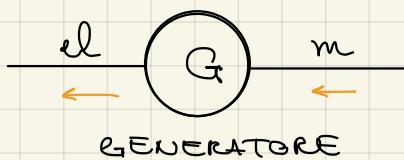
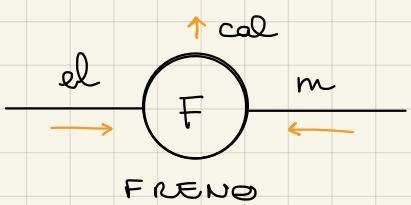
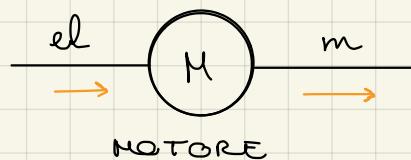


MACCHINE ELETTRICHE

Andrea
Bertazzoni
886586
AA. 2019/20 /

Sono macchine elettriche tutte le macchine che convertono una forma di energia in un'altra, dove una delle due è energia elettrica.

- Trasformatori
- Motori
- Generatori
- Freni



non rispetta il principio
di conservazione
dell'energia

Convenzioni di segni:

- Conv. motore (+ energ. entrante, - energia uscente)
(utilizzatore)
- Conv. generatore (+ energ. uscente, - energia entrante)

<<Le macchine elettriche convertono l'energia mediante l'uso di campi magnetici>>

H → B
campo magnetico induzione magnetica

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_r \mu_0 \vec{H}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$$

costante di permeabilità del vuoto

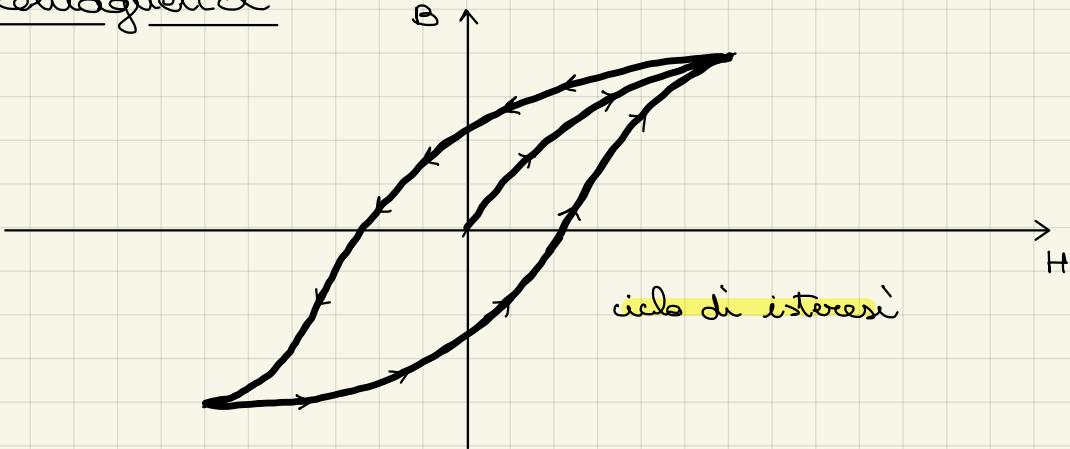
μ_r costante di permeabilità relativa

$\mu_r < 1$
diamagnetiche

$\mu_r > 1$
paramagnetiche

$\mu_r \gg 1$
ferromagnetiche

Ferromagnetiche



Legge di Gauss

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \rightarrow \text{div } \vec{B} = 0$$

forma
integrale

forma
puntuale

Legge di Lenz

$$e = - \frac{d\phi}{dt} = - \frac{d \int \vec{B} \cdot d\vec{s}}{dt}$$

Legge di Ampère

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_k i_k$$

Forze nelle Macchine

→ Forze di Lorentz $\vec{F} = q \vec{J} \wedge \vec{B} = i \vec{l} \wedge \vec{B}$

→ Pressione sulle superfici di discontinuità

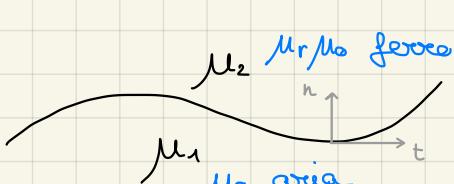
$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_1 \mu_2} \left(B_{n1}^2 + B_{t1}^2 \frac{\mu_2}{\mu_1} \right)$$

componente normale e tangenziale
del campo alla superficie

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 (\mu_r - 1)}{\mu_0^2 \mu_r} B_o^2 \approx \frac{1}{2} \frac{B_o^2}{\mu_0}$$

→ prodotto vettoriale

$$\vec{F} = q \vec{J} \wedge \vec{B} = i \vec{l} \wedge \vec{B}$$

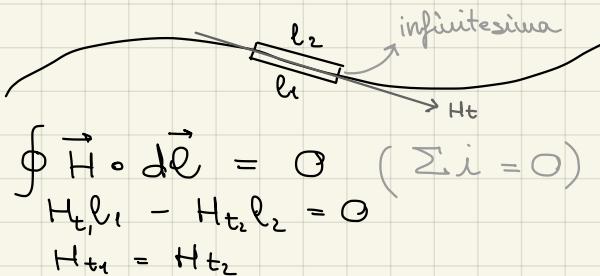


$$\vec{B}_{Fe} = \frac{\mu_r \mu_0 \vec{H}_{Fe}}{\text{const.}}$$

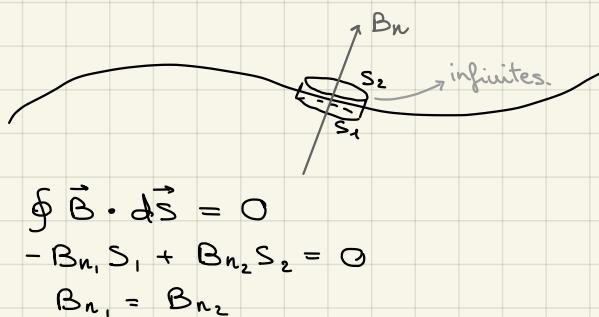
$$\begin{aligned} H_{t1} &= H_{t2} \\ B_{n1} &= B_{n2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{B}_o &= \mu_0 \vec{H}_o \\ B_{t1} &= \mu_0 H_{t2} = 0 \\ &\text{sempre} \\ &\text{nei conduttori} \\ B_{n1}^2 + B_{t1}^2 &= B_o^2 \end{aligned}$$

→ Dimostrazione:

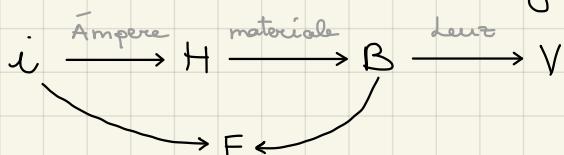


$$\left\{ H_{t1} = H_{t2} \right\}$$



$$\left\{ B_{n1} = B_{n2} \right\}$$

Passaggi di conversione di energia nelle macchine elettriche



Perdite [W]

→ per effetto Joule $R \cdot i^2$ ($R = \rho \frac{l}{S}$) anche dette "perdite nel rame"

→ nel Ferro

→ per isteresi → $K_f B^2$ costante di proporzionalità

→ correnti parassite
(correnti di Foucault)
 $K_e^2 \rightarrow K B^2 f^2$



$$[B] \cdot [H] = T \cdot \frac{A}{m} = \frac{WB}{m^2} \cdot \frac{A}{m}$$

$$= \frac{V \cdot S \cdot A}{m^3} = \frac{W}{m^3}$$

l'area del ciclo di isteresi indica il lavoro che occorre per fare compiere un intero ciclo al materiale

→ per attrito e ventilazione

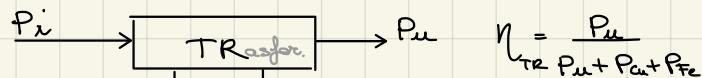
$$P_{av} = K_1 v + K_2 v^2 + K_3 v^3$$

velocità

chiamato così perché le perdite sono dovute agli elettroni che sbattono contro gli atomi del conduttore; in realtà, i conduttori sono spesso fatti in alluminio (+ leggero, + economico, - conduttore) invece che in rame (- leggero, - economico, + conduttore)

Rendimento [num. puro]

$$\eta = \frac{P_u}{P_i}$$

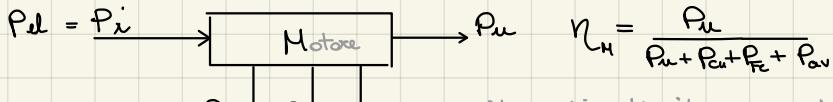


Perdite nel rame = P_{Cu} Perdite nel ferro = P_{Fe}

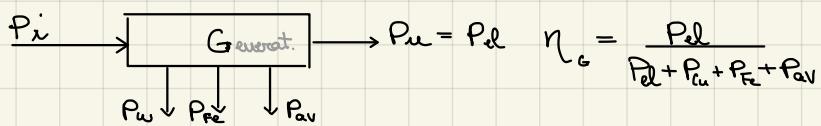
$$\eta = \frac{P_u}{P_{tr} + P_{Cu} + P_{Fe}}$$

$$[\eta < 1]$$

sempre per le macchine elettriche



$P_{el} = P_i$ $\eta_M = \frac{P_u}{P_u + P_{Cu} + P_{Fe} + P_{av}}$



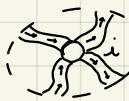
$$\eta_G = \frac{P_{el}}{P_{el} + P_{Cu} + P_{Fe} + P_{av}}$$

Equazioni elettriche

$$1^{\circ} \text{ Kirchhoff} \quad \int \vec{J} \cdot d\vec{s} = i$$

$$\oint \vec{J} \cdot d\vec{s} = \frac{dQ}{dt} (= 0 \text{ nei casi qui studiati})$$

$$\left[\sum_k i_k = 0 \right]$$



la somma delle correnti entranti e uscenti da un nodo è = 0

$$2^{\circ} \text{ Kirchhoff}$$

$$\left[\sum_k V_k = 0 \right]$$

la somma delle tensioni lungo una maglia chiusa è = 0

Legge di Ohm

$$[V = RI] \rightarrow \sum_k V_k = \sum_k R_k i_k + \sum_k e_k$$

tensione

$$\text{sull'induttanza} \leftarrow V_L = \frac{d\phi(\vec{B})}{dt} = \frac{d(L \cdot i)}{dt} = L \frac{di}{dt}$$

tensioni indotte
dalla legge di Lenz

$$\text{corrente} \leftarrow i_C = \frac{dQ}{dt} = \frac{d(C \cdot V)}{dt} = C \frac{dV}{dt}$$

nella capacità

Equazioni meccaniche

$$2^{\circ} \text{ principio della dinamica}$$

quantità di moto

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\vec{a} + \vec{G} \frac{dm}{dt} \quad (F = m \cdot a)$$

$$\sigma = \int_0^t a dt + \sigma(0) \quad s = \int_0^t v dt + s(0)$$

coppia

$$M = J \frac{d\omega_r}{dt}$$

matrice resistente

$$M_m - M_r = J \frac{d\omega_r}{dt}$$

cavico

$$M_m - M_L = J \frac{d\omega_r}{dt} + k\omega_r$$

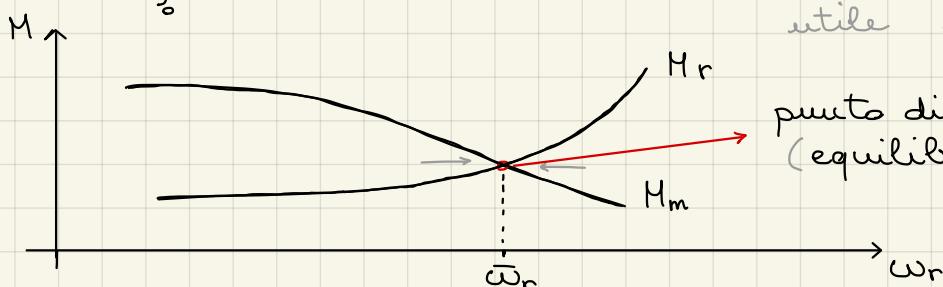
$$\theta = \int_0^t \omega_r dt + \theta(0)$$

$$M_r = M_L + k\omega_r$$

utile perdite

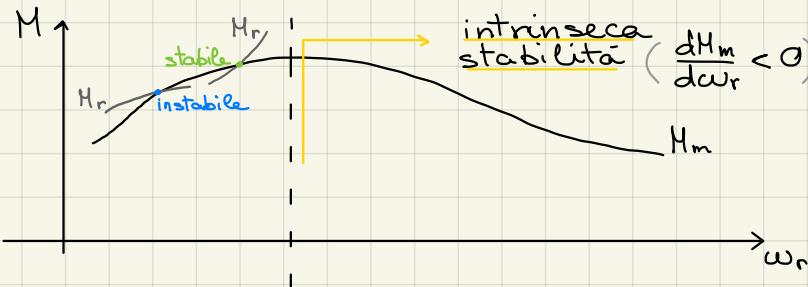
$$P_m = M_m \omega_r$$

potenza motrice



punto di lavoro
(equilibrio stabile)

Stabilità: $\frac{dM_m}{d\omega_r} < \frac{dM_r}{dm}$ $\rightarrow \frac{dM_m}{d\omega_r} < 0$



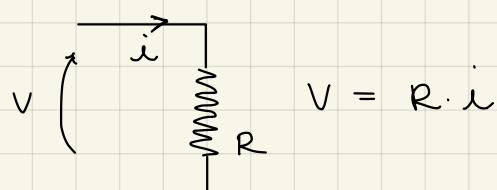
In generale $\begin{cases} \text{la coppia motrice decresce sempre} \\ \text{la coppia resistiva cresce sempre} \end{cases}$ per $\omega_r \rightarrow \infty$

Dati di targa delle macchine:

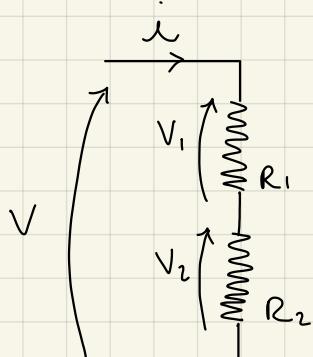
Potenza - Tensione - Corrente - Velocità Nominale

Parametri fisici che la macchina può sopportare per un tempo indefinito senza rompersi.

Resistenza



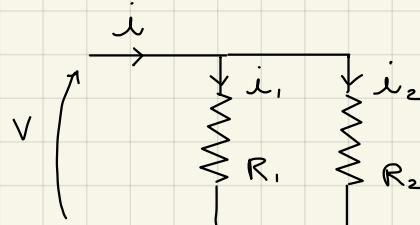
in serie



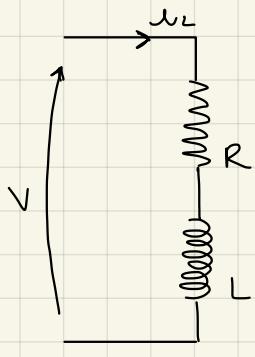
$$V = V_1 + V_2 = (R_1 + R_2) i = R_{eq} i$$

$$V_1 = \frac{R_1}{R_{eq}} V$$

in parallelo

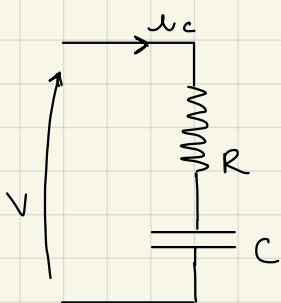


$$\begin{aligned} V &= R_1 i_1 = R_2 i_2 \quad V = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} i = R_{eq} i \\ i_1 + i_2 &= i \quad i_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i \end{aligned}$$



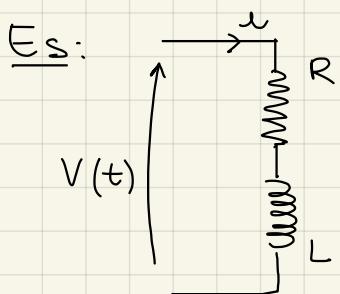
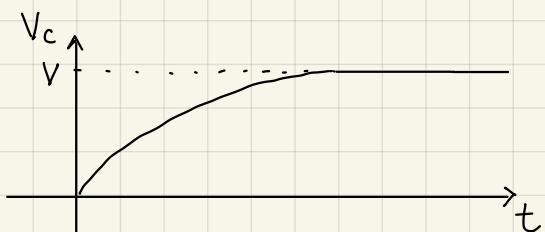
Induttore

$$V_L = L \frac{di_L}{dt} \quad i_L = \frac{V}{R} + A e^{-\frac{t}{\tau_R}} \quad i_L(t=0) = \frac{V}{R}$$



Capacità

$$i_C = C \frac{dV_C}{dt}$$



$$V(t) = V \cos(\omega t + \phi) \quad \text{regime sinusoidale}$$

$$V(t) = R i(t) + L \frac{di(t)}{dt}$$

$$i(t) = A e^{-\frac{t}{\tau_R}} + i_p(t)$$

soluzione particolare
dell'eq. diff.
a regime
si può trascurare

Se guarda il solo transitorio posso ignorare le sfasamenti ϕ

$$V(t) = V \cos(\omega t) = R(A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t) + L(-\omega A_1 \sin \omega t + \omega A_2 \cos \omega t)$$

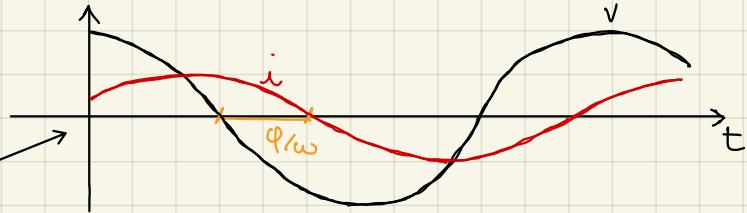
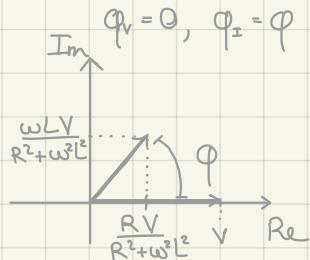
$$\left\{ \begin{array}{l} RA_2 - \omega LA_1 = 0 \\ V = \frac{R^2}{\omega L} A_2 + \omega L A_2 \end{array} \right. \rightarrow A_1 = \frac{R}{\omega L} A_2$$

$$A_2 = \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} V, \quad A_1 = \frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} V$$

$$i_p(t) = \left(\frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} \cos \omega t + \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} \sin \omega t \right) V$$

$$\cos \phi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \Rightarrow i(t) = V \cdot \frac{\cos \omega t \cos \phi + \sin \omega t \sin \phi}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} = \frac{V \cos(\omega t - \phi)}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

$$\sin \phi = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$



a regime
(transitorio esaurito)

$$V(t) = R i(t) + L \frac{di(t)}{dt}$$

$$V \cos \omega t = R (A \cos(\omega t + \varphi_i)) + L \frac{d}{dt} (A \cos(\omega t + \varphi_i))$$

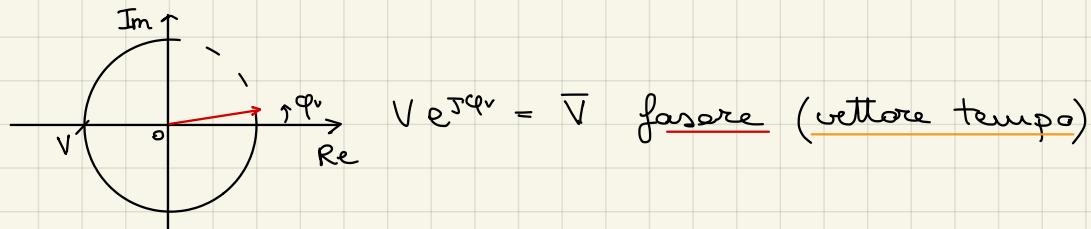
$$\cos \omega t = \operatorname{Re}[e^{j\omega t}]$$

I ampiezza delle corrente

$$V e^{j\omega t} = A \cdot R e^{j\omega t} e^{j\varphi_i} + A L \frac{d}{dt} (e^{j\omega t} e^{j\varphi_i})$$

$$V = R I e^{j\varphi_i} + j\omega L I e^{j\varphi_i} \rightarrow i(t) = I \cos(\omega t + \varphi_i)$$

$$I = \frac{V}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \quad \varphi_i = \angle \frac{V}{R + j\omega L} = \angle V - \angle (R + j\omega L) = -\arctan(\frac{\omega L}{R})$$



$$\bar{V} = R \bar{I} + j\omega L \bar{I}$$



$$P_e = \frac{dL_e}{dt} = \frac{dqV}{dt} = i \cdot V \quad \text{potenza elettrica}$$

il cos è pari

$$P_e = V \cos \omega t \cdot I \cos(\omega t + \varphi_i) = VI \frac{1}{2} (\cos(2\omega t + \varphi_i) + \cos(-\varphi_i)) =$$

$$= \left(\frac{VI}{2} \cos(\varphi_i) \right) + \frac{VI}{2} \cos(2\omega t + \varphi_i)$$

potenza attiva P

$$a_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int a^2(t) dt} \xrightarrow[\text{sinusoidale}]{\text{regime}} \frac{a_{max}}{\sqrt{2}}$$

potenza reattiva Q

$$P = V_{eff} I_{eff} \cdot \cos \varphi$$

$$Q = V_{eff} I_{eff} \cdot \operatorname{sen} \varphi$$

$$V_L = L \frac{di_L}{dt} \rightarrow \bar{V} = j\omega L \bar{I}$$

Legge di Ohm generalizzata

$$i_c = C \frac{dV_c}{dt} \rightarrow \bar{I} = j\omega C \bar{V}$$

$$\bar{V} = \underline{\underline{z}} \bar{I}$$

impedenza

$$\Rightarrow \underline{\underline{z}}_L = j\omega L = jX_L$$

$$\underline{\underline{z}}_c = \frac{1}{j\omega C} = -jX_C$$

reatanza

$$|\bar{V}| = |\underline{\underline{z}}| |\bar{I}|$$

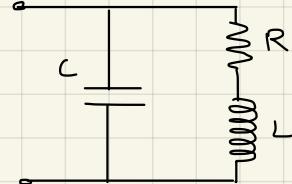
$$\Delta \bar{V} = \underline{\underline{z}} \bar{I} + \Delta \bar{I}$$

$$\left. \begin{array}{l} P = VI \cos \varphi \\ Q = VI \sin \varphi \end{array} \right\} \quad \text{si sottintendono i termini efficaci}$$

$$S = VI (\cos \varphi + j \sin \varphi) = \sqrt{P^2 + Q^2} e^{j\varphi}$$

potezza apparente

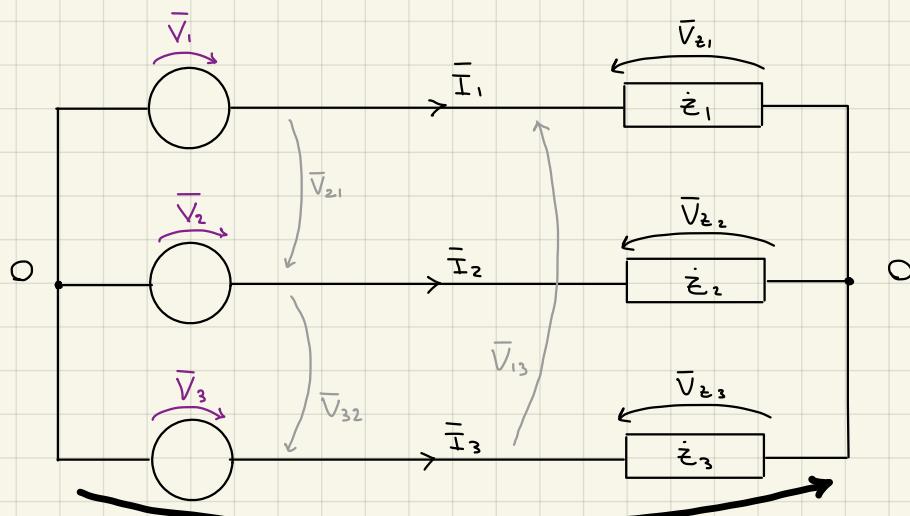
$\varphi = \delta \dot{\varphi}$ (nell'ipotesi di potere nullo
lo sfasamento di \bar{V})



fase

$$\dot{\varphi} = A + jB$$

Reti Trifase



$$\left. \begin{array}{l} \bar{V}_1 - \bar{V}_{O'O} = z_1 \bar{I}_1 \\ \bar{V}_2 - \bar{V}_{O''O} = z_2 \bar{I}_2 \\ \bar{V}_3 - \bar{V}_{O'''O} = z_3 \bar{I}_3 \\ \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \bar{V}_{O'O} = \frac{\bar{V}_1 + \bar{V}_2 + \bar{V}_3}{\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3}}$$

Rete simmetrica ed equilibrata:

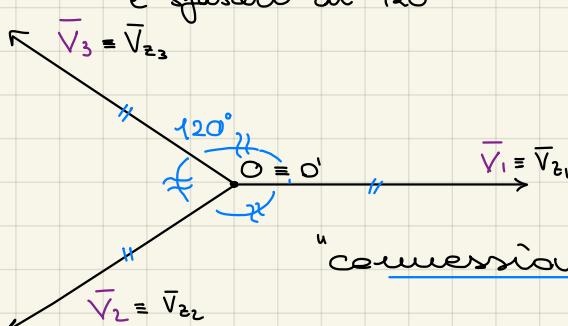
V_1, V_2, V_3 uguali in modulo
e sfasati di 120°

z_1, z_2, z_3 uguali

$$V_1 = V \cos \omega t$$

$$V_2 = V \cos(\omega t - \frac{2}{3}\pi)$$

$$V_3 = V \cos(\omega t - \frac{4}{3}\pi)$$



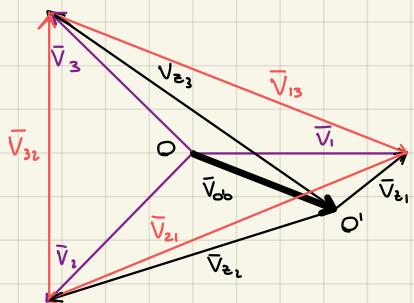
$$\bar{V}_{O'O} = 0 \implies \bar{V}_1 = z_1 \bar{I}_1, \quad \bar{V}_2 = z_2 \bar{I}_2, \quad \bar{V}_3 = z_3 \bar{I}_3$$

"conessione a stella" (quando la rete è sim)

In una rete trifase, posso trasferire 3 volte
più potezza di una monofase usando solo 1 filo in più.

Rete simmetrica ma non equilibrata:

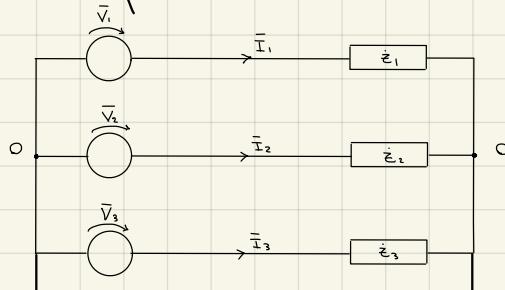
é la tensione nominale della rete



Tensione caraterata → impronabile
(non dipende dal carico)

Tensione stellata → non impronabile
al carico

Per equilibrare la rete:



$$\begin{aligned}\bar{V}_1 - \bar{V}_{00} &= \dot{z}_1 \bar{I}_1 \\ \bar{V}_2 - \bar{V}_{00} &= \dot{z}_2 \bar{I}_2 \\ \bar{V}_3 - \bar{V}_{00} &= \dot{z}_3 \bar{I}_3\end{aligned}$$

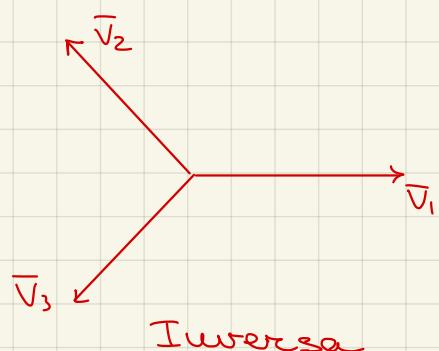
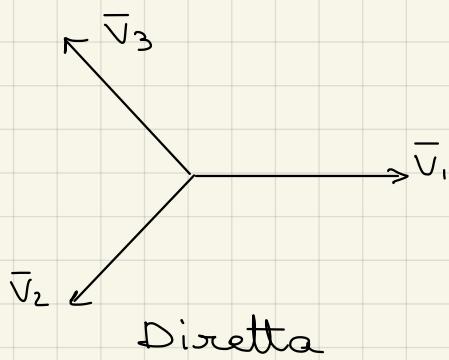
Se i carichi sono tra loro equilibrati, scorre della corrente nel filo neutro (di solito poca).

$$\bar{V}_{12} = \bar{V}_1 - \bar{V}_2 = V e^{j\omega t} - V e^{j(\omega t - \frac{2}{3}\pi)} =$$

$$= V e^{j\omega t} (1 - e^{-j\frac{2}{3}\pi}) = V e^{j\omega t} (1 - (-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}j))$$

$$= V e^{j\omega t} (\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}j) = \sqrt{3} V e^{j\omega t} e^{j\frac{\pi}{6}} = \text{caratter. (triangolo)}$$

= $\sqrt{3} V e^{j(\omega t + \frac{\pi}{6})}$ → la tensione nominale è $\sqrt{3}$ volte più grande di quella di fase (stella) stellata



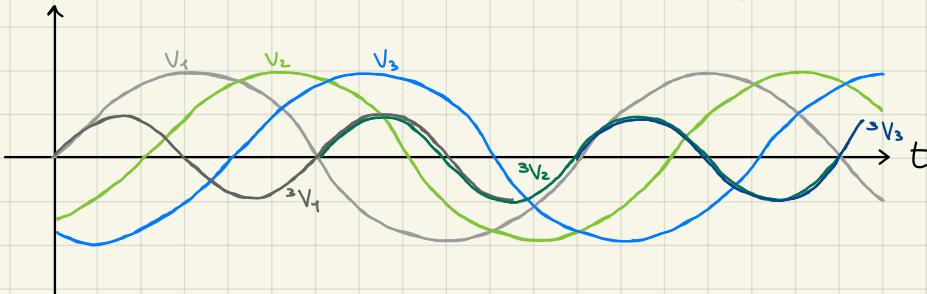
Nel regime sinusoidale bisogna considerare anche gli effetti della distorsione (le armoeniche). In generale, poiché ci si può sempre ricordare a delle sinusoidi (tramite serie e trasformate di Fourier), questo è vero per qualsiasi regime.

$$V(t) = \sum_{k=1}^{\infty} V_k \cos(k\omega t + \phi_k)$$

$$\bar{V} = \bar{V}_1 + e^{-j\omega t} \sum_{k=2}^{\infty} V_k e^{jk\omega t} e^{jk\phi_k}$$

$$\begin{aligned} {}^3V_1 &= V \cos[3(\omega t + \varphi)] \\ {}^3V_2 &= V \cos[3(\omega t + \varphi - \frac{2}{3}\pi)] \\ {}^3V_3 &= V \cos[3(\omega t + \varphi - \frac{4}{3}\pi)] \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow {}^3V_1 = {}^3V_2 = {}^3V_3$$

sequenza omopolare
(hanno la stessa fase)



In un sistema senza neutro

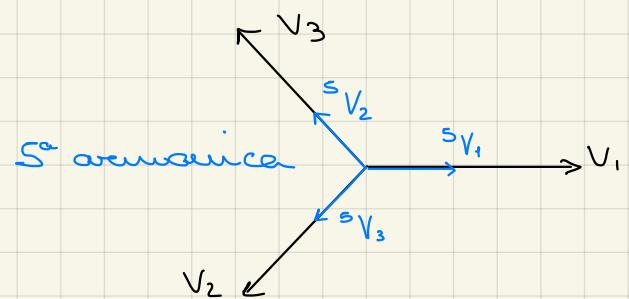
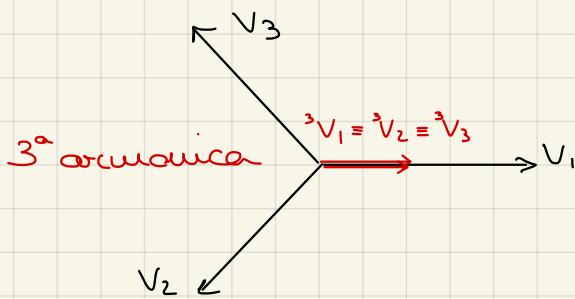
$${}^3I_1 + {}^3I_2 + {}^3I_3 = 3{}^3I = 0 \Rightarrow {}^3I = 0 \quad \text{le armoniche terze e suoi multipli scompaiono}$$

$${}^5V_1 = V \cos[5(\omega t + \varphi)]$$

$${}^5V_2 = V \cos[5(\omega t + \varphi - \frac{2}{3}\pi)] = V \cos[5(\omega t + \varphi) - \frac{4}{3}\pi]$$

$${}^5V_3 = V \cos[5(\omega t + \varphi - \frac{4}{3}\pi)] = V \cos[5(\omega t + \varphi) - \frac{2}{3}\pi]$$

Armoniche nelle reti trifase: 3 5 7 9 11 13 15 17 . . .



Potenza nelle reti trifase

tensione e corrente di fase (stellata)

$$P = V_1(t) \cdot i_1(t) + V_2(t) \cdot i_2(t) + V_3(t) \cdot i_3(t) =$$

$$= V \cos \omega t \cdot I \cos(\omega t - \varphi) + V \cos(\omega t - \frac{2}{3}\pi) I \cos(\omega t - \varphi - \frac{2}{3}\pi) + V \cos(\omega t - \frac{4}{3}\pi) I \cos(\omega t + \varphi - \frac{4}{3}\pi)$$

$$= \frac{V I}{2} [\cos(2\omega t - \varphi) + \cos \varphi + \cos(2\omega t - \frac{4}{3}\pi - \varphi) + \cos \varphi + \cos(2\omega t - \frac{2}{3}\pi - \varphi) + \cos \varphi]$$

$$= 3 \frac{V I}{2} \cos \varphi = 3 V_{eff} I_{eff} \cos \varphi$$

$$\rightarrow Q = 3 V_{eff} I_{eff} \sin \varphi$$

La potenza della rete trifase si indica di solito con:

$$P = \sqrt{3} V_n I \cos \varphi$$

$$(3 V_{\text{eff}} = 3 \frac{V_n}{\sqrt{2}} = 3 \frac{V_n}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{3} \frac{V_n}{\sqrt{2}} = \sqrt{3} V_{\text{eff}})$$

tensione nominale (efficacia) (concatenata)

corrente nominale (efficacia) (di fase o di linea)

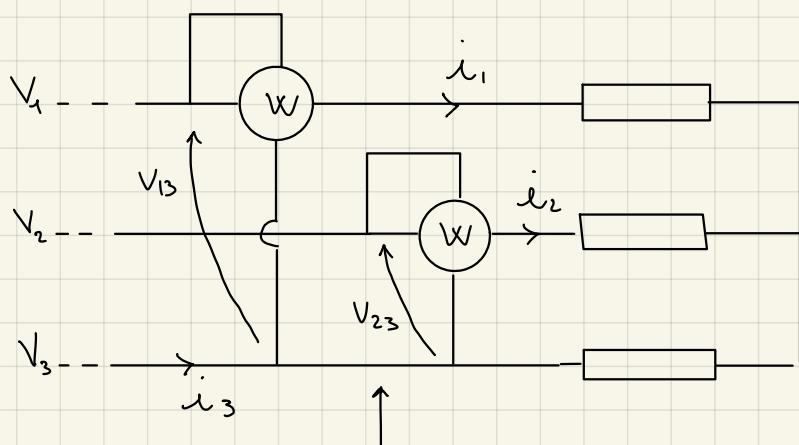
Ripasso numeri complessi

$$[a + jb] + [c + jd] = [(a+b) + j(c+d)]$$

$$[a + jb][c + jd] = [(ac - bd) + j(bc + ad)] = |a + jb||c + jd| e^{\Delta[a+jb] + \Delta[c+jd]}$$

$$\frac{[a + jb]}{[c + jd]} = \frac{[a + jb]}{[c + jd]} \cdot \frac{[c - jd]}{[c - jd]} = \frac{[(ac + bd) + j(bc - ad)]}{c^2 + d^2}$$

misurazione Avancé



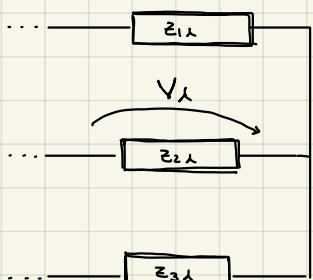
per misurare tutta la potenza di una rete trifase

$$P_{\text{tot}} = W_1 + W_2$$

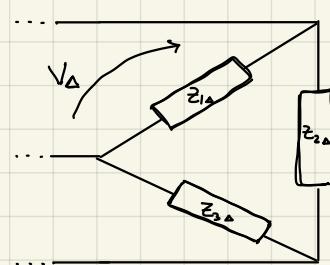
$$P_{\text{tot}} = V_1 i_1 + V_2 i_2 + V_3 i_3$$

$$\begin{aligned} P_w &= V_{13} i_1 + V_{23} i_2 = \\ &= (V_1 - V_3) i_1 + (V_2 - V_3) i_2 = \\ &= V_1 i_1 - V_3 i_1 + V_2 i_2 - V_3 i_2 = \\ &= V_1 i_1 + V_2 i_2 + V_3 (-i_1 - i_2) = \\ &= V_1 i_1 + V_2 i_2 + V_3 i_3 = P_{\text{tot}} \end{aligned}$$

Connessione a stelle



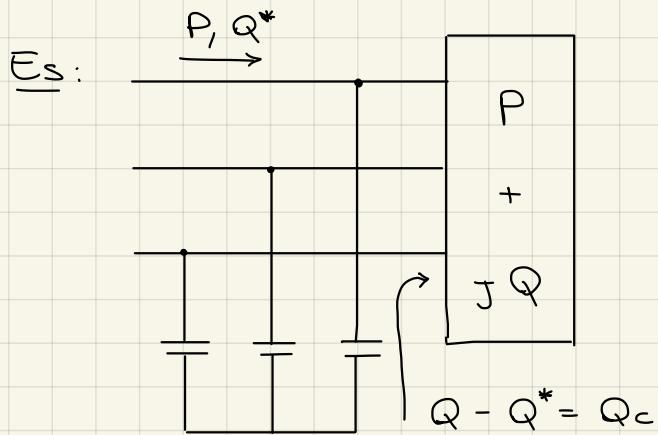
Connessione a triangolo



H_p: stessa potenza, rete equilibrata

$$3 \frac{V_\Delta^2}{Z_\Delta} = 3 \frac{V_1^2}{Z_1}, \quad V_1 = \frac{V_\Delta}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow Z_\Delta = 3 Z_1$$

