

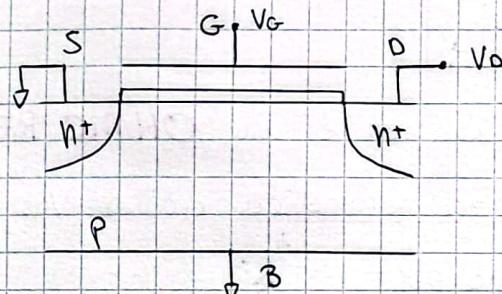
ANALOG CIRCUIT DESIGN

**Prof. Lacaita Andrea L.
A.A. 2023/24**

Burattini Michelangelo

MOSFET OPERATION

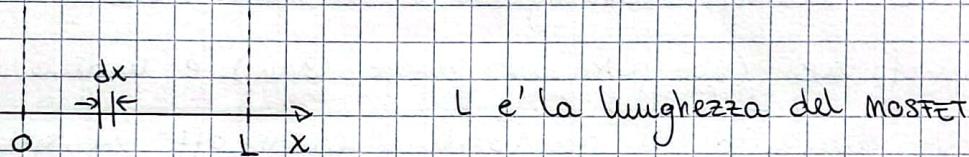
deriviamo la caratteristica I-V del MOSFET (n-type) ponendo a GND il substrato e il source



Siamo nel caso in cui $V_G > V_T$ tensione di soglia - $V_T = 0,6V$

$$V_{DS} = V_G - V_T$$

$$K = \frac{1}{2} \mu C_{ox} \frac{W}{L} \quad \text{con} \quad \frac{1}{2} \mu C_{ox} \cong 5 \frac{\mu A}{V^2}$$



il potenziale $V_c(x)$ aumenta progressivamente lungo x ; scrivendo la legge di Ohm ho che :

$$dV_c = I_{os} \cdot dR \rightarrow \text{resistenza elementare}$$

$$= I_{os} \frac{dx}{q n(x) \Delta}$$

↓ con-rectificazione

↓ densità elettronica lungo il canale

mobilità elettronica

↓ densità degli elettronni

$$Q_n(x) = q n(x) \Delta \text{ rappresenta le CARICHE LIBERE NEL CANALE PER UNIT AREA}$$

$$\Rightarrow dV_c = I_{os} \frac{dx}{Q_n(x) \mu x / \Delta}$$

varia lungo il canale perché varia V_c

$$\Rightarrow Q_n \cong C_{ox} (V_G - V_c - V_T)$$

↓ $0 < V_c < V_D \rightarrow$ al di sotto
è specifico per l'ormido

CHARGE SHEET APPROX (vedi electron)

integro

$$\int_0^{V_D} \mu C_{ox} x / (V_G - V_T - V_c) dV_c = \int_0^{V_D} I_{os} dx$$

$$\mu_{nV} C_{ox} \left[(V_G - V_T) V_C - \frac{V_C^2}{2} \right]_0^{\frac{V_{os}}{2}} = I_{os} L$$

da cui esplicito la corrente $I_{os}(V_{os})$:

$$I_{os} = \mu_{Cox} \frac{W}{L} \left[(V_G - V_T) V_{os} - \frac{V_{os}^2}{2} \right]$$

questa equazione vale solo quando il mos è in **OHMIC REGION**

in cui la corrente ha una dipendenza parabolica dalla V_{os}

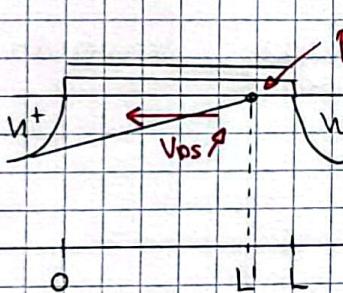
il vertice che ho per $V_{os} = V_{os}^{SAT}$, ce l'ho per

$$V_{os}^{SAT} = V_{GS} - V_T \quad \text{ed è detto tensione di saturazione.}$$

dopo tale tensione l'equazione precedente non ha più senso fisico

e non è più valida (perché la densità di elettroni diventa anche negativa)

→ il canale inizia a restringersi e il trascistor non è più un resistore uniforme (non possiamo usare Ohm) e mano a mano che $V_{os} > V_{os} - V_T$ aumenta il punto di "pinch-off" si sposta verso il source



$$0 < L' \leq L$$

ho meno elettroni lungo il canale (diminuisce la densità) passando da source a drain, ma aumenta la loro velocità

\downarrow
flusso costante (di carica)

\downarrow
il campo E aumenta al drain

possiamo sempre applicare Ohm ai capi del resistore uniforme $0 \rightarrow L'$

e ottieniamo l'espressione della **CORRENTE DI SATURAZIONE**

$$I_{os}^{SAT} = \frac{1}{2} \mu_{Cox} \frac{W}{L} (V_G - V_T)^2$$

al diminuire di L' , la corrente aumenta leggermente (infatti $L' - L$ rimane piccola)

→ la corrente è inversamente proporzionale a L'

→ posso descrivere gli effetti indotti dalla dipendenza di $L'(V_{os})$ con una approssimazione del primo ordine (maido Taylor) attorno a $\begin{cases} V_{os} = V_{os,SAT} \\ L' = L \end{cases}$

posso considerare la corrente come un flusso di cariche

$I_{os} \propto NV$ e' proporzionale alla densita' di cariche e alla loro velocita

$\rightarrow V$ aumenta se ho meno cariche perche' e' \propto al campo elettrico

$\rightarrow N$ diminuisce se il canale si restringe (o scompare)

$\rightarrow E$ aumenta perche' deve compensare l'assenza di cariche

per calcolare quindi l'aumento della I_{os} rispetto alla I_{os}^{SAT} faccio:

$$L'(V_{os}) = L'(V_{os}^{SAT}) + \frac{dL'}{dV_{os}} \Big|_{V_{os}=V_{os}^{SAT}} (V_{os} - V_{os}^{SAT}) + \dots \quad (\text{approx I ordine})$$

$$= \frac{1}{L} \left[1 - \frac{1}{L} \frac{dL}{dV_{os}} \Big|_{V_{os}=V_{os}^{SAT}} (V_{os} - V_{os}^{SAT}) \right]$$

pongo $\lambda = \frac{1}{L} \frac{dL}{dV_{os}} \Big|_{V_{os}=V_{os}^{SAT}}$ [V⁻¹] modulation channel coeff.

e definisco CHANNEL MODULATION VOLTAGE $V_A = \frac{1}{\lambda}$

ottengo così la corrente in REGIONE DI SATURAZIONE

$$I_{os} = I_{os}^{SAT} [1 + \lambda (V_{os} - V_{os}^{SAT})]$$

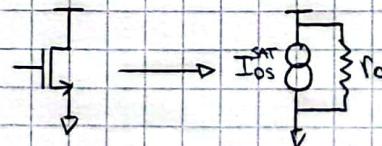
poiche' λ e' un parametro che dipende solo dalla geometria del mos

(da L e da L' che dipende da V_{os}), a parita' di V_{os} :

- + se lungo il mos e minore e' la variazione relativa della lunghezza

N.B. un mosfet che lavora in regione di saturazione puo' essere modellato come un generatore di corrente con una resistenza di out (ideale) pari a r_o |

$$r_o = \left(\frac{\partial I_{os}}{\partial V_{os}} \right)^{-1} = \frac{V_A}{I_{os}^{SAT}}$$



inversamente proporzionale alla corrente di bias
e direttamente proporzionale alla tensione di modulazione del canale V_A

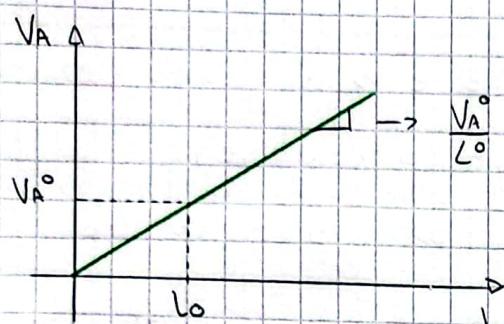
ho poi che V_A dipende linearmente da L (e puo' essere progettato e controllato)

$$V_A = \frac{V_{A^0}}{L^0} L$$

che per la nostra tecnologia valgono

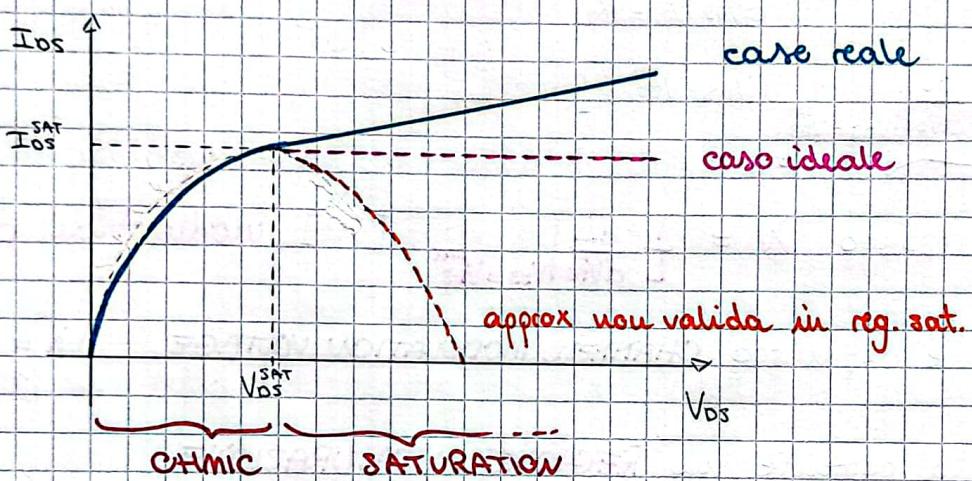
$$L_0 = 0,35 \mu\text{m}$$

$$V_{A^0} = 7 \text{ V}$$

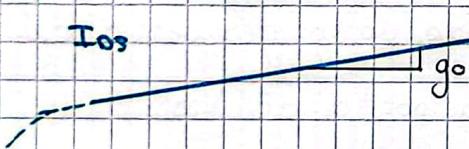


Se L raddoppia allora V_A raddop.
Se L e' minore allora V_A e' minore

quindi graficamente la corrente I_{os} (V_{bs}) e':



consideriamo la caratteristica in regione di saturazione:



la pendenza della retta vale

$$g_0 = \frac{1}{r_0}$$

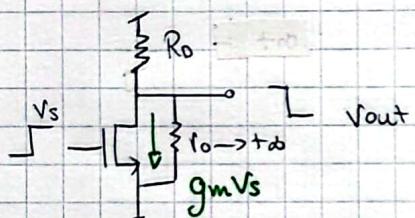
GUADAGNO

In saturazione la **TRANSCONDUTTANZA** è data da

$$g_m = \frac{\partial I_{os}}{\partial V_{gs}} = 2k(V_g - V_t) = \frac{2I_{os}}{V_{ov}} = 2\sqrt{kI_{os}}$$

dove V_{ov} è la tensione di overdrive $V_{ov} = V_g - V_t$

Se considero un MOS in common source ho che una perturbazione di V_g viene riportata all'uscita I :



$$V_{out} = -g_m R_o V_s$$

$$(R_o // r_o) \approx R_o \quad \text{per } r_o \gg R_o$$

e' il guadagno G

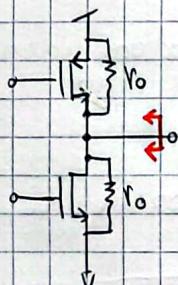
c'e' un modo per aumentare G ?

$$G = g_m R_o = \frac{2I_{os} R_o}{V_{ov}}$$

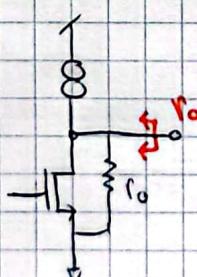
Voltage drop in dc

L'unico modo e' aumentare R_o : aumenta anche il drop e per non uscire in clippage deve aumentare il power supply \rightarrow dissipazione + potenza

\rightarrow altrimenti posso usare un generatore di corrente (ideale) e lo posso fare con un altro MOS (es. p-type)



$R_o = \frac{r_o}{2}$ e' un portatore: affinché R_o sia $= r_o$ posso aumentare r_o del MOS sopra (allungando L_o a 1 μm) in modo tale che si avvicini al caso ideale:



$$\Rightarrow |G| = g_m r_o \rightarrow G = g_m r_o \text{ e' il guadagno}$$

Massimo che posso avere: **MAXIMUM TRANSISTOR GAIN**

(lo ottengo quando $R_o \rightarrow +\infty$), oltre non posso avere a causa della resistenza di output del MOSFET

analizziamo come cambia G in funzione di altri parametri

$$G = g_m r_o = \frac{2 I_{os}}{V_{ov}} \cdot \frac{V_A}{I_{os}}$$
$$= \frac{2}{V_{ov}} \frac{V_A}{L^o} L \rightarrow \text{ma dipende dalla lunghezza}$$

il guadagno massimo non dipende da I_{os} (e anche da V_A , quindi)

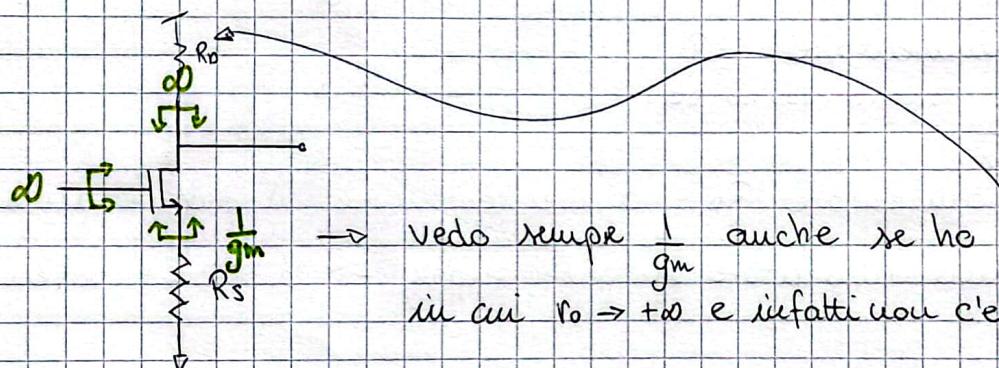
Ha senso cercare di aumentare il guadagno; non posso usare + amplificatori?

Si ha senso perché ogni ampl. introduce un polo che spesso non è voluto (soprattutto se sono molti poli ...)

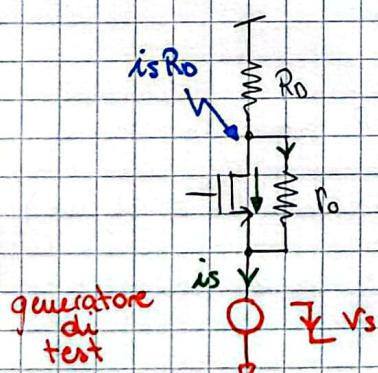
il guadagno è anche detto μ

• analizziamo 2 casi:

1)



2) e se ora ho anche il ponte con r_o ...? (r_o è finita ora)



- attraverso il transistor (generatore ideale di corrente) scorre $g_m V_s$

- che mi abbassa il volo di DRAIN di $i_s R_o$

$$\Rightarrow \text{attraverso } r_o \text{ scorre } \frac{V_s - i_s R_o}{r_o}$$

$$\Rightarrow i_s = g_m V_s + \frac{V_s - i_s R_o}{r_o}$$

$$\frac{V_s}{r_o} + g_m V_s = i_s \left(\frac{R_o}{r_o} + 1 \right)$$

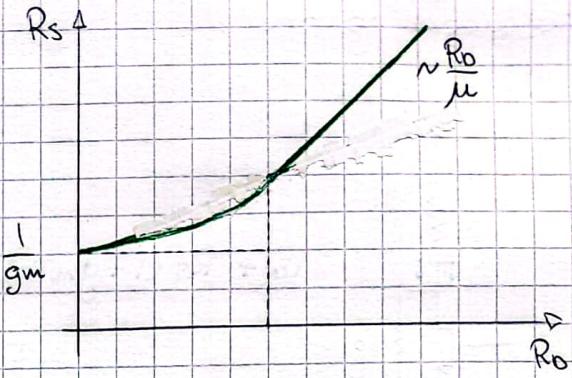
ottengo così

$$\frac{V_s}{i_s} = \frac{\frac{R_o}{r_o} + 1}{\frac{1}{r_o} + g_m} \Rightarrow$$

$$R_s = \frac{R_o + r_o}{1 + g_m r_o}$$

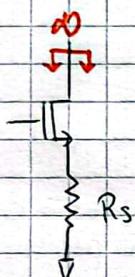
RESISTENZA VISTA DAL SOURCE

se $R_o \rightarrow 0$, allora $V_s \approx \frac{1}{g_m}$
 se $R_o = r_o$ " $V_s \approx \frac{2}{g_m}$
 se $R_o \gg r_o$ " $\frac{V_s}{I_s} \approx \frac{R_o}{M}$
 Max gain



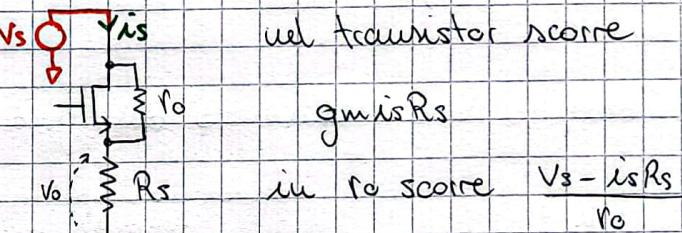
dall' altro lato ho che :

caso ideale con $r_o \rightarrow +\infty$:



ma con r_o :

caso reale con r_o finita:



ottengo analogamente a prima che:

$$V_o = I_s R_s \quad I_s = \frac{V_s - V_o}{r_o} - g_m V_o$$

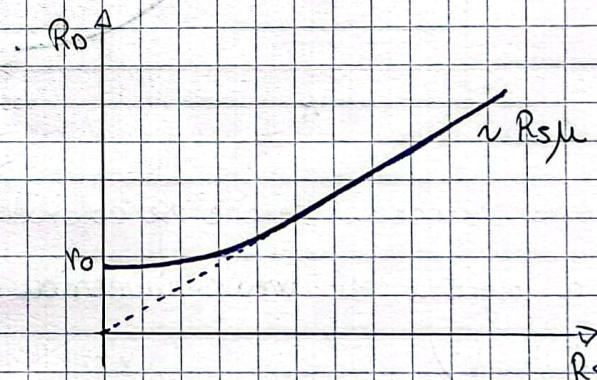
$$R_o = r_o + R_s (1 + g_m r_o)$$

RESISTENZA VISTA DAL DRAIN

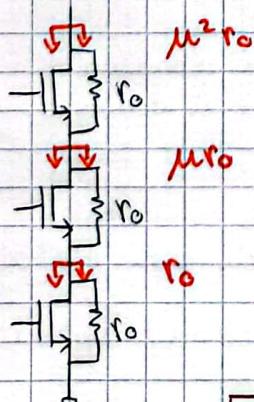
se $R_s \rightarrow 0$, allora $R_o \approx r_o$

se $R_s \gg r_o$, allora $R_o \approx R_s (1 + g_m r_o)$

(CASCODE)



mettendo uno sopra l' altro vari transistors ottengo una resistenza verso massa che e' data dal prodotto di r_o per il guadagno elevato al numero degli stadi che ho



$$R_{out} = r_o M^{(n-1)}$$

altrimenti non riesco
cio' ha un costo:

a fare bene il bias

devo aumentare la tensione di alimentazione

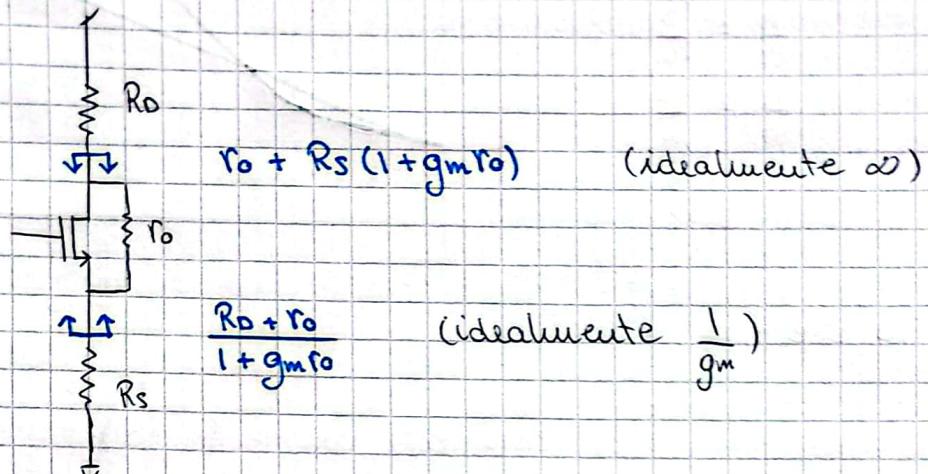
che si dice in saturazione

=> + potenza dissipata

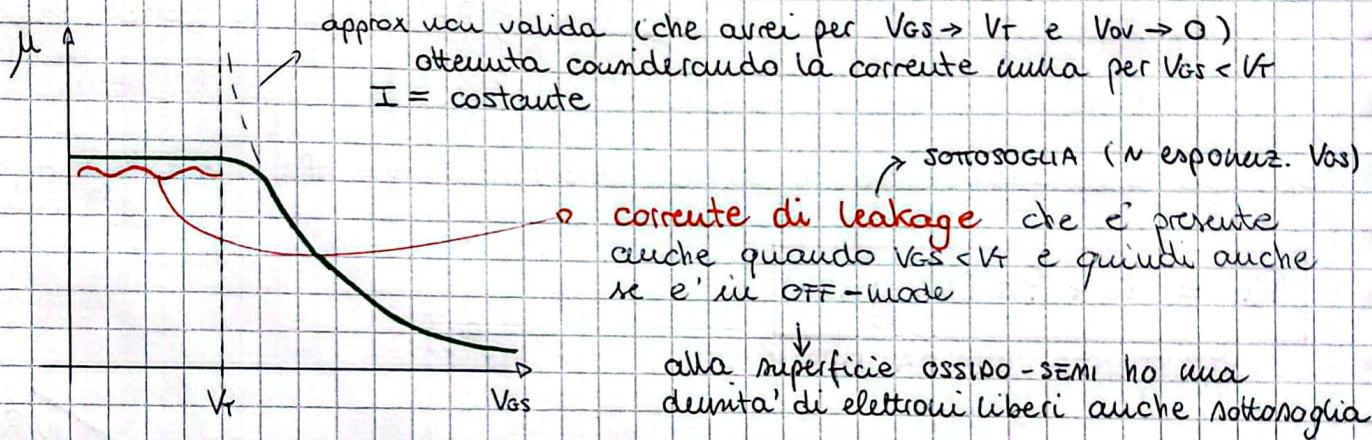
=> - dynamic range del segnale

con N transistori

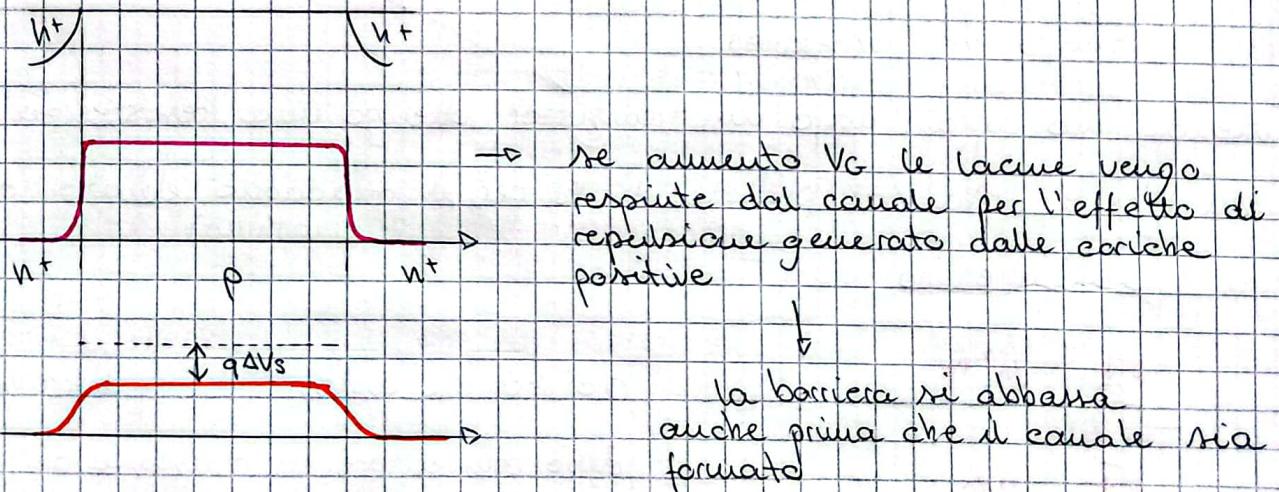
ricapitolando ho che :



Se grafico l' andamento del guadagno ho una funzione del tipo:

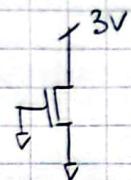


questo succede perché se consideriamo il gap (barriera) di potenziale nella regione di weak-inversion:

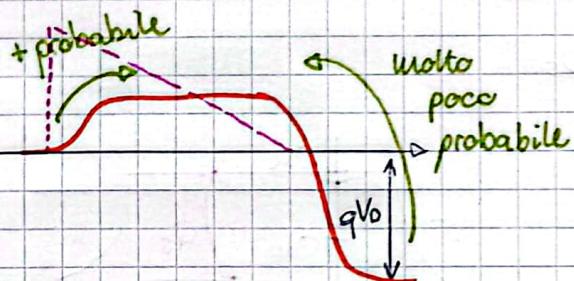


\rightarrow in weak-inversion ho una corrente molto bassa e quindi non c'è alcuna caduta ohmica significativa lungo il canale e il profilo del potenziale rimane abbastanza costante; tuttavia ho un gradiente di concentrazione degli elettroni (vedi Electron devices)

questo significa che se ho:



idealemente la corrente non dovrebbe scorre, in realtà scorre (in piccola portata) perché:



nel drain la barriera di potenziale diventa più alta e la probabilità che una carica la superi è quasi nulla; cosa non vera per l'altro lato

e quindi si genera una corrente di cariche non dovute al campo E ma al gradiente di concentrazione delle cariche nel canale

→ anche aumentando V_0 la barriera rimane

→ lacune/elettroni passano solo grazie all'energia termica

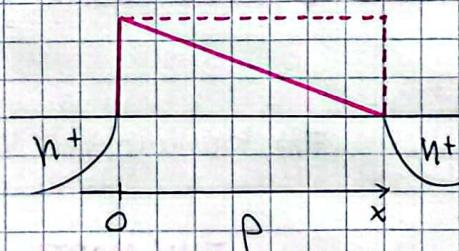
$$@ p\text{-side ho: } \begin{cases} n = \frac{n_i^2}{Na} e^{-\frac{q\phi_s}{kT}} \quad (\text{senza } \phi_s) \\ n = \frac{n_i^2}{Na} e^{-\frac{q\phi_s}{kT}} \end{cases}$$

$$\frac{kT}{q} = 25 \text{ mV}$$

se abbassiamo la barriera, il numero di e- che riesce ad attraversarla aumenta esponenzialmente

⇒ se la barriera è uguale, allora la densità è uguale da entrambi i lati perché la probabilità è la stessa

⇒ se aumento V_0 la densità assume forma triangolare



$$n(0) = n_0 e^{-\frac{q\phi_s}{kT}}$$

max @ S-SIDE

$$n(L) \approx 0$$

@ D-SIDE

corrente dovuta all'agitazione termica delle cariche

dalla Legge di Fick ricavo la corrente $I_{os} \propto qD_n \frac{n_0 e^{-\frac{q\phi_s}{kT}}}{L}$

e quindi ricavo che in OFF-state ha una corrente (di leakage)

$$I_{DS} = I_0 e^{\frac{q\phi_s}{kT}}$$

ϕ_s è la caduta di potenziale nel canale: non è costante e varia leggermente lungo x ed è una frazione di V_g

punto $I_0 = I^{th} e^{-\frac{q\psi_s}{kT}}$ e posso riscrivere I_{DS}

$$I_{DS} = I^{th} e^{\frac{q}{kT} (\phi_s - \psi_s)}$$

con $\psi_s > \phi_s$

corrente alla soglia

→ posso notare poi che lo strato di zonda e di dep. reg. sono due capacità in serie:

$$\begin{aligned} V_g \\ = C_{ox} \\ \Delta V_{dep} \quad (= C_{dep}) \\ \downarrow \end{aligned}$$

$$\boxed{C_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} A}$$

$$\boxed{C_{dep} = \epsilon_{ri} \frac{A}{W}}$$

per ricavarne $\Delta V_{dep} = V_g \frac{C_{ox}}{C_{ox} + C_{dep}} = \frac{V_g}{1 + \frac{C_{dep}}{C_{ox}}}$ dove

$$\boxed{n = 1 + \frac{C_{dep}}{C_{ox}}}$$

$$\Rightarrow \Delta \psi_s = \phi_s - \psi_s = \frac{V_g - V_T}{n} \text{ e quindi}$$

$$I_{DS} = I_{DS}^{th} e^{\frac{q}{n kT} (V_g - V_T)}$$

(è sempre un'approx. perché al variare di V_g anche lo spessore della dep. reg varia)



va bene x piccolo regolare!

