Vorlesung 8 – 08.11.2023

- Exponentialfunktion $\exp(z) := \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} z^k$.
- Lemma: $\exp(z_1 + z_2) = \exp(z_1)\exp(z_2)$.
- Logarithmus als Umkehrfunktion von $\exp$:
  $\mathrm{Ln} : \mathbb{C} \setminus \{0\} \to \mathbb{R} + [0, 2\pi)i \subset \mathbb{C}$
  $\mathrm{Ln}(z) := \ln(|z|) + \arg(z)i$.
- Lemma: $\mathrm{Ln}'(z) = \frac{1}{z}$.
- Kurven: $\gamma : [a, b] \to \mathbb{C}$ stetig, differenzierbar bis auf endlich viele Punkte, Geschwindigkeit $\dot{\gamma}(t) = \gamma'(t) \in \mathbb{C}$
- Kurvenintegral: $\int_\gamma f(z)\,dz := \int_a^b f(\gamma(t))\dot{\gamma}(t)\,dt$.
- Lemma: Sei $\phi : [c, d] \to [a, b]$ stetig differenzierbare Reparametrisierung mit $\phi(c) = a, \phi(d) = b$. Dann ist $\int_{\gamma\circ\phi} f(z)\,dz = \int_\gamma f(z)\,dz$.
- Satz: Sei $f : U \to \mathbb{C}$ stetig mit Stammfunktion $F : U \to \mathbb{C}$. Dann ist $\int_\gamma f(z)\,dz = F(\gamma(b)) - F(\gamma(a))$.