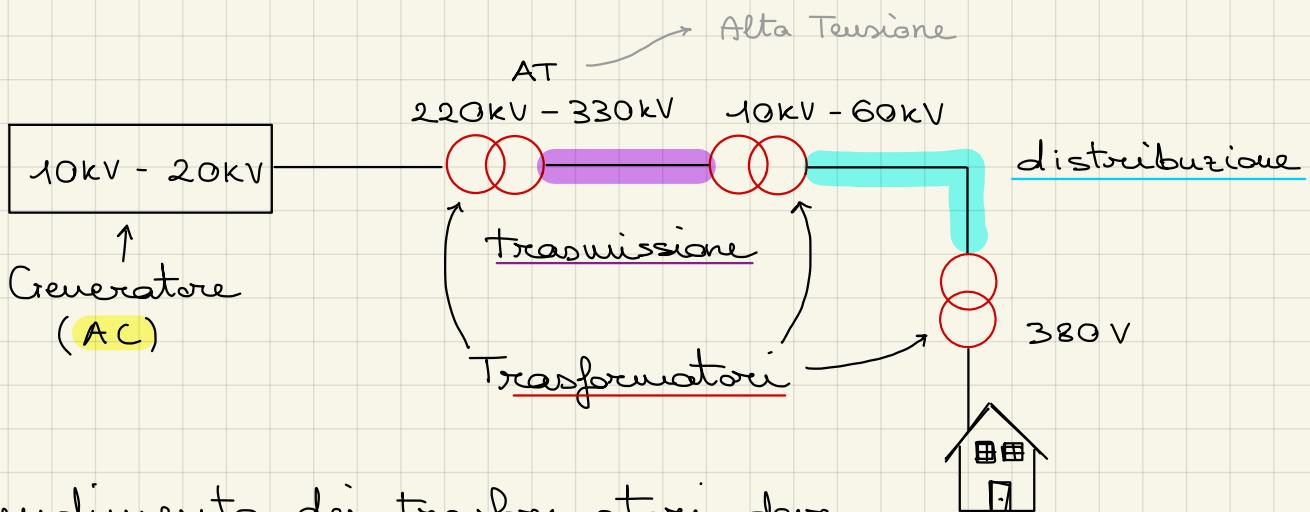


$$Q_C = \frac{3V_A^2}{X_{CA}} = \frac{3V_A^2}{X_{CD}}$$

$$X_{CD} = 3X_{CA} \quad X = \frac{1}{\omega C}$$

$$C_D = \frac{1}{3} C_A$$

Trasformatore

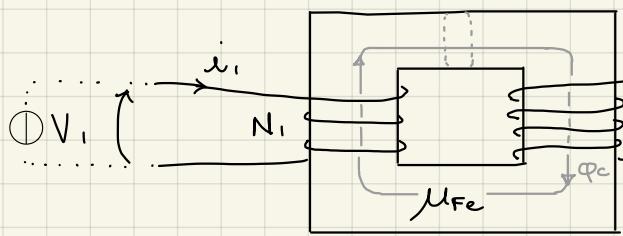


Il rendimento dei trasformatori deve essere elevato: 94% - 99,7%

Le linee di trasmissione non possono essere troppo lunghe per evitare accoppiamenti induttivi e capacitivi con il terreno (essendo trasmessa corrente alternata)

Il trasformatore permette di modulare la tensione (alternata) fra due reti e di isolare galvanicamente

Modello del trasformatore



$$i_2 = 0$$

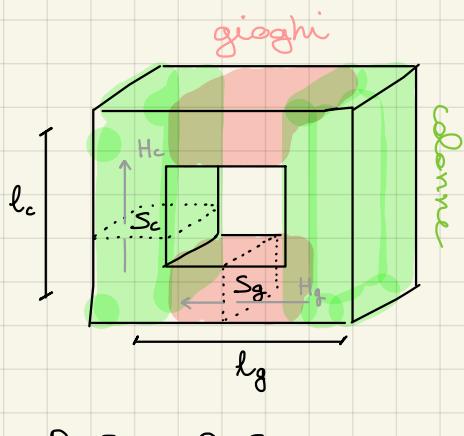
$$V_1(t) = N_1 \frac{d\phi_c}{dt}$$

$$N_2 \frac{d\phi_c}{dt} = V_2(t)$$

conduttore ideale $\mu_{Fe} \rightarrow +\infty \quad P_{Fe} = 0$

$$\rightarrow \left[\frac{V_1(t)}{V_2(t)} = \frac{N_1}{N_2} \right]$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum i \rightarrow 2H_c l_c + 2H_g l_g = N_i i$$



$$2 \frac{B_c}{\mu_{Fe}(H_c)} \cdot l_c + 2 \frac{B_g}{\mu_{Fe}(H_g)} \cdot l_g = N_i i$$

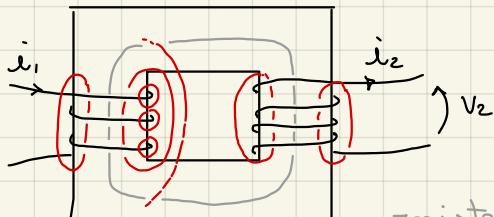
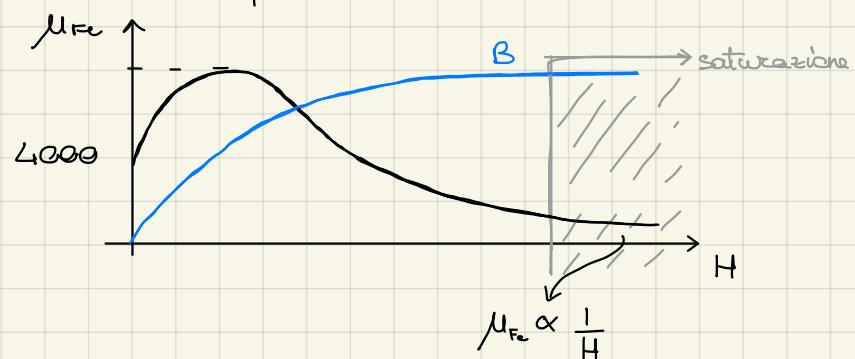
$$B_c \left(\frac{2l_c}{\mu_{Fe}(H_c)} + \frac{2S_g l_g}{\mu_{Fe}(H_g) S_g} \right) = N_i i$$

$$\begin{aligned} \Phi_c &= N_i i \cdot \frac{S_c \mu_{Fe}(H_c)}{2l_c + 2 \frac{S_g \mu_{Fe}(H_c) \cdot l_g}{S_g \mu_{Fe}(H_g)}} = \\ &= \mu_{Fe}(H_c) \frac{S_c N_i i}{l_{eq}} \end{aligned}$$

Ipotesi di tubo di flusso

$$\Phi_1 = N_1 \Phi_c = L_{m1} i_1$$

$$L_{m1} = \frac{N_1^2 S_c \mu}{l_{eq}}$$



Linee di campo magnetico che non si chiudono nel trasformatore
(Linee di dispersione)

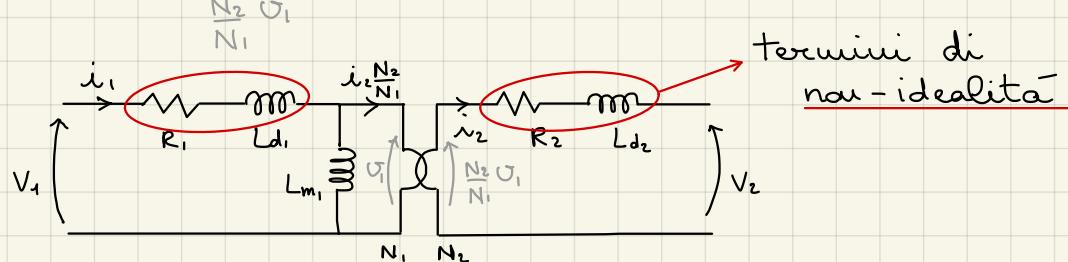
$$\begin{aligned} V_1 &= R_1 i_1 + \frac{d\Phi_1}{dt} = R_1 i_1 + \frac{d\Phi_d}{dt} + N_1 \frac{d\Phi_c}{dt} = \\ &= R_1 i_1 + L_d \frac{di_1}{dt} + N_1 \frac{d\Phi_c}{dt} \end{aligned}$$

$$N_2 \frac{d\Phi_c}{dt} = R_2 i_2 + L_d \frac{di_2}{dt} + V_2 \quad \Phi_c = \mu_{Fe} \frac{S_c}{l_{eq}} (N_1 i_1 - N_2 i_2)$$

dovendo considerare anche la corrente concatenata al primo avvolgimento

$$L_{m1} \frac{di_1}{dt} \left(i_1 - \frac{N_2}{N_1} i_2 \right) = U_1$$

$$\begin{cases} V_1 = R_1 i_1 + L_d \frac{di_1}{dt} + L_{m1} \frac{di_1}{dt} - L_{m2} \frac{di_2}{dt} \\ L_{m1} \frac{di_1}{dt} - L_{m2} \frac{di_2}{dt} = R_2 i_2 + L_d \frac{di_2}{dt} + V_2 \end{cases}$$



$$i_2 = \frac{N_1}{N_2} i_2'$$

$$\underline{N_2 i_2 = N_1 i_2'}$$

$$Q_C = \frac{N_1 \mu_{Fe} S_c}{L_{eq}} (i_1 - i_2')$$

$$N_2 V_2' = N_1 V_2$$

$$\underline{V_2' = \frac{N_1}{N_2} V_2}$$

equivalente per semplificare il circuito

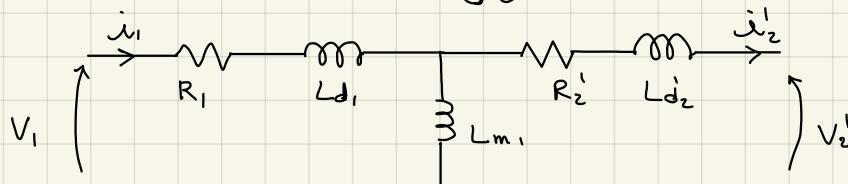
$$\rightarrow V_1 = R_1 i_1 + L_d \frac{di_1}{dt} + L_m \frac{d(i_1 - i_2')}{dt}$$

$$L_m \frac{d(i_1 - i_2')}{dt} = R_2 \frac{N_1}{N_2} i_2' \frac{N_1}{N_2} + L_d \frac{N_1}{N_2} \frac{di_2'}{dt} \cdot \frac{N_1}{N_2} + V_2 \frac{N_1}{N_2}$$

$$\underline{R_2' = R_2 \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2}$$

$$\underline{L_d' = L_d \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2}$$

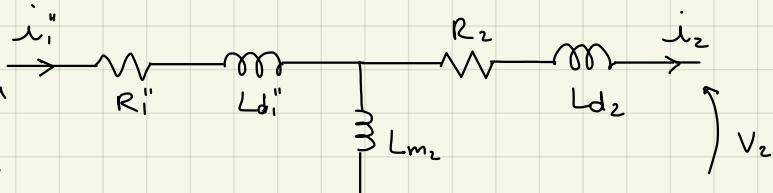
$$\rightarrow L_m \frac{d}{dt} (i_1 - i_2') = R_2' i_2' + L_d' \frac{di_2'}{dt} + V_2'$$



circuito equivalente riportato al primario

$$\underline{R_1'' = R_1 \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2}$$

$$\underline{L_d'' = L_d \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2}$$



$$\underline{i_1'' = \frac{N_1}{N_2} i_1}$$

$$\underline{V_1'' = \frac{N_2}{N_1} V_2}$$

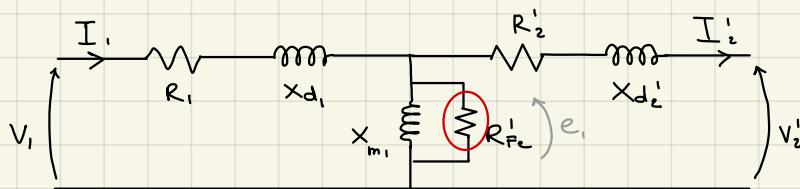
circuito equivalente riportato al secondario

Perdite nel ferro : $P_{Fe} = (k_1 f + k_2 f^2) \cdot B^2$

$$e = \frac{dp}{dt} \propto \omega \varphi$$

le perdite nel ferro sono modellizzabili come una resistenza (fittizia, non reale) in parallelo a L_{m1-2}

tensione indotta in L_{m1-2}



$$P_{Fe} = \frac{e_1^2}{R_{Fe}'^2} = \frac{e_2^2}{R_{Fe}''^2}$$

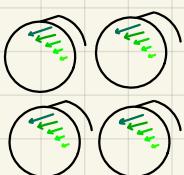
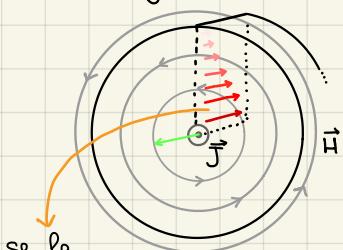
$$R_{Fe}' = R_{Fe}'' \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2$$

$(X = \omega L)$
regime stazionario sinusoidale

Dove ridurre le non-idealità del trasformatore (oglio che più partizione di V_1 possibile cada su X_m)

Effetto pelle:

effetto per cui la resistenza di un conduttore in alternata è maggiore che in continua. L'effetto è tanto maggiore quanto è più grande la sezione del conduttore.



se la corrente varia, esiste una variazione di flusso magnetico

che induce una tensione che si oppone alla variazione di corrente; nelle sezioni più esterne la variazione di flusso concatenato è minore per cui la corrente scorrerà prevalentemente lungo la superficie ("pelle") del conduttore.

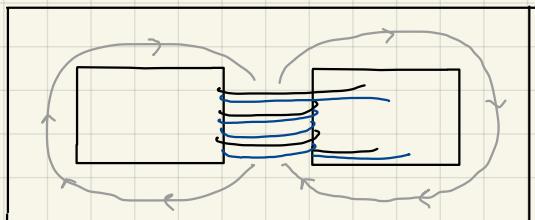
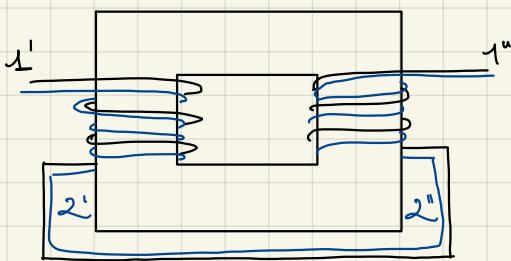
Per questo vengono realizzati fili composti da agglomerati di fili più sottili per ridurre l'effetto pelle.

Come ridurre le linee di dispersione?

→ Avvolgo i due avvolgimenti sulla stessa colonna (li avvicino il più possibile).

Sulla colonna libera aggiunge un'altra coppia di avvolgimenti da collegare poi in serie o in parallelo alla prima.

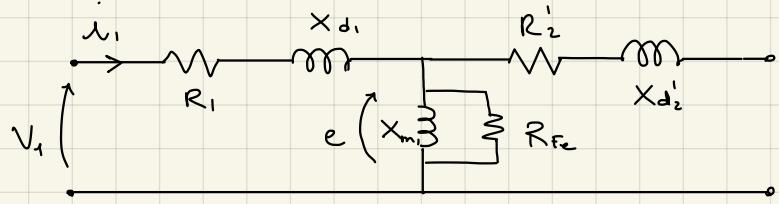
Immergere il trasformatore in un buon dielettrico (olio minerale) aiuta a ridurre il flusso di dispersione e anche a controllare gli aspetti fisici del dispositivo (ad es. la temperatura).



trasformatore con nucleo a mantello

Come ridurre le perdite nel ferro?

→ Scavo lungo le colonne (e in generale il nucleo ferromagnetico) in lamierini a grani orientati così da impedire lo scorrimento di grandi correnti indotte, essendo le superfici attraversate dal flusso magnetico "spezzettate".

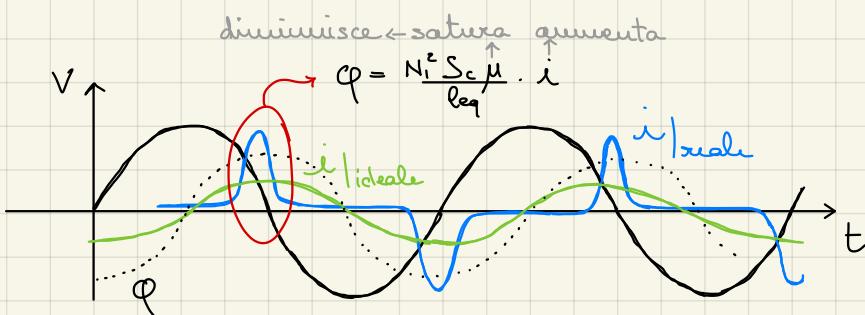


impedenza trasversale o "cappio"
 $\rightarrow R_{\text{eff}} \times x_m \gg R_{\text{it}} \times x_d$

$$i_1 \approx 0 \quad V_1 \approx e$$

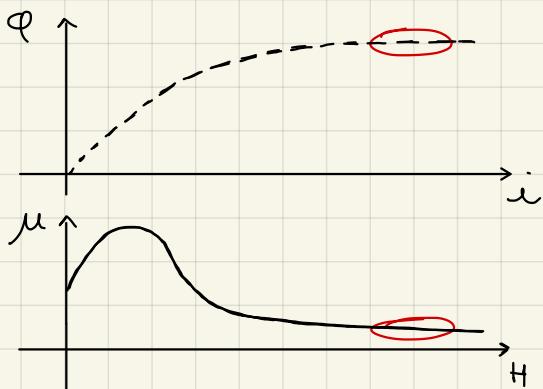
$$V_1 = R_1 i_1 + L_d \frac{di_1}{dt} + e$$

V_1 sinusoidale



Con carico, la corrente circolante è molto più grande di quella a vuoto ed è (quasi) esattamente sinusoidale. La sovrapposizione delle due è una corrente sinusoidale con una debole distorsione, tanto minore quanto è maggiore il carico.

A vuoto, è presente una piccola corrente i_1 che però è molto distorta



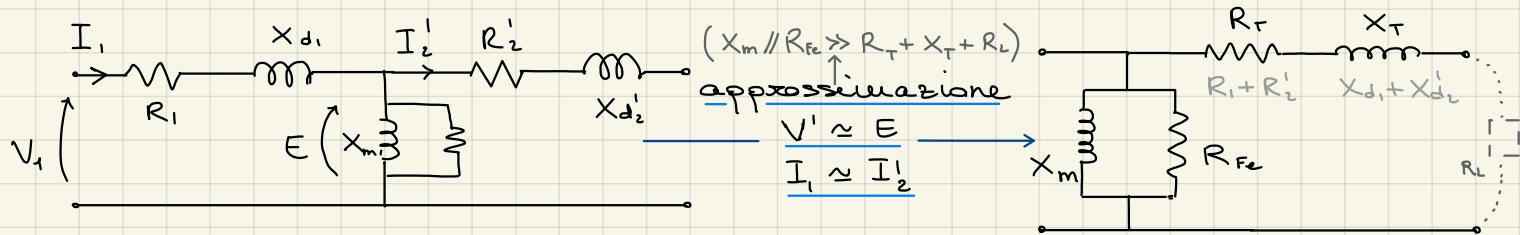
Rendimento del trasformatore

$$\eta = \frac{P_L}{P_L + P_{Cu} + P_{Fe}} = \frac{VI \cos \varphi}{VI \cos \varphi + R_T I^2 + P_{Fe}}$$

\downarrow
 $R_1 + R_2'$

ma vale a vuoto ($R_L \approx \infty$)

Circuito equivalente a "L"



$$\frac{d\eta}{dI} = \frac{VI \cos \varphi (VI \cos \varphi + R_T I^2 + P_{Fe}) - VI \cos \varphi [VI \cos \varphi + 2R_T I]}{(P_L + P_{Cu} + P_{Fe})^2} = 0$$

$$VI \cos \varphi + R_T I^2 + P_{Fe} - VI \cos \varphi - 2R_T I^2 = 0$$

$$P_{Fe} = R_T I^2 = P_{Cu} \quad / \rightarrow \text{non si fa quasi mai}$$

perché portare le perdite nei fili di rame al livello di quelle nel ferro

comporterebbe fili troppo spessi e quindi troppo ingombranti e costosi

di solito si fa:

$$[P_{Fe} = \frac{1}{7} P_{Cu}] \leftarrow$$

Provva a vuoto (mossetto 2 aperto)

V_n tensione nominale applicata

I_o corrente misurata

P_o potenza dissipata misurata

$$P_o = R_1 I_o^2 + P_{Fe} \approx P_{Fe}$$

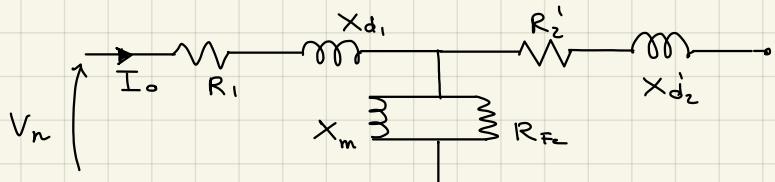
$I_o \ll I_n$

$$R_{Fe} \approx \frac{V_n^2}{P_{Fe}}$$

$$Q_{Fe} = P_{Fe} \tan \varphi$$

$$\cos \varphi = \frac{P_o}{V_n I_o}$$

$$X_m = \frac{V_n^2}{Q_{Fe}}$$



Provva in corto circuito (mossetto 2 corto)

I_n corrente nominale applicata

V_{cc} tensione di cortocircuito misurata

P_{cc} potenza dissipata misurata

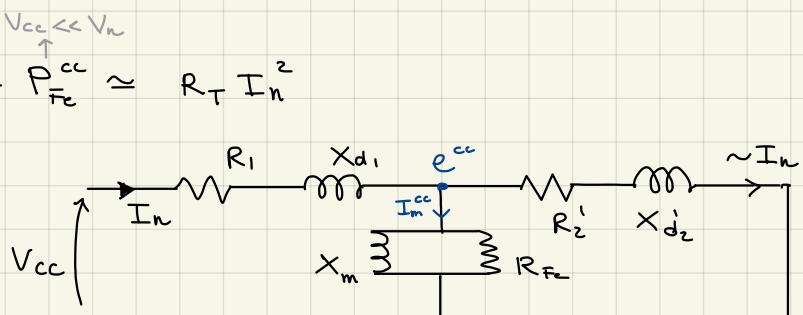
$$P_{cc} = R_1 I_1^2 + R_2' I_2'^2 + P_{Fe}^{cc} \approx R_T I_n^2$$

$$I_2' \approx I_1 = I_n$$

$$R_T = \frac{P_{cc}}{I_n^2}$$

$$Z_{cc} = |R_T + jX_T| = \frac{V_{cc}}{I_n}$$

$$X_T = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_T^2}$$



$$I_m^{cc} = \frac{e^{cc}}{Z_{Fe}} < \frac{V_{cc}}{Z_{Fe}} \approx 4\% \frac{V_n}{Z_{Fe}} \approx 4\% I_o \approx \frac{I_n}{10000} \approx 0$$

$$I_1 = I_m^{cc} + I_2' \rightarrow I_1 \approx I_2'$$

Caduta di tensione

In un trasformatore vengono indicati come dati di targa la tensione nominale (lato generatore) e la tensione a vuoto (lato carico):

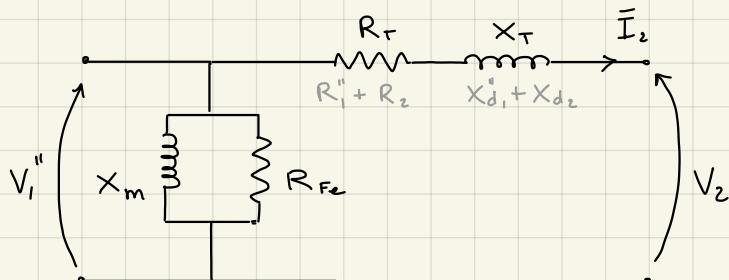
$$V_{1n} / V_{20}$$

Per esempio: 12000V / 220V

Si definisce caduta di tensione la differenza fra il modulo della tensione a vuoto e il modulo delle tensione con carico.

$$[\Delta V = |V_{20}| - |V_2|]$$

→ perdita dovuta alle perdite nel rame e al flusso di dispersione



$$\bar{I}_2 = I_2 e^{j\varphi} = I_2 e^{-j\varphi}$$

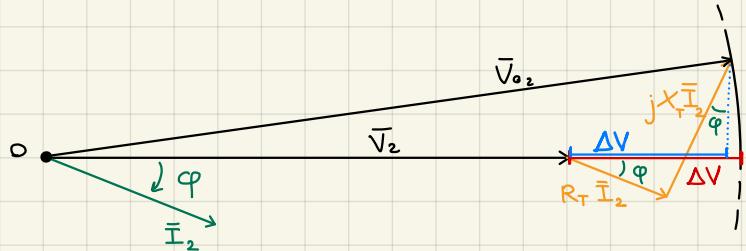
$$\Delta V = |\bar{V}_2 + (R_T + jX_T) \bar{I}_2| - |\bar{V}_{20}|$$

$$= |V_2 + R_T I_2 \cos \varphi + X_T I_2 \sin \varphi - j R_T I_2 \sin \varphi + j X_T I_2 \cos \varphi| - V_{20}$$

$$= \sqrt{(V_2 + R_T I_2 \cos \varphi + X_T I_2 \sin \varphi)^2 + (-R_T I_2 \sin \varphi + X_T I_2 \cos \varphi)^2} - V_{20}$$

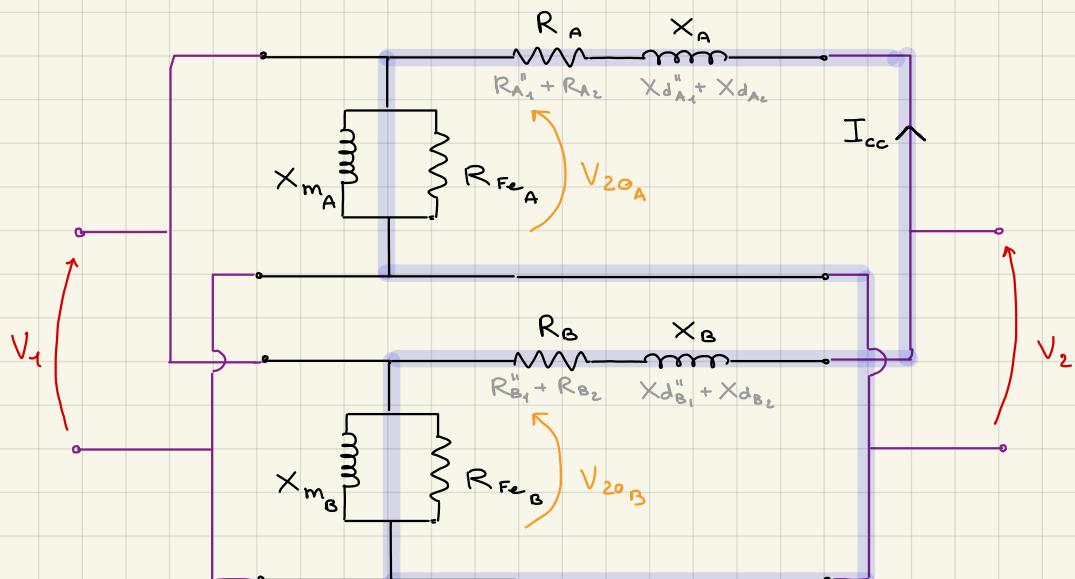
$$\rightarrow [\Delta V \approx (R_T \cos \varphi + X_T \sin \varphi) I_2]$$

Trascurabile, rapporto ca:
 $(1,02)^2 : (0,02)^2 \sim 2600 : 1$



$$\bar{V}_{20} = V_2 + (R_T + jX_T) \bar{I}_2$$

Parallelo di trasformatori



$$\bar{I}_{cc} = \frac{\bar{V}_{20A} - \bar{V}_{20B}}{\bar{Z}_A + \bar{Z}_B}$$

corrente di circolazione a vuoto da eliminare (dissipa inutilmente).

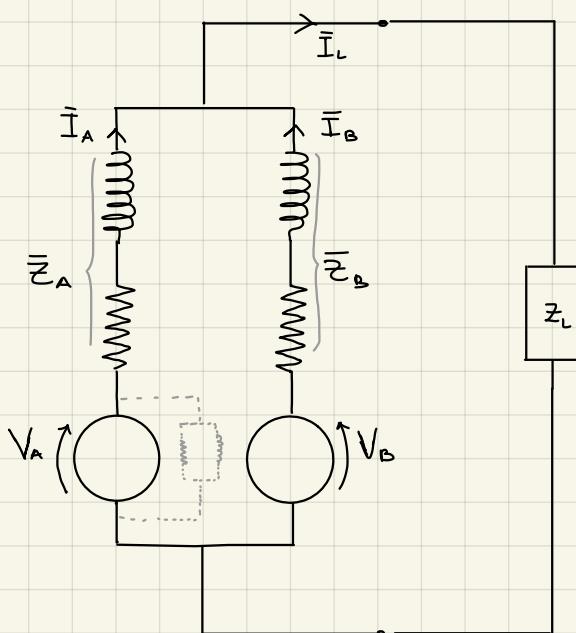
$$\bar{V}_{20A} = \bar{V}_{20B}$$

$$\left(\frac{N_1}{N_2}\right)_A = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)_B$$

Se V_{20_A} e V_{20_B} sono diverse (ad es. del 2%):

$$\begin{aligned} I_{cc} &= \frac{0,02 V_n}{2 \cdot \bar{z}} = \quad (\text{presupposti } \bar{z}_A = \bar{z}_B = \bar{z}) \\ &= \frac{0,02 \cdot V_n}{2 \cdot \bar{z} \cdot I_n} \cdot I_n = \\ &= \frac{0,02 \cdot V_n}{2 V_{cc}} \cdot I_n = \quad (V_{cc} \approx 4\% V_n) \\ &= \frac{0,02}{2 \cdot 0,04} I_n = \frac{1}{4} I_n \end{aligned}$$

la corrente a vuoto è molto grande anche con un piccolo squilibrio delle tensioni a vuoto dei due trasformatori



Circuito equivalente

$$\bar{V}_A - \bar{z}_A \bar{I}_A = \bar{V}_B - \bar{z}_B \bar{I}_B \implies \bar{z}_A \bar{I}_A = \bar{z}_B \bar{I}_B$$

$$\frac{I_n z_A}{V_n} \bar{I}_A = \frac{z_B I_n}{V_n} \bar{I}_B \quad (\text{i 2 trasformatori possono avere diverse } I_n \text{ ma devono avere uguale } V_n)$$

$$V_{cc \mu_A} \frac{I_A}{I_{n_A}} = V_{cc \mu_B} \frac{I_B}{I_{n_B}}$$

(i 2 trasformatori possono avere diverse I_n ma devono avere uguale V_n)

\downarrow $V_{cc} = V_n$ tensione per unità

Voglio che I_A raggiunga I_{n_A} nello stesso momento in cui I_B raggiunge I_{n_B} in modo tale che entrambi i trasformatori lavori al massimo delle loro possibilità.

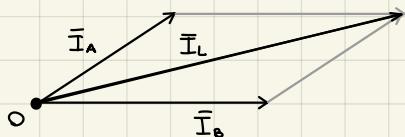
$$V_{cc \mu_A} = V_{cc \mu_B}$$

$$\bar{z}_A \bar{I}_A = \bar{z}_B \bar{I}_B \implies \Delta \bar{z}_A + \Delta \bar{I}_A = \Delta \bar{z}_B + \Delta \bar{I}_B$$

$$\bar{I}_A + \bar{I}_B = \bar{I}_L$$

$$|\bar{I}_A| + |\bar{I}_B| = |\bar{I}_L|$$

$$P_{cu} = R_A \bar{I}_A^2 + R_B \bar{I}_B^2$$



Voglio maximizzare I_L minimizzando P_{cu} :

$$\implies \Delta \bar{I}_A = \Delta \bar{I}_B \rightarrow \Delta \bar{z}_A = \Delta \bar{z}_B \rightarrow \cos \varphi_{cc_A} = \cos \varphi_{cc_B}$$

Trasformatore triphasé

Tipi di collegamenti:

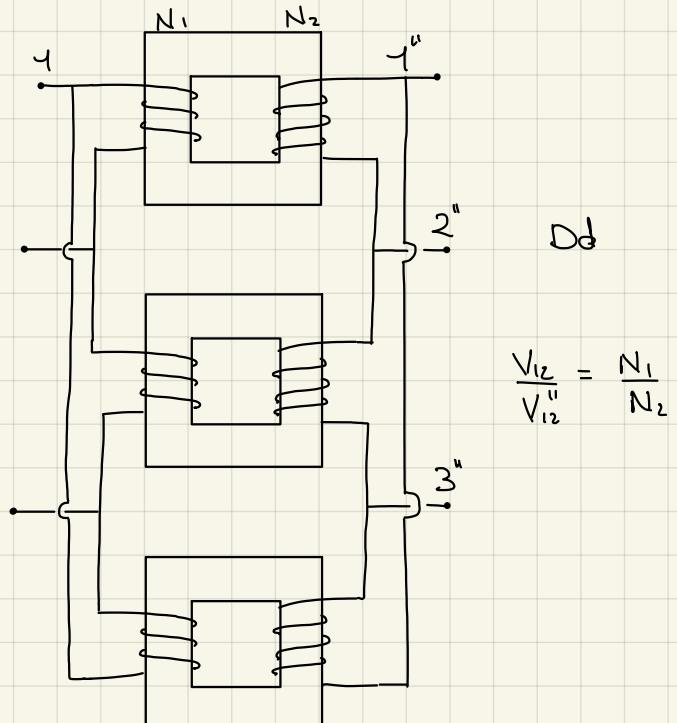
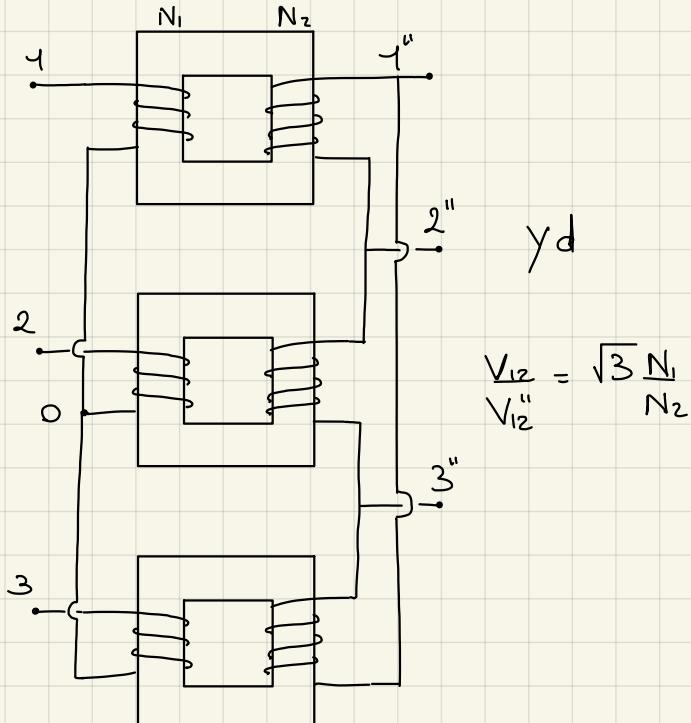
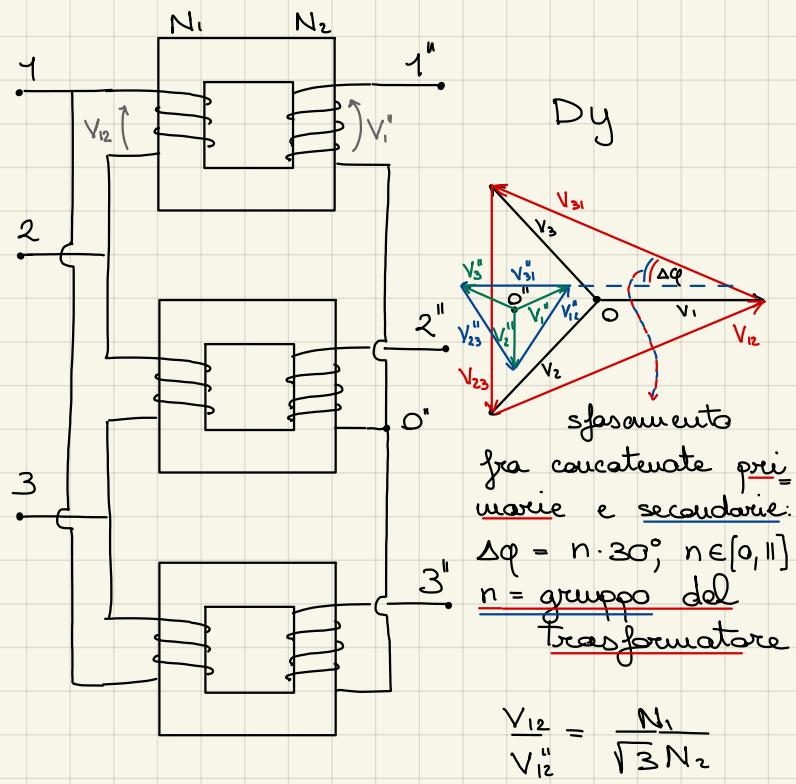
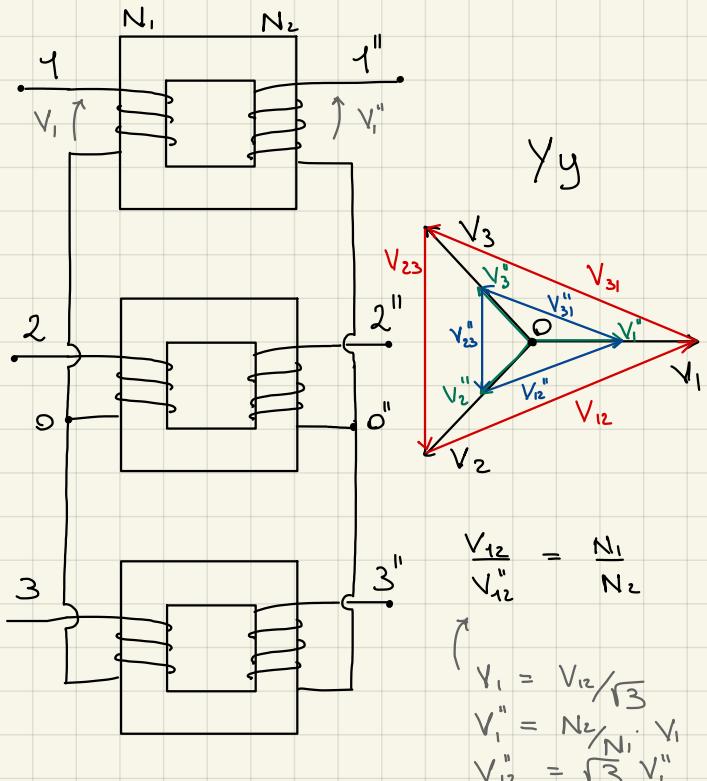
$Yy_{(n)}$ = stella - stelle

y_d = stella - triangolo

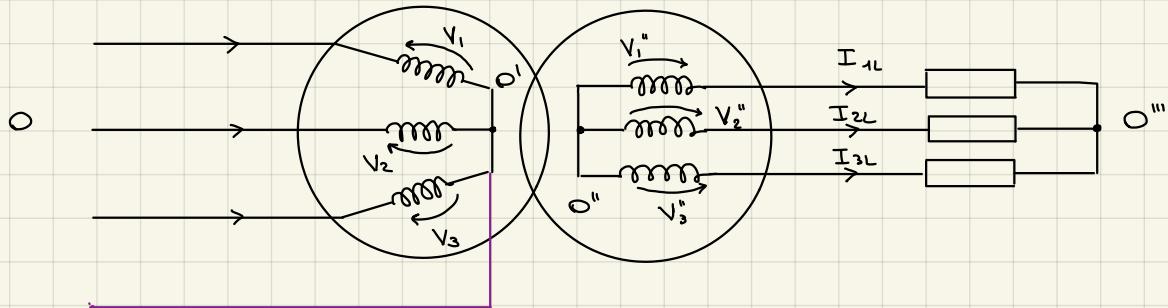
$Dy_{(n)}$ = triangolo - stelle

Dd = triangolo - triangolo

(n = centro-stelle disponibile in uscita)



Spostamento del centro-stella di un trasformatore (n)

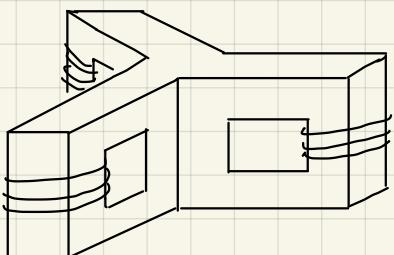


Se il carico è squilibrato le tre correnti I_{1L} , I_{2L} , I_{3L} saranno diverse e conseguentemente lo saranno anche le tre correnti agli avvolgimenti primari, determinando un $O' \neq O$. Quindi le tensioni V_1 , V_2 , V_3 e V_1'' , V_2'' , V_3'' non sono più simmetriche (né equilibrate).