La transcondutanza sotto la soglia vale:

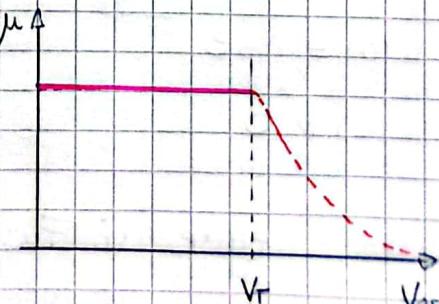
$$\frac{d \log I_{DS}}{d V_{GS}} = \frac{d}{d V_{GS}} \left(\frac{q(V_g - V_T)}{n V_m} \right) = \frac{q}{n V_m}$$

Ehz, Kummelacher, Vittoz (1995)

$$\Rightarrow g_m = \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_g} = \frac{q}{n k T} I_{DS}^{th} e^{\frac{q}{n k T} (V_g - V_T)}$$

EHV MODEL

e quindi $\mu = \frac{q}{n k T} I_{DS}^{th} \cdot \frac{V_A}{I_{DS}} = \frac{V_A}{n V_m} \quad (\neq +\infty)$



posso definire 3 regimi come nella seguente tabella:

	IC	V _{DS} → indica il range di Bias
WEAK INVERSION	< 0,1	< -0,1V
MODERATE INVERSION	0,1 < IC < 10	-0,1 < V _{DS} < 0,1V
STRONG INVERSION	> 10	> 0,1V

→ in prossimità della soglia esiste un regime di "crossover" tra quello di inversione forte e quello di weak-inversion

→ il regime intermedio è detto **moderate inversion**



alla maggior parte dei casi la polarizzazione ottimale per ottenere un ampio guadagno di tensione senza compromettere troppo la banda si trova proprio in questo regime

→ nella tabella i regimi vengono classificati a seconda del valore di I_C

IC: inversion coefficiente

$$IC = \frac{I_D}{I_S} = \frac{I_D}{2n\mu C_{ox} V_T^2 \frac{W}{L}}$$

corrente di drain @ BIAS

↓ corrente di saturazione

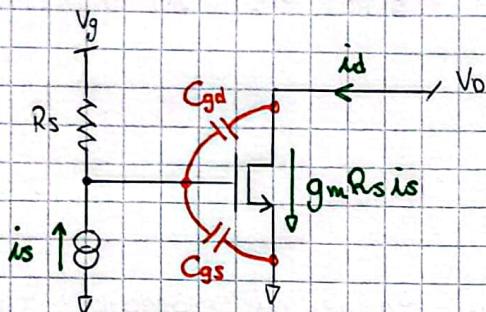
secondo il modello π KV, la transconduttanza nell'inversione moderata/debole è data dalla seguente relazione

$$g_m = \frac{I_D}{N V_T} \cdot \frac{2}{1 + \sqrt{1 + 4IC}}$$

esame 05/09/16

BANDA E FREQUENZA DI TAGLIO

consideriamo il seguente setup di misura:



Sono presenti delle capacità, come già visto in precedenza (quella substrato-drain non conta visto che è comune a due nodi equipot.).

$$C_{GS} = \frac{2}{3} Cox' WL = \frac{2}{3} Cox$$

che vale $5 fF \mu m^{-2}$

per il segnale C_{GD} e C_{GS} sono in parallelo \Rightarrow generano un polo a

$$f_p = \frac{1}{2\pi R_g (C_{GS} + C_{GD})}$$

trasf. unitario

$$GBWP = \frac{g_m}{2\pi (C_{GS} + C_{GD})} = f_T$$

che posso riscrivere come

$$f_T = \frac{2k' W L V_{ov}}{2\pi (C_{GS} + C_{GD})} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\mu}{L^2} V_{ov} = \frac{1}{2\pi} \frac{\mu}{L} \frac{V_{ov}}{L} = \frac{1}{2\pi} \frac{\mu}{L} = \frac{1}{2\pi} \frac{V_{drift}}{L} = \frac{1}{2\pi \tau_e}$$

$C_{GS} + C_{GD} \approx Cox' WL$

$$f_T = f_p \quad f_T \log f$$

mobilità campo medio nel chan.

transit time

\Rightarrow + corto è il canale maggiore e $f_T <$

\Rightarrow se l'impulso (es. rect) si spegne prima che la corrente raggiunga il

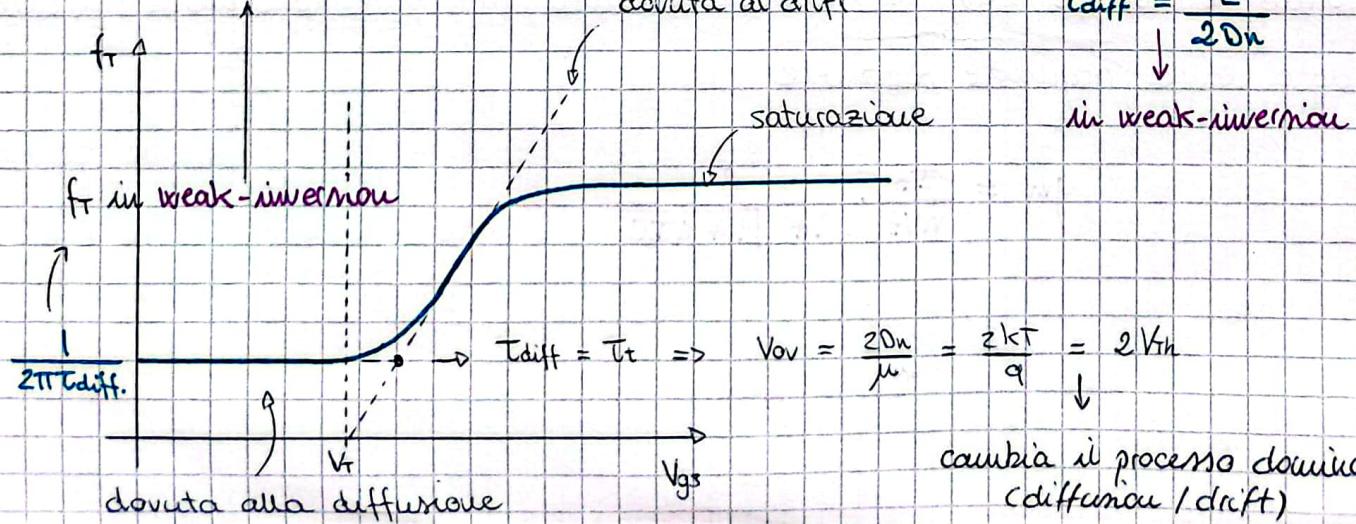
DRAIN, in un tempo T_t , allora essa non genera nulla in uscita

$$\begin{aligned} J_{n,diff} &= qD_n n(0)/L \rightarrow \text{corrente di diff.} \Rightarrow T_{diff} = \frac{Q'}{J_{n,diff}} \\ Q' &= q/2 n(0) \cdot L \rightarrow \text{carica e- per unit area} \end{aligned}$$

dovuta al drift

$$T_{diff} = \frac{L^2}{2D_n}$$

in weak-inversion



$$V_{ov} = \frac{2D_n}{\mu} = \frac{2kT}{q} = 2V_{th}$$

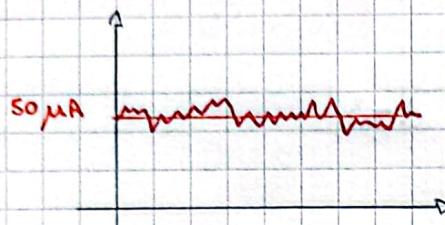
cambia il processo dominante (diffusione / drift)

ELECTRONIC NOISE

ogni carica, sopra allo ϕ_k , oltre alla velocità di drift ha sempre una componente dovuta alla temperatura che genera delle oscillazioni attorno al valore atteso di corrente o tensione

ha anche un disturbo che però posso eliminare ($d(t)$)

per cui vale la sovrapposizione degli effetti:

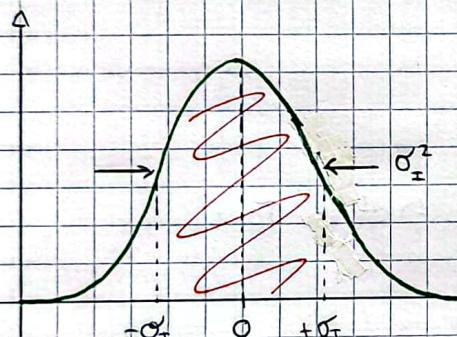


$$i_d(t) + n(t)$$

x definizione

e' imprevedibile perché
e dato da fluttuazioni statistiche rumore che ha $\langle n(t) \rangle = 0$

il rumore puo' essere analizzato con un approccio statistico: le ampiezze delle oscillazioni hanno una distribuzione gaussiana a valori medio nullo
(ce con parametri non dipendenti dal tempo)

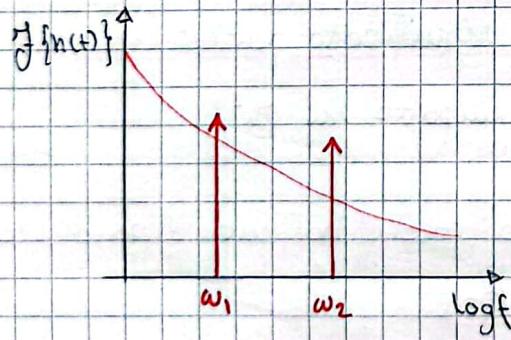


68% dei campioni (cade dentro)

$$\sigma_I^2 = \langle n(t)^2 \rangle \quad [A^2 \text{ oppure } V^2]$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \right)$$

Lo spettro di tale rumore e' dato da:



analizzo due componenti ω_1 e ω_2

$$A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2) + \dots$$

$$\langle [\circ]^2 \rangle$$

$$\langle A_1^2 \sin^2(\omega_1 t + \varphi_1) + A_2^2 \sin^2(\omega_2 t + \varphi_2) + 2A_1 A_2 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) \sin(\omega_2 t + \varphi_2) \rangle$$

$$= \frac{1}{2} A_1^2 + \frac{1}{2} A_2^2 + 0$$

potenza rumore

le armoeniche a freq. diverse sono ortogonali \Rightarrow valor medio nullo

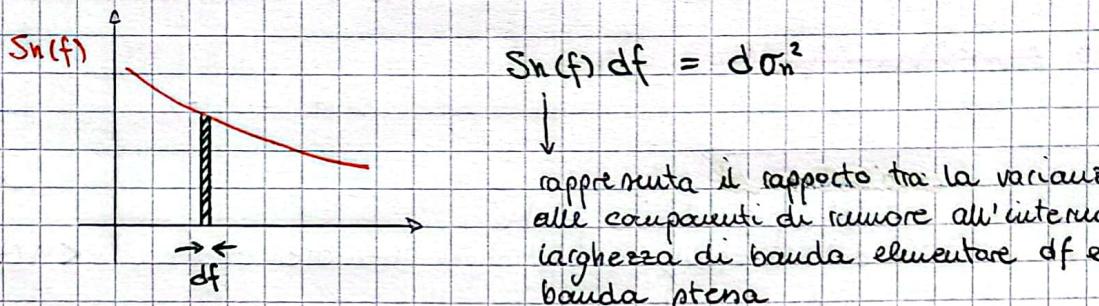
\Rightarrow la potenza del rumore e' data dalla somma delle potenze delle singole componenti ad egli frequenza

che nel caso di uno spettro continuo reale:

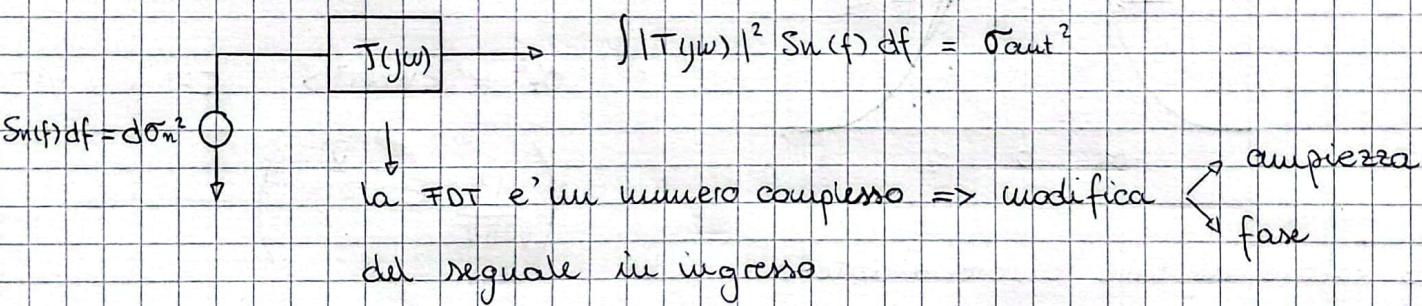
$$\sigma_n^2 = \langle n^2(t) \rangle = \langle x_1^2 \rangle + \langle x_2^2 \rangle + \dots = \int_0^{+\infty} S_n(f) df$$

dove $S_n(f)$ è definito come **POWER SPECTRAL DENSITY (PSD)** $[A^2 Hz^{-1}] \circ [V^2 Hz^{-1}]$

$\Rightarrow S_n(f) df$ è il contributo elementare di quella componente (infinitesima) al rumore:



posso modellare il PSD come un generatore ideale (di corrente o tensione) considerando sempre il σ_n^2 (QUADRATO!) perché $\sigma_n = 0$ e poi devo riferirmi alla potenza



\rightarrow per quanto riguarda il rumore la fase non ha significato perché siamo interessati alla potenza media ed essa non ha impatto su σ_n^2

$\rightarrow \sigma_n^2$ caratterizza l'ampiezza del rumore, ma perché ho una dipendenza anche dalla frequenza e' completo usare la PSD

\rightarrow vediamo di ricavare il rumore dei componenti elettronici e indagare la dipendenza dalla frequenza

Δ rumore di un resistore (è un caso di riferimento)

molti rapide
(sp) e quindi
wide-band

La legge di Ohm di un resistore è $v(yw) = R(yw)i(yw)$
analogo posso ricavarne l'equivalente per il rumore →

ho delle fluttuazioni dante
al moto Browniano degli e-
nel resistore

$$\text{in} \uparrow B \quad R \quad \text{out} \Rightarrow \langle i^2 \rangle |R(yw)|^2 = \langle v^2 \rangle$$

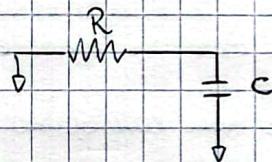
$$\int_{-\infty}^{\infty} S_I(f) df |R(f)|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_{\text{out}}(f) df$$

W

$$\Rightarrow \langle V_c^2 \rangle = \int_0^{+\infty} W \left| \frac{1}{1+j\omega\tau} \right|^2 df = \frac{W}{2\pi\tau} \int_0^{+\infty} \frac{1}{1+\omega^2\tau^2} d(2\pi f\tau) = \frac{W}{2\pi\tau} \tan^{-1} x \Big|_0^{+\infty} = \frac{W}{4\tau}$$

Voltage fluctuation
sul resistore

Se consideriamo la rete RC posta a temperatura T e se assumiamo di avere uno spettro costante nelle frequenze, allora:



→ prende energia dall'esterno e all'equilibrio
ho che la legge di Boltzmann mi fornisce
l'energia media immagazzinata:

→ dipende solo da V che nel caso del rumore è $\langle V_c^2 \rangle$
energia condensatore $E = \frac{1}{2} CV^2$ impongo $\Rightarrow \langle E \rangle = \frac{kT}{2}$

$$\Rightarrow \langle \frac{1}{2} CV^2 \rangle = \frac{kT}{2} \Rightarrow \langle V^2 \rangle = \frac{kT}{C} \stackrel{\text{impaga}}{=} \frac{W}{4\tau} \text{ con } \tau = RC$$

ho solo 1 grado di libertà

da cui esplicito il rumore di un resistore

$$W = S_V(f) = 4kTR$$

: IPOTESI WHITE

$$\Rightarrow \text{l'ampiezza delle fluttuazioni è } W \cdot \frac{1}{4RC} \Rightarrow \langle V_c^2 \rangle = \frac{S_V}{4\tau} = S_V \cdot ENBW$$

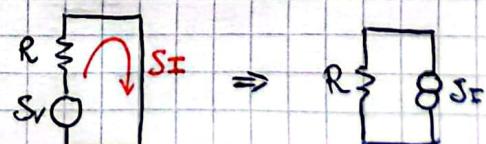
dove ENBW è l'equivalent noise bandwidth

che nel caso di una FOT a 1 polo vale $ENBW = \frac{\pi}{2} f_p$

Possa anche fare l'equivalente di Norton di $S_V(f)$ che otengo cortocircuitando i terminali

$$\Rightarrow \langle i^2 \rangle = \frac{S_V(f)}{R} = \frac{4kT}{R} [A^2 Hz^{-1}]$$

$\equiv S_I$



Δ rumore in un MOSFET che ha canale resistivo

$$I_{os} = 2k \left[(V_G - V_T) V_{os} - \frac{V_{os}^2}{2} \right] \rightarrow \text{considero prima la regione ohmica in cui il canale è uniforme con:}$$

$$G_{\text{channel}} = \frac{dI_{os}}{dV_{os}} = 2k \left[(V_G - V_T) - V_{os} \right]$$

$$R = \frac{1}{G_{\text{channel}}}$$

$$\text{all'origine } (V_{os}=0) \rightarrow G_{\text{chan}} \Big|_{V_{os}=0} = 2k(V_G - V_T) = g_m$$

↓

per noi, la conduttanza del canale la corrente media è 0, ma sono presenti e' uguale alla transconduttanza in comunque delle fluttuazioni attorno a tale valore saturazione ↓ per lo stesso overdrive

$$\Rightarrow S_I(f) = 4kT g_m \text{ (idealmente)}$$

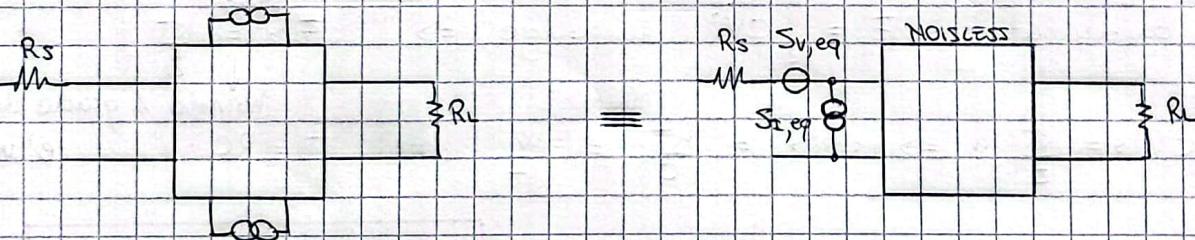
$$S_I(f) = 4kT \gamma g_m$$

e per noi $\gamma = 1$ ohmic

$$\gamma = \frac{2}{3} \text{ saturazione} \rightarrow \text{tiene conto della resistenza del canale non uniforme in saturazione } (L > 1 \mu\text{m})$$

$\gamma = 2$ per uno SHORT-CHANNEL

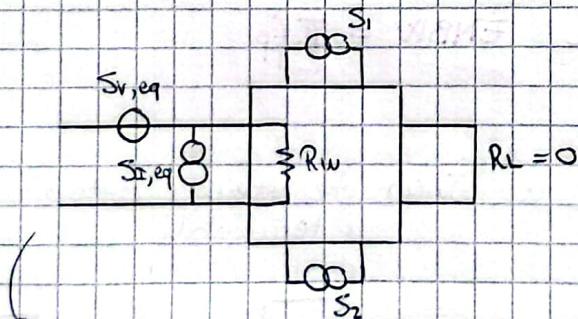
per una **2-PORTS NET** c'è un teorema che dice che se essa è rumorosa, allora la posso sempre modellare con una stessa rete non rumorosa e con due generatori d'ingresso, come segue:



e ho che S_V,eq e S_I,eq sono costanti $\forall R_s, R_L$

come calcoliamo S_V,eq ed S_I,eq ?

per comodità vedo un carico con $R_L = 0$ (tanto essi sono costanti)



se lascio aperto la corrente dipenderà solo da S_I,eq

e quindi:

$$S_{I,eq} |Z_{in}(j\omega)|^2 \cdot |T(j\omega)|^2 = S_{out}^\infty \text{ con 1 generatore}$$

$$S_{I,1} |Z(j\omega)|^2 |T(j\omega)|^2 + S_{I,2} |...| |...| = S_{out}^\infty \text{ con 2 generatori}$$

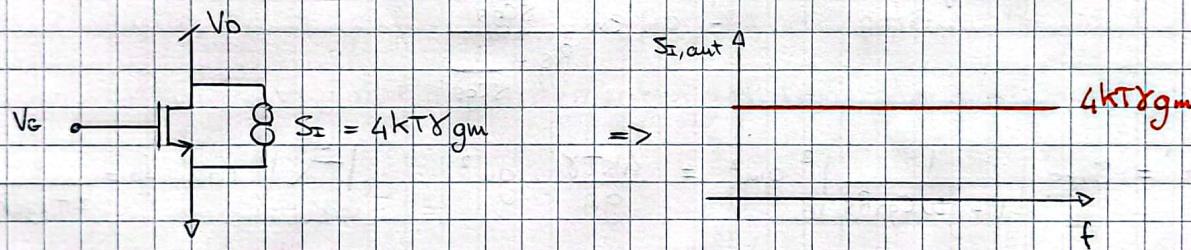
$$\Rightarrow S_{I,eq} = \frac{S_{out}^\infty}{|Z_{in}(j\omega)|^2 |T(j\omega)|^2}$$

per calcolarui $S_{V,eq}$, uso $R_L = \infty$ e cortocircuito l'ingresso (prima di $S_{V,eq}$);
e quindi:

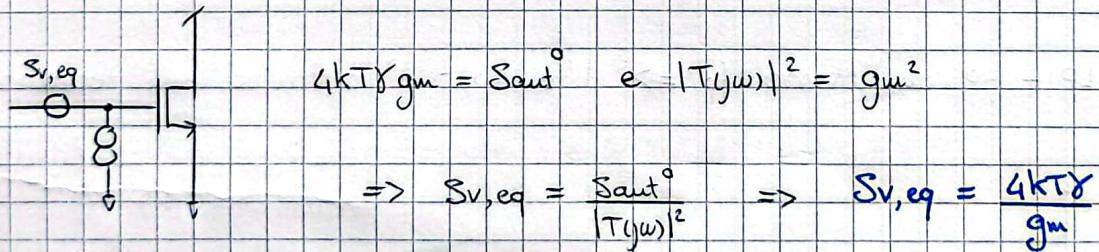
$$S_{V,eq} |T(j\omega)|^2 = S_{out}^\infty$$

$$\Rightarrow S_{V,eq} = \frac{S_{out}^\infty}{|T(j\omega)|^2}$$

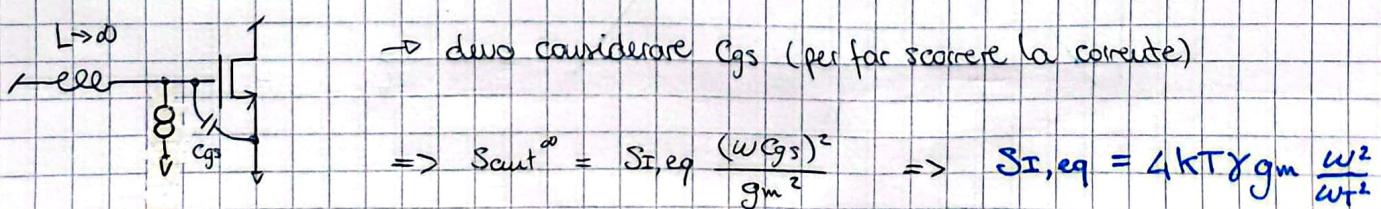
applichiamo questa cosa al MOSFET:



ora applico il teorema:



per il current gener. dovrei tenere l'input aperto, ma così facendo non riuscirei a settare il bias correttamente \Rightarrow uso un **CHOCK INDUCTOR** per settarlo e avere **altissima impedenza** (è analogo ad un aperto)



\Rightarrow ho un contributo in tensione costante (perché $V = \text{cost}$ mi da un assesta una $I = \text{cost}$)

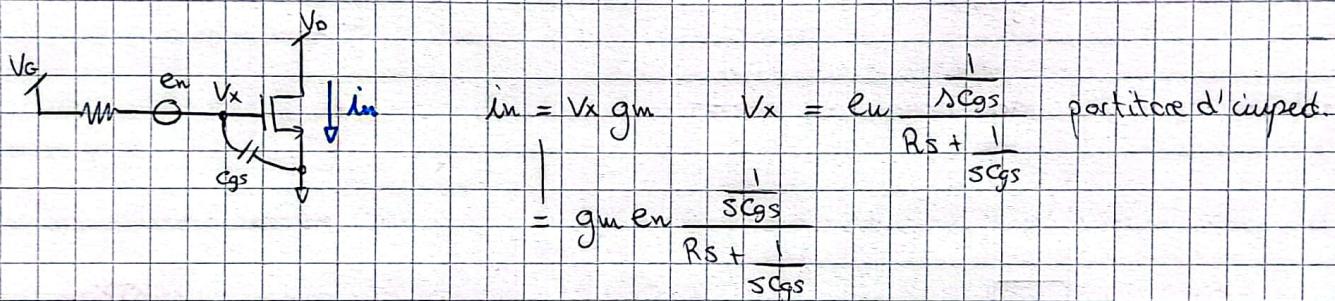
\Rightarrow ho un contributo in corrente che si "integra" su C_{GS} (la cui impedenza diminuisce con la frequenza) questo perché:

- il rumore di output è costante

- la capacità diminuisce la propria impedenza all'aumentare di f

- \Rightarrow il rumore di input deve **aumentare** in maniera proporzionale da aumentare l'effetto di diminuzione della "capacità" tale da avere un output costante!

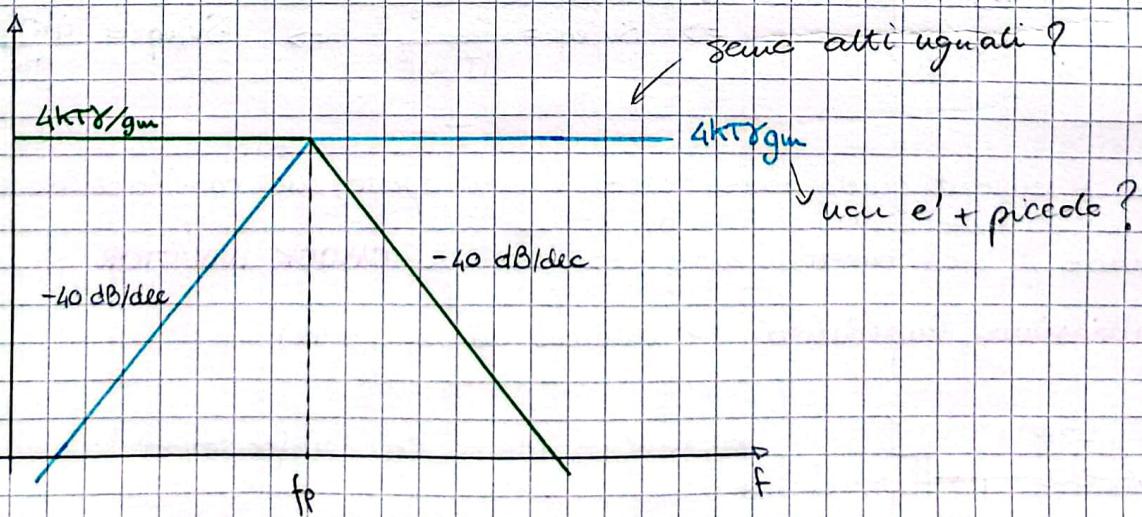
posso verificare il teorema:



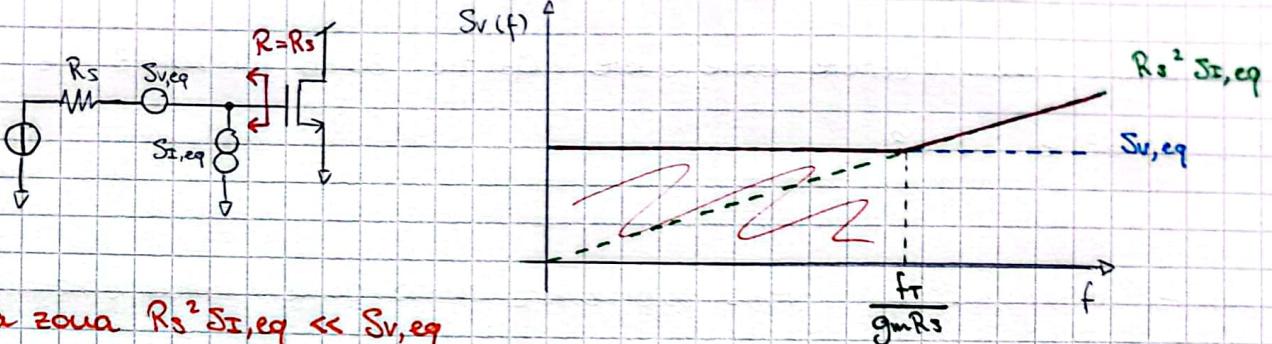
$$\Rightarrow S_{out}^1 = S_{v,eq} \left| \frac{1}{1 + j\omega C_{GS} R_s} \right|^2 g_m^2 = \frac{4kT\gamma}{g_m} \cdot g_m^2 \quad | \xrightarrow{\text{LPF}} | \text{ con } f_p = \frac{1}{2\pi C_{GS} R_s}$$

$$\Rightarrow S_{out}^2 = S_{r,eq} \left| \frac{R_s}{1 + j\omega C_{GS} R_s} \right|^2 g_m^2 = 4kT\gamma g_m \text{ per } \omega \rightarrow +\infty$$

\Rightarrow ho un LP + HP con stessa $f_p \Rightarrow$ l'output è costante e il teorema è valido.



La maggior parte delle volte il *input-referred current noise source* e' trascurato perche' a frequenze medio-basse e' molto inferiore del contributo in tensione

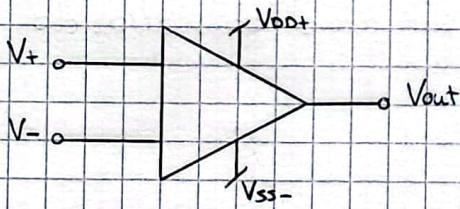


in questa zona $R_s^2 S_{i,eq} \ll S_{v,eq}$

$\Rightarrow S_v(f) = S_{v,eq}$ → per quasi tutte le frequenze di vostro interesse

COPPIA DIFFERENZIALE

Gli amplificatori differenziali sono molto usati come amplificatori e lo scopo e' quello di amplificare la differenza di potenziale fra i due terminali d'ingresso, indipendentemente dal loro potenziale medio rispetto a



$$V_d = (V^+ - V^-) \text{ differential signal}$$

$$V_{cm} = \frac{V^+ + V^-}{2} \text{ common mode signal}$$

Come ogni amplificatore deve avere $R_w \rightarrow +\infty$ e $R_{out} \rightarrow 0$ (idealmente)

Idealmente V_{cm} non deve essere trasferito all'output

$$\Rightarrow V_{out} = (V^+ - V^-) \cdot A$$

anche se in realtà ha sempre:

$$V_{out} = G_d V_d + G_{cm} V_{cm}$$

\downarrow \downarrow
differential common mode
gain gain

\Rightarrow il rapporto tra i gain e' un fattore di qualità chiave dell'amplificatore

tal fattore è detto COMMON MODE REJECTION RATIO (CMRR) e vale:

$$CMRR = \frac{G_d}{G_{cm}}$$

un buon amplificatore deve avere G_d tra 80 dB e 120 dB, e un CMRR tra 80 dB e 120 dB.

Moltre il segnale in ingresso può essere scritto come sovrapposizione tra un segnale di modo comune e uno differenziale:

$$V^+ = V_{cm} + \frac{V_d}{2}$$

$$V^- = V_{cm} - \frac{V_d}{2}$$

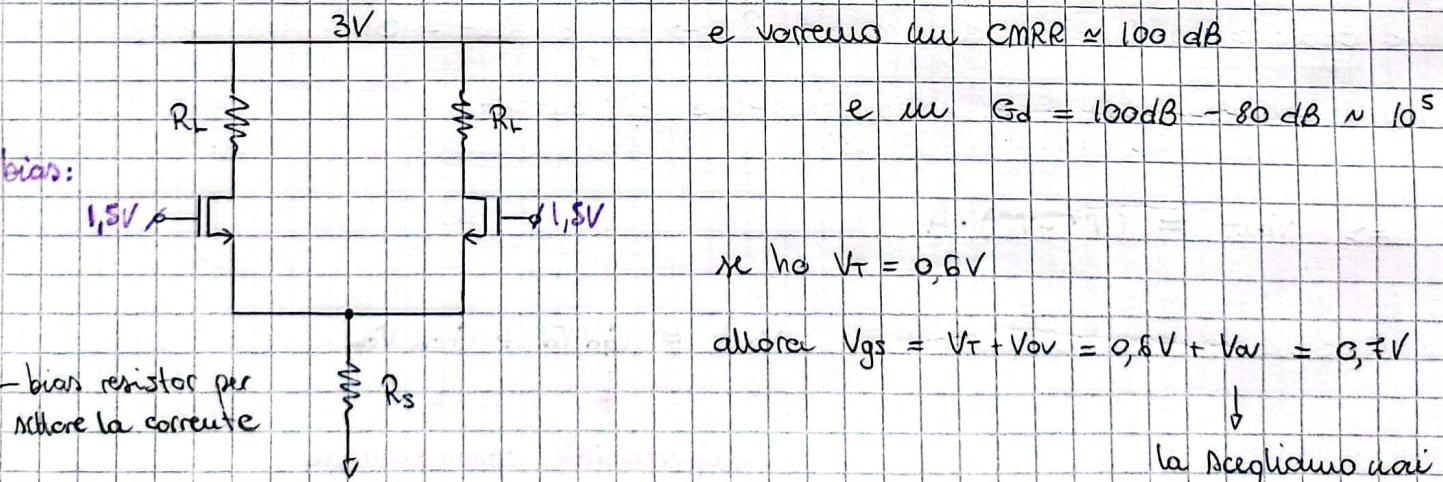
Un amplificatore differenziale è un dispositivo a **3 porte** (V^+, GND e V^-, GND) e out, GND), ma se $V_{cm} = 0$ allora degenera in uno a **2 porte** (V^+, V^- e out).

⇒ sotto l'ipotesi che CMRR sia molto grande allora è approssimabile in un dispositivo a due porte, allora posso usare il teorema sul rumore.

