Nr.1

$$M = M_0 + M_1 Y + M_2 \left(I(I+1) - \frac{Y^2}{4} \right) \quad , \quad Y = B + S \quad , \quad B = \frac{n_q - n_{\bar{q}}}{3}$$

(n_q: Anzahl Quarks, $n_{\bar{q}}$: Anzahl Antiquarks)

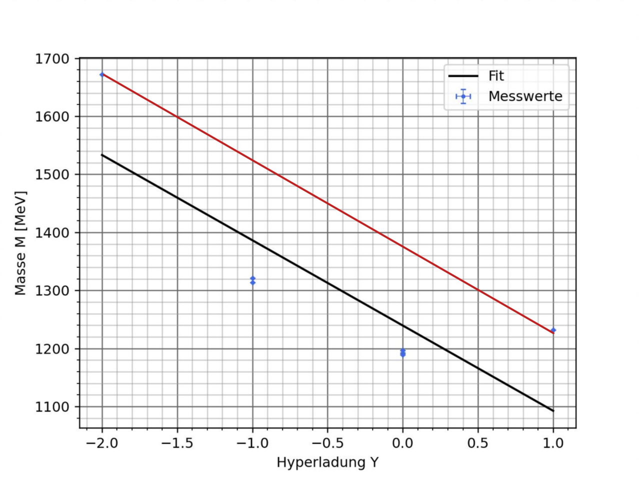
1., 2., 3.)

Baryon	Masse [MeV]	I	Y	$I = \frac{Y}{2} + 1$
Δ^{++}	~ 1232	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{3}{2}$
Δ^{+}	"	"	"	"
Δ^{0}	"	"	"	"
Δ^{-}	"	"	"	"
Σ^{*+} Σ^{+}	~ 1189 ~ 1385	1	0	1
Σ^{*0} Σ^{0}	~ 1192 "	"	"	"
Σ^{*-} Σ^{-}	~ 1197 "	"	"	"
Ξ^{*0} Ξ^{0}	~ 1314 ~ 1530	$\frac{1}{2}$	-1	$\frac{1}{2}$
Ξ^{*-} Ξ^{-}	~ 1321 "	"	"	"
Ω^{-}	~ 1672	0	-2	0

$=$

da $J = \frac{3}{2}$ ist fürs Dekuplett

$M = aY + b \implies$ Geradenfit mit einigen der gefundenen Werte für M und Y:



$\implies a \approx -146{,}95\,\text{MeV} \;,\; b \approx 1239{,}45\,\text{MeV}$ $\qquad a \approx -152\,\text{MeV} \;,\; b \approx 1385\,\text{MeV}$

Folgefehler $\Longrightarrow$

$\implies M(\Omega^-) \approx 1533{,}35\,\text{MeV}$ $\qquad \implies M(\Omega^-) \approx 1689\,\text{MeV}$ $\implies$ Ziemlich gut

$\implies$ Ziemlich großer Unterschied zum Messwert, ungeeignet für genaue Vorhersagen.

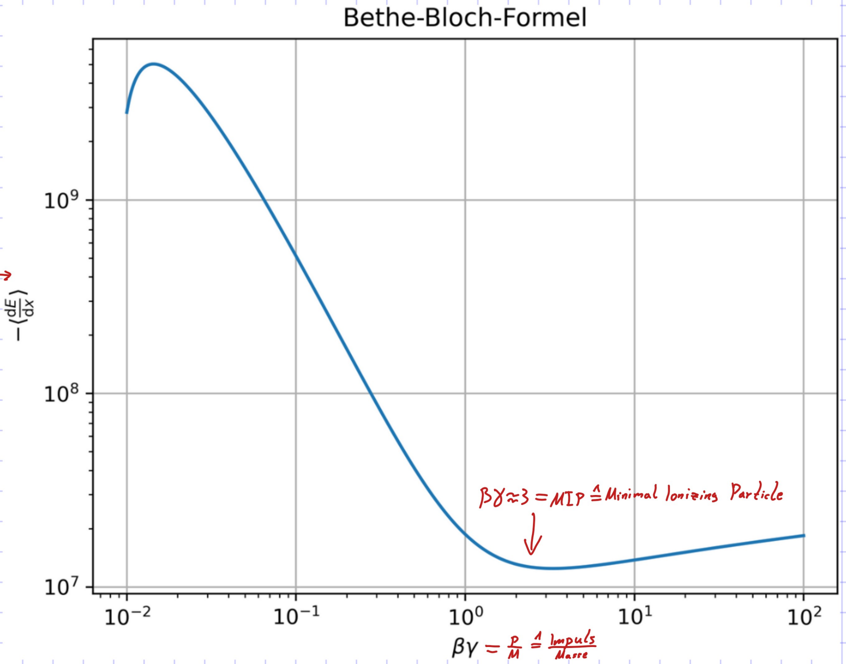
~~ACT~~; Blatt 10; Dominik Wawrzinek, Angelo Brade; 06.01.2025