Dovrò impostare quindi che $O' = O$. Posso farlo.

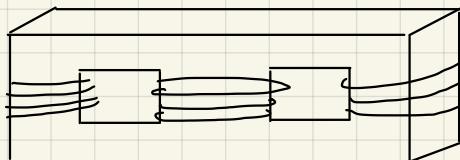
- collegando i trasformatori a triangolo
- collegando il centro stella O' direttamente a O (filo di neutro)

Trasformatore trimotore



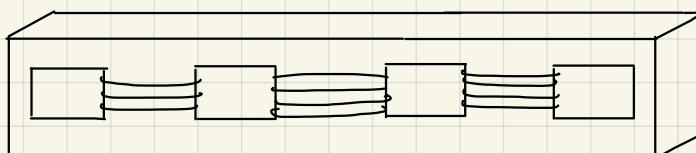
piuttosto ingombrante

Trasformatore a 3 colonne



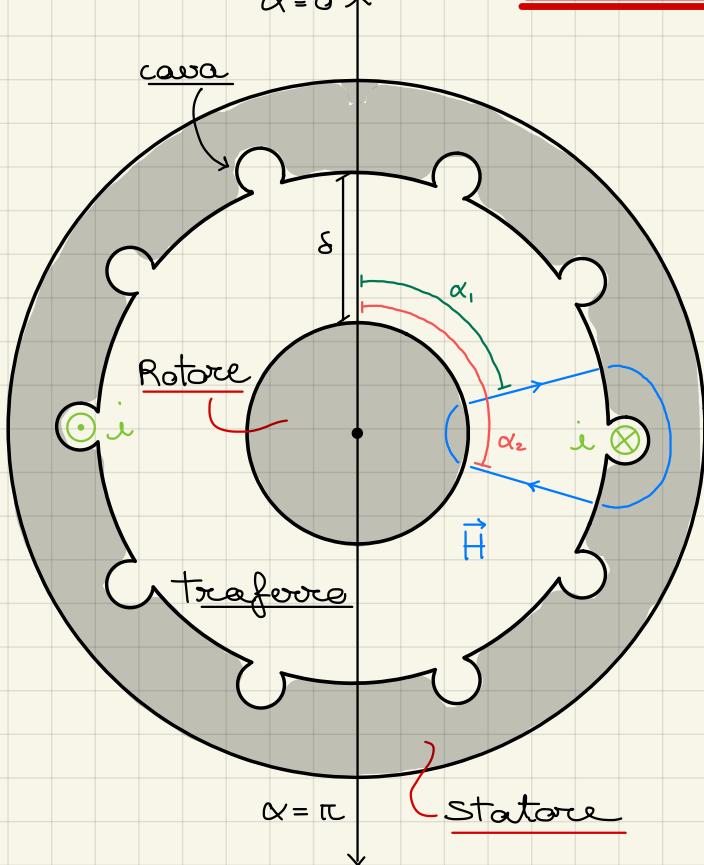
più compatto ma anche più distorcente.

Trasformatore a 5 colonne



meno compatto ma anche meno distorcente (le colonne aggiunte servono per lo scorrimento delle terze armature di flusso)

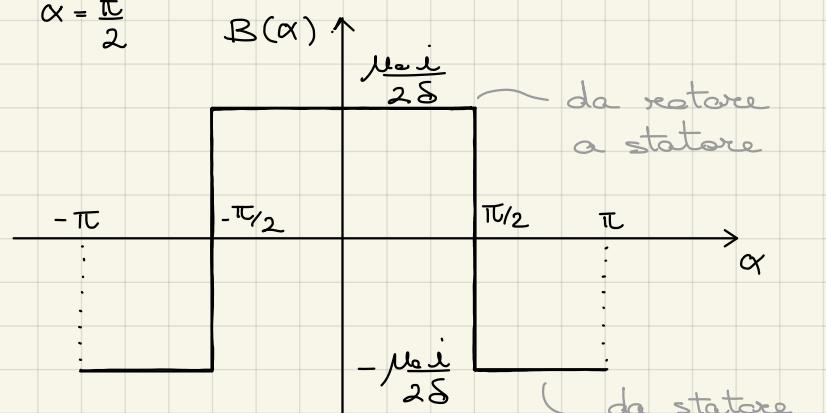
Machine Rotanti



$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_k i_k$$

$$H(\alpha_1) \delta + H_{st} l_{st} + H(\alpha_2) \delta + H_{Ro} l_{Ro} = i$$

$$\Rightarrow |H(\alpha)| = \frac{i}{2\delta}$$



B è una onda quadra di periodo 2π

→ posso svilupparlo in serie di Fourier e approssimarlo con la sua prima armonica:

$$B(\alpha) \approx \frac{4}{\pi} \frac{\mu_e i}{2\delta} \cos(\alpha) = \frac{2\mu_e}{\pi\delta} i \cos(\alpha)$$

coeff. di prima armonica

Per aumentare il campo magnetico posso aumentare il numero di spire percorse da corrente per cava:

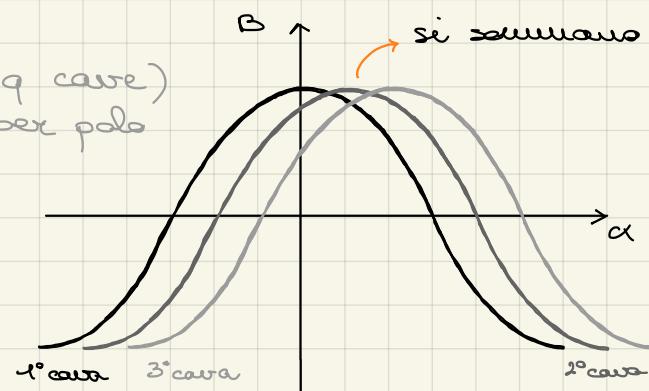
$$B(\alpha) = \frac{2\mu_e}{\pi\delta} z i \cos(\alpha) \quad (z \text{ spire}) \text{ per cava}$$

Oppure posso aumentare il numero di cavette attivate da spire:

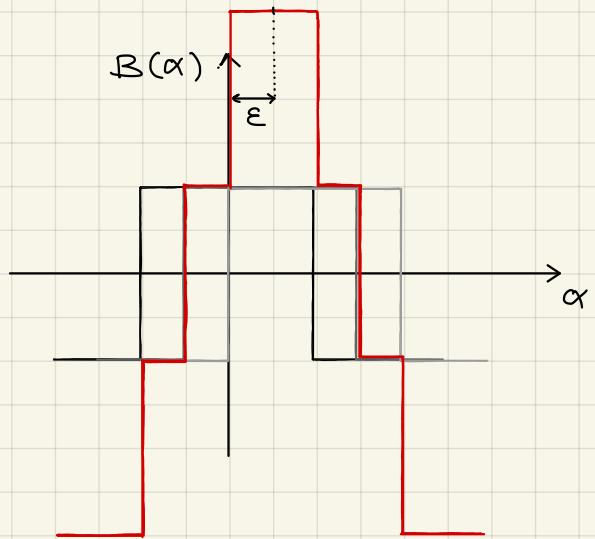
$$B(\alpha) = \frac{2\mu_e}{\pi\delta} \xi q \tilde{\xi} i \cos(\alpha - \varepsilon) \quad (q \text{ cava per polo})$$

$$\tilde{\xi} = \xi e^{j\varepsilon} \quad (\xi < 1)$$

fattore di avvolgimento complesso



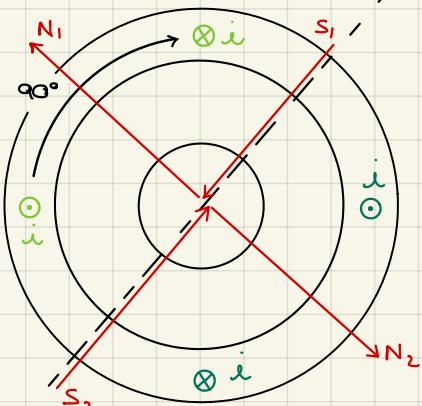
L'approssimazione a 1° arco della B è ulteriormente giustificata dall'aggiunta di più cave per il passaggio della corrente; infatti le onde quadre delle varie cave si sommano formando una gradinata che è bene approssimata da una sinuside.



Dal momento che l'asse $\alpha = 0$ è arbitrario, posso parlo in modo tale da rendere $\varepsilon = 0$

$$\rightarrow B(\alpha) = \frac{2\mu_0 Z q \xi}{\pi \delta} i \cos \alpha$$

Invece che far percorrere al filo conduttore tutti i 180° per farlo rientrare dal lato opposto del rotore, posso richiederlo ad un angolo inferiore così da lasciare spazio a più coppie polari (gruppi nord-sud)



$$B(\alpha) = \frac{2\mu_0 Z q \xi}{\pi \delta} i \cos(p \cdot \alpha) \quad (p \text{ poli})$$

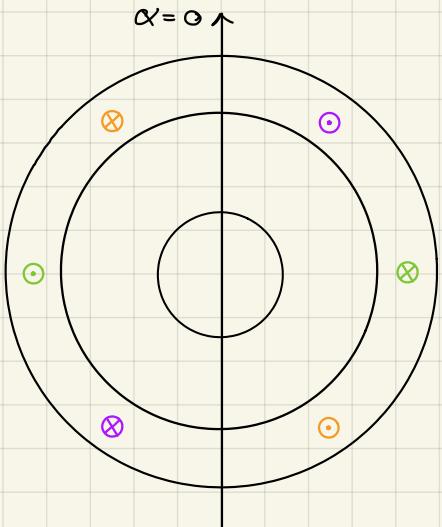
Un diverso numero di coppie polari non cambia l'intensità del campo magnetico ma solo la frequenza con cui si inverte lungo la sezione della macchina.

$$p = 2 \text{ coppie polari}$$

Per aumentare il campo magnetico potrei anche ridurre lo spessore del traferro δ, a patto che la struttura lo permetta dal punto di vista meccanico

Macchine rotanti trifase

Lo statore è attraversato da 3 gruppi distinti di avvolgimenti, sfasati tra loro di 120° e percorsi da correnti diverse.



si possono sommare perché \vec{H} è sempre radiale in tutto il trasferro

$$\begin{aligned}
 B(\alpha) &= B_1(\alpha) + B_2(\alpha) + B_3(\alpha) = \\
 &= \frac{2\mu_0 Z q \xi}{\pi \delta} \left\{ i_1 \cos(p\alpha) + i_2 \cos\left(p\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) + i_3 \cos\left(p\alpha - \frac{4\pi}{3}\right) \right\} \\
 B(\alpha) &= \frac{2\mu_0 Z q \xi}{\pi \delta} \left\{ i_1 \cos(p\alpha) + i_2 \cos(p\alpha - \frac{2\pi}{3}) + i_3 \cos(p\alpha - \frac{4\pi}{3}) \right\} \\
 \cos(p\alpha) &= \operatorname{Re} \left\{ e^{jp\alpha} \right\} \\
 B(\alpha) &= \frac{2\mu_0 Z q \xi}{\pi \delta} \operatorname{Re} \left\{ (i_1 + i_2 e^{j\frac{2\pi}{3}} + i_3 e^{j\frac{4\pi}{3}}) e^{-jp\alpha} \right\}
 \end{aligned}$$

$\vec{i}_s = K (i_1 + i_2 e^{j\frac{2\pi}{3}} + i_3 e^{j\frac{4\pi}{3}})$ dove $K = \frac{2}{3}$ ($\sigma K = \sqrt{\frac{2}{3}}$)

vettore spaziale (space vector) o componente simmetrica delle correnti statiche

$$\begin{aligned}
 B(\alpha) &= \frac{3\mu_0 Z_s q_s \xi_s}{\pi \delta} \operatorname{Re} \left\{ \vec{i}_s e^{-jp\alpha} \right\} \quad \vec{i}_s = I_s e^{j\psi} \\
 &= \frac{3\mu_0 Z_s q_s \xi_s}{\pi \delta} I_s \cos(p\alpha - \psi)
 \end{aligned}$$

Cambiando i valori di i_1, i_2, i_3 posso determinare il modulo e la fase di B come se fosse controllata da una sola corrente.

Per ricavare le 3 correnti dallo space vector.

$$\left\{
 \begin{aligned}
 i_1 &= \operatorname{Re} \left\{ \vec{i}_s \right\} = \frac{2}{3} \operatorname{Re} \left\{ i_1 + i_2 \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + i_3 \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right\} \\
 &= \frac{2}{3} \left(i_1 - \frac{i_2}{2} - \frac{i_3}{2} \right) = \left\{ i_1 + i_2 + i_3 = 0 \right\} = \frac{2}{3} \left(\frac{3}{2} i_1 \right) = i_1 \\
 i_2 &= \operatorname{Re} \left\{ \vec{i}_s e^{-j\frac{2\pi}{3}} \right\} \text{ analogamente} \\
 i_3 &= \operatorname{Re} \left\{ \vec{i}_s e^{-j\frac{4\pi}{3}} \right\} \text{ analog.}
 \end{aligned}
 \right.$$

$i_K = \operatorname{Re} \left\{ \vec{i}_s e^{-j\frac{2\pi}{m}(K-1)} \right\}$
m-fasi, K-esima corrente

In generale, in una macchina rotante a m-fasi, ho bisogno di $Q = 2 \cdot q \cdot p \cdot m$ correnti totali

e posso esprimere campo magnetico e vettore spaziale delle correnti statiche come

$$B(\alpha) = \frac{m \mu_0 Z_s q_s \xi}{\pi \delta} \operatorname{Re} \left\{ \vec{i}_s e^{-jp\alpha} \right\} \quad \text{e} \quad \vec{i}_s = \frac{2}{m_s} \sum_{k=1}^m i_k e^{j\frac{2\pi}{m}(k-1)}$$

Ese: Terna simmetrica di correnti

$$i_1(t) = \bar{I} \cos \omega t$$

$$i_2(t) = \bar{I} \cos(\omega t - \frac{2}{3}\pi)$$

$$i_3(t) = \bar{I} \cos(\omega t - \frac{4}{3}\pi)$$

$$\begin{aligned} \vec{i}_s &= \frac{2}{3} \left[\bar{I} \cos \omega t + \bar{I} \cos(\omega t - \frac{2}{3}\pi) e^{j\frac{2}{3}\pi} + \bar{I} \cos(\omega t - \frac{4}{3}\pi) e^{j\frac{4}{3}\pi} \right] \\ &= \frac{2}{3} \bar{I} \left[\cos \omega t + \left(-\frac{1}{2} \cos \omega t + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \omega t \right) e^{j\frac{2}{3}\pi} + \left(-\frac{1}{2} \cos \omega t - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \omega t \right) e^{j\frac{4}{3}\pi} \right] \\ &\quad \left| \begin{array}{l} e^{j\frac{2}{3}\pi} + e^{j\frac{4}{3}\pi} = -1 \\ e^{j\frac{2}{3}\pi} - e^{j\frac{4}{3}\pi} = \sqrt{3}j \end{array} \right. \\ &= \frac{2}{3} \bar{I} \left[\cos \omega t + \frac{1}{2} \cos \omega t + \frac{3}{2} j \sin \omega t \right] = \underline{\bar{I} e^{j\omega t}} \end{aligned}$$

fase della terza simmetrica $\bar{I} = I e^{j\varphi}$

↓
space vector delle terne simmetriche

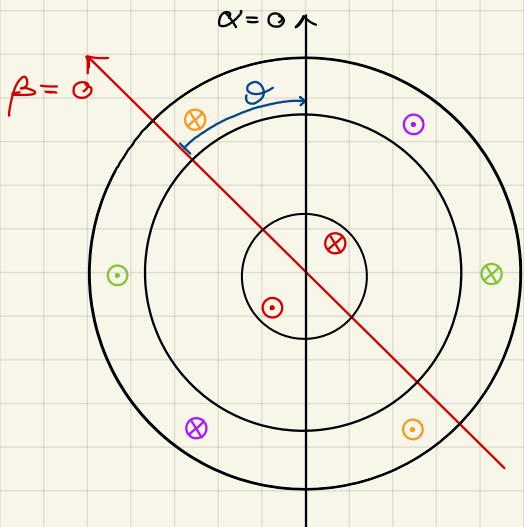
$\rightarrow B(\alpha) = \frac{3 \mu_0 z_s q_s \xi_s}{\pi \delta} I \cos(\rho \alpha - \omega t - \varphi)$

$$\rho(\alpha + d\alpha) - \omega(t + dt) = \rho \alpha - \omega t \Rightarrow \frac{d\alpha}{dt} = \frac{\omega}{\rho}$$

$B(\alpha + d\alpha, t + dt) = B(\alpha, t)$

la rapidità di distribuzione del campo nel trasferro dipende dal numero di coppie polari

Aggiunta delle correnti al rotore



$$B_r(\beta) = \frac{m_r \mu_0 z_r q_r \xi_r}{\pi \delta} \operatorname{Re} \{ \vec{i}_r e^{-jP\beta} \}$$

numero di spire, cave, fattore di avvolgimento e fase diverse ma numero di coppie polari uguale rispetto al rotore

$$\vec{i}_r = \frac{2}{m_r} \sum_{k=1}^{m_r} i_{r_k} \cdot e^{\frac{j2\pi}{m_r}(k-1)} \quad \begin{matrix} \text{vettore spaziale} \\ \text{delle correnti} \\ \text{restorative} \end{matrix}$$

$$\alpha = \beta + \theta \quad (\theta \text{ varia nel tempo}, \text{ il rotore ruota})$$

$$B(\alpha) = \frac{3 \mu_0 z_s q_s \xi_s}{\pi \delta} \operatorname{Re} \{ \vec{i}_s e^{-jP\alpha} \} + \frac{m_r \mu_0 z_r q_r \xi_r}{\pi \delta} \operatorname{Re} \{ \vec{i}_r e^{jP\theta} e^{-jP\alpha} \}$$

$$\left[\frac{m_r \mu_0 z_r q_r \xi_r}{\pi \delta} \vec{i}_r = \frac{3 \mu_0 z_s q_s \xi_s}{\pi \delta} \vec{i}'_r \right] \text{ riporta le correnti rotoriche allo stator per semplificare l'espressione di } B$$

$$\rightarrow \vec{i}_r = \frac{3 z_s q_s \xi_s}{m_r z_r q_r \xi_r} \vec{i}'_r$$

$$\Rightarrow B(\alpha) = \frac{3 \mu_0 z_s q_s \xi_s}{\pi \delta} \operatorname{Re} \left\{ (\vec{i}_s + \vec{i}'_r e^{j\beta\theta}) e^{-jP\alpha} \right\} \text{ riportato allo stator}$$

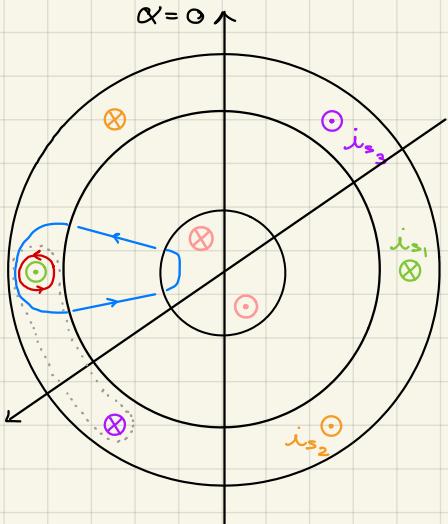
Modello elettrico delle macchine

$$V_{s1} = R_s i_{s1} + L_s \frac{di_{s1}}{dt} + \frac{d\phi_{sm1}}{dt}$$

$$V_{s2} = R_s i_{s2} + L_s \frac{di_{s2}}{dt} + \frac{d\phi_{sm2}}{dt}$$

$$V_{s3} = R_s i_{s3} + L_s \frac{di_{s3}}{dt} + \frac{d\phi_{sm3}}{dt}$$

(non considero linee di mutua induzione tra fasi diverse poiché sarebbero troppo lunghe e quindi poco presenti)



stator trifase simmetrico ($m_s = 3$)

diametro "di alesaggio", corrispondente al diametro del rotore o al diametro interno dello stator quando δ è molto piccolo

$$\Phi_{sm_k} = p \frac{l_{ax}}{2} z_s q_s \xi_s \int_{\frac{\pi}{2p} + \frac{2}{3p}\pi(k-1)}^{\frac{\pi}{2p}} B(\alpha) d\alpha =$$

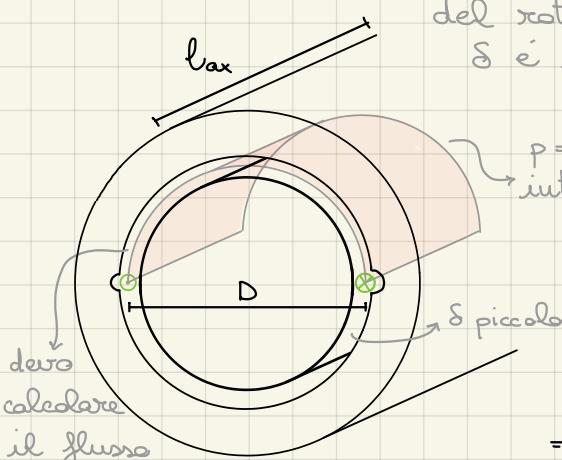
$$= p \frac{l_{ax}}{2} z_s q_s \xi_s \int_{-\frac{\pi}{2p} + \frac{2}{3p}(k-1)\pi}^{\frac{\pi}{2p} + \frac{2}{3p}(k-1)\pi} \frac{3 \mu_0 z_s q_s \xi_s}{\pi \delta} \operatorname{Re} \left\{ (\vec{i}_s + \vec{i}'_r e^{j\beta\theta}) e^{-jP\alpha} \right\} d\alpha$$

$$= \frac{3 \mu_0 z_s^2 q_s^2 \xi_s^2 D_{ax}}{\pi \delta} \frac{P}{2} \operatorname{Re} \left\{ (\vec{i}_s + \vec{i}'_r e^{j\beta\theta}) \left[\frac{e^{-jP\alpha}}{-jP} \right] \right\}$$

$$\frac{2}{P} e^{-j\frac{2}{3}\pi(k-1)}$$

$$\frac{\pi}{2p} + \frac{2}{3p}(k-1)\pi$$

$$\frac{2}{P} + \frac{2}{3p}(k-1)$$



dove calcolare il flusso

attraverso una sup. che sia contenuta nel traferro perché è dove conosco $B(\alpha)$

$$\Phi_{sm_k} = \frac{3 \mu_0 z_s^2 q_s^2 \xi_s^2 D_{ax}}{\pi \delta} \operatorname{Re} \left\{ (\vec{i}_s + \vec{i}'_r e^{j\beta\theta}) e^{-j\frac{2}{3}\pi(k-1)} \right\}$$

$$L_m \downarrow$$

$$\vec{i}_{us}$$

$$\rightarrow \Phi_{sm_k} = L_m i_{us_k}$$

$$\left. \begin{aligned} V_{S_1} &= R_s i_{s_1} + L_s \frac{d i_{s_1}}{dt} + L_m \frac{d i_{us_1}}{dt} \\ \implies V_{S_2} &= R_s i_{s_2} + L_s \frac{d i_{s_2}}{dt} + L_m \frac{d i_{us_2}}{dt} \\ V_{S_3} &= R_s i_{s_3} + L_s \frac{d i_{s_3}}{dt} + L_m \frac{d i_{us_3}}{dt} \end{aligned} \right\}$$

space vector delle tensioni statoriche

$$\vec{V}_S = R_s \vec{i}_s + L_s \frac{d \vec{i}_s}{dt} + L_m \frac{d \vec{i}_{us}}{dt}$$

Stesso calcolo per le correnti rotoriche:

$$V_{r_k} = R_r i_{r_k} + L_r \frac{d i_{r_k}}{dt} + \frac{d \varphi_{mrk}}{dt}$$

$$\varphi_{mrk} = \frac{\Delta}{2} \log \int z_r q_r \sum_r B(\beta) d\beta =$$

$$-\frac{\pi}{2p} + \frac{2\pi}{m_r p} (k-1)$$

$$= \frac{\Delta}{2} \log z_r q_r \xi_r \int \frac{3 \mu_0 z_s q_s \xi_s}{\pi \delta} \operatorname{Re} \left\{ (i_s e^{-j\beta\theta} + i'_r) e^{-j\beta\beta} \right\} d\beta =$$

$$= \frac{3 \mu_0 z_s q_s \xi_s}{\pi \delta} \Delta \log z_r q_r \xi_r \operatorname{Re} \left\{ (i_s e^{-j\beta\theta} + i'_r) e^{-j\frac{2\pi}{m_r}(z-1)} \right\}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \varphi_{mrk} = \frac{z_r q_r \xi_r}{z_s q_s \xi_s} \cdot \varphi_{msk} \\ i_{usr} = i_s e^{-j\beta\theta} + i'_r = i_{us} e^{-j\beta\theta} \end{cases}$$

$$\boxed{\vec{V}_r = R_r \vec{i}_r + L_r \frac{d \vec{i}_r}{dt} + \frac{z_r q_r \xi_r}{z_s q_s \xi_s} L_m \frac{d}{dt} (i_s e^{-j\beta\theta} + i'_r)}$$

space vector delle tensioni rotoriche

$$\underbrace{\frac{z_s q_s \xi_s}{z_r q_r \xi_r}}_{m_s} \vec{V}_r = R_r \underbrace{\frac{3 z_s^2 q_s^2 \xi_s^2}{m_r z_r^2 q_r^2 \xi_r^2}}_{L_m} \vec{i}_r + L_r \underbrace{\frac{3 z_s^2 q_s^2 \xi_s^2}{m_r z_r^2 q_r^2 \xi_r^2} \frac{d}{dt} \vec{i}_r}_{\frac{d}{dt} (\vec{i}_s e^{-j\beta\theta} + \vec{i}'_r)} + L_m \frac{d}{dt} (\vec{i}_s e^{-j\beta\theta} + \vec{i}'_r)$$

$$\vec{V}'_r = R'_r \vec{i}'_r + L'_r \frac{d \vec{i}'_r}{dt} + L_m \frac{d}{dt} (\vec{i}_s e^{-j\beta\theta} + \vec{i}'_r)$$

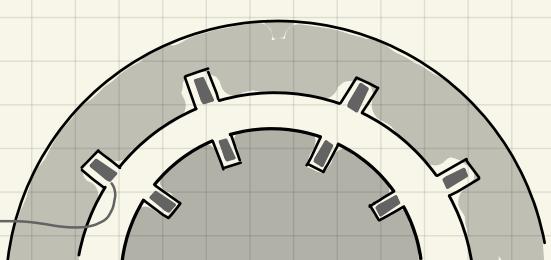
space vector delle tensioni rotoriche riportato allo statorico

Modello meccanico delle macchine

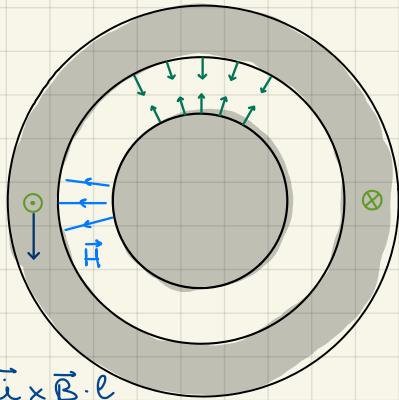
Tipicamente: $m_r = \frac{n_b}{P}$ $z_r = q_r = \xi_r = 1$

numero di
barre rotoriche

barre per la
corrente

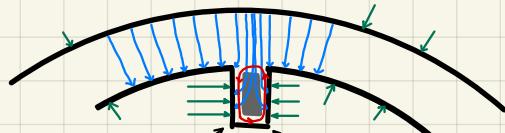


Forze nelle macchine: forze di Lorentz e forze sulle superfici di discontinuità



→ sono tangenziali, formiscono sempre una coppia

→ sono radiali, ma allora non dovrebbero formare una coppia



il campo rotatorio
si somma a quello statico il campo rotatorio si sottrae a quello statico

→ Le forze di discontinuità a sinistra sono maggiori di quelle a destra, quindi si genera una coppia.

In una macchina reale risulta: $F_{p.m.} \approx 65 - 70\%$
 $F_{di\ pressione\ magnetica} \leftarrow$

$F_{cond.} \approx 30 - 35\%$

↳ F sul conduttore

campo \vec{H} più forte,
forze F_{cond} più intense

Si può dimostrare che calcolare la coppia totale considerando le forze sul conduttore come se le correnti fossero nel traferro e trascurando le forze sulle discontinuità, equivale a calcolare la coppia totale considerando le correnti nelle care e le forze sulle discontinuità (in pratica si sostituisce una forza mentre ne sostituisce un'altra, così) da mantenere la forza totale invariata).

campo \vec{H} più debole,
forze F_{cond} meno intense

$$M = \frac{D}{2} B_{ax} \sum_{k=1}^q i_k B (\alpha_k)$$

$$M = \frac{3}{2} \rho L_m \operatorname{Im} \left\{ i_s i_r^* e^{-j\varphi} \right\} \text{ momento delle coppie}$$

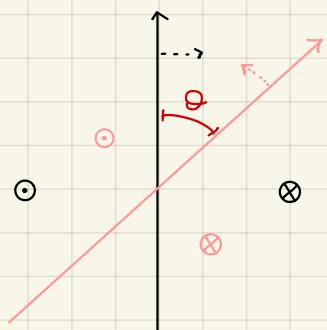
+

$$\vec{V}_s = R_s \vec{i}_s + L_s \frac{d \vec{i}_{dis}}{dt} + L_m \frac{d}{dt} (\vec{i}_s + \vec{i}_r e^{j\varphi})$$

$$\vec{V}_r = R_r \vec{i}_r + L_r \frac{d \vec{i}_{dis}}{dt} + L_m \frac{d}{dt} (\vec{i}_s e^{-j\varphi} + \vec{i}_r)$$

$$M - M_r = J \frac{d \omega_r}{dt}$$

$$\theta = \int \omega_r dt + \theta_0$$



$$\text{In regime stazionario sinusoidale: } \vec{V}_s = \bar{V}_s e^{j\omega t}$$

$$\theta = \omega t$$

$$\vec{i}_s = \bar{I}_s e^{j\omega t}$$

$$\vec{V}_r = \bar{V}_r e^{j\lambda t}$$

$$\vec{i}_r = \bar{I}_r e^{j\lambda t}$$

I vettori spaziali diventano fasori, a meno di un termine $e^{j\omega t}$

Vettore spaziale: la fase indica lo sfasamento angolare rispetto a un riferimento nello spazio

Fasore: la fase indica lo sfasamento temporale rispetto a un riferimento nel tempo

ω : pulsazione delle correnti statoriche

λ : " " " " rotoriche

ω_r : velocità di rotazione del rotore rispetto allo stator

$$\bar{V}_s e^{j\omega t} = R_s \bar{I}_s e^{j\omega t} + j\omega L_s \bar{I}_s e^{j\omega t} + j\omega L_m \bar{I}_s e^{j\omega t} + L_m \frac{d}{dt} (\bar{i}_r e^{j\lambda t})$$

$$\bar{i}_r e^{j\lambda t} = \bar{i}_r e^{j\omega_r t} e^{j\lambda t} = (\bar{I}_r e^{j\lambda t}) e^{j\omega_r t} = \bar{I}_r e^{j(\lambda + \omega_r)t}$$

$$\bar{V}_s e^{j\omega t} = R_s \bar{I}_s e^{j\omega t} + j\omega L_s \bar{I}_s e^{j\omega t} + j\omega L_m \bar{I}_s e^{j\omega t} + j(\lambda + \omega_r) L_m \bar{I}_r e^{j(\lambda + \omega_r)t}$$

Affinché l'equazione sia fasoriale (i.e.: a regime) non deve avere dipendenza dal tempo:



$$\omega = \lambda + \omega_r$$



velocità elettrica

$$0 = \bar{V}_r e^{j\lambda t} = R'_r \bar{I}_r e^{j\lambda t} + j\lambda L'_r \bar{I}_r e^{j\lambda t} + j\lambda L_m \bar{I}_r e^{j\lambda t} + j(\omega - \omega_r) L_m \bar{I}_s e^{j(\omega - \omega_r)t}$$

$$\text{stessa condizione } \omega - \omega_r = \lambda$$

Nelle macchine asincrone:

- $\bar{V}_r = 0$ (rotore chiuso in corto circuito) λ, ω_r qualsiasi
- $\bar{V}_r = V_{bd} e^{j\lambda t}$ (doppia alimentazione) λ, ω_r fissati

Nelle macchine sincrone

- $\bar{V}_r = V_{bd}$ con $\lambda = 0, \omega_r = \frac{\omega}{P}$ (velocità di sincronismo)

* campo rotatorio e statico sincroni

STATORE		ROTORE		STATORE
B_s	B_s	L_r	i_r	B_r
$\frac{\omega}{P} *$	$\frac{\omega}{P} - \omega_r$	$P(\frac{\omega}{P} - \omega_r)$	$\omega - P\omega_r$	$\frac{\omega}{P} *$

$$-\omega_r$$

λ

$$+ \omega_r$$

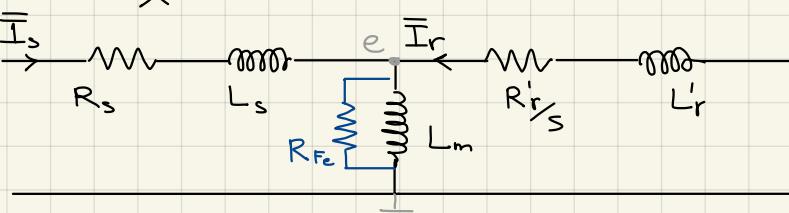
$$M = \frac{3}{2} P L_m \operatorname{Im} \left\{ \bar{I}_s e^{j\omega t} \cdot \bar{I}_r^* e^{-j\lambda t} e^{-jP\omega_r t} \right\} = \frac{3}{2} P L_m \operatorname{Im} \left\{ \bar{I}_s \bar{I}_r^* \right\}$$

