

(stable outcomes in modified fractional hedonic games) RISULTATI STABILI NEI FRACTIONAL HEDONIC GAMES MODIFICATI

ABSTRACT (RIASSUNTO / SOMMARIO)

Nei **Coalition Formation Games**, le coalizioni auto-organizzate sono create come risultato delle interazioni strategiche di agenti indipendenti.

Per ciascuna coppia di agenti (i, j) , il peso $w(i, j) = w(j, i)$ riflette quanto gli agenti i e j beneficiano dall'appartenenza alla stessa coalizione.

Noi consideriamo il **Modified Fractional Hedonic Game**, che è un **Coalition Formation Game** in cui le utilità degli agenti sono tali che il beneficio totale dell'agente i appartenente ad una coalizione (dato dalla somma di $w(i, j)$ su tutti gli altri agenti j appartenenti alla stessa coalizione) è una media su tutti gli altri membri di quella coalizione, cioè, escludendo se stesso.

I **Modified Fractional Hedonic Games** costituiscono una classe di **Hedonic Games** succintamente rappresentabile.

Siamo interessati allo scenario in cui gli agenti, individualmente o in modo congiunto, scelgono di formare una nuova coalizione o di unirsi ad una esistente, fino al raggiungimento di un risultato stabile.

A questo scopo, noi consideriamo nazioni comuni di Stabilità, che portano ai **Nash Stable Outcomes**, **Nash Stable Outcome** o **Core Stable Outcomes** : noi studiamo la loro esistenza, complessità e prestazione, sia nel caso di pesi generali sia in quello di pesi $0 - 1$.

In particolare, noi caratterizziamo completamente l'esistenza dei risultati stabili considerati e mostriamo molti risultati stretti o asintoticamente stretti sulle prestazioni di questi **Natural Stable Outcomes** per i **Modified Fractional Hedonic Games**.

Inoltre evidenziamo le differenze rispetto al **Modello dei Fractional Hedonic Games**, nei quali il beneficio totale di un agente in una coalizione è la media su tutti i membri della coalizione, cioè, incluso se stesso.

KEYWORDS (PAROLE CHIAVE)

Coalition Formation Games ; Hedonic Games ; Modified Coalition Formation Games ; Nash Equilibrium; Core ; Price of Anarchy ; Price of Stability

INTRODUCTION (INTRODUZIONE)

Teamwork, raggruppamenti e formazioni di coalizioni sono state questioni importanti e ampiamente investigate nella ricerca in informatica.

Di fatto, in molte situazioni economiche, sociali e politiche, le persone svolgono attività in gruppi piuttosto che da sole.

In questi scenari, è di fondamentale importanza considerare la soddisfazione dei membri dei gruppi.

Gli **Hedonic Games** modellano la formazione di coalizioni di agenti.

Sono giochi in cui gli agenti hanno preferenze sull'insieme di tutte le possibili coalizioni di agenti e in cui l'utilità di un agente dipende dalla composizione del gruppo a cui appartiene.

Mentre il **Modello Standard degli Hedonic Games** presuppone che le preferenze degli agenti rispetto alle coalizioni siano ordinali, ci sono diverse classi importanti di **Hedonic Games** in cui gli agenti assegnano le utilità cardinali alle coalizioni.

Ad esempio, gli **Additively Separable Hedonic Games** costituiscono una classe naturale e succintamente rappresentabile di **Hedonic Games**.

[Additively Separable Hedonic Games]

In tale contesto ogni agente ha un valore per qualsiasi altro agente e l'utilità di una coalizione per un particolare agente è semplicemente la somma dei valori che assegna ai membri della sua coalizione.

(La **Separabilità Additiva** soddisfa un certo numero di proprietà assiomatiche desiderabili)

[Fraction Hedonic Games]

I **Fraction Hedonic Games** sono simili a quelli **Additively Separable**, con la differenza che l'utilità di un agente è divisa per la dimensione della coalizione.

Probabilmente, è più naturale calcolare il valore medio di tutti gli altri membri della coalizione.

Vari concetti di risoluzione, come il Core, lo Strict Core e vari tipi di stabilità individuale come l'equilibrio di Nash, sono stati proposti per analizzare questi giochi.

