Übungen zu Physik V: Kerne und Teilchen (7)

Abgabetermin: bis 03.12.2024, 10:00 Uhr

Aufgabe 1: Kinematik der Elektronstreuung **[LA: nur Teilaufgaben 1–4] (14 Punkte)**

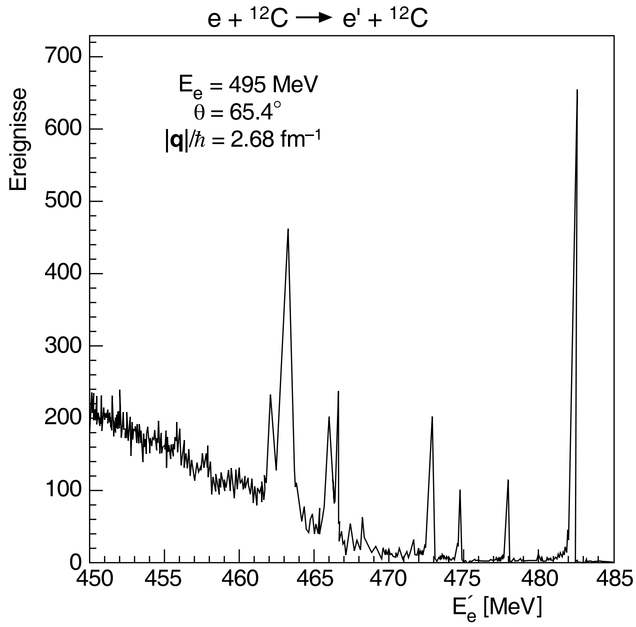
Elektronen der Energie E streuen an einem Kern der Masse M, dabei wird der Impuls $\vec{q}$ und die Energie ν auf den Kern übertragen. Der Kern sei vor der Streuung in Ruhe, die Energie des gestreuten Elektrons sei E'. Für den Viererimpulsübertrag gilt $q^2 = \nu^2 - |\vec{q}|^2$ ($\hbar = c = 1$).

1. Leiten Sie eine Beziehung zwischen der invarianten Masse M' des angeregten Kerns und M, ν und q^2 für den Fall der inelastischen Streuung her. (4 Punkte)

2. Wie lautet die obige Beziehung im elastischen Fall? (2 Punkte)

3. Leiten Sie eine Formel für die gestreute Elektronenenergie $E'(E, \theta, M)$ in Abhängigkeit der ursprünglichen Elektronenenergie E, dem Streuwinkel θ und der Masse M des Kerns für den elastischen Fall her. (4 Punkte)

Die Abbildung zeigt das gemessene Energiespektrum von an Kohlenstoff gestreuten Elektronen. Die Elektronen wurden mit dem Beschleuniger MAMI in Mainz auf 495 MeV beschleunigt und unter einem Streuwinkel von 65,4° detektiert.



4. Berechnen Sie E' der elastisch gestreuten Elektronen, und identifizieren Sie den den zugehörigen Peak im Spektrum. (2 Punkte)

5. Erklären Sie, wodurch die anderen scharfen Maxima zustande kommen. (2 Punkte)

Aufgabe 2: Formfaktoren von Kernen **[LA: nur Teilaufgaben 1&3] (16 Punkte)**

Der Wirkungsquerschnitt $\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}\Omega$ für die Streuung spinloser, punkförmiger Teilchen an einem ausgedehnten Objekt lässt sich schreiben als

$$\left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)_{\mathrm{exp}} = \left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)_{\mathrm{Rutherford}} \cdot |F(\vec{q})|^2,$$

mit dem Impulstransfer $\vec{q} = \vec{p}' - \vec{p}$, und dem Formfaktor $F(\vec{q})$. Der Formfaktor ist die Fouriertransformierte der Ladungsverteilung $\rho(r)$:

$$F(\vec{q}) = \frac{1}{Ze} \cdot \int_V \rho(\vec{r})\ \mathrm{e}^{i(\vec{q}\cdot\vec{r})} \mathrm{d}^3 r.$$

Der Faktor $1/Ze$ dient der Normierung der Ladungsverteilung.

