



**POLITECNICO**  
MILANO 1863



# ELECTRONIC SYSTEMS

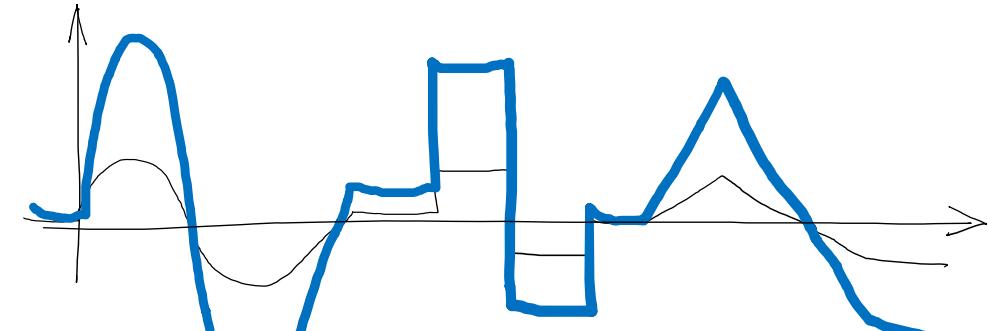
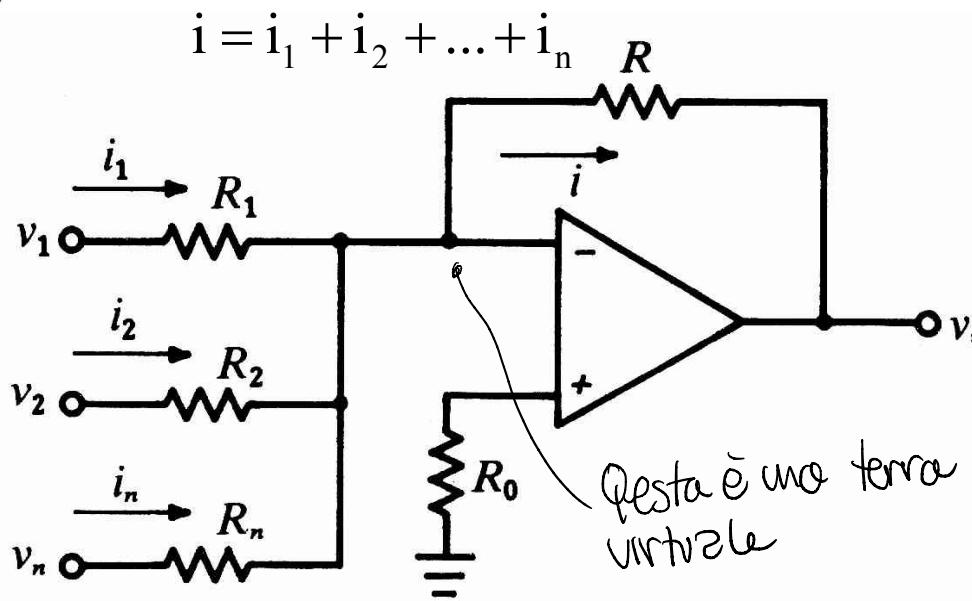
2021-22 academic year  
prof. Franco ZAPPA



- Voltage adder and subtractor
- INA, the Instrumentation Amplifier
- Integrator, derivator, filters
- I-to-V<sub>transimpedance</sub> and V-to-I<sub>transconductance</sub> converters
- Super-Diode
- Comparator and Schmitt Trigger



# Voltage (and current) adder



Voltage gain:

$$v_u = -\left( \frac{R}{R_1} v_1 + \frac{R}{R_2} v_2 + \dots + \frac{R}{R_n} v_n \right)$$

Input impedance:

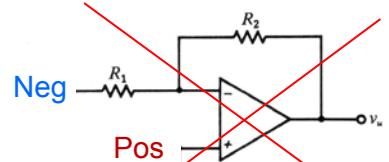
$$Z_{in\ i} = R_i$$

Output impedance:

$$Z_{out} \approx 0$$



# Voltage subtractor



QUESTO CIRCUITO NON  
VA BENE PERCHE' POS  
HA UN GUADAGNO  $1 + \frac{R_2}{R_1}$   
MENTRE NEG =  $-\frac{R_2}{R_1}$

QUINDI POS È SEMPRE MAGGIOR DI NEG  
AUOMA SI USA QUESTO CIRCUITO CHE  
ATTENUA POS IN MODO CHE ABBIANO  
STESO GUADAGNO

Differential gain (when  $R_2/R_1 = R_4/R_3$ ):

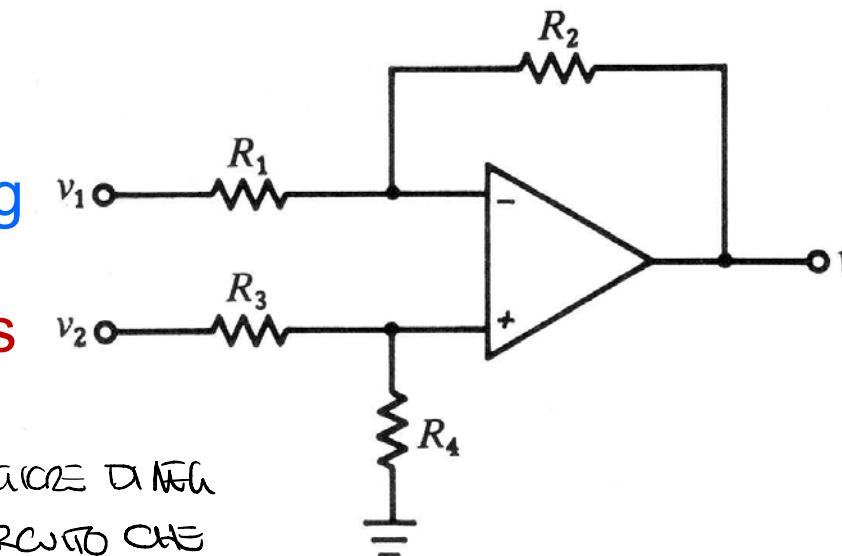
Common-mode gain:

LATO NEGATIVO DI  
QUESTA CONFIGURAZIONE È OTS (2)

INPUT VEDONO  
IMPEDENZA  
DIVERSA

Input impedance:  $R_{\text{pos}} = R_3 + R_4$   
 $R_{\text{neg}} = R_1 \quad \left( \frac{R_1 + R_2}{1 + G_{\text{loop}}} \right) \approx R_1$

Output impedance:  $R_{\text{out}} \approx 0$



$$v_{u1} = -\frac{R_2}{R_1} v_1$$

$$v_{u2} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \cdot v_2$$

$$v_u = -\frac{R_2}{R_1} \cdot v_1 + \frac{R_4}{R_3} \cdot v_2 = -\frac{R_2}{R_1} \cdot v_{\text{diff}}$$

$$v_u = 2 \cdot \frac{R_2}{R_1} \cdot v_{\text{cm}} \cdot \text{tol}$$

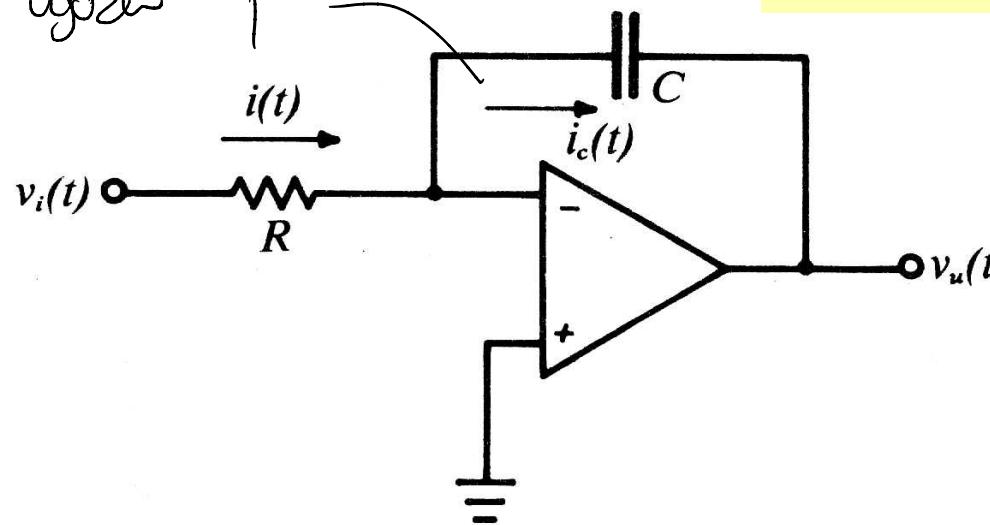
$R_{\text{neg}} \neq R_{\text{pos}}$

Let's solve this issue...

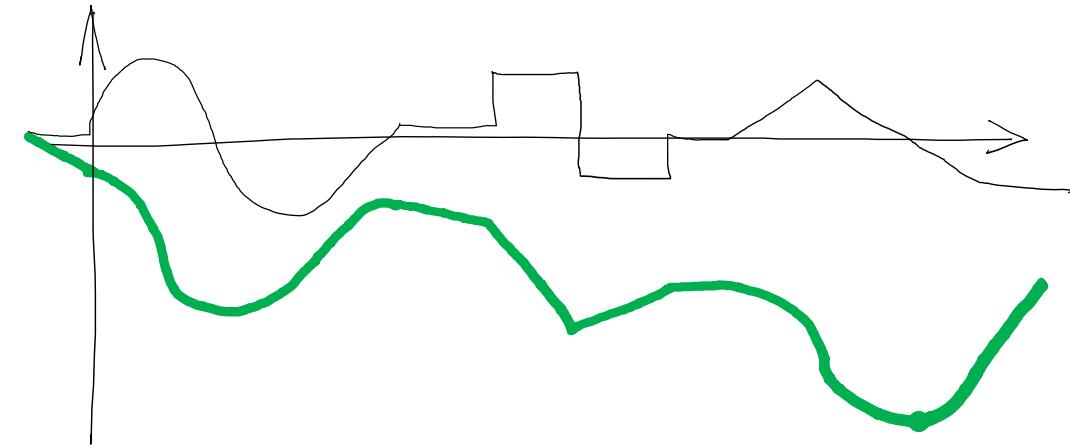


# Ideal voltage integrator

Le correnti devono essere uguali



Basics:  $i_c(t) = C \cdot \frac{dv_c(t)}{dt}$



Time-domain:

$$v_u(t) = -\frac{1}{C} \int i(t) dt = -\frac{1}{RC} \int v_i(t) dt$$

Frequency domain:

$$A_v(s) = \frac{V_u(s)}{V_i(s)} = -\frac{1}{s\tau} \quad \text{Laplace analysis}$$

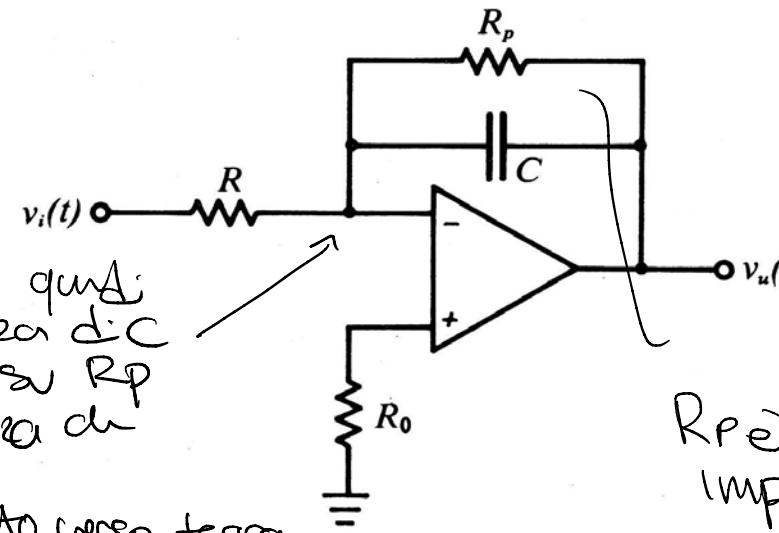
**Issues:**

DC gain trends to infinity     $A_v(0) = -Z_2 / Z_1 = \infty$   
hence eventually the OpAmp always saturates



# Real voltage integrator

Quel è l'impedenza vista da C?



Qui c'è terra virtuale quindi vediamo l'impedenza di C non può passare corrente su  $R_p$  perché l'unica resistenza che vede è  $R_p$ . Del resto d'uscita batto verso terra.

Laplace analysis:

$$A_v(s) = -\frac{Z_p(s)}{R}$$

$$A_v(s) = -\frac{R_p}{R} \cdot \frac{1}{1+s \cdot R_p \cdot C} = \frac{A_{v0}}{1+s\tau}$$

No more,  
thank you!