[Modified Fractional Hedonic Games]

In questo articolo ci occupiamo di **Modified Fractional Hedonic Games [MFHG]**.

Nei **MFHG** in modo leggermente differente rispetto ai **Fractional Hedonic Games** l'utilità di un agente i è divisa per la dimensione della coalizione alla quale i appartiene meno 1, ciò corrisponde effettivamente al valor medio di tutti gli altri membri della coalizione rispetto ad i .

Nonostante questa piccola differenza, mostreremo che i **Natural Stable Outcomes** in **MFHG** hanno prestazioni diverse rispetto a quelle dei **Fractional Hedonic Games**.

Nello specifico noi adottiamo **Nash Stable Outcomes**, **Strong Nash Stable Outcomes** e **Core Stable Outcomes**.

[*Nash Stability - Nash Equilibrium*]

In modo informale, un risultato è **Nash Stable** (o è un **Equilibrio di Nash**) se nessun agente può migliorare la propria utilità modificando unilateralmente la propria coalizione.

[*Strong Nash Stability*]

Inoltre un risultato è **Strong Nash Stable** se nessun sottogruppo di agenti può deviare in maniera cooperativa in un modo che benefici a tutti loro.

[*Core - Core Stability*]

Infine, un risultato appartiene al **Core** o è **Core Stable**, se non vi è alcun sottoinsieme di agenti T , i cui membri preferiscono tutti T rispetto alla coalizione nel risultato.

Sottolineiamo che, (**Strong**) **Nash Stable Outcomes** sono resilienti a un gruppo di agenti che possono unirsi a qualsiasi coalizione e rappresentano quindi un potente concetto di soluzione.

Tuttavia, ci sono situazioni in cui non è consentito a uno o più agenti di unirsi a una coalizione esistente senza chiedere il permesso ai suoi membri : in queste situazioni la nozione di **Core**, dove, in un risultato non-stabile, un sottoinsieme di agenti T può solo formare una nuova coalizione e non può unirsi a una coalizione già non-vuota, sembra essere più realistico.

Il nostro obiettivo è studiare l'esistenza, le prestazioni e la computabilità di **Natural Stable Outcomes** per **MFHG**.

In particolare, valutiamo le prestazioni di **Nash**, **Strong Nash** e **Core Stable Outcomes** per **MFHG**, attraverso le nozioni largamente usate di **Price of Anarchy** (rispettivamente **Strong Price of Anarchy** e **Core Price of Anarchy**) e **Price of Stability** (rispettivamente **Strong Price of Stability** e **Core Price of Stability**), che sono definiti come il rapporto tra il valore sociale ottimale e il valore sociale del peggior (o miglior) risultato stabile.

Un'istanza di **MFHG** può essere modellato in modo efficace attraverso l'utilizzo di un grafo orientato pesato $G = (N, E, w)$, nel quale i nodi N rappresentano gli agenti e il peso $w(i, j)$ di un arco $(i, j) \in E$ rappresenta quanto gli agenti i e j beneficiano dall'appartenenza alla stessa coalizione.

RELATED WORKS (PUBBLICAZIONI / LAVORI CORRELATI)

[# read only]

[\$ init]

Per quanto ne sappiamo, solo pochi articoli riguardavano risultati stabili per gli MFHG.

Olsen considera i Grafi non-orientati non-pesati e indaga sulle questioni computazionali relative al problema di calcolare un Nash Stable Outcomes diverso da quello banale in cui tutti gli agenti si trovano nella stessa coalizione.

L'autore dimostra che il problema è NP-hard quando richiediamo che una coalizione debba contenere un determinato sottoinsieme degli agenti e che è risolvibile polinomialmente per qualsiasi Grafo connesso contenente almeno quattro nodi.

Kaklamanis et al. mostrano che il Price of Stability è 1 per i Grafi non-pesati.

Infine, Elkind et al. studiano l'insieme dei Pareto Optimal Outcomes per gli MFHG.

I Fractional Hedonic Games sono stati introdotti da Aziz et al. .

Dimostrano che il Core può essere vuoto per i games giocati su grafi generici e che è non-vuoto per i games giocati su alcune classi di grafi non-orientati e non-pesati (cioè grafi con grado al massimo 2, grafi completi multipartiti, grafi bipartiti che ammettono un matching perfetto e grafi bipartiti regolari).

