

# Теория 2

Валентин Стоянов

май 2018

## Задача 1.

### Напишете определението за комутативен пръстен

Нека  $(R, +, \times)$  е пръстен.  $R$  се нарича комутативен пръстен, ако:  
 $\forall a, b \in R : a \times b = b \times a$

### Напишете определението за пръстен с единица

Нека  $(R, +, \times)$  е пръстен.  $R$  е пръстен с единица, ако:  
 $\exists e \in R : \forall a \in R : e \times a = a \times e = a$

### Напишете определението за област на цялост

### Напишете определението за делител на нулата в пръстен

Нека  $(R, +, \times)$  е пръстен. Елементът  $a \in R, a \neq 0$  се нарича делител на нулата, ако  $\exists b \in R, b \neq 0 : a \times b = 0$ .

### Напишете определението за тяло

Нека  $(R, +, \times)$  е пръстен с  $1 (\neq 0)$ .  $R$  се нарича тяло, ако:  
 $\forall a \in R, a \neq 0 \quad \exists a' \in R : a \times a' = a' \times a = 1$

### Напишете определението за поле

Нека  $(R, +, \times)$  е тяло.  $R$  се нарича поле, ако:  
 $\forall a, b \in R : a \times b = b \times a$

### Напишете определението за подпръстен

Нека  $(R, +, \times)$  е пръстен и  $H \subseteq R$ .  $H$  е подпръстен на  $R (H \leq R)$ , ако:  
 $\forall a, b \in H : a \pm b \in H \wedge a \times b \in H$

- $\forall a, b \in H : a \pm b \in H$
- $\forall a, b \in H : a \times b \in H$

Напишете определението за мултипликативната група на пръстен

## Задача 2.

Напишете определението за характеристика на поле

Какво число може да бъде характеристиката на едно поле

Напишете определението за подполе

Напишете определението за разширение на поле

Напишете определението за просто поле

С точност до изоморфизъм, кое поле може да бъде просто подполе на едно поле

## Задача 3.

Напишете определението за ядро на хомоморфизъм на пръстени

Напишете определението за образ на хомоморфизъм на пръстени

Напишете определението за хомоморфизъм на пръстени

Напишете определението за изоморфизъм на пръстени

## Задача 4.

Напишете определението за ляв идеал на пръстен

Напишете определението за десен идеал на пръстен

Напишете определението за двустранен идеал на пръстен

Напишете определението за сума на идеали

Напишете определението за главен идеал, породен от елемент, в комутативен пръстен с единица

Какъв е видът на идеалите в пръстена на целите числа  $\mathbb{Z}$

Как се дефинира операцията събиране във факторпръстен

Как се дефинира операцията <sup>2</sup>умножение във факторпръстен

Формулирайте теоремата за хомоморфизмите за пръстени

## Задача 5.