$R_p$  è lì per evitare che C vada a impedenza infinita

Asymptotic analysis... EASY BISI

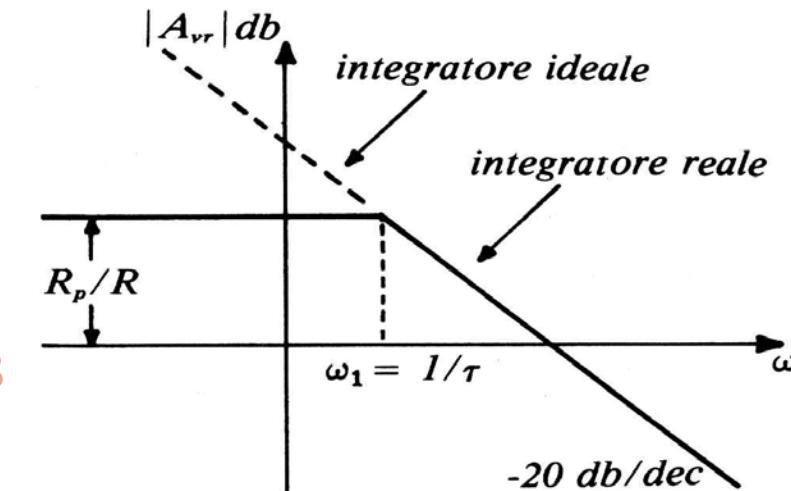
in DC:

$$A_{v0} = -\frac{R_p}{R}$$

at  $\infty$  frequency:  $A_v(\infty) = 0$

there is a pole:

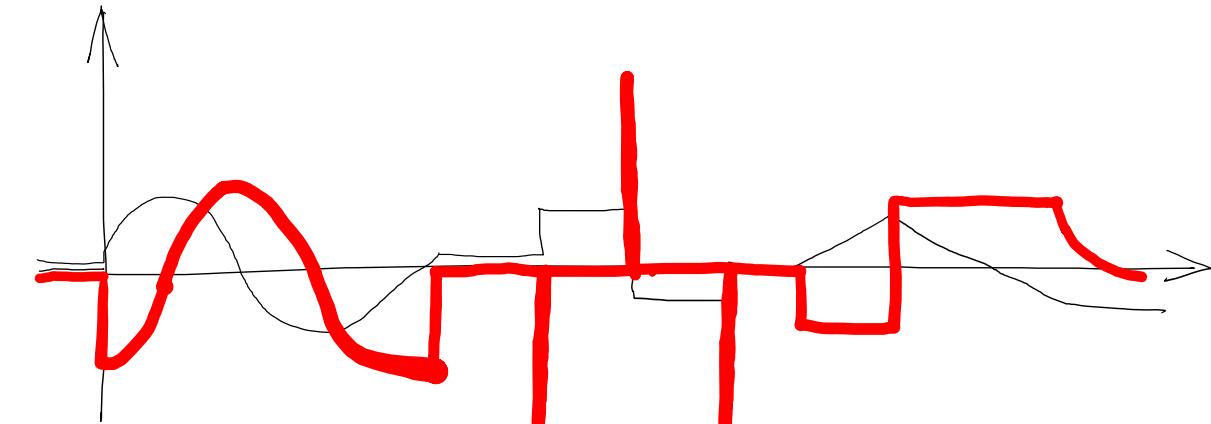
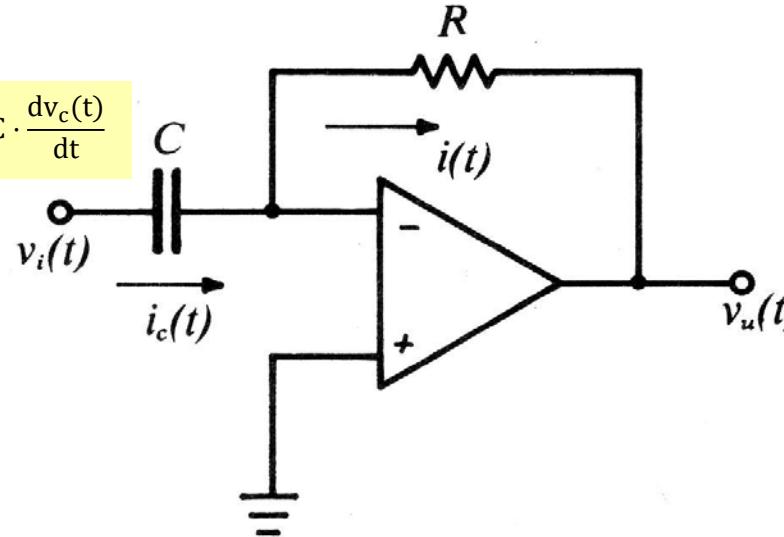
$$f_l = \frac{1}{2\pi \cdot R_p \cdot C}$$





# Ideal voltage derivator

Basics:  $i_c(t) = C \cdot \frac{dv_c(t)}{dt}$



Time-domain:

$$v_u(t) = -RC \cdot \frac{dv_i(t)}{dt}$$

Frequency domain:

$$A_v(s) = -s\tau$$

RISCHIARE DI ANDARPIACE A STECCA  
IL RUMORE AD ALTA FREQUENZA

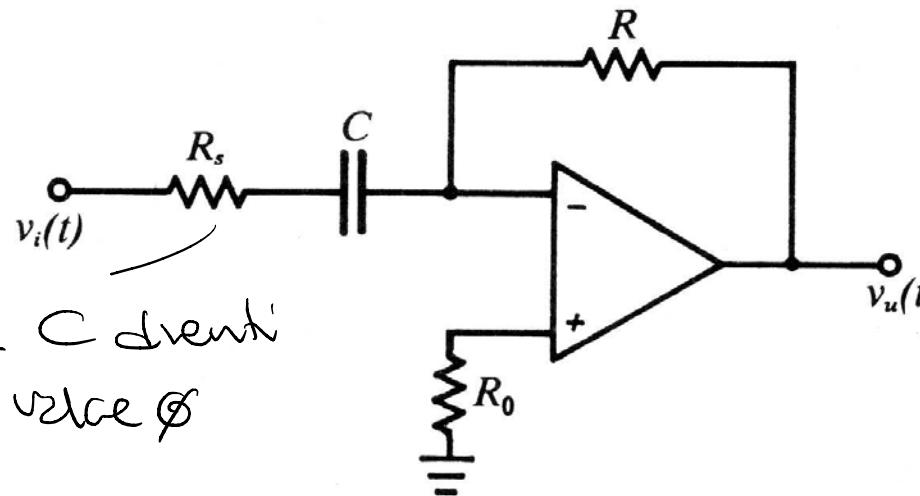
## Issues:

gain at  $\infty$  frequency diverges, since  $A_v(\infty) = \infty$   
hence eventually the OpAmp is too sensitive to noise



# Real voltage derivator

$R_s$  serie  
per impedire che  $C$  diventi  
un'impedenza di valore  $\infty$



$$A_{vr}(s) = -\frac{R}{Z_s(s)}$$
$$Z_s(s) = R_s + \frac{1}{sC} = R_s \cdot \left(1 + \frac{1}{s \cdot R_s \cdot C}\right)$$

No more,  
thank you!

Asymptotic analysis...

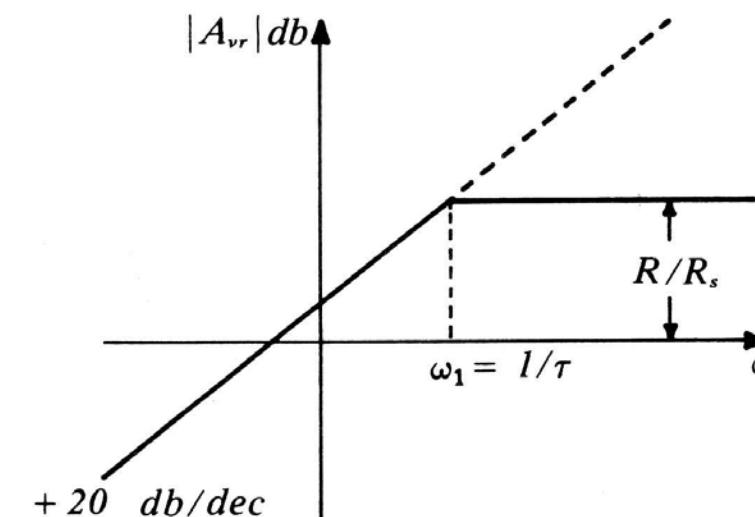
in DC:

$$A_v(0) = 0$$

at  $\infty$  frequency:  $A_v(\infty) = -R/R_s$

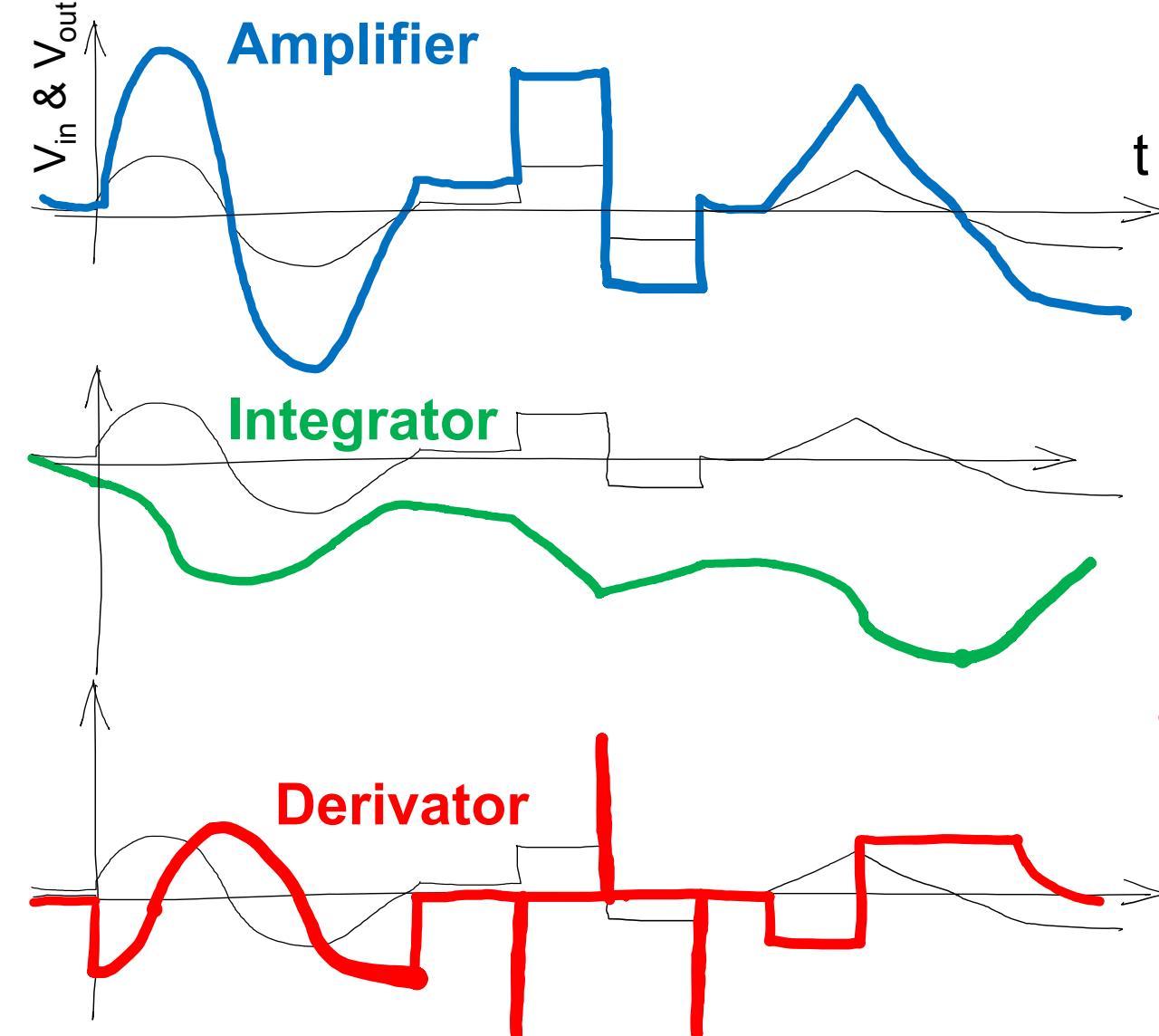
bandwidth:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi \cdot R_s \cdot C}$$