Aufgabe 2:

1.: Die Bethe-Bloch-Gleichung wird für ein α-Teilchen ($m = 7294\, m_e$, $z = 2$) in Graphit ($\rho = 1{,}7\,\mathrm{g/cm^3}$, $I = 78\,\mathrm{eV}$, $\frac{Z}{A} = 0{,}49954$) graphisch dargestellt. NR: $\beta^2 = \frac{1}{\frac{1}{(\beta\gamma)^2} + 1}$ (wird für die BB-Gleichung benötigt)

Die Funktion hat ihr Minimum bei $\beta\gamma \approx 3$.

$\left[\frac{\mathrm{MeV}}{\mathrm{cm}}\right] \longrightarrow$



2.: Für Impuls und Energie der Teilchen folgt: $p = \beta\gamma m$ und $E_{kin} = \gamma m$ mit $c = 1$

$E_{kin} = E_{tot} - E_0$
$= E_{tot} - m$
$= \sqrt{p^2 + m^2} - m$
$= m\left(\sqrt{1 + \beta^2\gamma^2} - 1\right)$

$p\,(m = 938{,}3\,\mathrm{MeV})$: $p = 312\,\mathrm{MeV}$, $E_{kin} = \cancel{334\,\mathrm{MeV}}$ 228 MeV und $\beta\gamma = 3$

$\alpha\,(m = 3727\,\mathrm{MeV})$: $p = 11{,}2\,\mathrm{GeV}$, $E_{kin} = \cancel{11{,}8\,\mathrm{GeV}}$ 2028 MeV

$\mu^+\,(m = 105\,\mathrm{MeV})$: $p = 2{,}82\,\mathrm{GeV}$, $E_{kin} = \cancel{2{,}97\,\mathrm{GeV}}$ 8,06 GeV

3.: Die Reichweiten sind:

$R\,(10\,\mathrm{MeV}) = \cancel{51{,}7\,\mu\mathrm{m}}$ 0.8 mm

$R\,(100\,\mathrm{MeV}) = \cancel{32{,}5\,\mathrm{cm}}$ 5,1 cm

$R\,(1000\,\mathrm{MeV}) = \cancel{1{,}22\,\mathrm{m}}$ 214 cm

Hierbei wurde die gegebene BB-Gleichung und $R(T_0) = R_0(R_{min}) + \int_{T_{min}}^{T_0} \left(\frac{dE}{dx}\right)^{-1} dE$ verwendet. Bei NR stehen auch die verwendeten Substitutionen.

NR:

$$\boxed{\beta\gamma = \frac{v}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{c^2}{v^2} - 1}}}$$

$$E_{kin} = (\gamma - 1)\, m \cdot c^2$$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{E_{kin}}{mc^2} + 1 \quad \Big| \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

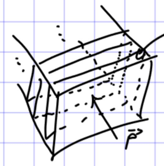
$$\Rightarrow \frac{1}{\left(\frac{E_{kin}}{mc^2} + 1\right)^2} = 1 - \frac{v^2}{c^2}$$

$$\Rightarrow v = c\sqrt{1 - \frac{1}{\left(\frac{E_{kin}}{mc^2} + 1\right)^2}}$$

4.:

Für die Abhängigkeit von $\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle$ zu d ergibt sich der folgende Graph:

Überlegung zur Programmierung: $T := E_{kin}$



Für ein dx ist $T = const.$

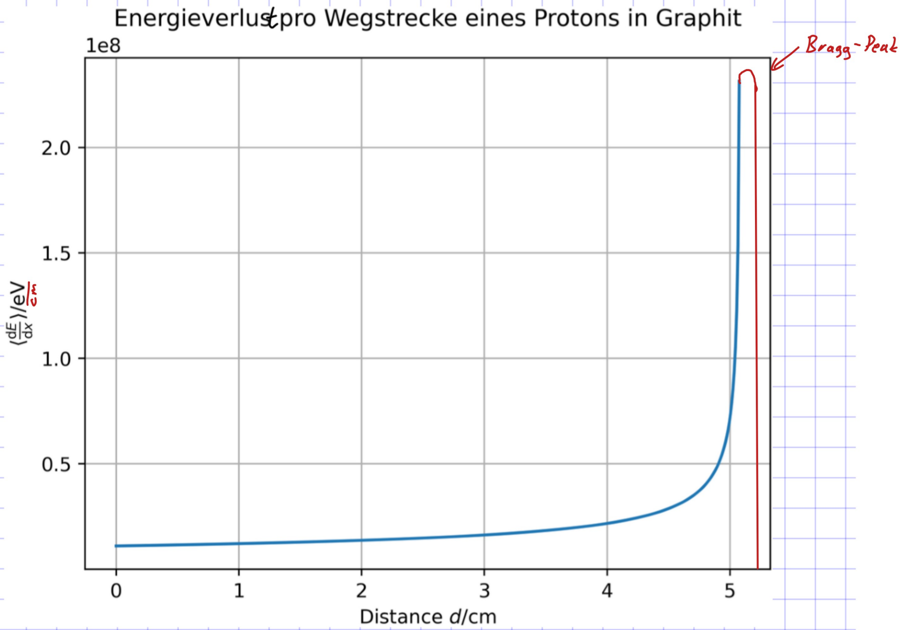
$\Rightarrow |BB(T)| \equiv \left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = const.$

Rekursive Berechnung: $T_i = T_{i-1} + BB(T_{i-1}) \cdot dx$

Vorschlag:

while $T > T_{min}$:

- $\rightsquigarrow \langle \frac{dE}{dx} \rangle$ für ein dx berechnen
- $\rightsquigarrow T = T - \langle \frac{dE}{dx} \rangle \cdot dx$
- $\rightsquigarrow$ continue



5.)

$\langle \Delta E \rangle = \langle \frac{dE}{dx} \rangle \cdot 2nm$

$\langle N \rangle = \frac{\langle \Delta E \rangle}{78eV}$

$\Rightarrow$

	$\langle \Delta E \rangle$	$\langle N \rangle$
α	242,8eV	3,112
p	21eV	0,263
π^+	4,5eV	0,057
μ^+	3,6eV	0,046

Nr. 3

1.)

geg.: $E = 661\,keV \approx 1{,}053 \cdot 10^{-13}\,J$ $\quad \sigma = 3{,}3\,barn \quad \varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}\,\frac{As}{Vm}$

Für eine monochromatische, linear polarisierte EM-Welle im Vakuum gilt:

$$I_0 = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 E_0^2 \approx 1{,}49 \cdot 10^{-29}\,kg\,s^{-3}$$

Damit lässt sich nach dem Lambert-Beerschen Gesetz die Intensität im Medium berechnen:

$$I(d) = I_0 \cdot e^{-\sigma d} = 1{,}49 \cdot 10^{-29}\,kg\,s^{-3} \cdot e^{-3{,}3\,barn \cdot d}$$

Dichte Aluminium   molare Masse Alu.

$I_0 \cdot e^{-\mu d}$ mit $\mu = \sigma \cdot \frac{\rho \cdot N_A}{m_{mol}}$ $\Longrightarrow I(d) = 0{,}193\,\frac{1}{cm}$ mit $\rho = 2{,}7\,\frac{g}{cm}$, $m_{mol} = 26{,}98\,\frac{g}{mol}$

2.)

Beim photoelektrischen Effekt wird ein Photon vollständig absorbiert. Dass dies bei freien Elektronen nicht möglich ist geht aus der Herleitung des Compton-Effekts hervor:

Bei der Streuung eines Photons an einem ruhenden, freien Elektron gilt:

Für das Elektron: $E_e = m_e c^2$, $E_e' = ?$, $p_e = 0$, $p_e' = ?$

Für das Photon: $E_\gamma = h\nu$, $E_\gamma' = h\nu'$, $p_\gamma = h\nu/c$, $p_\gamma' = h\nu'/c$

Erhaltungssätze: $E_e + E_\gamma = E_e' + E_\gamma'$, $\vec{p}_\gamma = \vec{p}_e' + \vec{p}_\gamma'$

Energie-Impuls Beziehung: $E_e^2 = E_e'^2 - \vec{p}_e'^2 c^2$

Cosinussatz: $\vec{p}_e'^2 = \vec{p}_\gamma^2 + \vec{p}_\gamma'^2 - 2|\vec{p}_\gamma| \cdot |\vec{p}_\gamma'| \cdot \cos\varphi$

