

Drehimpuls & Drehmoment

Drehimpuls $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

$\vec{L} \perp \vec{r}, \vec{L} \perp \vec{p}$

$\hookrightarrow |\vec{L}| = |\vec{r} \times m\vec{v}| = mrv \sin(\angle(\vec{r}, \vec{v}))$

Definition zu fixen $\vec{r} \rightarrow$ hängt von **Ursprung** ab

Kreisbew. um Ursprung: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

$$\begin{aligned} \rightarrow \vec{L} &= m(\vec{r} \times \vec{v}) = m(\vec{r} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})) \\ &= m\vec{\omega} r^2 \quad * \quad \vec{\omega}(\vec{r} \cdot \vec{r}) - \vec{r}(\vec{\omega} \cdot \vec{r}) \end{aligned}$$

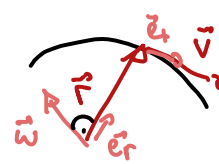
$|\vec{L}| \leq mvr$

Allg. Bewegung:

$\vec{r} = r(t) \cdot \vec{e}_r(t)$

$\vec{v} = \frac{d}{dt} \vec{r}(t)$

$= \dot{r}(t) \vec{e}_r(t) + r(t) \dot{\vec{e}}_r$



a) $\dot{\vec{e}}_r = \vec{\omega} \times \vec{e}_r$ (!)
b) $r \vec{e}_r \omega = \vec{\omega} \times \vec{r}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \vec{L} &= m(\vec{r} \times \vec{v}) = m \underbrace{\dot{r}(\vec{r} \times \vec{e}_r)}_{=0} + m \underbrace{\vec{r} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})}_{m r^2 \vec{\omega} \text{ (vgl. *)}} \\ &\quad \uparrow \\ &\text{mom. Winkelgeschw. der Kreisbewegung} \end{aligned}$$

Betrachte \vec{L} :

$$\frac{d}{dt} (\vec{r} \times \vec{p}) = \underbrace{\dot{\vec{r}} \times \vec{p}}_{=0} + \underbrace{\vec{r} \times \dot{\vec{p}}}_{\vec{r} \times \vec{F}}$$

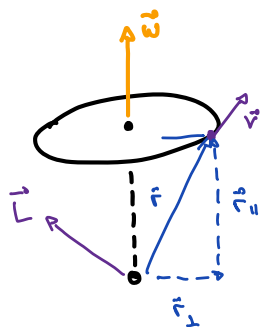
Drehmoment: $M = \vec{L} = \vec{r} \times \vec{F}$

Um \vec{L} zu ändern benötigt man \vec{M} .

Wirkt auf ein System kein Drehmoment $\rightarrow \vec{L} = \text{const}$
 $\dot{\vec{L}} = 0$

Vorlesung 13

Drehimpuls im Ursprung versch. entlang $\vec{\omega}$ -Achse



$$\begin{aligned} \vec{L} &= \vec{r} \times \vec{p} \\ &= (\vec{r}_{||} + \vec{r}_{\perp}) \times \vec{p} \\ &= m \underbrace{\vec{r}_{||} \times \vec{v}}_{\vec{L}_{||} \sim \vec{r}_{||}} + m \underbrace{\vec{r}_{\perp} \times \vec{v}}_{\vec{L}_{\perp} \sim \vec{\omega}} \end{aligned}$$

$\vec{L}_{||} \neq 0$ $\vec{L}_{\perp} = 0$
 $\vec{F} \parallel \vec{r}_{\perp} \rightarrow \vec{r} \times \vec{F} = 0$

Erhaltungssätze der Mechanik:

In einem abgeschlossenen System gilt

$\frac{d}{dt} E_{\text{ges.}} = 0$

$\frac{d}{dt} \vec{p}_{\text{ges.}} = 0$

$\frac{d}{dt} \vec{L}_{\text{ges.}} = 0$

\rightarrow Gesamtenergie
Gesamtimpuls
Drehimpuls
ist erhalten

Stetigkeits Bezugssysteme:

bisher Wertesysteme: $\vec{a} = 0 \rightarrow \vec{F} = 0$

Was passiert wenn wir in ein beschl. Bezugssystem wechseln? Gilt das TS noch?



Perspektive Fahrer: Kraft? pers. in Sitz
Zuschauer: Wagen beschleunigt