

# Astro121 - Einführung in die Astronomie

## Messung der Zeit, Keplergesetze

Prof. Frank Bigiel

Argelander-Institut für Astronomie

# **ZEIT, die Astronomie als angewandte Naturwissenschaft**

# Himmelscheibe von Nebra



# Greenwich Ortsmeridian

## Nullter Längengrad





# James Cook „Endeavour“



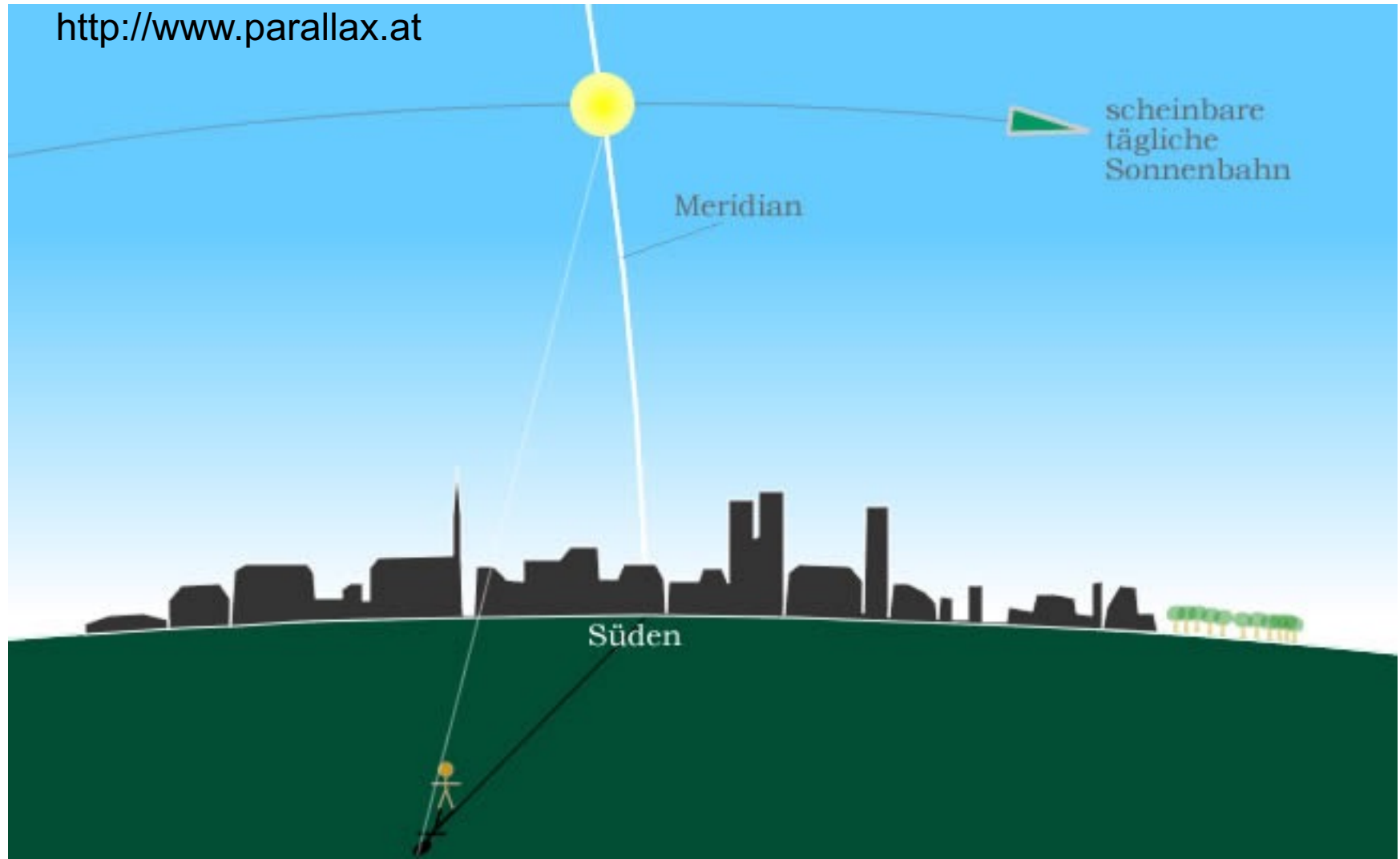
# John Harrison Chronometer H5





# Tagbögen der Sonne

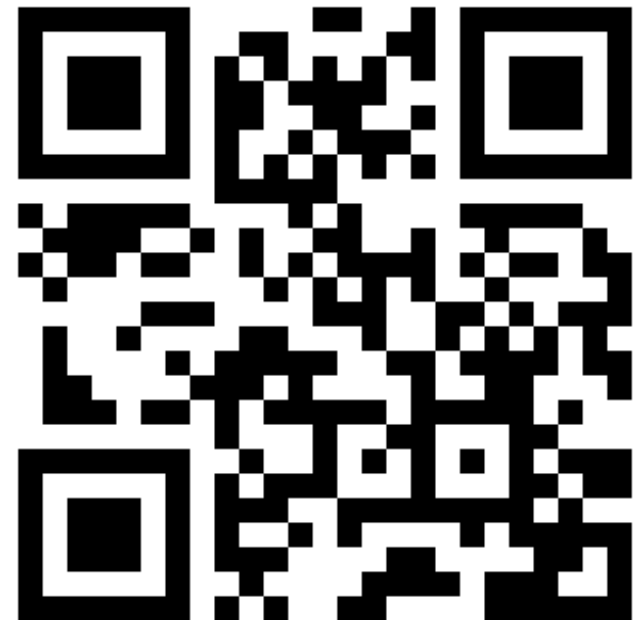
<http://www.parallax.at>



# Online Frage

- Zum Zeitpunkt der Sommersonnenwende in Norwegen gibt es einen Ort an dem die Sonne in einer nahezu konstanten Höhe über dem Horizont beobachtet wird
  - Südpol
  - Äquator
  - Nordpol
  - Bei exakt 45 Grad geographischer Breite

[fbr.io/pdiur](https://fbr.io/pdiur)





# Tagbögen der Sonne



ungefähre Zeit:  
Richtung:

Mitternacht  
genau Norden

6 Uhr  
genau Osten

Mittag  
genau Süden

18 Uhr  
genau Westen

**Abbildung 2.18:** Diese Abfolge von Fotos zeigt den Weg der Sonne um den Horizont während der Sommersonnenwende am Polarkreis. Beachten Sie, dass die Sonne nicht untergeht, sondern den nördlichen Horizont um Mitternacht nur streift. Sie steigt dann allmählich höher und erreicht Mittags ihren höchsten Punkt, wenn sie genau im Süden steht.

# Tagbögen der Sterne

- Die **Südrichtung** ist dadurch ausgezeichnet, dass alle Objekte am Himmel in dieser Richtung ihre **größte Höhe über dem Horizont** erreichen.
- Die gedachte Verbindungslinie, die den Nord- und den Südpol verbindet, wird als **Meridian** bezeichnet.
- Der Zeitraum zwischen zwei Durchgängen der **Sonne** durch den **Meridian** des Beobachtungsortes definiert die Dauer eines **wahren Sonnentages**.
- Da der wahre Sonnentag von dem Ort der Erde auf ihrer Bahn um die Sonne abhängt, wurde der **mittlere Sonnentag** eingeführt. Dieser hat exakt 24 Stunden!

