

## Präsenzaufgabenblatt 2.

**Präsenzaufgabe 1.** Finden Sie alle komplexwertigen Lösungen folgender Gleichungen und Ungleichungen und skizzieren Sie die entsprechenden Mengen.

- (i)  $\operatorname{Re} z > c, c \in \mathbb{R},$
- (ii)  $\operatorname{Im} z = c, c \in \mathbb{R},$
- (iii)  $|z| = \operatorname{Re} z + 1,$
- (iv)  $\arg(1 + z^2) = 0.$

**Präsenzaufgabe 2.** Sei  $f = u + iv : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  mit  $u, v : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}$  reell differenzierbar. Zeigen Sie, dass die Cauchy-Riemann Differentialgleichungen in Polarkoordinaten  $(r, \varphi) \mapsto re^{i\varphi}$  die folgende Form annehmen

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \varphi} \quad \text{und} \quad \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \varphi}.$$

**Präsenzaufgabe 3.** Bestimmen Sie alle  $a, b \in \mathbb{R}$  für die

$$x + iy \mapsto x^2 + 2axy + by^2$$

Realteil einer auf  $\mathbb{C}$  holomorphen Funktion  $f$  ist, und bestimmen Sie für jedes solche Paar  $(a, b)$  all diese holomorphen Funktionen  $f$ .