\uparrow
 $\lambda + P\omega_r = \omega$

$$\bar{V}_s = R_s \bar{I}_s + j\omega L_s \bar{I}_s + j\omega L_m (\bar{I}_s + \bar{I}_r)$$

$$(O = R'_r \bar{I}_r + j\lambda L'_r \bar{I}_r + j\lambda L_m (\bar{I}_s + \bar{I}_r)) \times \left[\frac{\omega}{\lambda} \right]$$

$$O = R'_r \frac{\omega}{\lambda} \bar{I}_r + j\omega L'_r \bar{I}_r + j\omega L_m (\bar{I}_s + \bar{I}_r) \quad \left(\frac{\lambda}{\omega} = s \text{ scorrimento} \right)$$



circuito equivalente

R_{Fe} : perdite nel ferro

ROTORE chiuso in
CORTOCIRCUITO

Prova a vuoto

$$S \approx 0 - \text{misura } V_n, I_o, P_o \quad I_o \approx 35-40\% I_n$$

trifase

termini effici

$$P_o = P_{Fe} + 3R_s I_o^2 + P_{a,v} \rightarrow \text{perdite per attrito e ventilazione}$$

$$P_{Fe} = \frac{e^2}{R_{Fe}} \approx \frac{V_n^2}{R_{Fe}} \rightarrow P_{Fe} \text{ lo ricevo sottraendo a } P_o \text{ le perdite in } R_s \text{ e } P_{a,v} \text{ che sono note (di solito } P_o \approx P_{Fe})$$

$$\cos \varphi_o = \frac{P_{Fe}}{\sqrt{3} V_n I_o} \quad Q_{Fe} = P_{Fe} \cdot \operatorname{tg} \varphi_o$$

$$X_m = \frac{V_n^2}{Q_{Fe}}$$

Prova "in cortocircuito" | a rotore bloccato

$$S = 1 - \text{misura } V_{cc}, I_{cc}, P_{cc}$$

$$V_{cc} \approx 20\% V_n$$

la macchina non si muove

$$P_{cc} = 3R_s I_{cc}^2 + 3R'_r I_{cc}^2 + P_{Fe} + P_{a,v}$$

\downarrow
trascurabili

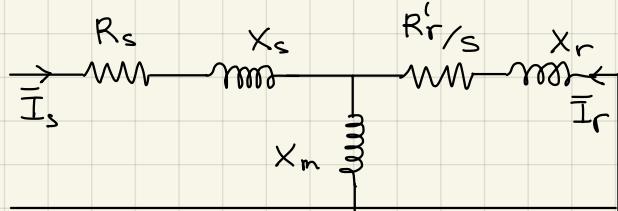
$$P_{cc} \approx P_{cu} \approx 3(R_s + R'_r) I_{cc}^2 \rightarrow |I_{cc}| \approx |I_{cc}| \text{ poiché } I_m \text{ è sfasato di } 90^\circ \text{ ed è circa il } 20\% \text{ di } I_{cc}$$

$$Z_{cc} = \frac{V_{cc}}{\sqrt{3} I_{cc}}$$

$$X_s + X_r = \sqrt{Z_{cc}^2 - (R_s + R'_r)^2} \quad (X_s \approx X_r)$$

$$\bar{V}_s = R_s \bar{I}_s + j X_s \bar{I}_s + j X_m (\bar{I}_s + \bar{I}_r)$$

$$0 = R_r' \bar{I}_r + j X_r \bar{I}_r + j X_m (\bar{I}_s + \bar{I}_r)$$

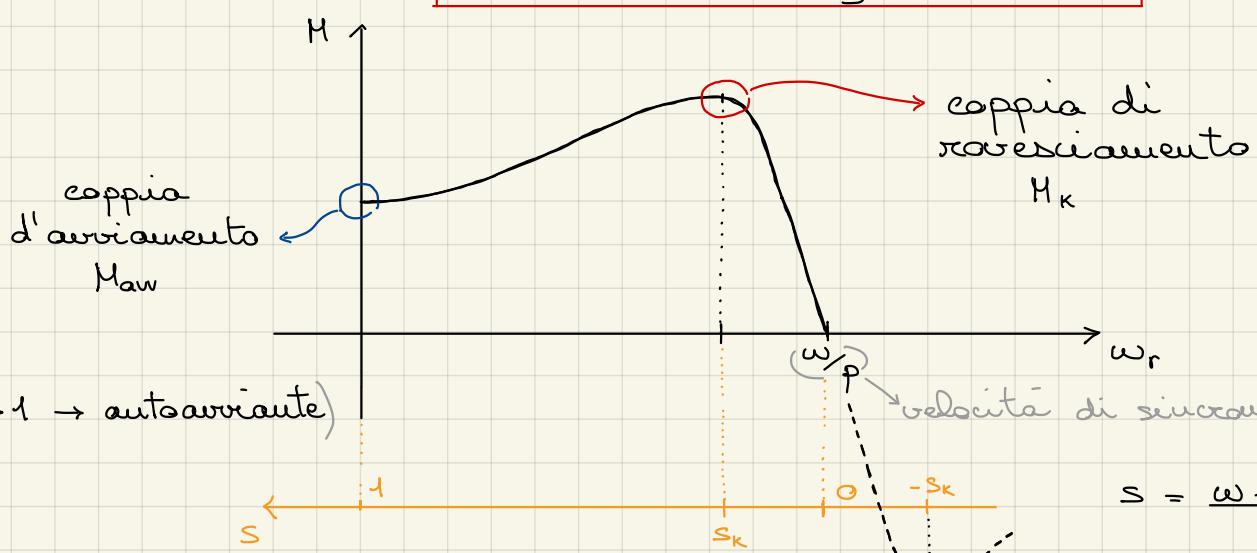


$$\begin{aligned} M &= \frac{3}{2} p L_m \operatorname{Im}\{\bar{I}_s \bar{I}_r^*\} = \\ &= \frac{3}{2} p L_m \operatorname{Im}\left\{\bar{I}_r \frac{j R_r'}{s} - (X_m + X_r) \bar{I}_r^*\right\} = \\ &= \frac{3 p R_r'}{2 \omega s} \bar{I}_r^2 = \frac{3 p R_r' I_{\text{eff}}^2}{\omega s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_r &= -\bar{I}_s \frac{j X_m}{\frac{R_r'}{s} + j(X_m + X_r)} \\ \bar{I}_s &= \bar{I}_r \frac{j \frac{R_r'}{s} - (X_m + X_r)}{X_m} \end{aligned}$$

$$|I_r| \approx |I_s| \rightarrow$$

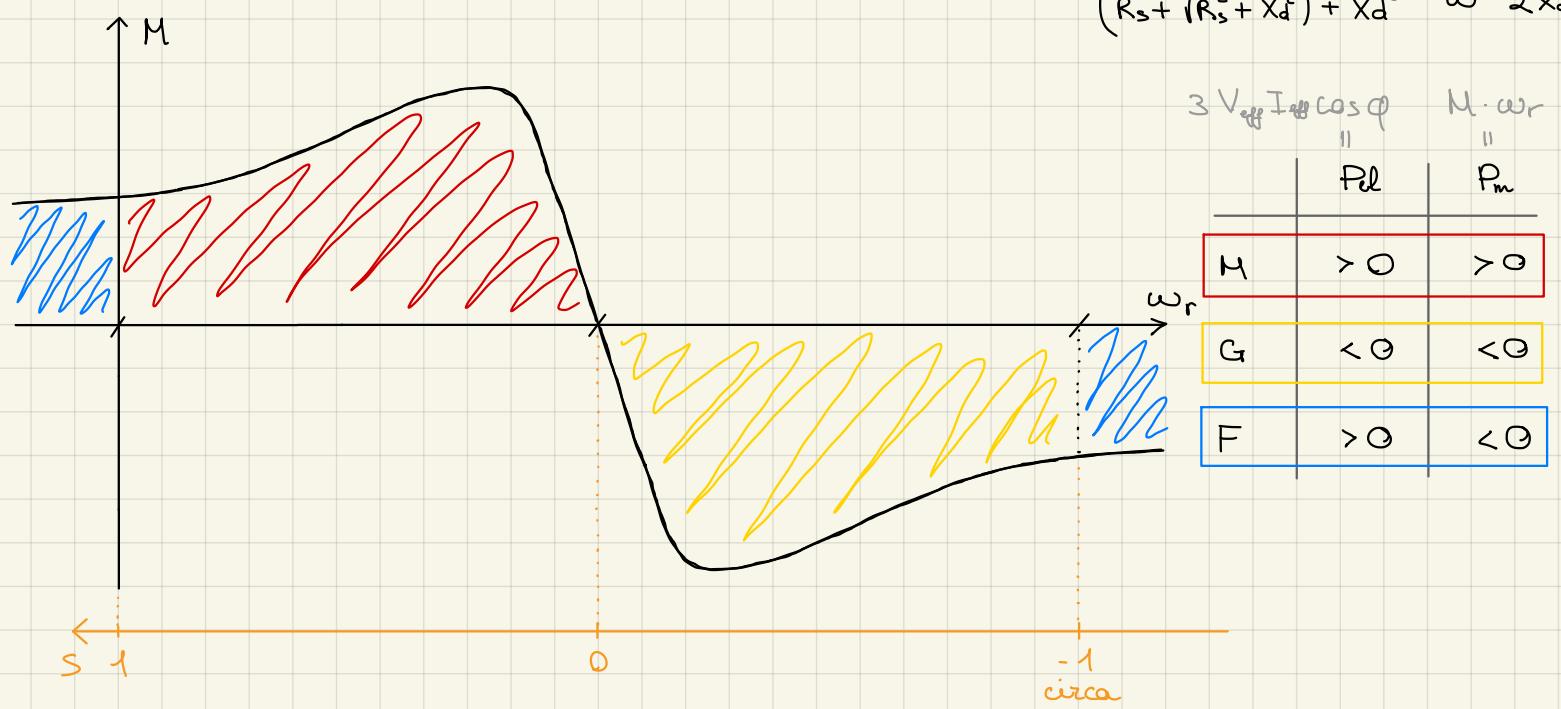
$$M \approx \frac{3p}{\omega} \frac{R_r'}{s} \frac{V_{\text{eff}}^2}{(R_s + R_r')^2 + (X_s + X_r)^2}$$

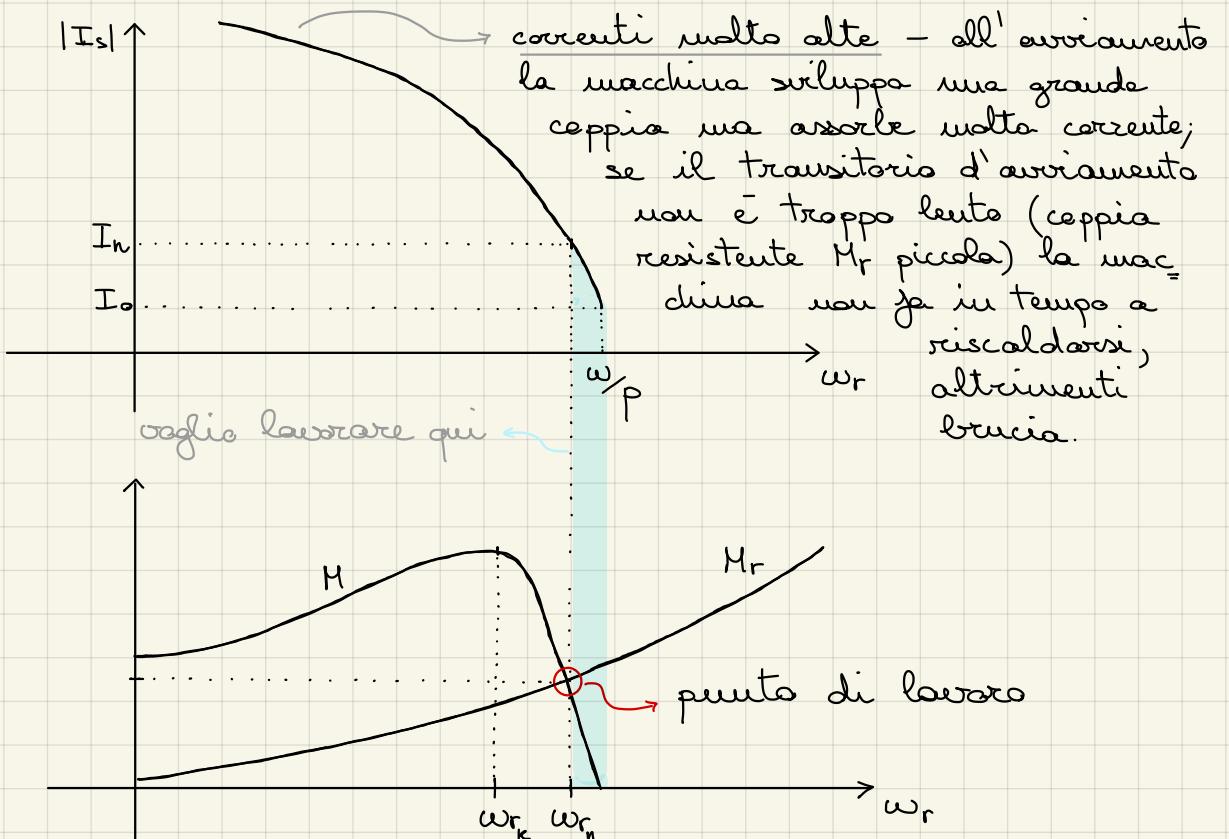


$$\begin{aligned} M_{aw} &= \frac{3p}{\omega} \frac{R_r'}{s} \frac{V_{\text{eff}}^2}{(R_s + R_r')^2 + (X_s + X_r)^2} \\ &\approx \frac{3p}{\omega} \frac{R_r'}{s} \frac{V_{\text{eff}}^2}{X_d^2} \rightarrow X_d = X_s + X_r \end{aligned}$$

$$\left. \frac{dM}{d\omega_r} \right|_{s=s_k} = 0 \rightarrow s_k = \pm \frac{R_r'}{\sqrt{R_s^2 + X_d^2}}$$

$$M_k = \frac{3p}{\omega} \sqrt{R_s^2 + X_d^2} - \frac{V_{\text{eff}}^2}{(R_s + \sqrt{R_s^2 + X_d^2})^2 + X_d^2} \approx \frac{3p}{\omega} \frac{V_{\text{eff}}^2}{2 X_d}$$

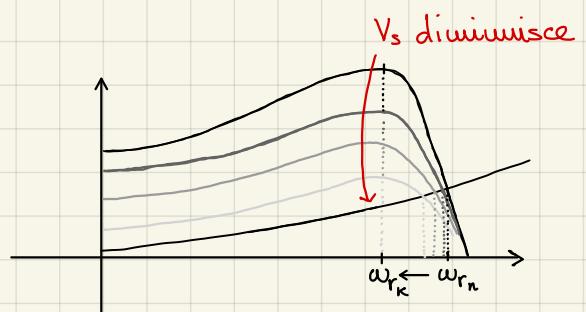




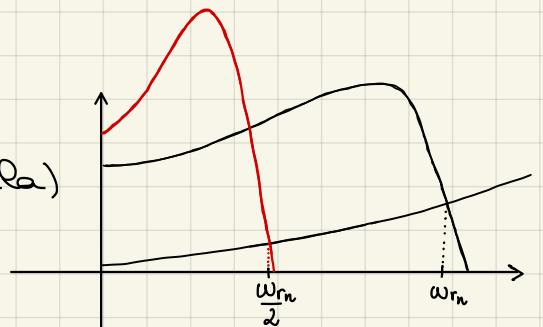
Se voglio cambiare la velocità (punto di lavoro) devo variare la coppia motrice M :

$$M = \frac{3p}{\omega} \frac{R_r'}{s} \frac{V_{self}^2}{(R_s + \frac{R_r'}{s})^2 + X_d^2}$$

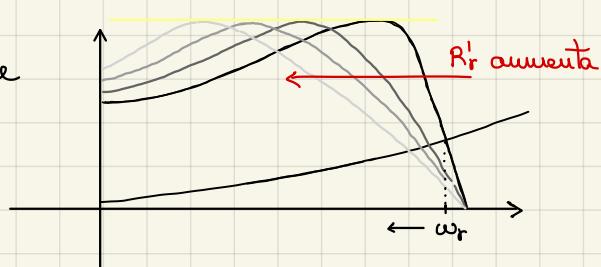
- Se vario V_s posso cambiare la velocità fino alla velocità di rovesciamento.
- Operazione semplice
 - Variazione limitata



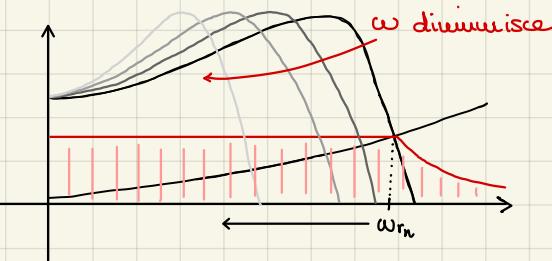
- Se vario p posso cambiare la velocità di un certo fattore (diminuirlo o raddoppiarla)
- Operazione complessa
 - Variazione estesa



- Se vario R_r' posso cambiare quanto voglio la velocità, tuttavia la diminuzione di w_r è ricanducibile alle perdite nel rame. Permette inoltre di ridurre la corrente all'avviamento.



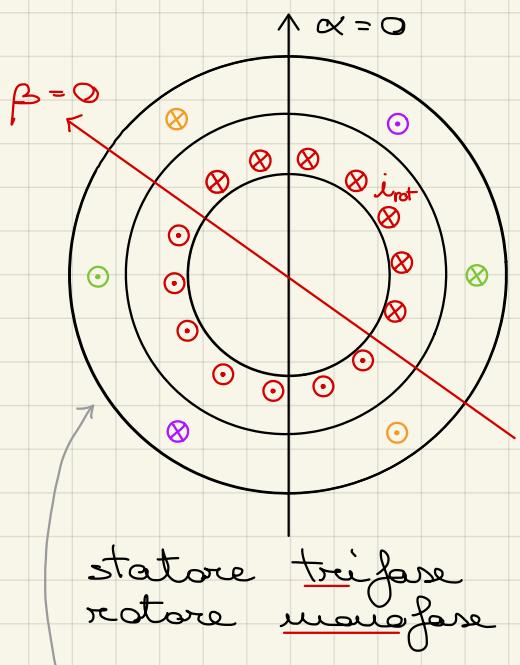
→ Se vario w (ho bisogno di un inverter) devo anche cambiare la tensione V_s in modo proporzionale. Infatti, essendo $V_s \approx w \cdot \phi$, riducendo solo la pulsazione il flusso aumenta ma solo fino alla saturazione, per cui devo anche ridurre V_s ; aumentando la pulsazione si riduce il flusso che comporta una diminuzione delle coppie, per cui devo anche aumentare V_s ma solo fino a V_h : oltre V_h se aumento la pulsazione diminuisce la coppia disponibile. La variazione di w mi permette di cambiare come voglio la velocità, ma a velocità maggiori corrispondono coppie minori



R_s non si varia poiché influenza poco sulla regolazione della coppia quando lo scorrimento è circa 0, cioè vicino al punto di lavoro. Infatti $M \propto \frac{1}{(R_s + R_t^l)^2} \approx \frac{s^2}{R_t^l}$ se $R_t^l \approx R_s$

$\times l$ è generalmente difficile da modificare per cui non si varia.

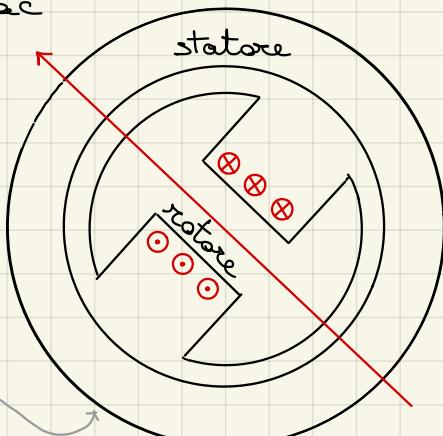
Macchine sincrone



macchina sincrona cilindrica (isotropa)

La struttura delle macchine sincrone è la stessa di quelle asincrone, per le macchine isotrope (cioè la lunghezza di campo è la stessa in tutto il traferro).

Esistono macchine sincrone anisotrope, come la macchina "a poli salienti", che hanno una struttura leggermente diversa



macchina sincrona "a poli salienti" (anisotropa)

Nella macchina sincrona l'avvolgimento rotore è monofase e alimentato in continua \Rightarrow (a regime) il campo rotore è sempre in fase con il rotore stesso (non posso spostare l'asse del campo rispetto a quello fissato dagli avvolgimenti).

$$\vec{i}_r = \frac{2}{1} i_{rot} = 2 i_{rot} \text{ (non c'è il termine } e^{j\theta} \Rightarrow \text{ lo space vector delle correnti rotoriche non controlla la fase)}$$

$$\vec{i}'_r = \vec{i}_r \frac{m_r z_r q_r \xi_r}{3 z_s q_s \xi_s} = \frac{2 i_{rot} z_r q_r \xi_r}{3 z_s q_s \xi_s}$$

$$B(\alpha) = \frac{3 \mu_0 z_s q_s \xi_s}{\pi \delta} \operatorname{Re} \left\{ (i_s + \vec{i}'_r e^{jP\theta}) e^{-jP\alpha} \right\}$$

$$\vec{V}_s = R_s \vec{i}_s + L_s \frac{d \vec{i}_s}{dt} + L_m \frac{d}{dt} (\vec{i}_s + \vec{i}'_r e^{jP\theta}) \quad \begin{array}{l} \text{a regime i due} \\ \text{campi sono sincroni} \\ \text{(e comunque è trascurabile)} \end{array}$$

$$\vec{V}_r = R_r \vec{i}_r + L_r \frac{d \vec{i}_r}{dt} + \frac{z_r q_r \xi_r}{z_s q_s \xi_s} L_m \frac{d}{dt} (\vec{i}_s e^{-jP\theta} + \vec{i}'_r) = 2 V_{rot}$$

L'avvolgimento rotore nella macchina sincrona ha la funzione di generare e sostenere il campo di "eccitazione" (per cui prende il nome di avvolgimento di eccitazione) mentre lo scambio di energia elettrica a meccanica avviene nell'avvolgimento statorico (per cui prende il nome di avvolgimento di armatura).

Questa divisione nelle macchine asincrone non esiste, essendoci solo l'avvolgimento alimentato, il quale svolge entrambe le funzioni.

Nella macchina sincrona non c'è bisogno di raffreddare lo statore poiché non è coinvolto nella conversione elettromeccanica dell'energia e non soffre di perdite per isteresi e correnti parassite, essendo alimentato in continua (per cui non è, di solito, fatto di laminini).

$$\rightarrow V_{ecc} = R_{ecc} i_{ecc} + L_{ecc} \frac{di_{ecc}}{dt} \quad \text{dove } L_{ecc} = L_r + \frac{z_r^2 q_r^2 \xi_r^2}{3 z_s^2 q_s^2 \xi_s^2} L_m$$

Il numero di spire di rotore è molto maggiore rispetto a quello di statore poiché voglio controllare il campo concentrando sulle correnti rotoriche

$$\vec{V}_s = R_s \vec{I}_s + L_s \frac{d \vec{I}_s}{dt} + L_m \frac{d \vec{I}_s}{dt} + L_m \frac{z_r q_r \xi_r}{z_s q_s \xi_s} \frac{2}{3} \frac{d}{dt} (I_{ecc} e^{j\varphi})$$

$$M = \frac{3}{2} p L_m \operatorname{Im} \left\{ i_s, \frac{2 z_r q_r \xi_r}{3 z_s q_s \xi_s} I_{ecc} e^{-j\varphi} \right\} =$$

$$= p L_m \frac{2 z_r q_r \xi_r}{3 z_s q_s \xi_s} I_{ecc} I_s \operatorname{sen}(\varphi - p\theta) \quad \vec{i}_s = I_s e^{j\varphi} = I_s e^{j(wt + \varphi)}$$

Passando al dominio dei fasori (terza simmetria di tensioni statoriche, tensione rotore continua):

$$\vec{V}_s e^{j\omega t} = R_s \bar{I}_s e^{j\omega t} + (L_s + L_m) j\omega \bar{I}_s e^{j\omega t} + j p \frac{d\theta}{dt} L_m \frac{z_r q_r \xi_r}{z_s q_s \xi_s} \frac{2}{3} I_{ecc} e^{j\varphi} \quad \theta = \theta_0 + \omega_r t$$

$$\rightarrow \boxed{\omega = p \omega_r}$$

$$M = p L_m \frac{z_r q_r \xi_r}{z_s q_s \xi_s} I_{ecc} I_s \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_I - p\theta_0 - p\omega_r t)$$

$$\rightarrow \vec{V}_s = R_s \bar{I}_s + j \omega L_s \bar{I}_s + j \omega L_m \frac{z_r q_r \xi_r}{z_s q_s \xi_s} \frac{2}{3} I_{ecc} e^{j\varphi_0}$$

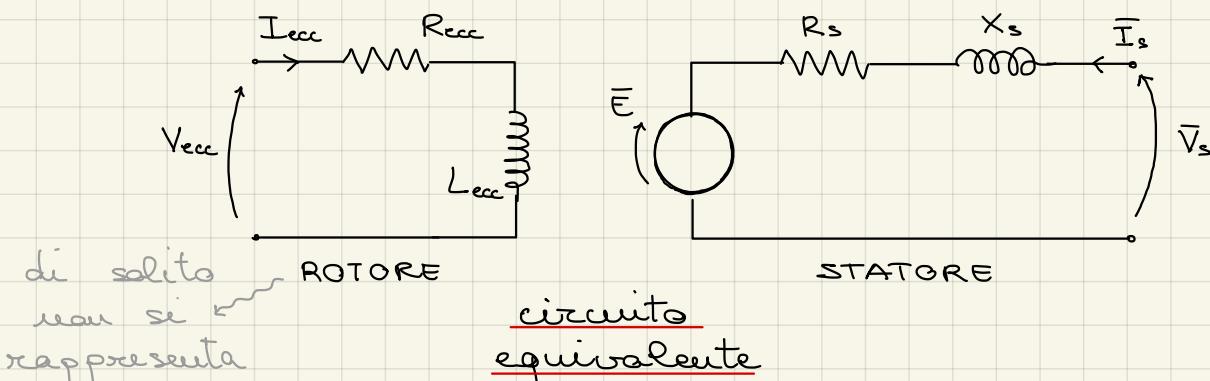
$$\bar{E} = j \omega L_m \frac{z_r q_r \xi_r}{z_s q_s \xi_s} \frac{2}{3} I_{ecc} e^{j\varphi_0} = E e^{j\delta} \quad \text{tensione indotta}$$

(dal campo rotore continuo sul circuito statorico)

$$\rightarrow \vec{V}_s = R_s \bar{I}_s + j X_s \bar{I}_s + \bar{E}$$

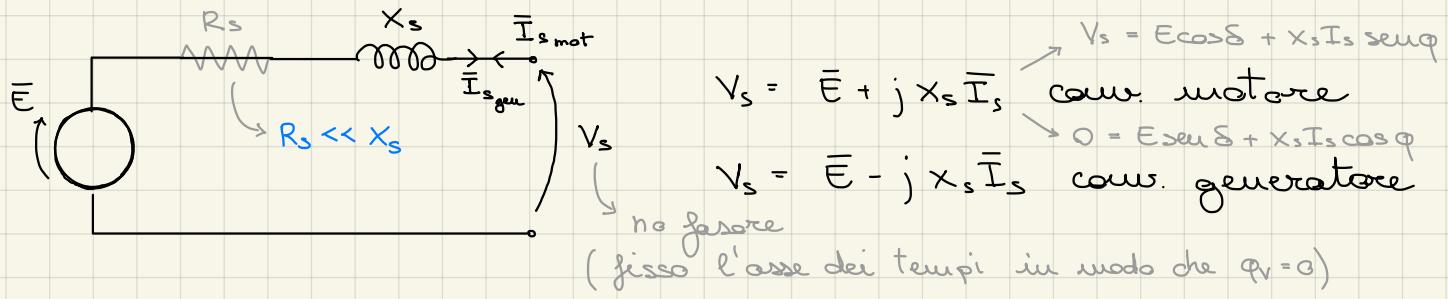
$$V_{ecc} = R_{ecc} I_{ecc} \quad (\text{nel dominio dei fasori, a regime } \frac{d I_{ecc}}{dt} = 0)$$

$$\rightarrow M = \frac{3}{2} \frac{p}{\omega} E I_s \operatorname{sen}(\varphi_I - \delta + \frac{\pi}{2}) = 3 \frac{p}{\omega} E_{eff} I_{s_{eff}} \cos(\varphi_I - \delta)$$



$$P_m = M \cdot \omega_r = 3 E_{eff} I_{s_{eff}} \cos(\varphi_I - \delta)$$

↓
P



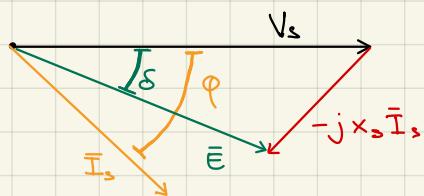
Aveendo supposto R_s trascurabile:

$$M = \frac{P_m}{\omega_r} = \frac{P_m}{\omega/p} \approx \frac{P_{el}}{\omega/p} = \frac{3 V_s I_s \operatorname{sen} \phi}{\omega/p} = - \frac{3 V_s E \operatorname{sen} \delta}{X_s \omega/p}$$

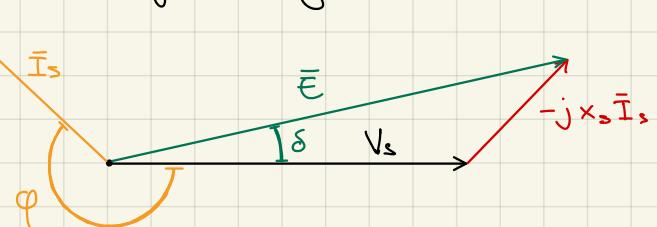
δ è detto angolo di carico

curr. motore

fanz. motore

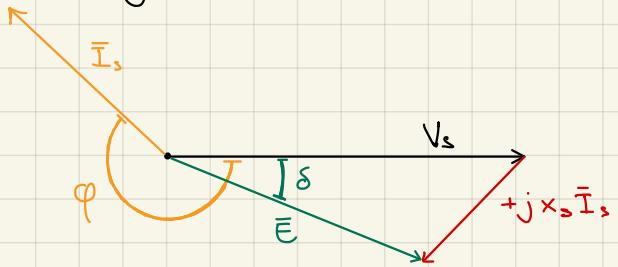


fanz. generatore

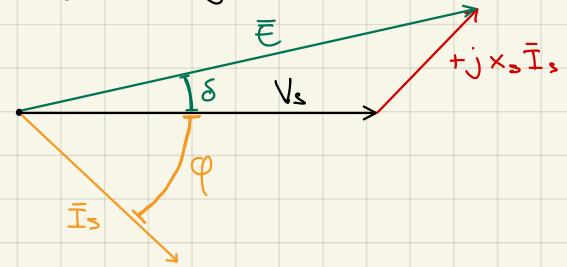


curr. generatore

fanz. motore



fanz. generatore



(motore)

$$M = - \frac{3 V_s E \operatorname{sen} \delta}{X_s \omega/p}$$

$(\omega_r = \omega/p$ sempre)

M

la coppia massima sviluppativa è determinata dai parametri di macchina

ω_r

la macchina sviluppa una coppia solo alla velocità di sincronismo

M_r

La macchina sincrona non è autoavviante ($M(\omega_r=0)=0$).
Ho bisogno di un motore esterno per portare la velocità ω_r fino a ω .

Per regolare la velocità posso solo variare ω e P .
Le coppie polari P sono difficili da modificare.

La pulsazione ω si può variare in modo uniforme con componenti di elettronica di potenza (inverter).

Senza inverter la macchina sincrona viene quindi usata come generatore

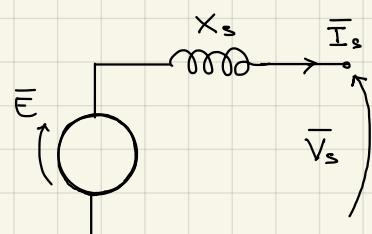
Se siamo in grado di regolare a piacere ω non è più necessario avere una tensione di eccitazione sul rotore che genera il campo indotto e determina la coppia motrice massima. Per questo motivo i motori asincroni più recenti sono "brushless" ovvero non usano più le spazzole strisciante che forniscono corrente al rotore, bensì è il rotore stesso ad avere dei magneti permanenti che generano il campo indotto (non variabile).

Generatore se rete attiva di potenza prevalente:

rete che impone la tensione istante per istante (non modificherà da cui ne si usa la potenza);
è una rete a potenza "idealmente infinita"

- Sincronizzazione

Quando collego la macchina a \bar{V}_s rischio che E e \bar{V}_s siano in antifase per cui la corrente risultante potrebbe essere molto elevata



$$\bar{I}_s = \frac{\bar{E} - \bar{V}_s}{X_s}$$

- Regolazione potenza attiva

La tensione impressa sulle statora e la pulsazione sono determinate dalla rete. L'unico modo per regolare la potenza è variare la coppia (applicata sul rotore).

$$P_{attiva} \approx P_m = \omega_r M$$

Regolazione potenza reattiva

Se varia la coppia per la regolazione di potenza attiva:

$$M = \frac{3 V_s E \sin \delta}{X_s \omega} \quad \text{costante}$$

$$E = K I_{ec} \omega_r \quad \text{costante}$$

$$E \cos \delta = V_s - X_s I_s \sin \varphi \quad \text{costante}$$

$$E \sin \delta = X_s I_s \cos \varphi \quad \text{varia}$$

$$\Rightarrow Q = 3 V_s I_s \sin \varphi$$

Cambiando la coppia cambiano anche $\sin \delta$, quindi anche $I_s \sin \varphi$, quindi anche la potenza reattiva.
Se fornisco potenza attiva assorbo potenza reattiva

Voglio regolare indipendentemente la potenza reattiva (coppia costante).

Se varia la corrente di eccitazione:



$$E = K I_{ec} \omega_r$$

$$M = \frac{3 V_s E \sin \delta}{X_s \omega} \quad \text{costante}$$

$E_{sen\delta}$ ($E \cos \delta$), $I_s \cos \varphi$ ($\sin \varphi$) costanti.

E , δ , \bar{I}_s , φ variabili.

Aumentando I_{ec} , la fase di \bar{I}_s si riduce sempre meno fino a un limite di -90° rispetto a V_s .

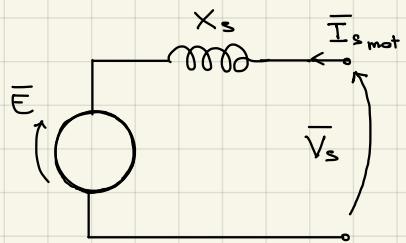
Diminuendo I_{ec} , la fase di \bar{I}_s aumenta sempre più fino a un limite di $+90^\circ$ rispetto a V_s .

In entrambi i casi, la potenza reattiva $Q = 3 V_s I_s \sin \varphi$ varia.

Aumentando I_{ec} , il generatore si comporta sempre più come un condensatore.

Diminuendo I_{ec} , il generatore si comporta sempre più come un induttore.

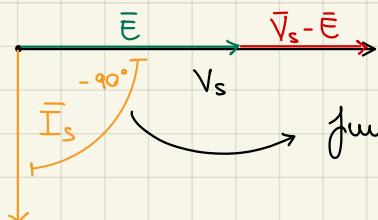
• Compensatore



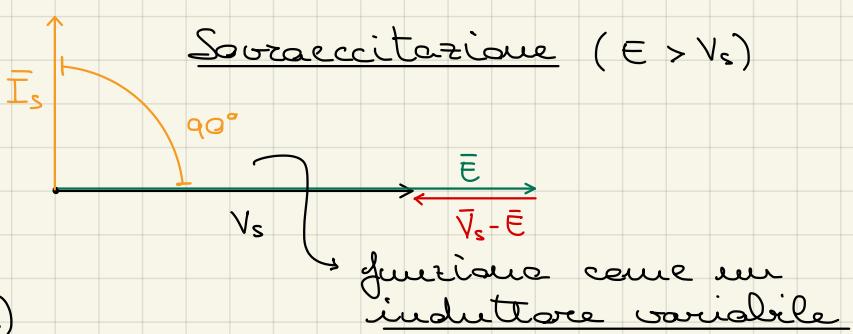
$$M = 0 = \frac{3V_E \sin \delta}{x_s \frac{\omega}{P}} \Rightarrow \delta = 0$$

$$\bar{I}_s = \frac{\bar{V}_s - \bar{E}}{x_s}$$

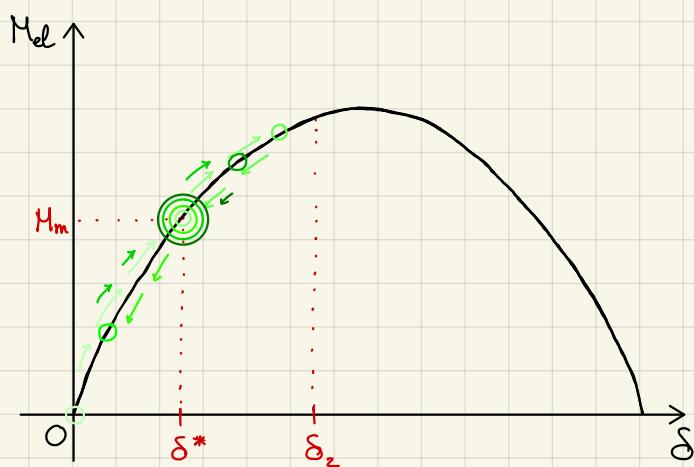
Ipoeccitazione ($E < V_s$)



funziona come un condensatore regolabile

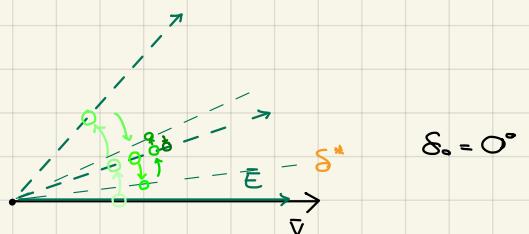


Transitorio di presa di carico

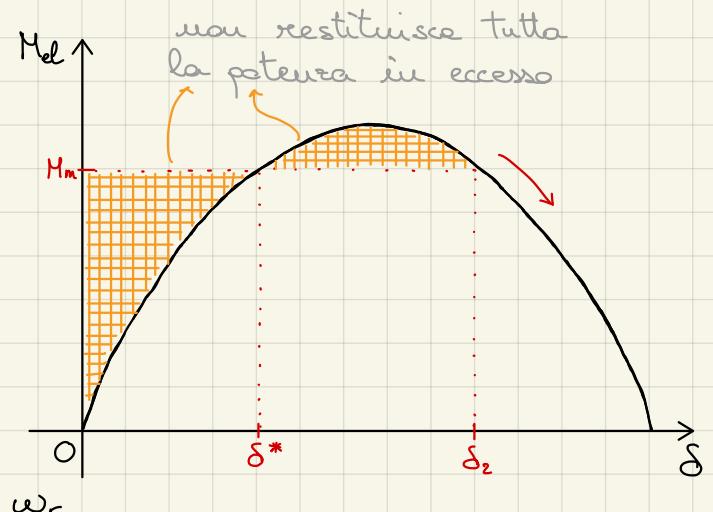
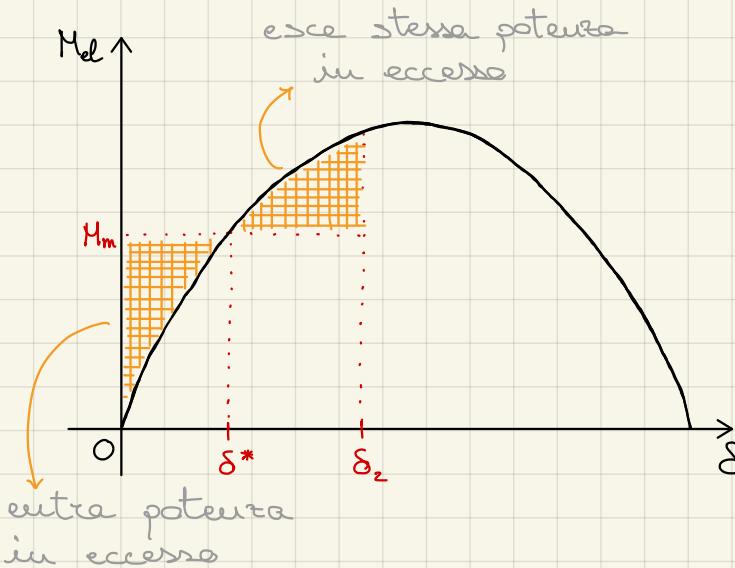


$$\left[M_m - M_{el} > 0 \Rightarrow \frac{d\omega_r}{dt} > 0 \right]$$

$$\left[\omega_r - \frac{\omega}{P} > 0 \Rightarrow \frac{d\delta}{dt} > 0 \right]$$



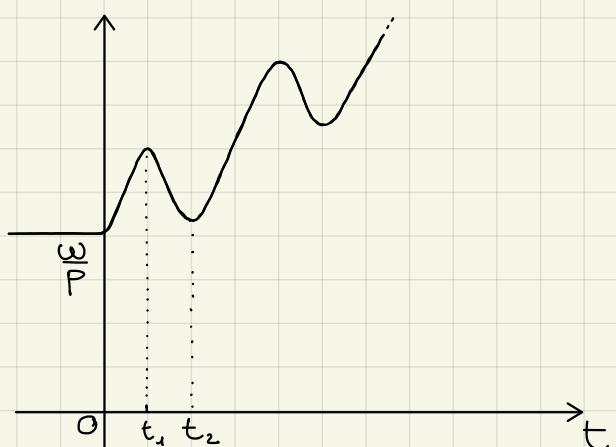
A causa della dissipazione di potenza nello macchinario le oscillazioni pendolari si smorzano col passare del tempo fino a raggiungere la condizione di regime ($\delta = \delta^*$, $\omega_r = \frac{\omega}{P}$, $M_{el} = M_m$)



Se applico una coppia motrice (a gradino), troppo elevata, aumenta l'energia trasmessa ma riduco il tempo disponibile per riceverla.