Per studiare un amplificatore differenziale, partiamo considerando il

DIFFERENTIAL STAGE

→ è lo stadio d'ingresso di un OTA



se $V_{ov} \uparrow$ abbiamo piccolo μ e larga f_T (buona)

se $V_{ov} \downarrow$ in grande μ e piccola f_T

} compromesso

$$\text{licava } g_m = \frac{2I}{V_b}$$

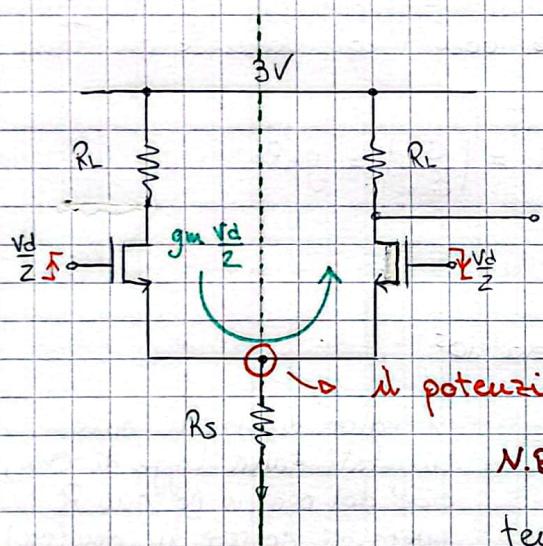
$$R_s = 16\text{k}\Omega$$

- perche' $V_{gs} = 0,7V$ e $V_g = 1,5V \Rightarrow V_s = 0,8V$ che e' la cdp su $R_s \Rightarrow I_{Rs} = 50\mu A$
- gli stage sono simmetrici $\Rightarrow I = 25\mu A$

- per avere un buon gain R_L deve essere larga, ma ha un vincolo perche'

$$V_{os} > V_{ov} \Rightarrow \Delta V \approx 2V \text{ e quindi}$$

$$R_L = \frac{2V}{50\mu A} = 80\text{k}\Omega \text{ (di piu' ricaderci nella dinamic region)}$$



lo stage e' simmetrico ed e' guidato da due segnali simmetrici

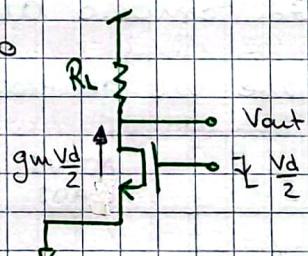
\rightarrow il potenziale del nodo tende a non variare (per simmetria)

N.B.: NON E' MASSA VIRTUALE \rightarrow e' ground solo per una tensione differenziale: per il common mode non e' massa virtuale (perde la simmetria)

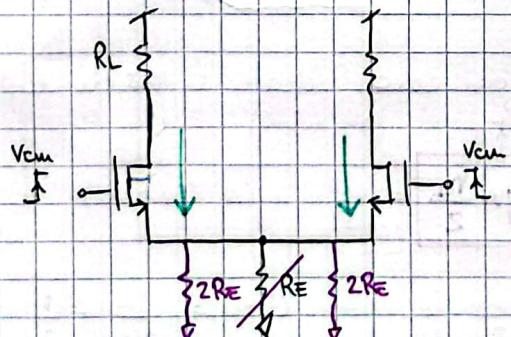
\Rightarrow possiamo ricordare l'analisi a rete

$$\Rightarrow V_{out} = g_m \frac{V_d}{2} R_L$$

$$\Rightarrow G_d = \frac{V_{out}}{V_d} = \frac{g_m R_L}{2}$$



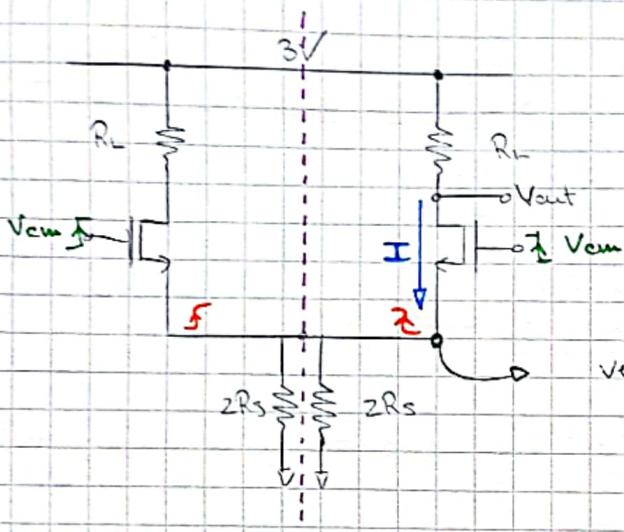
e per quanto riguarda G_m ? alziamo entrambi i nodi di input con V_{cm}



$$V_{cm} \left(2R_E + \frac{1}{g_m} \right)^{-1} \approx \frac{V_{cm}}{2R_E}$$

(chiamiamo $R_E = R_s$ d'ora in poi)

\textcircled{x} la massa virtuale ce l'ho ad un nodo, il quale tende a non variare il proprio potenziale, anche se stimolato, grazie al feedback (l'impedenza di nodo e' ∞)



al nodo di source avrò F
 \Rightarrow non ho corrente e posso tagliare

$$\frac{1}{g_m} \cdot \frac{V_{in}}{2R_s + \frac{1}{g_m}} \cdot \frac{1}{2R_s} = I$$

diretto solo questo lato con l'equivalente di Thévenin.

$$\Rightarrow \text{ottengo } G_{cm} = -\frac{R_L}{2R_s} \Rightarrow \text{e per CMRR} = \left| \frac{G_d}{G_{cm}} \right| = g_m R_s$$

calcoliamo i gain:

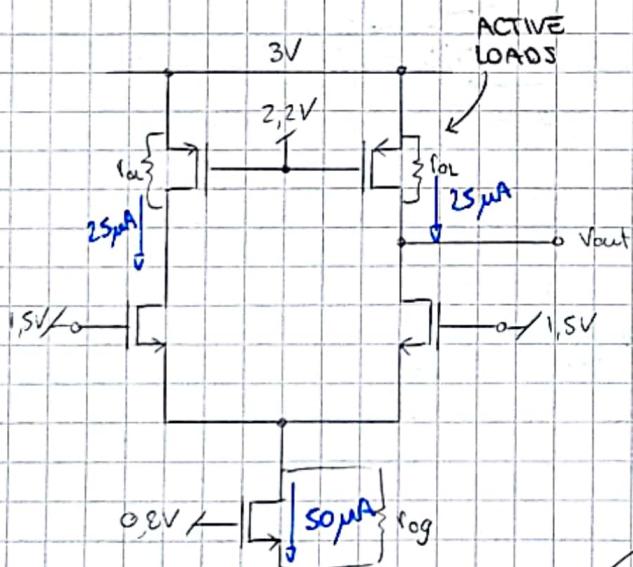
$$G_d = \frac{g_m R_s}{2} = \frac{2I_{RL}}{2(V_{in} - 0,8V)} \approx 20 \quad \text{molto lontano da } 10^5$$

$$G_{cm} \approx \frac{\Delta V_L}{\Delta V_S} = \frac{2V}{0,8V} = 2,5$$

$$\Rightarrow \text{CMRR} = \frac{20}{2,5} = 10 \rightarrow \text{le performance sono pessime!}$$

i valori massimi sono limitati dalla legge di Ohm, cioè dal drop in dc sui R (per non cadere in dinamica)

per aumentare G_d possiamo aumentare R_L senza aumentare il drop di tensione → uso un **generatore di corrente**, cioè un Transistor



(la stessa cosa per il common drain)

metto il bias considerando la corrente del case precedente

→ consideriamo ideali i mos di input

$$G_d = g_m \frac{R_{on}}{2} = \frac{\mu}{2} (N \cdot T_S / 100)$$

$$\Rightarrow V_{out} = \frac{V_{in}}{2} \frac{R_{on}}{R_{og}} \Rightarrow G_{cm} = \frac{R_{on}}{2R_{og}} \approx \frac{1}{2}$$

per aumentare il gain devo aumentare la lunghezza del transistore

posso ancora incrementare le prestazioni aggiungendo un ulteriore MOS verso

massa \Rightarrow la R_S diventa da s_0 a μs_0

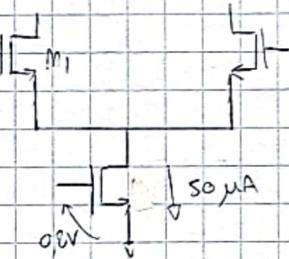
$\Rightarrow G_{cm} = \frac{V_{os}}{2 \cdot \mu s_0}$ \Rightarrow il CMRR aumenta usando un ACTIVE LOAD anche al posto del resistore di tail

però abbiamo anche dei problemi :

(M3)

\Rightarrow ho raggiunto un buon trade-off che potrei migliorare ad esempio se $V_g = 100\text{mV}$, magari con una struttura a cascode (ma dissipando + potenza...)

①



$$\Rightarrow s_0 \mu A = k' \left(\frac{W}{L} \right) V_{ds}^2$$

? //

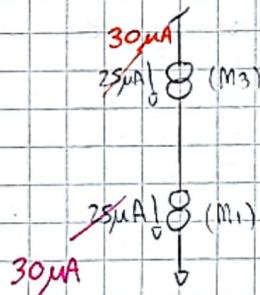
$$\Rightarrow s_0 \mu A = k' \left(\frac{W}{L} \right) V_{ds}^2$$

} e qui non ho problema

(e pari alla metà di quella del tail)

\Rightarrow il problema è nei due transistori di sopra (che sono p) e la corrente deve essere uguale \rightarrow è difficile avere esattamente lo stesso $\frac{W}{L}$: ci sono fluttuazioni, in produzione, attorno al valore nominale

\Rightarrow ottengo un bias diverso per i due rami ①



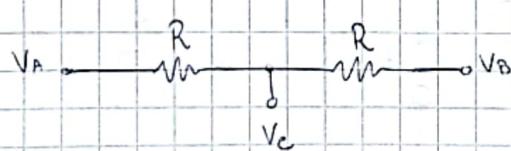
\rightarrow se ho che le correnti sono uguali ok, ma se differiscono anche di poco allora il nodo aumenta

di potenziale e la V_{ds} di M3 scende

\Rightarrow il transistor tende a scendere in regione dinamica procedendo meno corrente (fino ad arrivare a 25)

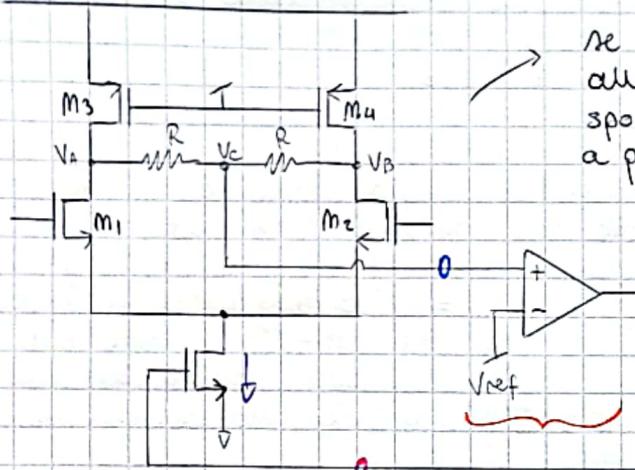
\rightarrow ma se succede il contrario: la corrente è meno, allora il nodo scende e M1 va in ohmic per bilanciare la corrente

\rightarrow per risolvere il problema devo introdurre un **FEEDBACK** che "miruri" il nodo V_A e V_B (pag. succ.) e faccia la media:



N.B.: questo differenziale NON È' SINGLE-ENDO! (l'output è differenziale)

COMMON MODE FEEDBACK

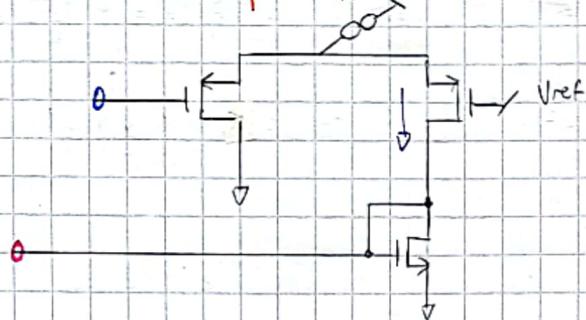


transcond. cala \Rightarrow degrada G
 se I_3 e I_4 sono minori di $25\mu A$
 allora i vodi di drain scendono
 spostando M_1 e M_2 in ohmica e fiso
 a portare anche il tail in ohmica
 o lo compare col valore atteso

e agisce sul gate per correggere
 un eventuale errore

\Rightarrow questa e' l'idea

e' un ampl. differenziale



\Rightarrow questa struttura e' detta FULLY DIFFERENTIAL STRUCTURE

infatti: se $V_A \neq V_B$ allora $V_c \neq 0$ e diventa maggiore di V_{ref}

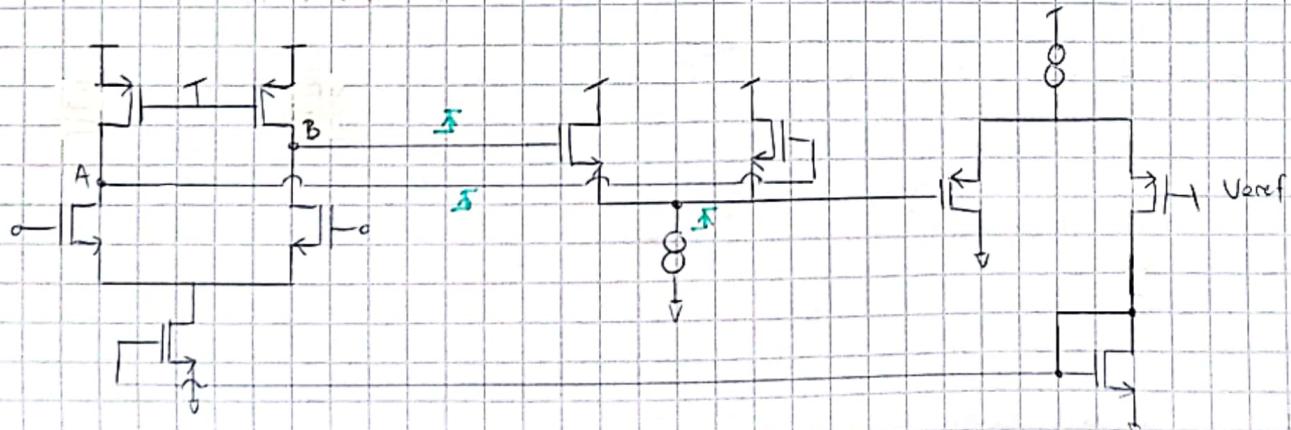
\Rightarrow scorre + corrente che grazie al mirror si riflette nel mos di bias e riporta in basso V_A e V_B (grazie al feedback)

(*) se guardiamo il circuito con V_{cm})

per il regolare differenziale anche V_c e' nel "centro della simmetria" e quindi $V_c = 0$ (come visto prima per i source)

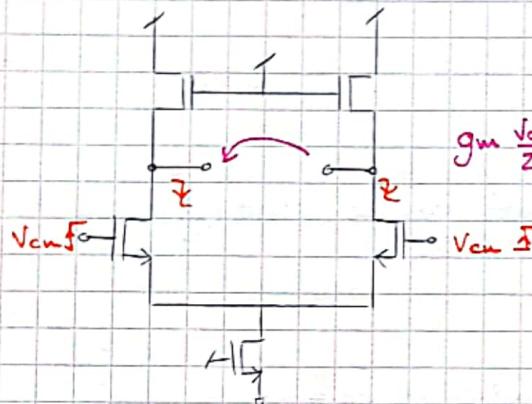
\Rightarrow dall'aut vedo anche R nel parallelo \rightarrow puo' generare un problema

\Rightarrow e' meglio cambiare struttura: posso fare il reverse di V_A e V_B con alta impedenza, ad esempio:



ma perche' due considerare l'output nello sul secondo ramo?

In realtà potrei anche considerare:

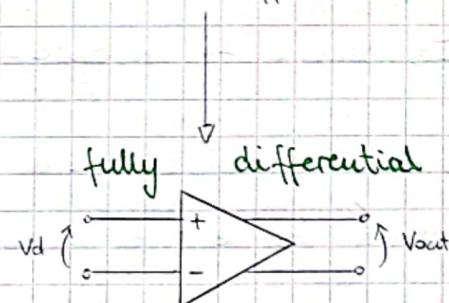


$$g_m \frac{V_d}{2} \frac{R_o}{2} \cdot 2 \text{ per il segnale differenziale } (G_d = \frac{g_m R_o}{2})$$

Allora nel caso di V_{in} non ho alcun output: uso la differenza $\Rightarrow G_{in} = 0$

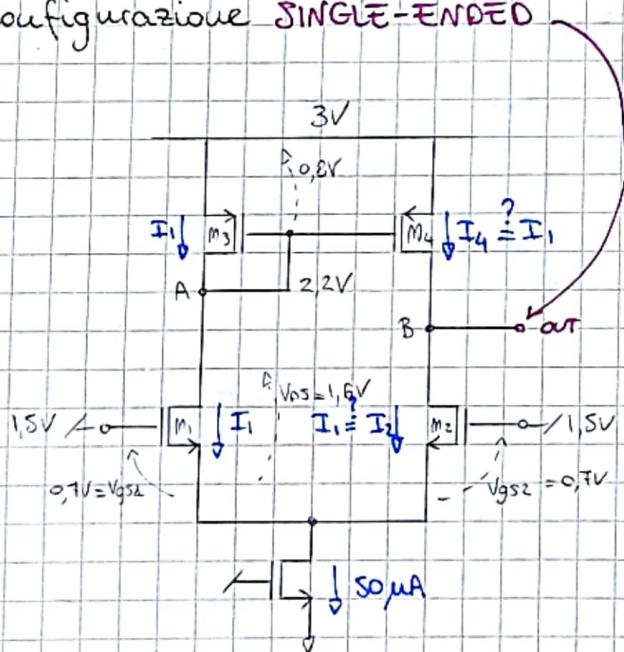
Riassumendo:

	G_d	G_{in}	CMRR
diff active load	$\frac{\mu}{4}$	$n \frac{1}{2}$	$\frac{\mu}{2}$
fully diff.	$\frac{\mu}{2}$	0	∞



=> tale configurazione sarà trattata nell'esame di Mixed-Signal l'anno prossimo.

Noi useremo il differential stage con il CURRENT MIRROR che è una configurazione SINGLE-ENDED.



$$I_{DS} = 2k' \left(\frac{W}{L} \right) (V_D - V_T)^2 (1 + \lambda (V_{DS} - V_{DS}^{sat}))$$

- Se $V_B < V_A$ allora $I_4 > I_1$ (la V_{DS} è >)

allora $I_2 < I_1$ (la V_{DS} è <)

- Se $V_B > V_A$ allora $I_4 < I_1$

allora $I_2 > I_1$

=> entrambi non possono essere dei punti di lavoro perché la corrente in uno stesso ramo deve essere uguale

=> il circuito ha un solo punto di lavoro possibile che è $V_A = V_B$

e in questo caso avrò che:

$$I_4 = I_1 \rightarrow \text{la stessa corrente è specchiata dall'altra parte}$$

$$I_2 = I_1$$

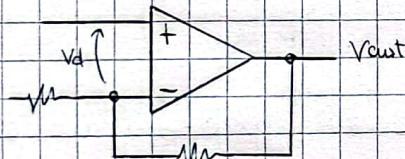
Questo è l'unico punto di lavoro possibile...

Anche in questo caso ho considerato i transistori con lo stesso (W/L), ma ne sarà
meno forte:

$$I_1 = I_3 \text{ sempre} \rightarrow \text{si autobilanciano anche se } M_1 \neq M_3$$

ma se $M_3 \neq M_4$ allora il modo di out è critico ($I_4 \neq I_2$) anche se M_4 e M_3
hanno la stessa V_{GS} (e pure se anche $M_1 \neq M_2$) \rightarrow va verso Vero o Verso GND

ma gli amplificatori differenziali vengono SEMPRE usati con il feedback

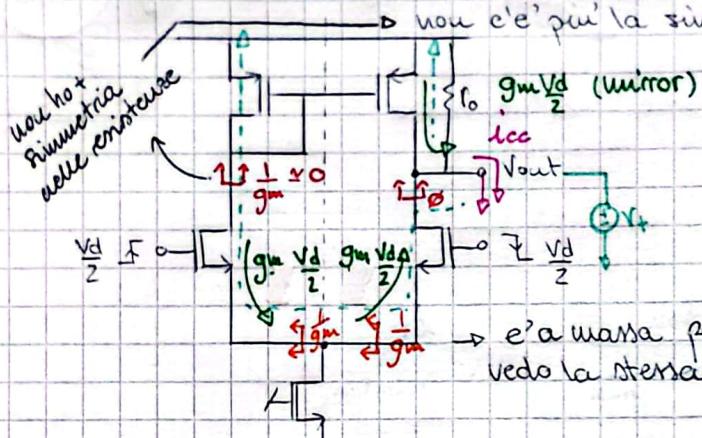


\rightarrow quando accendiamo l'amp allora
potrei avere $V_{out} \approx V_{in} \Rightarrow$ anche $\frac{V_d}{2}$ sarà
elevato $\Rightarrow M_2$ aumenterà la corrente per
abbassare il modo di V_{out}

\rightarrow il feedback farà sempre sì che l'errore sarà trascurabile

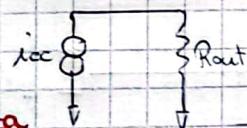
\rightarrow il feedback mi genererà un **OFFSET**, causato dalla variazione del modo
invertente in ingresso

Calcoliamo i gain:



non c'è più la simmetria, devo fare un'analisi diversa e non posso dire che il modo al quale non varia con un po' di differenziazione

proviamo a fare l'eq. di Vout:



$$\Rightarrow i_{cc} = g_m \frac{Vd}{2} + g_m \frac{Vd}{2} = g_m Vd$$

$$\text{mentre } R_{out} = \frac{r_o (1 + g_m \cdot \frac{1}{g_m})}{g_m} \approx 2r_o$$

resistenza
al source di M2

non c'è $\frac{2}{3} r_o \parallel$ c'è il mirror che ha r_o

sopra una rete
in

\rightarrow perché non c'è $2r_o \parallel r_o$

della
se fissi la tensione V_{dd} e faccio dall'alto
resistenza g_m logo

$$\Rightarrow r_o \parallel \frac{1 - (-1)}{1 - (-1)}$$

quindi quando usciamo V_{dd} su Vout la corrente è $\frac{V_d}{r_o}$ che va verso il basso

ma grazie allo specchio V_{dd} che la vera corrente è $2 \cdot \frac{V_d}{r_o} \Rightarrow \frac{V_d}{r_o}$ che è l'equiv.

di dire che la resistenza vista è la metà (infatti

$$\frac{r_o}{1 - (-1)} = \frac{r_o}{2}$$

Gloop

$$\Rightarrow R_{out} = \frac{r_o}{2}$$

$$\Rightarrow V_{out} = g_m Vd \frac{r_o}{2} \Rightarrow G_d = g_m \frac{r_o}{2} = \frac{\mu}{2}$$

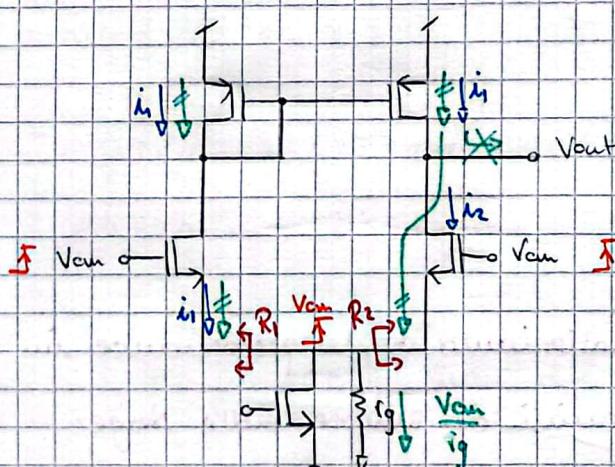
per quanto riguarda il G_{mM} :

oppure
(dico riccostruire
l'impedenza)

$$\frac{V_{dd}}{1 - G_{loop}}$$

e considerare la i_{cc} ,
variabile che inietto
idealemente $G_{mM} = 0$

$$\frac{-r_o}{r_o + 2r_o}$$



La corrente si sputta secondo le R_1 , R_2

$$i_1 = \frac{V_{in1} - V_{in2}}{R_1 + R_2}$$

$$i_2 = \frac{V_{in1} - V_{in2}}{R_1 + R_2}$$

$$\Rightarrow i_{out} = i_{cc} = i_1 - i_2 = \frac{V_{in1} - V_{in2}}{R_1 + R_2} \frac{R_2 - R_1}{R_2 + R_1}$$

$$R_1 = \frac{r_o \parallel g_{mM}}{1 + g_m r_o}$$

$$R_2 = \frac{r_o}{1 + g_m r_o}$$

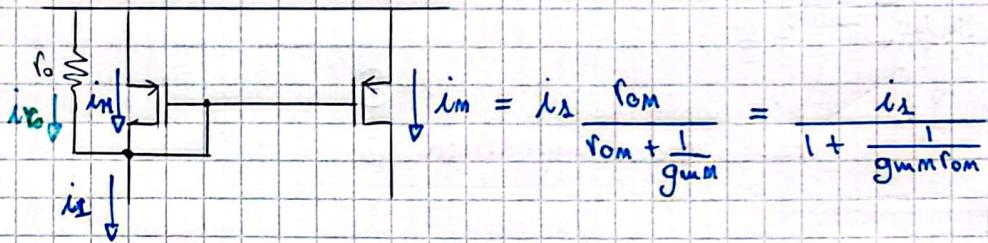
$$\left. \right\} R_2 - R_1 = \frac{r_o - r_o - \frac{1}{g_{mM}}}{1 + g_m r_o} = \frac{-\frac{1}{g_{mM}}}{1 + g_m r_o}$$

restituendo:

$$i_{cc} = \dots = -\frac{V_{cm}}{rg} \frac{\frac{1}{g_{mm}}}{2f_{low} + \frac{1}{g_{mm}}} = -\frac{V_{cm}}{rg} \frac{\frac{1}{g_{mm}}}{2f_{low}} = -\frac{V_{cm}}{2rg} \frac{1}{g_{mm}} \quad \text{trasc.}$$

E
e' Verone!

la corrente specchiata e' quella che passa nel transistor:



=> anche trascurando la assimetria avro' una corrente che sera'

$$\text{"net current"} = i_s - i_s \left(\frac{1}{1 + \frac{1}{g_{mm}r_{om}}} \right) \quad (\text{che' e' opposta a } i_{cc})$$

$$\Rightarrow \frac{V_{cm}}{2rg} \left[1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{g_{mm}r_{om}}} \right] \approx \frac{V_{cm}}{2rg} \left[1 - 1 + \frac{1}{g_{mm}r_{om}} \right] = \frac{V_{cm}}{2rg} \frac{1}{g_{mm}r_{om}} \quad E$$

adesso pongo $R_1 = R_2$
e quindi ho partizione $\frac{1}{2}$

↪ errore!

=> ho un ERRORE TOTALE

$$E = \frac{1}{g_{mm}r_{low}} + \frac{1}{g_{mm}r_{om}} \quad N \frac{Z}{\mu}$$

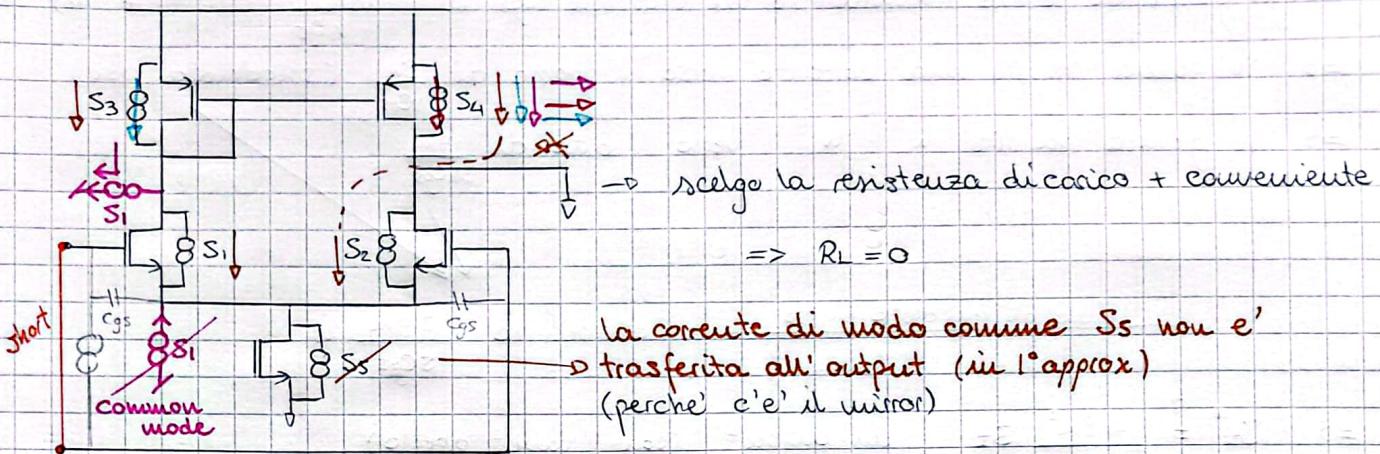
$$\Rightarrow inoltre ho che G_{cm} = \frac{i_{cc,real}}{V_{cm}} = \frac{1}{2rg} \cdot \frac{V_o}{Z} = \frac{1}{2rg} \frac{Z'}{\mu} \frac{V_o}{Z} = \frac{1}{2\mu}$$

=> ricapitolando:

	G_d	G_cm	CMRR
diff. active load	$\frac{\mu}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\mu}{2}$
fully diff.	$\frac{\mu}{2}$	0	0
diff. curr. mirror	$\frac{\mu}{2}$	$\frac{1}{2\mu}$	μ^2

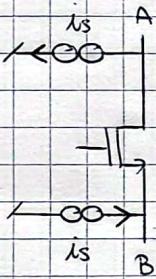
analizziamo ora le performance in termini di rumore dello stage

Calcoliamo prima il rumore all'output: (consideriamo lo stage come 2 parte)

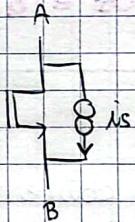


$$S_{\text{out}} = S_3 + S_4 + S_1 + S_2$$

per S_1 e S_2 usiamo il teorema dello split della corrente:



e' equivalente a



e lo uso per S_1 che divide in due contributi di cui uno trascurabile perché di modo comune (come S_5) e l'altro invece specchiato all'output (analogo vale per S_2)

$$\begin{aligned} S_I^{\circ} &= 4kTg_{m1} + 4kTg_{m2} + 4kTg_{m3} + 4kTg_{m4} \\ &= 8kTg_{mW} + 8kTg_{mM} = 8kTg_{mW} \left[1 + \frac{g_{mM}}{g_{mW}} \right] \end{aligned}$$

$$\Rightarrow S_V = \frac{S_I^{\circ}}{g_{mW}^2} \quad \text{e' l' input referred voltage noise} -$$

$$S_V = \frac{8kT}{g_{mW}} \left[1 + \frac{g_{mM}}{g_{mW}} \right]$$

$$\frac{V_{ov,W}}{V_{ov,M}}$$

per ridurre il rumore e' meglio avere $V_{ov,W} < V_{ov,M}$!

ora troviamo il S_I (all'input) lasciando floating l'input ---

se il generatore e' is allora ho un drop su C_{GS} di $is \frac{1}{C_{GS}}$ di M_1 (e M_2)

\Rightarrow Mi genera su M_1 una corrente verso il basso di $\frac{g_m}{1C_{GS}}$ (specchiata poi)

\Rightarrow Mi genera su M_2 una verso l'alto di $\frac{g_m}{1C_{GS}}$

elvo al quadrato per R_{SD}

all'output ho $\frac{2g_m}{3C_{GS}} is$

$$\Rightarrow S_I^{\infty} = \frac{4g_m^2}{\omega^2 C_{GS}^2} S_I \quad \text{all'output (con l'input aperto)}$$

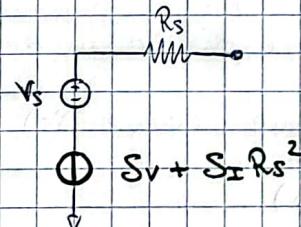
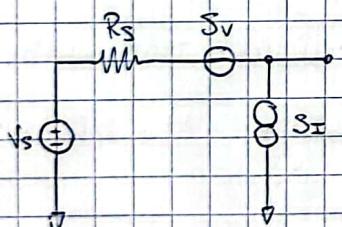


ma l'output noise e' la stessa di prima (non cambia se ho open/short)

e quindi mi ricavo input referred current noise

$$S_I = 8kTg_m [1 + \frac{V_{AVR}}{V_{AVM}}] \frac{\omega^2}{4\omega_r^2}$$

ora rappresentiamo la rete commessa all'amp. con Thévenin:

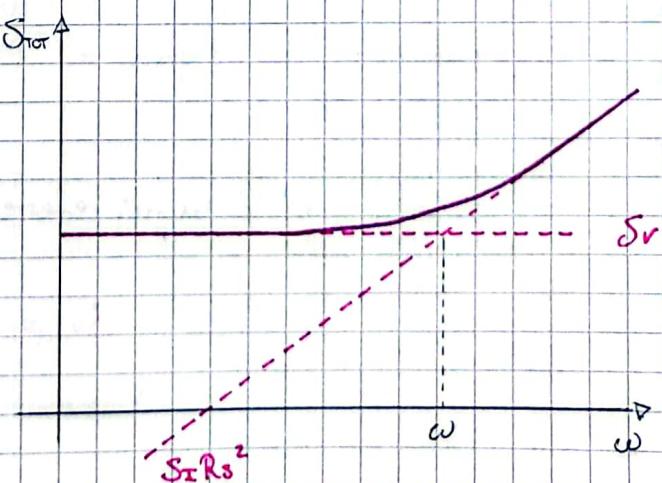


confrontando S_I e S_v ho che

$$S_I = \dots = S_v (g_m R_s)^2 \frac{\omega^2}{4\omega_r^2}$$

$$\text{e sono uguali se } \omega = \frac{2\omega_r}{g_m R_s}$$

\rightarrow noi non considereremo mai S_I !