# Let's recap which one is what



$V_{out}/V_{in}$  gain



Amplifier

Derivator

Integrator

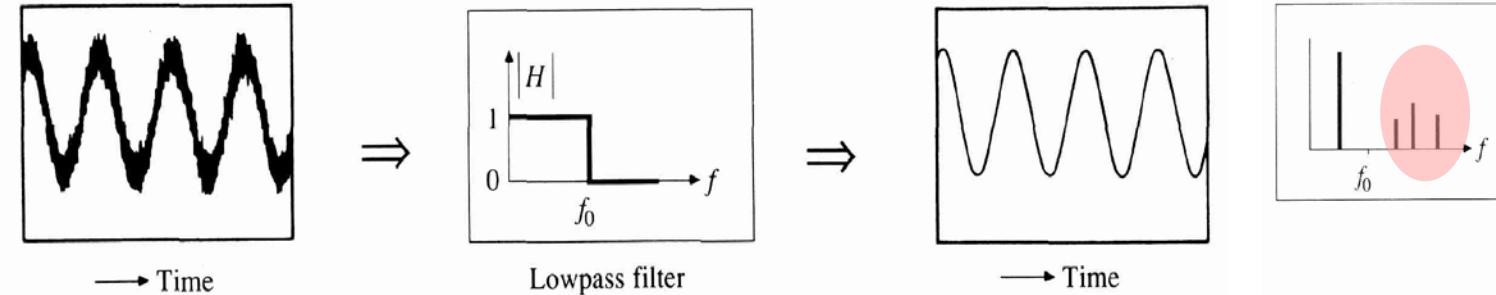
$f$



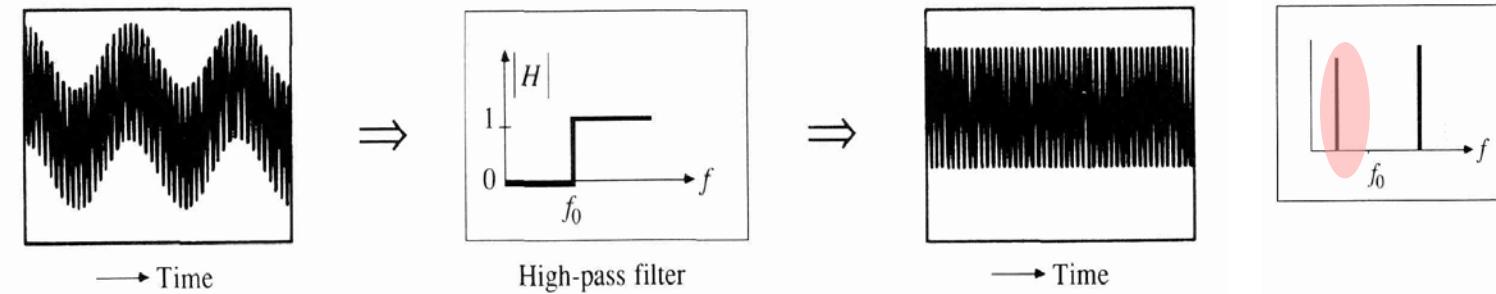
# Filters

POLITECNICO  
MILANO 1863

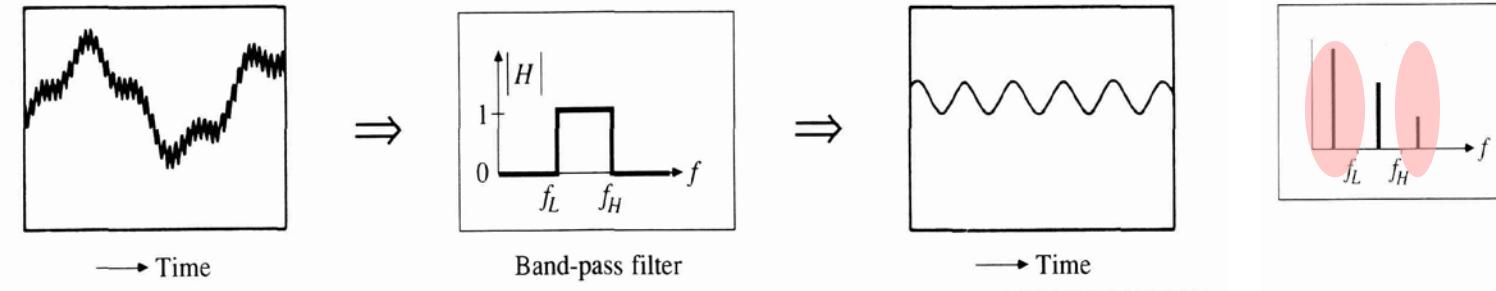
Low-pass:



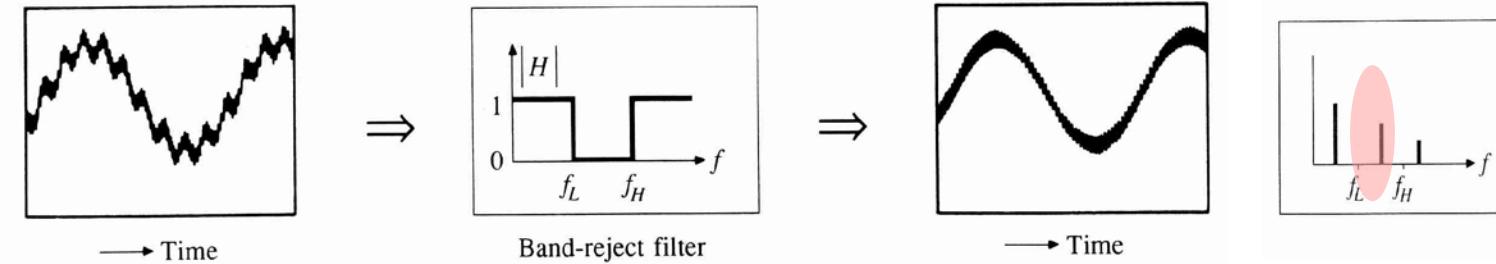
High-pass:



Band-pass:

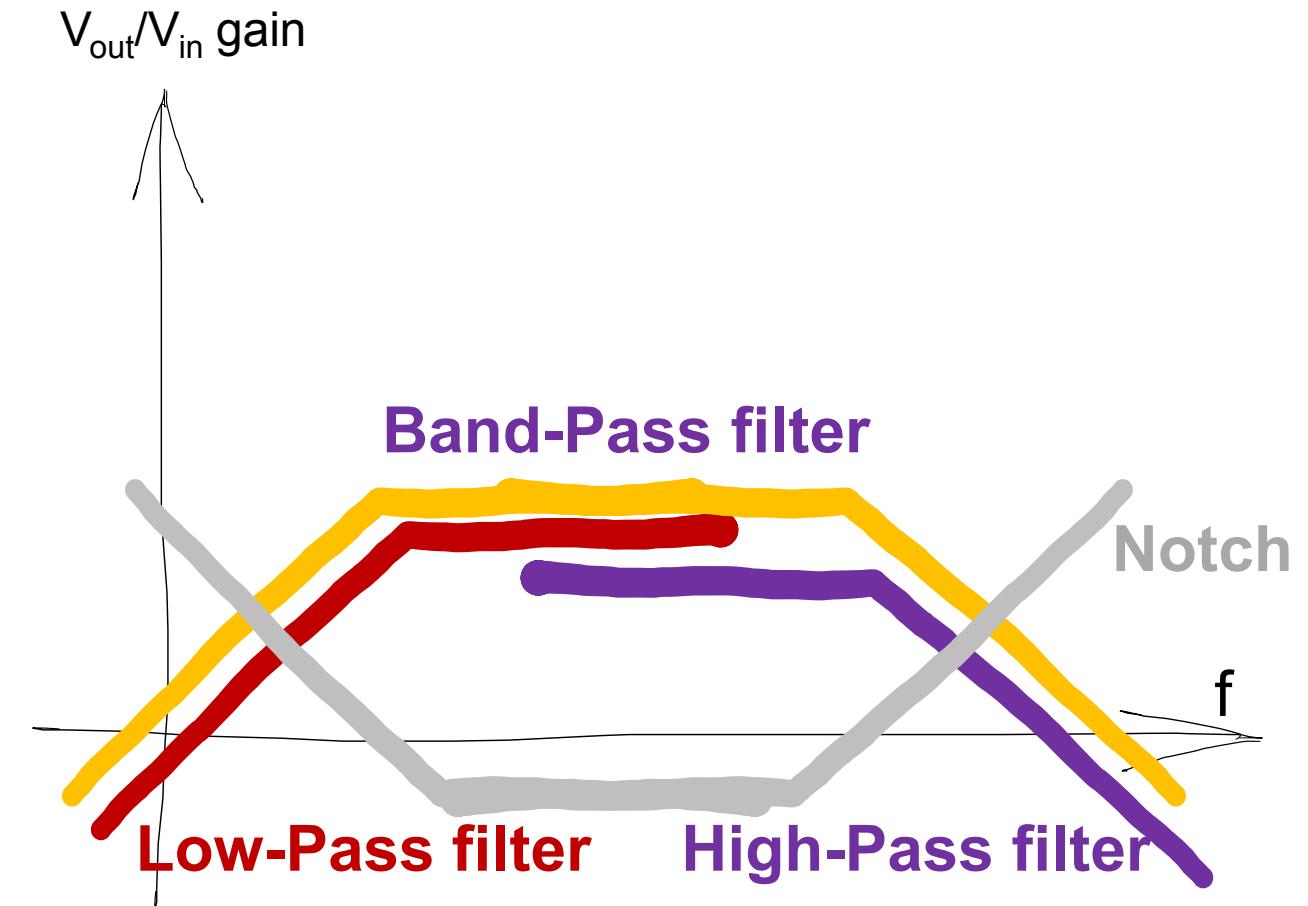
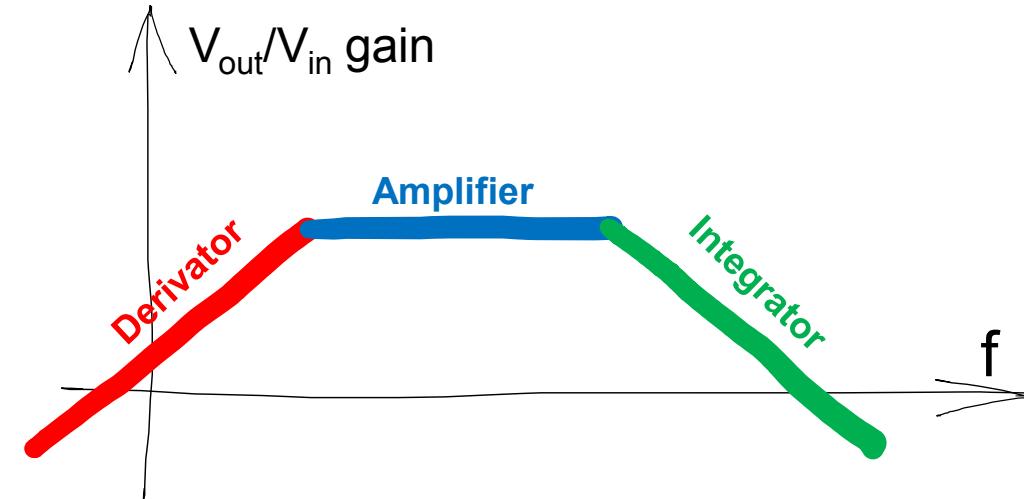


Notch:





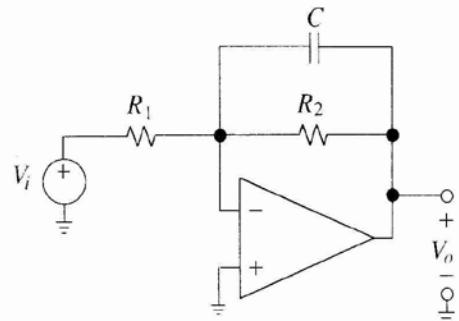
# Let's recap which one is what



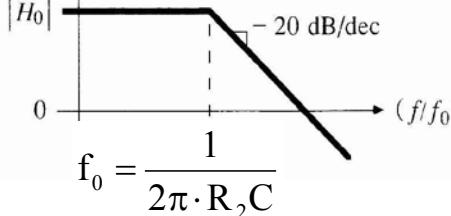


# I order and II order active filters

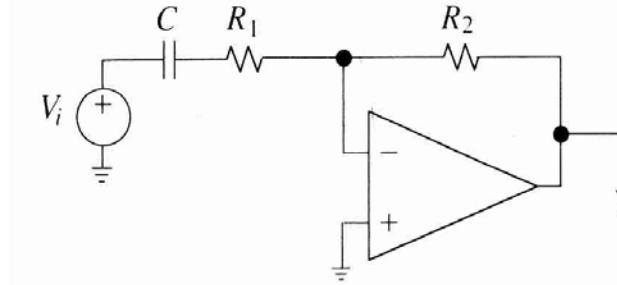
Low-pass:



$$H_0 = -\frac{R_2}{R_1}$$



High-pass:



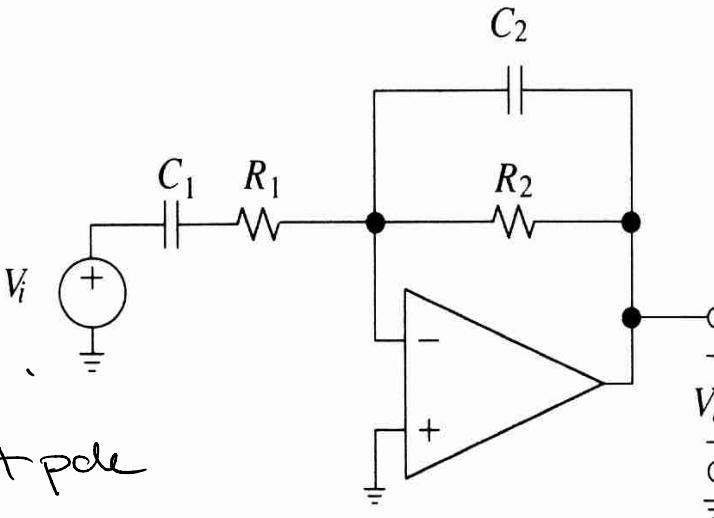
$$dB \uparrow |H|$$

$$|H_0|$$

$$H_0 = -\frac{R_2}{R_1}$$

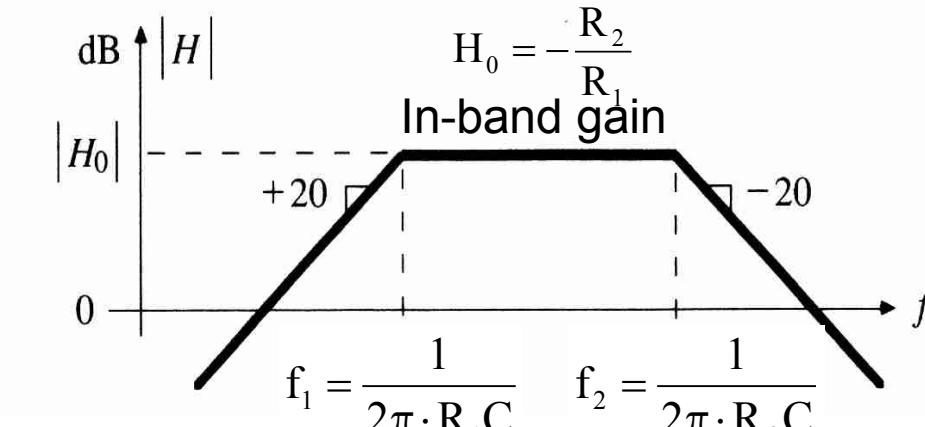
$$f_0 = \frac{1}{2\pi \cdot R_1 \cdot C} (f/f_0)$$

Band-pass:



Input pole < output pole

But only if  $f_1 < f_2$ , otherwise... what happens ?!?



Lower band edge  
(lower corner frequency)

Higher band edge  
(higher corner frequency)



# II order active filters

Band-pass (**wrong sizing!**):

Se ho i poli invertiti

ho che  $f_1 > f_2$  quindi  $C_2$  va in cima prima

d'  $C_1$ . Non arriverà mai al guadagno  $R_2/R_1$

Perché se considero i 2 circuiti togliendo uno

ma solo i condensatori offrogo

che i 2 guadagni sono

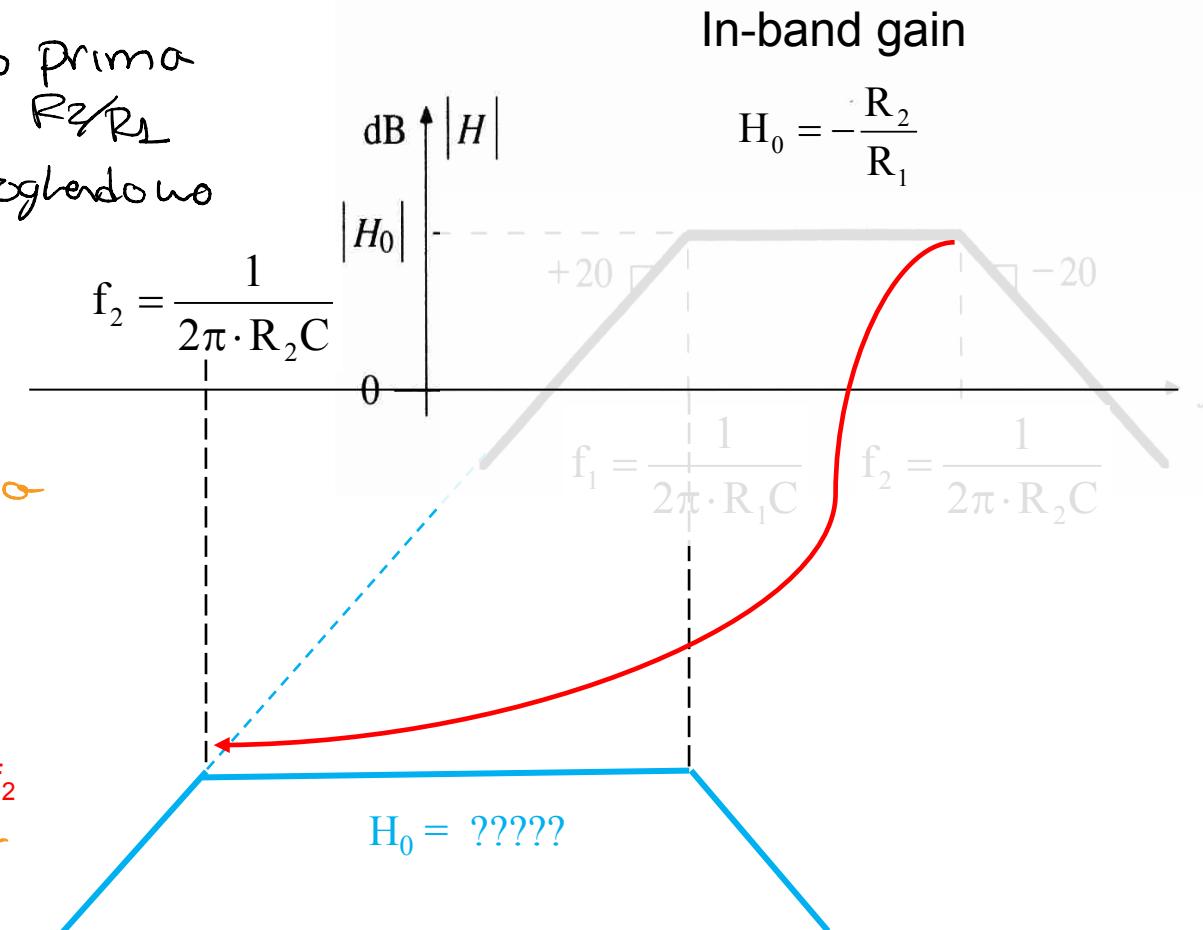
$$|-\frac{R_2}{R_1}|$$

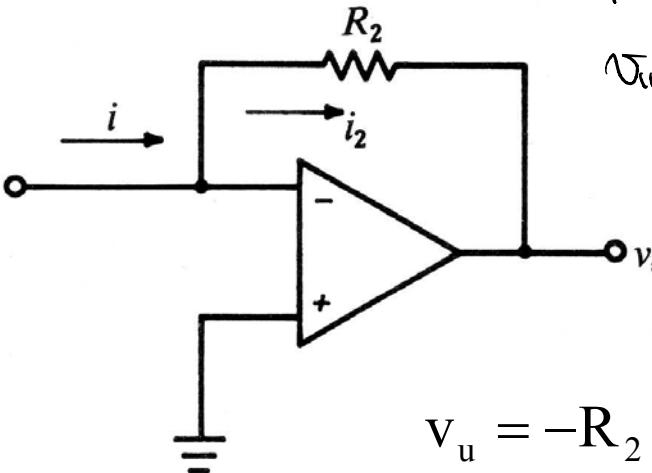
$$|-\frac{R_2}{R_1}|$$

$H_0 = -\frac{R_2}{R_1}$   
Non arriverà

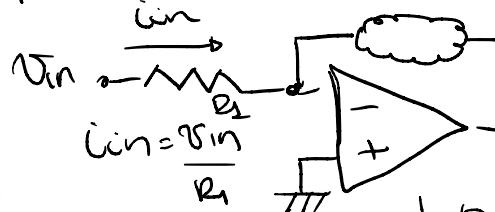
Here is what happens when  $f_1 > f_2$

C'è una formula che mi sono perso per  
separare il valore di  $H_0$  in base ai valori  
dei poli

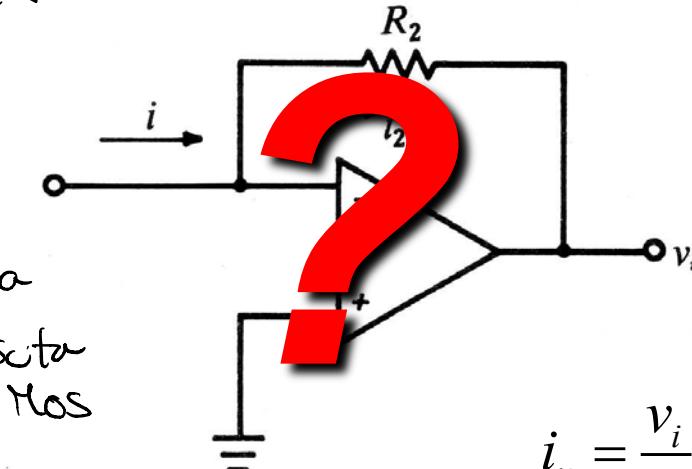
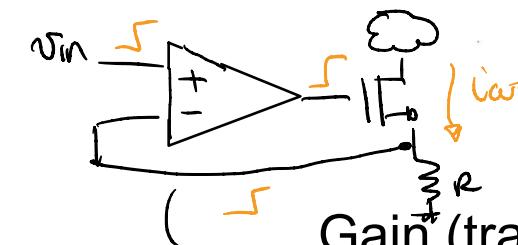




Se mi dice di convertire tensione in corrente per controllare una determinata reba, fa



Il problema è che l'opamp deve riuscire a fornire la corrente d'uscita. Allora usiamo dei MOS.



Gain (transimpedance):

$$-R_2$$

independent of the load  $R_L$

Gain (transconductance):

$$-1/R$$

independent of the load  $R_L$

Input impedance:

$$Z_{in} \approx 0$$

Input impedance:

$$Z_{in} \approx \infty$$

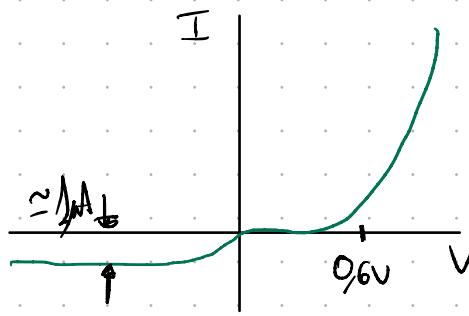
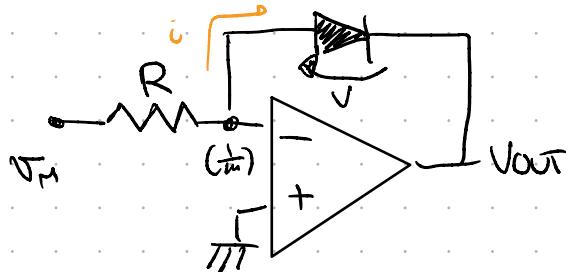
Output impedance:

$$Z_{out} \approx 0$$

Output impedance:

$$Z_{out} \approx \infty$$

Usiamo dei circuiti non lineari



$$I_D = I_S (e^{\frac{V_{DS}}{kT}} - 1)$$

$$\frac{kT}{q} \approx 25mV \text{ a temperatura ambiente}$$

Quindi posso dire che il circuito

$$I_D = I_S (e^{\frac{V_{DS}}{kT}} - 1) \approx I_S e^{-\frac{V_{DS}}{kT}} = \frac{V_{IN}}{R}$$

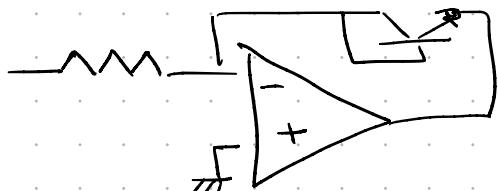
-  $V_{DS}$  = ala tensione ai capi del diodo  
perché ho la terra virtuale

Se inverto ottengo  $V_{OUT} = -\frac{kT}{q} \ln\left(\frac{V_{IN}}{R I_S}\right)$

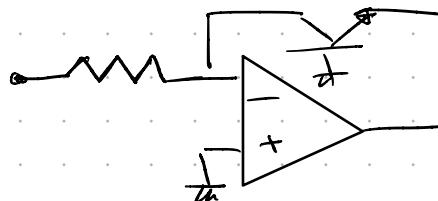
ho un convertitore logaritmico

POSSO ANCHE USARE UN TRANSISTOR IN RETROAZIONE

(ma devo stare attento per 2 perché se il circuito funziona, es ho posso mettere il source sulla massa virtuale)

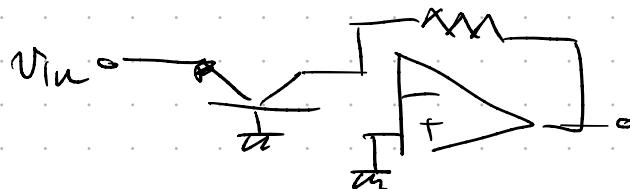


(ho sempre un convertitore logaritmico)

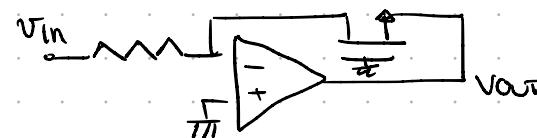


Si possono usare entrambe  
ma si preferisce la terra sulla  
base per compenziare il meno (?)

