindet die Potentialbarriere und es kann zur spontanen Spaltung kommen. Je kleiner $\frac{Z^2}{A}$ ist, desto größer ist die Halbwertszeit.



3.)

- a) $\frac{Z^2}{A} \approx 35,5$ b) $\frac{Z^2}{A} \approx 35,9$ c) $\frac{Z^2}{A} \approx 36,8$ d) $\frac{Z^2}{A} \approx 36,4$

Aufgrund der Bedingung aus 2.) lässt sich ^{240}Pu am leichtesten Spalten, laut der Nuklidkarte besitzt es auch eine höhere Spaltwahrscheinlichkeit, für ^{229}Tb und ^{243}Pu ist die Kropspaltung garnicht als Zerfallskanal angegeben.



4.)

Aus der Tabelle ist zu erkennen, dass ug-Kerne stets einen höheren Wirkungsquerschnitt als gg-Kerne besitzen. Dies liegt daran, dass gg-Kerne eine größere Bindungsenergie besitzen, es wird also mehr Energie benötigt um sie zu spalten. \times

✓ ug-Kerne bekommen 8MeV Bindungsenergie aus Paarungsterm und gesamt $E_B \sim 7\text{MeV}$
gg-Kerne nur 6MeV

5.)

Durch schnelle Neutronen kann Kernen mit niedrigem Wirkungsquerschnitt das überwinden der Spaltbarriere vereinfacht werden. Allerdings gilt die Relation $\sigma \sim \frac{1}{v}$, weshalb schnellere Neutronen die Wirkungsquerschnitte wieder verringern sobald die Spaltbarriere überwunden wurde. Um den Wirkungsquerschnitt von ug-Kernen zu erhöhen werden thermische Neutronen verwendet, welche nur geringe kinetische Energien besitzen.

✓