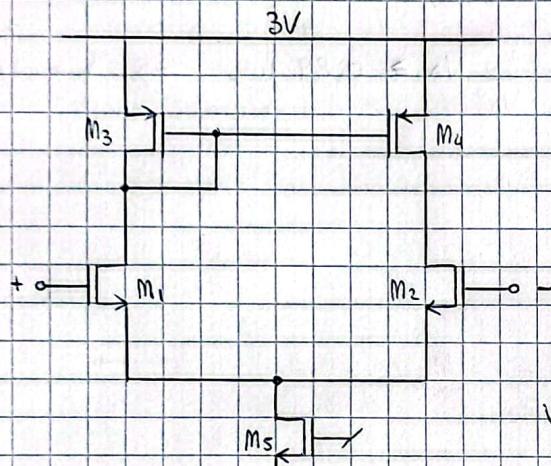


TWO STAGE CMOS AMPLIFIER

Consideriamo un caso pratico di un amplificatore che abbia

$$\left\{ \begin{array}{l} G_d = 90 \text{ dB } (n3 \cdot 10^4) \\ CMRR = 90 \text{ dB } (\text{almeno}) \\ S_V < (5 \text{ nV Hz}^{-\frac{1}{2}})^2 \end{array} \right.$$

\Rightarrow per prima cosa facciamo il -sizing:



impostiamo il bias tramite il rumore

$$\begin{aligned} S_V &= \frac{8kT\gamma}{g_{m1}} \left(1 + \frac{V_{ov,w}}{V_{ov,m}}\right) \\ g_{m1} &= 1 \mu\text{A V}^{-1} \\ &= (4,7 \text{ nV Hz}^{-\frac{1}{2}})^2 \left(1 + \frac{V_{ov,w}}{V_{ov,m}}\right) \end{aligned}$$

ma se scelgo $V_{ov,w} = 0,1 \text{ V}$ e $V_{ov,m} = 0,2 \text{ V}$ allora

$$\left(1 + \frac{V_{ov,w}}{V_{ov,m}}\right) = 1,5 \Rightarrow \text{mi conviene scegliere } g_{m1}$$

$$g_{m1} = 1,5 \mu\text{A V}^{-1} \text{ così semplifico la parantei}$$

$$\Rightarrow S_V = \frac{8kT\gamma}{1,5 \mu\text{A V}^{-1}} \cdot 1,5 = (4,7 \text{ nV Hz}^{-\frac{1}{2}})^2 < (5 \text{ nV Hz}^{-\frac{1}{2}})^2$$

$$\text{ricavo il bias da } g_{m1} = g_{m2} = \frac{2I}{V_{ov}} \Rightarrow I = 75 \mu\text{A} = I_1 = I_2$$

$$\Rightarrow I_S = 2I = 150 \mu\text{A}$$

$$(\text{per } M_5 \text{ uso } V_{ovs} = 0,2 \text{ V})$$

$$\text{sappendo che } k'n = \mu_n C_{ox} = 50 \mu\text{A V}^{-2}$$

$$k'p = \mu_p C_{ox} = 25 \mu\text{A V}^{-2}$$

posso ricavarmi i fattori di formula:

$$\frac{W}{L} \Big|_{2e2} = \frac{I_{1e2}}{k'n V_{ov}^2} = 150$$

$$\frac{V_o}{I_{1e2}} = \frac{V_A}{I} = \frac{200}{(0,35)} \cdot \frac{1}{75} = 267 \text{ k}\Omega$$

$$\frac{W}{L} \Big|_{3e4} = \frac{I_{1e2}}{k'p V_{ov}^2} = 75$$

$$\frac{V_o}{I_{3e4}} = \frac{V_o}{I_{1e2}}$$

$$\frac{W}{L} \Big|_s = \frac{I_s}{k'n V_{ov}^2} = 75$$

$$\frac{V_o}{I_s} = \frac{200}{75} = 133 \text{ k}\Omega$$

posso ricavare le lunghezze (quindi le W , conoscendo $\frac{W}{L}$) dal Gd:

$$G_d = g_m (r_{om} \parallel r_o) \approx g_m \frac{r_o}{2} \quad (\text{perche' } r_{om} = r_o)$$

$$= \frac{g_m}{V_{ov}} \cdot \frac{1}{\frac{W_1}{L_1}, \frac{W_2}{L_2}} \cdot \frac{V_A}{V_{ov}} \geq 3 \cdot 10^4 \Rightarrow V_A \geq 3000 \text{ troppo!}$$

impiego

provo a usare la metà: $G_d = 45 \text{ dB} \Rightarrow V_A \geq 17,8 \text{ e' accettabile}$

posso ricavare L: $\frac{V_A}{V_{A^0}} = \frac{L}{L_0} \Rightarrow L = \frac{L_0}{V_A^0} V_A \geq 0,89 \mu\text{m} \Rightarrow L = 1 \mu\text{m}$

$$\Rightarrow W_{1,2} = 150$$

$$\Rightarrow W_{3,4} = FS$$

per ridurre la lunghezza di M₅ uso il CMRR:

$$CMRR = \frac{2g_{mfsos}}{\epsilon} \text{ con } \epsilon = \frac{1}{g_{m1}r_{o1}} + \frac{1}{g_{m2}r_{o2}} = \frac{1}{200} + \frac{1}{200} = \frac{1}{100}$$

impiego $g_{mfsos} = 10^{\frac{90 \text{ dB}}{20}} = 3,16 \cdot 10^4$

e ricavo $r_{os} = \frac{3,16 \cdot 10^4}{200 \cdot 1,5 \mu\text{AV}^{-2}} = 105 \text{ k}\Omega$ (calcolo)

$$\Rightarrow r_{os} = \frac{V_A}{I_S} \Rightarrow V_{AS} = 15,8 \text{ V} \Rightarrow L \geq 0,78 \mu\text{m} \text{ dunque } L = 1 \mu\text{m}$$

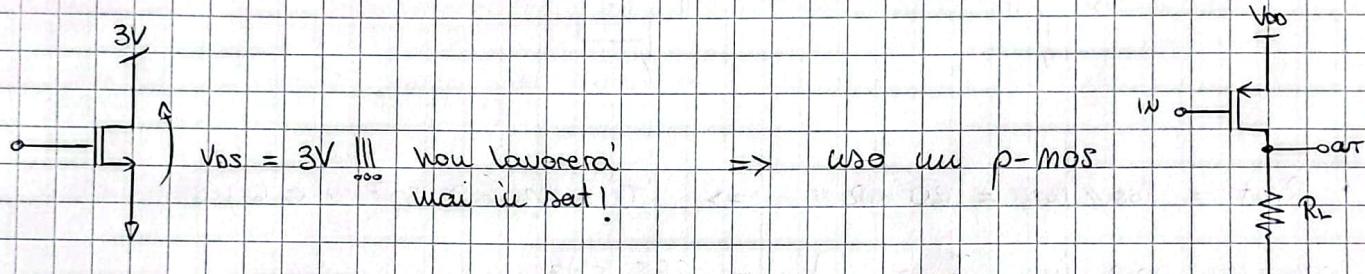
$$\Rightarrow W_5 = FS$$

	$I (\mu\text{A})$	V_{ov}	$g_m (\mu\text{AV}^{-2})$	$\frac{W}{L}$	$L (\mu\text{m})$	$W (\mu\text{m})$	$r_o (\text{k}\Omega)$	μ
M ₁ -M ₂	FS	0,1	1500	150	1	150	267	400
M ₃ -M ₄	FS	0,2	750	75	1	75	267	200
M ₅	ISO	0,2	1500	75	1	75	133	200
M ₆	ISO	0,2	1500	150	1,8		240	
M ₇	ISO	0,2	1500	75	1,8		240	

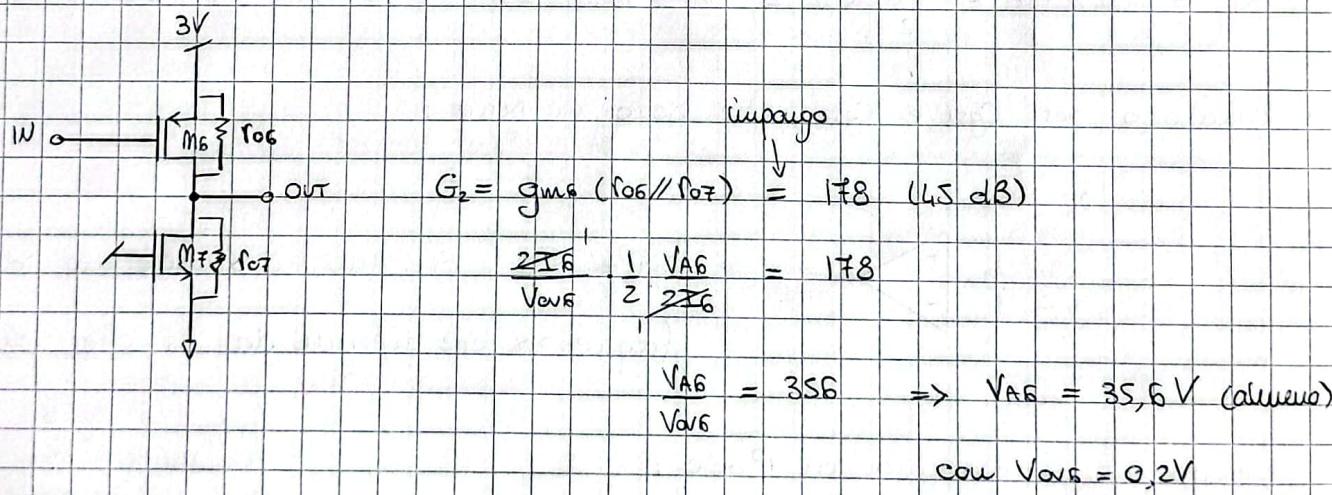
per aggiungere i rimanenti 45 dB dobbiamo avere un II stadio amplificatore: ho un out e posso scegliere fra

{ COMMON DRAIN (FOLLOWER)
 { COMMON SOURCE
 { COMMON GATE (CURRENT READER)

→ è meglio usare il **COMMON SOURCE** perché è l'unico che amplifica ora devo scegliere se usare un n-mos o un p-mos: è immediata la scelta perché non ho un bias adatto ad un n-mos



come carico mi conviene usare idealmente un generatore di corrente e quindi un MOS $\Rightarrow M_7$, in modo da avere un guadagno del secondo stage pari a



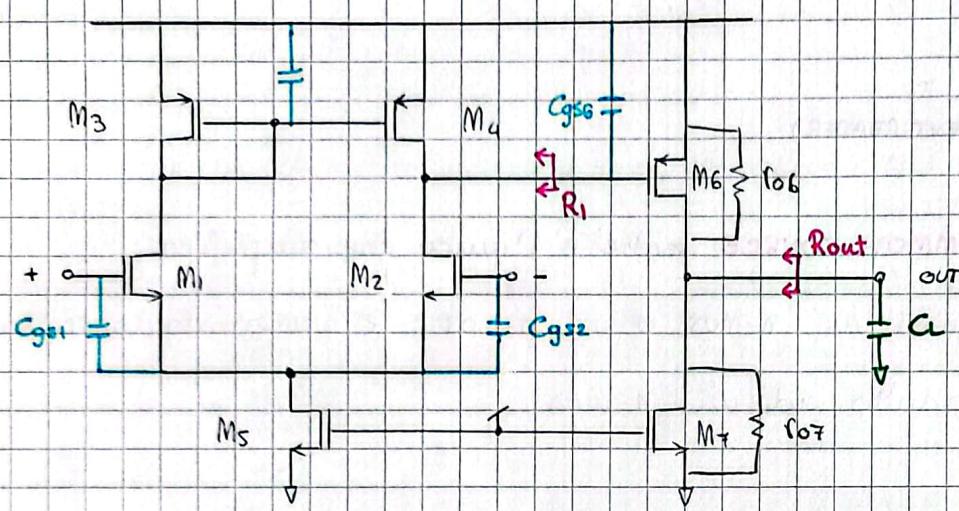
\Rightarrow mi ricavo $L \geq 1,78 \mu m$ e scelgo $L = 1,8 \mu m$

\Rightarrow per comodità scelgo che $I_6 = I_7 = 150 \mu A$ uguale al "ratio" precedente e quindi posso ricavarvi i restanti parametri nella tabella

\Rightarrow abbiamo completato il sizing!

ora analizziamo le performance:

RISPOSTA IN FREQUENZA: ipotizzo di avere un carico di $C_L = 5\text{pF}$ massimo



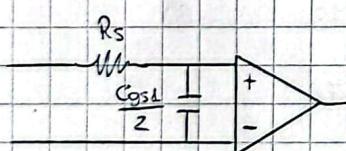
- $R_{out} = f_{C6} \parallel f_{C7} = 120\text{k}\Omega \Rightarrow T_L = 120\text{k}\Omega \cdot 5\text{pF} \approx 0,6\mu\text{s}$

con un polo in $f_L = \frac{1}{2\pi T_L} = 265\text{kHz}$

- $C_{gsG} = \frac{2}{3} W_6 L_6 C_{ox} = 1,6\text{pF}$ con $C_{ox} = 5\text{fF mm}^{-2}$

$$R_i = f_{C4} \parallel f_{C2} = \frac{267}{2} \text{k}\Omega = 134\text{k}\Omega \Rightarrow T = 0,21\mu\text{s} \Rightarrow f = 758\text{kHz}$$

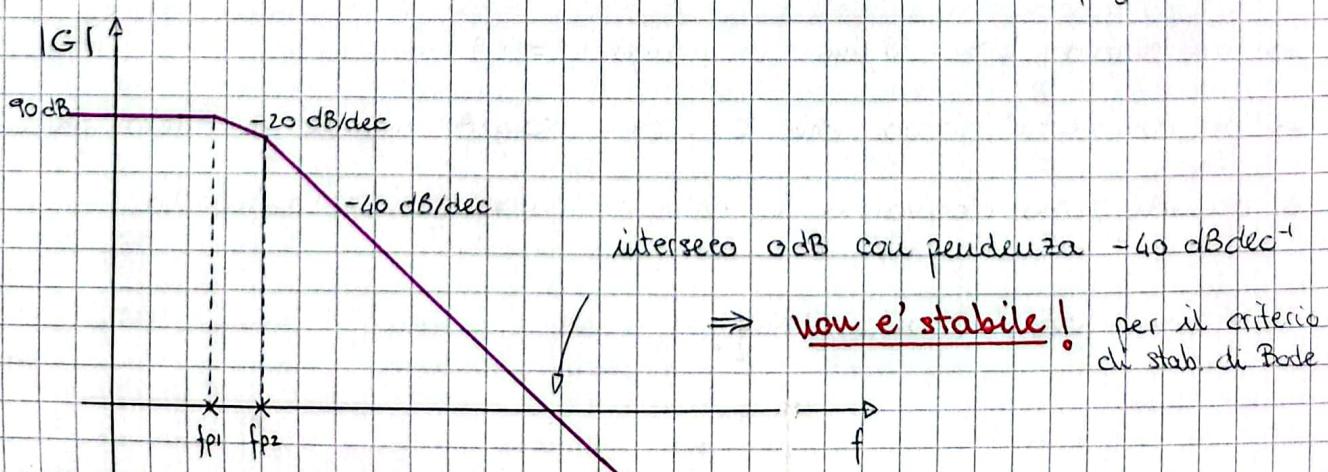
- analogo per C_{gs1} e C_{gs2} , che sono in serie:



$C_{gs} = \frac{C_{gs1}}{2}$ che mi introduce un polo a frequenza che dipende da R_s che non so!

ottengo un diagramma di Bode:

ci penserà chi usa l'OTA,
non chi lo progetta!



COMPENSAZIONE DI MILLER

Nell' OTA precedente ho quindi 3 poli:

$$f_{p1} = \frac{1}{2\pi C_L R_{out}} = 758 \text{ kHz}$$

$$f_{p2} = \frac{1}{2\pi C_{GS} R_1} = 265 \text{ kHz}$$

$$f_{p3} = \frac{g_{m3}}{2\pi C_{GS3}} \approx \text{GHz}$$

che prima non e' stata graficata perche' molto spostata verso destra

e per avere una GBWP nel punto in cui ho pendenza -20 dB/dec devo fare una dominant pole compensation | il primo polo sia cosi' prima del secondo che ho il GBWP prima del secondo

→ per farlo possiamo agire solo su C_{GS} (non tocco R_1 perche' varia il gain)

$$f_{p2}' = \frac{\text{GBWP min}}{G} = \frac{265 \text{ kHz}}{3,6 \cdot 10^4} = 7,4 \text{ Hz} \quad \text{già perdo molta banda e non e' bello...}$$

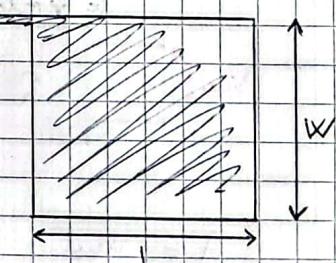
$$\hookrightarrow T_2' = \frac{1}{2\pi \cdot 7,4 \text{ Hz}} = 21,6 \text{ ns} \Rightarrow C_1 = \frac{T_1}{R_1} = 160 \text{ nF} \quad \text{gigantesca da integrare!}$$

integrandola nella tecnologia $Cox = 5 \text{ fF}/\mu\text{m}^2$ devo usare un'area di

$$A = \frac{160 \text{ nF}}{5 \text{ fF}} \mu\text{m}^2 = 30 \cdot 10^6 \mu\text{m}^2 \quad \text{cioè un}$$

$$\text{quadrato che ha lato } L = \sqrt{30 \cdot 10^6 \mu\text{m}^2} \approx \underline{\underline{5 \text{ mm}}}$$

⇒ questa soluzione è **impraticabile**



Miller propone di mettere una capacità per **accoppiare gate e drain** che formando un "loop" con C_{GS} e C_L non introduce un ulteriore polo:

3 capacità: 2 indipendenti + 1 dipendente



se setto la tensione su 2 delle 3, la terza me la ricavo come differenza... ho 2 gradi di libertà

aggiungendo la capacità C_m , si dimostra che:

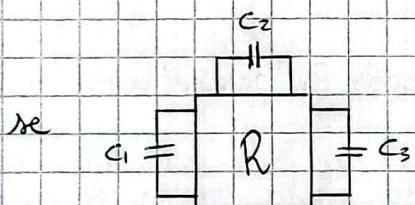
1) sposta il polo a bassa frequenza a frequenze + basse

2) il polo a frequenza maggiore si sposta a frequenze + alte

e quindi posso ottenere una buona compensazione con uno shift minore nelle frequenze

digressione sulle NETWORKS ANALYSIS

in una rete resistiva R con + poli posso usare il **metodo delle costanti di tempo** per stimare il polo ad alta frequenza e quello a bassa freq.



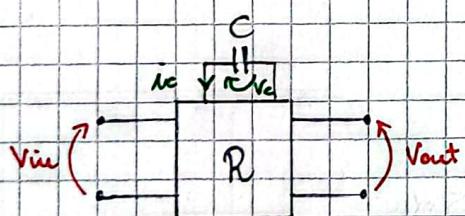
ho che

$$f_L = \frac{1}{2\pi [C_1 R_1^{(0)} + C_2 R_2^{(0)} + C_3 R_3^{(0)}]}$$

$$f_H = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{C_1 R_1^{(1,3)}} + \frac{1}{C_2 R_2^{(1,3)}} + \frac{1}{C_3 R_3^{(1,2)}} \right]$$

che e' una conseguenza di cio':

Δ rete con un singolo polo (CORDONE)



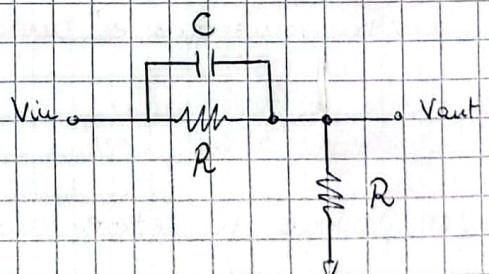
$$\begin{cases} V_{out} = A V_{iu} + R_m i_c \\ V_c = B V_{iu} + R_c i_c \end{cases}$$

e la matrice della rete

$$A = \frac{V_{out}}{V_{iu}} \Big|_{i_c=0}$$

$$B = \frac{V_c}{V_{iu}} \Big|_{i_c=0}$$

capacità aperta (dc)



$$\text{ho che } V_c = - \frac{i_c}{\frac{1}{sC}} = - sC i_c$$

$$\Rightarrow V_{out} = A V_{iu} - sCR_m V_c = \frac{A V_{iu}}{1 + sCR_m} \Rightarrow A V_{iu} = \frac{1 + sCR_m}{1 + sCR_m} [R_m - R_m B]$$

$$\Rightarrow V_c = B V_{iu} - sCR_c V_c \rightarrow V_c = \frac{B V_{iu}}{1 + sCR_c}$$

se $s=0$ (oc) il guadagno $T(0) = A$, altrimenti

$$T(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = A \frac{1 + sC[R_c + R_m \frac{B}{A}]}{1 + sCR_c}$$

\Rightarrow la resistenza del polo è $R_c = \frac{V_c}{i_c} \mid_{V_{in}=0}$ la ricavo dalla matrice ed

e' la resistenza vista dalla capacità C quando l'input e' corto

\Rightarrow la resistenza dello zero è $R_0 = R_c - R_m \frac{B}{A}$ che facendo i conti;

$$\text{se } V_{out}=0 \Rightarrow V_{in} = -R_m i_c$$

$$\Rightarrow V_c = -\frac{R_m i_c}{A} \cdot B + R_c i_c = i_c (R_c - R_m \frac{B}{A})$$

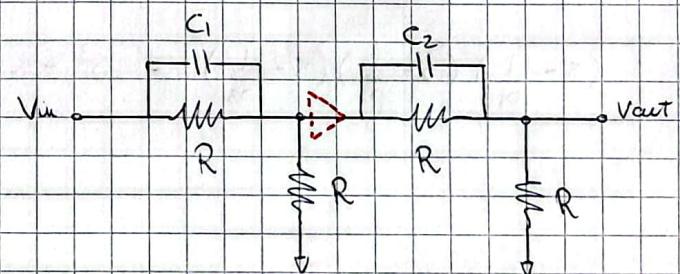
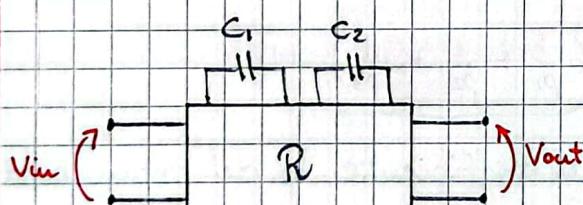
$$\Rightarrow R_c = \frac{V_c}{i_c} \mid_{V_{out}=0} \text{ che chiamo } R_{oc}$$

e' la resistenza vista dalla capacità quando l'uscita vale zero per un valore $V_{in} \neq 0$

non in corto!

\rightarrow potete provare ad estendere questa considerazione ad ogni rete di ogni ordine e grado

Δ RETE DEL II ORDINE



$$\text{la } T(s) = T(0) \frac{s^2 C_1 C_2 \alpha_2 + s(C_1 \alpha_1 + C_2 \alpha_2) + 1}{s^2 C_1 C_2 \beta_2 + s(C_1 \beta_1 + C_2 \beta_2) + 1} \text{ e' la forma generale}$$

se $C_2 = 0$ si riduce alla forma del I ordine:

$$T(0) \frac{sC_1 \alpha_1 + 1}{sC_1 \beta_1 + 1} = T(0) \frac{sC_1 R_{o1}^{(0)} + 1}{sC_1 R_1^{(0)} + 1} \Rightarrow \text{ricavo } \begin{cases} \alpha_1 = R_{o1}^{(0)} \\ \beta_1 = R_1^{(0)} \end{cases}$$

se $C_1 = 0$ e' analogo e ricavo

$$\begin{cases} \alpha_2 = R_{o2}^{(0)} \\ \beta_2 = R_2^{(0)} \end{cases}$$

rimango da trovare α_{12} e β_{12} , cioè i coefficienti del II ordine:

Se $C_2 \rightarrow +\infty$ (lo cortocircuito) allora

$$T(s) = T(0) \frac{sC_1\alpha_{12} + \alpha_2}{sC_1\beta_{12} + \beta_2} = T(0) \frac{sC_1 \frac{\alpha_{12}}{\alpha_2} + 1}{sC_1 \frac{\beta_{12}}{\beta_2} + 1}$$

$$\Rightarrow \frac{\beta_{12}}{\beta_2} = R_1^{(2)} \text{ e quindi } \beta_{12} = R_1^{(2)} R_2^{(0)}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha_{12}}{\alpha_2} = R_01^{(2)} \text{ e quindi } \alpha_{12} = R_01^{(2)} R_02^{(0)}$$

Se $C_1 \rightarrow +\infty$ (lo cortocircuito) allora $T(s) = T(0) \frac{sC_2 \frac{\alpha_{12}}{\alpha_1} + 1}{sC_2 \frac{\beta_{12}}{\beta_1} + 1}$

$$\Rightarrow \beta_{12} = R_1^{(0)} R_2^{(1)}$$

$$\Rightarrow \alpha_{12} = R_01^{(0)} R_01^{(1)}$$

→ quindi le due scritture sono equivalenti: $C_1 C_2 R_01^{(2)} R_02^{(0)} = C_2 C_1 R_01^{(0)} R_02^{(1)}$
Analogo per i poli: $C_1 C_2 R_1^{(2)} R_2^{(0)} = C_2 C_1 R_2^{(1)} R_1^{(0)}$

Quanto detto si puo' estendere anche al III ordine, -- e cosi via
Inoltre posso scrivere , ad esempio con 3 poli, il denominatore della $T(s)$ come prodotto tra:

$$(s - \frac{1}{p_1})(s - \frac{1}{p_2})(s - \frac{1}{p_3}) = s^3 - \dots - s \underbrace{(\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_3})}_{b_1} + 1$$

il coefficiente b_1 del termine di grado 1 e' sempre la somma dei poli cambiati di segno

Se ho un **polo dominante** ($p_1 = 2\pi f_1$ con $f_1 \ll f_2 \ll f_3$)

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_3} \approx \frac{1}{p_1} = -b_1 = C_1 R_1^{(0)} + C_2 R_2^{(0)} + C_3 R_3^{(0)}$$

⇒ ottengo la formula del "metodo delle costanti" $p = \frac{1}{b_1} = \frac{1}{C_1 R_1^{(0)} + C_2 R_2^{(0)} + C_3 R_3^{(0)}}$

per stimare quello a frequenza + elevata: $s^3 b_3 + s^2 b_2 + s b_1 + 1 = 0$

trascurabile a $f \uparrow$

$$s^3 b_3 + s^2 b_2 + s b_1 \approx 0$$

$$s^2(s b_3 + b_2 + \frac{b_1}{s}) \approx 0$$

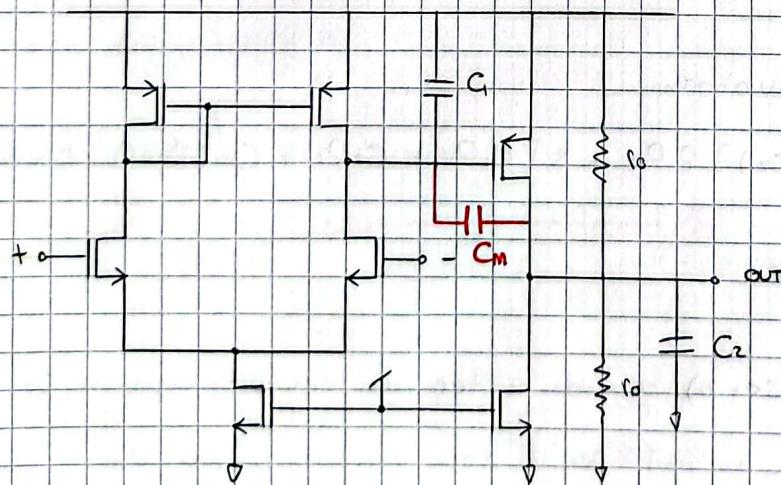
trans. ne f è elevata

$$s \approx -\frac{b_2}{b_3}$$

$$s \neq 0$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow p_2 &\approx -\frac{b_2}{b_3} = \frac{C_1 R_1^{(0)} + C_2 R_2^{(0)} + C_3 R_3^{(0)}}{b_2} = \frac{C_1 R_1^{(0)}}{C_1 C_2 C_3 R_1 R_2 R_3} + \frac{C_2 R_2^{(0)}}{C_1 C_2 C_3 R_1 R_2 R_3} + \frac{C_3 R_3^{(0)}}{C_1 C_2 C_3 R_1 R_2 R_3} \\ &= \frac{1}{C_1 R_1^{(0,1)}} + \frac{1}{C_2 R_2^{(0,1)}} + \frac{1}{C_3 R_3^{(0,1)}} \\ &= -\frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{T_3^{(0)}} + \frac{1}{T_2^{(0)}} + \frac{1}{T_1^{(0)}} \right) = -\frac{1}{2\pi C^{(0)}} \end{aligned}$$

Consideriamo ora il circuito con la capacità di Miller:

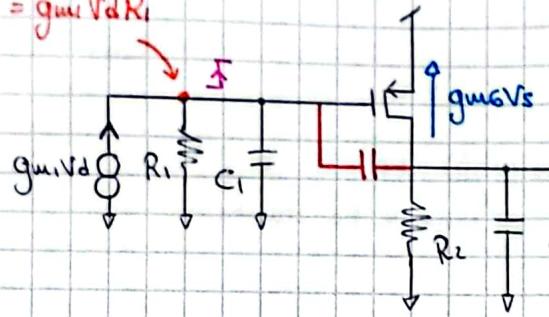


C_m : capacità di Miller
o di compensazione

il numero di poli non varia perché tra C_m , C_1 e C_2 ha solo 2 gradi di libertà e quindi sempre 2 capacità indipendenti

per semplificare, d'ora in avanti, esprimere il primo stage con Norton

$$V_S = g_{m2} V_d R_1$$



$$V_{out} = -g_{m2} g_{m1} R_1 R_2 V_d$$

$$(G_2 = \frac{V_{out}}{V_S} = -g_{m2} R_2)$$

$$\Rightarrow T(0) = -g_{m1} g_{m2} R_1 R_2 \quad \text{mentre la } T(s) \text{ avrà la forma (II ORDINE):}$$

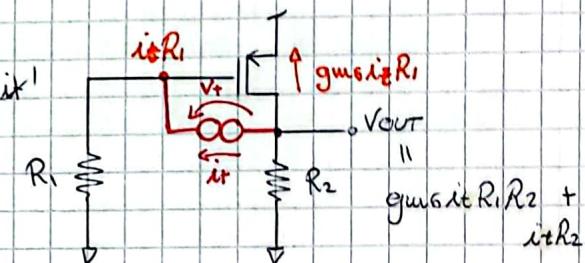
$$T(s) = T(0) \frac{s^2 a_2 + s a_1 + 1}{s^2 b_2 + s b_1 + 1}$$

$$\hookrightarrow b_1 = C R_1^{(0)} + C_2 R_2^{(0)} + C_m R_m^{(0)}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$

$R_1 \quad R_2 \quad$

$$\begin{aligned} V_t &= R_m^{(0)} = i_R R_1 + (g_{m2} R_1 R_2 + R_2) i_R \\ &= R_1 + R_2 + g_{m2} R_1 R_2 \end{aligned}$$



posso poi ricavarne:

$$C_1 C_2 R_1^{(0)} R_2^{(1)} = C_1 C_2 R_1 R_2$$

$$C_1 C_m R_1^{(0)} R_m^{(1)} = C_1 C_m R_1 R_2$$

$$C_2 C_m R_2^{(0)} R_m^{(2)} = C_2 C_m R_2 R_1$$

\Rightarrow mi sono trovato il denominatore

$$D(s) = s^2 [C_1 C_2 + C_m (C_1 + C_2)] R_1 R_2 + s [C_1 R_1 + C_2 R_2 + C_m (R_1 + R_2 + g_{m2} R_1 R_2)] + 1$$

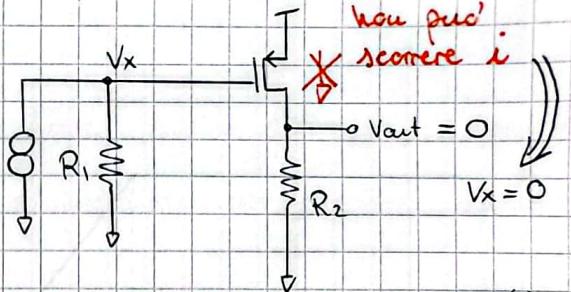
ora impostiamo il numeratore:

- C_2 non introduce zeri (per $s < +\infty$) quindi i termini che presentano C_2 (i posso eliminare (tra quelli di b_2) perché non saranno in ar

$$C_1 C_2 R_{01}^{(0)} R_{01}^{(1)} = 0 \quad (\text{c'e' } C_2)$$

$$C_2 C_m R_{02}^{(0)} R_{02}^{(2)} = 0 \quad (\text{c'e' } C_2)$$

$$C_1 C_m R_{01}^{(0)} R_{0m}^{(1)} = 0 \quad \text{perche' } R_{01}^{(0)} = 0;$$



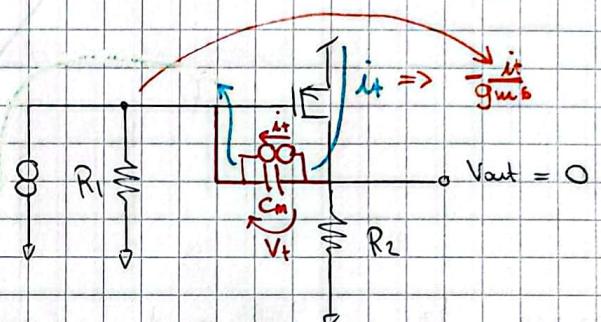
passiamo ai termini di primo grado, :

$$C_1 R_{01}^{(0)} = 0 \quad (R_{01}^{(0)} = 0)$$

$$C_2 R_{02}^{(0)} = 0$$

$$C_m R_{0m}^{(0)} = -C_m \cdot \frac{1}{g_{m6}}$$

ho uno zero positivo



$$\Rightarrow \text{ho trovato il Numeratore } N(s) = 1 - s \frac{C_m}{g_{m6}} \Rightarrow f_2 = \frac{g_{m6}}{2\pi C_m}$$

$$\Rightarrow T(s) = -g_{m1} g_{m6} R_1 R_2 \frac{N(s)}{D(s)}$$

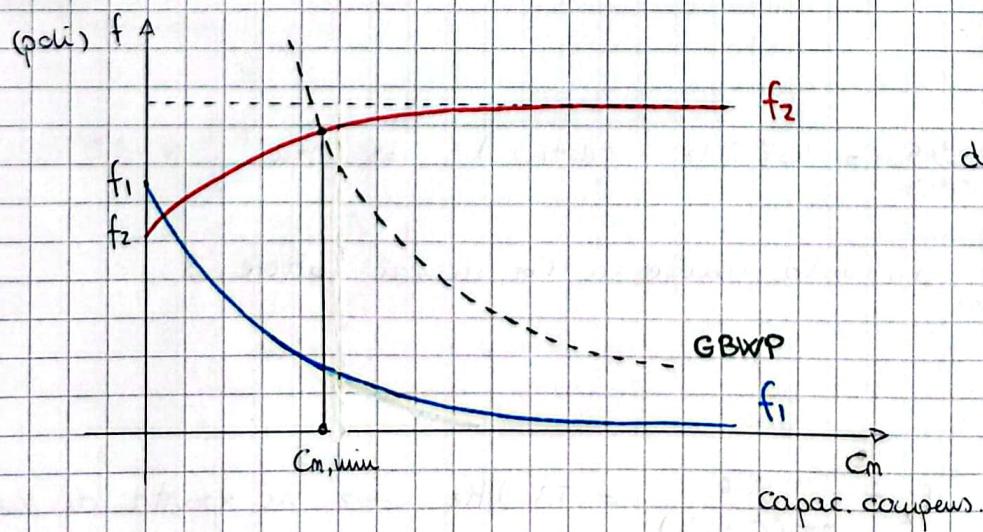
$$= -g_{m1} g_{m6} R_1 R_2 \frac{1 - s \frac{C_m}{g_{m6}}}{s^2 [C_1 C_2 + C_m(C_1 + C_2)] R_1 R_2 + s [C_1 R_1 + C_2 R_2 + C_m(R_1 + R_2 + g_{m6} R_1 R_2)] + 1}$$

trascrivibili trascrivibili

$$f_1 = \frac{-1}{2\pi b_1} \underset{\substack{\sim \\ C_m \rightarrow +\infty}}{\underset{\substack{\sim \\ 2\pi C_m g_{m6} R_1 R_2}}{}} \frac{1}{2\pi C_m g_{m6} R_1 R_2}$$

$$f_2 = \frac{-b_1}{2\pi b_2} \underset{\substack{\sim \\ 2\pi R_1 R_2 [C_1 C_2 + C_m(C_1 + C_2)]}}{\underset{\substack{\sim \\ 2\pi (C_1 + C_2)}}{}} \frac{1}{g_{m6}}$$

entrambe dipendono da C_m :



dove avere C_m |

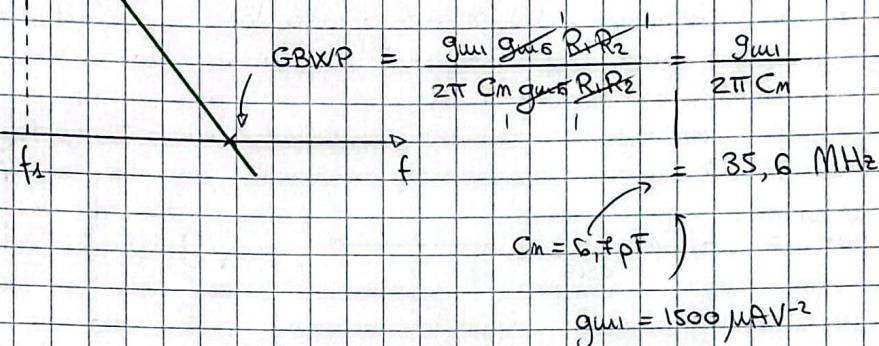
$$f_2 > GBWP$$

$$\frac{g_{m6}}{2\pi (C_1 + C_2)} > \frac{g_{m1}}{2\pi C_m}$$

diagramma di Bode:

A

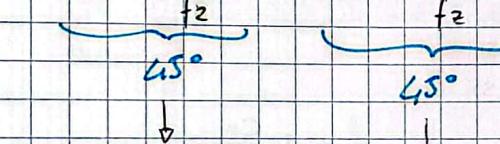
$$C_m = \frac{g_{m6}}{g_{m1}} (C_1 + C_2) \approx 6,7 \text{ pF}$$



perche' $\frac{f_2}{\text{GBWP}} = \frac{g_{m6}}{g_{m1}} = 1$ ($g_{m6} = g_{m1}$)

allora ho lo zero nella GBWP \rightarrow peccato che e' uno zero positivo! infatti

$$\Delta\phi = 180^\circ - 90^\circ - \tan^{-1} \text{GBWP} - \tan^{-1} \text{GBWP} = 0^\circ$$



ho scritto $C_m / f_2 = \text{GBWP}$

lo zero e' nella GBWP perche' $g_{m1} = g_{m6}$

\Rightarrow posso aumentare g_{m6} per muovere lo zero e il II polo a frequenze maggiori; per farlo moltiplichiamo per ③ la corrente nel canale di M_6, M_7 :

$$I_{M6} = I_{M7} = 1,50 \mu\text{A}$$

$$\frac{W}{L}_{M6} = \frac{810}{1,8} \quad \frac{W}{L}_{M7} = \frac{405}{1,8}$$

in tal modo ottengo:

$$\text{zero @ } f_2 = \frac{g_{m6}}{2\pi C_m} = 10^7 \text{ MHz} \quad (\text{il triplo}) \Rightarrow \tan^{-1} \frac{1}{3} \approx 18^\circ$$

ma aumentando $\frac{W}{L}_{M6, M7}$ aumenta anche la C_{gs} di un fattore 3

$$\Rightarrow C_{gs6} = 4,86 \text{ pF}$$

$$\text{polo high-freq @ } f_2 = \frac{g_{m6}}{2\pi (C_1 + C_2)} = 73 \text{ MHz} \quad \rightarrow \text{Mi aspetta di avere}$$

(e' aumentato anche $C_1 + C_2$)

e la tan⁻¹ GBWP = 26°
 f_2

=> ottengo un miglioramento del margine di fase $\Delta\Phi = 45^\circ$ che in prima approssimazione può andare bene, ma non è abbastanza per ogni applicazione: dovrò incrementarlo

posso aumentare ancora la corrente → una calore
posso anticipare f_2 così anticipo la GBWP performance!

analizziamo il secondo caso possibile:

- aumentando C_m :

- $\frac{\text{GBWP}}{f_2} = \frac{g_{m1}}{2\pi C_m} \rightarrow$ diminuisce
- $\frac{\text{GBWP}}{f_2} = \frac{g_{m1}}{g_{m2}} \rightarrow$ rimane costante
- $f_1 = \frac{1}{2\pi C_m g_{m2} R_1 R_2} \rightarrow$ diminuisce
- $\frac{\text{GBWP}}{f_2} \rightarrow$ diminuisce (f_2 non dipende da C_m)

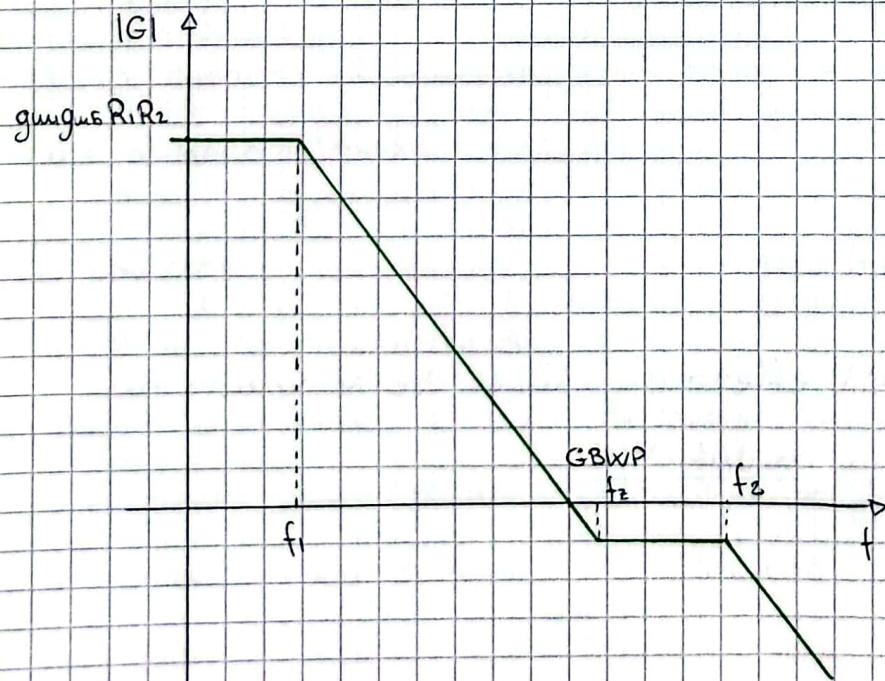
quindi per avere $\Delta\Phi = 60^\circ$ impiego $\tan^{-1} \frac{\text{GBWP}}{f_2} = 12^\circ$

$$\Rightarrow \frac{\text{GBWP}}{f_2} = \tan 12^\circ = 0,213$$

$$\Rightarrow \text{mi ricavo } C_m \text{ dalla GBWP: } C_m = \frac{g_{m1}}{2\pi \text{GBWP}} \approx 16 \mu\text{F}$$

posso inoltre definire una figura di merito

$$\text{FoM} = \frac{\text{GBWP} \cdot C_m}{I_{\text{TOT}}} \quad [\frac{\text{MHz pF}}{\text{mA}}]$$



ci sono altri modi per
aumentare le performance?

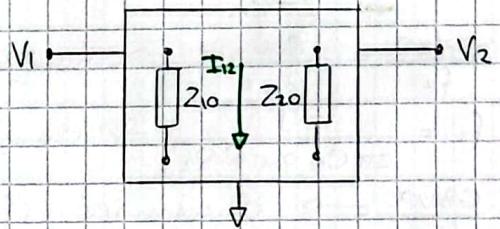
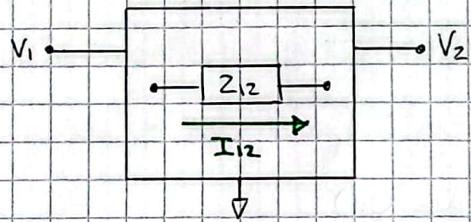
forse... ma prima introducia-
mo il teorema di Miller

TEOREMA DI MILLER

Il teorema di Miller è un teorema delle **reti lineari** che consente di sostituire un bipolo a cavallo fra due sottoreti con due bipoli connessi a un nodo di riferimento (nel nostro caso massa).

Consideriamo due nodi V_1 e V_2 e un'impedenza Z_{12} che li collega; allora tale rete è equivalente a quella in cui sostituisco Z_{12} con due impedenze: una connessa tra V_1 e GND (Z_{10}) e l'altra connessa tra V_2 e GND (Z_{20}).

Se $k(s)$ è la FdT in tensione ($k(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)}$) allora noi possiamo ricavare:



$$\frac{V_1(s)}{Z_{10}} = I_{12} = \frac{V_1 - V_2}{Z_{12}}$$

$$\frac{V_2(s)}{Z_{20}} = I_{12} = \frac{V_2 - V_1}{Z_{12}}$$



$$Z_{10} = Z_{12} \frac{V_1}{V_1 - V_2} = Z_{12} \frac{1}{1 - \frac{V_2}{V_1}}$$

$$Z_{20} = Z_{12} \frac{V_2}{V_2 - V_1} = Z_{12} \frac{\frac{V_2}{V_1}}{\frac{V_2}{V_1} - 1}$$

\Rightarrow dobbiamo conoscere $k(s)$ per applicare il teorema!

$$Z_{10} = Z_{12} \frac{1}{1 - k(s)}$$

$$Z_{20} = Z_{12} \frac{k(s)}{k(s) - 1}$$

Un caso particolare del teorema è l'**effetto di Miller** che si presenta nei sistemi retroazionati tramite un condensatore.

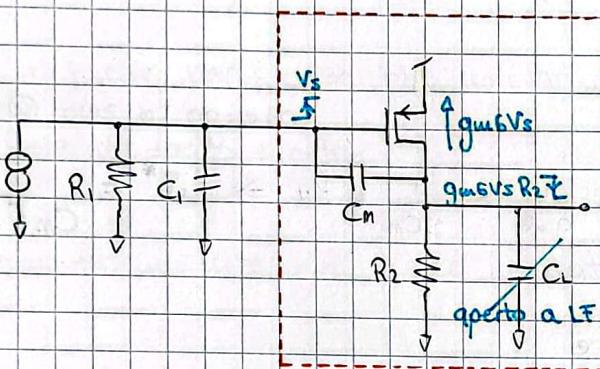
il valore di un condensatore collegato tra l'input e l'output di un amplificatore viene visto in maniera diversa dalla posta di 'in' rispetto a quella di 'out':

$$\rightarrow \text{INPUT : } C_{eq} = C(1 - A_v)$$

$$\rightarrow \text{OUTPUT: } C_{eq} = C \frac{A_v - 1}{A_v} \sqrt{C} \quad \text{se } A_v \gg 1$$

N.B. invertito perché l'impedenza è $\frac{1}{SC}$

Consideriamo questo effetto nella rete precedente:



consideriamo questa parte un box chiuso e calcoliamo la C_{eq} verso GND vista dal gate:

$$\Rightarrow \Delta v_m = V_s + g_{ms} R_2 V_s = (1 + g_{ms} R_2) V_s$$

$$\Rightarrow Q_{cm} = \Delta v_m \cdot C_m = [C_m (1 + g_{ms} R_2)] V_s$$

e' la capacità equivalente C_{eq}

che e' più grande di C_m !

\rightarrow questo e' l'effetto di Miller dimostrato in questo caso particolare per il gate di M_1 , e analogo succede all'out:

- il guadagno e' $g_{ms} R_2 \Rightarrow C_{eq, out} = C_m \frac{1 + g_{ms} R_2}{g_{ms} R_2} \approx C_m$

\Rightarrow la capacità di Miller la posso **scoppiare in due capacità**: una al gate e una al nodo d'uscita

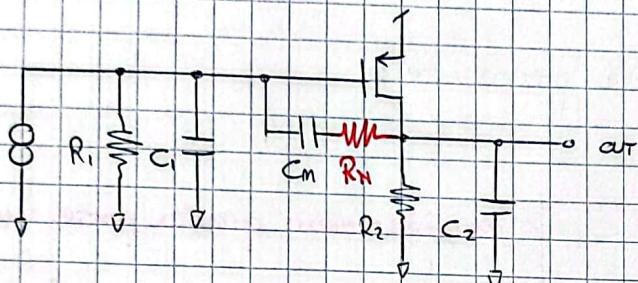
fisicamente:

per il guadagno

- Se guardo dall'out ho che $V_{out} \gg V_{gate} \Rightarrow$ posso approssimare $V_{gate} \approx GND$ e quindi la capacità di Miller la posso modellare come $C_{eq} \approx C_m$ tra V_{out} e GND
- Se guardo dal gate, aumentando $V_{gate} \Rightarrow V_{out}$ diminuisce (col segno \ominus) di molto e quindi e' come se fosse + bassa di GND: "vedo" una capacità C_{eq} che e' maggiore

La compensazione di Miller non è l'unico metodo di compensazione, e ne esistono altri che permettono di ottenere performance migliori e risolvere anche il problema dovuto allo zero positivo (RHP).

per provare a spostare lo zero introduciamo il cosiddetto Nulling resistor (resistore di azzeramento) in serie alla capacità di Miller



A

Nulling resistor

ottengo lo zero @:

$$\text{allora: } g_{m1}v_s = \frac{v_s}{sC_m} \Rightarrow \frac{1}{g_{m1}} = \frac{1}{sC_m} + R_n \Rightarrow s^* = \frac{1}{C_m \left[\frac{1}{g_{m1}} - R_n \right]}$$

Δ se $R_n = 0$ ritorno al caso precedente

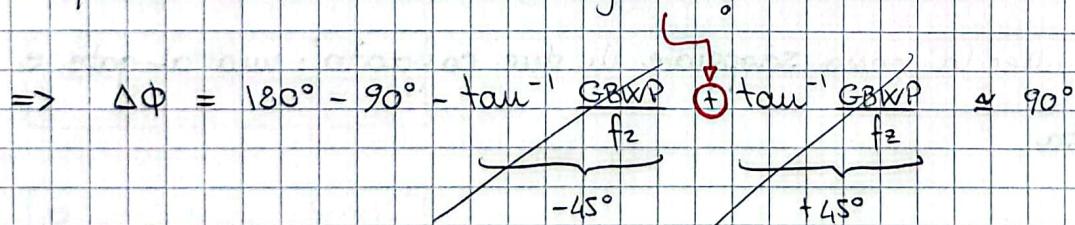
Δ se $R_n = \frac{1}{g_{m1}}$ lo zero viene spostato a $+\infty$

Δ se $R_n > \frac{1}{g_{m1}}$ allora lo zero diventa uno **zero negativo**

riferendomi a questo terzo caso scelgo $R_n = \frac{1}{g_{m1}} + \frac{1}{g_{m2}} \Rightarrow s^* = \frac{g_{m1}}{C_m}$

e scegliendo $R_n = \frac{1}{g_{m1}} + \frac{1}{g_{m2}}$ sposto lo zero @ $f_z = \frac{g_{m1}}{2\pi C_m} = G8WP$

e questa volta è uno zero negativo!



ma così facendo le capacità diventano tutte e tre indipendenti e quindi questo risultato trovato è troppo approssimativo.

dovrò controllare che non cambino anche altre cose ...

① controllo che non siano cambiate le resistenze viste dai condensatori per la stima del polo dominante

$$f_L \approx \frac{1}{2\pi [C_1 R_1^{(o)} + C_2 R_2^{(o)} + C_m R_m^{(o)}]} = \frac{1}{2\pi b_1}$$

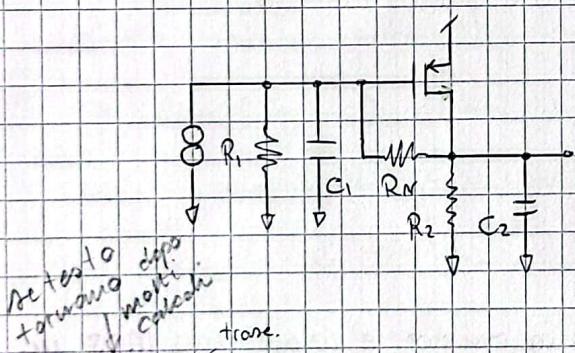
prima: $R_m^{(o)} = R_1 + R_2 + R_2 R_1 g_{mS}$

ora: $R_m^{(o)} = R_1 + R_2 + \underbrace{R_2 R_1 g_{mS}}_{100 \text{ M}\Omega} + R_m$ e' trascurabile
? $\text{k}\Omega$

le altre e' facile verificare che non siano cambiate in quanto quando C_m e' aperto, R_m e' un ramo morto

\Rightarrow il polo dominante non viene spostato significativamente

② Stimo il secondo polo considerando una nuova rete in cui C_m e' un corto: esso sara' il polo a bassa frequenza di tale rete



$$\Rightarrow f_2 = f_1' \approx \frac{1}{2\pi [R_1^{(o)} C_1 + R_2^{(o)} C_2]}$$

Per trovare $R_1^{(o)}$ e $R_2^{(o)}$ si calcola la tensione tra le due colonne.

$$R_1^{(o)} = \frac{R_1 // (R_m + R_2)}{1 + g_{mS} R_2} \approx \frac{1}{g_{mS}} \quad (R_1 \gg \frac{1}{g_{mS}})$$

$$R_2^{(o)} = \frac{R_2 // (R_m + R_1)}{1 + g_{mS} R_1} \approx \frac{1}{g_{mS}} \quad (R_2 \gg \frac{1}{g_{mS}})$$

$$= \frac{g_{mS}}{2\pi (C_1 + C_2)}$$

\Rightarrow il secondo polo e' uguale al secondo polo della rete senza resistore di azzeroamento

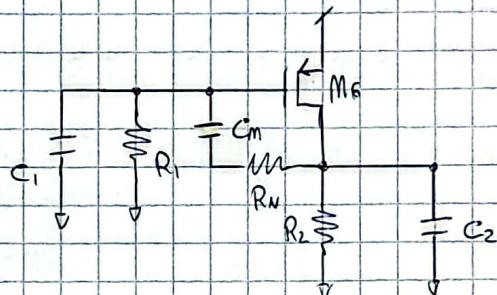
③ stimo il terzo polo, che e' quello ad alta frequenza della rete originale, con il metodo delle costanti di tempo

$$f_3 \approx \frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{C_1 R_{1(2,m)}} + \frac{1}{C_2 R_{2(1,m)}} + \frac{1}{C_m R_m^{(1,2)}} \right]$$

$$R_{1(2,m)} = R_1 // R_N \approx R_N$$

$$R_{2(1,m)} = R_2 // R_N \approx R_N$$

$$R_m^{(1,2)} = R_N$$



$$\Rightarrow f_3 \approx \frac{1}{2\pi R_N} \left[\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_m} \right]$$

e' la serie tra i "condensatori"
 $\Rightarrow C_1$ domina perché di solito e' la + piccola

posso ric算are il nuovo margine di fase (considero $R_N = \frac{1}{g_{m2}} + \frac{1}{g_{m1}} = 1,3 \text{ k}\Omega$)

$$\rightarrow GBWP = 35,6 \text{ MHz}$$

$$\rightarrow f_3 = 112 \text{ MHz}$$

$$\Rightarrow \Delta\Phi = 90^\circ - \tan^{-1}(\underbrace{\frac{GBWP}{f_3}}_{\text{visto prima}}) = 72^\circ \quad \text{questo e' quello corretto}$$

implementare il resistore di azzeramento:

il modo + efficace per implementare il nulling resistor e' usare un MOS in regime ohmico in serie a C_m :

$$R_N = \frac{1}{g_{m2}} (1 + \alpha) \quad \text{con} \quad \alpha = \frac{g_{m1}}{g_{m2}} \quad \text{e posso ricavarci}$$

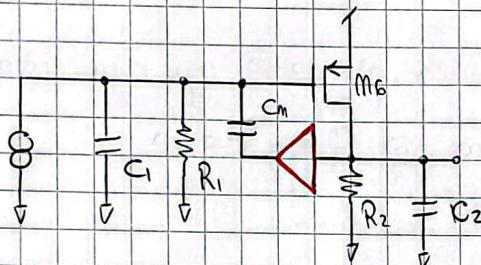
$$\Rightarrow \frac{(W_L)_S V_{DS}}{(W_L)_N V_{DS}} = 1 + \alpha$$

e di solito si usa lo stesso overdrive per i due transistors: in questo caso la tensione di bias al gate deve essere $V_{GS} = V_{DD} - 2V_{GS}$

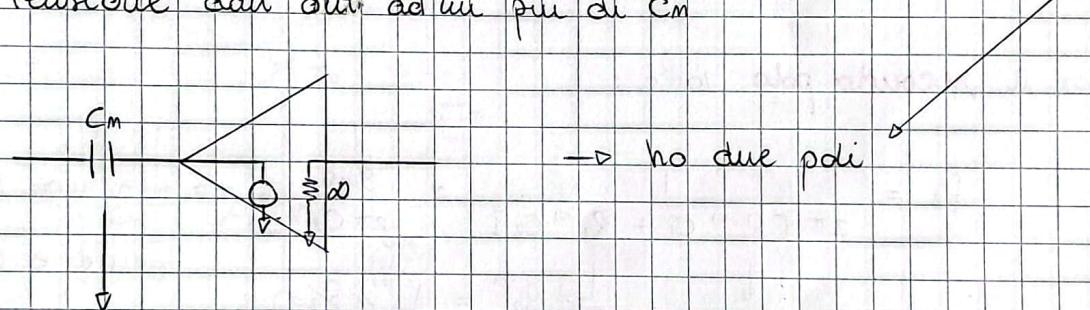
Un altro metodo per rimuovere lo zero presente nella compensazione di Miller (dovuto positivo) puo' essere fermare la corrente che passa nella capacit'a C_m e che raggiunge il nodo di out, senza pero' cambiare la tensione ai capi di C_m

B

→ per fare cio' uso un **voltage buffer** tra l'output e C_m



Ho ancora l'effetto di Miller? **Sì** perché ho il buffer (ideale) che riporta la stessa tensione dall'out ad un più di C_m



questa volta nemmeno C_m contribuisce allo zero perché se cortocircuitiamo C_m (per $f \rightarrow \infty$) allora ho zero all'out avendo l'ingresso diverso da zero; quando ho zero all'out → C_m è a massa → non ho più caduta di tensione su R_1 (C_m è un corto) → non ho tensione al gate!

come prima posso verificare che:

① il primo polo, dominante, non varia significativamente

② nemmeno la GBWP cambia

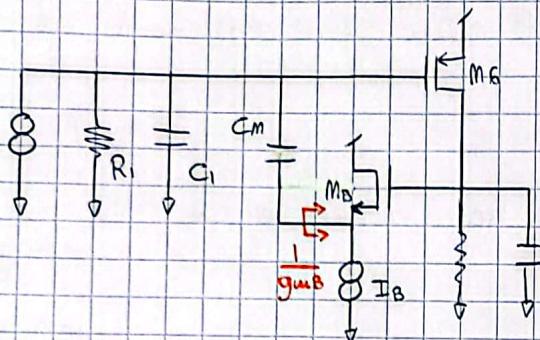
③ il secondo polo invece @ $f_2 = \frac{1}{2\pi [R_1^{(0)}C_1 + R_2^{(0)}C_2]} \approx \frac{g_{m6}}{2\pi C_2}$

Viene spostato a frequenze + alte

$$\hookrightarrow \frac{1}{AC_m} = 0$$

⇒ il secondo polo dipende dalla capacità di carico C_2 e quindi ho un limite superiore di C_2 imposto dalla GBWP < f_2

it buffer lo implementa con un source follower



a causa della Rout, BVR ≠ 0 nel caso
reale ha uno zero @

$$f_2 = \frac{1}{2\pi R_{\text{om}}^{(0)} C} \approx \frac{g_{\mu B}}{2\pi C_m}$$

e' uno zero positivo che se sposta vicino al GBWP mi aumenta $\Delta\Phi$.

per comodita' scelgo di spostare lo zero @ $f_z = \text{GBWP}$

$$\Rightarrow g_{\mu 1} = g_{\mu 5}$$

=> usando $V_{EB} = 0,7V$ e $I_B = 75\mu A$

$$\text{con } C_m = 5 \text{ pF} \quad \text{allora} \quad f_2 = GBW_P = 48 \text{ MHz}$$

③ ora il secondo polo varia:

$$f_2 = \frac{1}{2\pi [R_1^{(o)} C_1 + R_2^{(o)} C_2]} \approx \frac{9 \text{ mG}}{2\pi C_2} \rightarrow \text{una uva significativa-mente e rimane che c'è}$$

$$R^{\text{OL}} = \frac{1}{g_{\text{MB}}}$$

$$R^a = \frac{1/g_{\text{BS}}}{(g_{\text{BS}} R_2)} \rightarrow G_{\text{loop}}$$

$$\hookrightarrow R^{(c)} = R_1 \sqcup \dots \sqcup R_2$$

(4) controllo anche il terzo polo

$$f_3 = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{g_{mB}}{C_1} + \frac{1}{C_2 R_2} \right] \approx \frac{g_{mB}}{2\pi C_1} = k_T \text{ MHz con gli stessi valori}$$

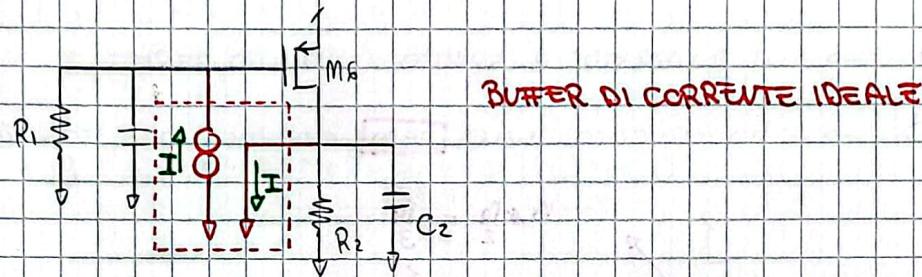
il transistore è CAF perché $\tan^{-1}\left(\frac{GBWP}{f^3}\right) = 180^\circ$
 contorcircuitando ci ho il
 gate el a Manha

$$\Delta\phi = 72^\circ$$

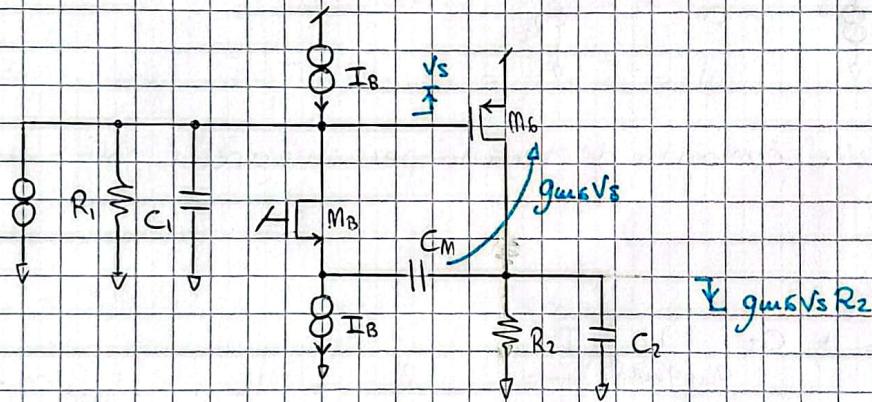
Un'altra alternativa per fermare la corrente di feedforward su C_m è usare un **buffer di corrente**



il buffer di corrente è un dispositivo che mi legge la corrente (in questo caso attraverso C_m) e me la riporta in uscita (in questo caso al gate di M_6)



un buffer di questo tipo lo implemento con un **CURRENT READER** (common gain)



$$\text{La carica sul condensatore è } g_{mb} R_2 V_s C_m = Q_m$$

$$\text{e quindi per avere uno swing di } V_s \text{ la carica che prelevo è } \frac{Q_m}{V_s}$$

$$\Rightarrow C_{eq} = \frac{Q_m}{V_s} = G_2 C_m \quad (\text{non c'è l'effetto di Miller})$$

stimo il **secondo polo**

$$f_2 = \frac{1}{2\pi [G \cdot R_i^{(o)} + C_2 R_i^{(o)}]}$$

$$\frac{1}{g_{mb}} \quad ||$$

\rightarrow il secondo polo non dipende dalla capacità di carico C_2

(G è aperto e C_m è shorted)

... questo in teoria (fig. sopra)

Se guardiamo la figura del buffer reale, le cose sono diverse:

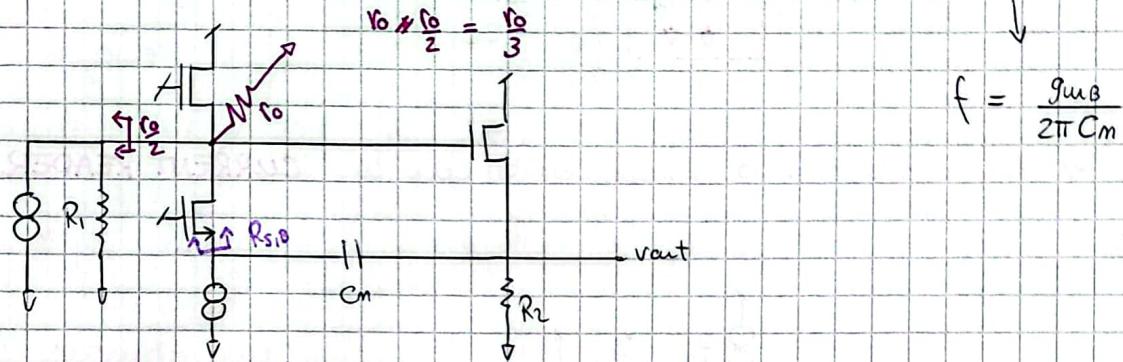
$$R_{S\beta} = \frac{r_{o\beta} + \frac{r_o}{3}}{1 + g_{mB} r_{o\beta}} \approx \frac{1}{g_{mB}} \quad \text{se } r_{o\beta} \gg \frac{r_o}{3} \quad (\text{ma posso fare che sia così})$$

è un' approssimazione molto rude ed è valida solo in una prima analisi

se $C_2 = 0 \rightarrow$ NON HO ZERI

se $C_1 = 0 \rightarrow$ il transistor è spento; NON HO ZERI

se $C_m = 0 \rightarrow$ ho ancora uno zero che prima era @ $\omega = \frac{g_{mB}}{C_m}$



usiamo il metodo delle costanti di tempo per stimare i poli:

$$f_2 = \frac{1}{2\pi [C_1/g_{mB} + C_2 | \frac{g_{mB} R_1}{g_{mB} g_{mB} R_1} |]} \rightarrow$$

come nel caso ideale

$$\frac{R}{G_{loop}} = \frac{1}{g_{mB}} \cdot \frac{1}{g_{mB} R_1}$$

$$f_3 = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{C_1 R_1} + \frac{g_{mB}}{C_2} \right] \rightarrow$$

la corrente scorre tutta su M_B
(g_{mB} è la resistenza vista da C_2 con C_1 shorted)

C_2 è shorted e "assorbe" tutta la corrente del mos e ciò che passa per C_1 può scorrere solo su R_1

$$\approx \frac{g_{mB}}{2\pi C_2}$$

ma $g_{mB} \approx g_{m1}$ e $C_2 > C_1 \Rightarrow f_2 > f_3$

\Rightarrow il risultato non è consistente!

per calcolare i poli dobbiamo fare riferimento alla FdT:

$$s^2 b_2 + s b_1 + 1 = 0$$

dove $b_1 = [C_1 \cdot \frac{1}{g_{mS}} + C_2 \frac{1}{g_{mS} g_{mB} R_1}]$

e $b_2 = [C_1 C_2 R_1^{(0)} R_2^{(1)}] = [C_1 C_2 \frac{1}{g_{mS}} \cdot \frac{1}{g_{mB}}]$

un polinomio del II ordine di quel tipo puo' essere scritto come:

$$\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{\omega_0 Q} + 1 \Rightarrow s^2 + \underline{2s \operatorname{Re}\{\rho\}} + \underline{|\rho|^2} = 0$$

perche':

un polinomio $(x - x_1)(x - x_2) = 0$

$$x^2 - (\underline{x_1 + x_2})x + \underline{x_1 x_2} = 0$$

summa radici prodotto radici

prodotto $\Rightarrow (\bar{\alpha} + j\bar{\omega})(\bar{\alpha} - j\bar{\omega}) = \bar{\alpha}^2 + \bar{\omega}^2 = |\rho|$

somma $\Rightarrow (\bar{\alpha} + j\bar{\omega}) + (\bar{\alpha} - j\bar{\omega}) = -2\bar{\alpha} = -2\operatorname{Re}\{\rho\}$

$$\Rightarrow \frac{s^2}{|\rho|^2} + \frac{s}{|\rho|^2} \underline{2\operatorname{Re}\{\rho\}} + 1 = 0 \quad \text{pongo } \xi_j = \frac{\operatorname{Re}\{\rho\}}{|\rho|}$$

$$\frac{s^2}{|\rho|^2} + \frac{s}{|\rho|} \underline{2\xi_j} + 1 = 0 = \frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{\omega_0 Q} + 1$$



$$\omega_0^2 = |\rho|^2$$

$$Q = \frac{1}{2\xi_j}$$

paragonando $b_2 s^2 + b_1 s + 1 = \frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{\omega_0 Q} + 1$ ricavo che

$$b_2 = \frac{1}{\omega_0^2} = C_1 C_2 \frac{1}{g_{mS} g_{mB}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g_{mS} g_{mB}}{C_1 C_2}}$$

$$b_1 = \frac{1}{\omega_0 Q} = \frac{C_1}{g_{mS}}$$

$$Q = \sqrt{\frac{g_{mS} C_2}{g_{mB} C_1}}$$

nel nostro caso $\omega_0 = 2\pi \cdot 80 \text{ MHz}$ e $Q = 1,76 (4,9 \text{ dB})$

la stima veniva incosistente perché i poli non sono reali mentre tale stima vale solo per poli reali

→ in ω_0 abbiamo un picco di risonanza

che devo decidere dove posizionare considerando che:

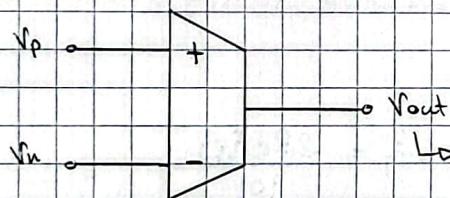
- ho due poli che danno un contributo in fase di $-90^\circ - 90^\circ = -180^\circ$

molto veloci → varia molto velocemente e può rendere instabile

⇒ scelgo di spostare il picco oltre la GBP aumentando g_{mB} e così facendo ottengo un miglioramento in stabilità senza perdere troppo in performance

Quello che ho progettato è detto **OPERATIONAL TRANSCONDUCTANCE**

AMPLIFIER (OTA)



↳ l'out è ad **alta impedenza** e per trasformarlo in OPAMP devo aggiungere un buffer

per fare questo OTA ho usato la cascata fra due stadi G_1 e G_2 che mi hanno introdotto 2 poli

-- esiste un modo per avere un solo stage?