Possò anche fare un convertitore esponenziale



SI PUÒ USARE ANCHE UN MOS

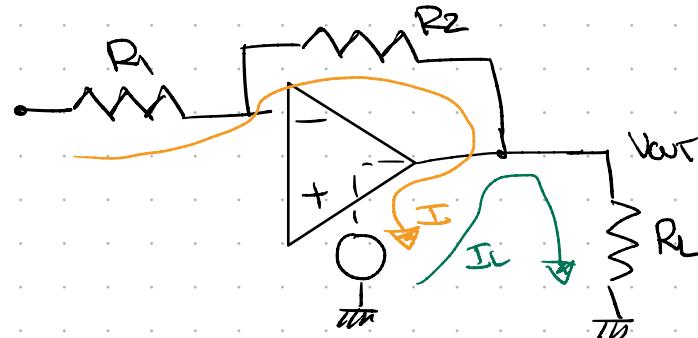


Vin tende a eizzare la tensione sul  
meno ma la retroazione alza  
vout e quindi il MOS si attiva  
e fa sì che c'è sia terra  
virtuale

$$V_{OUT} = -V_{TH} - \sqrt{\frac{V_{IN}}{\frac{1}{2} \mu_n C_{OX} \frac{W}{L} R_{IN}}}$$

Possò anche fare il convertitore dc dc il quadrato invertendo mos e resistenza

AGGIUNTA DI UVESSO X. SE HO UN CIRCUITO DI QUESTO TIPO:

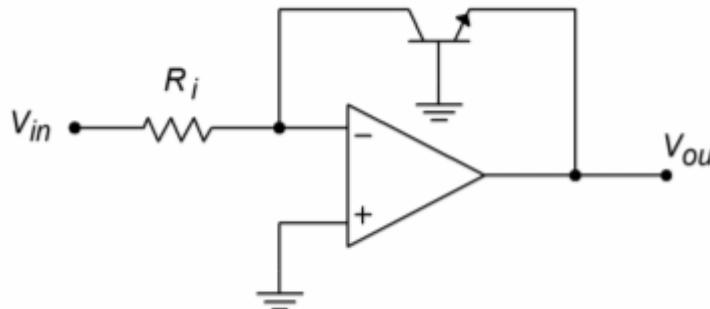


Allora la corrente di presa su  $R_2$  va nel OPAMP  
Se per ho una tensione d' output allora sara' l'opamp  
stesso a fornire la corrente per  $R_L$  (assorbe o  
fornisce in base al segno di  $V_{out}$ )



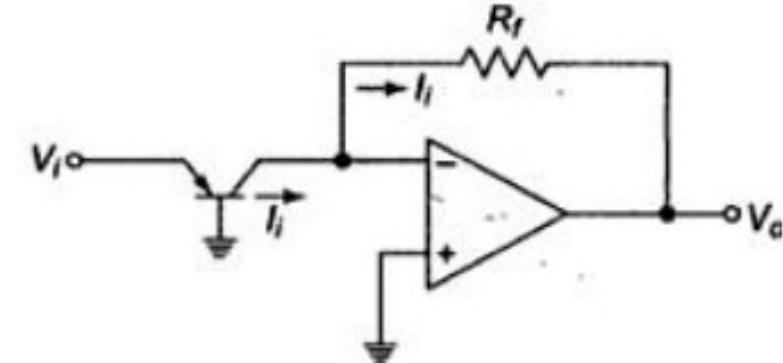
# EXP and LOG converters

POLITECNICO  
MILANO 1863



$$i_C = I_s \cdot \exp\left(\frac{V_{BE}}{k \cdot T/q}\right)$$

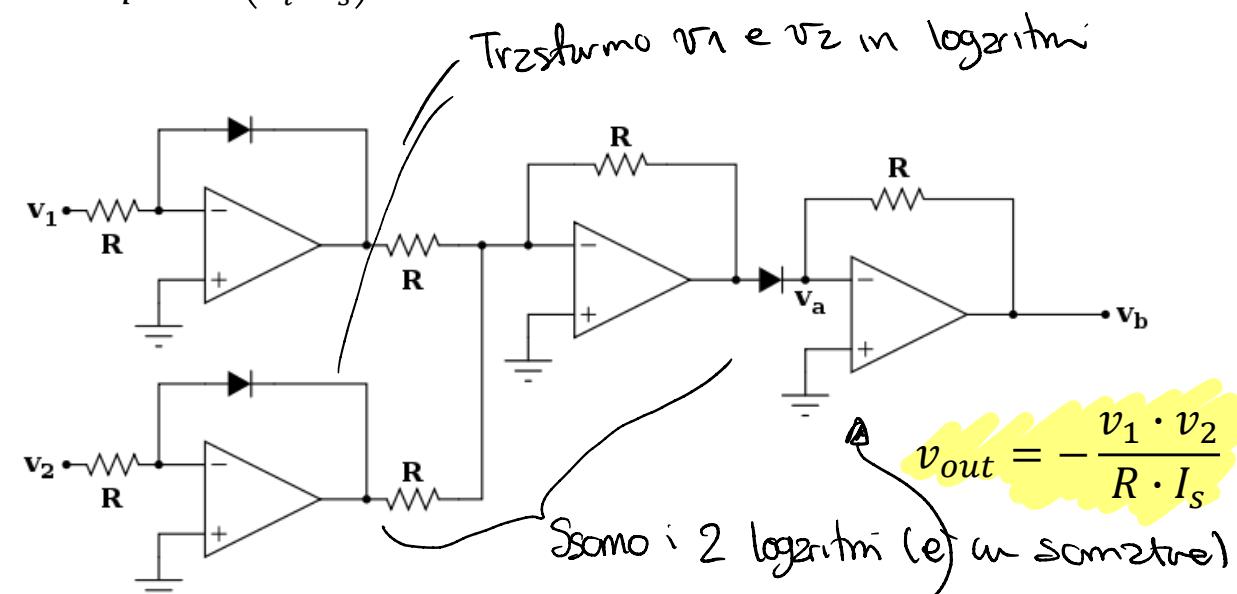
LOG amplifier:  $v_{out} = -V_{BE} = -\frac{k \cdot T}{q} \cdot \ln\left(\frac{v_{in}}{R_i \cdot I_s}\right)$



EXP amplifier:

$$v_{out} = -R_f \cdot I_s \cdot \exp\left(\frac{V_{BE}}{k \cdot T/q}\right)$$

## VOLTAGE MULTIPLIER:



And what happens with MOSFETs?

Usa lo stage esponenziale per tenere da log a forma rettangolare.

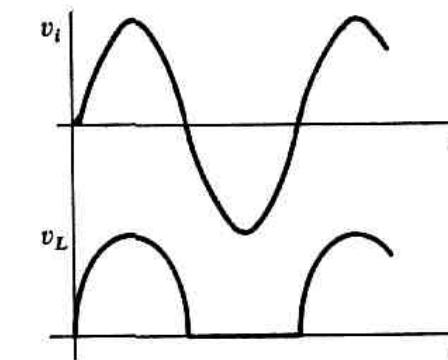
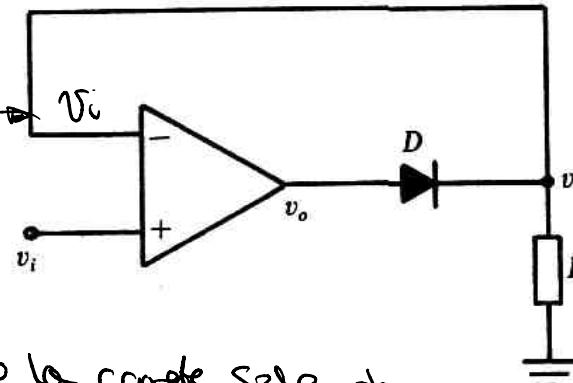


## Precision rectifier: «super-diode»

Non stiamo più parlando di piccoli segnali ma di grandi segnali (vogliono fare delle rettificazioni)

Obligatorio prendere terra virtuale ma solo quando  $v_i$  è positivo Perché quando  $v_i$  è negativo il diodo blocca tutto

Questo perché quando  $v_i$  è negativo la corrente sale da  $R_L$  ma non può entrare sul - e rimane nel diodo



positive  $v_i$  .... current through  $R_L$ ... diode goes ON:  $v_L = \frac{A}{1+A} \left( v_i - \frac{V_\gamma}{A} \right) \approx v_i - \frac{V_\gamma}{A}$

negative  $v_i$  .... no current allowed through  $R_L$ ... since diode is OFF:  $v_L = 0$

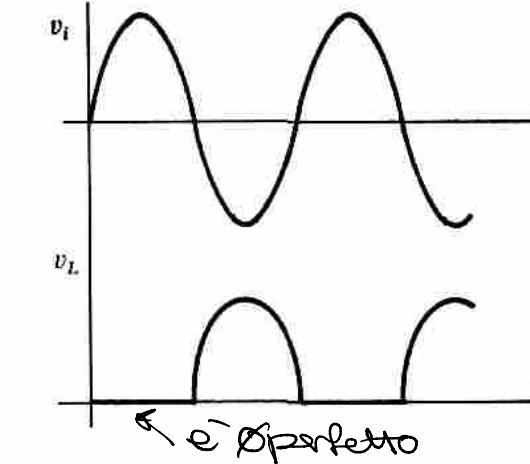
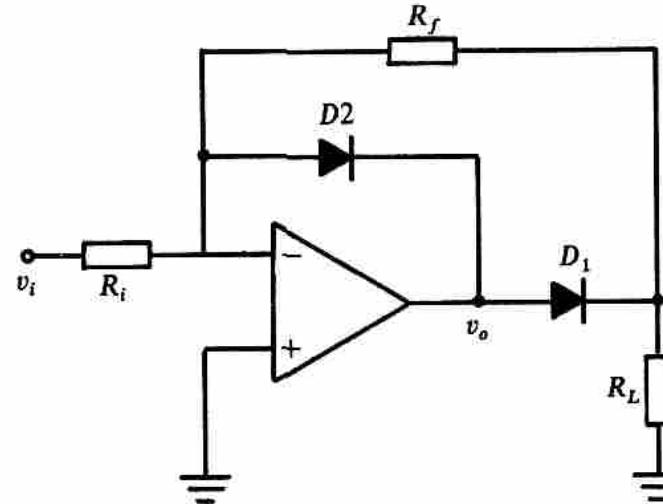
... hence the OpAmp has no longer negative feedback and its output saturates !



