Vorlesung 11 – 17.11.2023

- Satz: Holomorphe Funktionen sind unendlich oft differenzierbar und lokal Potenzreihen. Genauer:
- (i) Wenn $f : U \to \mathbb{C}$ holomorph, $B(\bar{z}_0, r) \subset U$, dann ist für alle $\zeta \in B(z_0, r)$ und $n \in \mathbb{N}$

$$f^{(n)}(\zeta) = \frac{n!}{2\pi i} \int_{\partial B(z_0,r)\circlearrowleft} \frac{f(z)}{(z-\zeta)^{n+1}}\, dz.$$

- (ii) Für alle $\zeta \in B(z_0, r)$ gilt

$$f(\zeta) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(z)}{k!} (\zeta - z_0)^k,$$

  mit Konvergenzradius $R \geq r$.
- Satz von Liouville: Sei $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ holomorph und beschränkt. Dann ist f konstant.