# Zeit

- **Wahre Sonnenzeit**

- Zum Zeitpunkt der oberen Kulmination der Sonne ist Mittag, 12 Uhr

Nachteil: aufgrund der Elliptizität der Erdbahn und der Neigung der Ekliptik ist die wahre Sonnenzeit ein ungleichförmiges Zeitmaß

- **Mittlere Sonnenzeit**

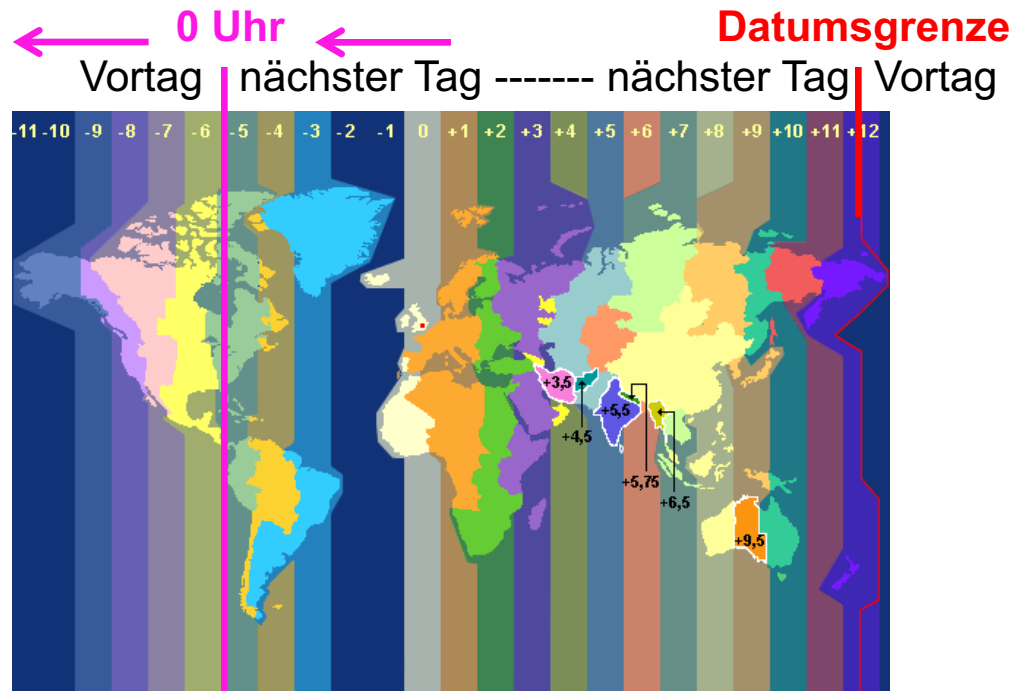
- Die mittlere Sonnenzeit passiert den Meridian in zeitliche gleichmäßigen Abständen. Wahre und mittlere Sonnenzeit sind auf das Jahr normiert
- Wahre Sonnenzeit – mittlere Sonnenzeit = Zeitgleichung

- **Die Zeitzonen**

- Die mittlere Sonnenzeit ist von Ort zu Ort unterschiedlich, daher wurden Standardmeridiane gewählt, z. B. 15°E ist der MEZ Meridian
- Weltzeit UT = Mittlere Sonnenzeit des Greenwicher Meridian

# Tageszeiten + Zeitzonen

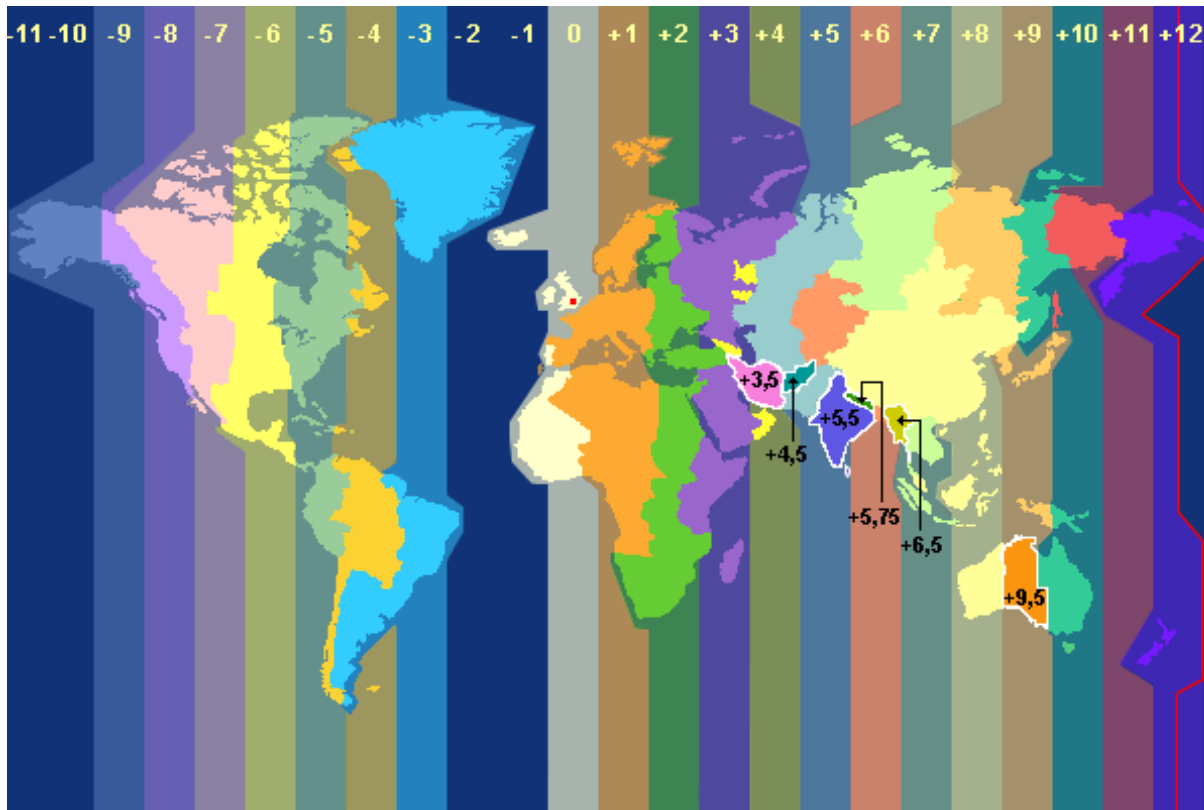
- Sonnenhöchststand (Mittag) wandert um die Erde von Ost nach West (jeder Längengrad eigene ‚lokale‘ Zeit)
  - Verschiebung um eine Stunde = 15° geographische Länge
  - 0 Uhr (Mitternachtslinie: Vortag – nächster Tag) wandert genauso um die Erde
- Datumsgrenze bei Längengrad 180° (rote Linie)
  - Ende des Vortags (östlich); Beginn des neuen Tags (westlich)





# Tageszeiten + Zeitzonen

- Zeitzonen für koordinierte Uhren (1-Stunden-Schritte)
  - Weltzeit (UT) bei Nulllängenkreis durch Greenwich
  - Verschiebung um eine Stunde =  $15^\circ$  geographische Länge