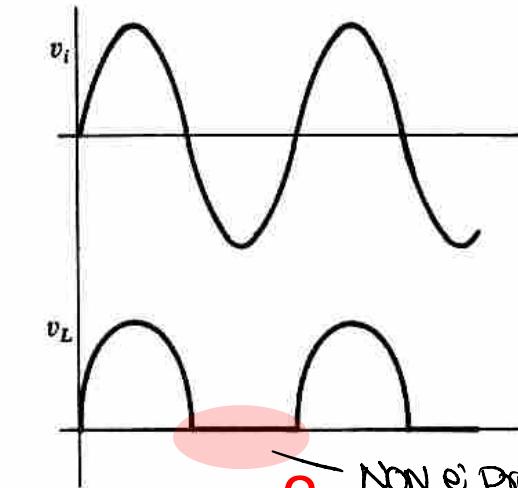
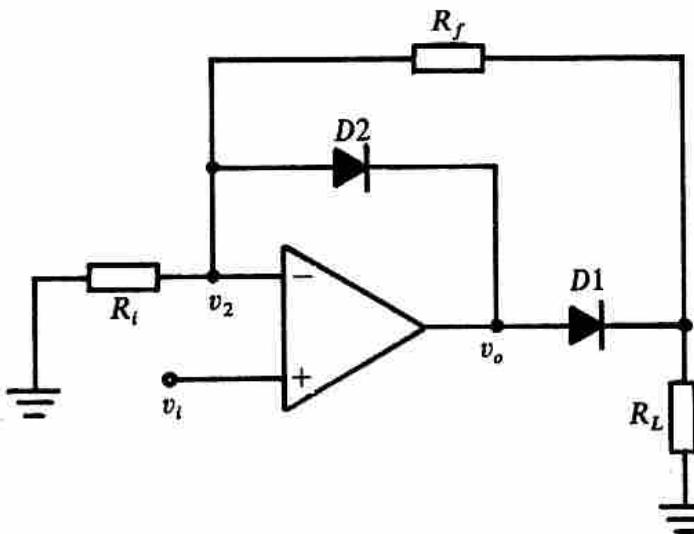
# Super-diode applications

Non l'ho capito troppo bene

Inverting:



Non inverting:



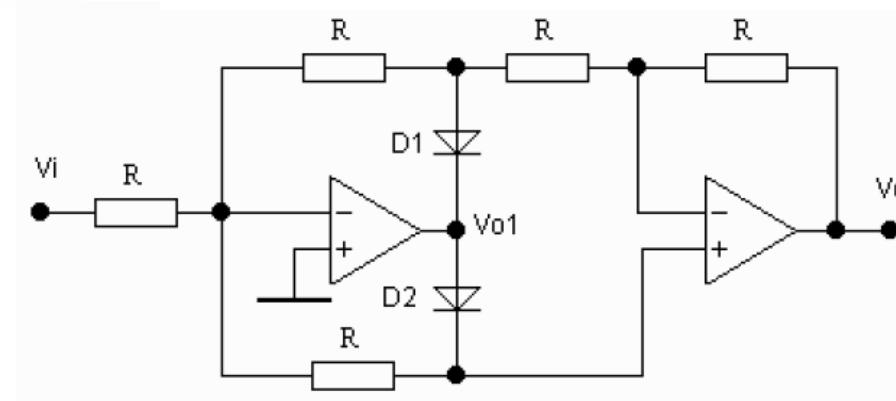
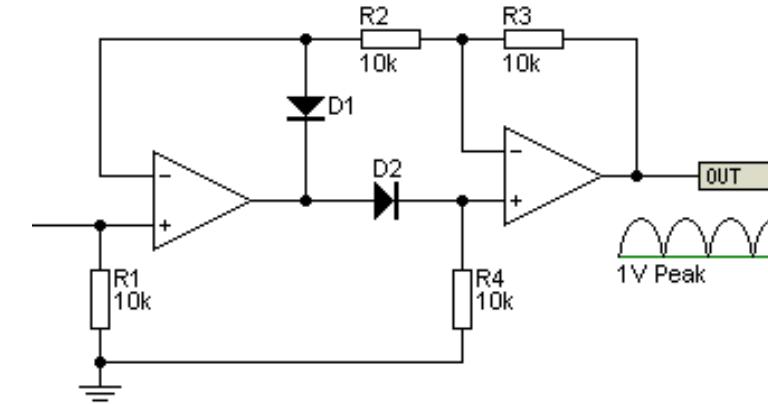
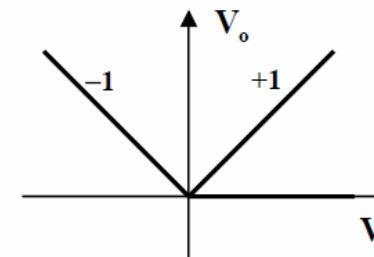
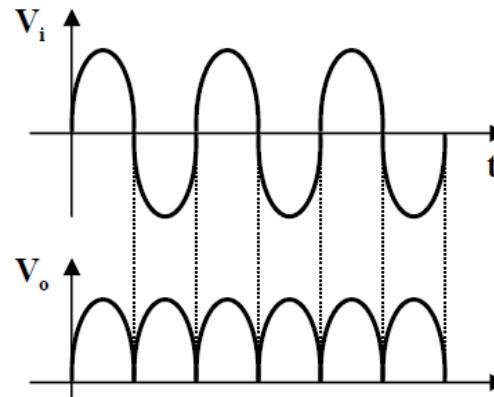
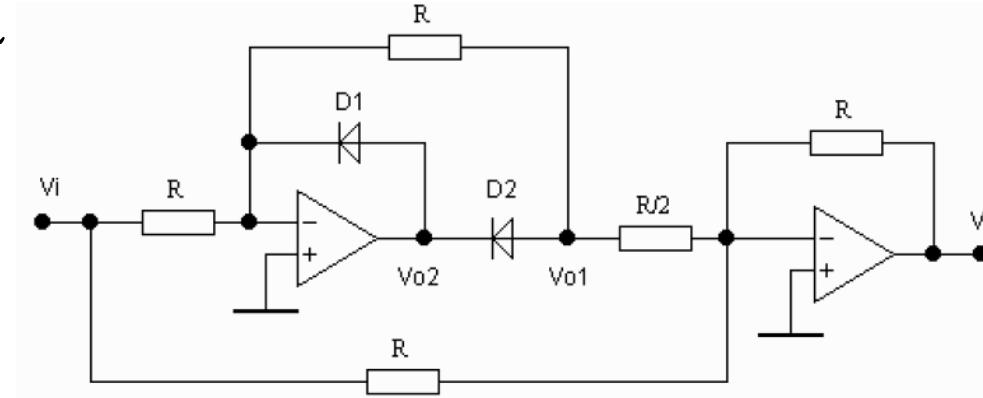
? NON e' Proprio  
volt in questa  
configurazione  
(dobbiamo studiare il circuito)

Now the OpAmp no longer saturates



# Super Double-Rectifier

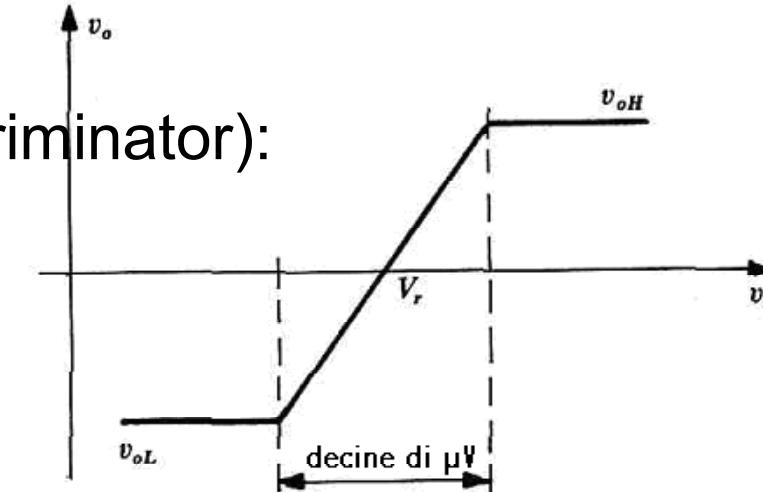
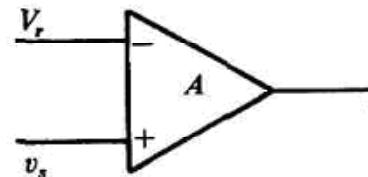
Una qualsiasi di queste tre reti va bene per fare la doppia rettificazione



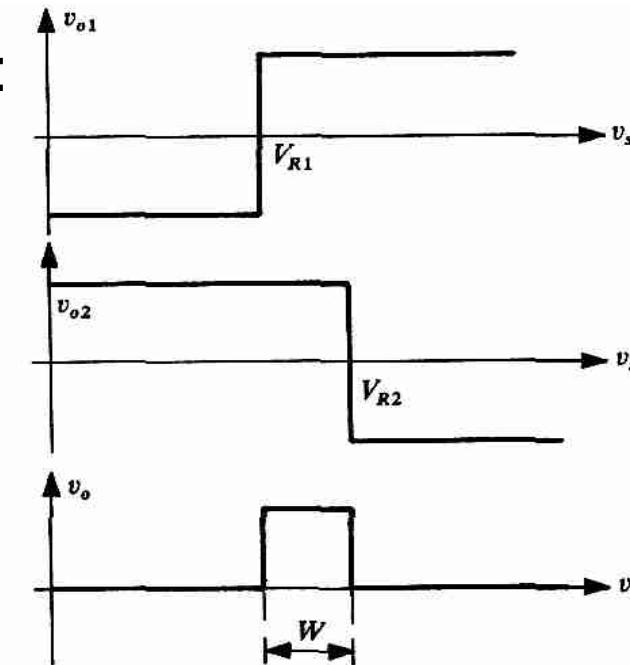
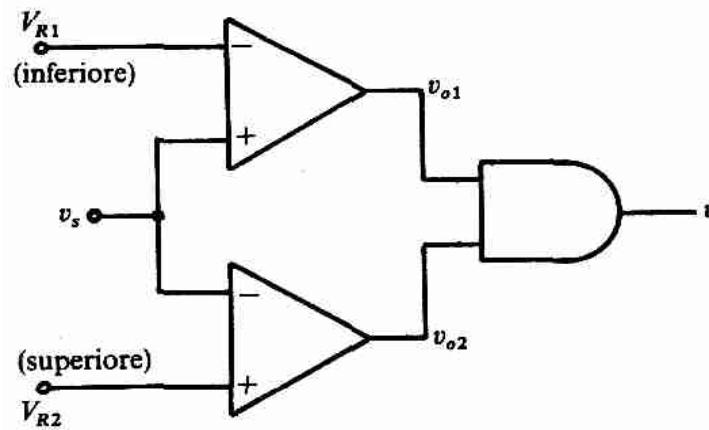


# Now... NO FEEDBACK: comparator / discriminator

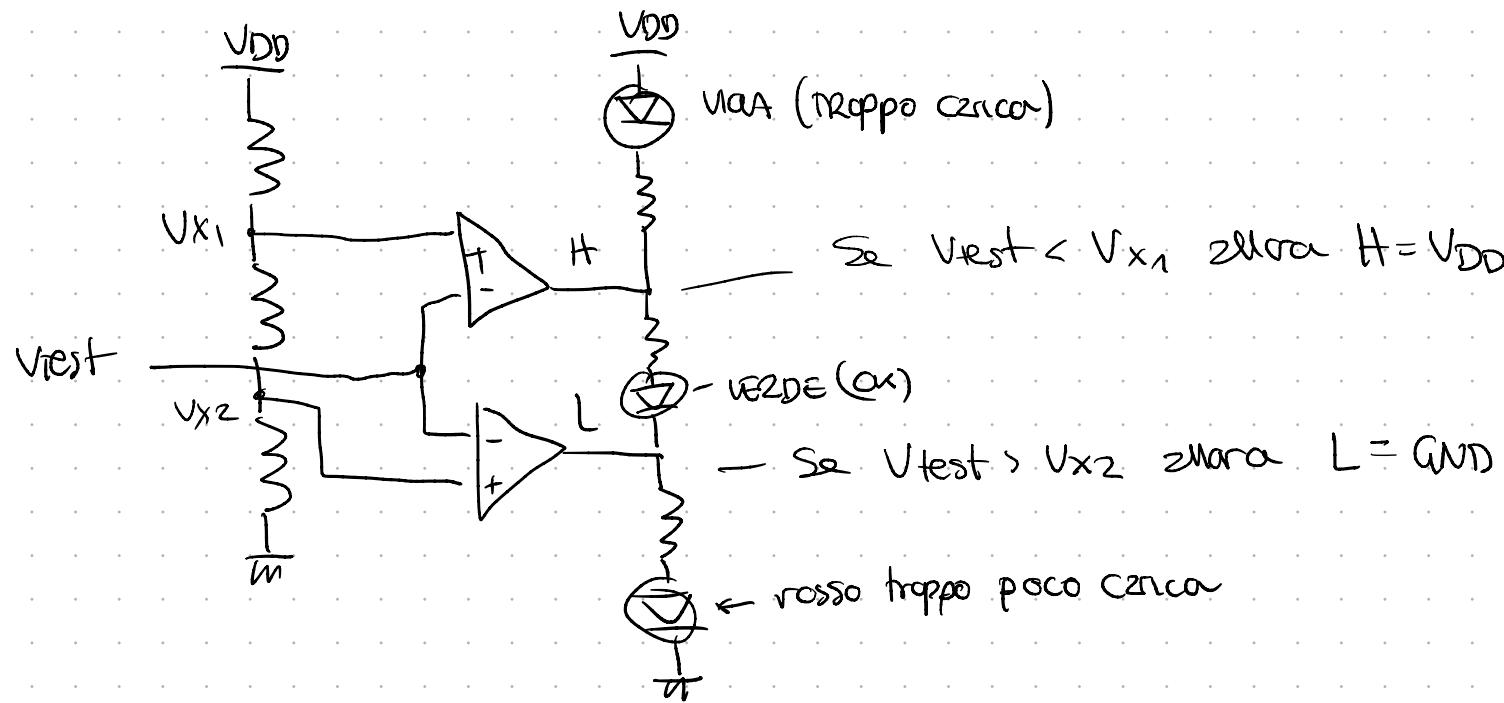
Open-loop OpAmp (one-threshold discriminator):



