Ex 5; Dominik Wawrzinek, Angelo Brade; 24.10.2024

Aufgabe 2:

1.) $\vec{p}_a + \vec{p}_b = \vec{p}_R = \vec{p}_c + \vec{p}_d$

$E_a + E_b = E_R = E_c + E_d$

2.)

$s+t+u = s+t+u \quad | \; s = (p_a + p_b)^2; \; t = (p_a - p_c)^2; \; u = (p_b - p_c)^2$

$= (p_a + p_b)^2 + (p_a - p_c)^2 + (p_b - p_c)^2$

$= p_a^2 + 2 p_a p_b + p_b^2 + p_a^2 - 2 p_a p_c + p_c^2 + p_b^2 - 2 p_b p_c + p_c^2$

$= 2 (p_a^2 + p_b^2 + p_c^2 + p_a p_b - p_a p_c - p_b p_c)$

$\Rightarrow$ abhängig von $p_\mu p^\nu$ mit $\mu, \nu \in \{1, 2, 3\}$

3.) $\sqrt{s} = p_a + p_b = p_c + p_d$ ist die Impulsbilanz von R.

4.)

a) $\sqrt{s} = p_\gamma + p_p = 2\,GeV + 0\,eV = 2\,GeV$, da $E_\gamma^2 = \underbrace{m_\gamma^2}_{=0} + p_\gamma^2 = p_\gamma^2 \Rightarrow E_\gamma = p_\gamma$

b) $\sqrt{s} = \sqrt{(p_\gamma + p_p)^2} = \sqrt{p_\gamma^2 + 2 p_\gamma p_p + p_p^2} = \sqrt{p_\gamma^2 - 2(T^2 - m^2) + p_p^2} = \sqrt{2(T^2 - m^2) - 2(T^2 - m^2)} = 0$,

da $p_\gamma p_p = \hat{e}_x \sqrt{T^2 - m^2} \cdot (-\hat{e}_x) \sqrt{T^2 - m^2}$.

5.)

$E_{Z^0,0} = E_{e^-} + E_{e^+} = 2E$

$\Rightarrow E = \frac{1}{2} E_{Z^0,0} \quad | \; E_{Z^0,0} = 90\,GeV$,

$= 45\,GeV$

Aufgabe 1:

Für Wasserstoff:

Energieerhaltung:

$$E_{kin,n} + E_{kin,H} = E'_{kin,n} + E'_{kin,H}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m_n v_n^2 + \frac{1}{2} m_H \underbrace{v_H^2}_{0} = \frac{1}{2} m_n v_n'^2 + \frac{1}{2} m_H v_H'^2$$

$$\Rightarrow m_n v_n^2 = m_n v_n'^2 + m_H v_H'^2$$

$$\text{I:} \Rightarrow m_n (v_n^2 - v_n'^2) = m_H v_H'^2$$

Impulserhaltung:

$$p_n + p_H = p_n' + p_H'$$

$$\Rightarrow m_n v_n + m_H \underbrace{v_H}_{0} = m_n v_n' + m_H v_H'$$

$$\Rightarrow m_n v_n = m_n v_n' + m_H v_H'$$

$$\text{II:} \Rightarrow m_n (v_n - v_n') = m_H v_H'$$

(I) durch (II) teilen:

$$v_H' = \frac{v_n^2 - v_n'^2}{v_n - v_n'} \quad | \text{ 3. Binom. Formel}$$

$$= v_n + v_n'$$

In (II) einsetzen:

$$m_H v_H' = m_n (2 v_n - v_H')$$

$$\Rightarrow v_n = v_H \frac{m_H + m_n}{2 m_n}$$

Für Sauerstoff:

Analog zu Wasserstoff

$$\Rightarrow v_n = v_S \frac{m_S + m_n}{2 m_n}$$

Aus $v_n = v_n(v_S) = v_n(v_H)$ folgt:

$$\Rightarrow v_S \frac{m_S + m_n}{2 m_n} = v_H \frac{m_H + m_n}{2 m_n}$$

$$\Rightarrow m_n = \frac{v_S m_S - v_H m_H}{v_H - v_S}$$

Mit $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$ folgt:

$$m_n = \frac{\sqrt{2 E_S m_S} - \sqrt{2 E_H m_H}}{\sqrt{\frac{2 E_H}{m_H}} - \sqrt{\frac{2 E_S}{m_S}}}$$

Mit $m_S = 14\,u = 14 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,kg$, $m_H = 1u = 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,kg$, $E_S = 1{,}6\,MeV$ und $E_H = 5{,}7\,MeV$

erhalten wir: $m_n = 1{,}07\,GeV = 1{,}9 \cdot 10^{-27}\,kg$

Also $v_n = v_S \frac{m_S + m_n}{2 m_n} = \sqrt{\frac{2 E_S}{m_S}} \cdot \frac{m_S + m_n}{2 m_n} = 31{,}06 \cdot 10^6\,m/s \Rightarrow E_{kin} = 5{,}7\,MeV.$