

Лабораторная работа №7

Жижченко (Ветошкина) Валерия Викторовна

2021 Москва

RUDN University, Moscow, Russian Federation

Цель работы

Рассмотреть задачу об эффективности рекламы, как пример одной из задач построения математических моделей.

Задание

Задание

Построить график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующими уравнениями:

1. $\frac{dn}{dt} = (0.77 + 0.00017n(t))(N - n(t))$
2. $\frac{dn}{dt} = (0.000017 + 0.57n(t))(N - n(t))$
3. $\frac{dn}{dt} = (0.7\sin(2t) + 0.5\cos(4t)n(t))(N - n(t))$

При этом объем аудитории $N = 667$, в начальный момент о товаре знает 6 человек. Для случая 2 определить в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

Выполнение лабораторной работы

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытится, и рекламировать товар станет бесполезным.

Выполнение лабораторной работы

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени t из числа потенциальных покупателей N знает лишь n покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих.

Выполнение лабораторной работы

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что $\frac{dn}{dt}$ – скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить, t – время, прошедшее с начала рекламной кампании, $n(t)$ – число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом: $\alpha_1(t)(N - n(t))$, где N – общее число потенциальных платежеспособных покупателей, $\alpha_1(t) > 0$ – характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени).

Выполнение лабораторной работы

Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной $\alpha_2(t)n(t)(N - n(t))$, эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре. Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{dn}{dt} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t)) \quad (1)$$

Выполнение лабораторной работы

При $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$ получается модель типа модели Мальтуса, решение которой имеет вид:

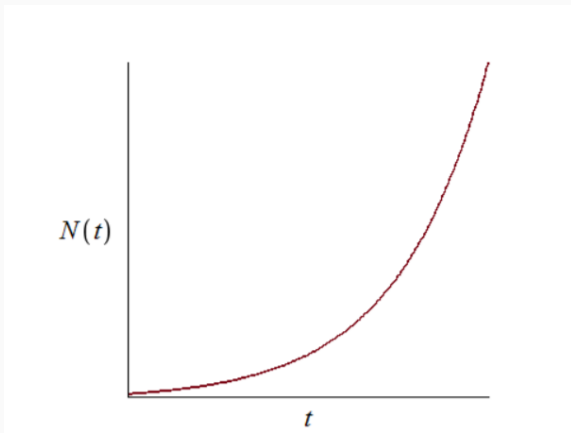


Figure 1: График решения уравнения модели Мальтуса

Выполнение лабораторной работы

В обратном случае, при $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$ получаем уравнение логистической кривой:

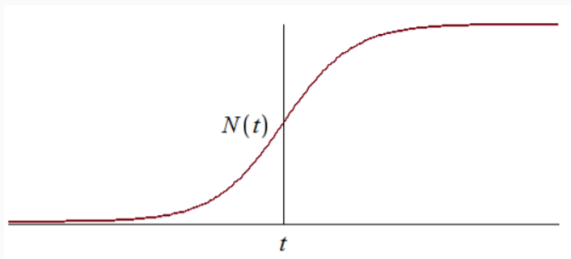


Figure 2: График логистической кривой

Результаты выполнение работы

Результаты выполнение работы

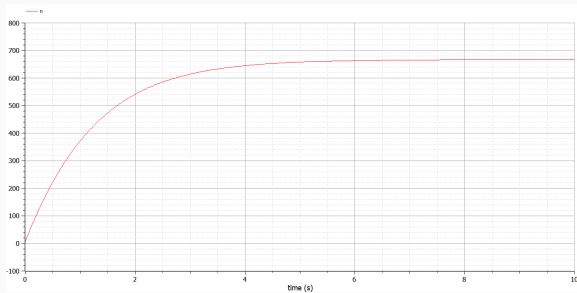


Figure 3: График для первого случая

Результаты выполнение работы

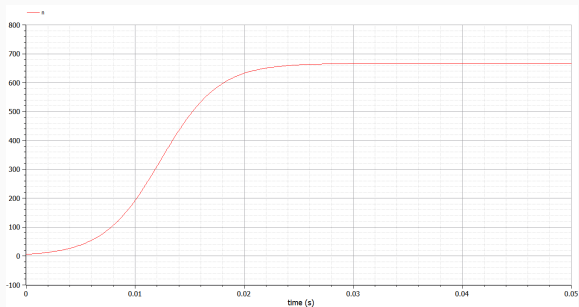


Figure 4: График для второго случая

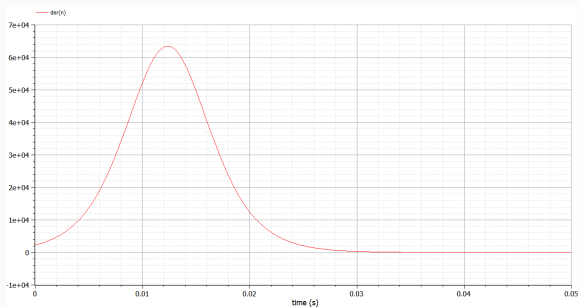


Figure 5: Скорость распространения рекламы для второго случая

Результаты выполнение работы

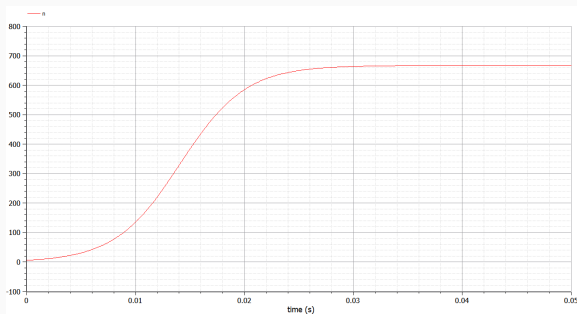


Figure 6: График для третьего случая

Выводы

Рассмотрели задачу об эффективности рекламы. Провели анализ и вывод дифференциальных уравнений.