TABELLA DI CONFRONTO

	GBWP	I_{TOS}	C	$\Delta\Phi$	F _{OM}
MILLER	15 MHz	600 μA	16 pF	60°	125 MHz $\frac{pF}{mA}$
NULING	36 MHz	300 μA	6,7 pF	72°	600 MHz $\frac{pF}{mA}$
VOLTAGE	48 MHz	375 μA	5 pF	72°	640 MHz $\frac{pF}{mA}$
CURRENT	72 MHz	120 μA	3,2 pF	72°	860 MHz $\frac{pF}{mA}$

utilizzando due stage cmos

ora provo a mettere tutto in un singolo stage con guadagno di 90 dB...

In tal caso ho che

$$G_v = \text{guad} \frac{f_0}{2} = 90 \text{ dB} = 32000$$

↑
impiego

$$= \frac{2\pi}{V_{DD}} \cdot \frac{V_A}{Z_L} = \frac{V_A}{V_{DD}} \Rightarrow \text{con } V_{DD} = 0,1 \Rightarrow V_A = 3200 \text{ V}$$

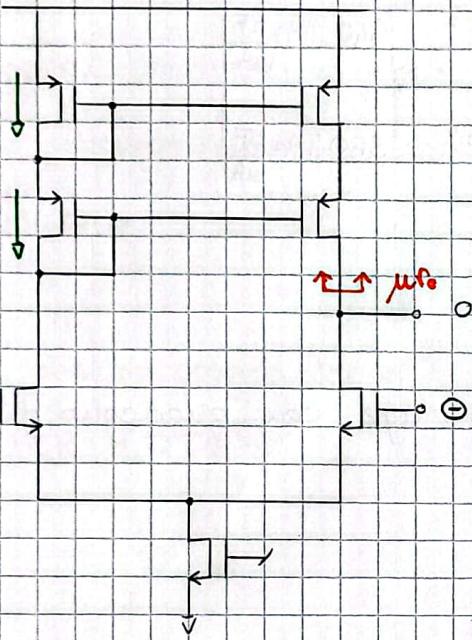
$$\Rightarrow L = \frac{L_0}{V_A} V_A = 160 \mu\text{m}$$

$$\Rightarrow W = L \cdot 150 = \underline{\underline{24 \text{ mm}}} \quad \text{!!!}$$

No un transistor troppo grande, che non puo' essere integrato... questa non e' la strada giusta; posso arrivare a un buon risultato usando una diversa tipologia di amplificatore, detta telescopic cascode amplifier

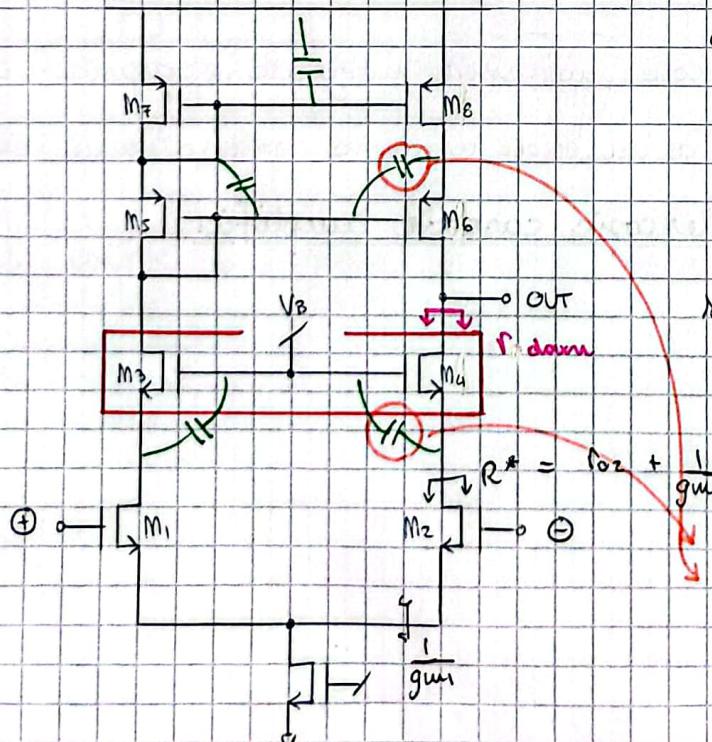
TELESCOPIC CASCODE AMPLIFIER

alla base del dispositivo c'è la volontà di aumentare il gain aumentando $\frac{V_o}{Z}$, la resistenza d'uscita; per farlo usiamo la cascata di **due** mirror che prende il nome di: **CASCODE STRUCTURE**



le due correnti sono uguali perché il
muro sopra tende ad evitare che il suo
drain scenda a causa della corrente
del muro sotto: ergo la stessa I

\Rightarrow ancora, il guscio è l'unitario perché rimane sempre nell'ordine di guscio
 \Rightarrow dico comunque la resistenza vista all'antipode della parte bassa ...



ora la resistenza vista è:

$$r_{down}^0 = \gamma_{04} + \gamma_{02} \cdot 2 + 2g_m \gamma_4 \gamma_{04} \gamma_{02}$$

$\underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{\approx 2g_m \gamma_0^2}$

senza considerare il mirror (feed back)

$$r_{\text{down}} = \frac{1}{2} \cdot 2 g_{\text{up}} r_0^2 = g_{\text{up}} r_0^2$$

$$(1 + g_{\text{M2}} f_{\text{O2}}) \approx f_{\text{O2}} + f_{\text{O2}} = \underline{\underline{2f_{\text{O2}}}}$$

potrebbero aggiungere poli perché vedono n° 10

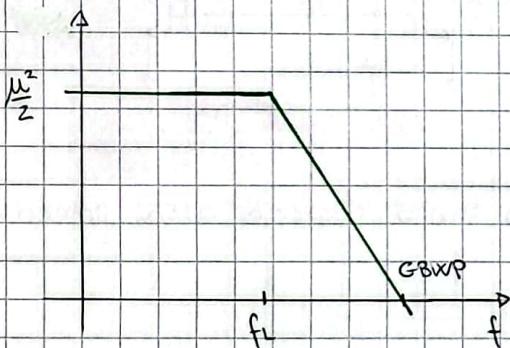
$$\Rightarrow \text{ho una } R_{\text{out}} = \frac{1}{2} g_m r_o^2$$

$$\Rightarrow \text{la corrente rimane la stessa } \frac{g_m}{2} V_d + \frac{g_m}{2} V_d = g_m V_d$$

e quindi ho un gain pari a $G_{\text{id}} = \mu g_m \frac{r_o}{2} \approx \frac{\mu^2}{2}$

in questo caso:

- non ho più il problema della compensazione
- l'errore relativo al mirror è ancora presente (parte della corrente che passa su r_o , non viene specchiata)
- mi aspetto di avere un CMRR migliore perché il bilanciamento è più volte più basso
- la risposta in frequenza è la seguente:



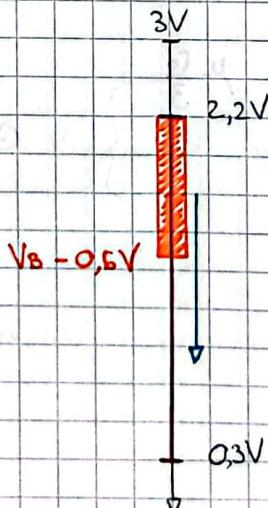
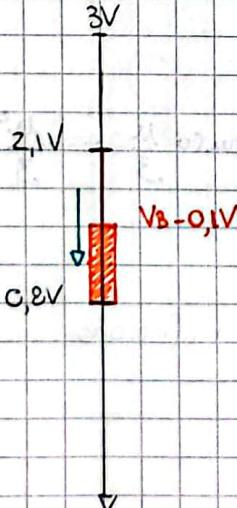
$$f_L = \frac{1}{2\pi C_2 \mu \frac{r_o}{2}}$$

$$GBWP = \frac{g_m \frac{r_o}{2}}{1 + 2\pi C_2 g_m \frac{r_o}{2}} = \frac{g_m}{2\pi C_2}$$

→ pari all'altra configurazione

le due capacità che potevamo aggiungere poi non modificano f_L perché danno contributo trascurabile: $C_2 \frac{\mu^2}{2} + C_4 + C_6 r_o + C_8 r_o$ ~~$\frac{g_m}{2}$~~ trascurabile ...

- abbiamo un problema di swing



dovendo scegliere se aumentare lo swing in input, diminuendo l'altro ...

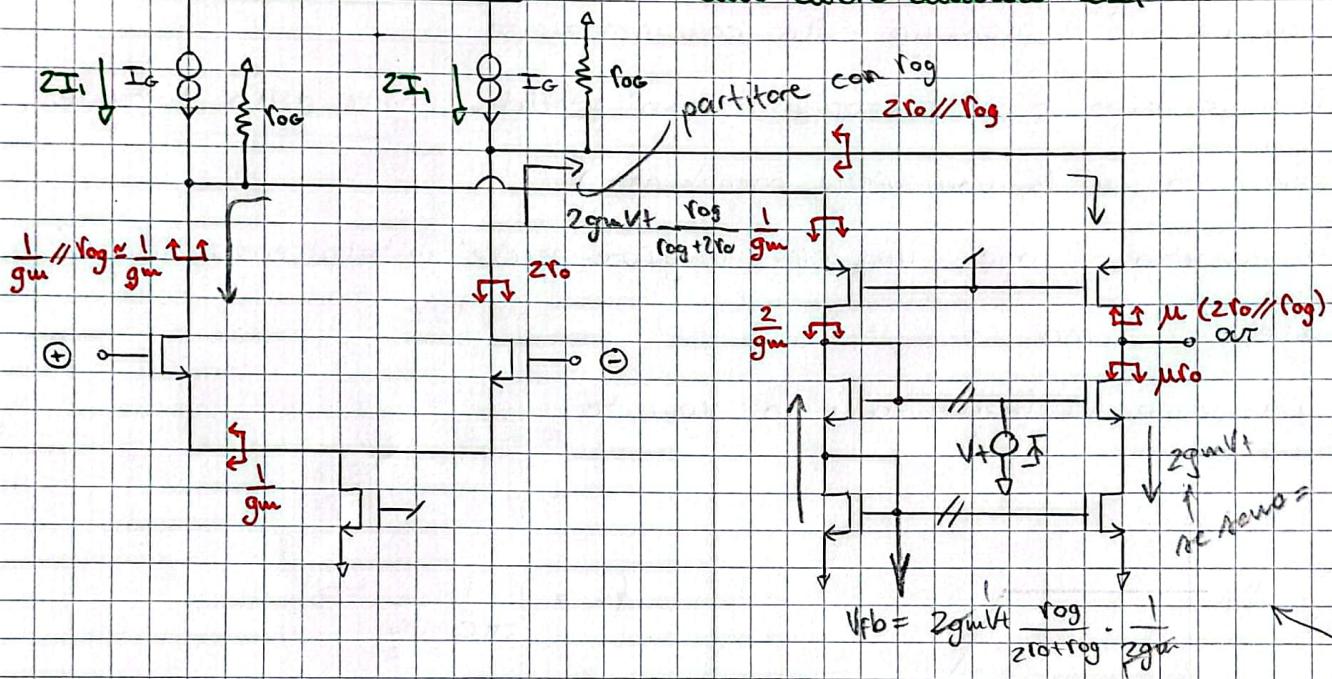
→ in buffer va bene!

per mitigare tale limitazione nello swing, dovuta alla lunga serie di transistors posso usare una **FOLDED CASCODE**



implemento il mirror con degli NMOS

affinché non sia OFF la parte folded deve avere almeno $2I_s$.



controlliamo che il gain non sia variato troppo rispetto alla precedente struttura:

$$r_{down} = \mu R_D$$

testo tagliando i due mirror
(sono in serie $\Rightarrow g_m = g_{m1} + g_{m2}$)

$$r_{up} = \frac{g_m R_D (2R_D // R_F)}{1 - G_{loop}}$$

$$G_{loop} = - \frac{R_F}{R_F + 2R_D}$$

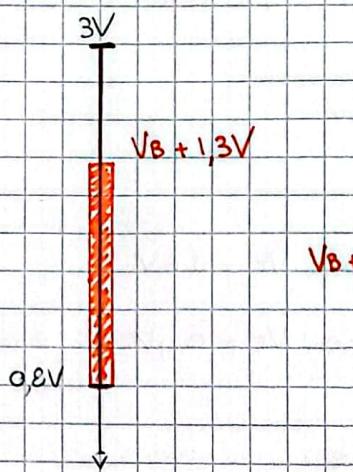
$$\Rightarrow R_{out} = \mu R_D // \mu (R_D // R_F) = \dots \approx \mu \frac{R_D}{3}$$

$$\text{la corrente } i_{cc} = g_m r_d$$

$$\left. \right\} G_d \approx g_m \mu \frac{R_D}{3} = \frac{\mu^2}{3}$$

leggermente inferiore

Ma ho uno swing notevolmente aumentato:



$$3V \quad 3V \quad 2,8V \rightarrow \text{se ho } V_B = 1,7V ?$$

all'input ho uno swing $0,8 \rightarrow V_{DD}$

all'output ho un swing $0,8 \rightarrow 2,8$

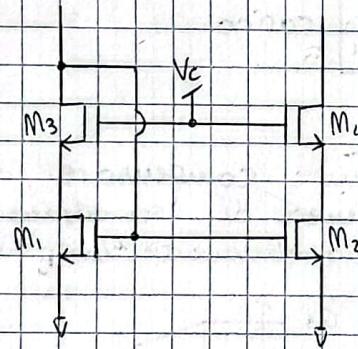
→ è notevolmente superiore rispetto a prima

posso incrementare ulteriormente lo swing in uscita usando un

ENHANCED MIRROR

→ pongo il gate del mirror in alto @ V_C

→ collego il gate del mirror di sotto al drain di quello sopra



posso "prelevare" V_C dal
drain di M_3 con un cristallo
interposto:



talé configurazione abbassa notevolmente il potenziale del nodo di source di M_3 (e di M_4) e infatti se ho

$$V_C = 0,8V$$

\downarrow
 $V_{out,2} = 0,1V \quad V_{out,4} = 0,1V \Rightarrow$ ho un $V_{out,min} = 0,2V$

\downarrow
viene ridotto di molto
(prima era 0,8V)

NESTED MILLER COMPENSATION

scalandando la tecnologia non posso più usare 3V

@ 0,35 μm $\Rightarrow V_{DD} = 3,3V$ e una soglia $V_T = 0,6V$

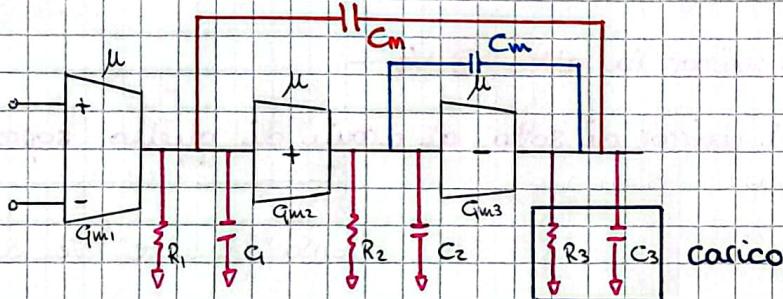
@ 65 nm $\Rightarrow V_{DD} = 0,9V$ e una soglia $V_T = 0,4V$

\Rightarrow la soglia cala meno rispetto all'alimentazione

\Rightarrow non riesco a mettere molti transistor uno sopra l'altro ...

... le cascode sono difficili da implementare

\Rightarrow molte volte sono obbligato ad usare 3 stadi

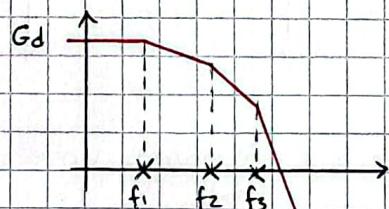


\Rightarrow ho 3 poli e quindi devo assolutamente **compensare**, e lo facciamo in incontrando l'angolo di -60 dB con pendenza di -20 dB/dec

3 step:

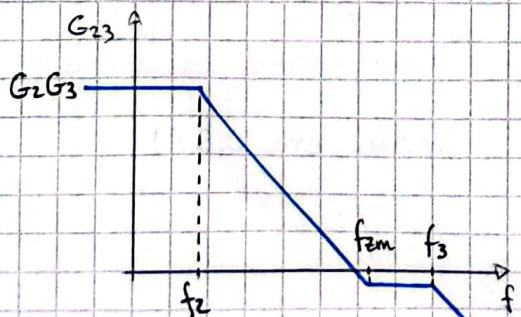
\Rightarrow sono altamente instabile

- approccio intuitivo
- sizing
- calcoli



e quello che voglio ottenere è un singolo polo dominante :

dividiamo gli stage, raggruppando i secondi due e facciamo una compensazione di Miller, in questo modo otteniamo una FdT.



\rightarrow ho un polo dominante (Miller) e spostato le altre ingolarità a freq. + alta

in questo caso ho un

$$G_{T2}(0) = G_{m2} R_2 G_{m3} R_3$$

$$f_2 = \frac{1}{2\pi R_2 G_{m3} R_3 C_m}$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} GBWP_{2,3} = \frac{C_{m2}}{2\pi C_m}$$

ho poi uno zero $f_2 = \frac{G_{m3}}{2\pi C_m}$ ($\rightarrow GBWP_{2,3}$)

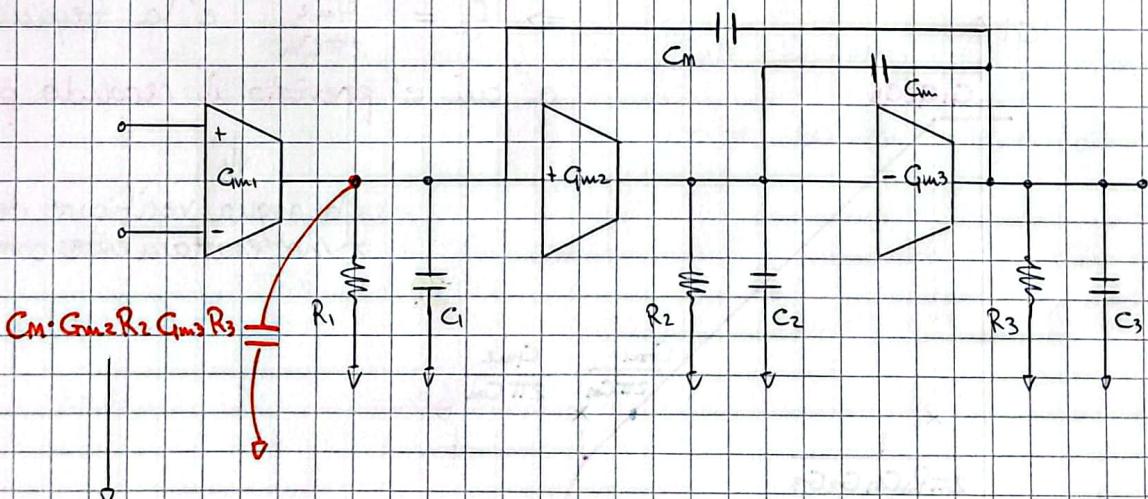
e un terzo polo $f_3 = \frac{G_{m3}}{2\pi (C_3 + C_2)}$ (lo stimo considerando C_m shorted)

... come una classica compensazione di Miller. Abbiamo ottenuto un singolo polo dominante \Rightarrow il nizing deve rispettare le ipotesi della pag succ.

... rifacciamo una **seconda compensazione di Miller per allontanare i poli del primo stage e del secondo/terzo stage** (quello dominante)

\Rightarrow NESTED MILLER COMP.: una dentro l'altra

affinché valga l'effetto di Miller, tra il nodo 1 e il nodo 3 deve avere un guadagno invertente: ecco perché uso un $(+)$ e un $(-)$

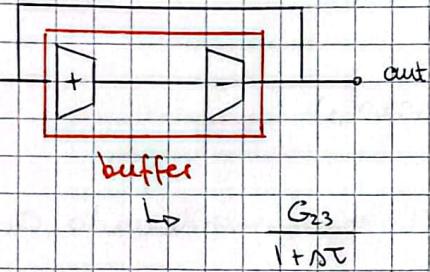


mi genera un polo dominante @ $f_1 = \frac{1}{2\pi R_1 C_m G_{m2} R_2 G_{m3} R_3}$

e quindi una $GBWP = \frac{G_{m1}}{2\pi C_m}$

per stimare il secondo polo (quello dominante per C_m) cato circuito C_m

quello che ottengo e' un buffer

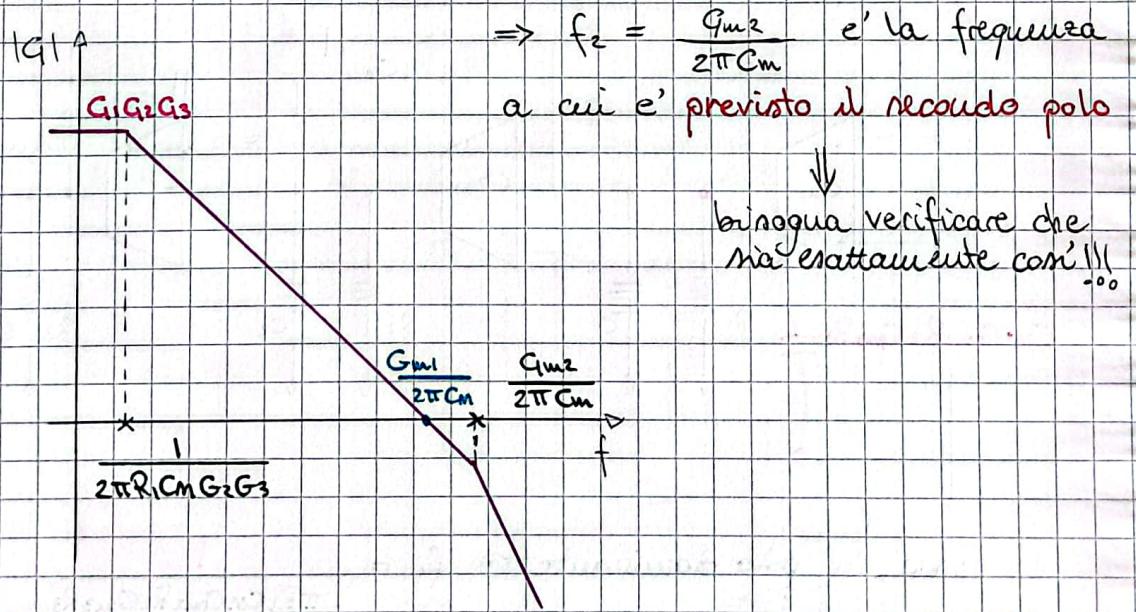


$$\text{closed-loop: } \frac{1}{1 + \Delta T_H} \text{ dove } T_H = \frac{T}{C_{123}}$$

$$\text{dove } \frac{1}{2\pi T_H} = \frac{G_{23}}{2\pi T} = \text{GBWP}_{23}$$

e quindi un amplificatore con un singolo polo e' in configurazione buffer, allora il polo e' spostato alla GBWP

e quindi mi aspetto che il secondo polo (quello che stavo cercando) sia alla $\text{GBWP}_{2,3} = \frac{G_{m2}}{2\pi C_m}$ come calcolata precedentemente



affinché ciò valga devono valere alcune "ipotesi"

① il terzo polo (rettificato da C3) deve essere $\gg \text{GBWP}_{2,3}$

$$\frac{G_{m2}}{2\pi C_m} \ll \frac{G_{m3}}{2\pi C_3}$$

② la GBWP dell'intero < GBWP del secondo/terzo stadio

riassumendo:

$$\frac{G_{m1}}{2\pi C_m} \ll \frac{G_{m2}}{2\pi C_m} \ll \frac{G_{m3}}{2\pi C_3}$$

IMPLEMENTAZIONE CIRCUITALE

facciamo un **sizing** considerando $C_3 = s\sqrt{f} \wedge GBWP = 5 \text{ MHz} \dots$

per fatto recuperiamo alcuni dei risultati già ottenuti precedentemente

$$\frac{G_{m3}}{G_{m2}} \approx 3 \Rightarrow SG_{BW_{2,3}} \approx f_2 \quad (\text{ricavato numericamente in precedenza})$$



per dividere $GBWP$ e farlo $|f_2| > GBWP$

(questo cui permetteva di avere $+18^\circ$ di margine)

poiché tra $\frac{G_{m2}}{2\pi C_m} \ll \frac{G_{m3}}{2\pi C_3}$ c'è un fattore 5, potrei pensare di fare uguale

anche nella prima equazione, ma è troppo... basta un fattore 2

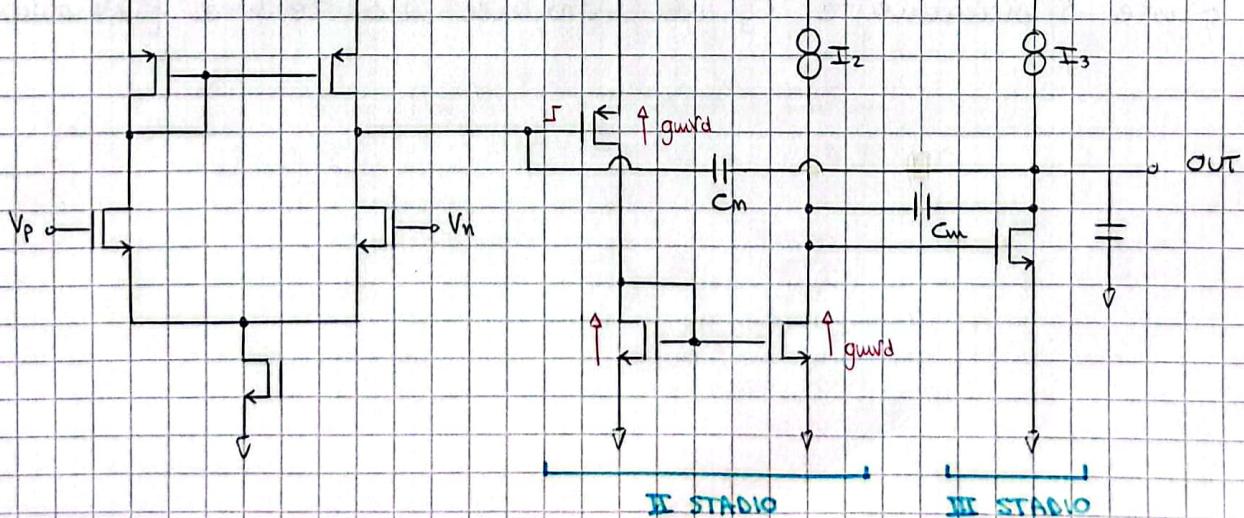


se settiamo il secondo polo a 2 $GBWP$

$$\tan^{-1} \frac{GBWP}{f_2} = \tan^{-1} \frac{1}{2} = 30^\circ \quad \left. \begin{array}{l} \text{ho che esso contribuisce per solo } -30^\circ, \\ \text{cioè } 60^\circ \text{ di margine che sono sufficienti} \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \text{secolo} \frac{G_{m1}}{2\pi C_m} \ll \frac{G_{m2}}{2\pi C_m} \quad \xrightarrow{x2}$$

la struttura è la seguente:



$$\text{Ne } \frac{G_{m3}}{2\pi C_3} = 50 \text{ MHz} \Rightarrow G_{m3} = 2\pi C_3 \cdot 50 \text{ MHz} = 1,6 \mu\text{AV}^{-1}$$

e quindi $G_{m2} \approx \frac{1}{3} G_{m3} = 0,5 \mu\text{AV}^{-1}$

$$\text{Ne } \frac{G_{m2}}{2\pi C_m} = 10 \text{ MHz} \Rightarrow C_m = \frac{G_{m2}}{2\pi \cdot 10 \text{ MHz}} = 8,3 \text{ pF}$$

per quanto riguarda la seconda parte; per la prima:

$$\frac{G_{m1}}{2\pi C_m} = 5 \text{ MHz} \quad \text{2 gradi di libertà}$$



ma devo rispettare le condizioni sul rumore,
da cui ricavo $G_{m1} | G_{m1} = 1,5 \mu\text{AV}^{-1}$

$$\Rightarrow C_m = 48 \text{ pF}$$

ho poi che le correnti sono $I_3 = \frac{G_{m3} V_{os}^{0,1V}}{2} = 80 \mu\text{A}$

$0,2V \rightarrow$ perché volevo $0,8V$ al mirr...

$$I_2 = \frac{G_{m2} V_{os}^{0,2V}}{2} = 50 \mu\text{A} \quad \text{frena}$$

$$\Rightarrow I_{2,\text{tot}} = 100 \mu\text{A}$$

e quindi l'assorbimento totale è $I_{\text{tot}} = 330 \mu\text{A}$

Ora dobbiamo verificare che tutto sia rispettato e... niente nelle
posizioni attese... per farlo passiamo dalla funzione di trasferimento
dell' OTA di Nested-Miller tenendo presente che:

- 5 capacità diventano 3 per effetto di Miller
- di queste 3 sicuramente C_3 non introduce uno zero a $f \neq +\infty$

quindi:

$$G_{m1} = 1,5 \text{ mA V}^{-1}$$

$$L_1 = 0,35 \mu\text{m}$$

$$I_1 = 150 \mu\text{A}$$

$$G_{m2} = 0,5 \text{ mA V}^{-1}$$

$$L_2 = 0,7 \mu\text{m}$$

$$2I_2 = 100 \mu\text{A}$$

$$G_{m3} = 1,6 \text{ mA V}^{-1}$$

$$L_3 = 0,7 \mu\text{m}$$

$$I_3 = 80 \mu\text{A}$$

$$G_1 = 70$$

$$G_2 = 70$$

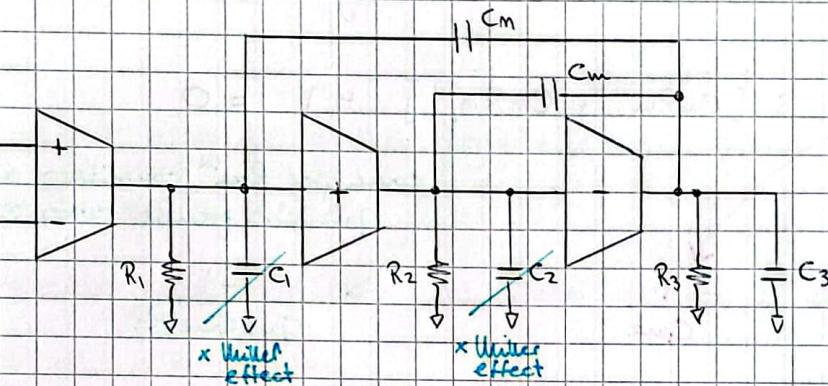
$$G_3 = 140$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} G = 117 \text{ dB}$$

$$R_1 = 47 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 140 \text{ k}\Omega$$

$$R_3 = 88 \text{ k}\Omega$$



ho 3 capacità indipendenti \Rightarrow [3 poli]

quindi posso scrivere la FdT del circuito come:

$$T(s) = \frac{a_2 s^2 + a_1 s + 1}{b_3 s^3 + \underbrace{b_2 s^2 + b_1 s + 1}_{(1 + \frac{s}{\omega_m})}} \quad \text{polo dominante}$$

\rightarrow solo C_m e C_m introducono 0 $\Rightarrow 2^\circ$ grado
 \rightarrow 3 poli $\Rightarrow 3^\circ$ grado

$\omega_m = 2\pi f_1$

il calcolo delle resistenze è nelle dispense ...

$$\Rightarrow T(s) = \frac{\Delta^2 C_m C_m R_{m1}^{(0)} R_{m2}^{(0)}}{(1 + \frac{s}{\omega_m}) (\Delta^2 C_m C_3 R_{m1}^{(0)} R_{m2}^{(0)})} + \frac{\Delta [C_m R_{m1}^{(0)} + C_m R_{m2}^{(0)}]}{(1 + \frac{s}{\omega_m}) (\Delta^2 C_m C_3 R_{m1}^{(0)} R_{m2}^{(0)})} + 1$$

$$\frac{1}{G_{m3} - G_{m2}}$$

MOLTO OFFICIALE

$$\frac{1}{G_{m3} G_{m2} R_2}$$

$$\frac{G_{m3} - G_{m2}}{G_{m3} G_{m2}}$$

$$\Rightarrow T(s) = \frac{a_2 s^2 + a_1 s + 1}{(1 + \frac{s}{\omega_m}) (s^2 \frac{C_m C_3}{G_{m3} G_{m2}} + s [\frac{C_m (G_{m3} - G_{m2})}{G_{m3} G_{m2}} + \frac{C_3}{G_{m3} G_{m2} R_2}]) + 1}$$

tranc... fai i conti!

otteniamo che i due poli ad alta freq.
possono essere complessi coniugati:

$$\Rightarrow Q = \frac{1}{\omega_{01}} = \frac{\sqrt{G_{m3} G_{m2}}}{G_{m3} G_{m2}} \sqrt{\frac{C_3}{C_m}} = 0,64$$

$$\Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_{m3} C_{m2}}{C_m C_3}} = 22 \text{ MHz}$$

\Rightarrow questo risultato si discosta dalla
precedente fatta precedentemente!