“Window” (two-thresholds) discriminator:



# Esempio di circuito per led batteria

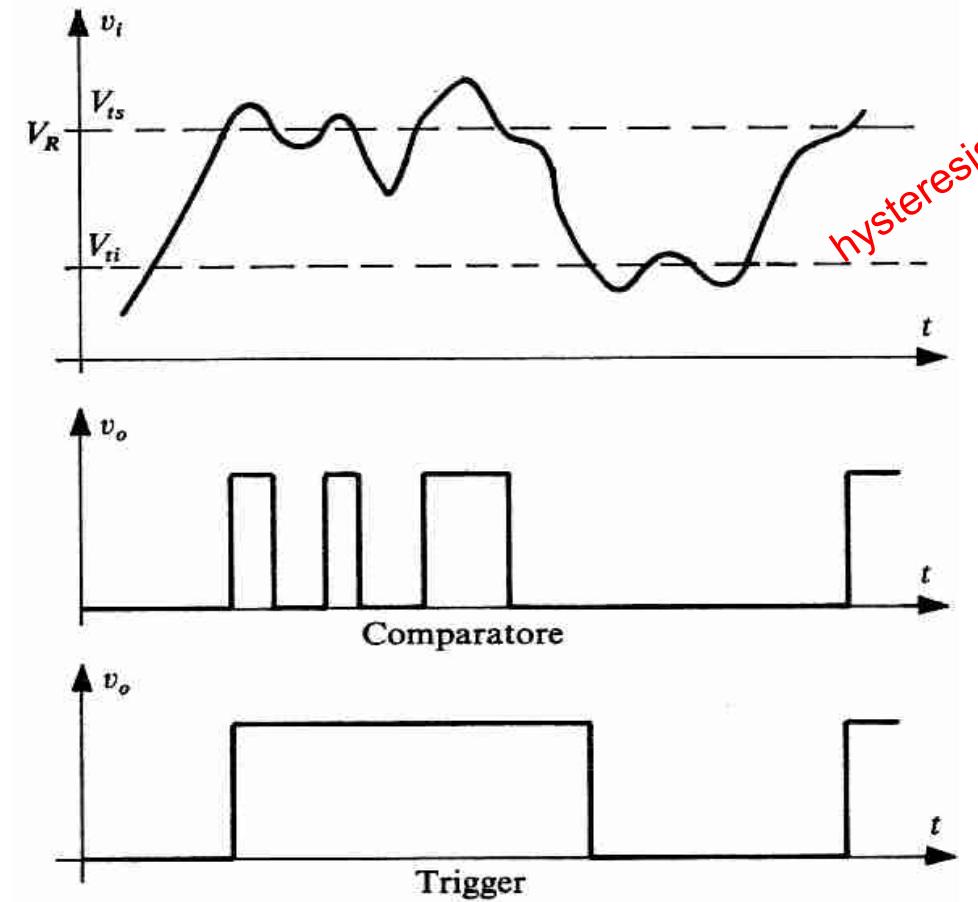




# Need of Histeresis-comparator: Schmitt Trigger

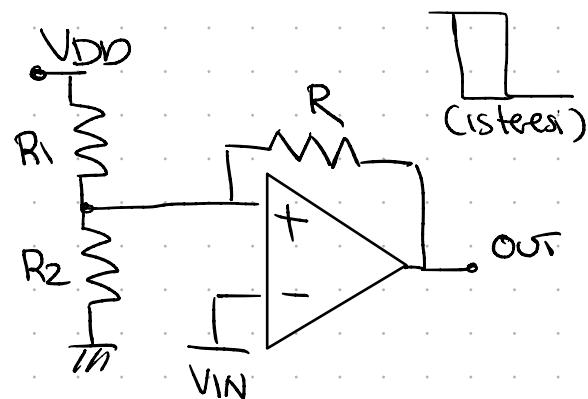
POLITECNICO  
MILANO 1863

To avoid triggering “undecisions”, let's implement **two** switching-thresholds



Devo creare un trigger di Smith con un circuito.

### • Primo circuito



La tensione su  $V_+$  cambia in base alla tensione di  $V_{out}$ .  
Se  $V_{out} = 0$  ho che  $R_2$  è in parallelo a  $R$  e quindi

$$V_L = V_{DD} \cdot \frac{R_2 // R}{R_2 // R + R_1}$$

Così ho ottenuto 2 valori diversi.

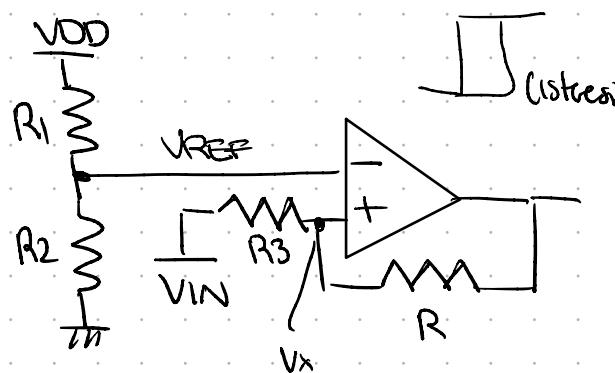
$$\text{Al contrario se } V_{out} = V_{DD} \cdot \frac{R_2}{R_1 // R_2}$$

Ne definiamo che  $\Delta = V_H - V_L$ , allora se  $\Delta$  è molto piccolo possiamo scrivere che

$$\Delta \approx \Delta_{out} \cdot \frac{R_1 // R_2}{R}$$

(con  $\Delta_{out}$  il range di tensione del comparatore)

### • Secondo circuito



Il circuito è completamente diverso del precedente  
(il guadagno è positivo)

Misto che il feedback positivo non elabora terra  
virtuale

Nei dobbiamo trarre i valori di threshold, cioè i valori  
che fanno sì che i valori di tensione 2/2 pin siano  
molto simili.

Allora supponiamo  $V_x = V_{ref}$  e vediamo che tensione  $V_{in}$  dobbiamo avere per avere  $V_x = V_{ref}$ .  
Ricordiamo che l'output è 0 o  $V_{DD}$ .

$$\frac{V_{in} - V_{ref}}{R_3} = \frac{V_{ref} - V_{out}(0/V_{DD})}{R}$$

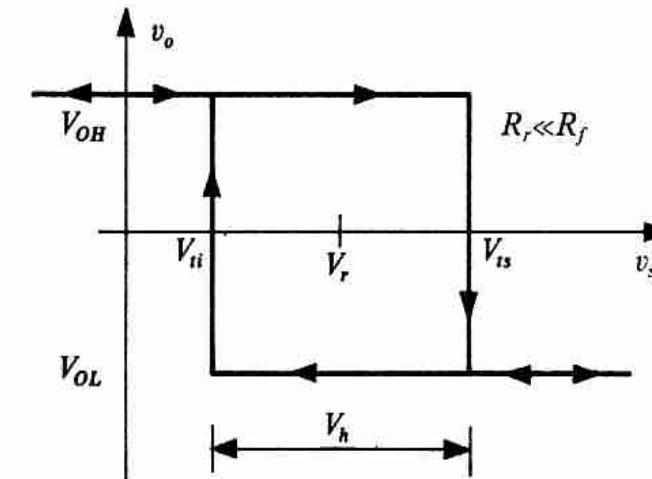
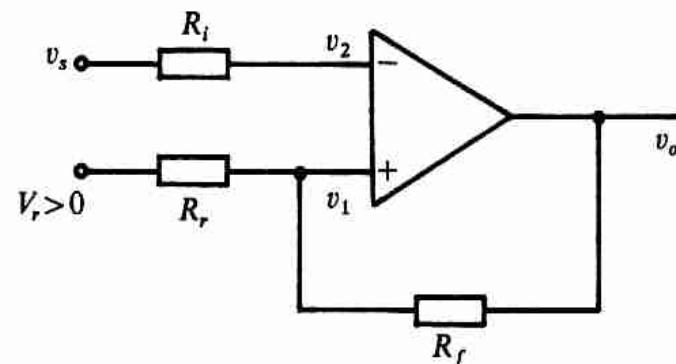
bilanciamento delle correnti



## Now... POSITIVE FEEDBACK: Schmitt trigger

benissimo

When the OpAmp output swings, the threshold changes to opposite direction,  
therefore let's exploit POSITIVE feedback !



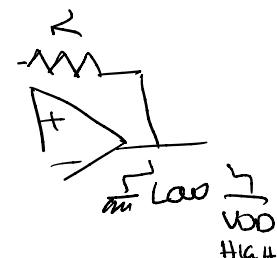
Usually let's choose  $R_f \gg R_r$   
so ...

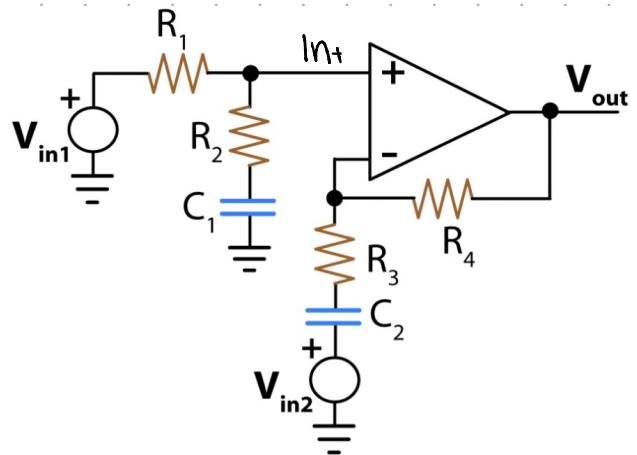
$$\text{Upper threshold: } V_{ts} \approx V_r + \frac{V_h}{2}$$

$$\text{Lower threshold: } V_{tl} \approx V_r - \frac{V_h}{2}$$

$$\text{Hysteresis: } V_h \approx (V_{OH} - V_{OL}) \frac{R_r}{R_f}$$

→ una  
arriva  
↓  
lora ho  
3 gro e-





$$R_1 = 20\text{k}\Omega \quad R_4 = 10\text{k}\Omega \quad R_2 = 30\text{k}\Omega \quad C_1 = 200\text{nF} \quad R_3 = 1\text{k}\Omega \quad C_2 = 1\text{nF}$$

$$A_0 = 10^6 \quad I_B = 10\text{nA} \quad f_0 = 10\text{Hz}$$

a) Plot the ideal gain  $V_{\text{out}}(f)/V_{\text{IN1}}(f)$

b) Plot the ideal gain  $V_{\text{OUT}}(f)/V_{\text{IN2}}(f)$

$$\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = 1 + \frac{R_4}{R_3}$$

In DC  $C_2$  è aperto, in AC il condensatore è in corto.

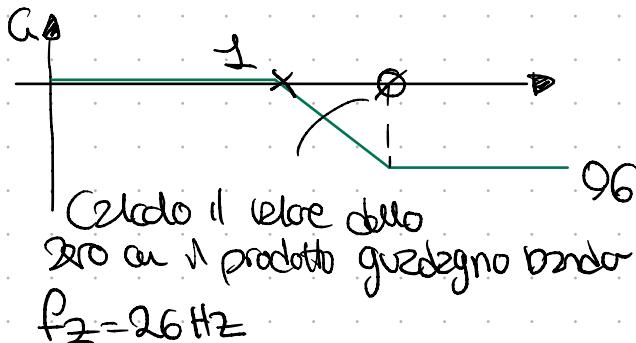
$$\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} (0) = 1 + \frac{R_4}{\infty} = 1$$

$$\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} (\infty) = 1 + \frac{R_4}{R_3} = 11$$

Dz  $V_{\text{in}}$  a  $I_{\text{in}}$ , quale que non usiamo la place ma studiamo a DC e AC

$$\frac{V_{\text{in}}}{V_{\text{in}}} (0) = 1 \quad \frac{V_{\text{in}}}{V_{\text{in}}} (\infty) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \approx 0,6$$

Posso vedere il Guadagno d' in



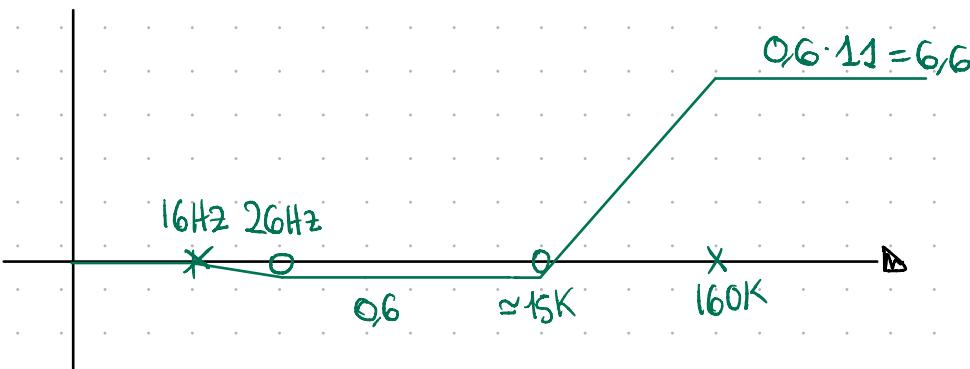
$$\text{Polo}_1 = \frac{1}{2\pi C_1 (R_2 + R_1)} = 16\text{Hz}$$

il polo dato da  $C_2$  sull'altro guadagno è

$$\text{Polo}_2 = \frac{1}{2\pi C_2 R_3} = 160\text{KHz}$$

onde qui vedendo  $\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} (0)$  abbiamo uno zero da calcolarmi con il prodotto guadagno banda (non so "valore")