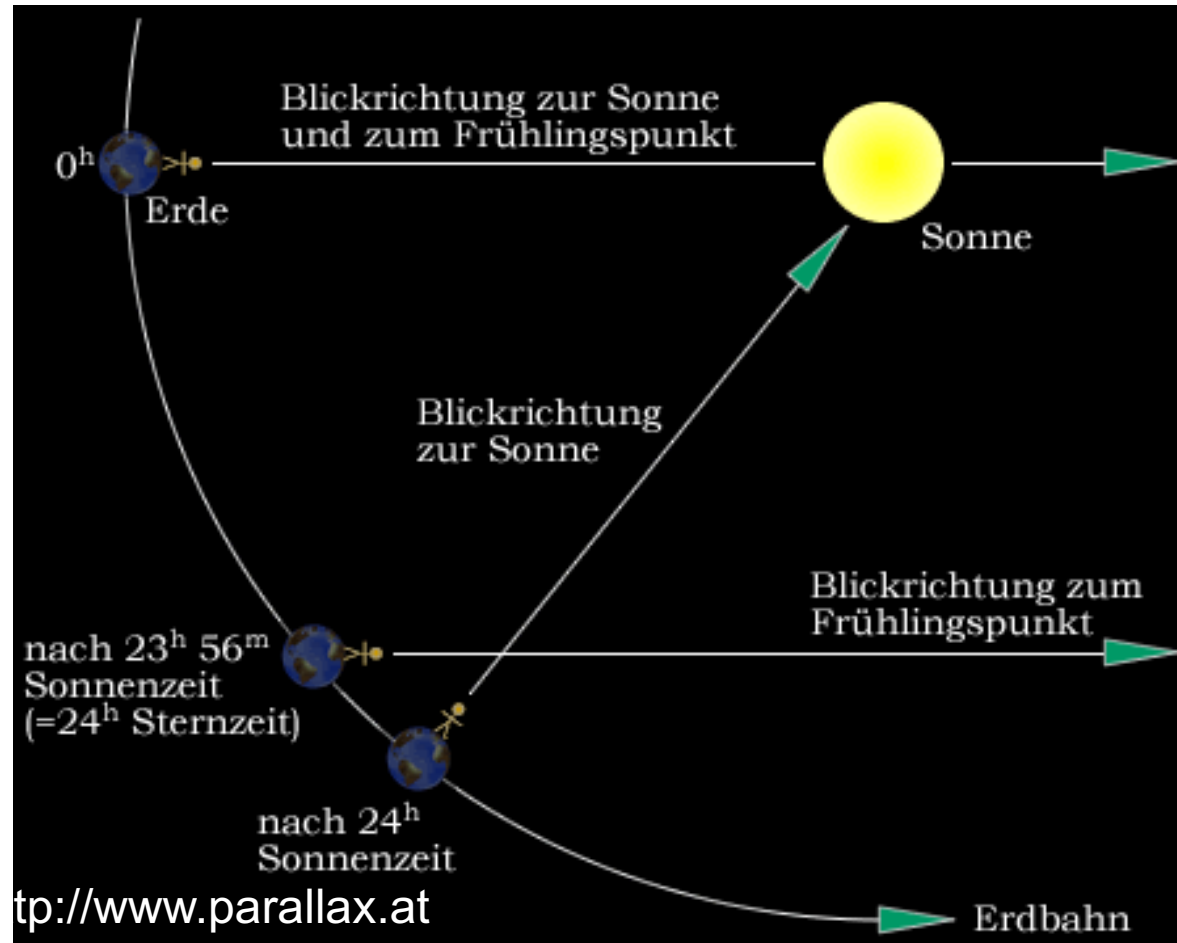


# Tageszeiten + Zeitzonen

- Mitteleuropäische Zeit  $MEZ = UT + 1^h$ 
  - Meridian für MEZ verläuft durch Frankfurt/Oder
  - Sommerzeit  $MESZ = MEZ + 1^h$
- Sonne steht nicht um 12:00 Uhr im Süden
  - Bonn: +31,5 Min. (+1 Stunde bei Sommerzeit)

# Sonnentag/Sterntag

Siderische Tag der Erde dauert 23 Stunden, 56 Minuten, 4,099 Sekunden  
= 86.164,099 s  $\approx$  23,9345 h



# Wiederholung: Zeitdefinitionen

**Zeitdefinitionen:** verknüpft mit Koordinatensystem & Erdbewegung

Traditionell: Alltag durch **Sonnenstand** bestimmt:

-> **“Wahre Sonnenzeit”**: Stundenwinkel der Sonne + 12h; **z.B. Sonnenuhr**

Problem: Bahnbewegung der Erde ungleichförmig

-> **“Wahre Sonnenzeit”** ändert sich über das Jahr

-> Lösung: **“Mittlere Sonnenzeit”**:

Annahme eines scheinbar gleichförmigen Erdbahnumlaufs

-> **Zeitgleichung** = Wahre Sonnenzeit - Mittlere Sonnenzeit

-> Sonnenzeit abhängig vom Längengrad: MEZ für 15°O

-> **Weltzeit** (universal time) UT: mittl. Sonnenzeit von Greenwich

**Achtung: Sternzeit  $\theta$** : Stundenwinkel  $t$  des Frühlingspunktes  
(also die R.A. der Sterne, die gerade im Meridian stehen)

Die “mittlere Sonne” bewegt sich durch die Ekliptik,  
bewegt sich also gegenüber dem Frühlingspunkt

-> **Sternzeituhr geht der mittleren Sonne (MEZ, UT) um 2h/Monat vor**  
(entspricht 24h / 365, bzw. 3 min 56s / Tag)



Traditionell: Alltag durch **Sonnenstand** bestimmt:

-> **“Wahre Sonnenzeit”**: Stundenwinkel der Sonne + 12h; **z.B. Sonnenuhr**

Problem: Bahnbewegung der Erde ungleichförmig

-> “Wahre Sonnenzeit” ändert sich über das Jahr

-> Lösung: **“Mittlere Sonnenzeit”**:

Annahme eines scheinbar gleichförmigen Erdbahnumlaufs

-> **Zeitgleichung** = Wahre Sonnenzeit - Mittlere Sonnenzeit



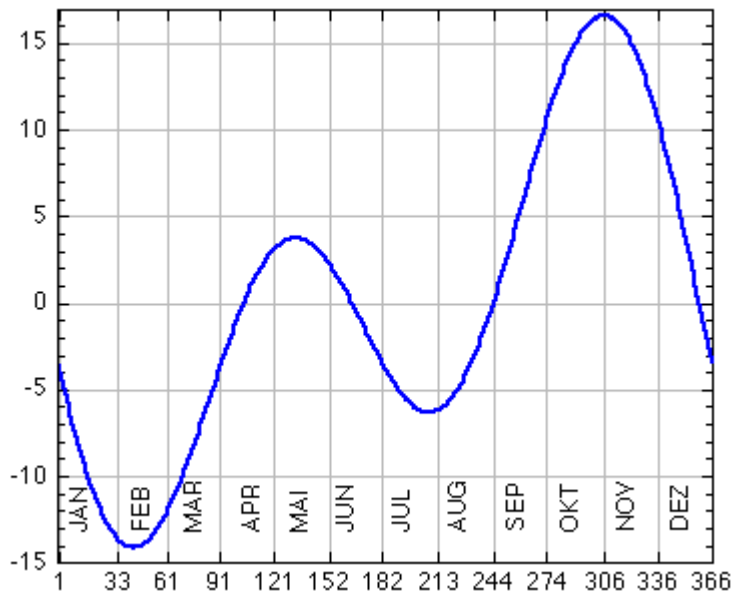
Sonnenuhr am AlfA!

