Angelo Brade, Dominik Wawrzinek

Nr. 1

1.)

$x := {}^{235}U \qquad y := {}^{238}U$

Gegeben: $\frac{x}{y} = \frac{1}{138} \qquad N_{0,x} = N_{0,y} = N_0 \qquad T_{1/2}(x) = 7{,}5 \cdot 10^8 a \qquad T_{1/2}(y) = 4{,}5 \cdot 10^9 a$

$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \qquad \lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}}$

$$N(t)_x = \frac{1}{138} N(t)_y$$

$$\Leftrightarrow N_0 \cdot e^{-\lambda_x t} = \frac{1}{138} N_0 \cdot e^{-\lambda_y t} \qquad | : N_0 \qquad | \ln()$$

$$\Leftrightarrow -\lambda_x t = \ln\left(\frac{1}{138}\right) - \lambda_y t \qquad | + \lambda_y t$$

$$\Leftrightarrow (-\lambda_x + \lambda_y) t = \ln\left(\frac{1}{138}\right) \qquad | : (-\lambda_x + \lambda_y)$$

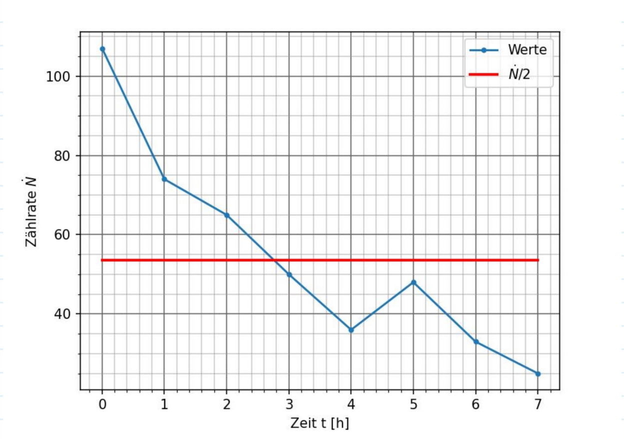
$$\Leftrightarrow t = \ln\left(\frac{1}{138}\right) / \left(-\frac{\ln(2)}{T_{1/2,x}} + \frac{\ln(2)}{T_{1/2,y}}\right)$$

$$t \approx 6{,}4 \cdot 10^9 a$$

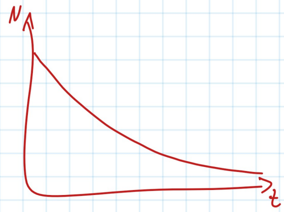
2.)

Gegeben: $\dot{N} = \frac{dN}{dt} = [107, 74, 65, 50, 36, 48, 33, 25] \qquad t[h] = [0,1,2,3,4,5,6,7]$

Da die Zählrate sich proportional zur Teilchenzahl verhält, sollte die Zeit in welcher sich die Zählrate um ein drittel verringert hat der Halbwertszeit entsprechen. Somit lässt sich aus der graphischen Auftragung von $\dot{N}$ gegen t ablesen:



$N \sim C \cdot e^{-\lambda t} \qquad$ Fit $\ln(\dot{N}) \Rightarrow \lambda = 0{,}2 \pm 0{,}02$



$\Rightarrow$ 2 Werte außerhalb ist ok $\Rightarrow$ 68% müssen passen

$\Rightarrow T_{1/2} \approx 2{,}75\,h$

Da keine Fehler angegeben sind lässt sich nichts zur Verträglichkeit der Datenpunkte bezüglich dieser sagen, allerdings lässt sich wie erwartet ein abnehmender Verlauf der Zerfallsrate erkennen, wobei der Messpunkt bei 5h höher liegt als derjenige zuvor, was nicht der Erwartung entspricht.

Nr. 2

1.)

Für beide Isotope erwartet man einen β-Zerfall, da α-Zerfälle erst bei größeren Nukleonenzahlen auftreten.