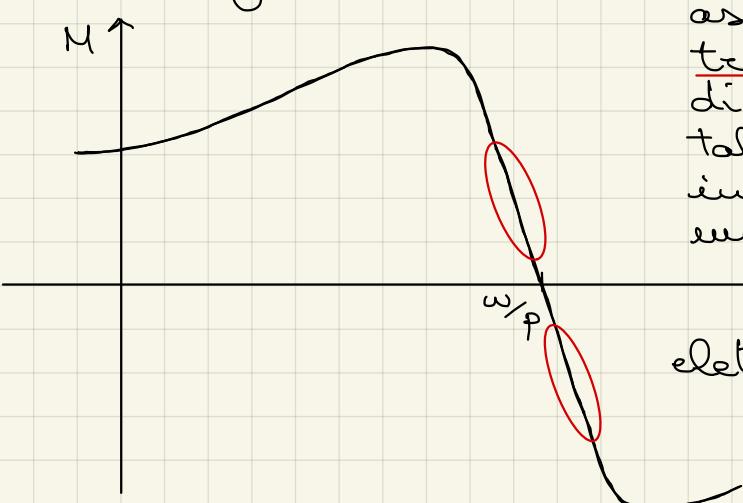
Cioé può comportare che la velocità di macchina ω_r non riesca a raggiungere la velocità di sincronismo ω

prima che coppia motrice P_e elettrica si equivalgano, determinando una crescita perpetua dell'angolo di carico δ e della velocità di macchina (fenomeno di perdita di passo).



Per ridurre il fenomeno delle oscillazioni pendolari si chiude il rotore della macchina sincrona in una gabbia di scorrimento (come in una macchina asincrona) detta gabbia smorzatrice.

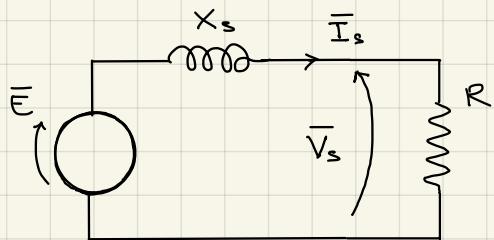
Infatti, la caratteristica di una macchina asincrona è tale che a regime ($\omega_r = \omega$) essa influenza sul comportamento delle oscillazioni, mentre nel transitorio ($\omega_r \neq \omega$) fornisce una coppia elettrica che smorza le oscillazioni.



($\omega_r = 0$) permettendo così di avere una macchina sincrona autoarriante.

La gabbia smorzatrice inoltre fornisce una coppia positiva all'avviamento

Generatore se rete passiva



$$P_m = M \cdot w_r$$

Per regolare la potenza posso variare la coppia o la velocità.

→ Se regola la velocità w_r , impone la pulsazione ω . Per controllare la tensione V_s sulla rete devo regolare anche la corrente di eccitazione I_{ec} .

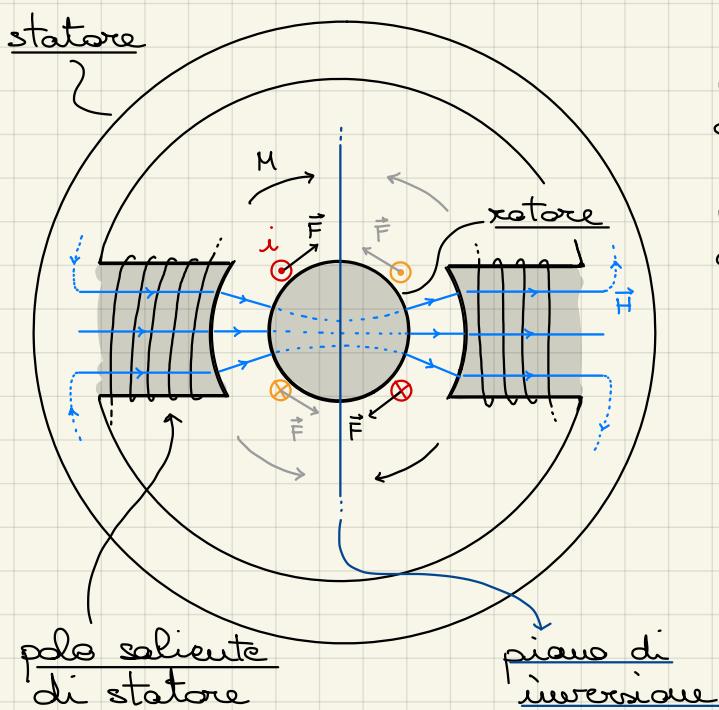
$$\omega = p w_r$$

$$E = K \omega_r I_{ec}$$

$$V_s = R \cdot \frac{E}{\sqrt{R^2 + X_s^2}}$$

Se regolassi la coppia, non avrei modo di controllare direttamente la tensione sulla rete e quindi la potenza in uscita.

Macchina a corrente continua

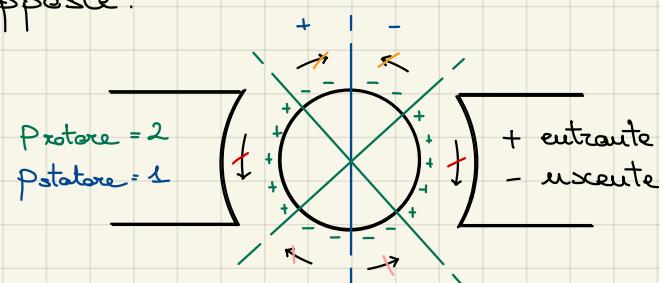


L'avvolgimento di eccitazione è quello di stator

L'avvolgimento di armatura è quello di rotore

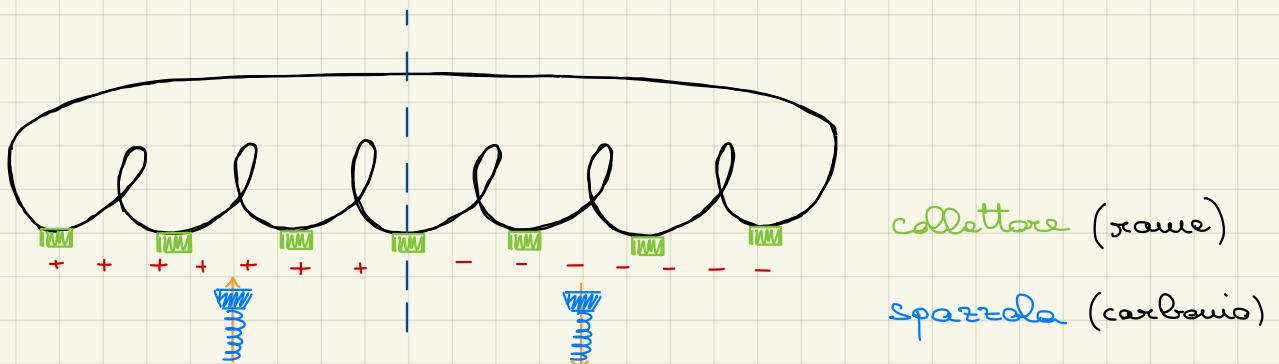
Affinché il rotore si muova, è necessario che le correnti nelle due parti individuate dal piano di inversione (piano che separa il campo uscente da quello entrante nel rotore) siano tutte di segno opposto, altrimenti si avrebbero forze che generano coppie opposte.

Inoltre, il numero di coppie polari di stator e rotore deve essere lo stesso



Il fatto che le correnti debbano sempre avere segno opposto dalle due parti del piano di inversione come porta che mentre il rotore ruota le correnti di ciascun avvolgimento debbano cambiare di segno appena attraversato il piano.

Per questo le alimentazioni avvengono attraverso un contatto spazzola-collettore



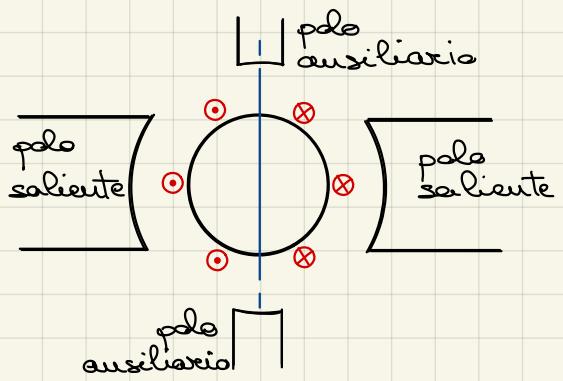
Le spazzole vengono solitamente inserite nello spazio libero fra i poli dello stator

Se la commutazione della corrente nelle spire di avvolgimento avviene troppo rapidamente si possono presentare forti tensioni indotte.

$$e_{\text{comm.}} = L_{\text{spira}} \cdot \frac{di}{dt}$$

La tensione sarà tanto maggiore quanto più grande è la corrente di avvolgimento (Δi grande), tanto più numerose sono le spire (Δt piccolo) e tanto più velocemente gira il rotore (Δt piccolo). Se supera la tensione di isolamento ($\sim 20\text{ V}$) si manifesta uno scintillio sotto la spazzola.

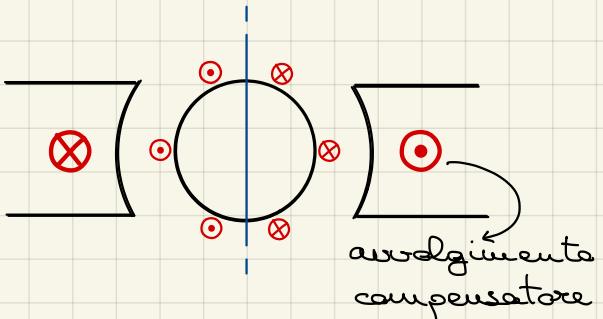
Per evitare lo scintillio si applica alle punte in prossimità delle spire in commutazione una tensione ausiliaria $e_{\text{aux}} \approx -e_{\text{comm}}$ attraverso dei poli ausiliari, che saranno più piccoli di quelli salienti e posti a metà strada fra di essi, cioè in corrispondenza dei piani di inversione e saranno alimentati dalla stessa corrente dell'avvolgimento di curvatura in modo da indurre una tensione ausiliaria equivalente a quella indotta.



Il fenomeno di scintillio può anche avvenire quando il momento resistivo aumenta improvvisamente. Infatti, il momento generato dalla macchina a corrente continua varia proporzionalmente con la corrente di armatura. A un aumento repentino della coppia corrisponde una crescita rapida della corrente in tutto l'avvolgimento di armatura e quindi un arco di scintillio attorno tutto il rotore, detto flash al collettore.

Mentre lo scintillio avviene in modo continuo e solo in corrispondenza delle spazzole, il flash al collettore avviene in un unico istante e attraverso tutto l'avvolgimento di rotore.

Per evitare il flash al collettore si introducono degli avvolgimenti compensatori all'interno dei poli salienti dello statore, attraversati dalla stessa corrente dell'avvolgimento di armatura ma con verso opposto, in modo tale da ridurre l'induttanza di armatura complessiva e da compensare la tensione indotta che causa il flash.



ipotesi di linearità dei circuiti magnetici

$$V_a = R_a i_a + \frac{d\phi_a}{dt} = R_a i_a + \frac{d\phi_a^a}{dt} + \frac{d\phi_a^e}{dt} \text{ avvolg. di armatura}$$

$$V_e = R_e i_e + \frac{d\phi_e}{dt} = R_e i_e + \frac{d\phi_e^a}{dt} + \frac{d\phi_e^e}{dt} \text{ avvolg. di eccitazione}$$

dove ϕ_x^a = flusso concatenato con l'avvolg. x generato dalla corrente y

$$\phi_a^a = L_a i_a \quad \text{angolo fra normale di } S_a \text{ e } B_a \Rightarrow \alpha \approx 90^\circ$$

$$\phi_a^e = \int B_e \cdot dS_a = K B_e S_a \cos \alpha$$

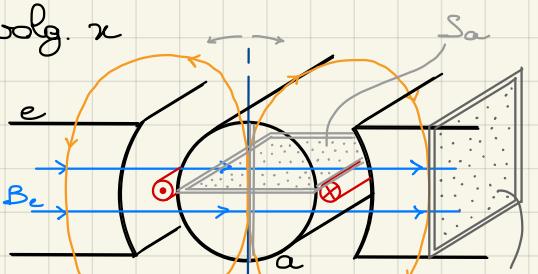
$$\frac{d\phi_a^a}{dt} = K S_a \cos \alpha \frac{dB_a}{dt} - K B_a S_a \sin \alpha \frac{d\alpha}{dt}$$

$$E = K_e \phi \omega_r$$

$$\phi_e^e = L_e i_e \quad \text{angolo fra normale di } S_e \text{ e } B_e \Rightarrow \beta \approx 90^\circ$$

$$\phi_e^a = \int B_a \cdot dS_e = K B_a S_e \cos \beta$$

$$\frac{d\phi_e^e}{dt} = K S_e \cos \beta \frac{dB_a}{dt} - K S_a B_e \sin \beta \frac{d\beta}{dt}$$

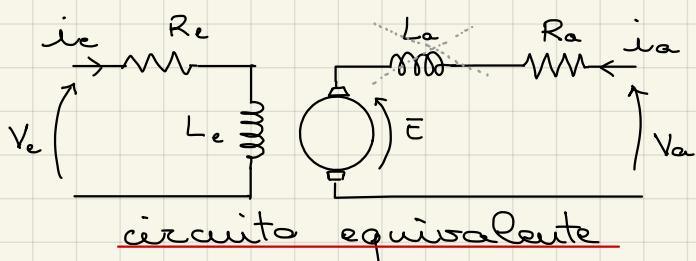


α varia con la velocità di rotazione ω_r ma è sempre tenuto $\approx 90^\circ$ del contatto spazzola-collettore per massimizzare la coppia.

β non varia in quanto l'avvolgimento di eccitazione è fisso.

$$\rightarrow V_a = R_a i_a + L_a \frac{d i_a}{dt} + E$$

$$V_e = R_e i_e + L_e \frac{d i_e}{dt}$$



$$E = K_e \phi \omega_r$$

$$M = K_m \phi i_a$$

$$P_m = E i_a = K_e \phi \omega_r i_a$$

$$P_m = M \omega_r = K_m \phi i_a \omega_r$$

$$\phi = L \cdot i_e \quad (E = K_e i_e \omega_r)$$

$$K \cdot L = K_o \quad (M = K_o i_a \omega_r)$$

$$i_a V_a = R_a i_a^2 + E i_a \quad (\text{caus. motore})$$

Pel

Pcu

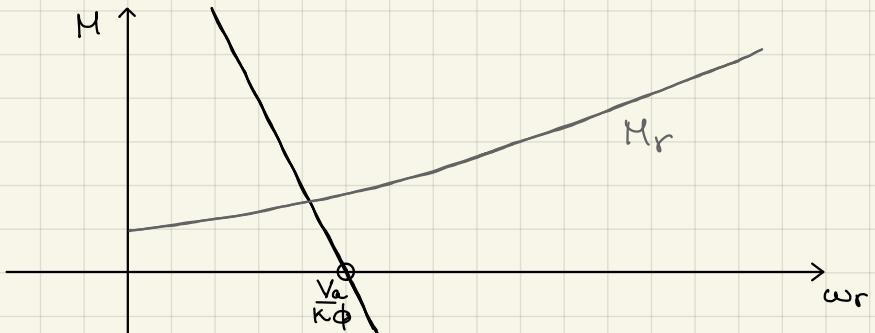
Pm

NB: posso anche sostituire l'avvolgimento di statore con dei magneti permanenti

→ vantaggi: non ho perdite nel circuito di eccitazione e ho un avvolgimento in meno da alimentare

→ svantaggi: non posso regolare il flusso

$$[M = K \phi i_a = K \phi \frac{V_a - E}{R_a} = \frac{K \phi V_a}{R_a} - \frac{K^2 \phi^2 \omega_r}{R_a}]$$



La macchina a corrente continua è autoavviante, tuttavia la coppia di avviamento è molto elevata e la corrente di avviamento all'avviamento, pari a

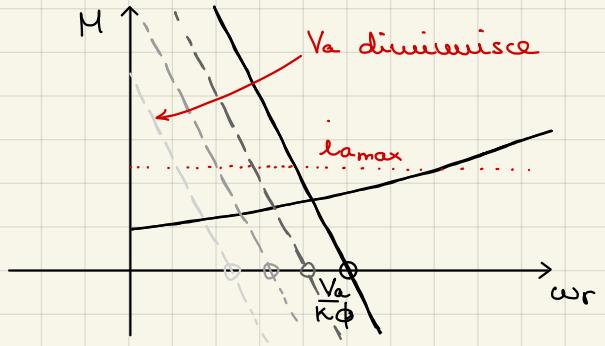
$$i_a = \frac{V_a + E}{R_a} = \frac{V_a + K \phi \omega_r}{R_a} = \frac{V_a}{R_a} \quad \text{se } \omega_r = 0 \quad (\text{o } \phi = 0)$$

è limitata solo dalla resistenza di avviamento (piccola) e può essere molto maggiore della corrente nominale. Ciò accade anche quando l'avvolgimento di eccitazione si spegne, cioè $\phi = B_0 S_a = 0$. È necessario quindi un sistema che opera il circuito di avviamento quando quello di eccitazione dovesse spegnersi.

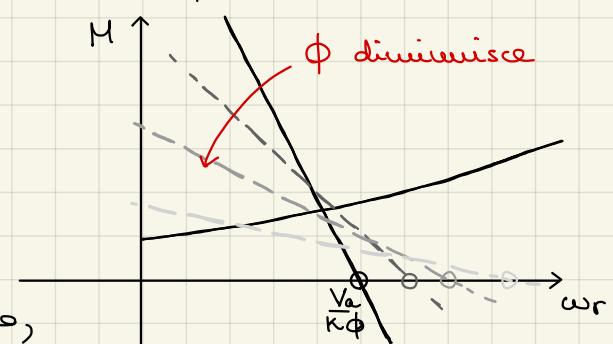
Per regolare la velocità di macchina, posso:

→ variare la tensione di avviamento V_a , giacché il

punto di lavoro rimane in una zona con corrente pari e inferiore alla corrente massimale (o alla corrente massima sopportabile, se per tempi brevi).

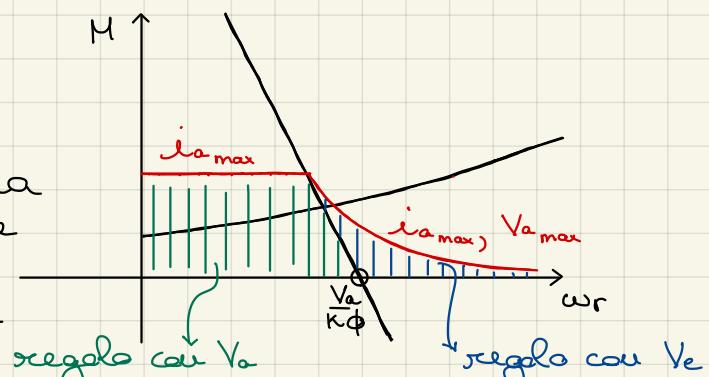


→ Variare il flusso di eccitazione ϕ , ovvero la tensione di eccitazione; variare il flusso permette di raggiungere velocità maggiori, a patto di avere coppie resistive più piccole o di aumentare anche la tensione di armatura. Generalmente non si può aumentare il flusso di eccitazione, ma solo diminuirlo, poiché satura.

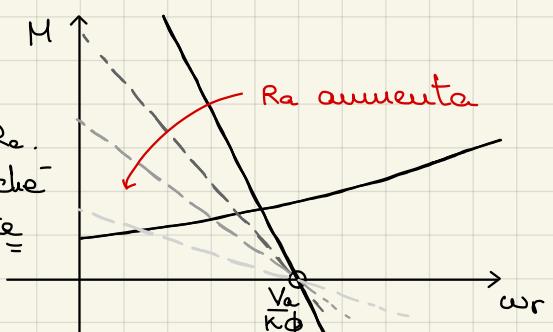


La regolazione di velocità più comune avviene tramite il controllo delle tensioni di armatura. Infatti, le perdite per effetto Joule nel circuito di armatura sono molto maggiori a quelle nel circuito di eccitazione, per cui è più conveniente ridurre la tensione di armatura piuttosto che quella di eccitazione, finché la regolazione lo permette.

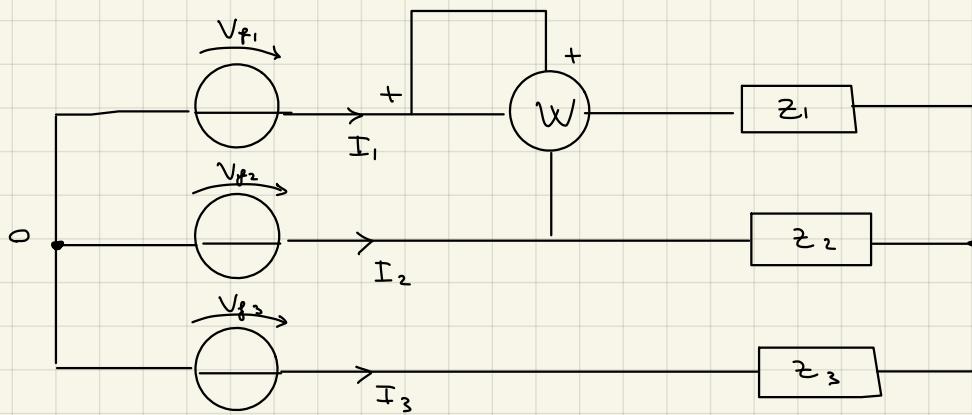
Inoltre, essendo l'induttanza di armatura molto minore di quelle di eccitazione, la variazione della tensione di armatura ha effetto molto più rapidamente sulla corrente che non la variazione delle tensione di eccitazione (cioè ancora più vero in presenza dell'avvolgimento di compensazione).



Nelle macchine meno recenti, per regolare la coppia all'avviamento si varia la resistenza di armatura Ra. Questo sistema non è più adottato poiché si ottiene lo stesso risultato più efficientemente variando Va.



Esercizi



$$\bar{V}_{f_1} = 180 \text{ V}$$

$$\bar{V}_{f_2} = -\sqrt{180} \text{ V}$$

$$\bar{V}_{f_3} = \sqrt{180} \text{ V}$$

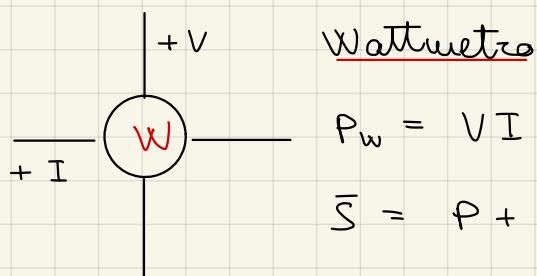
$$\bar{z}_1 = 10 \Omega$$

$$\bar{z}_2 = 20 \Omega$$

$$\bar{z}_3 = (5 + j20) \Omega$$

$$\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3 ?$$

$$P_w ?$$

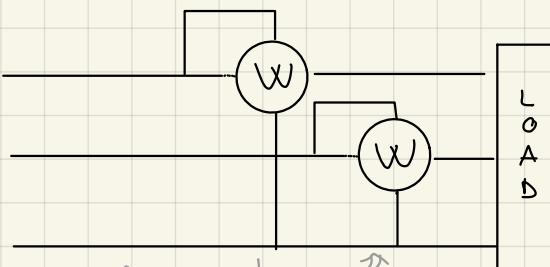


$$P_w = VI \cos \varphi = \operatorname{Re} \{ \bar{V} \bar{I} \}$$

$$\bar{S} = P + jQ$$

$$P_w = \operatorname{Re} \{ (\bar{V}_{f_1} - \bar{V}_{f_2}) \bar{I}_1 \}$$

(n-fasi) \rightarrow (n-1 wattmetri)

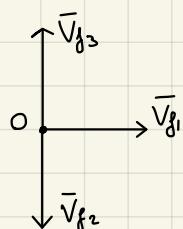


riferimento

(dove essere lo stesso per i 2 wattmetri)

$$\begin{cases} \bar{V}_{f_1} - \bar{z}_1 \bar{I}_1 = \bar{V}_{O'0} \\ \bar{V}_{f_2} - \bar{z}_2 \bar{I}_2 = \bar{V}_{O'0} \\ \bar{V}_{f_3} - \bar{z}_3 \bar{I}_3 = \bar{V}_{O'0} \\ \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{\bar{V}_{f_1} - \bar{V}_{O'0}}{\bar{z}_1} + \frac{\bar{V}_{f_2} - \bar{V}_{O'0}}{\bar{z}_2} + \frac{\bar{V}_{f_3} - \bar{V}_{O'0}}{\bar{z}_3} = 0$$

$$\bar{V}_{O'0} \left(\frac{1}{\bar{z}_1} + \frac{1}{\bar{z}_2} + \frac{1}{\bar{z}_3} \right) = \frac{\bar{V}_{f_1}}{\bar{z}_1} + \frac{\bar{V}_{f_2}}{\bar{z}_2} + \frac{\bar{V}_{f_3}}{\bar{z}_3}$$



$$\bar{V}_{O'0} = \frac{\frac{V_{f_1}}{z_1} + \frac{V_{f_2}}{z_2} + \frac{V_{f_3}}{z_3}}{\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3}}$$

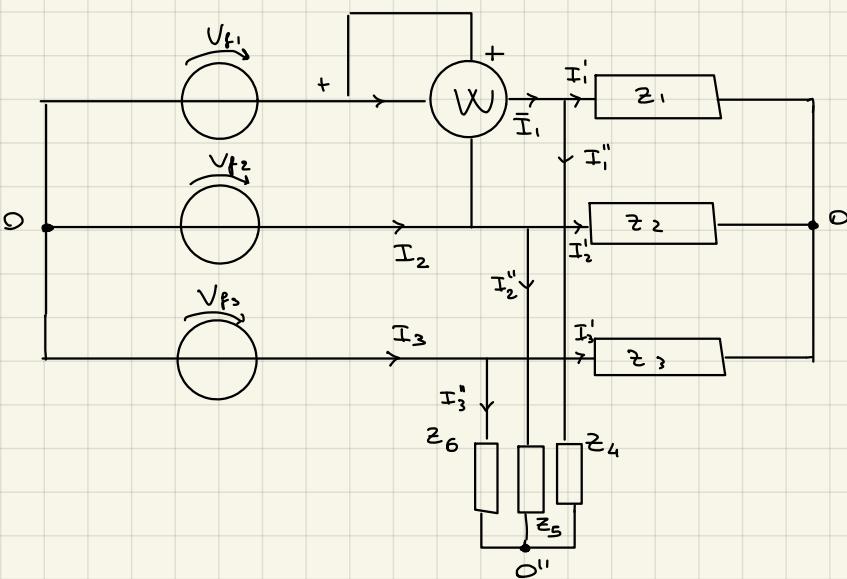
$$= (162,3 + j4,67) \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{V_{f_1} - \bar{V}_{O'0}}{z_1} =$$

$$I_2 = \frac{V_{f_2} - \bar{V}_{O'0}}{z_2} = (-8,1 - j9,2) \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{V_{f_3} - \bar{V}_{O'0}}{z_3} = (6,3 + j9,7) \text{ A}$$

$$P_w = \operatorname{Re} \{ (\bar{V}_{f_1} - \bar{V}_{f_2}) \bar{I}_1 \} = 234 \text{ W}$$



$$\bar{V}_{0'0''} = \frac{\bar{V}_{f_1}}{\bar{z}_1} + \frac{\bar{V}_{f_2}}{\bar{z}_2} + \frac{\bar{V}_{f_3}}{\bar{z}_3} = (162,3 + j4,7) V$$

$$\bar{I}_1' = \frac{\bar{V}_{f_1} - \bar{V}_{0'0''}}{\bar{z}_1} = (1,77 - j0,47) A$$

$$\bar{V}_{0''0''} = \frac{\bar{V}_{f_1}}{\bar{z}_4} + \frac{\bar{V}_{f_2}}{\bar{z}_5} + \frac{\bar{V}_{f_3}}{\bar{z}_6} = (108,4 - j21,8) V$$

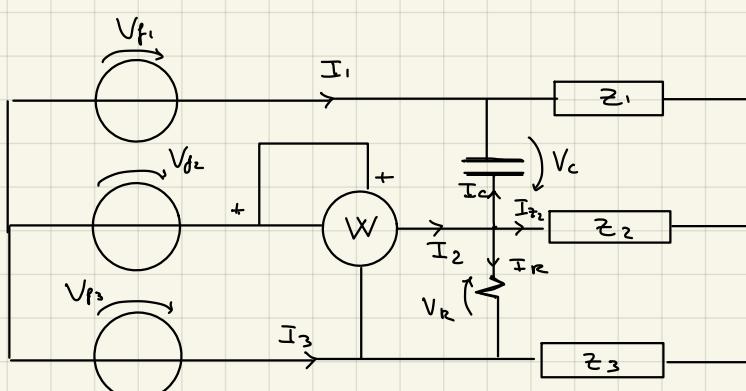
$$\bar{I}_1'' = \frac{\bar{V}_{f_1} - \bar{V}_{0''0''}}{\bar{z}_4} = (11,5 - j12,1) A \quad \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} V_{f_1} &= 180 V & z_1 &= 10 \Omega \\ V_{f_2} &= -j180 V & z_2 &= 20 \Omega \\ V_{f_3} &= j180 V & z_3 &= (5 + j20) \Omega \\ z_4 &= (2 + j4) \Omega \\ z_5 &= j20 \Omega \\ z_6 &= 30 \Omega \end{aligned}$$

\bar{I}_1 ?

P_w ?

$$P_w = \text{Re}\{(\bar{V}_{f_1} - \bar{V}_{f_3}) \bar{I}_1\} = 126 W$$



$$P_w = \text{Re}\{(\bar{V}_{f_2} - \bar{V}_{f_3}) \bar{I}_2\}$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_R + \bar{I}_C + \bar{I}_{z_2}$$

Nute simmetrica e equivalente $\rightarrow \bar{V}_{0'0''} = 0$

$$\bar{I}_{z_2} = \frac{\bar{V}_{f_2}}{\bar{z}_2} = (-19 + j11) A$$

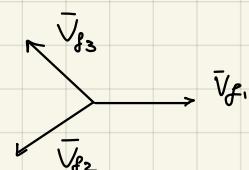
$$\bar{V}_{f_2} - \bar{V}_R - \bar{V}_{f_3} = 0 \quad \Rightarrow \quad \bar{I}_R = \frac{\bar{V}_{f_2} - \bar{V}_{f_3}}{R} = (-95j) A$$

$$\bar{V}_{f_1} + \bar{V}_C - \bar{V}_{f_2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \bar{I}_C = \frac{\bar{V}_{f_1} - \bar{V}_{f_2}}{\bar{z}_C} = (19 - 33j) A$$

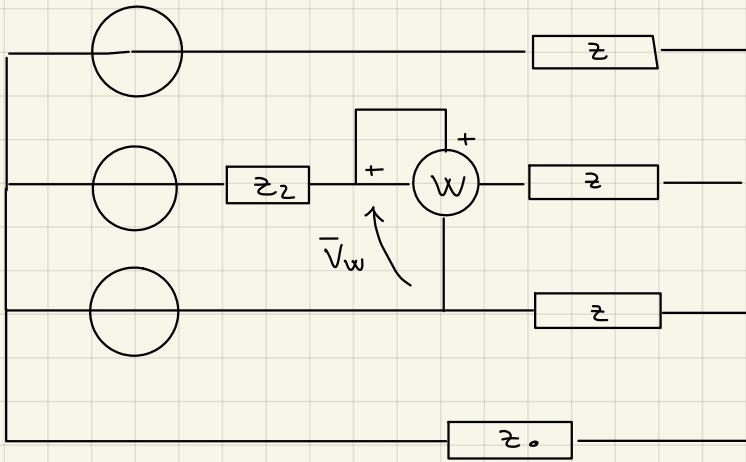
$$\rightarrow \bar{I}_2 = (-128j) A \quad P_w = \text{Re}\{(\bar{V}_{f_2} - \bar{V}_{f_3}) \bar{I}_2\} = 445 kW$$

$$\begin{aligned} V_{f_1} &= 220 V & R &= 4 \Omega \\ V_{f_2} &= 220 e^{j\frac{2}{3}\pi} & X_C &= 10 \Omega = \frac{1}{\omega C} \\ V_{f_3} &= 220 e^{+j\frac{2}{3}\pi} & z_1 = z_2 = z_3 &= 10 \Omega \end{aligned}$$

P_w ?



$$\star \quad \bar{z}_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{X_C}{j} = -jX_C$$



$$\begin{aligned} \bar{V}_{f_1} &= 200 \text{ V} & z &= (5 - j10) \Omega \\ \bar{V}_{f_2} &= 200 e^{-j\frac{2}{3}\pi} & z_2 &= (15 + j10) \Omega \\ \bar{V}_{f_3} &= 200 e^{j\frac{2}{3}\pi} & z_0 &= (10 - j20) \Omega \\ P_w &=? \end{aligned}$$

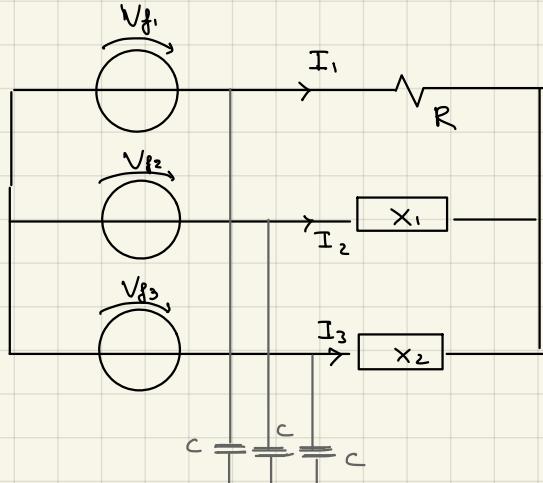
Rete simmetrica ma non equilibrata

$$V_{o'0} = \frac{\frac{V_{f_1}}{z} + \frac{V_{f_2}}{z+z_2} + \frac{V_{f_3}}{z} + \frac{Q}{z}}{\frac{1}{z} + \frac{1}{z+z_2} + \frac{1}{z} + \frac{1}{z_0}} = (-15, 6 + j62, 6) \text{ V}$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{V}_{f_2} - \bar{V}_{o'0}}{z_2 + z} = (-4, 22 - j11, 8) \text{ A}$$

$$\bar{V}_{f_2} - \bar{I}_2 \cdot z_2 - \bar{V}_w - \bar{V}_{f_3} = 0 \Rightarrow \bar{V}_w = (-54, 6 - j127, 37) \text{ V}$$

$$P_w = \operatorname{Re} \{ \bar{V}_w \cdot \bar{I}_2 \} = 1731, 9 \text{ W}$$



$$\omega = 2\pi f \quad f = 50 \text{ Hz}$$

$$R = 10 \Omega \quad V_{f_1} = 220 \text{ V}$$

$$X_1 = 40 \Omega \quad V_{f_2} = 220 e^{-j\frac{2}{3}\pi} \text{ V}$$

$$X_2 = 30 \Omega \quad V_{f_3} = 220 e^{j\frac{2}{3}\pi} \text{ V}$$

$\rightarrow \cos \varphi = 0, 9$ (collegamento a stella) ←

C?

$$P_{tot} = R \cdot |I_1|^2 \quad Q_{tot} = X_1 |I_2|^2 + X_2 |I_3|^2$$

$$\bar{S} = \bar{V} \bar{I} = \bar{z} \bar{I} \bar{I} = \bar{z} |I|^2 \quad z = R + jX$$

$$V_{o'0} = \frac{\bar{V}_{f_1} + \bar{V}_{f_2} + \bar{V}_{f_3}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{jX_1} + \frac{1}{jX_2}} = (148 + j150) \text{ V}$$

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}_{f_1} - \bar{V}_{o'0}}{R} = (7, 19 - j15) \text{ A} \Rightarrow |I_1| = 16, 7 \text{ A}$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{V}_{f_2} - \bar{V}_{o'0}}{jX_1} = (-8, 5 + j6, 4) \text{ A} \Rightarrow |I_2| = 10, 7 \text{ A}$$

$$\bar{I}_3 = \frac{\bar{V}_{f_3} - \bar{V}_{o'0}}{jX_2} = (1, 35 + j8, 6) \text{ A} \Rightarrow |I_3| =$$

$$P_{\text{tot}} = 2789 \text{ W}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 7396 \text{ VA} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{P}{S} = 0,38$$

$$Q_{\text{tot}} = 6850 \text{ VAr}$$

$$Q^* = P \tan(\arccos(0,38)) = 1350 \text{ VAr}$$

$$Q_c = Q_{\text{tot}} - Q^* = 5520 \text{ VAr}$$

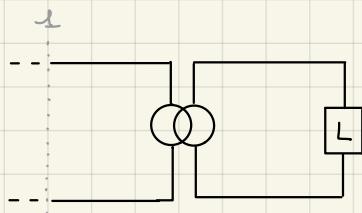
$$Q_c = 3 \frac{|V_f|^2}{X_c} \Rightarrow X_c = 26,4 \Omega = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega X_c} = 420 \mu\text{F}$$

Se invece che il collegamento a stelle avessi avuto un collegamento a triangolo, invece che la tensione di fase (V_f) avrei dovuto usare la tensione concatenata ($V_f - V_{f2}$)