# Analemma

- Sonne im Süden (12:00 Uhr wahre Ortszeit)
  - **Schräglage der Ekliptik**
    - Horizontale Bewegung ungleichmäßig
    - Sommer- Winteranfang waagerecht am Himmel
      - » Sonne ‚schneller‘; wahreTage länger als 24 Std
    - Frühlings- Herbstanfang maximal geneigt
      - » Sonne ‚langsamer‘; wahreTage kürzer als 24 Std
  - **Erdbahn elliptisch**
    - Perihel (nächster Punkt zur Sonne): am 3. Januar, Abstand zur Sonne: 147.1 Millionen km
    - Aphel (fernster Punkt zur Sonne): am 4. Juli, Abstand zur Sonne: 152.1 Millionen km
    - Sonne bleibt im Perihel stärker zurück als im Aphel wegen höherer Geschwindigkeit der Erde und stärkerer Krümmung der Erdbahn
    - **Nicht** für Jahreszeiten verantwortlich, aber wahre Tage im Sommer zusätzlich verkürzt im Vergleich zum Winter

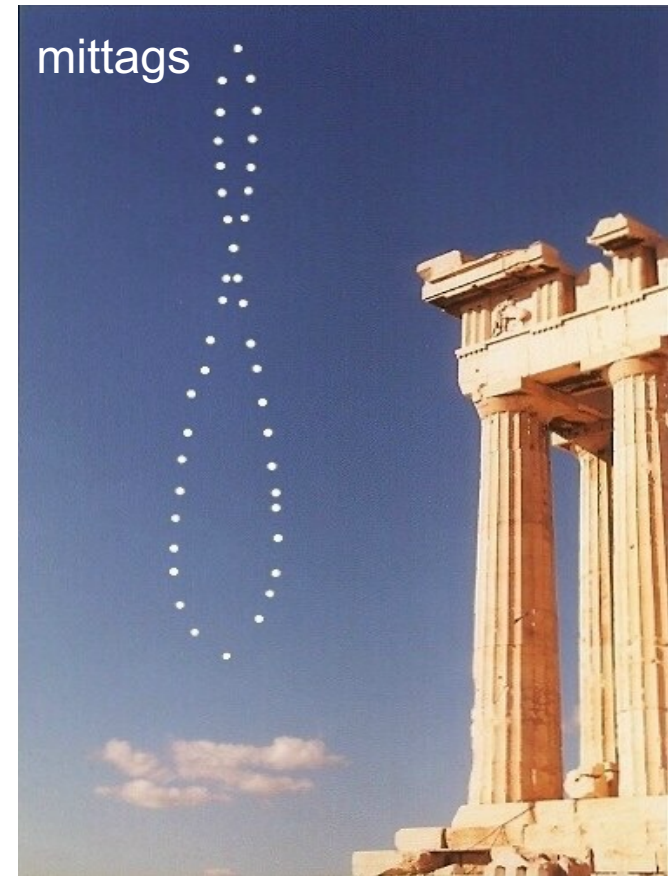
# Analemma

- Zeitgleichung
  - Sonnenstand – Uhrzeit
  - Wahre – mittlere Ortszeit



<http://lexikon.astronomie.info/zeitgleichung/>

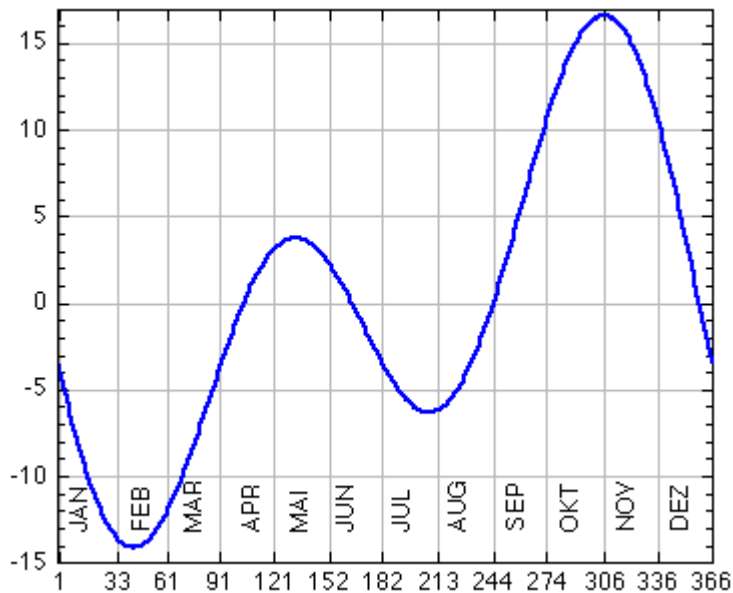
Bonn, 16.11.:  
Sonne im Süden um  
 $12:00 + 32\text{Min} + 16\text{Min} = 12:48\text{Uhr}$