Brandl et al. , studiano l'esistenza della stabilità centrale e individuale nei Fractional Hedonic Games e la complessità computazionale di decidere se esiste una partizione stabile centrale e individuale in un dato Fractional Hedonic Game.

Bilò et al. ha avviato lo studio dei Nash Stable Outcomes per i Fractional Hedonic Games e ne studia l'esistenza, la complessità e le prestazioni per le topologie di grafo generali e specifiche.

In particolare mostrano che il Price of Anarchy è $\Theta(n)$, e che per i Grafi non-pesati, il problema di calcolare un Nash Stable Outcomes di massimo benessere sociale è NP-hard, così come il problema di calcolare un risultato ottimo (non necessariamente stabile).

Inoltre, gli stessi autori considerano Grafi non-orientati non-pesati e mostrano che i risultati di 2-Strong Nash, cioè un risultato tale che nessuna coppia di agenti può migliorare la loro utilità cambiando contemporaneamente la propria coalizione, non sono sempre garantiti.

Offrono anche limiti superiori e inferiori al Price of Stability per i games giocati su diverse topologie di Grafi non-pesati.

Infine, Aziz et al. considerano la complessità computazionale del calcolo del benessere massimizzando le partizioni (non necessariamente Nash Stable) per i Fractional Hedonic Games.

Indichiamo che i Fractional Hedonic Games giocati su grafi non-orientati non-pesati modellano scenari economici realistici come quelli di Baker e Miller.

Gli Hedonic Games sono stati introdotti da Dréze e Greenberg, che li hanno analizzati sotto una prospettiva cooperativa.

Proprietà che garantiscono l'esistenza di allocazioni core per giochi con utilità Additively Separable sono stati studiati da Banerjee, Konishi e Sönmez, mentre Bogomolnaia e Jackson [8] si occupano di diverse forme di risultati stabili come Core, Nash e Individual Stability.

Ballester considera le questioni di complessità computazionale legate agli Hedonic Games e mostra che il Core e i Nash Stable Outcomes hanno corrispondenti problemi decisionali

NP-completi per una varietà di situazioni, mentre Aziz et al. studia la complessità computazionale di raggruppamenti stabili (Stable Clustering) in Additively Separable Hedonic Games.

Inoltre, Olsen dimostra che il problema di decidere se un Nash Stable Clustering esiste in un Additively Separable Hedonic Game è NP-completo, così come quello di decidere se un Nash Stable Clustering non-banale esiste in un Additively Separable Hedonic Game con preferenze non-negative e simmetriche (cioè grafi non-orientati non-pesati).

Feldman et al. indagano su alcune sottoclassi interessanti di Hedonic Games dal punto di vista non-cooperativo, caratterizzando i Nash Equilibria e fornendo limiti superiori e inferiori sia sul Price of Stability che sul Price of Anarchy.

Vale la pena notare che nel loro modello non hanno un grafo sottostante, ma gli agenti giacciono in uno spazio metrico con una funzione di distanza che modella la loro lontananza o "somiglianza".

Peters considera i "graphical" Hedonic Games. in cui gli agenti formano i vertici di un grafo non-orientato e la funzione di utilità di ciascun agente dipende solo dalle azioni intraprese dai suoi vicini (con funzioni di valore generali).

È dimostrato che, quando i grafi con agenti hanno gradi e treewidth delimitati, il problema di trovare soluzioni stabili, cioè Nash Equilibria, può essere risolto in modo efficiente.

Infine, anche gli Hedonic Games sono stati considerati da Charikar et al. e da Demaine et al. da un punto di vista dell'ottimizzazione classica (vale a dire, senza richiedere stabilità per le soluzioni).

Peters et al. considera diverse classi di Hedonic Games e identifica semplici condizioni di espressività che sono sufficienti per il problema di controllare se un dato gioco ammetta che un risultato stabile sia computazionalmente difficile.

Da una prospettiva diversa, i meccanismi strategici per gli Additively Separable Hedonic Games e Fractional Hedonic Games sono stati proposti in [numbers].

[\$ end]

OUR RESULTS (RISULTATI)

work in progress ...