• Trasf. monofase

$$V_{in} = 6000 \text{ V}$$

$$L_{d1} = 0,06 \text{ H}$$



$$K = 30$$

$$L_{d2} = 0,13 \cdot 10^{-3} \text{ H}$$

$$R_1 = 8 \Omega$$

$$I_o = 0,25 \text{ A}$$

$$R_2 = 0,01 \Omega$$

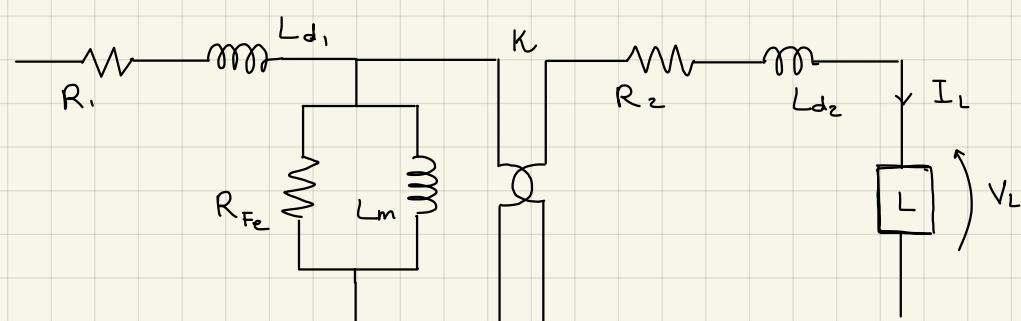
$$\cos \varphi_o = 0,2$$

$$P_i = 24 \text{ kW}$$

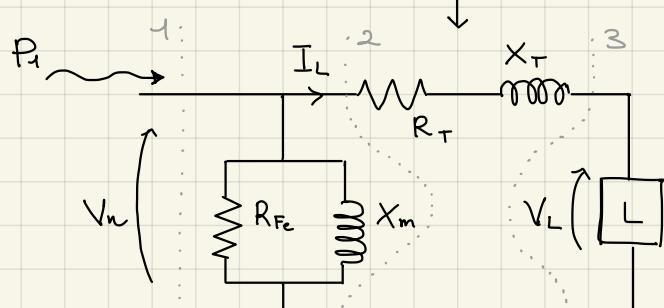
$$V_L, I_L, \cos \varphi_L = ?$$

$$\cos \varphi_1 = 0,8$$

$$R_T, X_T = ?$$



circuito semplificato al primario



$$R_T = R_1 + \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 R_2 = 17 \Omega$$

$$X_T = X_1 + \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 X_2 = 55,61 \Omega$$

$$X_1 = \omega L_{d1}, \quad X_2 = \omega L_{d2}$$

$$2\pi f, f = 50 \text{ Hz}$$

Prova a vuoto

$$\rightarrow V_n, I_o, P_o : Z_o = \frac{V_n}{I_o} = \frac{6000}{0,25} = 24 \text{ k}\Omega \rightarrow P_o = V_n I_o \cos \varphi_o = 300 \text{ W}$$

traccerà le perdite nel l'avvolgimento

$$(\sim 0,5 \text{ W}) \quad P_o \approx P_{Fe} \rightarrow R_{Fe} = \frac{V_n^2}{P_o} = 120 \text{ k}\Omega$$

$$Q_o = V_n I_o \sin \varphi_o = 1470 \text{ VAr} \rightarrow x_m = \frac{V_n^2}{Q_o} = 24,5 \text{ k}\Omega$$

$$1: P_1 = 24 \text{ kW}$$

$$Q_1 = P_1 \tan \varphi_1 = 18 \text{ kVAr}$$

$$2: P_2 = P_1 - P_{Fe} = 23,7 \text{ kW}$$

$$Q_2 = Q_1 - Q_o = 16,53 \text{ kVAr}$$

$$3: P_3 = P_2 - R_T |I'_L|^2 = 23,31 \text{ kW} \quad I'_L = \frac{\sqrt{P_2^2 + Q_2^2}}{V_n} = 4,82 \text{ A}$$

$$Q_3 = Q_2 - X_T |I'_L|^2 = 15,24 \text{ kVAr} \quad V'_L = \frac{\sqrt{P_3^2 + Q_3^2}}{I'_L} = 5778 \text{ V}$$

$$V_L = \frac{V'_L}{K} = 192,6 \text{ V} \quad I_L = I'_L \cdot K = 144,6 \text{ A}$$

$$\cos \varphi_L = \frac{P_L}{V_L I_L} = 0,837$$

Trasf. A

$$S_A = 30 \text{ kVA}$$

$$\frac{V_{1n}}{V_{2o}} = 10000 / 220$$

$$V_{cc\%A} = 4\%$$

$$\cos \varphi_{ccA} = 0,45$$

Trasf. B

$$S_B = 15 \text{ kVA}$$

$$\frac{V_{1n}}{V_{2o}} = 10000 / 220$$

$$V_{cc\%B} = 6\%$$

$$\cos \varphi_{ccB} = 0,4$$

LOAD

$$P_L = 30 \text{ kW}$$

$$V_L = 220 \text{ V}$$

$$\cos \varphi_L = 0,9$$

$$I_A, I_B ?$$

$$\eta_A, \eta_B, \eta_{tot} ?$$

$$\text{Trasf. A: } I_{2n_A} = \frac{S_A}{V_{2o}} = 136,4 \text{ A}$$

$$\rightarrow V_{cc}, I_{n_A}, P_{cc}: Z_A = V_{cc\%A} \frac{V_{2o}}{I_{n_A}} = 0,0645 \Omega$$

Prova di cortocircuito

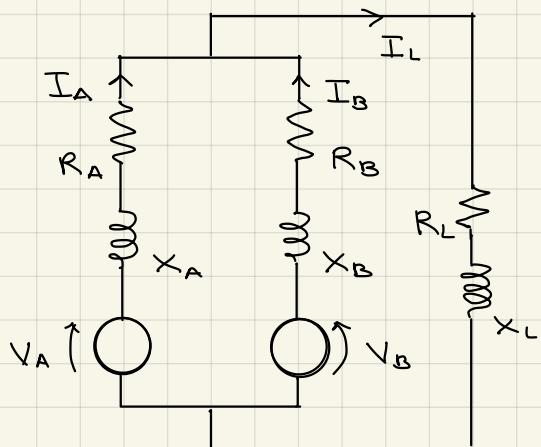
$$R_A = Z_A \cos \varphi_{cc_A} = 0,029 \Omega \quad X_A = Z_A \sin \varphi_{cc_A} = 0,058 \Omega$$

$$\text{Trasf. B} \quad I_{n_B} = \frac{S_B}{V_{20}} = 68,2 \text{ A}$$

$$\rightarrow Z_B = V_{cc\%_B} \frac{V_{20}}{I_{n_B}} = 0,194 \Omega$$

Prova di cortocircuito $R_B = Z_B \cos \varphi_{cc_B} = 0,077 \Omega \quad X_B = Z_B \sin \varphi_{cc_B} = 0,178 \Omega$

Per effettuare il parallelo:



$$1) \left(\frac{V_{1n}}{V_{20}} \right)_A = \left(\frac{V_{1n}}{V_{20}} \right)_B$$

$$2) V_{cc\%_A} = V_{cc\%_B}$$

$$3) \cos \varphi_{cc_A} = \cos \varphi_{cc_B}$$

$$I_{L_n} = \frac{P_L}{V_L \cos \varphi_L} = 151,5 \text{ A}$$

$$R_L = \frac{P_L}{I_{L_n}^2} = 1,3 \Omega$$

$$X_L = R_L \tan \varphi_L \quad \Rightarrow \bar{Z}_L = R_L + j X_L$$

$$\bar{Z}_A \bar{I}_A = \bar{Z}_B \bar{I}_B \rightarrow \bar{I}_B = \frac{\bar{Z}_A}{\bar{Z}_B} \bar{I}_A$$

$$\bar{I}_A + \bar{I}_B = \bar{I}_L$$

$$\bar{V}_A - \bar{Z}_A \bar{I}_A = \bar{V}_B - \bar{Z}_B \bar{I}_B = \bar{Z}_L \bar{I}_L$$

$$\bar{V}_A - \bar{Z}_A \bar{I}_A = \bar{Z}_L (\bar{I}_A + \bar{I}_B) \Rightarrow \bar{I}_A = \frac{\bar{V}_A}{\bar{Z}_A + \bar{Z}_L (1 + \frac{\bar{V}_A}{\bar{V}_B})} = (99,76 - j49,144) \text{ A}$$

perdite a vuoto trascurabili $\bar{I}_B = (32,4 - j18,3) \text{ A}$

$$\eta_A = \frac{P_A}{P_A + P_{Cu_A} + P_o} = \frac{Re\{\bar{V}_A \bar{I}_A^*\}}{P_A + R_A |I_A|^2} = 98,39 \%$$

$$\eta_B = \frac{P_B}{P_B + P_{Cu_B}} = 98,52 \%$$

$$\eta_T = \frac{P_L}{P_L + P_{Cu_A} + P_{Cu_B}} = \frac{R_L I_L^2}{R_L I_L^2 + R_A |I_A|^2 + R_B |I_B|^2} = 98,47 \%$$

$$I_{A_p.m.} = \frac{I_A}{I_{A_n}} = \frac{111,2}{136,4} = 81,5\% \quad I_{B_p.m.} = \frac{I_B}{I_{B_n}} = \frac{37,2}{68,2} = 55\%$$

Trasf. trifase
(Yy)

$$S_n = 60 \text{ kVA}$$

$$\rho_{\text{per}} = 1\%$$

$$\frac{V_{1n}}{V_{20}} = \frac{10000}{380}$$

$$\cos \varphi_0 = 0,2$$

$$V_1 = ?$$

$$\rho_{cc\%} = 4\%$$

$$V_L = 368 \text{ V}$$

$$\eta = ?$$

$$\rho_{cc\%} = 2\%$$

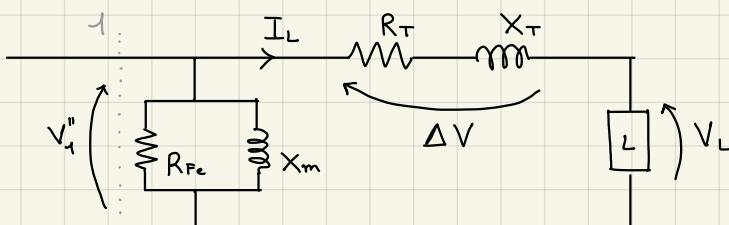
$$P_L = 25 \text{ kW}$$

$$I_{1\text{p.u.}} = ?$$

$$\cos \varphi_{cc} = 0,45$$

$$\cos \varphi_L = 0,6 \text{ (ritardo)}$$

Riporto il circuito al secondario:



$$I_{2n} = \frac{S_n}{\sqrt{3} V_{20}} = 91,16 \text{ A}$$

$$Z_{cc} = \rho_{cc\%} \frac{V_{20}}{\sqrt{3} I_{2n}} = 96,3 \text{ m}\Omega$$

$$R_T = \rho_{cc\%} \cdot \frac{S_n}{3 I_n^2} = 48,1 \text{ m}\Omega \rightarrow X_T = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_T^2} = 83,4 \text{ m}\Omega$$

$$\text{A vuoto: } P_0 = P_{Fe} + \frac{3 R_T^2 I_0^2}{2} \approx P_{Fe} = \rho_{\text{per}} S_n = 600 \text{ W}$$

$$Q_0 = P_0 \tan \varphi_0 = 2939 \text{ VAR}$$

$$\Delta V \approx \sqrt{3} (R_T \cos \varphi_L + j X_T \sin \varphi_L) I_L'' \\ = 10,82 \text{ V}$$

$$I_L'' = \frac{P_L}{\sqrt{3} V_L \cos \varphi_L} = 65,4 \text{ A}$$

$$V_1'' = V_L + \Delta V$$

$$V_1' = \frac{10000}{380} V_1'' = 9968,95 \text{ V}$$

$$P_I = P_L + P_T + P_{Fe} = P_L + 3 R_T I_L^2 + P_{Fe} \left(\frac{V_L}{V_{1n}} \right)^2 = 26,2 \text{ kW}$$

$$Q_I = Q_L + Q_T + Q_0 = Q_L + 3 X_T I_L^2 + Q_0 \left(\frac{V_L}{V_{1n}} \right)^2 = 37,3 \text{ kVAR}$$

$\hookrightarrow P_L \tan \varphi_L = 33,3 \text{ kVAR}$

$$I_1 = \frac{\sqrt{P_I^2 + Q_I^2}}{\sqrt{3} V_L} = 2,64 \text{ A} \quad I_{1\text{p.u.}} = \frac{I_1}{I_{2n}} \cdot K = 0,76$$

$$\eta = \frac{P_L}{P_L + P_{Cu} + P_{Fe}} = \frac{25 \text{ kW}}{25 \text{ kW} + 3 R_T I_L^2 + P_{Fe} \left(\frac{V_L}{V_{1n}} \right)^2} = 95,4\%$$

• Transf. trifase YY

$$S_n = 100 \text{ kVA}$$

$$V_{1n}/V_{2o} = 60000/1000$$

$$f_n = 50 \text{ Hz}$$

$$\gamma_{cc\%} = 4\%$$

$$\gamma_{cc\%} = 1\%$$

$$\gamma_0\% = 3\%$$

$$\gamma_0\% = 0,6\%$$

carico

$$V_{L_n} = 1000 \text{ V}$$

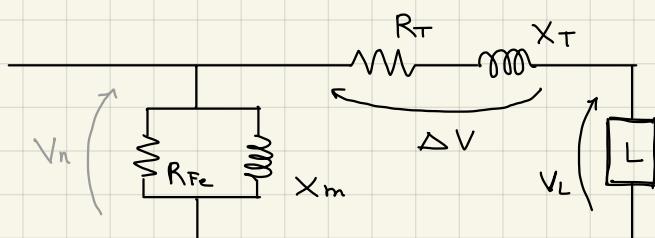
$$P_L = 40 \text{ kW}$$

$$\cos \varphi = 0,8 \text{ (anticipo)}$$

$\rightarrow \varphi$ ohmico capacitivo

$$V_L = ?$$

$$\eta_T = ?$$



$$I_{2n} = \frac{S_n}{\sqrt{3} V_{2o}} = 59,74 \text{ A}$$

$$Z_{cc} = V_{cc\%} \frac{V_{2o}}{\sqrt{3} I_{2n}} = 400 \text{ m}\Omega$$

$$R_T = \gamma_{cc\%} \frac{S_n}{3 I_{2n}} = 100 \text{ m}\Omega \rightarrow X_T = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_T^2} = 387,3 \text{ m}\Omega$$

$$\text{A vuoto: } P_{Fe} \approx P_0 = \frac{P_0\%}{100} \cdot S_n = 600 \text{ W}$$

$$Q_0 = P_0 \tan \varphi_0 = 2939 \text{ VAR}$$

$$I_{L_n} = \frac{P_L}{V_{L_n} \cdot \cos \varphi \sqrt{3}} = 28,9 \text{ A}$$

$$\bar{Z}_L = \frac{V_{L_n}}{\sqrt{3} I_{L_n}} e^{-j\varphi} = (16 - j12) \Omega$$

$$\Rightarrow \bar{I}_L = \frac{V_n}{\sqrt{3} Z_{eq}} = (23,61 + j17) \text{ A}$$

$$\bar{Z}_{eq} = \bar{Z}_L + R_T + j X_T = (16,1 - j11,6) \Omega$$

$$\bar{V}_L = \bar{Z}_L \bar{I}_L = (1007,69 - j19,61) \text{ V} \rightarrow V_L = 1007,82 \text{ V}$$

$$\Delta V = \sqrt{3} (R_T \cos \varphi + j X_T \sin \varphi) I_{L_n} = -7,63 \text{ V}$$

$$I_{L_{new}} = \frac{(V_{L_n} - \Delta V)}{V_n} I_{L_n} = 29,12 \text{ A}$$

$$\Delta V_{new} = -7,68 \text{ V} \quad V_{L_{new}} = 1007,68 \text{ V}$$

$$\varepsilon = \frac{1007,82 - 1007,68}{1007,82} = 0,03\%$$

$$\eta_T = \frac{P_L}{P_L + P_{Cu} + P_{Fe}} = \frac{40 \text{ kW}}{40 \text{ kW} + 3R_T I_L^2 + 600 \text{ W}} = 97,9\%$$

• Motore asincrono

$$P_n = 7 \text{ kW}$$

$$P_{cc} = 755 \text{ W}$$

$$\eta_{\%} = 36 \%$$

$$V_n = 380 \text{ V}$$

$$P_o = 1332 \text{ W}$$

$$R_s = 0,5 \Omega$$

$$I_n = 15,2 \text{ A}$$

$$\omega_{r_0} = 156,2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$V_{cc} = 61 \text{ V}$$

$$\cos \varphi_n = 0,897$$

$$n_n = 1440 \text{ rpm} \rightarrow \omega_{r_n} = n_n \cdot \frac{2\pi}{60} = 150,8 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (\text{velocità elettrica } \omega_r)$$

Determinare:

1) parametri del circuito equivalente

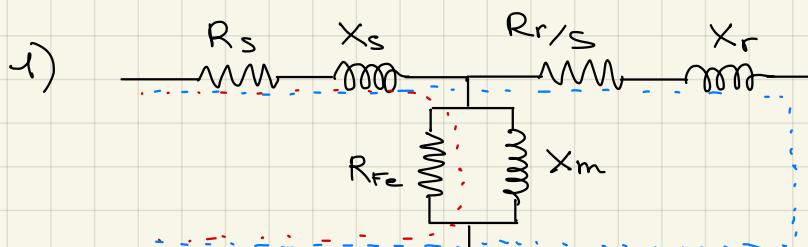
2) η_n , M_n

3) S_n , S_k , M_k

4) I_{aw} , M_{aw}

coppia d'attrito \propto velocità

5) ω_r , M , I_s , η con $M_r = 30 \text{ N.m}$, $M_{att} = B \omega_r$



$$S = \frac{\omega - \omega_{r_0}}{\omega}$$

Prova a vuoto ($S=0$)

$$P_o = 3R_s I_o^2 + P_{Fe} + B \omega_{r_0}^2$$

↓

$$R_{Fe} = \frac{V_n^2}{P_{Fe}}$$

?

Nel normale funzionamento:

$$\eta = \frac{P_n}{\sqrt{3} V_n I_n \sin \varphi_n} = 0,78 = \eta_n$$

$$\rightarrow B = \frac{P_o - P_{loss} - 3R_s I_o^2 + P_{cc}}{\omega_{r_0}^2 - \omega_{r_n}^2} = 0,04 \text{ N.m.s}$$

$$P_{loss} = P_{Fe} + P_{cc} + B \omega_{r_n}^2$$

$$P_{el} = P_{mecc} + P_{loss}$$

$$P_{loss} = P_{el} - \eta P_{el} \\ = (1-\eta) P_{el} = 1974,25 \text{ W}$$

$$\Rightarrow P_{Fe} = 310 \text{ W}$$

$$R_{Fe} = 466 \Omega$$

$$X_m = \frac{V_n^2}{P_{Fe} \tan \varphi_0} = 40 \Omega$$

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{\sqrt{3} V_n I_0} = 0,128$$

Prova in corto circuito ($s=1$)

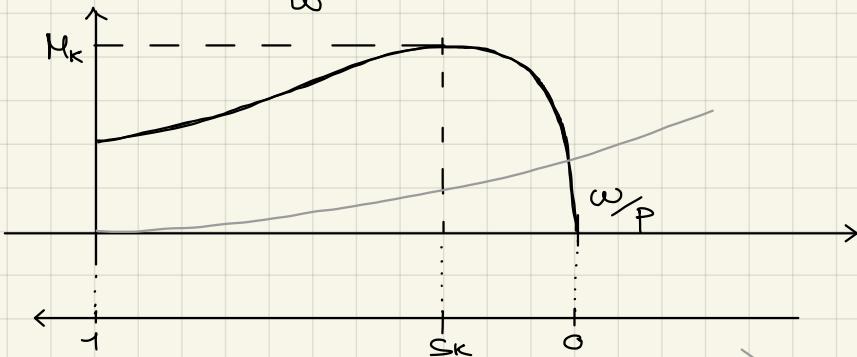
$$P_{cc} \approx 3(R_s + R_r) I_n^2$$

$$R_r' = \frac{P_{cc}}{3 I_n^2} - R_s = 0,59 \Omega \quad Z_{cc} = \frac{V_{cc}}{\sqrt{3} I_n} = 2,31 \Omega$$

$$X_d = X_s + X_r = \sqrt{Z_{cc}^2 - (R_s + R_r')^2} = 2 \Omega$$

$$2) \eta_n = 0,78 \quad M_n = \frac{P_n}{\omega r_n} = 46,4 \text{ Nm}$$

$$3) s_n = \frac{\omega - \overbrace{\omega r_n \cdot p}^{\omega}}{\omega} = 0,04 \Rightarrow p = \frac{\omega(1-s_n)}{\omega r_n} = 2$$



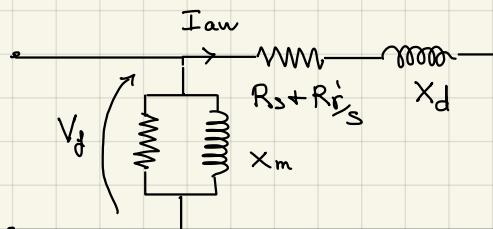
$$\begin{aligned} M &= 3 \frac{p}{\omega} \frac{R_r'}{s} \frac{V_f^2}{(R_s + R_r')^2 + X_d^2} - B \frac{\omega}{p} (1-s) \\ &= 3 \frac{p}{\omega} \frac{R_r'}{s} \frac{V_f^2}{(s R_s + R_r')^2 + s^2 X_d^2} \end{aligned}$$

trascurabile, sposta
di poco il massimo

$$\left. \frac{dM}{ds} \right|_{s=s_k} = 0 \rightarrow s_k = \pm \frac{R_r'}{\sqrt{R_s^2 + X_d^2}} = \pm 0,286 \quad (\text{preso positivo})$$

$$M_k = M(s_k) = 174,5 \text{ N.m} \quad (> M_n)$$

$$4) M_{av} = M(s=1) = 3 \frac{p}{\omega} \frac{R_r'}{s} \frac{V_f^2}{(R_s + R_r')^2 + X_d^2} - 0 = 105 \text{ Nm} \quad (> M_n)$$



$$I_{av} = \frac{V_f}{\sqrt{(R_s + R_r')^2 + X_d^2}} = 96,6 \text{ A} \quad (> 6 I_n)$$

tratto a perdita
elevata
 $\sim \omega r_n$

$$5) M_r = 30 \text{ N.m}$$

$$M_r = M = 3 \frac{p}{\omega} \frac{R_r'}{s} \frac{V_f^2}{(R_s + R_r')^2 + X_d^2} - B \frac{\omega}{p} (1-s)$$

$$\rightarrow s = 0,026 \quad \omega_r = 152,9 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad M = 36,1 \text{ N} \cdot \text{m}$$

(sezione appross.:
 $M = 36 \text{ N} \cdot \text{m}$)

$$I_r = \frac{V_f}{\sqrt{(R_s + R'_r)^2 + X_d^2}} = 9,4 \text{ A}$$

$$P_{\text{tot}} = M_r \omega_r + 3(R_s + R'_r) I_r^2 + P_{\text{Fe}} + B \omega_r^2 = 6,1 \text{ kW}$$

$$Q_{\text{tot}} = 3 X_d I_r^2 + Q_0 = 2930 \text{ VAr}$$

$$I_s = \frac{\sqrt{P_{\text{tot}}^2 + Q_{\text{tot}}^2}}{\sqrt{3} V_n} = 10,28 \text{ A}$$

$$\eta = \frac{M_r \omega_r}{M_r \omega_r + B \omega_r^2 + 3(R_s + R'_r) I_r^2 + P_{\text{Fe}}} = 0,95$$

• Macchina asincrona

$$P_n = 130 \text{ kW}$$

$$p = 4$$

$$S_n = 200 \text{ kVA}$$

$$V_n = 380 \text{ V}$$

$$R_s = 20 \text{ m}\Omega$$

$$V_{n1}/V_{20} = 10000/380$$

$$\cos \varphi_n = 0,836$$

$$\cos \varphi_{cc} = 0,4$$

$$I_{\circ \%} = 2,5 \%$$

$$P_{cc} = 6,6 \text{ kV}$$

$$I_{\circ} = 100 \text{ A}$$

$$\cos \varphi_{\circ} = 0,1$$

$$P_{\circ} = 9625 \text{ W}$$

$$B = 0 \text{ (no attrito)}$$

$$V_{cc\%} = 4 \%$$

1) $S_n, \omega_{rn}, \eta_n, I_n, C_n ?$

$$\cos \varphi_{cc} = 0,45$$

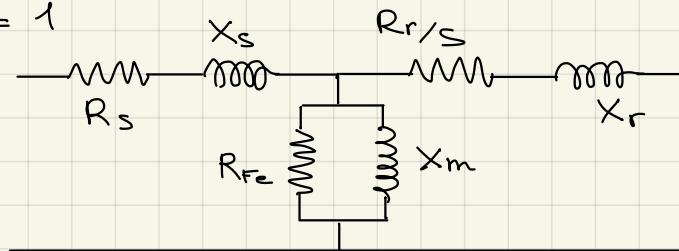
2) $\omega_r, \eta ?$ con $M_{el,1} = 0,5 M_n, M_{el,2} = 1,5 M_n$

3) Alimentazione da trafo.. $V_n ?$ $\omega_{rn} ?$ $\eta_{tot} ?$ con M_{el} precedenti

1) Prova in cortocircuito $s = 1$

$$R'_r = \frac{P_{cc}}{3 I_n^2} - R_s$$

$$\eta_n = \frac{P_n}{P_n + P_{cc} + P_{\circ}} = 0,89$$



$$\eta_{el} = P_{mecc} \Rightarrow I_n = \frac{P_n}{\sqrt{3} V_n \cos \varphi_n \eta_n} = 265,5 \text{ A}$$

$$R_r' = 41 \text{ m}\Omega$$

$$X_d = (R_s + R_r') \operatorname{tg} \varphi_{cc} = 71 \text{ m}\Omega$$

Prova a vuoto $s=0$

$$P_{Fe} = P_0 - 3R_s I_o^2 = 9025 \text{ W}$$

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_{Fe}}{\sqrt{3} V_n I_o} = 0,137 \quad X_m = \frac{V_n^2}{P_{Fe} \operatorname{tg} \varphi_0} = 2,32 \Omega$$

$$\begin{aligned} P_n &= M_n \omega_{rn} = 3 \frac{P}{\omega} \frac{R_r'}{s_n} \frac{V_f^2}{(R_s + \frac{R_r'}{s_n})^2 + X_d^2} \frac{\omega}{P} (1-s_n) \\ &= 3 R_r' \frac{s_n V_f^2 (1-s_n)}{(s_n R_s + R_r')^2 + X_d^2 s_n^2} \end{aligned}$$

$$\rightarrow s_n = 0,0104, \quad \omega_{rn} = \frac{\omega}{P} (1-s_n) = 77,7 \text{ rad/s}$$

$$M_n = \frac{P_n}{\omega_{rn}} = 1673 \text{ N/m}$$

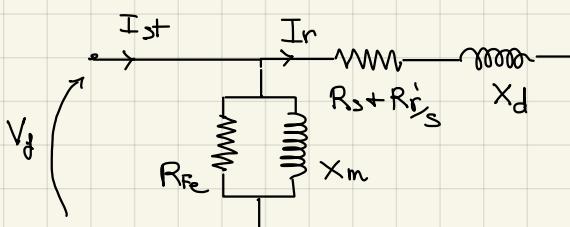
$$2) M_{el,1} = 0,5 M_n = 836 \text{ N} \cdot \text{m} \quad M_{el,2} = 1,5 M_n = 2509 \text{ Nm}$$

$$M = 3 \frac{P}{\omega} R_r' \frac{V_f^2 s}{(R_s \cdot s + R_r')^2 + s^2 X_d^2} \rightarrow s_1 = 0,0051$$

$$s_2 = 0,0155$$

$$\Rightarrow \omega_{r_1} = \frac{\omega}{P} (1-s_1) = 78,14 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{r_2} = 77,32 \text{ rad/s}$$



$$I_{r_1} = \frac{V_f}{\sqrt{(R_s + \frac{R_r'}{s_1})^2 + X_d^2}} = 101 \text{ A}$$

$$P_{tot,1} = 3 (R_s + R_r') I_{r_1}^2 + P_{Fe} = 75,6 \text{ kW}$$

$$Q_{tot,1} = 3 X_d I_{r_1}^2 + Q_0 = 67,4 \text{ kVar}$$

$$I_{s_1} = \frac{\sqrt{P_{tot,1}^2 + Q_{tot,1}^2}}{\sqrt{3} V_n} = 154 \text{ A} \quad \rightarrow \cos \varphi_1 = \frac{P_{tot,1}}{P_{tot,1}^2 + Q_{tot,1}^2} = 0,746$$

$$\eta_1 = \frac{P_{mecc}}{P_{mecc} + P_{Fe} + P_{cc}} = 0,87$$

Analogamente $I_{r_2} = 309 \text{ A}$ $P_{tot,2} = 211,7 \text{ kW}$ $\cos \varphi_2 = 0,927$

$$I_{s_2} = 347 \text{ A} \quad Q_{tot,2} = 85,5 \text{ kVar} \quad \eta_2 = 0,91$$

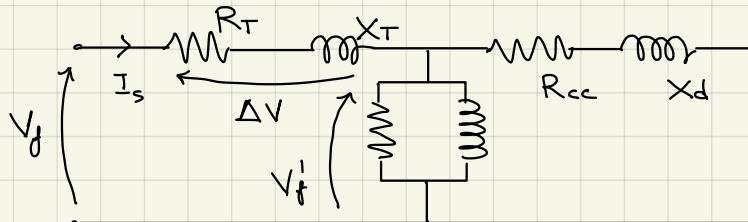
$$3) \quad I_n = \frac{200 \text{ kVA}}{\sqrt{3} \cdot 380} = 304 \text{ A}$$

$$R_T = V_{cc, \circ} \cdot \frac{V_n}{\sqrt{3} I_n} \cos \varphi_{cc} = 13 \text{ m}\Omega$$

$$P_{Fe} = \sqrt{3} V_n I_n \cos \varphi_0 = 500 \text{ W}$$

$$X_T = R_T \cdot \operatorname{tg} \varphi_{cc} = 26 \text{ m}\Omega$$

$$Q_0 = \sqrt{3} V_n I_n \sin \varphi_0 = 4980 \text{ W}$$



$$M_1 = 0,5 M_n \quad \Delta V_1 = (R_T \cos \varphi_1 + X_T \sin \varphi_1) I_{s1} = 4,2 \text{ V}$$

$$V_f' = V_f - \Delta V_1 = 215,8 \text{ V} \rightarrow \begin{matrix} \text{è cambiata} \\ \downarrow \frac{V_n}{\sqrt{3}} \\ \text{la tensione} \\ \text{applicata alle} \\ \text{macchine (di } \sim 35 \text{ V)} \end{matrix}$$

$$\rightarrow M_1 = 3 \frac{P}{\omega} R_r' \frac{(V_f')^2 s}{(R_s + R_r')^2 + s^2 X_d^2}$$

$$S_1' = 0,0053 \quad I_r' = \frac{V_f'}{\sqrt{(R_s + R_r')^2 + X_d^2}} = 103 \text{ A}$$

$$P_{tot,1}' = 75,7 \text{ kW}$$

$$\Rightarrow \cos \varphi_1' = 0,747$$

$$Q_{tot,1}' = 67,4 \text{ kVAR}$$

$$I_{s1}' = \frac{\sqrt{(P_{tot,1}')^2 + (Q_{tot,1}')^2}}{\sqrt{3} V_n} = 154 \text{ A}$$

$$\Delta V_1' \approx 4,2 \text{ V}$$

↳ la tensione, a meno di decimali, non cambia più

$$\eta_{tot,1} = \frac{P_{mecc}}{P_{mecc} + P_{Fe_H} + P_{Cu_H} + 3R_T I_{s1}'^2 + P_{Fe_T}} = 0,85$$

$$M_2 = 1,5 M_n$$

$$\Delta V_2 = 7,6 \text{ V} \quad I_{s2} = 348 \text{ A} \quad V_f' = 212,4 \text{ V}$$

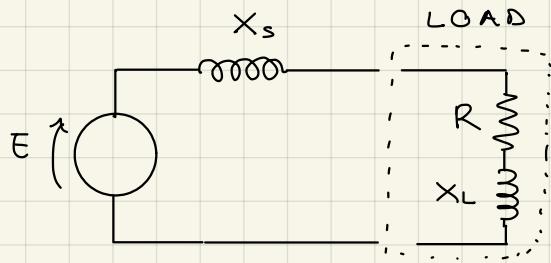
$$I_{r2} = 320 \text{ A} \quad \eta_{tot,2} = 0,89$$

- Generatore sincrono

$$S_n = 100 \text{ kVA}, \quad R_s = 0, \quad X_s = 165 \% \quad R = 1 \Omega \quad X_L = 5 \Omega$$

$$\cos \varphi_n = 1, \quad V_n = 380 \text{ V}, \quad V_{cc} = 200 \text{ V}, \quad I_{ecc} = 10 \text{ A} \quad V_{cc, \circ} ?$$

Carico da riferire con $\cos \varphi = 0,9$



$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3} V_n} = 151,93 A$$

$$X_s = \frac{165}{100} \cdot \frac{V_n}{3 I_n} = 2,4 \Omega$$

$$Z_L = \sqrt{R^2 + X_L^2} = 5,1 \Omega$$

$$I_L = \frac{V_n}{\sqrt{3} Z_L} = 43,01 A$$

$$\cos \varphi_L = \cos(\arctg(\frac{X_L}{R})) = 0,96$$

$$P_L = \sqrt{3} V_n I_L \cos \varphi_L = 5,95 kW$$

$$Q_L = \sqrt{3} V_n I_L \sin \varphi_L = 27,7 kVAr$$

$$Q_L^* = P_L \operatorname{tg}(\arccos(0,9)) = 2,69 kVAr$$

$$Q_S = Q_L - Q_L^* = 25,07 kVAr$$

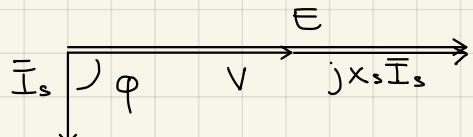
potenza reattiva che la macchina sincrona deve erogare

Circuito compensatore:

$$Q_S = \sqrt{3} V_n I_S \rightarrow I_S = \frac{Q_S}{\sqrt{3} V_n} = 38,1 A$$

$\cos \varphi_S = 0$ ← quando la macchina lavora da compensatore

$$\bar{E} = \bar{V} + j X_S \bar{I}_S$$

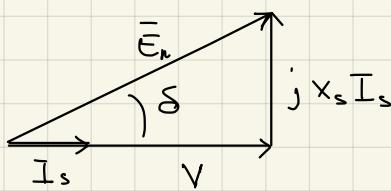


$$E \cos \delta = V + X_S I_S \sin \varphi = 310,83 V$$

$$\begin{aligned} E \sin \delta &= X_S I_S \cos \varphi = 0 \\ &\downarrow \\ 0 & \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad E = \sqrt{(E \cos \delta)^2 + (E \sin \delta)^2} = 310,83 V$$

$$\delta = 0$$

Cond. nominali



$$\cos \varphi_n = 1$$

$$E_n \cos \delta = V + X_S I_{S_n} \underbrace{\sin \varphi_n}_{0} = V_n = 220 V$$

$$E_n \sin \delta = X_S I_{S_n} = 364,6 V$$

$$E_n = \sqrt{(E_n \cos \delta)^2 + (E_n \sin \delta)^2} = 425,86 V$$

$$V_{ecc} = \frac{E}{E_n} \cdot V_{ecc_n} = 146 V$$

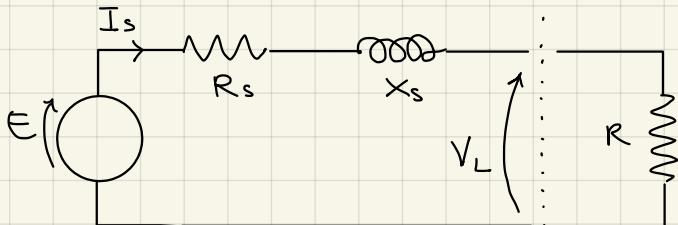
• Generatore sincrono

Carico

$$S_n = 30 \text{ kVA} \quad V_n = 380 \text{ V} \quad \cos \varphi_n = 0,8 \quad P_L = 15 \text{ kW}$$

$$x_{s\%} = 160 \% \quad \eta_n = 0,91 \quad \cos \varphi_L = 1$$

$$V_{ecc_n} = 200 \text{ V} \quad I_{ecc_n} = 2,5 \text{ A} \quad V_{ecc}, \delta ?$$



$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3} V_n} = 45,58 \text{ A}$$

$$R_s = \frac{P_{cu}}{3 I_n^2} = 0,3 \Omega$$

$$\eta_n = \frac{P_n}{P_n + P_{cu} + P_{ecc_n}}$$

$$P_n = S_n \cos \varphi_n = 24 \text{ kW}$$

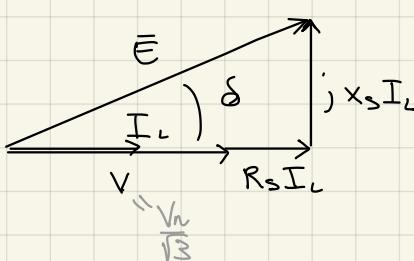
$$x_s = x_{s\%} \frac{V_n}{\sqrt{3} I_n} = 7,7 \Omega$$

$$P_{ecc_n} = V_{ecc_n} \cdot I_{ecc_n} = 500 \text{ W}$$

$$\rightarrow P_{cu} = P_n \left(\frac{1-\eta}{\eta} \right) - P_{ecc} = 1,87 \text{ kW}$$

Cond. carico $\cos \varphi_L = 1$ ($\varphi_L = 0$)

$$I_L = \frac{P_L}{\sqrt{3} V_n \cos \varphi_L} = 22,8 \text{ A}$$



$$E \cos \delta = R_s I_L \cos \varphi_L + x_s I_L \sin \varphi_L + V = 226,2 \text{ V}$$

$$E \sin \delta = x_s I_L \cos \varphi_L = 176,56 \text{ V}$$

$$\Rightarrow E = 286,3 \text{ V} \quad \delta = 37,8^\circ$$

Cond. minimali $\cos \varphi_n = 0,8$

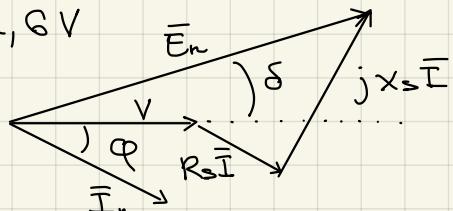
$$R_s = 0,3 \Omega \quad x_s = 7,7 \Omega$$

$$E_n \cos \delta = V + x_s I_n \sin \varphi_n + R_s I_n \cos \varphi_n = 440,91 \text{ V}$$

$$E_n \sin \delta = x_s I_n \cos \varphi - R_s I_n \sin \varphi = 272,6 \text{ V}$$

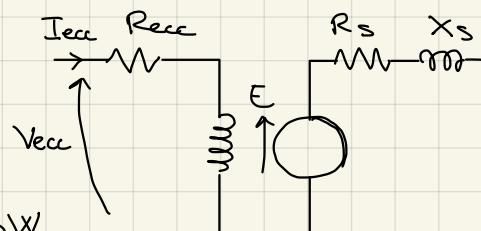
$$\Rightarrow E_n = 518,36 \text{ V}$$

$$V_{ecc} = \frac{E_n}{E_n} V_{ecc_n} = 110,5 \text{ V}$$



$$\eta = \frac{P_L}{P_L + P_{cu} + P_{ecc}} = \frac{P_L}{P_L + 3R_s I_i^2 + P_{ecc}} = 0,96$$

$$P_{ecc} = V_{ecc} I_{ecc} = V_{ecc} \cdot \frac{V_{ecc}^2}{R_{ecc}} = \frac{V_{ecc}^2 I_{ecc}}{V_{ecc_n}} = 152,63 \text{ W}$$



• MAC. 1

$$S_{n_1} = 50 \text{ kVA}$$

$$V_{n_1} = 380 \text{ V}$$

$$\cos \varphi_{n_1} = 0,8$$

$$R_s_1 = 0,3 \Omega$$

$$V_{ecc_n_1} = 200 \text{ V}, \quad I_{ecc_n_1} = 5 \text{ A}$$

$$X_{s\%,_1} = 160 \%$$

LOAD

$$P_L = 20 \text{ kW}$$

$$\cos \varphi_L = 0,7$$

Calcolare Q^* che minimizzi
le P_{cu} totali.