<http://www.perseus.gr/Astro-Solar-Analemma.htm>

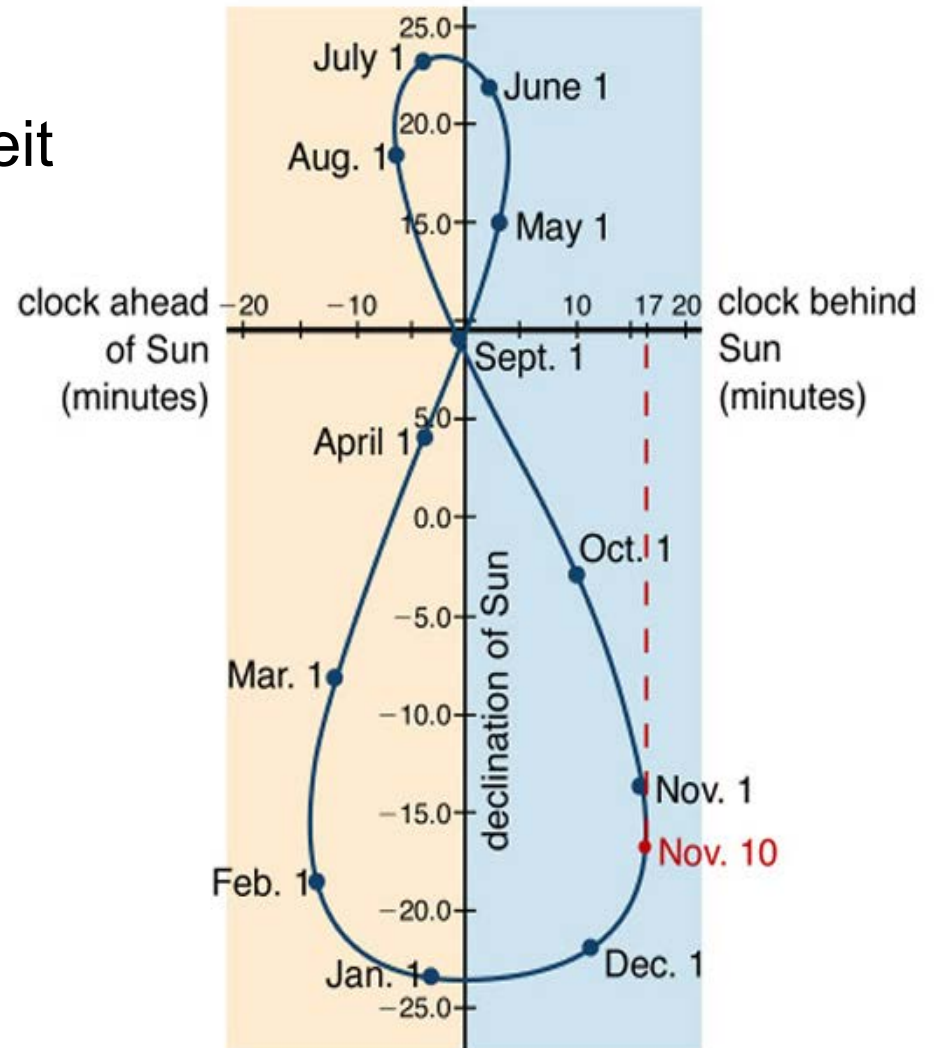
# Analemma

- Zeitgleichung
  - Sonnenstand – Uhrzeit
  - Wahre – mittlere Ortszeit



<http://lexikon.astronomie.info/zeitgleichung/>

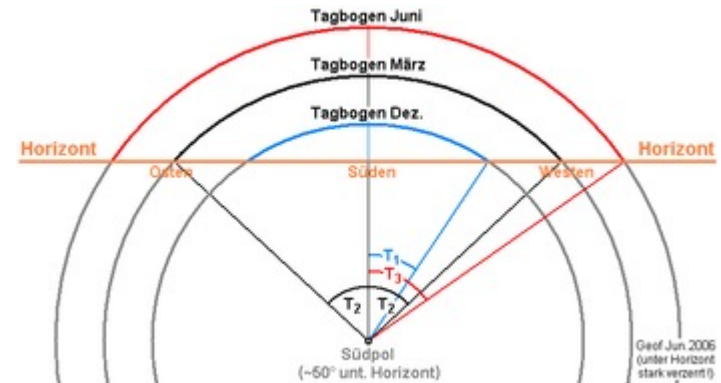
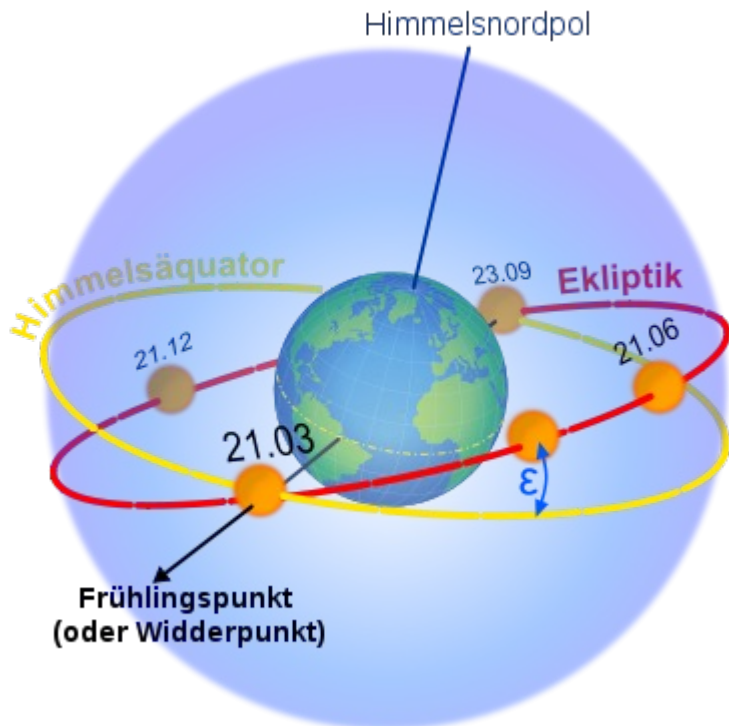
Bonn, 16.11.:  
Sonne im Süden um  
 $12:00 + 32\text{Min} + 16\text{Min} = 12:48\text{Uhr}$





# Jahreszeiten

- Täglicher Sonnenhöchststand variiert um  $47^\circ$ 
  - 21.6. Höchststand (Sommeranfang Nordhalbkugel)
    - $90^\circ - \text{geogr. Breite} + 23,5^\circ$  (Bonn:  $90^\circ - 50,7^\circ + 23,5^\circ = 62,8^\circ$ )
  - 21.12. Tiefststand (Winteranfang Nordhalbkugel)
    - $90^\circ - \text{geogr. Breite} - 23,5^\circ$  (Bonn:  $90^\circ - 50,7^\circ - 23,5^\circ = 15,8^\circ$ )
  - 21.3. Sonne im Frühlingspunkt (Widderpunkt)



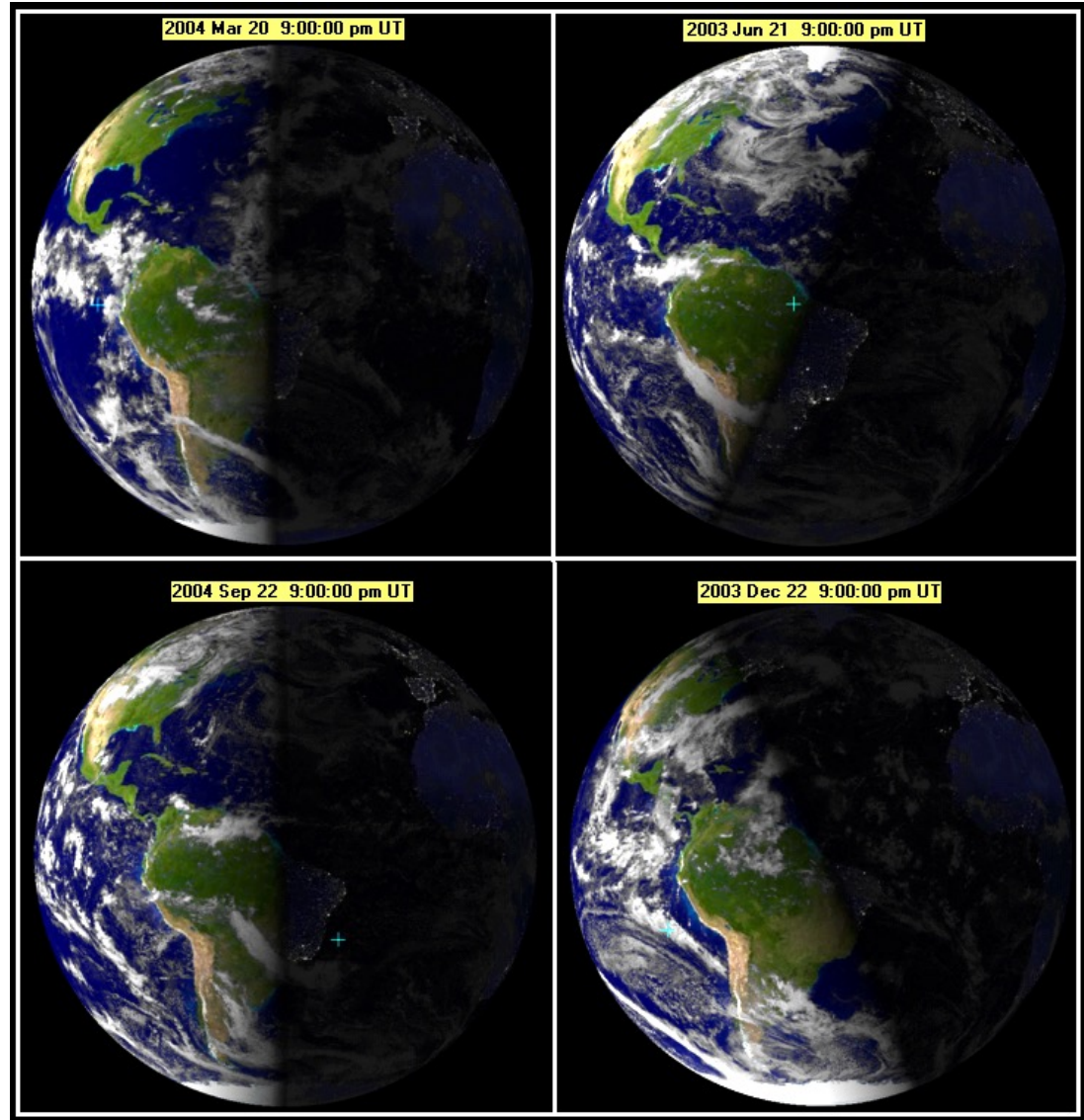
<http://de.wikipedia.org/wiki/Tagbogen>

# Jahreszeiten

Es beginnt	Zeitpunkt	Rektaszension Sonne	Deklination Sonne	Sonne im Sternbild
21. März Frühling	Frühlings- Tagundnacht- gleiche	0h	0°	Widder
21. Juni Sommer	Sommersolsti- tium	6h	+23°27′	Krebs
23. September Herbst	Herbst- Tagundnacht- gleiche	12h	0°	Waage
22. Dezember Winter	Wintersolsti- tium	18h	- 23°27′	Steinbock