lavoriamo ora con il numeratore e troviamo gli zeri:

$$s^2 C_m C_m R_{m1}^{(o)} R_{m2}^{(m)} + s [C_m R_{m1}^{(o)} + C_m R_{m2}^{(m)}] + 1 = 0$$

$$\frac{-1}{C_{m3}}$$

come per $R_{m1}^{(o)}$, considero anche che ho
 G_{m2} che prende corrente da R_2

$$\frac{-1}{G_{m3} G_{m2} R_2}$$

La corrente puo' scorrere
solo attraverso G_{m3}

trascutabile ($G_{m2} R_2 = G_2$)

$$-s^2 C_m C_m \frac{1}{G_{m3} G_{m2}} - s \left[\frac{C_m}{G_{m3}} + \frac{C_m}{G_{m3} G_{m2} R_2} \right] + 1 = 0$$

ho due radici \Rightarrow 2 zeri, uno positivo, uno negativo

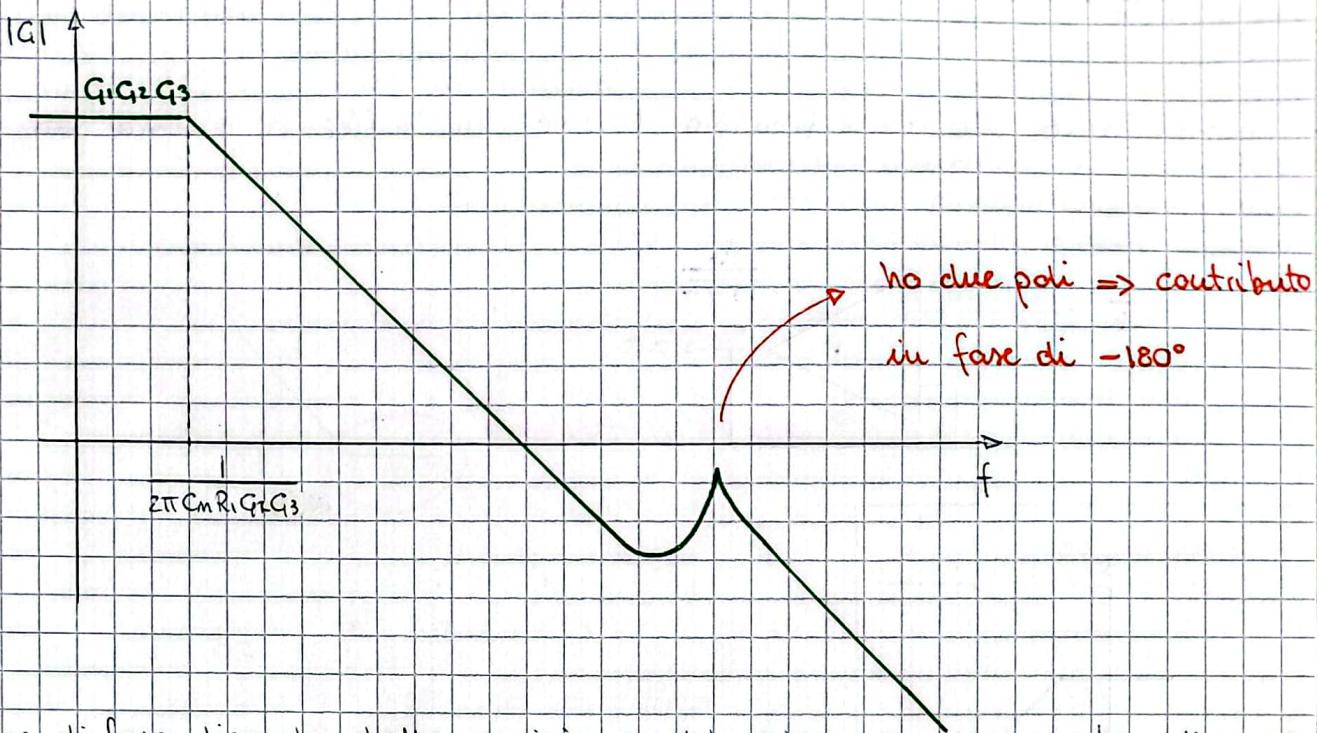
↓
variazione ↓
permanenza

$$\Rightarrow Z_{1,2} = - \frac{G_{m2}}{2C_m} \left[1 \pm \sqrt{1 + 4 \frac{C_m G_{m3}}{G_{m2} C_m}} \right]$$

che sono a frequenza $f_z^{(\pm)}$, dove lo zero negativo e' quello a frequenza +
elevata, quello positivo a frequenza + bassa

$$f_z^{(\pm)} = \frac{G_{m2}}{4\pi C_m} \left[\sqrt{4 \frac{C_m G_{m3}}{G_{m2} C_m}} \pm 1 \right]$$

lo zero positivo a circa 6 MHz e lo zero negativo a circa 8 MHz: sono molto
vicini e si cancellano quasi, ma visto che ho prima lo zero positivo allora
ha una degradazione del margine di fase



il margine di fase dipende dalla posizione del picco e se questo attraversa l'asse a 0dB

→ se abbiamo un cross-over del picco allora il margine di fase va considerato in quel punto

→ in tal caso può essere conveniente variare G_{m3} per variare il fattore Q e per ridurlo sotto 0,5 ⇒ abbiamo così poli reali

notiamo che:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_{m2}}{C_m} \frac{C_{m3}}{C_3}} = \sqrt{20} \text{ GBWP} = 4,5 \text{ GBWP}$$

↓
 GBWP₂
 ||
 2 GBWP

↓
 high-freq pole
 ||
 10 GBWP

quantità sotto $\sqrt{\cdot}$

$$Q = \frac{\frac{(C_3)^3}{(C_{m2})(C_{m3})^2 + 1} \cdot \frac{2\pi \cdot 4,5 \cdot \text{GBWP}}{2\pi \cdot 10 \text{ GBWP}}}{3-1} = \frac{3}{3-1} \cdot \frac{2\pi \cdot 4,5 \text{ GBWP}}{2\pi \cdot 10 \text{ GBWP}} = 0,67$$

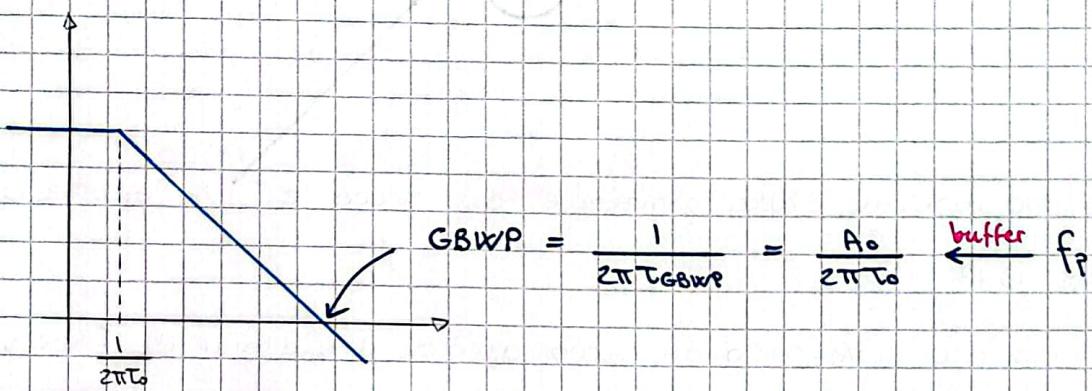
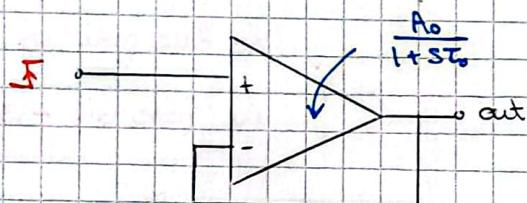
Ho quindi un margine di fase pari a:

$$\Delta\Phi_M = 90^\circ - \tan^{-1}\left(\frac{\text{GBWP} \cdot f_0}{Q(f_0^2 - \text{GBWP}^2)}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{\text{GBWP}}{f_2^+}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{\text{GBWP}}{f_2^-}\right) \approx 76^\circ$$

IN-BAND DOUBLETS

ϵ SLEW RATE

consideriamo un amplificatore lineare in buffer a singolo polo

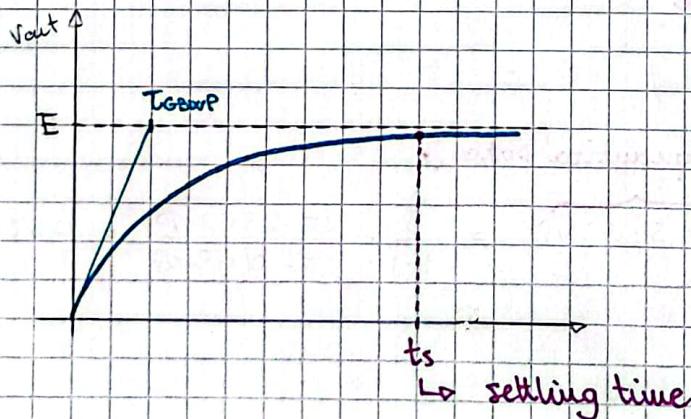


perche' la closed-loop $T(s)$ e':

$$T(s) = \frac{-A_o}{1 + \frac{A_o}{1 + sT_o}} \xrightarrow{\text{forward gain}} = \dots = \frac{A_o}{A_o + 1} \frac{1}{1 + s \frac{T_o}{A_o + 1}} \xrightarrow[A_o \gg 1]{\text{1 - Gloop}} \frac{1}{1 + s \frac{T_o}{A_o}}$$

il polo si muove verso la GBWP! (infatti siamo in configurazione a buffer)

e quindi:

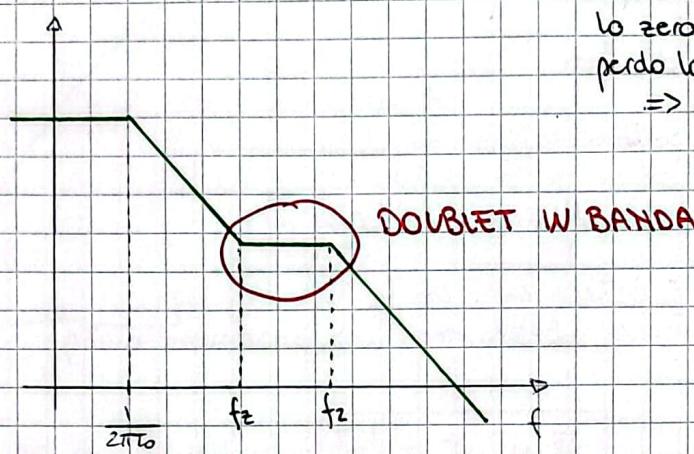


$$t_s = T_{GBWP} \cdot \ln \frac{E}{\Delta}$$

puo' valere 100, 1000

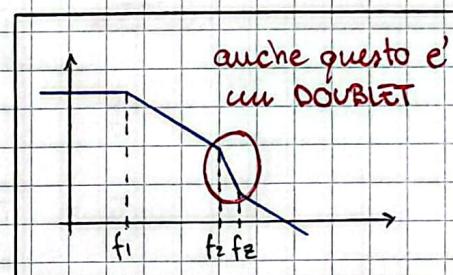
e ne abbiamo altri poli e zeri?

per ora abbiamo sempre visto la presenza di altre singolarità dopo la GBWP, ma se sono prima, cioè in banda:



(se devo aumentare A_0 senza fare il renzing del circuito non posso avere lo zero esattamente @GBWP altrimenti perdo la compensazione
=> devo anticiparlo)

) qui si genera un:



consideriamo la time-response in questo caso:

$$\Rightarrow \text{la FdT dell'amp. e': } A(\lambda) = \frac{A_0(1+\beta\tau_2)}{(1+\beta\tau_0)(1+\beta\tau_2)}$$

→ OTA con DOUBLET in configurazione buffer

$$\Rightarrow \text{closed-loop FdT: } T(s) = \frac{\frac{A_0(1+\beta\tau_2)}{(1+\beta\tau_0)(1+\beta\tau_2)}}{1 + \frac{A_0(1+\beta\tau_2)}{(1+\beta\tau_0)(1+\beta\tau_2)}} = \dots$$

$$= \frac{A_0}{A_0+1} \frac{\beta\tau_2 + 1}{s^2 \frac{\tau_0 \tau_2}{A_0+1} + s \frac{A_0 \tau_2 + \tau_0 + \tau_2}{A_0+1} + 1}$$

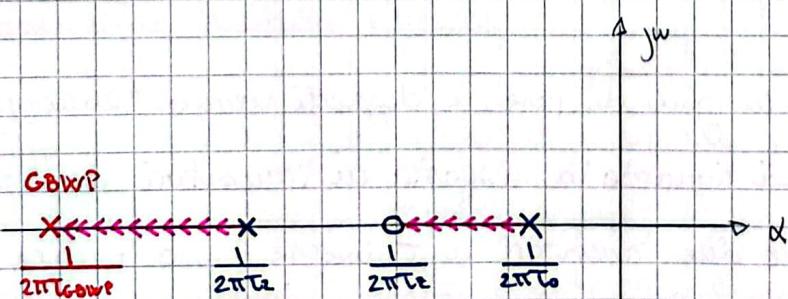
$\downarrow A_0 \gg 1$

a cui interessa la loro posizione reciproca

- parto con due poli → ottengo due poli

- ogni volta che ho uno zero nell'open-loop gain, lo zero rimane anche nel closed-loop gain (e rimane lo stesso)

i due poli sono reali e la $T(s)$ ha la forma della FdT dell'amplificatore



- open-loop gain singularities

- closed-loop gain poles

- il primo polo si muove verso lo zero (che è fermo)

- il secondo polo si muove verso la GBWP

in pratica: quello che succede è che il primo polo tenderebbe a muoversi verso la GBWP (nel primo caso avevo lo zero a ω_0), ma avendo uno zero prima, si ferma a tale zero; il secondo polo, che tende a raggiungere il secondo zero a ω_0 , si ferma prima alla GBWP

possiamo anche stimare i poli

$$\Rightarrow f_L = \frac{1}{2\pi T_L} = \frac{1}{2\pi \left[A_0 T_2 + T_0 + T_2 \right]} \downarrow$$

$$T_L = T_2 + \frac{T_0 + T_2}{A_0} \approx T_2 + \frac{T_0}{A_0} \text{ e quindi } T_L > T_2$$

$$\Rightarrow T_H \approx T_{GBWP} = \frac{T_0}{A_0} \text{ e quindi } T_H < T_L$$

$$\Rightarrow V_{out}(s) = \frac{E}{s} \frac{1 + \beta T_2}{(1 + \beta T_L)(1 + \beta T_H)} = \frac{E}{s} \left[\frac{A}{1 + \beta T_L} + \frac{B}{1 + \beta T_H} \right]$$

divisione in frazioni semplici

(TEOREMA: FRAZIONI SEMPLICI)

$$\left. \begin{array}{l} A = \lim_{s \rightarrow -T_L} V_{out}(s) (1 + \beta T_L) = \frac{T_L - T_2}{T_L - T_H} \\ B = \lim_{s \rightarrow -T_H} V_{out}(s) (1 + \beta T_H) = \frac{T_2 - T_H}{T_L - T_H} \end{array} \right\}$$

$$V_{out}(t) = E \left[A (1 - e^{-\frac{t}{T_L}}) + B (1 - e^{-\frac{t}{T_H}}) \right]$$

$$= E \left[A + B - A e^{-\frac{t}{T_L}} - B e^{-\frac{t}{T_H}} \right]$$

$$A+B = \frac{T_L - T_2 + T_2 - T_H}{T_L - T_H} = 1$$

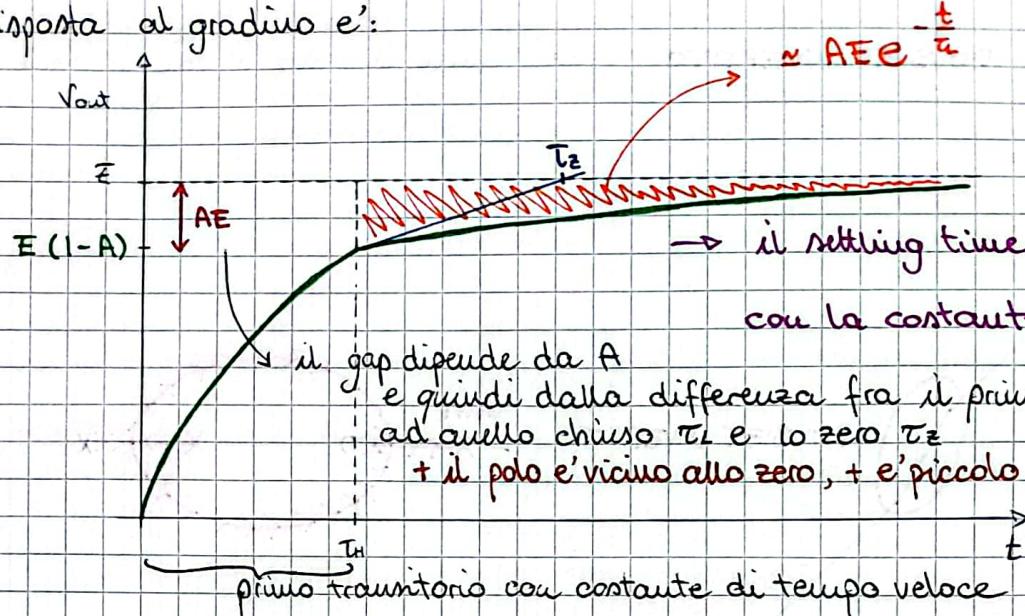
$$= E \left[1 - A e^{-\frac{t}{T_L}} - B e^{-\frac{t}{T_H}} \right]$$

$$f=0 \Rightarrow t = +\infty$$

in OC ho $V_{out} = E$

Nonostante l'impatto positivo sul margine di fase i doppietti vanno "maneggiati con cautela" perché sono critici riguardo la risposta ai transitori dell'OTA e infatti ho che il segnale segue due transitori a τ diverse: uno + veloce e uno + lento

la risposta al gradino è:



Se dal punto di vista della banda e del margine di fase non ho problemi, dal punto di vista del tracitorio e del settling time ho un calo importante delle performance perché aumenta significativamente il settling time

\Rightarrow il doublet in banda può causare problemi ...

Muovendo lo zero ... vario due parametri:

1) A_E varia e quindi T_h varia

2) T_z varia e diventa + o - lento

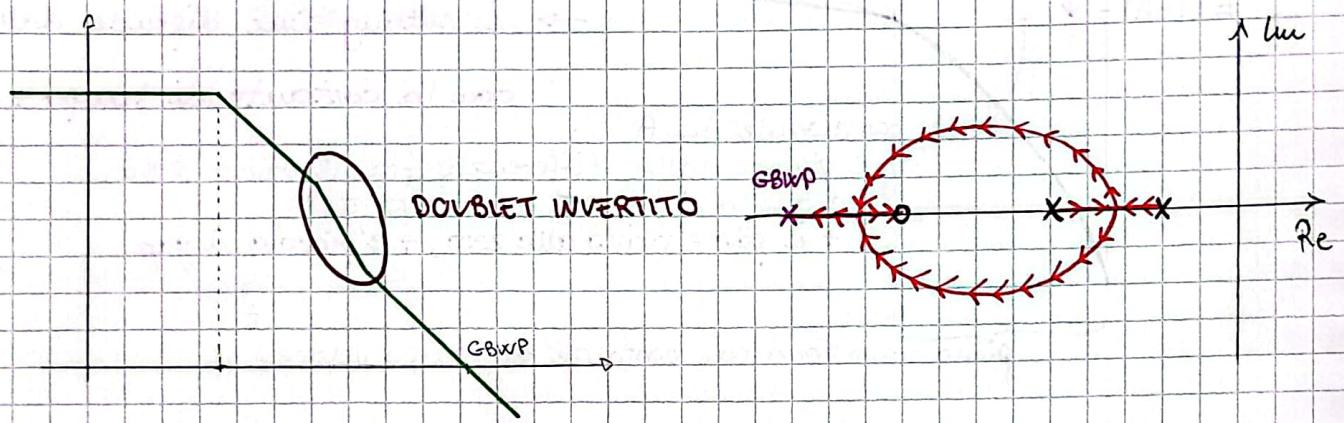
Muovendo lo zero + vicino alla GBWP allora T_h diminisce e la seconda esponenziale diventa + veloce

Per la configurazione a buffer mi ricava che per mitigare e ridurre il gap si deve spostare lo zero a frequenza più bassa ($A = \frac{f_z}{GBWP}$, vedi dispense) ma questo fa sì che il secondo tracitorio diventi più lento ($T_L \propto T_z$)

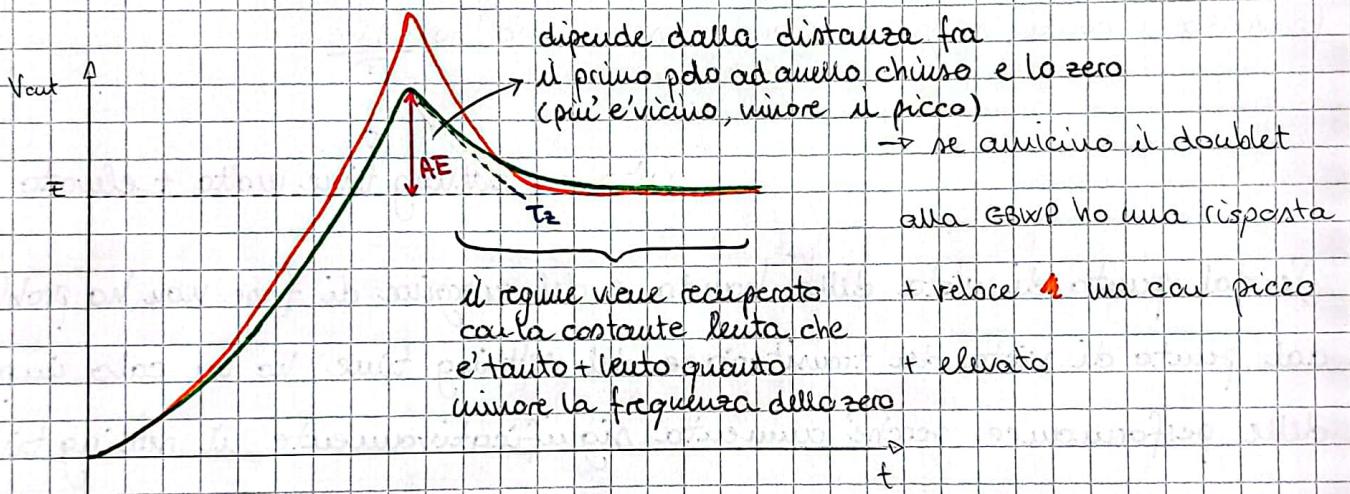
\Rightarrow e' un compromesso

Se abbiamo un DOUBLET INVERTITO, cioè prima il polo e poi lo zero

ho un traiettorio che è equivalente ma complementare:



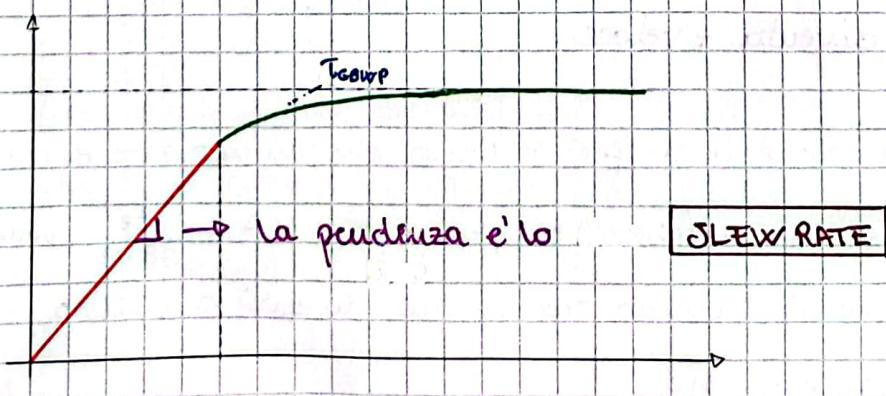
alla risposta temporale si aggiunge un overshoot (risposta al gradino):



L'analisi della risposta lineare è solo una semplificazione; guardando ciò che succede realmente all'output dell'amplificatore, **non avremo mai una risposta lineare per variazioni significative dell'input**

→ avremo una prima parte dominata da non linearità

→ una seconda dominata da zero e poli dell'amplificatore

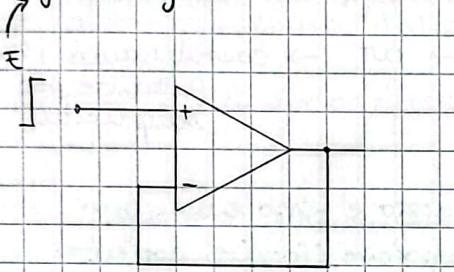


Lo **SLEW RATE** e' la massima pendenza che l'output puo' avere; e' dovuto alla corrente limitata disponibile dentro l'amplificatore per caricare le capacita'.

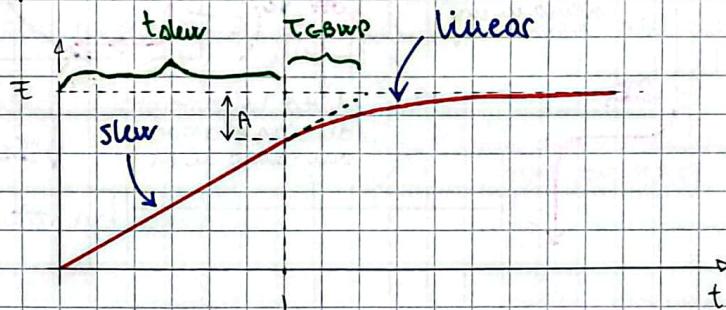
→ ho delle limitazioni alle risposte a segnali larghi e veloci

Il modello e' il seguente valido per un polo: e considera la risposta al gradino:

grande segnale es.: 1V di variaz.



il buffer ha un polo ad
attollo chiuso @ GBWP



la divisione e' data da:

- la massima pendenza dell'esponenziale e' @ 0 e vale $\frac{A}{T_{GBWP}}$

- la risposta rimarrà in regione slew finché la pendenza della risposta sarà uguale alla slew rate:

CROSS-OVER →

$$\frac{A}{T_{GBWP}} = SR$$

A: ampiezza residua

assumiamo di avere $GBWP = 50 \text{ MHz}$ e $SR = 10 \text{ V}/\mu\text{s}$ e $E = 1 \text{ V}$

↓

$$T_{GBWP} = 31,8 \text{ ns}$$

$$\Rightarrow \frac{E}{t_{slew} + T_{GBWP}} = SR \Rightarrow t_{slew} + T_{GBWP} = \frac{E}{SR}$$

$$\Rightarrow t_{slew} = \frac{10 \text{ V}}{10 \text{ V}} \mu\text{s} - T_{GBWP} = 100 - 32 \text{ ns} = 68 \text{ ns}$$

mentre $A = SR \cdot T_{GBWP}$

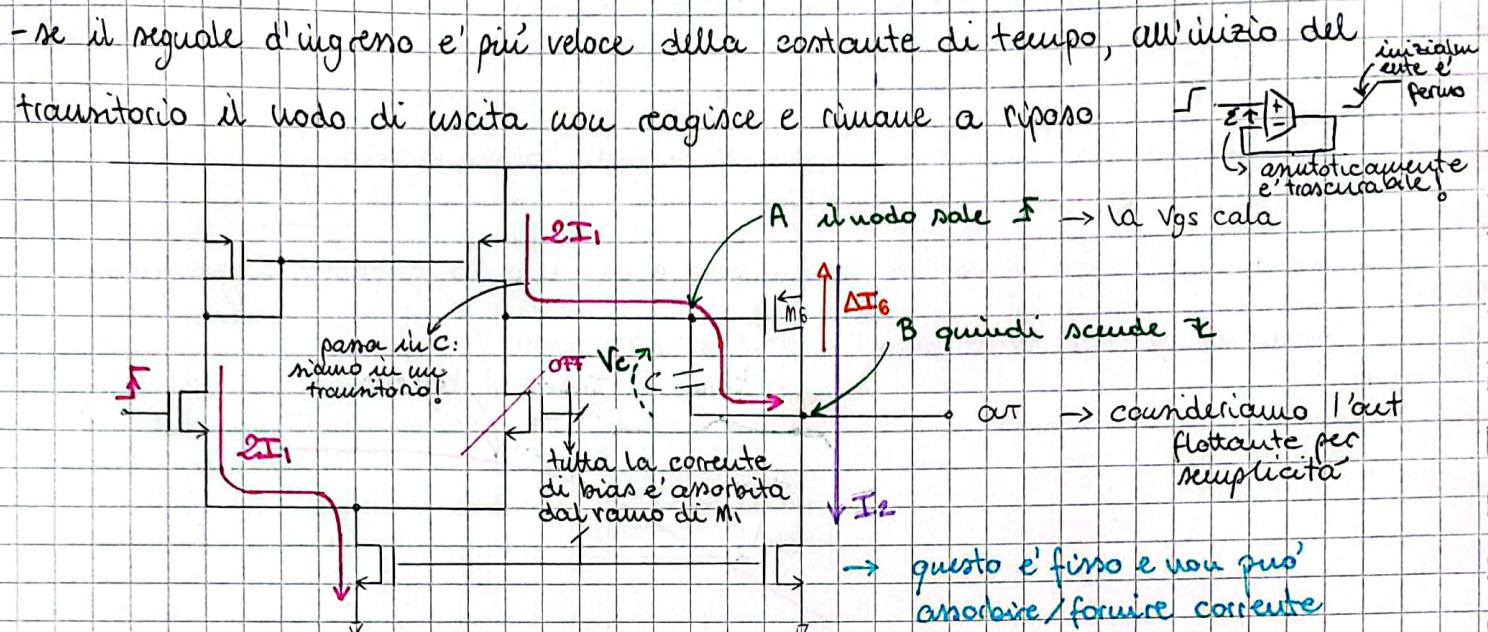
$$\frac{10 \text{ V}}{\mu\text{s}} \cdot 32 \text{ ns} \approx 320 \text{ mV}$$

⇒ La risposta lineare inizia con $\begin{cases} A = 320 \text{ mV} \\ t = 68 \text{ ns} \end{cases}$

$$\Rightarrow \text{il rettify time } t_s = T_{GBWP} \ln \frac{A}{EE} \approx 110 \text{ ns}$$

† quelli che devo attendere
in cui ho la slew rate

Consideriamo il nostro OTA.



- dall'altro canto il segnale è abbastanza grosso da commutare completamente lo stadio A

- il parametro SLEW-RATE è un parametro di grande segnale e non piccolo segnale, quindi testiamo l'OTA con un grande segnale

INTERNAL SLEW RATE LIMIT

$$i = 2I_1 = C \frac{dv_c}{dt} \Rightarrow \frac{dv_c}{dt} = \frac{2I_1}{C} = SR \rightarrow \text{la tensione ai capi di } C \text{ aumenta linearmente!}$$

ho un punto di lavoro costante se e solo se $\uparrow = \uparrow$

e quindi il nodo A sale di:

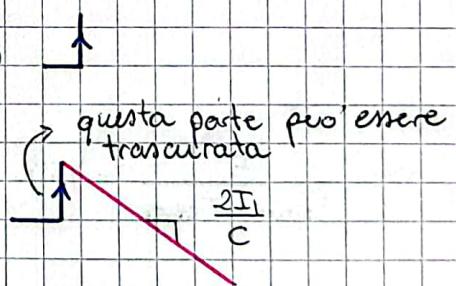
$\hookrightarrow M_6$ provvede ad assorbire tutta la corrente di carica di C pari a $2I_1$.

$$V_A = 2I_1 \quad (\text{uguaglia le correnti})$$

e se A sale allora B lo segue (ha una capacità...)