MAC. 2

$$S_{n_2} = 20 \text{ kVA}$$

$$V_{n_2} = 380 \text{ V}$$

$$\cos \varphi_{n_2} = 1$$

$$R_s_2 = 0,8 \Omega$$

$$V_{ecc_n_2} = 200 \text{ V} \quad I_{ecc_n_2} = 2,5 \text{ A}$$

$$X_{s\%,_2} = 150 \%$$

$$V_{ecc_1} = ?$$

$$V_{ecc_2} = ?$$

$$\eta = ?$$

$$P_m = ?$$

MAC. 1

$$R_s_1 = 0,3 \Omega$$

$$I_{n_1} = \frac{S_{n_1}}{\sqrt{3} V_{n_1}} = 76 \text{ A}$$

$$X_{s_1} = X_{s\%,_1} \frac{V_{n_1}}{\sqrt{3} I_{n_1}} = 4,62 \Omega$$

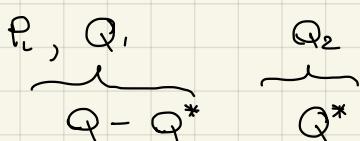
MAC. 2

$$R_s_2 = 0,8 \Omega$$

$$I_{n_2} = 30,39 \text{ A}$$

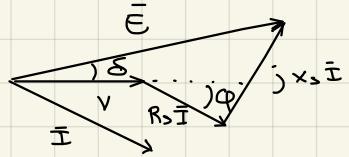
$$X_{s_2} = 10,83 \Omega$$

1 → 2 → LOAD



$$P_L, Q$$

$$E_1 \cos \delta_1 = V + X_s I_s \sin \varphi_1 + R_s I_s \cos \varphi_1$$



$$E_1 \sin \delta_1 = X_s I_s \cos \varphi_1 - R_s I_s \sin \varphi_1$$

$$Q = \sqrt{3} V I \sin \varphi \Rightarrow I_1 \sin \varphi_1 = \frac{(Q - Q^*)}{\sqrt{3} V}$$

$$P = \sqrt{3} V I \cos \varphi \Rightarrow I_1 \cos \varphi_1 = \frac{P}{\sqrt{3} V}$$

Analogamente per GS2: $I_2 \sin \varphi_2 = \frac{Q^*}{\sqrt{3} V}$

$$I_2 \cos \varphi_2 = 0$$

$$I_1^2 = \frac{(Q - Q^*)^2}{3V^2} + \frac{P^2}{3V^2} \quad I_2^2 = \frac{Q^{*2}}{3V^2}$$

$$P_{cu} = 3 R_s_1 I_1^2 + 3 R_s_2 I_2^2 = R_{s_1} \frac{(Q - Q^*)^2}{V^2} + R_{s_1} \frac{P^2}{V^2} + R_{s_2} \frac{Q^{*2}}{V^2}$$

$$\frac{d P_{cu}}{d Q^*} = \frac{R_{s_1}}{V^2} \cdot 2(Q - Q^*)(-1) + 2 R_{s_2} \frac{Q^*}{V^2} = 0$$

$$R_{s_1}(Q^* - Q) + R_{s_2}Q^* = 0 \Rightarrow Q^* = \frac{Q R_{s_1}}{R_{s_1} + R_{s_2}}$$

$$\cos \varphi_L = 0,7$$

$$Q = P_L + Q_L = 20,4 \text{ kVAR} \rightarrow Q^* = 5,56 \text{ kVAR}$$

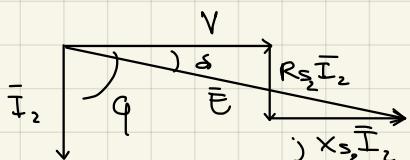
$$I_2 = \frac{Q^*}{\sqrt{3} V} = 8,45 \text{ A}$$

$$P_{cu_2} = 3 R_{s_2} I_2^2 = 171,4 \text{ W}$$

$$I_1 = \sqrt{\frac{(Q - Q^*)^2}{3V^2} + \frac{P^2}{3V^2}} = 37,8 \text{ A} \quad P_{cu_1} = 3 R_{s_1} I_1^2 = 1286 \text{ W}$$

Cond. carico (MAC 2) $\cos \varphi_2 = 0$

$$E_2 \cos \delta_2 = V + X_s I_2 = 310,9 \text{ V}$$

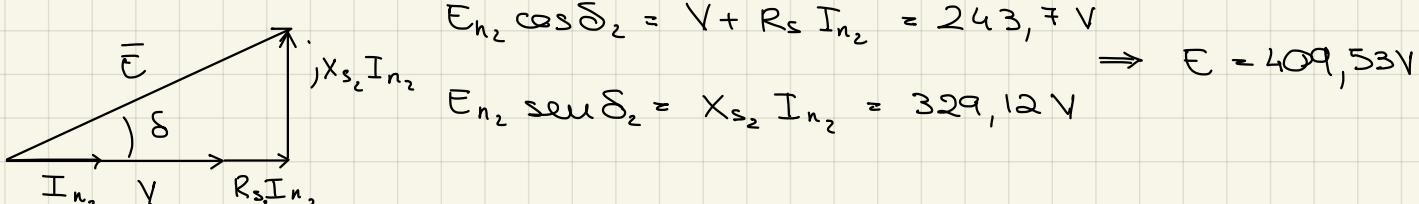


$$E_2 \sin \delta_2 = -R_s I_2 = -676 \text{ V}$$

$$\Rightarrow E = 310,98 \text{ V} \quad \delta = -0,22 \text{ rad}$$

Cond. neutrali (MAC 2) $\cos \varphi_{n_2} = 1$

$$E_{n_2} \cos \delta_2 = V + R_s I_{n_2} = 243,7 \text{ V}$$



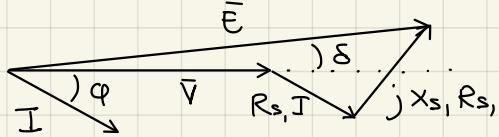
$$E_{n_2} \sin \delta_2 = X_s I_{n_2} = 329,12 \text{ V}$$

$$\Rightarrow E = 409,53 \text{ V}$$

$$V_{ecc_2} = \frac{E_2}{E_{n_2}} V_{eccn_2} = 151,87 \text{ V}$$

$$P_{ecc_2} = V_{ecc_2}^2 \frac{I_{eccn_2}}{V_{eccn_2}} = 288,3 \text{ W}$$

Cond. varice (MAC.1)



$$I, \sin \varphi_1 = \frac{(Q - Q^*)}{\sqrt{3} V} = 22,54 \text{ A}$$

$$I, \cos \varphi_1 = \frac{P}{\sqrt{3} V} = 30,4 \text{ A}$$

$$E_1 \cos \delta_1 = V + R_s, I_1 \cos \varphi_1 + X_s, I_1 \sin \varphi_1$$

$$E_1 \sin \delta_1 = R_s, I_1 \sin \varphi_1 + X_s, I_1 \cos \varphi_1$$

$$\Rightarrow E_{1,Re} = 330,3 \text{ V}$$

$$E_{1,Im} = 133,7 \text{ V}$$

$$E_1 = 356,33 \text{ V}$$

Cond. monofase (MAC.1) $\cos \varphi_{n_1} = 0,8$

$$E_{n_1} \cos \delta_1 = 448,3 \text{ V} \quad \Rightarrow E_{n_1} = 521,9 \text{ V}$$

$$E_{n_1} \sin \delta_1 = 267,2 \text{ V}$$

$$V_{ecc_1} = \frac{E_1}{E_{n_1}} V_{eccn_1} = 136,55 \text{ V}$$

$$P_{ecc_1} = V_{ecc_1}^2 \frac{I_{eccn_1}}{V_{eccn_1}} = 466,15 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{P_L}{P_L + P_{cu_1} + P_{cu_2} + P_{ecc_1} + P_{ecc_2}} = 0,9$$

$$P_m = P_L + P_{cu_1} + P_{cu_2} = 21,45 \text{ kW}$$

- Motore corrente continua (ecc. indipendente)

$$V_n = 800 \text{ V}$$

$$\omega_{rn} = 314 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\eta = 0,9 \text{ (solo armatura)}$$

$$\sigma_{max} = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} \quad t = 25 \text{ s}$$

$$m_{train} = 10 \text{ ton}$$

capienza = 200 persone ($80 \text{ kg} \times \text{persona}$)

$$M_{at} = B \omega_r \quad M_{at}(\omega_{rn}) = \frac{1}{3} M_{acc}$$

1) P_n del motore

$$P_{acc} = F \cdot v = m_{tot} \alpha \omega_{MAX}$$

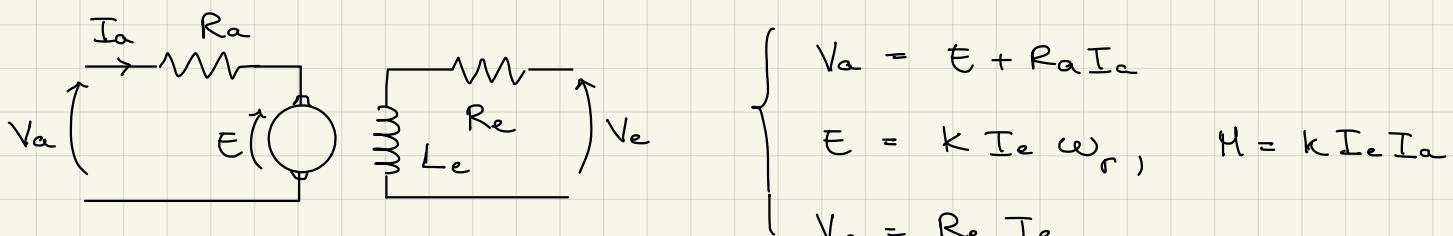
$$m_{tot} = 10 \cdot t_{au} + 200 \cdot 80 \text{ kg} = 26 \cdot t_{au}$$

$$\omega_{MAX} = 16,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\alpha = \frac{\omega_{MAX}}{t} = 0,668 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \implies P_{acc} = 290 \text{ kW}$$

$$P_n = P_{acc} + \underbrace{\frac{1}{3} P_{acc}}_{P_{att}} = 386,7 \text{ kW}$$

Parametri nominali:



$$I_n = I_a$$

$$P_n = V_a I_n \eta \implies I_n = \frac{P_n}{V_a \eta} = 716 \text{ A}$$

$$M_n = \frac{P_n}{\omega r_n} = 1231,5 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_n = K I_e I_n \implies K I_e = \frac{M_n}{I_n} = 1,72 \text{ Wb}$$

$$E_n = K I_e \omega_{r_n} = 540 \text{ V}$$

$$2) R_a ? \quad V_a = V_n$$

$$P_{in} = P_{out} + P_{loss}$$

$$= V_n I_n = V_n I_n \eta + P_{loss} \Rightarrow P_{loss} = V_n I_n (1 - \eta)$$

$$\implies R_a = \frac{V_n (1 - \eta)}{I_n} = 0,08 \Omega \quad \text{||} \quad R_a I_n^2$$

$$3) J_{eq} ? \quad (\text{momento d'inerzia})$$

$$\frac{1}{2} m_{tot} \omega_{MAX}^2 = \frac{1}{2} J_{eq} \omega_{r_n}^2 \implies J_{eq} = 73,5 \text{ kg m}^2$$

- Generatore a corrente continua (ecc. ind.)

$$P_n = 20 \text{ kW}$$

$$V_n = 400 \text{ V}$$

Carico

$$R_{a\%} = 2\%$$

$$R = 10 \Omega$$

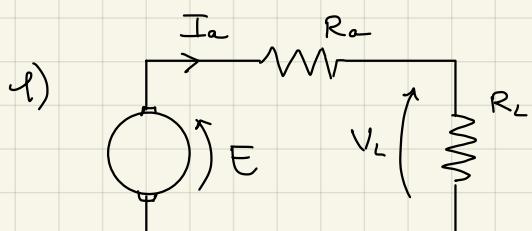
$$n_n = 1500 \text{ rpm}$$

$$V_L = 400 \text{ V}$$

$$V_{e_n} = 200 \text{ V}$$

$$I_{e_n} = 1 \text{ A}$$

$$M_{att} = B \omega_r, \quad B = 0,025 \text{ N.m.s}$$



Cond. nominale

$$I_n = \frac{P_n}{V_n} = 50 \text{ A}$$

$$R_a = R_{a\%} \frac{V_n}{I_n} = 0,16 \Omega$$

$$E_n = V_n + R_a I_n = 408 \text{ V}$$

$$\omega_{r_n} = n_n \frac{2\pi}{60} = 157 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow 1 \text{ round} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ round}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{1 \text{ round}} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = \frac{2\pi}{60}$$

$$E_n = K I_{e_n} \omega_r \implies K I_{e_n} = 2,6 \text{ V/b}$$

$$M_{el_n} = K I_{e_n} I_n = 130 \text{ N.m}$$

$$M_{m_n} = M_{el_n} + M_{att} = M_{el_n} + B \omega_{r_n} = 133,9 \text{ N.m}$$

$$\eta_n = \frac{P_n}{P_n + R_a I_n^2 + B \omega_{r_n}^2 + V_e I_{e_n}} = 94,2 \%$$

Cond. carico

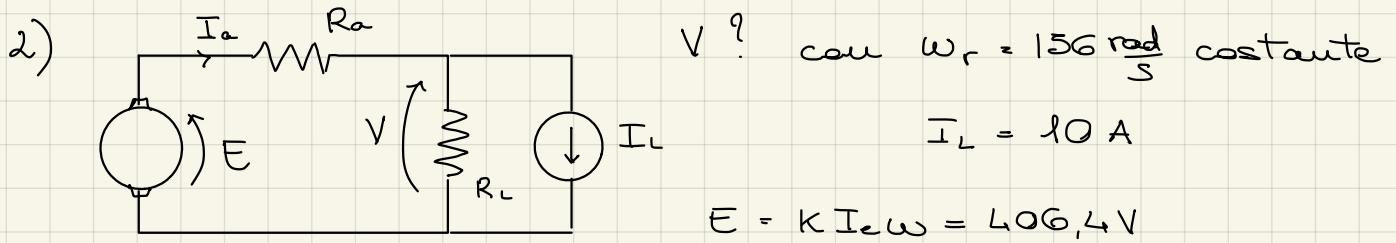
$$E = V_L + R_a I_L = 406,4 \text{ V} \quad I_L = \frac{V_L}{R_L} = 40 \text{ A}$$

$$\omega_r = \frac{E}{E_n} \omega_{r_n} = 156,4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$M_{el} = \frac{I_L}{I_n} M_{el_n} = 104 \text{ N.m}$$

$$M_m = M_{el} + B \omega_r = 107,9 \text{ N.m}$$

$$\eta = \frac{V_L I_L}{M_m \omega_r + P_{en}} = 93,7 \%$$



$V ?$ con $\omega_r = 156 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ costante

$$I_L = 10 \text{ A}$$

$$E = K I_a \omega = 406,4 \text{ V}$$

$$I_a = \frac{V}{R_a} + I_L = 42,84 \text{ A} \quad V = \frac{E/R_a - I_L}{\frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_L}} = 398 \text{ V}$$

$$M_{el} = \frac{I_a}{I_n} M_{el,n} = 129,5 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\eta = \frac{\frac{V^2}{R_L} + V \cdot I_L}{M_m \omega_r + P_{e,n}} = 93,9 \%$$

$$M_m = M_{el} + B \omega_r = 133,4 \text{ N} \cdot \text{m}$$

3) $V ?$ con $M_{el} = 104 \text{ N} \cdot \text{m}$ costante

$$M_{el} = K I_e \cdot I \implies I = 40 \text{ A}$$

costante

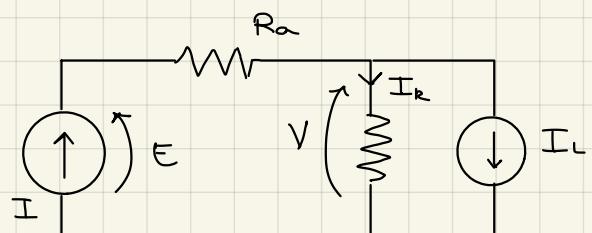
$$I_R = I - I_L = 30 \text{ A}$$

$$V = R_L I_R = 300 \text{ V} \quad E = V + R_a I = 306,4 \text{ V}$$

$$\implies \omega_r = \frac{E}{E_n} \omega_{r,n} = 117,9 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$M_m = M_{el} + B \omega_r = 106,9 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\eta = \frac{\frac{V^2}{R_L} + V I_L}{M_m \omega_r + P_{e,n}} = 93,7 \%$$



• Motore asincrono

$$P_n = 100 \text{ kW}$$

Generatore sincrono

$$V_n = 400 \text{ V} \quad V_{cc,n} = 20 \%$$

$$S_n = 80 \text{ kVA} \quad V_{cc,n} = 400 \text{ V}$$

$$p = 2 \quad I_0 \% = 40 \%$$

$$V_n = 400 \text{ V} \quad I_{cc,n} = 5 \text{ A}$$

$$f = 50 \text{ Hz} \quad M_{att} = 0$$

$$X_{sy.} = 180 \% \quad p = 2$$

$$\cos \varphi_n = 0,84$$

$$f_n = 50 \text{ Hz} \quad R_s = 0$$

$$\cos \varphi_n = 0,8$$

Carico

$$R_s = 40 \text{ m}\Omega$$

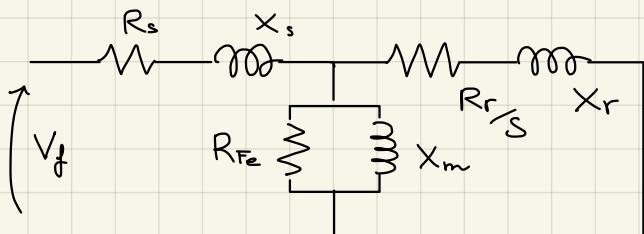
$$\rho_{cc,n} = 8 \% \quad \rho_{Fe,n} = 4 \%$$

$$\omega_r, f_g ? \quad \eta_T ?$$

$$R_L = 4 \Omega$$

$$P_L = 40 \text{ kW}$$

Motore asincrono



$$P_{cc} \eta = P_n \rightarrow \sqrt{3} V_n I_n \cos \varphi_n \eta = P_n$$

$$\rightarrow I_n = \frac{P_n}{\sqrt{3} V_n \cos \varphi_n \eta} = 193,07 \text{ A}$$

$$Z_{cc} = V_{cc} \Rightarrow \frac{V_n}{\sqrt{3} I_n} = 0,24 \Omega \Rightarrow X_d = \sqrt{Z_{cc}^2 - (R_s + R_r)^2} = 0,228 \Omega$$

Prova a vuoto (s=0)

$$P_{Fe} = 4 \text{ kW} \quad R_{Fe} = \frac{V_n^2}{P_{Fe}} = 40 \Omega \quad \cos \varphi_0 = \frac{P_{Fe}}{\sqrt{3} V_n I_0} = 0,075$$

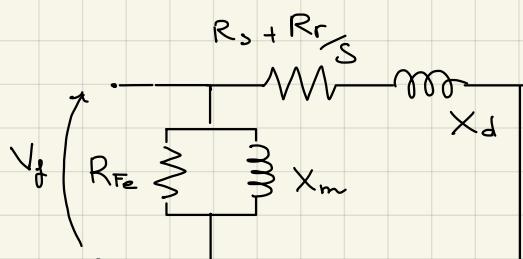
$$X_m = \frac{V_n^2}{P_{Fe} + Q_0} = 3 \Omega$$

$$R_{s_{GS}} = 0 \Rightarrow P_L = M \cdot \omega_r = 3 \frac{P}{\omega} \frac{R_r}{s} \frac{V_n^2}{(R_s + \frac{R_r}{s})^2 + X_d^2} \frac{\omega}{P} (1-s) = 40 \text{ kW}$$

$$P_L = 3 R_r \frac{s V_n^2 (1-s)}{(s R_s + R_r)^2 + X_d^2 s^2} \rightarrow s_{1,2} = \begin{cases} 0,6763 \\ 0,008 \end{cases}$$

$$f = \frac{P \omega_r}{2\pi} = 49,59 \text{ Hz}$$

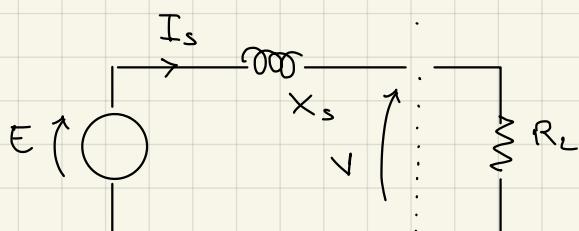
$$\Rightarrow \omega_r = \frac{\omega}{P} (1-s) = 155,8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$



$$I_r = \frac{V_f}{\sqrt{(R_r + R_s)^2 + X_d^2}} = 58,9 \text{ A}$$

$$P_{cu} = 3 (R_r + R_s) I_r^2 = 739 \text{ W}$$

Generatore sincrono



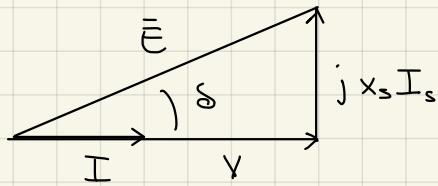
$$I_n = \frac{s_n}{\sqrt{3} V_n} = 115,47 \text{ A}$$

$$X_s = X_s \% \cdot \frac{V_n}{\sqrt{3} I_n} = 3,6 \Omega$$

Cand. carico

$$P_L = 3R_L I_L^2 \rightarrow I_L = \sqrt{\frac{P_L}{3R_L}} = 57,73 \text{ A}$$

$$I_s = I_L$$



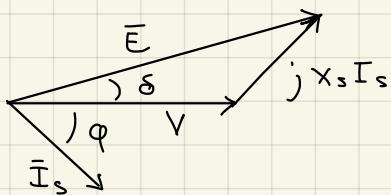
$$\bar{E} = \bar{V} + j X_s I_s$$

$$X_{sL} = X_s \frac{\omega_r}{\omega_{r_n}} = 3,57 \Omega$$

$$E \cos \delta = V = 230,96 \text{ V} \quad \Rightarrow \quad E = 309,52 \text{ V}$$

$$E \sin \delta = X_s I_s \cos \phi = 206,9 \text{ V}$$

Cand. minimali ($f = 50 \text{ Hz}$ $I_s = I_n = 115,47 \text{ A}$ $\cos \phi_n = 0,8$)



$$E_n \cos \delta = V + X_s I_s \sin \phi = 480,35 \text{ V}$$

$$E_n \sin \delta = X_s I_s \cos \phi = 332,55 \text{ V}$$

$$\Rightarrow E_n = 584,23 \text{ V}$$

$$V_{ecc} = \frac{E \omega_r n}{E_n \omega_r} V_{ecc_n} = 213,6 \text{ V}$$

$$P_{ecc} = V_{ecc} I_{ecc} = V_{ecc} \frac{V_{ecc}}{R_{ecc}} = \frac{V_{ecc}^2}{R_{ecc}} \frac{I_{ecc_n}}{V_{ecc_n}} = 570,3 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{P_e}{P_e + P_{Cu_HA} + P_{Fe_HA} + P_{ecc_GS}} = 0,883$$

• Motore sincrono

$$P_n = 22 \text{ kW} \quad p = 2$$

Generatore c.c.

$$\omega_{r_n} = 157 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$V_n = 220 \text{ V} \quad (colleg. triangolo)$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$V_{gn} = 200 \text{ V}$$

$$I_{e_n} = 5 \text{ A}$$

$$I_n = 70 \text{ A}$$

$$V_{ag\%} = 20\%$$

$$\eta = 0,92$$

$$P_{Fe} = 0$$

$$P_{Ca\%} = 12 \%$$

$$I_{o\%} = 45\%$$

$$V_{e_n} = 120 \text{ V}$$

$V_{ecc}, I_{s_n}, \eta_T ?$

$$P_o = 1100 \text{ W}$$

Carico

$$R_s = 0,2 \Omega$$

$$P_L = 46 \text{ kW} \quad V_L = 180 \text{ V}$$

Motore eq. Δ

$$P_{cc} = \frac{12}{100} P_n = 2640 \text{ W} \quad V_{cc} = \frac{20}{100} V_n = 44 \text{ V}$$

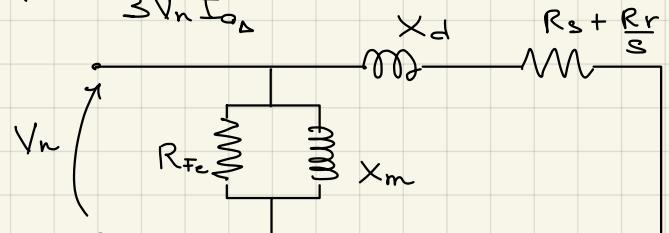
$$I_\Delta = \frac{I_n}{\sqrt{3}} = 40,41 \text{ A} \quad R_r = \frac{P_{cc}}{3 I_\Delta^2} - R_s = 0,34 \Omega$$

$$Z_{cc} = \frac{V_{cc}}{I_\Delta} = 1,088 \Omega \quad X_d = \sqrt{Z_{cc}^2 - (R_s + R_r)^2} = 0,94 \Omega$$

$$P_{Fe} = P_o - 3 I_{o_\Delta}^2 R_s = P_o - 3 \left(I_o \cdot \frac{I_n}{\sqrt{3}} \right)^2 R_s = 901,6 \text{ W}$$

$$R_{Fe} = \frac{3 V_n^2}{P_{Fe}} = 161,05 \Omega \quad \cos \varphi_o = \frac{P_{Fe}}{3 V_n I_{o_\Delta}} = 0,975$$

$$X_m = \frac{3 V_n^2}{P_{Fe} + \tan \varphi_o} = 12,13 \Omega$$

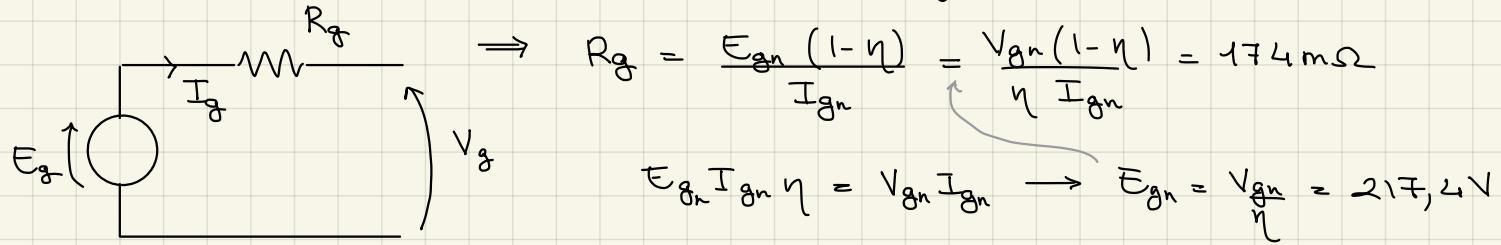


Generatore c.c.

Cond. nominale

$$I_{gn} = \frac{P_{gn}}{V_{gn}} = 100 \text{ A} \quad E_g = V_g + R_g I_g$$

$$P_{in} = P_{out} + P_{loss} \rightarrow E_{gn} I_{gn} = E_{gn} I_{gn} \eta + R_g I_{gn}^2$$



$$E_{gn} = K I_{en} \omega_{rn} \rightarrow |K| = \left| \frac{E_{gn}}{I_{en} \omega_{rn}} \right| = 0,277$$

$$M_n = K I_e I_n = 138,5 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Cond. corrente

$$P_L = 16 \text{ kW} \quad V_L = 180 \text{ V}$$

$$P_{m_{in}} = \frac{P_L}{\eta} = 17,39 \text{ kW} \quad I_L = \frac{P_L}{V_L} = 88,9 \text{ A}$$

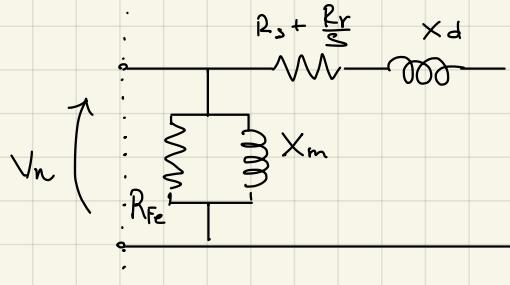
$$E_g = V_L + R_g I_L = 195,5 \text{ V}$$

$$P_m = \frac{3}{\omega} \frac{P}{S} \frac{R_r}{S} \frac{V_f^2}{\left(\frac{R_r + R_s}{S} \right)^2 + X_d^2} \cdot \frac{\omega}{P} (1-s) \rightarrow S_{1-2} = \frac{0,665}{0,454}$$

$$\Rightarrow \omega_r = \frac{\omega}{P} (1-s) = 150 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$E_g = K I_e \omega_r \implies I_e = \frac{E_g}{K \omega_r} = 4,7 A$$

$$V_e = \frac{V_{en}}{I_{en}} I_e = 94 V$$



$$I_{r_2} = \frac{V_{n_2}}{\sqrt{(R_s + R_r)^2 + X_d^2}} = 28,6 A$$

$$P_T = 3 \left(R_s + \frac{R_r}{s} \right) I_r^2 + P_{Fe} = 19,65 kW$$

$$Q_T = 3 X_d I_r^2 + Q_{Fe} = 14,26 kVAr$$

$$I_{S_n} = \frac{\sqrt{P_T^2 + Q_T^2}}{\sqrt{3} V_n} = 63,72 A$$

$$\eta_T = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{16 kW}{19,65 kW} = 0,814$$

$$\eta_M = \frac{P_m}{P_{in}} = \frac{17,39 kW}{19,65 kW} = 0,885$$

$$\eta_{Gcc} = \frac{P_{out}}{P_m} = \frac{16 kW}{17,39 kW} = 0,92$$

• Motore c.c. Generatore asinc.

$$P_n = 30 kW$$

$$P_n = 20 kW$$

$$V_n = 200 V$$

$$V_n = 380 V$$

$$\eta = 0,88$$

$$\cos \varphi_n = 0,83$$

$$P_{Fe} = 1000 W$$

$$P_{cc,1\%} = 10\% \quad P_{Fe} = 4\%$$

$$V_{e_n} = 200 V$$

$$\cos \varphi_{cc} = 0,4 \quad \cos \varphi_0 = 0,12$$

$$I_{en} = 2 A$$

$$R_s = 0,15 \Omega$$

$$\omega_{rn} = 81 \text{ rad/s}$$

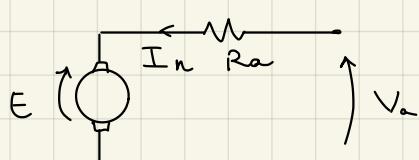
ω_r ?

$I_{assorbita}$?

η ?

Motore c.c.

$$P_{ass,n} = \frac{P_n}{\eta} = 34,1 kW = P_n + P_{Fe} + P_{cu}$$



$$P_{cu} = 3,4 kW$$

$$R_a = \frac{P_{cu}}{I_n^2} = 140 \Omega$$

$$V_n = E + R_a I_n \rightarrow V_n I_n = E I_n + R I_n^2 = P_n + P_{cu}$$

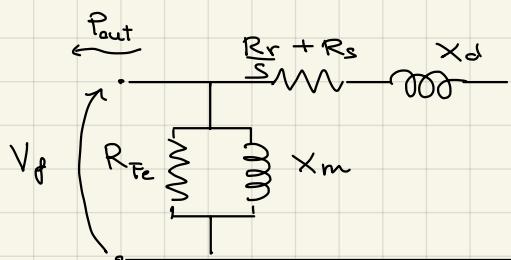
$$I_n = \frac{P_n + P_{cu}}{V_n} = 165 A$$

$$M_n = \frac{P_n}{\omega r_n} = 370,37 Nm$$

$$M_n = K I_{e_n} I_n \rightarrow |K| = 1,12$$

$$E_n = V_n - R_a I_n = 181,82 V$$

Generatore asinc.



$$P_{cc} = \frac{10}{100} P_n = 2 kW$$

$$R_r = \frac{P_{cc}}{3 I_n^2} - R_s = 0,23 \Omega$$

$$\eta = \frac{P_n}{P_n + P_{cc} + P_{Fe}} = 0,88$$

$$\eta = \frac{P_n}{\eta} = 22,73 kW$$

$$\sqrt{3} V_n I_n \cos \varphi_n = P_{ass} \rightarrow I_n = \frac{P_{ass}}{\sqrt{3} V_n \cos \varphi_n} = 41,6 A$$

$$X_d = (R_s + R_r) + j X_m = 0,87 \Omega$$

$$Q_0 = P_{Fe} + j X_m = 6,6 kVAr \quad R_{Fe} = \frac{V_n^2}{P_{Fe}} = 180 \Omega$$

$$X_m = \frac{V_n^2}{Q_0} = 21,87 \Omega$$

$$M_{M.C.} = - M_{G.A.}$$

$$M_{M.C.} = K I_e I = K I_e \frac{V - E}{R_a} = K I_e \frac{V}{R_a} - \frac{K^2 I_e^2}{R_a} \omega_r \quad (\omega_{r_{M.C.}} = \omega_{r_{G.A.}})$$

$$= K I_e \frac{V}{R_a} - \frac{K^2 I_e^2}{R_a} (1-s) \frac{\omega}{P} \quad \text{linearizzo attorno a } s \approx 0$$

$$M_{M.C.} = \underbrace{K I_e \frac{V}{R_a}}_{M_0} - \underbrace{\frac{K^2 I_e^2}{R_a} \frac{\omega}{P}}_{\alpha} s + \underbrace{\frac{K^2 I_e^2}{R_a} \frac{\omega}{P} s}_{\beta} = - M_{G.A.} \approx \frac{3P}{\omega} s \frac{V_f^2}{R_r}$$

$$\rightarrow M_0 + \alpha s \approx - \frac{3P}{\omega} s \frac{V_f^2}{R_r} \rightarrow s = 0,0415, \quad M = 341,5 Nm$$

$$\omega_r = \frac{\omega}{P} (1-s) = 81,8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$I_r = \frac{V_f}{\sqrt{(R_r + R_s)^2 + X_d^2}} = 40,17 A$$

$$P_T = 3 \left(R_s + \frac{R_r}{S} \right) I_r^2 + P_{Fe} = -25,3 \text{ kW} = P_{out}$$

$$Q_T = 3 \times d I_r^2 + Q_{Fe} = 10,8 \text{ kVAr}$$

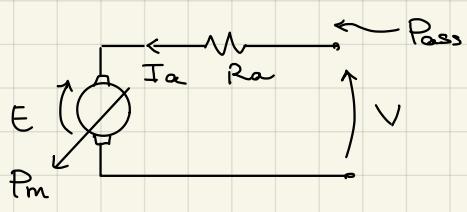
$$I_s = \sqrt{\frac{P_T^2 + Q_T^2}{\sqrt{3} X_n}} = 41,8 \text{ A}$$

→ Motore c.c.

$$I_a = \frac{V - E}{R_a} = 152,7 \text{ A} \quad I_{assorbita} = I_a + I_{e_n} = 154,7 \text{ A}$$

$$E = K I_e \omega_r = 183,2 \text{ V}$$

$$P_{ass} = V I_a = 30,55 \text{ kW}$$



$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{ass_{M.C.C.}} + V e I_e} = 0,82$$

$$\eta_{G.A.} = \frac{P_{out}}{P_m} = \frac{25,3 \text{ kW}}{C \cdot \omega_r} = 0,9$$

$$\eta_{H.C.C.} = \frac{P_m}{P_{ass_{H.C.C.}} + V e I_e} = 0,905$$

- Motore c.c. (ecc. ind) Generatore sinc.

Carico

$$P_h = 10 \text{ kW}$$

$$S_h = 5 \text{ kVA}$$

$$V_L = 400 \text{ V}$$

$$V_h = 200 \text{ V}$$

$$\cos \varphi_h = 1$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$R_{a_0} = 3 \%$$

$$V_h = 400 \text{ V (stella)}$$

$$P_L = 2 \text{ kW}$$

$$n_h = 2000 \text{ rpm}$$

$$X_{s_0} = 135 \%$$

$$\cos \varphi_L = 0,7$$

$$V_{e_h} = 200 \text{ V}$$

$$f_h = 50 \text{ Hz}$$

$$V_{ecc_{GS}} = ?$$

$$I_{e_h} = 1 \text{ A}$$

$$p = 2$$

$$Varriatura_{H.C.C.} = ?$$

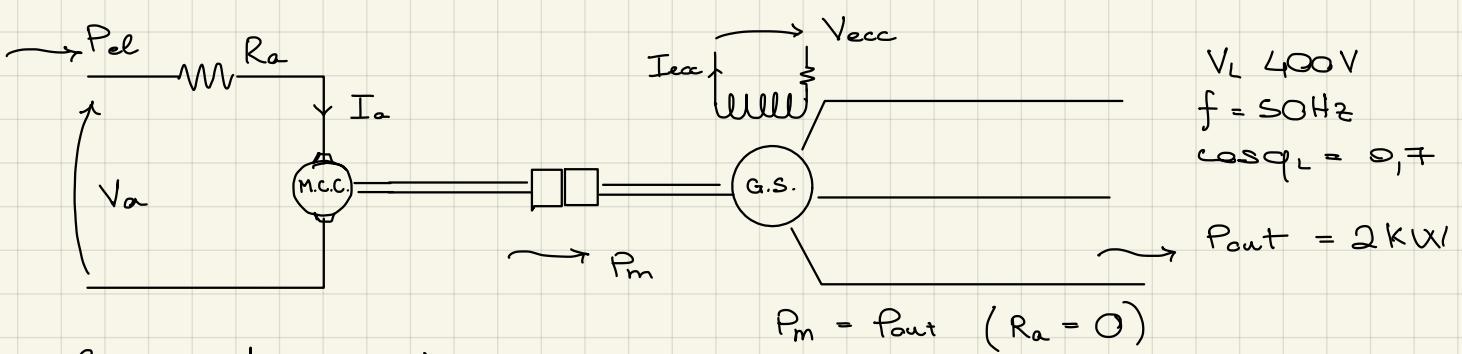
no attriti

$$\text{no attriti, } R_s = 0$$

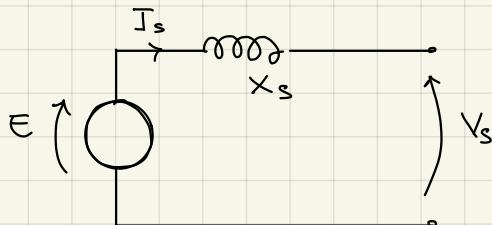
$$\eta_{TOT} = ?$$

$$V_{ecc_h} = 200 \text{ V}$$

$$I_{ecc_h} = 1 \text{ A}$$



Generatore sincrono



Cond. nominale

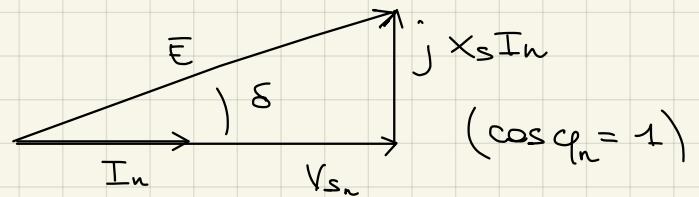
$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3} V_n} = 7,22 \text{ A}$$

$$X_s = X_s \% \frac{V_n}{\sqrt{3} I_n} = 43,18 \Omega$$

$$E_n \cos \delta_n = V_{s_n} = \frac{V_n}{\sqrt{3}} = 230,94 \text{ V}$$

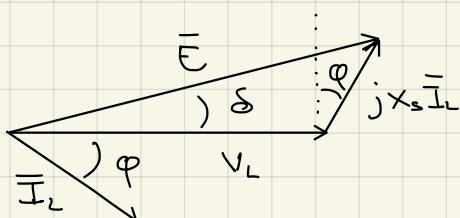
$$E_n \sin \delta_n = X_s I_n = 311,76 \text{ V}$$

$$\Rightarrow E_n = 388 \text{ V}, \quad \delta_n = 0,933 \text{ rad}$$



Cond. carico ($\cos \varphi_L = 0,7$)

$$I_L = \frac{P_L}{\sqrt{3} V_L \cos \varphi_L} = 4,12 \text{ A}$$



$$E \cos \delta = V_L + X_s I_L \sin \varphi_L = 358 \text{ V}$$

$$E \sin \delta = X_s I_L \cos \varphi = 124,5 \text{ V}$$

$$\Rightarrow E = 379 \text{ V}, \quad \delta = 0,334$$

$$\frac{V_{cc}}{E} = \frac{V_{ccn}}{E_n} \rightarrow V_{cc} = 293 \text{ V}$$

$$P_m = P_{el} = 2 \text{ kW}$$

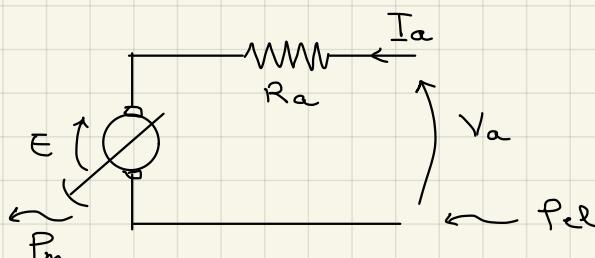
$$M_m = \frac{P_m}{\omega_r} = 12,7 \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad \text{con} \quad \omega_r = \frac{\omega}{P} = \frac{2\pi f}{P} = 157,1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Motore corrente cont.