# Jahreszeiten

- Sonnenstand
    - Abenddämmerung
- 22 Uhr MEZ



# Das Jahr

- **Tropisches Jahr**
  - Mittlere Zeit der gleichen Sonnenposition am Himmel:  $365^{\text{d}}5^{\text{h}}48^{\text{m}}46^{\text{s}}$  (Jahreszeiten)
- **Siderisches Jahr**
  - Wahre Umlaufzeit der Erde um die Sonne, länger wegen Präzession:  $365^{\text{d}}6^{\text{h}}09^{\text{m}}10^{\text{s}}$
- **Julianisches Jahr**
  - $365^{\text{d}}6^{\text{h}}$  4-Jahres-Zyklus mit Schaltjahren
- **Gregorianisches Jahr**
  - Aktueller abendländischer Kalender:  $365 + 1/4 - 3/400$  Tage =  $365^{\text{d}}5^{\text{h}}49^{\text{m}}12^{\text{s}}$
  - 26 Sekunden zu lang; 1 Tag in 3300 Jahren



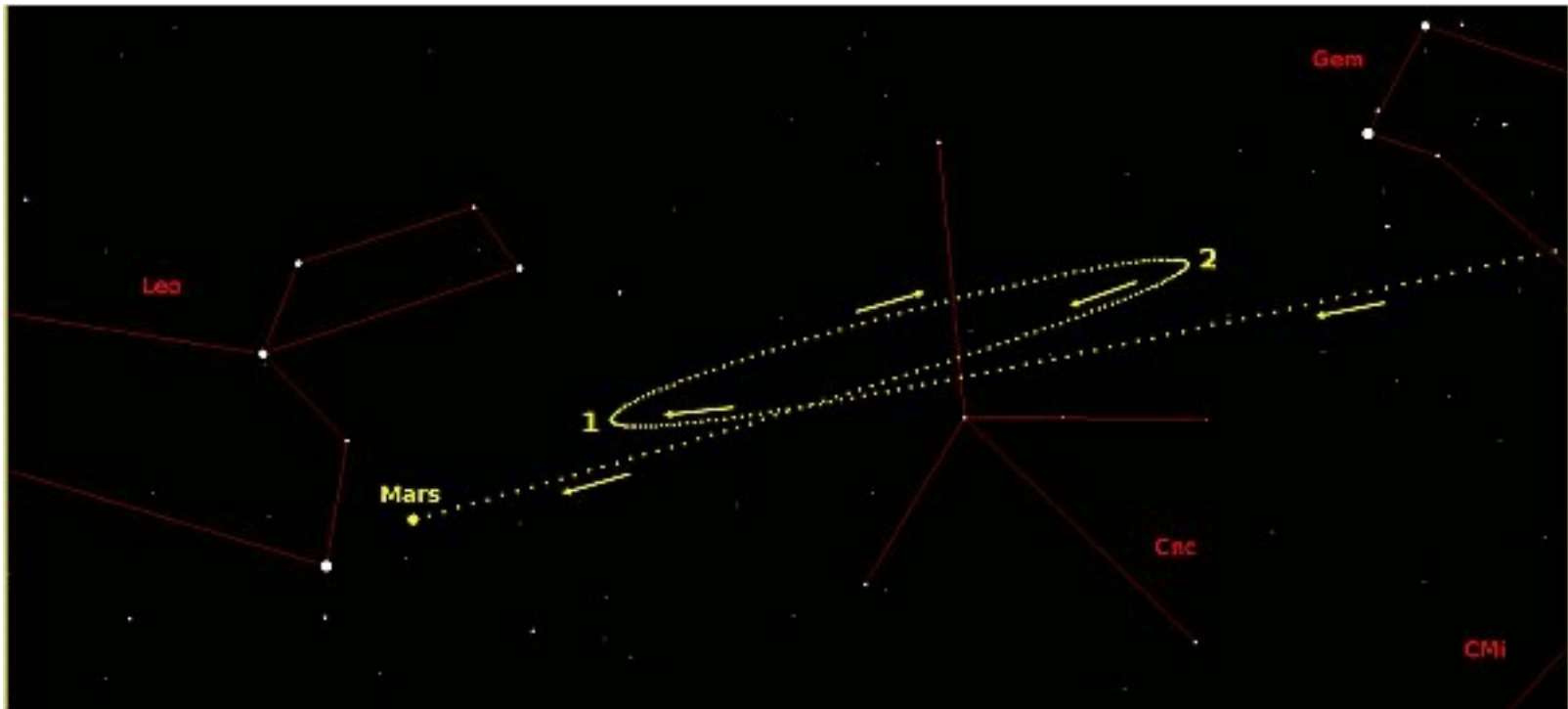
# Kalender

## – Christlicher Kalender

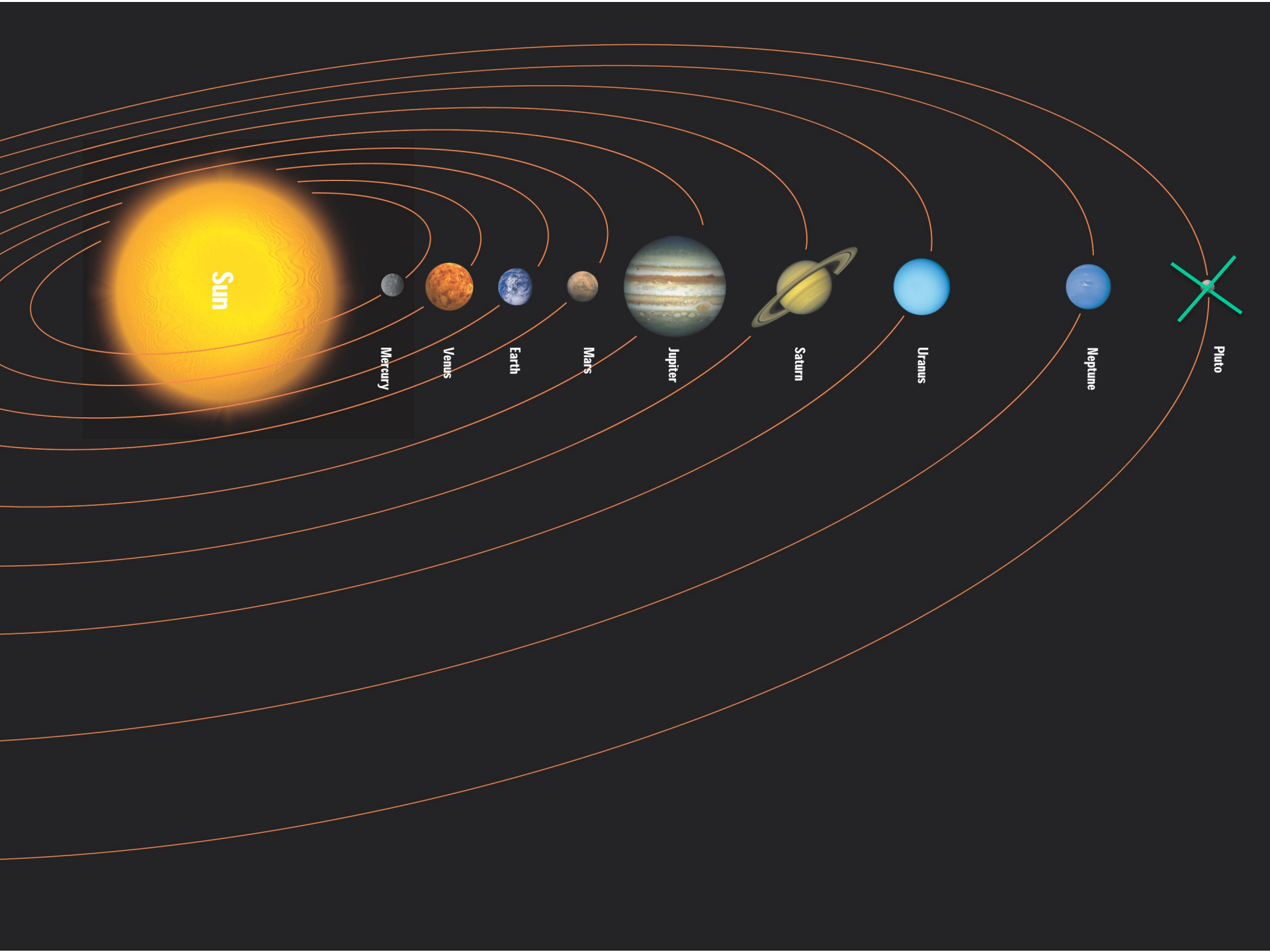
- Eingeführt 325 beim “Ersten Konzil von Nicäa (Nizza)”
- bis 1.10.1582 julianischer Kalender, dann ein 10-Tages-Sprung wegen zu vieler Schaltjahre vorher
- seit 11.10.1582 gregorianischer Kalender (Papst Gregor XIII.)
  - In vollen Jahrhunderten nur Schaltjahr, wenn sie ein Vielfaches von 400 sind: ... 1200, 1600, 2000
- **Kein** Jahr "0"
  - astronomisch – historisch:  
Jahr 0 = 1 v.Chr.  
Jahr -1 = 2 v.Chr. ...
- Für Zeitdifferenzen unpraktisch, deshalb Julianisches Datum JD (durchgängige Tageszählung)
  - Tage seit 1. Januar -4712 (4713 v. Chr.), 12:00 Uhr
  - Heute: 16.11.2022, 13:00 Uhr UT = JD 2459900.04167

