Prof. Dr. F. Bernlochner
Dr. T. Lenz, Dr. Y. Dieter

Wintersemester 2022/23
Universität Bonn

Übung 13 Physik 1

https://ecampus.uni-bonn.de/goto_ecampus_crs_2727296.html

Anwesenheitsaufgaben Wird in der Übungsgruppe am 24.01.2023-26.01.2023 besprochen.

1. Nutation und Präzession

a) Wann sind bei der Rotation eines Körpers, dessen Drehachse nicht festgehalten wird, Drehimpuls $\vec{L}$ und Drehachse $\vec{\omega}$ parallel?

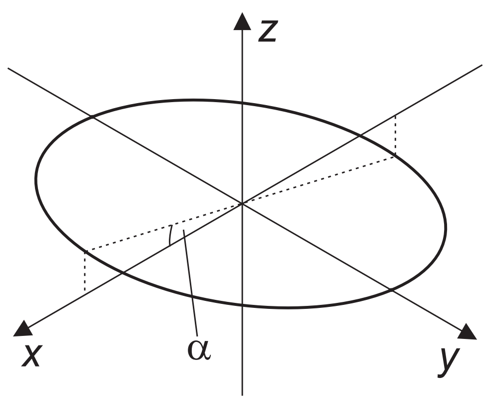
b) Wann tritt bei einem symmetrischen Kreisel Nutation auf, wann Präzession? Kann auch beides gleichzeitig auftreten?

c) Welche Achsen treten bei der freien Kreiselbewegung auf und wie bewegen sie sich? Welche Achse wandert bei einem präzedierenden Kreisel?

Hausaufgaben Ausgabe am 13.01.2023, Abgabe am 20.01.2023, Bespechung am 24.01.2023-26.01.2023

(7[Pkte.]) **1. Deviationsmomente und Auswuchten**

Eine sehr dünne Scheibe mit homogener Massendichte, Gesamtmasse M und Radius R dreht sich mit der Kreisfrequenz ω um eine Achse, die zwar durch ihren Mittelpunkt geht, aber einen kleinen Winkel α zur Symmetrieachse der Scheibe hat. Daher taumelt die Scheibe geringfügig, und man muss ein Drehmoment $\vec{M}$ aufbringen, um die Scheibe in dieser Bewegung zu halten. Dieses Drehmoment soll hier berechnet werden. Anschliessend fügen wir Massen hinzu, um die Scheibe auszuwuchten. Die Problemstellung mit einer passenden Wahl des Koordinatensystems zu dem betrachteten Zeitpunkt zeigt folgende Abbildung:



Der Koordinationursprung liegt im Mittelpunkt der Scheibe, die Drehachse $\vec{\omega}$ liegt auf der z-Achse und die Scheibe ist um den Winkel α um die y-Achse verkippt.

a) (3 Pkte.) Berechnen Sie den Drehimpuls $\vec{L}$. Bestimmen sie dazu die benötigten Komponenten des Trägheitstensors $\mathcal{I}$.
Hinweise:

– Da die Drehachse $\vec{\omega}$ bekannt ist, ist es nicht notwendig alle Komponenten des Trägheitstensors

$$\mathcal{I} = \begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix}$$

zu berechnen.

– Die Komponenten des Trägheitstensor sind durch

$$I_{ij} = \int_V \rho(\vec{r}) \left[(\vec{r} \cdot \vec{r})\delta_{ij} - r_i r_j\right] dV$$

gegeben, Mit $\delta_{ij} = 1$ falls $i = j$, sonst 0.

– Nutzen Sie Kleinwinkelnäherung: $\cos\alpha \approx 1$ und $\sin\alpha \approx \alpha$

b) (1 Pkt.) Der Drehimpuls $\vec{L}$ rotiert mit der taumelnden Scheibe um die z-Achse. Berechnen Sie das benötigte Drehmoment $\vec{M} = \vec{\omega} \times \vec{L}$ zum betrachteten Zeitpunkt.

c) (3 Pkte.) Durch das Hinzufügen zweier kleiner Gewichte mit gleicher Masse m an den Positionen

$$\vec{r_1} = \begin{pmatrix} x_m \\ 0 \\ z_m \end{pmatrix} \text{und} \vec{r_2} = \begin{pmatrix} -x_m \\ 0 \\ -z_m \end{pmatrix}$$

kann die Scheibe (dynamisch) ausgewuchtet werden. Das heisst, dass die Rotationsachse sich nicht mehr ändert. Die Bedingung hierfür ist ein verschwindendes Deviationsmoment $I_{xz} = 0$. Geben Sie eine mögliche Kombination aus Masse m und Position (x_m, z_m) der zusätzlichen Gewichte an, damit die Scheibe ausgewuchtet ist.
Hinweis: Das zu verwendende Deviationsmoment I_{xz} einer Punktmase m an der Position $\vec{r} = (x, y, z)$ ist $I_{xz,m} = -xzm$

($4^{\text{Pkte.}}$) **2. Nutation eines kräftefreien Kreisels**

Eine dünne Kreisscheibe führt um ihren Mittelpunkt eine kräftefreie Kreiselbewegung aus. Der Vektor $\vec{\omega}$ der momentanen Winkelgeschwindigkeit ist um 30° gegenüber der Figurenachse $\vec{A}$ geneigt, wobei die Figurenachse senkrecht auf der Plattenebene steht. Berechnen Sie den Öffnungswinkel α des Nutationskegels! *Hinweis: Das Trägheitsmoment einer Kreisscheibe bei Rotation senkrecht um die Figurenachse ist: $I = \frac{1}{4}mr^2$*

($4^{\text{Pkte.}}$) **3. Präzession eines Rades**

Ein Rad dreht sich reibungsfrei mit 3 Umdrehungen pro Sekunde um seine Achse. Unterstützt man nun die Achse im Abstand r vom Schwerpunkt (siehe Skizze), so fällt das Rad nicht herunter, sondern bewegt sich langsam um den Unterstützungspunkt herum. Der Innenradius der Felge sei $R = 31$ cm, Felge und Rad seien homogen und haben eine Ausdehnung in radialer Richtung von $\Delta R = 1$ cm. Der Unterstützungspunkt sei $r = 30$ cm vom Schwerpunkt des Rades entfernt. Berechnen sie die Präzessionsfrequenz ω_P unter Vernachlässigung der Massen von Achse und Speichen des Rades.
Hinweis: Das Rad kann als Hohlzylinder angenommen werden, sodass das Trägheitsmoment bei Rotation um die Symmetrieachse durch $I = \frac{1}{2}m(R^2 + (R + \Delta R)^2)$ gegeben ist.