Bei β^+-Zerfall müssen alle Zerfallsprodukte kleiner als Ursprungsteilchen sein

Für ^{22}Na erwartet man einen β^+-Zerfall zu ^{22}Ne, da dieses eine etwas kleinere Masse von $M(^{22}Ne) \approx 21{,}991\,u$ besitzt. ($M(^{22}Na) \approx 21{,}994\,u$)

Für ^{24}Na hingegen erwartet man einen β^--Zerfall zu ^{24}Mg, allerdings aus demselben Grund. ($M(^{24}Mg) \approx 23{,}985\,u$, $M(^{24}Na) \approx 23{,}991\,u$)

2.)

Die Masse von ^7Li ist mit $M(^7Li) \approx 7{,}0160\,u$ nur $9 \cdot 10^{-4}\,u$ kleiner als ~~die von~~ ^7Be mit $M(^7Be) \approx 7{,}0169\,u$. Durch das Entfernen der 4 Elektronen von ^7Be würde seine Masse kleiner als die von ^7Li werden ~~und~~ es hätte keinen Grund mehr zu diesem zu zerfallen.

Be zerfällt nur durch e^--Capture, ohne e^- geht das nimmer

[Quelle für Massen: Meng Wang et al 2021 Chinese Phys. C 45 030003]

Nr. 3 (S. 113 Folien)

1.) Fermi-erlaubt

2.) Zweifach verboten

3.) Gamow-Teller-erlaubt

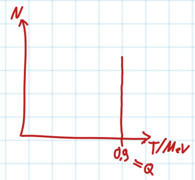
4.) Gamow-Teller-erlaubt

Nr. 4

Gegebeben: $T_{max} = 0{,}9\,MeV$

1.)

Ohne Neutrino würde man eine monoenergetische $E(e^-)$-Linie erwarten, anstatt dem tatsächlichen kontinuierlichen Energiespektrum.

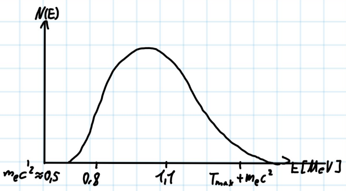


2.)

Gesamtenergie des Elektrons:

$$p^2 = E^2 - m^2 = \underbrace{(E+m)}_{T+2m}\underbrace{(E-m)}_{T}$$

$$\frac{dp}{dT} = \sqrt{T+(T+2m)}\,dT = \frac{1}{2\sqrt{(T+2m)T}} \cdot (2T+2m) = \frac{T+m}{p} \Rightarrow \text{in Phasenraum } dW_{fi} \text{ einsetzen} \Rightarrow \sqrt{T(T+2m)} \cdot (T+m)(Q-T)^2$$



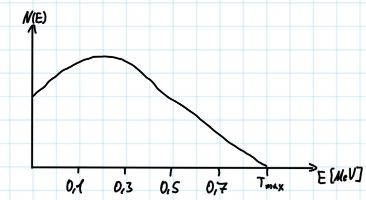
3.)

Die maximale Neutrinoenergie ist so groß wie der Massendefekt der am Zerfall beteiligten Teilchen.

4.)

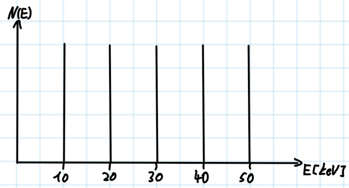
Kinetische Energie des Neutrinos:

Neutrinospektrum gespiegelt zu Elektron



5.)

Kinetische Energie des Neutrinos: Da Bindungsenergie und Rückstoßenergie vernachlässigt werden, ist $E = T_{max} + 2m_e$ da die $2m_e$ vom β^+ Zerfall auch zur Verfügung



Es handelt sich nurnoch um einen 2 Teilchen Zerfall und die Energie des Neutrinos ist diskret, da sie abhängig von der Schale ist aus welcher das Elektron eingefangen wurde und von dem Energieniveau des möglicherweise angeregten Kerns, weshalb man ein Linienspektrum erhält.