# **Das Sonnensystem: Planetenbewegungen**

# Planeten – „Wanderer“



- Schleifenbewegung durch Relativbewegung Planet (hier: Mars) und Erde.
- Sichtbar als Schleife (nicht nur hin-und-her-Bewegung) wegen unterschiedlichen Umlaufbahn-Inklination.
- Aus dieser Bewegung hat Johannes Kepler die Keplersche Gesetze hergeleitet



Sun

Mercury

Venus

Earth

Mars

Jupiter

Saturn

Uranus

Neptune

Pluto

# Tycho Brahe/ Johannes Kepler





# Kräfte und Drehmomente

- Gravitationskraft

$$\vec{F}_G = -\gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

- Zentrifugal-/Zentripetalkraft

$$\vec{F}_Z = m \cdot \frac{v^2}{r} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \text{ mit } v = \omega \cdot r$$

$$\vec{F}_Z = m \cdot \omega^2 \cdot r \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

- Drehimpuls

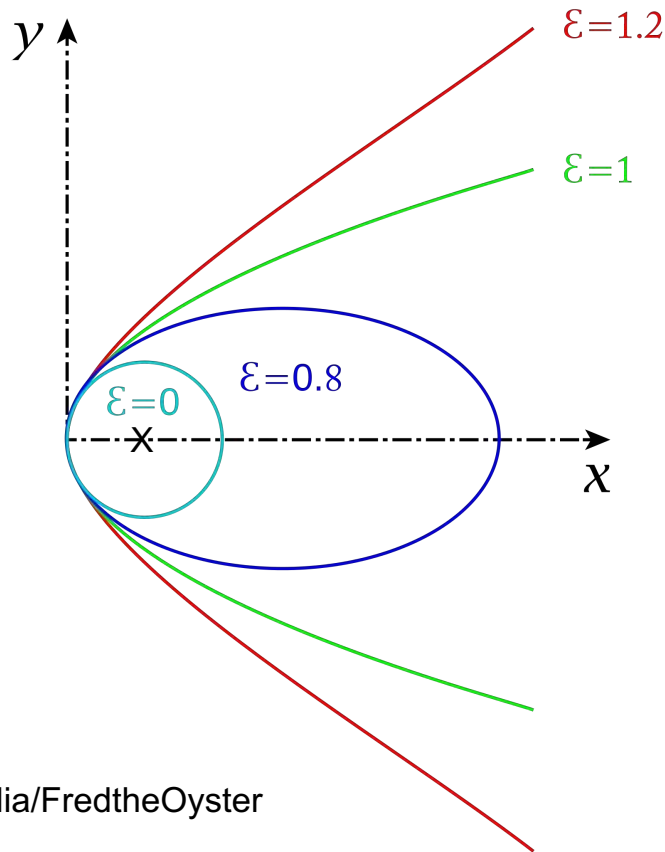
$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times m \vec{v} = r \cdot m \cdot v \cdot \sin \Theta_{r,v}$$

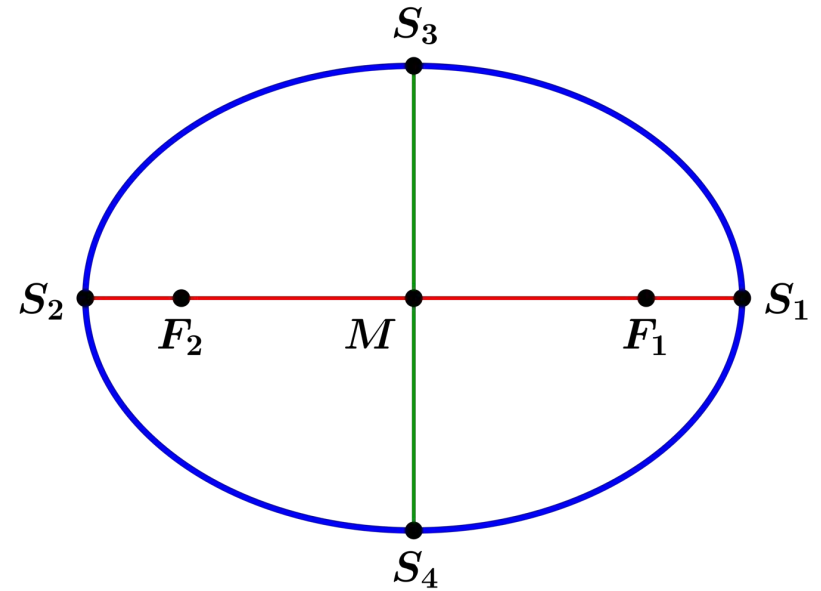
$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

Zentralkräfte und keine äusseren Drehmomente:  $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \rightarrow \vec{L} = \text{const.}$

# 1. Kepler Gesetz



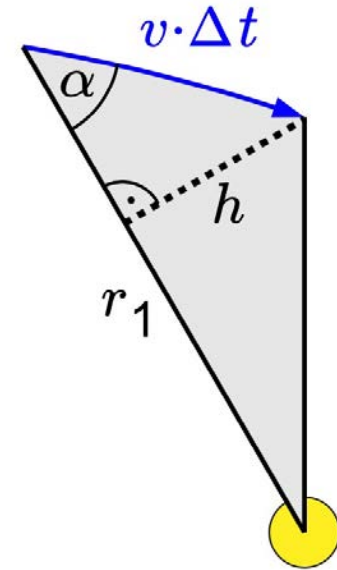
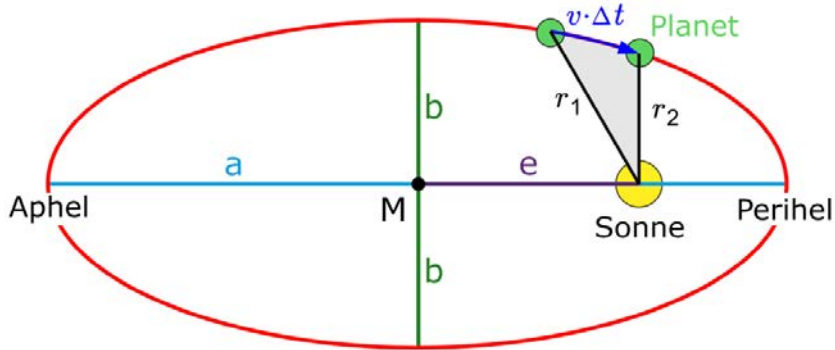
Wikipedia/FredtheOyster