Possiamo adesso disegnare il Bode d' tutto il circuito

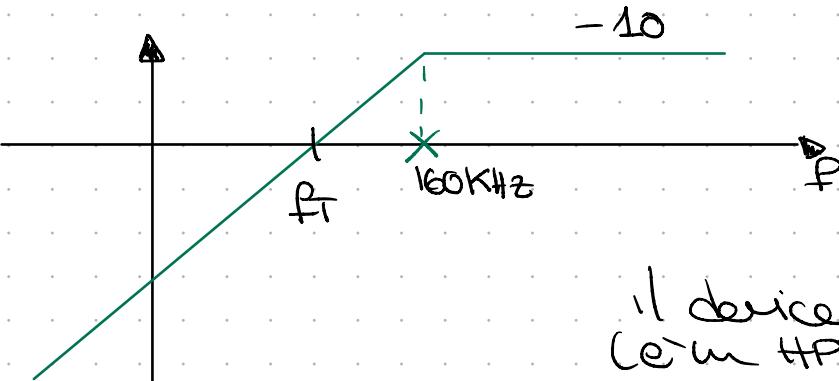


Calcoliamo adesso il guadagno da  $V_{in2}$

$$\frac{V_{out}}{V_{in2}}(0) = 0 \quad \leftarrow C_2 \text{ è un serbatoio} \quad \frac{V_{out}}{V_{in2}}(\infty) = -\frac{R_4}{R_3} = -10$$

$$\text{Il polo}_2 = \frac{1}{2\pi C_2 R_3} = 160 \text{ KHz}$$

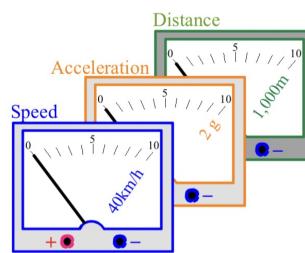
Il condensatore  $C_2$  introduce anche uno zero nell'origine



Se volessi trarre  $f_T$  la trovi facendo sempre il prodotto guadagno banda

$$f_T = 16 \text{ KHz}$$

Il device fino a 160 KHz ha da deviare (è un HPF)



In pratica io ho una dinamica che ha questa relazione

$$V_s = S \cdot 50 \text{ mV/m/s} + 200 \text{ mV}$$

Tra tensione e velocità, e poi ho 3 voltmetri per far vedere diverse cose:

Dobbiamo amplificare il segnale in modo da una massima di reggimento di 10V.

Calvin measures his bike's speed  $S$ , by employing Hobbes' speedometer ( $V_s = S \cdot 50 \text{ mV/m/s} + 200 \text{ mV}$ ) and 10V FSR voltmeters

- a) Design a circuit for displaying the speed, up to 40km/h, with 3s smoothing
- b) Display acceleration/deceleration, up to 2 g ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )
- c) Measure and display the ride distance, up to 1km

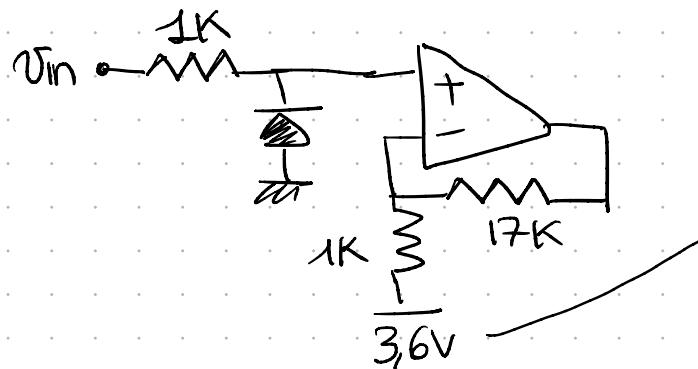
Perciò  $V_s = 40 \text{ Km/h} \cdot 50 \text{ mV/m/s} + 200 \text{ mV} = 10 \text{ V}$  Sarà da togliere

$$= 40 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{50 \text{ mV}}{\text{m/s}} = 555 \text{ mV} \leftarrow \text{Dobbiamo amplificare a } 5 \times$$

Il guadagno dovrà essere  $G = 10 / 555 \text{ mV} \approx 18$  Un'idea è questa

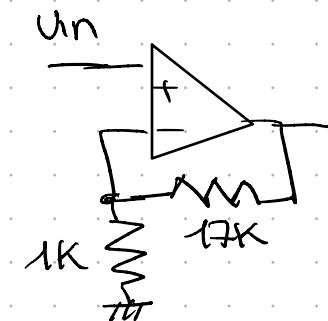
Nel progetto almettiamo l'opamp solo positivamente

Quindi se  $V_{in}$  è negativa l'opamp può rompersi, dobbiamo trarre in modo da bloccare tensioni negative

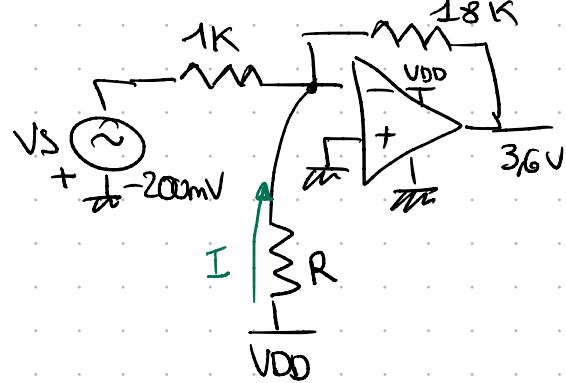


Metto il diodo così in modo da mandare in corto per tensioni negative (la resistenza da 1K è per non andare in corto) Non metto il diodo in serie perché perdo 0,7V di tensione di segnale

Metto un offset di tensione calcolato in modo preciso per eliminare l'offset di 200mV  
 $(200 \text{ mV} \cdot 18 = 3,6 \text{ V})$



Un altro modo per eliminare l'offset è:



aggiungiamo una resistenza  $R$  in modo che ( $VDD = 12V$ )

$$\frac{12 - 0}{R} \cdot 18\text{K} = 3,6\text{V} \rightarrow R = \frac{3,6}{12} \cdot 18\text{K}$$

Faccio in modo che la corrente che passa su  $R$  faccia cadere 3,6V in cima alla resistenza in retroazione.

Punto b)

Vogliamo calcolare la accelerazione. Sappiamo che  $VS$  è proporzionale alla velocità, ma vogliamo che  $S_{AV}$  corrispondano a 10V.

$$2 \cdot g = 2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 19,62 \text{ m/s}^2$$

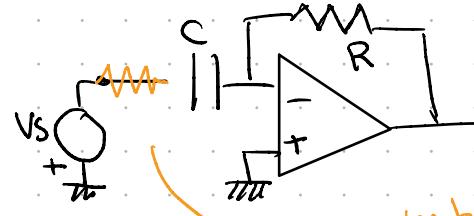
Dato che  $VS$  è una velocità e voglio l'accelerazione allora faccio la derivata.

$$V_{out}(t) = -RC \cdot \frac{dV_{in}(t)}{dt}$$

Calcoliamo la derivata di  $V_{in}$

$$V_{out}(t) = -RC \cdot \frac{50\text{mV}}{\text{m/s}} \cdot \frac{ds}{dt} + \phi = -RC \cdot \frac{50\text{mV}}{\text{m/s}} \cdot a(t)$$

compte catina



Serie per l'utile  
"il guadagno 2  
alla frequenza"

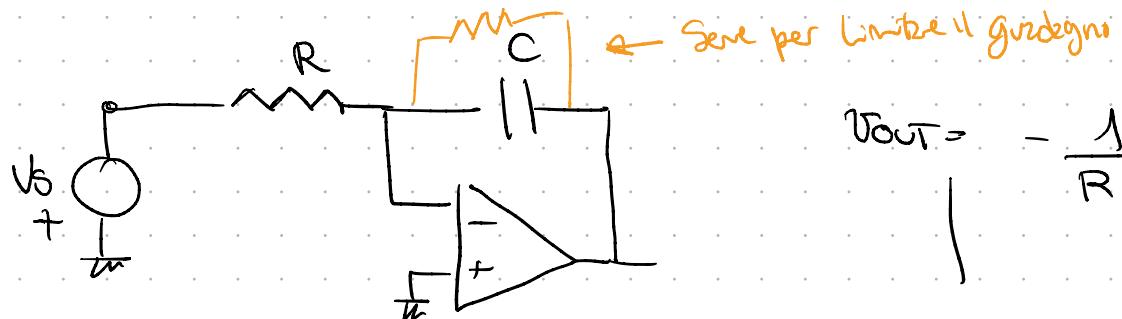
Mettiamo  $VS$  contraria  
Perché l'opamp è alimentato solo positivamente e quindi devo dare uscita positiva (funziona solo quando acceleriamo sempre)

$$\text{Però } 10\text{V} = RC \cdot 50\text{mV} \cdot 19,62 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \rightarrow RC = \frac{10}{50\text{mV} \cdot 19,62} = 10,19$$

$$\text{Allora } C = 10\mu\text{F} \rightarrow R = 1\text{M}\Omega$$

basta che mettiamo il limite ed essere Hz e se ne va più che bene

Punto C) Vogliamo misurare la distanza (l'integrale della velocità). No vogliamo avere 10V per 1km



$$V_{\text{out}} = -\frac{1}{RC} \int_0^t v_{\text{in}}(t) dt$$

$$= -\frac{1}{RC} 50\text{mV} \cdot P \frac{dx}{dt} \cdot X$$

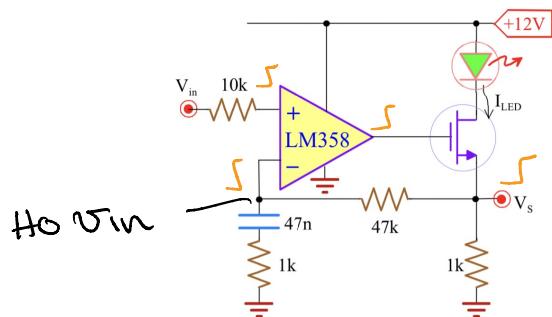
[Non ho capito perché qui non considera il valore d'offset]

Perciò  $10V = \frac{50\text{mV}}{RC} \cdot 1000\text{m}$

$$\rightarrow RC = 5$$

### ESEMPIO 3

POLITECNICO  
MIANO 1863



MOSFET:  $V_T = 0.5V$   $k = 1/2 \cdot \mu \cdot C_{\text{ox}} \cdot W/L = 12\text{mA/V}^2$

$V_{\text{in}}(t)$  has 5V DC plus a  $\pm 100\text{mV}$  sinusoid

a) Compute  $I_{\text{LED}}/V_{\text{in}}$  relationship at DC and  $I_{\text{LED}}$  for  $V_{\text{in}} = 5V$

b) Plot the Bode diagram of  $i_{\text{LED}}(f)/v_{\text{in}}(f)$

Ricordiamo i 2 casi, in DC e in AC

$$\text{DC} = V_s = V_{\text{in}}$$

$$V_s/V_{\text{in}}^{(0)} = 1$$

$$\text{AC} = V_s \frac{1\text{k}}{48\text{k}} = V_{\text{in}}$$

$$V_s/V_{\text{in}}(\infty) = 48$$

$$V_s \cdot \frac{z}{z+47\text{k}} = V_{\text{in}}$$

$$I_{\text{LED}}(0) = \frac{V_{\text{in}}}{1\text{k}}$$

$$I_{\text{LED}}(\infty) = \frac{48 V_{\text{in}}}{1\text{k}} + \frac{V_{\text{in}}}{1\text{k}} = \frac{V_{\text{in}} \cdot 49}{1\text{k}}$$

Se ho un feedback negativo è un amplificatore. Se positivo no un comparatore.

E diminuisce, quando feedback negativo e quando terra virtuale

$V_s$  produce la nostra  $v_{\text{in}}$ , quindi l'esigenza giusta è:



- OpAmps perform **analog processing**
- Utmost importance of **negative feedback**
- However, feedback could lead to **instability**

therefore, let's check it!

Next lesson: **04 – frequency compensation**