Durch einsetzen und umstellen folgt hieraus:

$$\vec{p}_e'^2 = \vec{p}_\gamma^2 + \vec{p}_\gamma'^2 - 2|\vec{p}_\gamma| \cdot |\vec{p}_\gamma'| \cdot \cos\varphi \qquad |\vec{p}_e'|^2 = \frac{E_e'^2 - E_e^2}{c^2} = \frac{(E_e + E_\gamma - E_\gamma')^2 - E_e'^2}{c^2} \qquad \text{| obige Beziehungen einsetzen}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(E_e + E_\gamma - E_\gamma')^2 - E_e'^2}{c^2} = \frac{E_\gamma^2}{c^2} + \frac{E_\gamma'^2}{c^2} - 2\frac{E_\gamma \cdot E_\gamma'}{c^2}\cos\varphi \qquad | \cdot c^2 \qquad \text{| ausmultiplizieren und wegkürzen}$$

$$\Leftrightarrow 2E_\gamma E_e - 2E_\gamma E_\gamma' - 2E_\gamma' E_e = -2E_\gamma E_\gamma' \cos\varphi \qquad | \cdot \frac{1}{2E_\gamma E_\gamma' E_e}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{E_\gamma'} - \frac{1}{E_e} - \frac{1}{E_\gamma} = \frac{-\cos\varphi}{E_e} \qquad (1)$$

Einfacher: $p_e^2 = m_e^2 = \begin{pmatrix} m_e + E_\gamma \\ \vec{p}_\gamma \end{pmatrix}^2 \overset{!}{=} (m_e + E_\gamma)^2 - |\vec{p}_\gamma|^2$

$= m_e^2 + 2m_e E_\gamma > m_e$

$$\Leftrightarrow E_\gamma' = \frac{1}{\frac{1}{E_e}(1-\cos\varphi) + \frac{1}{E_\gamma}} \qquad | \cdot \frac{E_\gamma}{E_\gamma} \qquad | E_e = m_e c^2$$

$$\Leftrightarrow E_\gamma' = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2}(1-\cos\varphi)}$$

Hier lässt sich erkennen, dass eine vollständige Absorption ($E_\gamma' = 0$) nicht möglich ist.

3.a)

Der Großteil der Herleitung wurde bereits in der vorherigen Teilaufgabe getan. Wir setzen daher bei Gleichung (1) an:

$$\frac{1}{E_\gamma'} - \frac{1}{E_e} - \frac{1}{E_\gamma} = \frac{-\cos\varphi}{E_e}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{h\nu'} - \frac{1}{h\nu} = \frac{1}{m_e c^2}(1-\cos\varphi) \qquad | \nu = \frac{c}{\lambda} \qquad | \cdot hc$$

$$\Leftrightarrow \lambda' - \lambda = \frac{hc}{m_e c^2}(1-\cos\varphi) \qquad | 1-\cos\varphi = 2\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \lambda' - \lambda = \frac{2h}{m_e c}\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

b)

Mit der Gleichung $E_\gamma' = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2}(1-\cos\varphi)}$ aus 2) ~~lässt sich erkennen, dass das Photon am meisten~~ Energie für $\theta = 180°$ verliert, da in diesem Fall der Nenner am größten wird.

1x mit $\varphi = 180°$ $\Rightarrow \Delta\lambda = \frac{2h}{m_e c}$

2x mit $\varphi = 90°$ $\Rightarrow \Delta\lambda = \frac{2h}{m_e c}$ $\Big\}$ Größter Energieverlust

3x mit $\varphi = 60°$ $\Rightarrow \Delta\lambda = \frac{3}{4}\frac{2h}{m_e c}$

4.a)

Bei der Paarproduktion im Vakuum wird der Impulserhaltungssatz verletzt. Dies lässt sich mit dem Grenzfall zeigen, bei welchem die Photonenenergie gerade so ausreicht um ein e^+-e^- Paar zu erzeugen. Dieses Paar hat dann einen Impuls von null, ein Photon jedoch hat in jedem Bezugssystem den Impuls $\frac{E_\gamma}{c}$. Somit wird ein weiteres Teilchen im System benötigt, welches den Impuls des Photons aufnimmt sodass der Gesamtimpuls erhalten bleibt.

$p_\gamma^2 = 0 \overset{!}{=} (p_e + p_{e^+})^2 > 0$

b)

Für die Mindestenergie der e^+-e^- Paarerzeugung gilt:

$E_{min} = 2m_e c^2 (1 + \frac{m_e}{M})$ mit M der Masse des Atomkerns in dessen Coulomb-Feld der Prozess stattfindet.

$E > 2m_e$