Wikipedia/Petrus3743

Exzentrizität:  $e = \sqrt{a^2 - b^2}$

## 2. Kepler Gesetz



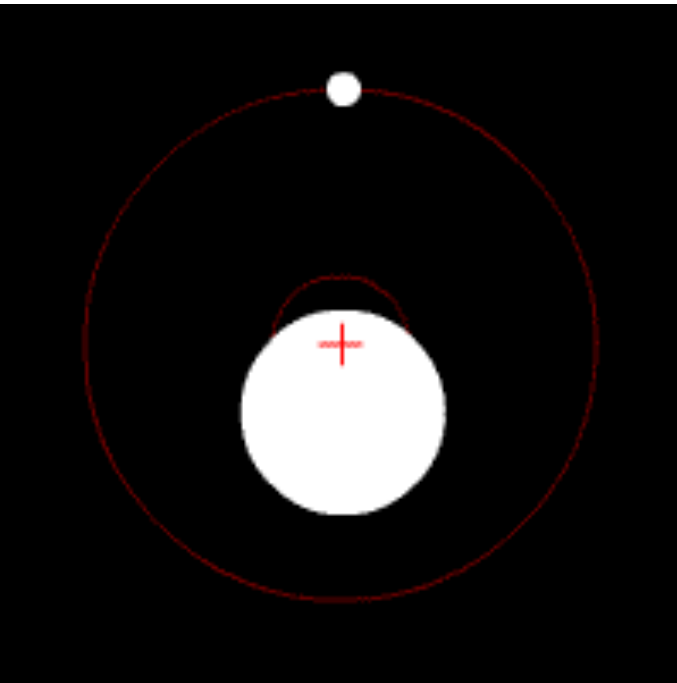
Leifiphysik.de

$$A = \frac{1}{2} \cdot r \cdot \sin(\alpha) \cdot v \cdot \Delta t$$

mit  $L = m \cdot v \cdot r \cdot \sin(\alpha)$  und Drehimpulserhaltung  $L = \text{konst.}$

folgt  $\frac{dA}{dt} = \frac{L}{2m} = \text{const.}$

### 3. Keplergesetz - Schwerpunktsatz



$$m_1 \cdot r_1 = m_2 \cdot r_2$$

$$r_1 = r \cdot \frac{m_2}{m_1 + m_2} \quad \begin{array}{l} r_{1/2}: \text{Abstand } m_1/2 - \text{Schwerpunkt} \\ r: \text{Abstand } m_1 - m_2 \end{array}$$

$$r_2 = r \cdot \frac{m_1}{m_1 + m_2}$$

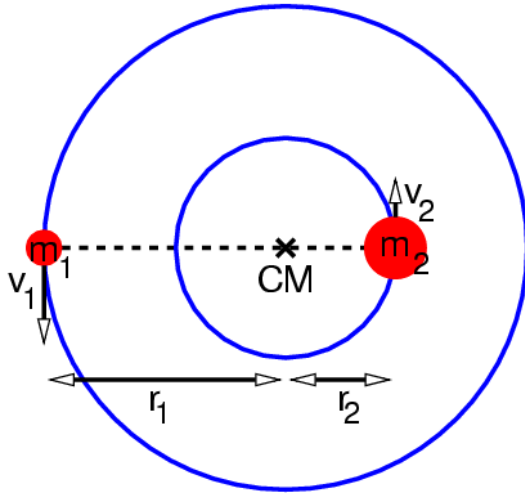
Beispiel System Erde – Mond:

$$r_E = 384.000 \text{ km} \cdot \frac{7.35 \cdot 10^{22} \text{ kg}}{5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg} + 7.35 \cdot 10^{22} \text{ kg}}$$

$$r_E = 4675 \text{ km}$$

Der Schwerpunkt eines Zweikörpersystems ist einfach zu errechnen. Im Fall des Erde-Mond Systems befindet sich der Schwerpunkt 4675 km außerhalb des Erdmittelpunkts und damit nur 1700 km unterhalb der Erdoberfläche. Im Fall des Erde-Sonne Systems ist der gemeinsame Schwerpunkt, aufgrund des großen Massenunterschieds 1:10<sup>6</sup>, praktisch mit dem Sonnenmittelpunkt identisch.

# 3. Keplergesetz



P: Periode/Umlaufzeit

$$F_{grav} = \gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2} = \gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{(r_1 + r_2)^2}$$

$$F_{cent.}(1,2) = m_{1,2} \cdot \frac{v_{1,2}^2}{r_{1,2}} = m_{1,2} \cdot \frac{4\pi^2 r_{1,2}}{P^2} \text{ mit } v_{1,2} = \frac{2\pi r_{1,2}}{P}$$

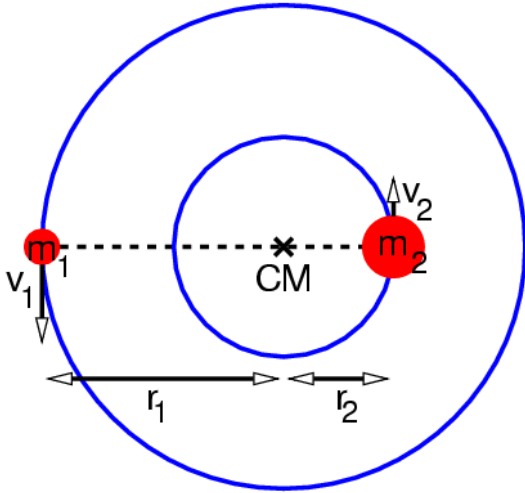
$$\text{mit } F_{grav} = F_{cent.} \Rightarrow$$

$$\frac{4\pi^2 r_1}{P^2} = \gamma \cdot \frac{m_2}{(r_1 + r_2)^2} \text{ und } \frac{4\pi^2 r_2}{P^2} = \gamma \cdot \frac{m_1}{(r_1 + r_2)^2} \Rightarrow$$

$$m_1 \cdot r_1 = m_2 \cdot r_2$$



### 3. Keplergesetz



$$R = r_1 + r_2 = r_1 + \frac{m_1}{m_2} \cdot r_1 = r_1 \cdot \left( 1 + \frac{m_1}{m_2} \right)$$

$$\frac{4\pi^2}{P^2} \cdot R \cdot \frac{m_2}{m_1 + m_2} = \gamma \cdot \frac{m_2}{R^2} \Rightarrow$$

$$\frac{P^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{\gamma(m_1 + m_2)}$$

# Zusammenfassung - Methode

- Beobachtungsobjekt: Planeten
- Methode
  - Newtons Gravitationsgesetz (Zentralkraft)
  - Gemäß Kepler bewegen sich die Planeten auf nahezu kreisförmigen Bahnen um die Sonne
  - Gravitationskraft und Zentrifugalkraft kompensieren sich.
  - Nutzung des Massenschwerpunktes
- Ergebnis:
  - Die Keplerschen Gesetze ergeben sich zwanglos aus diesem Ansatz

# Zusammenfassung - Kepler Gesetze

- 1. Die Bahn des Planeten ist stets eine Ellipse, in deren einem Brennpunkt sich der Zentralkörper (Sonne) befindet.
- 2. Der Ortsvektor („Fahrstrahl“) überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.
- 3. Die Quadrate der Umlaufzeiten verhalten sich wie die dritten Potenzen der großen Halbachsen der Bahnellipsen.