6.)

Das gesamte Energiespektrum verringert sich um die Ruhemasse des Neutrinos, da nun das Elektron nicht mehr wie zuvor angenommen die gesamte frei werdende Energie aufnehmen kann. Verringerung nur rechts und seeehr klein

Nr. 5

Die 3 Pionen unterscheiden sich nur in der z-Komponente ihres Isospins:

$\pi^0: I = 1 \quad , I_3 = 0$

$\pi^+: I = 1 \quad , I_3 = 1$

$\pi^-: I = 1 \quad , I_3 = -1$

$M = (2I+1) = 3$ mit $I = 1$

wissen dass $M = 3$ da 3 Pionen $\Rightarrow I = 1$

2.)

z: $\frac{\sigma(p+p \to d+\pi^+)}{\sigma(p+n \to d+\pi^0)} = \frac{2}{1}$ Deuteron

Isospinerhaltung bei starker WW:

	p	+ p	→ d	+ π^+
I	$\frac12$	$\frac12$	0	1
I_3	$\frac12$	$\frac12$	0	1
	$\lvert 1,1\rangle$		$\lvert 1,1\rangle$	

I I_3

	p	+ n	→ d	+ π^0
I	$\frac12$	$\frac12$	0	1
I_3	$\frac12$	$-\frac12$	0	0
	$\lvert 1,0\rangle$		$\lvert 1,0\rangle$	

$\sigma(p+p\to d+\pi^+) \sim |M_{fi}(pp\to d+\pi^+)|^2 \sim |\langle 1,1||\frac12,\frac12\rangle|\frac12,\frac12\rangle|^2 \qquad |\frac12,\frac12\rangle|\frac12,\frac12\rangle = \overbrace{|1,1\rangle}^{CG}$

Wirkungsquerschnitt Matrixelement

$= |\langle 1,1|1,1\rangle|^2$

$= 1$

$\sigma(p+n\to d+\pi^0) \sim |M_{fi}(pn\to d+\pi^0)|^2 \sim |\langle 1,0||\frac12,\frac12\rangle|\frac12,-\frac12\rangle|^2 \qquad |\frac12,\frac12\rangle|\frac12,-\frac12\rangle = -\sqrt{\frac12}|1,0\rangle + \sqrt{\frac12}|0,0\rangle$

$= |\langle 1,1|[-\sqrt{\frac12}|1,0\rangle + \sqrt{\frac12}|0,0\rangle]|^2$

$= (-\sqrt{\frac12})^2 = \frac12$

$\Rightarrow \frac{\sigma(p+p\to d+\pi^+)}{\sigma(p+n\to d+\pi^0)} = \frac{1}{\frac12} = \frac{2}{1} \quad \square$

3.)

Nebenquantenzahl

S-Welle $\Rightarrow l = 0, P = 1$

Parität von π^+, π^-: $-$ $\qquad d + \pi^+ \to p + p \qquad I = 1 \qquad$ Parität aller Fermionen ist gleich $\eta_1 \cdot \eta_1 = \eta_1^2$

$P = +1 \qquad P(\text{Anfang}) = P(\pi^+) \qquad$ Wellenfunktion von ununterscheidbaren Fermionen immer anti-symmetrisch $\Rightarrow \Psi_{As} = (\text{Space})_{As} \otimes (\text{Isospin})_s \otimes (\text{Spin})_s$

$d: I = 0, S = 1 \quad \pi^0: I = 1, S = 0 \quad \Rightarrow J = 1: \; S = 1, \; L = 1 \quad \Rightarrow P = (-1)^L = -1 = P(\pi)$

$S = 0_{As}, \; L = 1_{As} \; ↯$

$S = 1_s, \; L = 2_s \; ↯$

Spin Space