Cond. nominale

$$\omega_n = n_n \frac{2\pi}{60} = 209,44 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$V_n = E + R_a I_n$$



$$\underbrace{V_n I_n}_{\substack{P_{el} \\ \text{(ingresso)}}} = \underbrace{E I_n}_{\substack{P_m \\ \text{(uscita)}}} + \underbrace{R_a I_n^2}_{P_{loss}} = P_n + R_a \cdot \frac{V_n}{I_n} \cdot I_n^2 \implies I_n = 51,54 A$$

$$R_a = 116 m\Omega$$

(ingresso) (uscita) $\rightarrow P_n$

$$E_n = V_n - R_a I_n = 194 V$$

$$E_n = K I_{ecc} \omega_n \implies K I_{ecc} = 9,926 Wb$$

$$M_n = K I_{ecc} I_n = 47,75 N \cdot m$$

Cond carico

$$\omega_{r_{acc}} = \omega_{r_{GS}} = 157,1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$E_m = K I_{ecc} \omega_{GS} = 145,5 V \quad I_m = \frac{M_m}{K I_{ecc}} = 13,7 A$$

$$V_m = E_m + R_a I_m = 147,1 V$$

$$\eta_{tot} = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{P}{V_m I_m + \underbrace{V_n I_n + V_{ecc} I_{ecc}}_{\substack{\text{no regolazione} \\ \text{dell'eccitazione} \\ \text{nominali}}} = 0,798$$

• Motore asinc.

$$P_n = 150 \text{ kW}$$

$$V_n = 400 V$$

$$p = 2, f = 50 \text{ Hz}$$

$$\cos \varphi_n = 0,86$$

$$R_s = R_r$$

$$P_{ecc\%} = 6 \%$$

$$V_{ecc\%} = 20 \%$$

$$P_{reg\%} = 3 \%$$

$$I_{0\%} = 40 \%$$

no attriti

Gen. sinc.

$$S_n = 100 \text{ kVA}$$

$$\cos \varphi_n = 0,8$$

$$V_n = 400 V (\text{stella})$$

$$X_{sy.} = 165 \%$$

$$p = 2, f_n = 50 \text{ Hz}$$

$$V_{ecc_n} = 500 V$$

$$I_{ecc_n} = 2 A$$

no attriti, $R_s = 0$

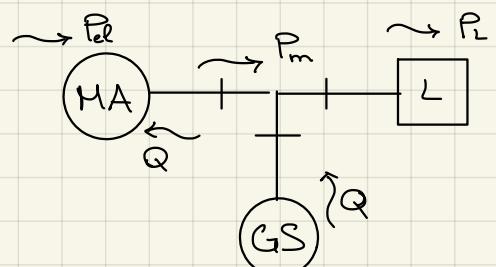
funziona da
compensatore

Carico

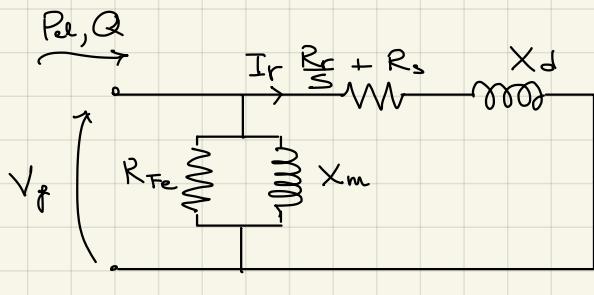
$$P_L = 120 \text{ kW}$$

$$\omega_{r_{MA}} ?$$

$$V_{s_{GS}}, I_{s_{GS}}, V_{ecc_{GS}} ?$$



Motore asinc.



$$\eta_n = \frac{P_n}{P_n + P_{Fe} + P_R} = 0,92 \quad \rightarrow 1,09 P_n$$

$$Z_{cc} = V_{cc\%} \cdot \frac{V_n}{\sqrt{3} I_n} = 0,17 \Omega \quad \rightarrow X_d = \sqrt{Z_{cc}^2 - 4R_R^2} = 164 \text{ m}\Omega$$

Prova a vuoto ($s=0$)

$$P_{Fe} = P_{Fe\%} P_n = 4,5 \text{ kW}$$

$$R_{Fe} = \frac{V_n^2}{P_{Fe}} = 35,55 \Omega$$

$$P_{m_{MA}} = P_L = 120 \text{ kW} = 3 \frac{\rho}{\omega} \frac{R_r}{s} \frac{V_d^2}{(R_r/s + R_s)^2 + X_d^2} \frac{\omega}{\rho} (1-s)$$

$$\rightarrow s = 0,016 \quad s = 0,4633$$

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_{Fe}}{\sqrt{3} V_n I_0} = 0,06 \quad \rightarrow 40\% I_n$$

$$X_m = \frac{V_n^2}{P_{Fe} \operatorname{tg} \varphi_0} = 2,11 \Omega$$

$$Q_{Fe} = 74,8 \text{ kVAr}$$

$$Q = 3 X_d I_r^2 + Q_{Fe} = 91,2 \text{ kVAr}$$

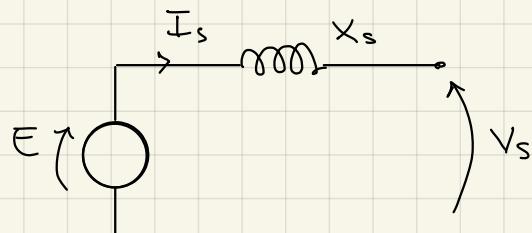
$$I_r = \frac{V_f}{\sqrt{(R_r/s + R_s)^2 + X_d^2}} = 180,3 \text{ A}$$

Gener. sinc.

Cond. nominale

$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3} V_n} = 144,3 \Omega$$

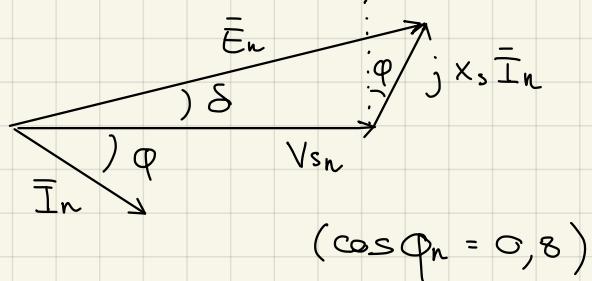
$$X_s = X_{s\%} \frac{V_n}{\sqrt{3} I_n} = 2,64 \Omega$$



$$E_n \cos \delta_n = V_{sn} + X_s I_n \sin \varphi_n = 459,5 \text{ V}$$

$$E_n \sin \delta_n = X_s I_n \cos \varphi_n = 304,7$$

$$\rightarrow E_n = 551,4 \text{ V}, \quad \delta_n = 0,585 \text{ rad}$$



Prova a rot. bloccato ($s=1$)

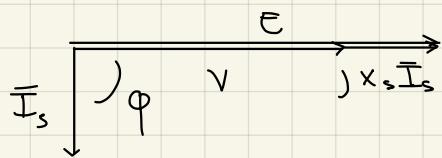
$$R_R = \left(P_{cc\%} \frac{P_n}{3 I_n^2} \right) \cdot \frac{1}{2} \quad \rightarrow R_R = R_s$$

$$P_{el} \eta = P_m \rightarrow \sqrt{3} V_n I_n \cos \varphi_n \eta_n = P_n$$

$$I_n = \frac{P_n}{\sqrt{3} V_n \cos \varphi_n \eta_n} = 273,6$$

Cond. carico

solo reattiva $\rightarrow \cos \varphi = 0 \quad \sin \varphi = 1 \quad \varphi = 90^\circ$



$E > V$ (sorgente)

$$E \cos \delta = V + x_s I_s = 578,4 \text{ V} = E_n \quad \delta = 0$$

$$E \sin \delta = 0$$

$$I_s = \frac{Q}{\sqrt{3} V_n} = 131,6 \text{ A}$$

$$I_{ecc} = \frac{V_{ecc}}{V_{ecc_n}} \quad I_{ecc_n} = 1,9 \text{ A}$$

$$V_{ecc} = \frac{E}{E_n} V_{ecc_n} = 524,5 \text{ V}$$

- Gen. sincrono alimentato a V_n e fa un Mot. asincro che muove un Carico

$$S_n = 100 \text{ kVA}$$

$$P_n = 50 \text{ kW}$$

$$M_L = 200 \text{ Nm}$$

$$\cos \varphi_n = 1$$

$$V_n = 400 \text{ V}$$

$$V_n = 400 \text{ V}$$

$$f = 50 \text{ Hz}, \quad p = 2$$

$$x_{s\%} = 165\%$$

$$\cos \varphi_n = 0,82$$

$$f_n = 50 \text{ Hz}, \quad p = 2$$

$$R_s = 1,2 \text{ Rr}$$

$$V_{ecc_n} = 400 \text{ V}$$

$$\rho_{acc\%} = 10\%$$

$$I_{ecc_n} = 1,5 \text{ A}$$

$$\rho_{fe\%} = 5\%$$

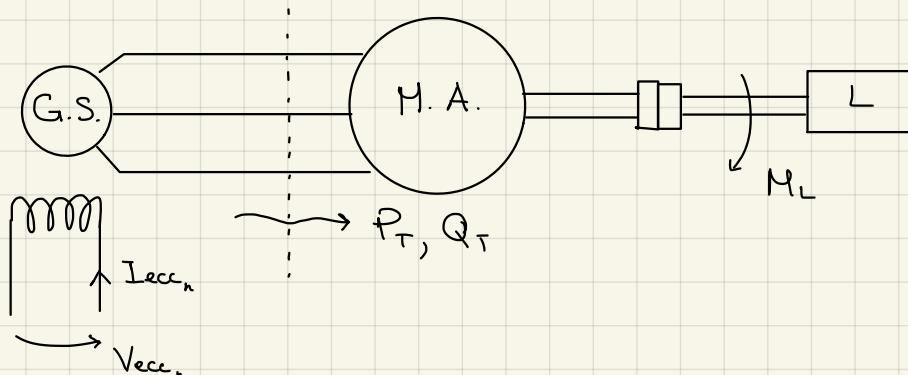
no attriti, $R_s = 0$

$$\rho_{acc\%} = 19\%$$

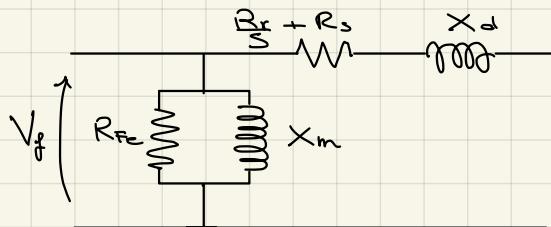
ω_{fMA} ? M_{GS} e V_{eccGS} ? η_{TOT} ?

$$\rho_{acc\%} = 35\%$$

no attriti



Mot. asinc.



$$R_r = 74 \text{ m}\Omega$$

→

$$R_s = 88,9 \text{ m}\Omega$$

$$Z_{cc} = V_{cc\%} \cdot \frac{V_n}{\sqrt{3} I_n} = 0,433 \Omega \rightarrow X_d = 402 \text{ m}\Omega$$

Prova rot. bloccato (s=1)

$$R_{Fe} = \frac{V_n^2}{P_{Fe}} = 64 \Omega$$

$$Q_{Fe} = P_{Fe} \operatorname{tg} \varphi_0 = 24,4 \text{ kVAR}$$

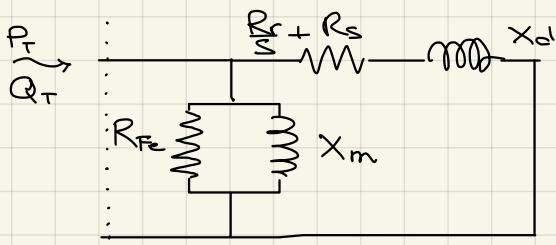
$$\cos \varphi_0 = \frac{P_{Fe}}{\sqrt{3} V_n I_0} = 0,102$$

$$X_m = \frac{V_n^2}{Q_{Fe}} = 0,55 \Omega$$

$$M_{HA} = \frac{3}{\omega} \frac{P}{s} \frac{R_r}{s} \frac{V_f^2}{(R_r + R_s)^2 + X_d^2} = M_L \Rightarrow s = 0,0151$$

$$s = 2,13$$

$$P_m = M_L \cdot \omega_r = 30,9 \text{ kW}$$



$$Q_T = 3 X_d I_r^2 + Q_{Fe} = 27 \text{ kVAR}$$

$$\begin{aligned} P_m &= 3 \left(\frac{1-s R_r}{s} \right) I_r^2 + 3 (R_s + R_r) I_r^2 + P_{Fe} \\ &= 3 \left(R_s + \frac{R_r}{s} \right)^2 + P_{Fe} \\ P_T &= P_m + 3 (R_s + R_r) I_r^2 + P_{Fe} = 34,44 \text{ kW} \end{aligned}$$

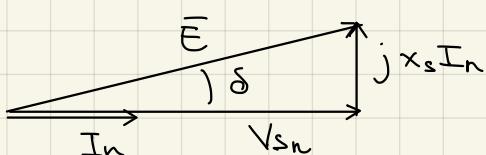
$$I_r = \frac{V_f^2}{\sqrt{(R_r + R_s)^2 + X_d^2}} = 46,14 \text{ A}$$

Generatore sincrono

Cond. nominale ($\cos \varphi_n = 1$)

$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3} V_n} = 144,3 \text{ A}$$

$$X_s = X_s \% \cdot \frac{V_n}{\sqrt{3} I_n} = 2,64 \Omega$$

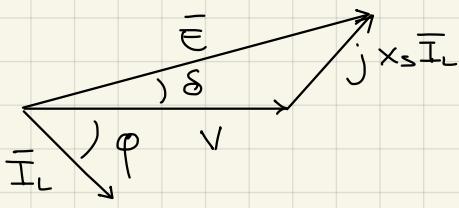


$$E \cos \delta = V_{sn} = \frac{V_n}{\sqrt{3}} = 231 \text{ V}$$

$$E \sin \delta = X_s I_n = 380,95 \text{ V}$$

Cond. corico

$$I_L = \sqrt{\frac{P_T^2 + Q_T^2}{\sqrt{3} V_n}} = 63,16 \text{ A}$$



$$\cos \varphi_L = \frac{P_T}{\sqrt{P_T^2 + Q_T^2}} = 0,79$$

$$\sin \varphi_L = 0,616$$

$$E \cos \delta = V + x_s I_L \sin \varphi = 333,6 \text{ V}$$

$$E \sin \delta = x_s I_L \cos \varphi = 131,7 \text{ V}$$

$$\Rightarrow E = 358,6 \text{ V} \quad \delta = 0,376$$

$$V_{cc} = \frac{\sum V_{ccn}}{E_n} = 322 \text{ V}$$

$$P_m \approx P_{el} \quad (R_s = 0)$$

$$M = \frac{P_T}{\omega_r} = \frac{P_T}{\omega} \cdot p = 219,2 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\eta_{tot} = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{P_m}{P_T + P_{cc}} = 0,88$$

$$34,44 \text{ kW} \quad \rightarrow V_{cc} I_{cc} = 388,87 \text{ W}$$

• Generatore sincrone

$$S_n = 100 \text{ kVA} \quad V_{ccn} = 200 \text{ V}$$

$$V_n = 400 \text{ V} \quad I_{ccn} = 5 \text{ A}$$

$p = 2$, $f = 50 \text{ Hz}$, no attriti

$$\cos \varphi_n = 1$$

$$R_s = 0$$

$$x_{s\%} = 150 \%$$

M_{GS} , $V_{cc GS}$, η_{tot} ?

Trasformatore

$$S_n = 150 \text{ kVA}$$

$$\frac{V_n}{V_{20}} = \frac{10000}{400}$$

$$f_n = 50 \text{ Hz}$$

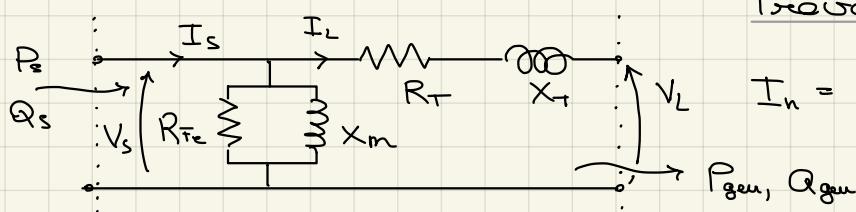
$$\nu_{cc\%} = 4\%$$

$$P_{cc\%} = 1\%$$

$$\rho_0 \% = 0,6\%$$

$$\cos \varphi_0 = 0,2$$

Trasformatore



Prova cortec. (V_{cc} , I_n)

$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3} V_n} = 216,5 \text{ A}$$

$$R_T = \frac{P_{cc}}{3 I_n^2} = 10,7 \text{ m}\Omega$$

$$Z_{cc} = V_{cc\%} \cdot \frac{V_n}{\sqrt{3} I_n} = 427 \text{ m}\Omega \quad X_T = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_T^2} = 41,3 \text{ m}\Omega$$

Prova a vuoto (V_n, I_o)

$$P_0 = P_{0\%} \cdot S_n = 900 \text{ W}$$

$$I_o = \frac{P_0}{\sqrt{3} V_n \cos \varphi_0} = 6,5 \text{ A}$$

$$R_{Fe} = \frac{V_n^2}{P_{Fe}} = 177,9 \text{ }\Omega$$

$$I_L = \frac{\sqrt{P_L^2 + Q_L^2}}{\sqrt{3} V_n} = 102,1 \text{ A}$$

$$I_s = \frac{\sqrt{P_s^2 + Q_s^2}}{\sqrt{3} V_s} = 107,51 \text{ A}$$

$$V_s = \frac{\sqrt{(P_L + 3R_T I_L)^2 + (Q_L + 3X_T I_L)^2}}{\sqrt{3} I_L} = 406,4 \text{ V}$$

$$R_1 \approx R_2 \approx \frac{R_T}{2}$$

$$P_{Fe} = P_0 - \underbrace{3 \frac{R_T}{2} I_o^2}_{\text{Trascurabile}} = 899,3 \text{ W}$$

Trascurabile

$$X_m = \frac{V_n^2}{P_{Fe} \tan \varphi_0} = 36,3 \text{ }\Omega$$

$$Q_{Fe} = 4,4 \text{ kVar}$$

$$P_s = P_L + 3R_T I_L^2 + P_{Fe} = 51,23 \text{ kW}$$

$$Q_s = 3X_T I_L^2 + Q_{Fe} + Q_L = 55,7 \text{ kVar}$$

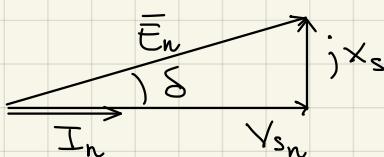
$$\cos \varphi_s = \frac{P_s}{\sqrt{3} V_s I_s} = 0,677$$

Generatore sincrono

$$P_m = P_{el} \quad (R_s = 0)$$

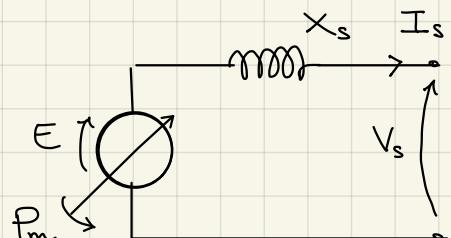
$$M \omega_r \approx P_s \rightarrow M = \frac{P_s}{\omega} \cdot p = 326,1 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Cond. nominale ($\cos \varphi_n = 1$)



$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3} V_n} = 144,3 \text{ A}$$

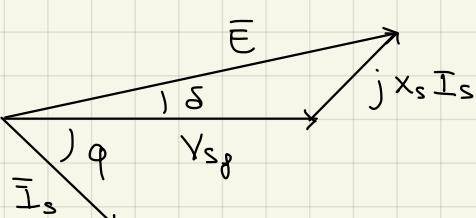
$$X_s = X_{s\%} \cdot \frac{V_n}{\sqrt{3} I_n} = 2,4 \text{ }\Omega$$



$$E_n \cos \delta_n = V_{sn} = \frac{V_n}{\sqrt{3}} = 230,9 \text{ V} \quad E_n \sin \delta_n = X_s I_n = 346,3 \text{ V}$$

$$\Rightarrow E_n = 416,22 \text{ V}, \quad \delta_n = 0,98 \text{ rad}$$

Cond. carico ($\cos \varphi_s = 0,677, \quad I_s = 107,51 \text{ A}$)



$$E \cos \delta = V_{sp} + X_s I_s \sin \varphi_s = 424,5 \text{ V}$$

$$E \sin \delta = X_s I_s \cos \varphi = 174,7 \text{ V}$$

$$\Rightarrow E = 459 \text{ V}, \quad \delta = 0,39 \text{ rad}$$

$$V_{cc} = V_{ccn} \cdot \frac{E}{E_n} = 220,5 \text{ V}$$

$$\eta_{tot} = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{P_{gen}}{P_m + V_{cc} I_{cc}} = 5,51 \text{ A}$$

$$\hookrightarrow I_{cc} = I_{ccn} \frac{V_{cc}}{V_{ccn}} = 5,51 \text{ A}$$

• Trasformatore Yy

$$S_n = 100 \text{ kVA}$$

$$V_{n_1}/V_{n_2} = 20000/400$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$V_{cc\%} = 4\%$$

$$P_{cc\%} = 1\%$$

$$I_{o\%} = 3\%$$

$$P_o\% = 0,6\%$$

Motore asinc.

$$P_n = 50 \text{ kW}$$

$$V_n = 400 \text{ V}$$

$$p = 2, f = 50 \text{ Hz}$$

$$\cos \varphi_n = 0,87$$

$$R_s = 1,2 \text{ m}\Omega$$

$$P_{cc\%} = 10\%$$

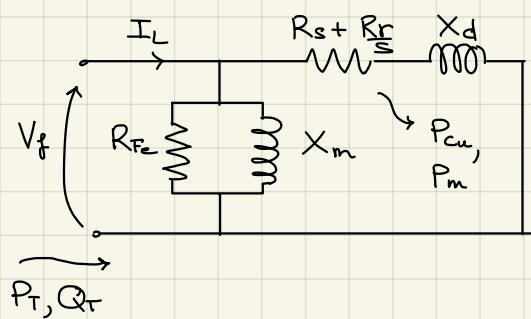
$$P_{Fe\%} = 5\%$$

$$V_{cc\%} = 19\%$$

$$I_{o\%} = 35\%$$

no attriti

Motore asincrone



$$\eta_n = \frac{P_n}{P_n + P_{cc} + P_{Fe}} = 0,87$$

Prova cortocirc. ($s=1$)

$$R_s + R_r = P_{cc\%} \frac{P_n}{3 I_n^2} = 183,5 \text{ m}\Omega$$

$$P_{el} \eta_n = P_m = P_n \rightarrow I_n = \frac{P_n}{\sqrt{3} V_n \cos \varphi_n \eta_n} = 95,3 \text{ A}$$

$$\Rightarrow R_r = 83,4 \text{ m}\Omega$$

$$R_s = 100,1 \text{ m}\Omega$$

$$Z_{cc} = V_{cc\%} \frac{V_n}{\sqrt{3} I_n} = 0,46 \text{ }\Omega$$

$$X_d = \sqrt{Z_{cc}^2 - (R_r + R_s)^2} = 422,3 \text{ m}\Omega$$

Prova a vuoto ($s=0$)

$$P_{Fe} = 2500 \text{ W} \quad R_{Fe} = \frac{V_n^2}{P_{Fe}} = 64 \Omega \quad \cos \varphi_0 = \frac{P_0}{\sqrt{3} V_n I_0} = 0,108$$

$$Q_{Fe} = P_{Fe} \tan \varphi_0 = 23 \text{ kVAR} \quad X_m = \frac{V_n^2}{Q_{Fe}} = 6,95 \Omega \quad \hookrightarrow I_{a0}/I_n$$

$$M_{HA} = 3 \frac{p}{w} \frac{R_r}{s} \cdot \frac{V_f}{(R_s + \frac{R_r}{s})^2 + X_d^2} = M_L \quad \Rightarrow \quad s = 0,0178$$

$$s = 1,84$$

$$I_r = \frac{V_f}{\sqrt{(R_s + \frac{R_r}{s})^2 + X_d^2}} = 48,1 \text{ A}$$

$$\omega_r = \frac{\omega}{p} (1-s) = 154,3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\curvearrowright M_L \cdot \omega_r = 30,86 \text{ kW}$$

$$P_T = P_m + 3(R_s + R_r)I_r^2 + P_{Fe} = 34,6 \text{ kW}$$

$$Q_T = 3X_d I_r^2 + Q_{Fe} = 25,93 \text{ kVAR}$$

$$I_L = \sqrt{\frac{P_T^2 + Q_T^2}{\sqrt{3} V_n}} = 62,41 \text{ A} \quad \cos \varphi_L = \frac{P_T}{\sqrt{P_T^2 + Q_T^2}} = 0,8$$

Trasformatore

$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3} V_n} = 144,3 \text{ A}$$

$$R_T = P_{cc0} \cdot \frac{S_n}{3 I_n^2} = 0,016 \Omega \quad Z_{cc} = V_{cc0} \cdot \frac{V_n}{\sqrt{3} I_n} = 0,064 \Omega$$

$$X_T = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_T^2} = 0,062 \Omega \quad P_{Fe} \approx 600 \text{ W} (\approx 0)$$

$$\Delta V = \sqrt{3} (R_T \cos \varphi + X_T \sin \varphi) I_L = 5,4 \text{ V}$$

$$V_r = (V_a + \Delta V) \frac{V_{1n}}{V_{20}} = 20270 \text{ V}$$

$$\eta_{Tet} = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{P_m}{P_T + 3R_T I_L^2 + P_{Fe} \left(\frac{V_n + \Delta V}{V_n} \right)} = 0,872$$

- Motore corrente cont.

$$P_n = 100 \text{ kW} \quad V_{e_n} = 500 \text{ V}$$

$$V_n = 500 \text{ V} \quad I_{e_n} = 4 \text{ A}$$

$$R_a \% = 2 \%$$

$$n_n = 1800 \text{ rpm}$$

- Generatore asincrono

$$P_n = 150 \text{ kW}$$

$$P_{cc0} \% = 6 \%$$

$$V_n = 400 \text{ V}$$

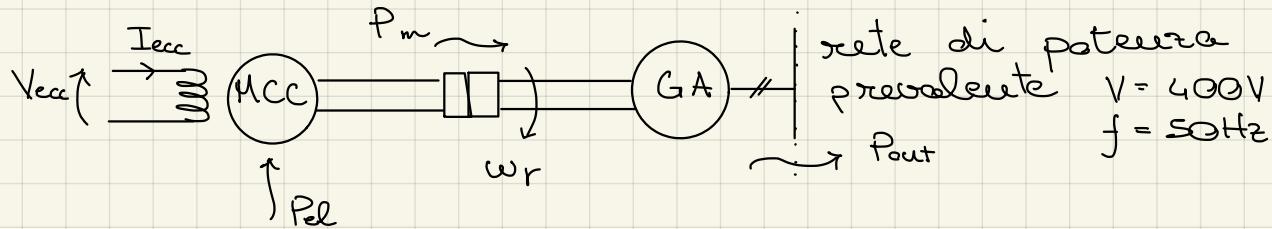
$$P_{Fe0} \% = 3 \%$$

$$P = 2, f = 50 \text{ Hz}, I_{a0} \% = 40 \%$$

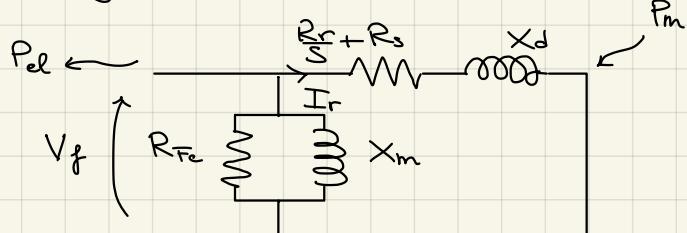
$$\cos \varphi_n = 0,86, R_s = R_r, \text{ no attriti}$$

$$P_{out} = -70 \text{ kW}$$

ω_r , variazione M_{CC} , η_{TOT} ?



Generatore asincrono



Prova cortocircuito ($s=1$)

$$R_r = P_{cc\%} \cdot \frac{P_n}{3I_n^2} \cdot \frac{1}{2} = 20 \text{ m}\Omega = R_s$$

$$\eta_n = \frac{P_n}{P_n + P_{cu} + P_{fe}} = 0,92$$

$$P_{el} \eta_n = P_m = P_n \rightarrow I_n = \frac{P_n}{\sqrt{3} V_n \eta_n \cos \varphi_n} = 2 \text{ e } 3,84 \text{ A}$$

$$Z_{cc} = V_{cc\%} \cdot \frac{V_n}{\sqrt{3} I_n} = 168 \text{ m}\Omega \quad X_d = \sqrt{Z_{cc}^2 - (R_r + R_s)^2} = 168 \text{ m}\Omega$$

Prova a vuoto ($s=0$)

$$P_{fe} = 4500 \text{ W} \quad \cos \varphi_0 = \frac{P_{fe}}{\sqrt{3} V_n I_n} = 0,059$$

$$Q_{fe} = P_{fe} \operatorname{tg} \varphi_0 = 75,7 \text{ kVAR} \quad R_{fe} = \frac{V_n^2}{P_{fe}} = 35,55 \Omega$$

$$X_m = \frac{V_n^2}{Q_{fe}} = 2,11 \Omega$$

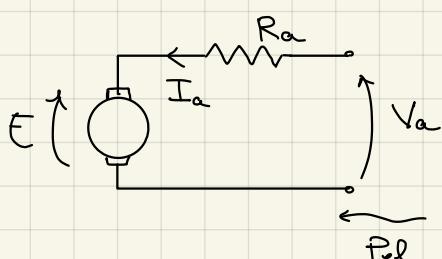
$$P_{el} = 3 \left(\frac{R_r}{s} + R_s \right) I_r^2 + P_{fe} = -P_{out} = -70 \text{ kW} \quad (\text{guardando la macchina come un motore})$$

$$3 \left(\frac{R_r}{s} + R_s \right) \frac{V_n^2}{(R_r + R_s)^2 + X_d^2} = -74500 \text{ W}$$

$$\Rightarrow s = -0,0093 \quad \rightarrow \omega_r = \frac{\omega}{P} (1-s) = 158,55 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$M = 3 \frac{P}{\omega} \frac{R_r}{s} I_r^2 = -481,6 \text{ N.m}$$

Motore corrente continua



Cond esauriente

$$V_n = E_n - R_a I_n$$

$$V_n I_n = E_n I_n + R_a I_n^2 = P_n + R_{a\%} \frac{V_n}{I_n} I_n^2$$

$$\rightarrow I_n = 204,1 \text{ A} \quad R_a = R_{a\%} \frac{V_n}{I_n} = 49 \text{ m}\Omega$$

$$E_n = V_n - R_a I_n = 49 \text{ V} \quad \omega_{r_n} = n_n \cdot \frac{2\pi}{60} = 188,5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$K I_{cn} = \frac{E_n}{\omega_{r_n}} = 2,6 \text{ Wb}$$

Cond. carico

$$M = K I_e I_a \rightarrow I_a = 185,2 \text{ A}$$

$$E = K I_e \omega_r = 412,2 \text{ V}$$

$$V = E + R_a I = 412,3 \text{ V}$$

$$\eta_{TOT} = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{70 \text{ kW}}{V_a I + P_{Fe, HCC.}} = 0,89$$

• Motore asincrono

$$P_n = 25 \text{ kW}$$

$$P_{Cg\%} = 10\%$$

$$P_n = 20 \text{ kW}$$

$$V_{e_n} = 300 \text{ V}$$

$$V_n = 400 \text{ V}$$

$$P_{Fe\%} = 5\%$$

$$V_n = 300 \text{ V}$$

$$I_{e_n} = 1 \text{ A}$$

$$p = 1, \quad f = 50 \text{ Hz}$$

$$V_{cc\%} = 20\%$$

$$R_a = 70 \text{ m}\Omega$$

$$\text{no attivo}$$

$$\cos \varphi_n = 0,82$$

$$I_{o\%} = 40\%$$

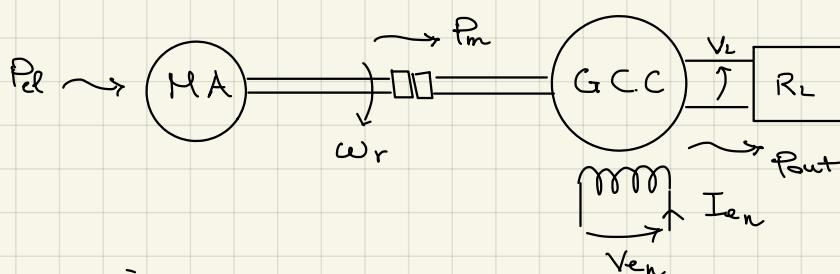
Carico

$$R_L = 10 \Omega$$

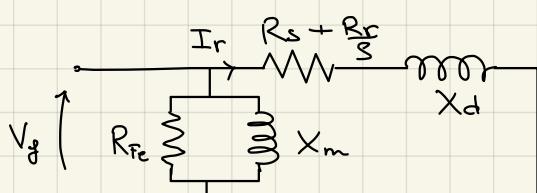
$$R_s = R_r$$

no attivo

$\omega_r, V_L, \eta_{TOT}?$ (Approssimare M_{MA} forza lineare)



Motore asincrono



Prova a rotore bloccato

$$\eta_n = \frac{P_n}{P_n + P_{Cu} + P_{Fe}} = 0,87 \quad \sim 1,15 P_n$$

$$I_n = \frac{P_n}{\sqrt{3} V_n \cos \varphi_n \eta_n} = 50,6 \text{ A}$$

$$R_r = R_s = \left(\frac{P_{acc}}{\omega} - \frac{P_n}{3I_n^2} \right) \frac{1}{2} = 163 \text{ m}\Omega$$

$$Z_{cc} = V_{cc} / \frac{V_n}{\sqrt{3} I_n} = 0,913 \Omega$$

$$X_d = \sqrt{Z_{cc}^2 - (R_s + R_r)^2} = 853 \text{ m}\Omega$$

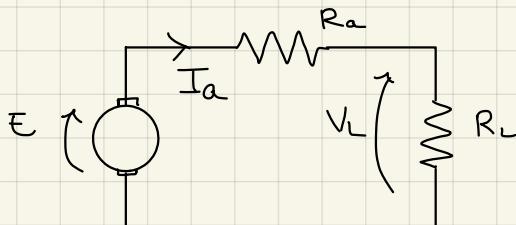
Prova a vuoto

$$P_{Fe} = 1250 \text{ W} \quad \cos \varphi_0 = \frac{P_{Fe}}{\sqrt{3} V_n I_0} = 0,989$$

$$Q_{Fe} = P_{Fe} \tan \varphi_0 = 13,96 \text{ kVAR}$$

$$R_{Fe} = \frac{V_n^2}{P_{Fe}} = 128 \Omega \quad X_m = \frac{V_n^2}{Q_{Fe}} = 11,5 \Omega$$

Generatore corrente continua



Cond. nominale

$$\omega_{rn} = n_n \frac{2\pi}{60} = 314,1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$I_n = \frac{P_n}{V_n} = 66,7 \text{ A}$$

$$E_n = V_n + R_a I_n = 304,7 \text{ V}$$

$$E_n = K I_e \omega_{rn} \longrightarrow K I_e = 0,97 \text{ Vb} \quad I_e = I_{en}$$

$$M_{ns} = M_{acc} = 3 \frac{p}{\omega} \frac{R_r}{S} \frac{V_f^2}{(R_s + R_r)^2 + X_d^2} \approx 3 \frac{p}{\omega} \frac{R_r}{S} \frac{V_f^2}{(R_r)^2}$$

vicino alle velocità di sincronismo $\omega_r \approx \frac{\omega S}{p}$ ($s \approx 0$)

$$N = 3 \frac{p}{\omega} \frac{S}{R_r} V_f^2 = K I_e I_a = K I_e \frac{E}{R_L + R_a} =$$

$$= (K I_e)^2 \frac{\omega_r}{R_L + R_a}$$

$$S = \frac{\omega - \rho \omega r}{\omega} \rightarrow 3 \frac{p}{\omega^2} \frac{(\omega - \rho \omega r)}{R_r} V_f^2 = \frac{(K I_e)^2 \omega r}{R_L + R_a}$$

$$\implies \omega_r = 311,2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \quad S = 9,5 \cdot 10^{-3}$$

$$I_r = \frac{V_f}{\sqrt{(R_s + R_r)^2 + X_d^2}} = 13,33 \text{ A}$$

$$V_L = E \frac{R_L}{R_L + R_a} = K I_e \frac{\omega_r R_L}{R_L + R_a} =$$

$$= 299,77 \text{ V}$$

$$I_a = \frac{V_L}{R_L} = 29,97 \text{ A}$$

$$E = K I_e \omega_r = 301,86 \text{ V}$$

$$\eta_{tot} = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{\frac{V_L \cdot I_L}{E \cdot I_a}}{\frac{P_m + 3(R_s + R_r) I_r^2 + P_{Fe_HA} + P_{acc}}{V_e \cdot I_e}} = 0,834$$