1. Berechnen Sie den Formfaktor für eine Punktladung, d.h. $\rho(\vec{r}) = Ze \cdot \delta^{(3)}(\vec{r})$. (2 Punkte)

2. Zeigen Sie, dass für eine kugelsymmetrische Ladungsverteilung gilt (mit $r = |\vec{r}|\,, q = |\vec{q}|$):

$$F(q) = \frac{4\pi}{Ze} \int_0^\infty r^2 \rho(r)\, \frac{\sin(qr)}{qr}\, \mathrm{d}r \qquad \text{(5 Punkte)}$$

3. Als erste Näherung können Kerne als homogen geladene Kugeln mit Radius R betrachtet werden:

$$\rho(r) = \frac{3Ze}{4\pi R^3} \qquad \text{für } r \le R$$
$$\rho(r) = 0 \qquad \text{für } r > R$$

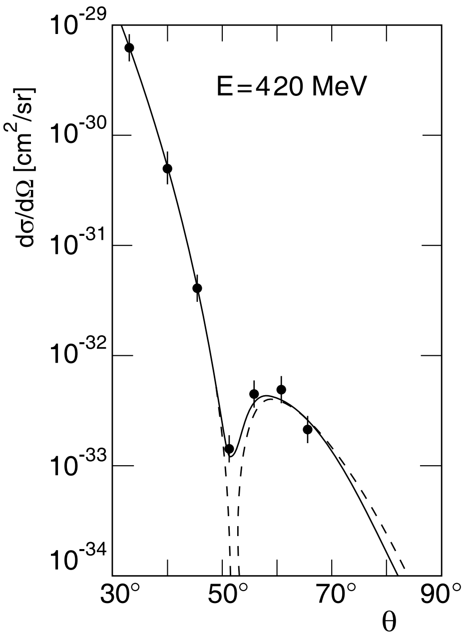
Bestimmen Sie den Formfaktor für diese Ladungsverteilung. (5 Punkte)

4. Die Abbildung zeigt die Winkelverteilung elastisch gestreuter Elektronen am Kohlenstoff. Verwenden Sie Ihr Ergebnis von Teilaufgabe 3, um hieraus den Kernradius von Kohlenstoff zu bestimmen.

Hinweis: Die sphärische Besselfunktion

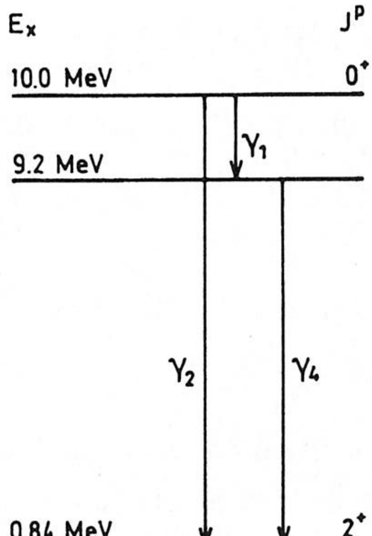
$$j_1(x) = \frac{\sin(x) - x\cos(x)}{x^2}$$

hat ihre erste Nullstelle bei $x = 4{,}493$. (4 Punkte)



Aufgabe 3: Radiative Übergänge **[LA: nur Teilaufgabe 2] (10 Punkte)**

Ein Strahl schneller Neutronen trifft auf ein 10 cm dickes Target, das 10^{21} ^{53}Cr-Atome pro cm^3 enthält. Ein Promille der Neutronen wird dabei vom Chrom eingefangen, wodurch ein angeregter Zustand $J^P = 0^+$ des ^{54}Cr entsteht (siehe Bild).



1. Berechnen Sie den Neutroneneinfangs-Wirkungsquerschnitt in diesen angeregten Zustand. (3 Punkte)

Der angeregte ^{54}Cr-Zustand kann durch Aussenden von γ-Strahlung zerfallen. Die möglichen Übergänge γ_1 bis γ_4 sind in der Abbildung eingezeichnet.

2. Um was für Multipol-Übergänge handelt es sich bei γ_2 und γ_3? (1 Punkt)

3. Aufgrund der Lebensdauer des angeregten 0^+-Zustands kann man $E1$-Strahlung für den Übergang γ_1 ausschließen. Nehmen sie nacheinander für γ_1 die beiden nächst-wahrscheinlichen Multipol-Übergänge an und berechnen Sie jeweils sowohl J^P des 9,2 MeV-Zustands als auch alle möglichen Multipol-Übergänge für γ_4. Wenn mehrere Übergänge möglich sind, ordnen Sie diese nach der größten Übergangswahrscheinlichkeit. (6 Punkte)