(lo zero trasferisce lo swing immediatamente)

poi il nodo B cala con una pendenza di $\frac{2I_1}{C}$



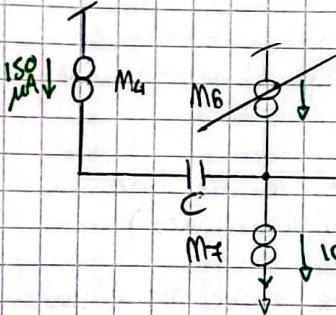
affinché ciò sia costante $I_2 > 2I_1$, altrimenti M_6 si spegnerebbe;

esso può assorbire una corrente $2I_1$ se $I_2 > 2I_1$

\rightarrow questa impostazione mette il bias al secondo stage

\Rightarrow Lo slew-rate mette il bias del secondo stage

Cosa succede se invece ho $I_2 < 2I_1$:

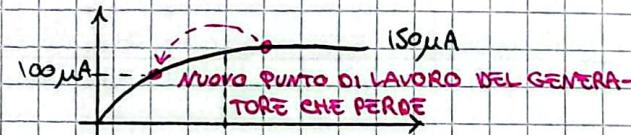


Si spegne e non fornisce più corrente perché la $V_{DS} < V_T$
visto che il segnale è inverso e maggiore del bias

M_7 assorbe I_2 mentre M_4 vuole erogare $2I_1 > I_2$ che
va tutta su M_7 : il generatore che eroga meno corrente vince

questo perché il primo dalla saturazione in dinamica a causa dell'aumento
del potenziale del nodo intermedio ($V_{DS} < V_{GS}$)

\Rightarrow lo specchio non è più uno specchio



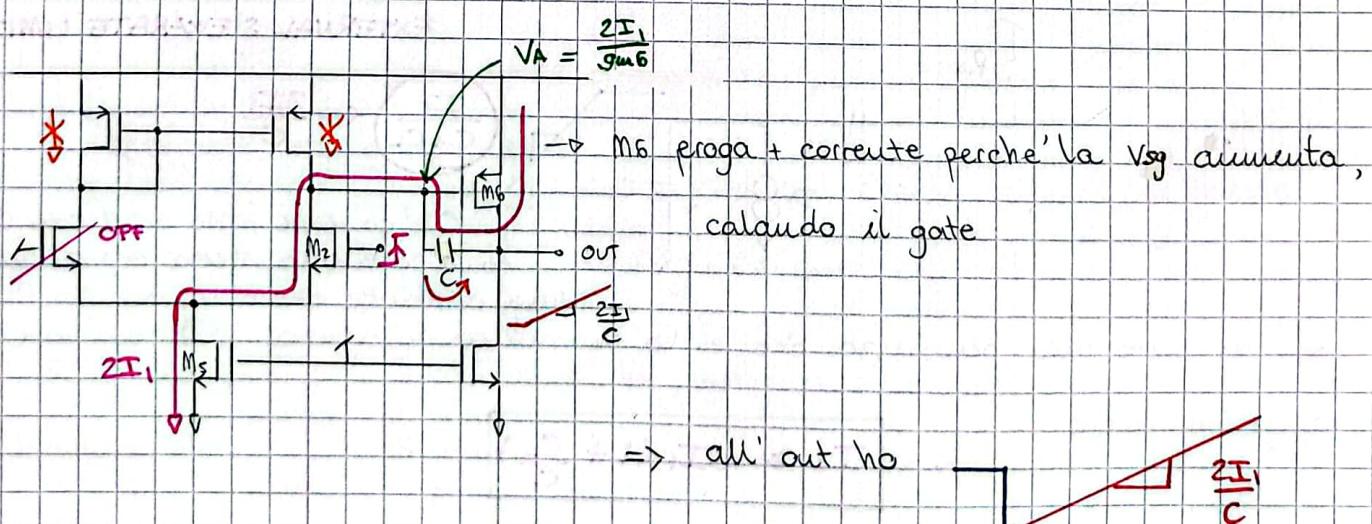
perché la V_{DS} diminuisce ed entra in
dinamica anche se entrambi hanno la
stessa V_{GS}

\Rightarrow all'output avrò una rampa con pendenza $\frac{I_2}{C} < \frac{2I_1}{C}$
e quindi uno slew-rate minore del massimo possibile

\Rightarrow per avere una rampa pari a quella massima devo avere $I_2 > 2I_1$

... facciamo la stessa cosa cambiando la polarità, dove M_1 è OFF:

se M_1 è OFF allora anche M_2 , (e quindi) M_4 saranno OFF



\rightarrow abbiamo lo stesso risultato di prima

poiché il gate di M_6 cala, cala anche la V_{DS} di M_2 che potrebbe iniziare a lavorare in ohmica

→ questo non è solitamente un problema perché la corrente è netta dal transistor di alimentazione M_5

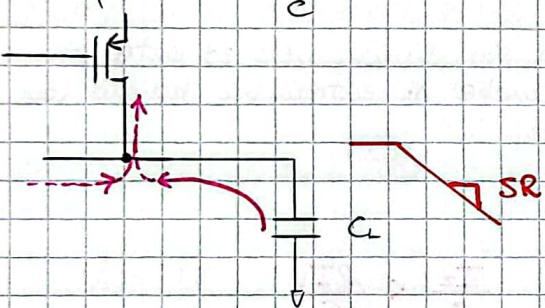
⇒ la corrente è sempre $2I_1$

⇒ non abbiamo limitazioni ulteriori allo slew-rate (anche perché M_5 è in grado di erogare la corrente che voglio visto che il suo gate GND è alto)

il limite è che M_5 vada in ohmica (mai quanti)

Aggiungiamo la capacità di carico e vediamo cosa succede:

⇒ nel primo caso, poiché l'out cala allora si genera una corrente attraverso C_L pari a $\frac{2I_1}{C} C_L = C_L \cdot SR$

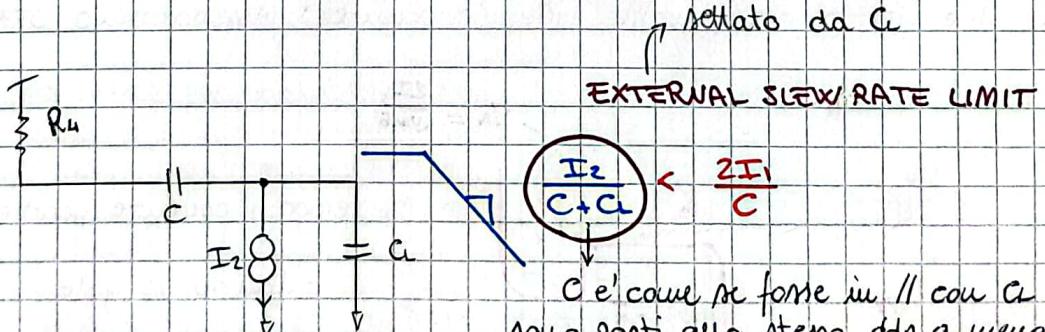


→ visto che V_{out} cala allora cala la tensione ai capi di C_L e quindi deve scorrere una corrente in C_L pari a $C_L \cdot SR$

where essere assorbita tutta da M_6 , analogamente a prima:

$$I_2 \geq 2I_1 + SR \cdot C_L = 2I_1 + \frac{2I_1}{C} C_L = 2I_1 \left(1 + \frac{C_L}{C}\right) \xrightarrow{\substack{\text{un po' + di } 2I_1 \\ \text{che dipende da} \\ \text{quanto è grande } C}}$$

altrimenti M_6 si spegnerebbe, M_4 diventa in ohmica (come prima) e ho una rete pari a:



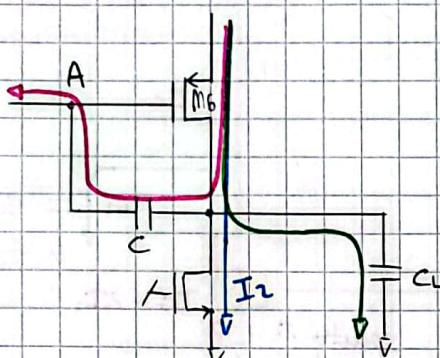
C'è come se fosse in parallel con C_L perché sono punti alla stessa ddp a meno di una costante che è la ddp su R_4

⇒ per avere una pendenza che è la massima pendenza disponibile devo avere

$$I_2 \geq 2I_1 \left(1 + \frac{C_L}{C}\right)$$

→ maggiore è C_L , minore è l'external slew rate limit

⇒ nel secondo caso ho che poiché' out cala, ci genera una corrente che deve essere fornita da M_6 (che già' provvede la corrente I_{I_1})



→ M_6 deve fornire queste correnti:

$$I_2 + 2I_1 \left(1 + \frac{C_L}{C}\right)$$

SIGNAL
CURRENT

$$\rightarrow V_A = \frac{2I_1}{g_m b} \left(1 + \frac{C_L}{C}\right) \text{ e' il calo che ho al nodo A}$$

⇒ anche se M_2 va in clivio non ho problemi (la prima parte è ok) ...

riassumendo ...

	SR^+	SR^-
MAX SLEW RATE LIMIT	$\frac{2I_1}{C}$	$\frac{2I_1}{C}$
... con C_L		$\frac{I_2}{C + C_L}$ → external slew-rate limit

se $I_2 \geq 2I_1 \left(1 + \frac{C_L}{C}\right)$ → è la condizione da rispettare per lo SR^- con C_L

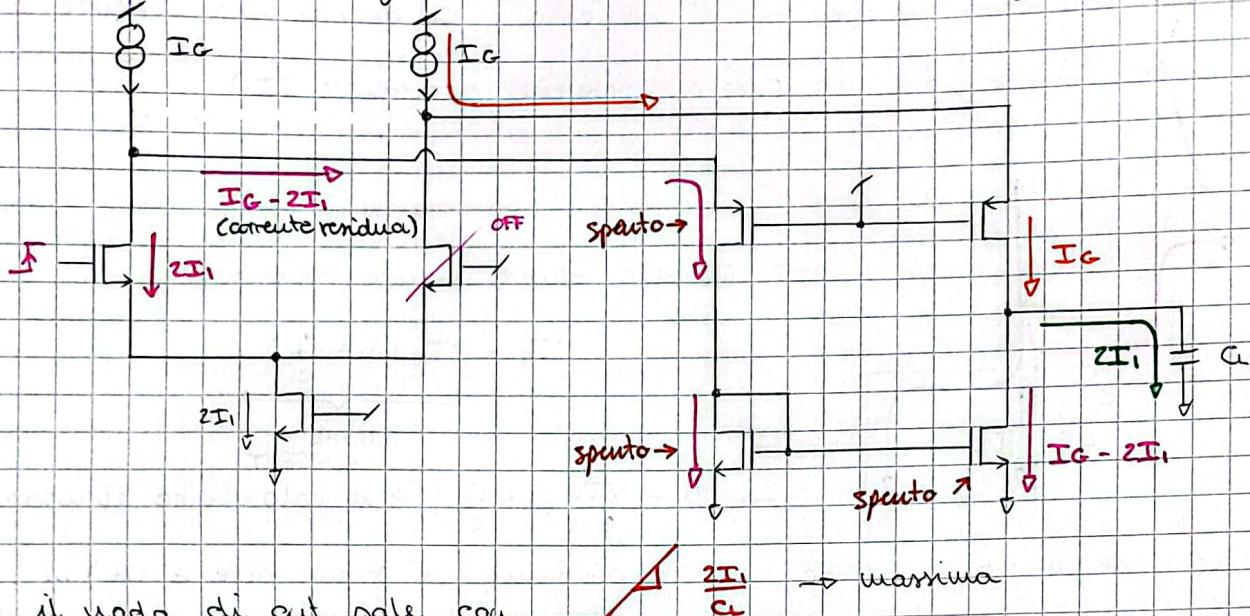
C'è un link tra lo SR e la GBWP che dipende dagli stessi parametri.

$$GBWP = \frac{g_m b}{2\pi C} = \frac{2I_1}{V_{DD}} \cdot \frac{1}{2\pi C} = \frac{SR}{2\pi V_{DD}}$$

⇒ $SR = GBWP \cdot 2\pi V_{DD}$ è la relazione che li collega in questa configurazione...

Maggiore è V_{DD} , maggiore è SR , ma maggiore è anche il rumore! ⇒ è un trade-off

Consideriamo la configurazione a FOLDED CASCODE con un grande segnale:

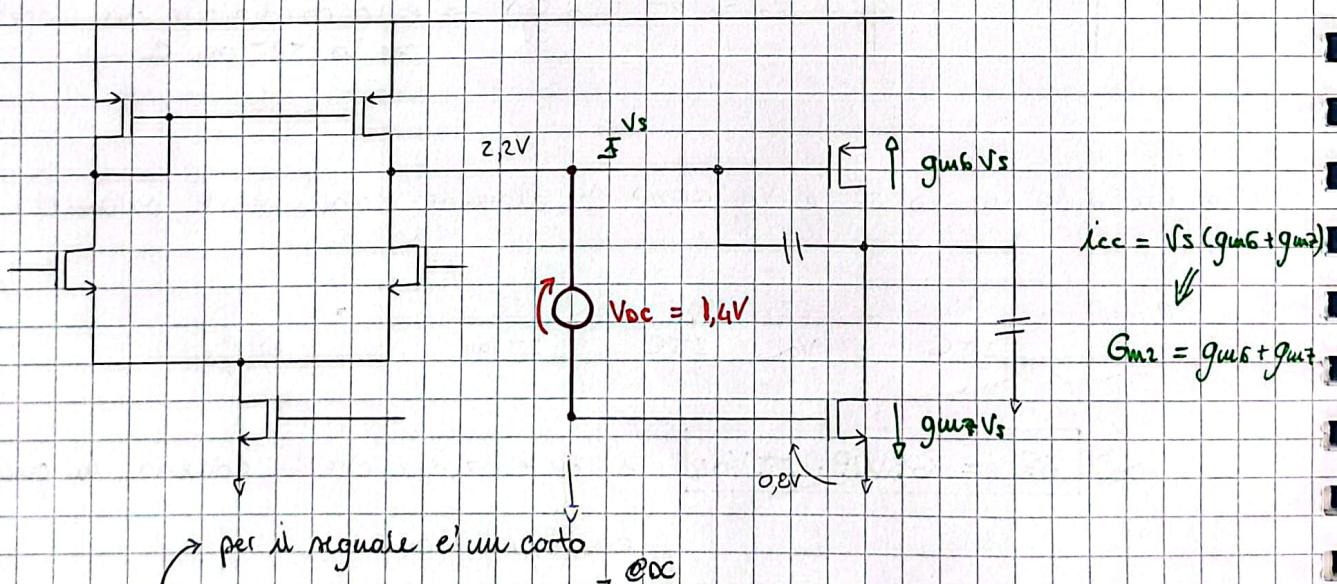


\Rightarrow il modo di cut sale con $\frac{2I_i}{C_L}$ massima

Se e solo se vale che $I_g > 2I_i$, altrimenti la pendenza e' minore

ed e' pari a $\frac{I_g}{C_L}$ perche' non ho + corrente residua e quindi i transistor si spegnono

Per rispettare queste specifiche dobbiamo trovare un modo per aumentare la corrente I_d durante il transitorio e solo durante questo momento per contenere la potenza dissipata

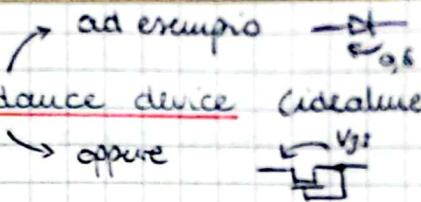


con il generatore ho un bias corretto e quando il gate di M_2 sale, anche quello di M_1 sale e fornisce + corrente I_d al secondo stage

... abbiamo qualche variazione al segnale con questo link?

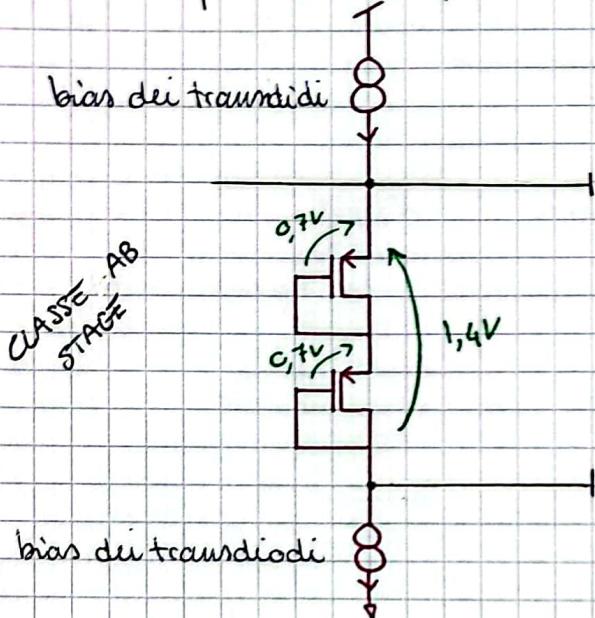
\Rightarrow sì! aumenta la transconduttanza del secondo stage \rightarrow bene! (perche' spostiamo a frequenze + alte il polo e gli zero ad alta frequenza)

il generatore va implementato con un low-impedance device (idealemente 0) con un drop totale di 1,4V



\Rightarrow uso 2 TRANSISTORI

(faccio $0,7V + 0,7V$)



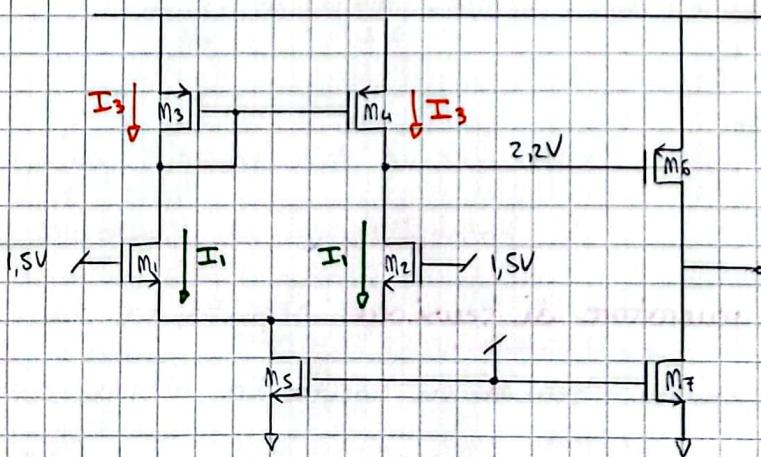
\rightarrow questa e' una delle possibili soluzioni, ce ne sono molte altre
... nei tempi d'esame brutto strazio!

$$\frac{r_o}{\frac{2}{g_m} + r_o} \approx 1$$

@ SIGNAL abbiamo un partitore tra $\frac{2}{g_m}$ e r_o del generatore sotto \Rightarrow ho un trasferimento che e' circa unitario

OFFSET

consideriamo la seguente situazione:

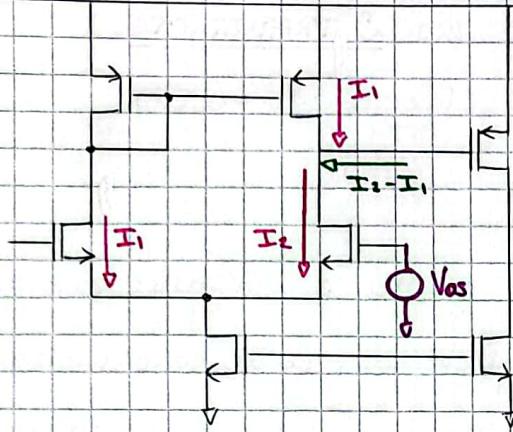


- se i due transistor sono identici ho I_1 su M_1 e M_2
- analogo succede al mirror
- se i due transistor sono =

aggiungiamo un **effetto del II ordine**: la soglia di M_1 e M_2 e' diversa
 \rightarrow non ho + la saturazione e il guadagno differenziale e' inferiore

cerchiamo di modellare l'amplificatore reale.

in cui le soglie sono differenti



$$M_1: V_{T1} = V_T + \frac{\Delta V_T}{2} = 0,62V$$

$$M_2: V_{T2} = V_T - \frac{\Delta V_T}{2} = 0,60V$$

} poniamo sempre scrivere così

$$\text{- media } V_T = \frac{V_{T1} + V_{T2}}{2}$$

$$\text{- diff. } \Delta V_T = V_{T1} - V_{T2}$$

ho più corrente su M_2 perché ho una soglia minore (a parità di V_{gs})

$$I_1 = k \left[(V_{gs} - V_T) + \frac{\Delta V_T}{2} \right]^2 = k \left[\bar{V}_{gs} + \frac{\Delta V_T}{2} \right]^2 = k \left[\bar{V}_{gs}^2 + \bar{V}_{gs} \Delta V_T + \left(\frac{\Delta V_T}{2} \right)^2 \right]$$

$$I_2 = k \left[(V_{gs} - V_T) + \frac{\Delta V_T}{2} \right]^2 = \dots = k \left[\bar{V}_{gs}^2 - \bar{V}_{gs} \Delta V_T + \left(\frac{\Delta V_T}{2} \right)^2 \right]$$

$$\Rightarrow I_2 - I_1 = 2k \bar{V}_{gs} \Delta V_T = g_m \Delta V_T$$

come poniamo modellando?

Lo poniamo modellare come un **generatore di tensione** seguito da un **amplificatore ideale**. Tale generatore mi genera in uscita la stessa corrente che avrei considerando l'OTA reale; reale;

\Rightarrow e' detto **INPUT REFERRED OFFSET** (V_{os}) e in questo caso

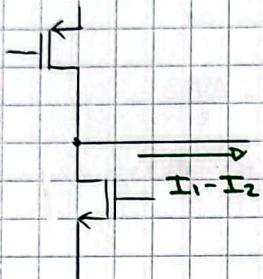
$$V_{os} = \Delta V_T$$

Se c'e' una differenza tra le soglie allora posizioniamo un generatore pari a questa differenza all'input del transistor con soglia minore

se non abbiano una soglia diversa, ma k diversi:

$$\left. \begin{array}{l} k_1 = k + \frac{\Delta k}{2} \\ k_2 = k - \frac{\Delta k}{2} \end{array} \right\} \quad k = \frac{k_1 + k_2}{2} \quad e \quad \Delta k = k_1 - k_2$$

in questo caso ho che la corrente su M_1 è maggiore e quindi in uscita dal primo stage ho



$$I_1 = \left(k + \frac{\Delta k}{2} \right) V_{os}^2$$

$$I_2 = \left(k - \frac{\Delta k}{2} \right) V_{os}^2$$

$$\Rightarrow I_1 - I_2 = \frac{2\Delta k \cdot V_{os}^2}{2} = \Delta k V_{os}^2 \cdot \frac{k}{k} = \frac{\Delta k}{k} \cdot I_1$$

il generatore forniva una corrente $\stackrel{\text{a}}{=}$ $\frac{2I_1}{V_{os}}$ $V_{os} = -\frac{2I_1}{V_{os}}$
rispetto ad ora

$$\Rightarrow -\frac{2I_1}{V_{os}} V_{os} = \frac{\Delta k}{k} I_1 \Rightarrow V_{os} = -\frac{V_{os}}{2} \cdot \frac{\Delta k}{k}$$

il segnale dipende dall'amplificatore particolare... se consideriamo un'intera popolazione di amplificatori?

$$V_{os} = \Delta V_T + \frac{V_{os}}{2} \cdot \frac{\Delta k}{k}$$

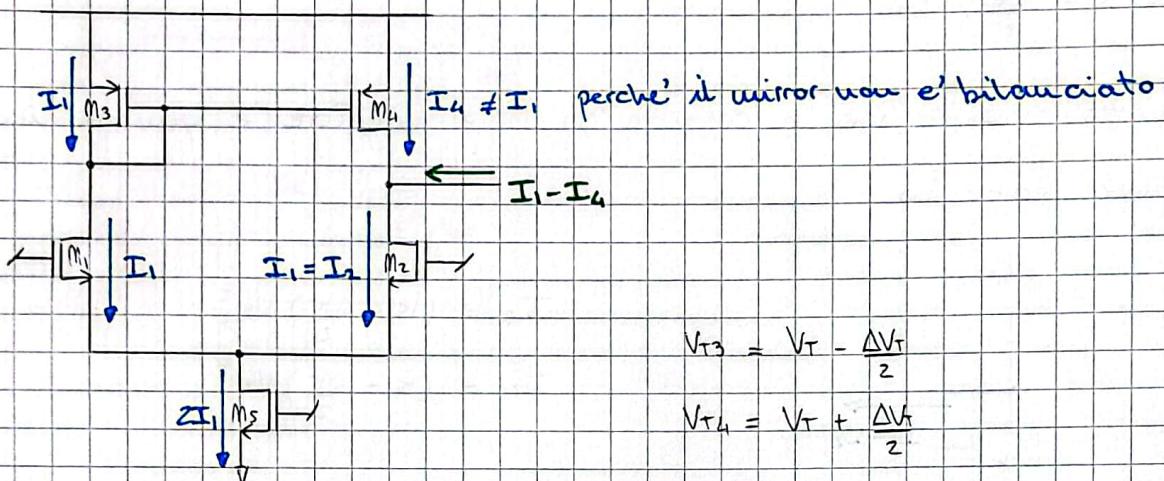
che sono quantità statistiche la cui varianza:

$$\sigma_{V_{os}}^2 = \sigma_{V_T}^2 + \sigma^2 \left(\frac{\Delta k}{k} \right) \cdot \left(\frac{V_{os}}{2} \right)^2$$

in realtà tale relazione è valida se le grandezze sono indipendenti; qui non lo sono \rightarrow Cox influenza sia k , sia V_T \Rightarrow e' una approssimazione

Consideriamo ora il mirror con V_T e k diversi... la procedura e' la stessa vista per M_1 e M_2 :

ΔV_T



$$V_{T3} = V_T - \frac{\Delta V_T}{2}$$

$$V_{T4} = V_T + \frac{\Delta V_T}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} I_1 = I_3 = k_m \left(V_{GS3} - V_T - \frac{\Delta V_T}{2} \right)^2 \\ I_4 = k_m \left(V_{GS4} - V_T - \frac{\Delta V_T}{2} \right)^2 \end{array} \right\} I_1 - I_4 = k_m 2 \cdot \frac{\Delta V_T}{2} V_{GS} = g_m m \cdot \Delta V_T$$

$$\Rightarrow il contributo e' quindi V_{OS} = \Delta V_{TM} \cdot \frac{g_m m}{g_m} = \Delta V_{TM} \frac{V_{GS1}}{V_{GS1}}$$

$$\Delta k \rightarrow allora ho che \left\{ \begin{array}{l} k_1 = k - \frac{\Delta k}{2} \Rightarrow I_4 = (k - \frac{\Delta k}{2}) V_{GS1}^2 \\ k_3 = k + \frac{\Delta k}{2} \Rightarrow I_1 = I_3 = (k + \frac{\Delta k}{2}) V_{GS1}^2 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow I_1 - I_4 = \frac{\Delta k}{k} V_{GS1}^2 \cdot k = \frac{\Delta k}{k} \cdot I_1 = g_m V_{OS} = \frac{2I_1}{V_{GS1}} \cdot V_{OS}$$

$$\Rightarrow ottengo un contributo di V_{OS} = \frac{V_{GS1}}{2} \cdot \frac{\Delta k}{k}$$

L'offset totale e' dato dalla somma dei quattro contributi:

OFFSET TOTALE

$$V_{OS} = \Delta V_{TM} + \frac{V_{GS1}}{2} \cdot \frac{\Delta k}{k} \Big|_{in} + \Delta V_{TM} \frac{V_{GS1}}{V_{GS1}} + \frac{V_{GS1}}{2} \cdot \frac{\Delta k}{k} \Big|_m$$

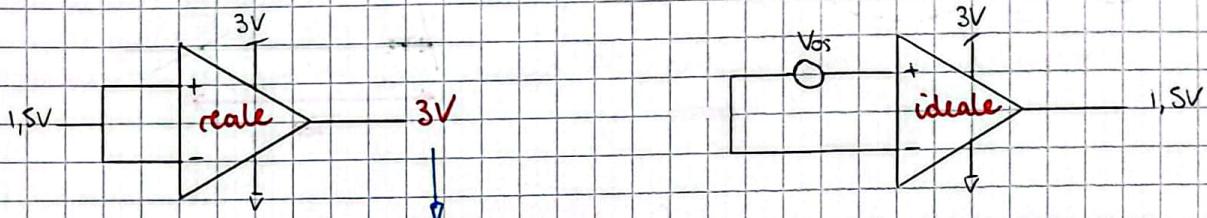
e quello del primo stage, che in approssimazione e' l'unico non trascurabile

\Rightarrow infatti un offset dovuto a M_6 genererebbe una $\Delta I = V_{OS} g_m R_i g_m s$

$$V_{OS} = \frac{\Delta I}{g_m R_i \cdot g_m s}$$

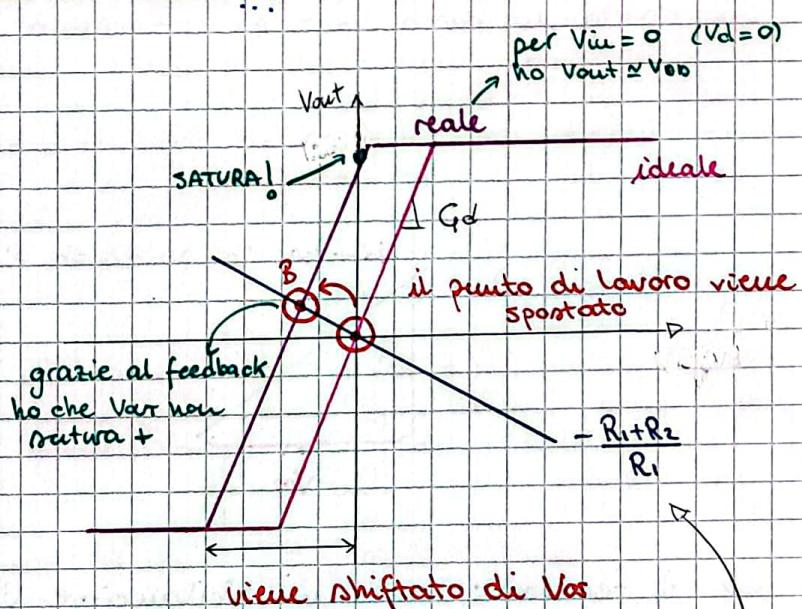
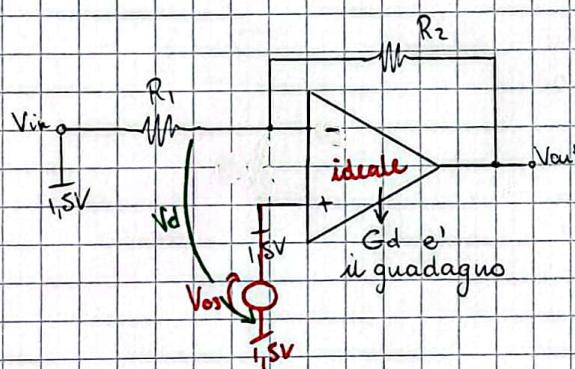
gi' molto grande...

se consideriamo un amplificatore reale, quindi, lo modelliamo:



satura perché anche se ho $V_{os} = 10mV$ e un guadagno di 10^5
ho in out $10mV \cdot 10^5 = 1000V !!! \Rightarrow$ saturazione a V_{os}

Se usiamo il feedback:



$$V^- = \frac{V_{out} R_1}{R_1 + R_2} \Rightarrow V_d = -V^- = -\frac{V_{out} R_1}{R_1 + R_2}$$

e abbiamo $V_{out} = -\frac{V_d}{R_1 + R_2} R_1$ che posso disegnare come una linea

la linea deve intersecare V_{out} (V_{in}) non nella parte di saturazione (altrimenti
il dispositivo non è più lineare) e quindi devo avere:

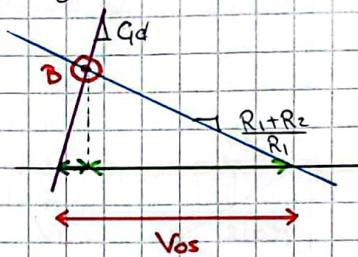
$$\frac{R_1 + R_2}{R_1} \ll G_d$$

↓ ↓
pendenza retta pendenza del grafico in linea

$$\Rightarrow \frac{G_d (R_1 + R_2)}{R_1} \gg 1 \Rightarrow \text{se } G_{loop} \gg 1 \text{ recupero il funzionamento ideale}$$

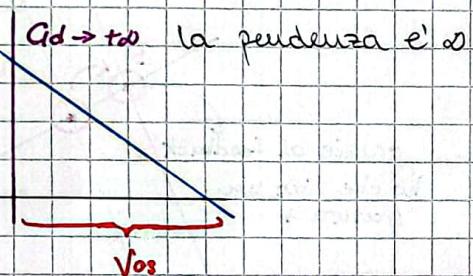
il seguente Vos e' dato dalla somma di due seguenti:

$$V_{os} = \frac{V_{out}}{G_d} + \frac{V_{out}}{\frac{R_1}{R_1+R_2}}$$



--- quindi quando accendo l'amplificatore, per il motivo visto prima, ho V_{out} saturo a V_{dd} ; il feedback fa quindi alzare il nodo invertente che mi riporta in basso V_{out} e V_i tende a bilanciare l'offset

=> infatti se $G_d = +\infty$ ho che $V_{d,id} = V_{os}$

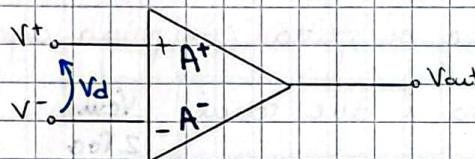


=> il feedback cerca di ribilanciare l'offset all'input differenziale, ma non fa nulla al CM che viene trattato di seguito

Se G_{loop} e' grande abbastanza, allora V_{out} tende ad essere al suo valore ~~de~~ ideale

CMRR

assumiamo di avere il gain A^+ , cioè del segnale sull'ingresso non invertente leggermente differente da quello A^- , sull'ingresso invertente:



$$V_{\text{out}} = A^+ V^+ - A^- V^-$$

inoltre abbiamo:

$$V_{\text{cm}} = \frac{V^+ - V^-}{2}$$

$$V_d = V^+ - V^-$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V^+ = V_{\text{cm}} + \frac{V_d}{2} \\ V^- = V_{\text{cm}} - \frac{V_d}{2} \end{array} \right.$$

$$\text{che sostituisco sopra: } V_{\text{out}} = A^+ (V_{\text{cm}} + \frac{V_d}{2}) - A^- (V_{\text{cm}} - \frac{V_d}{2})$$

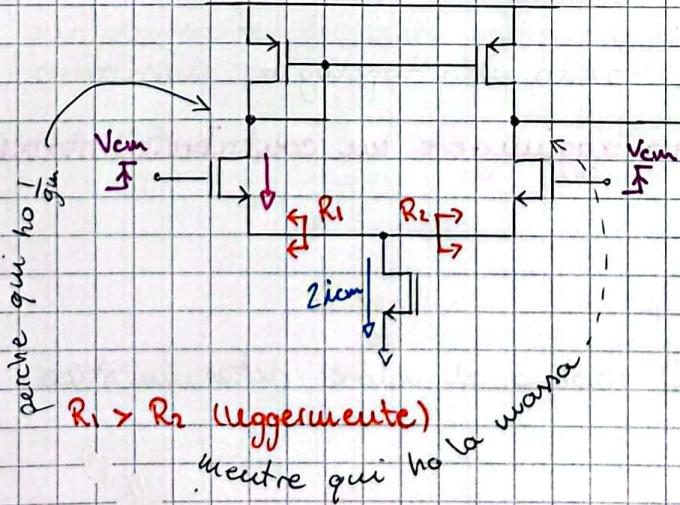
$$= [(A^+ - A^-)] V_{\text{cm}} + \frac{A^+ + A^-}{2} V_d$$

common mode gain differential gain

→ il **differential gain** è la media fra i due guadagni

→ il **common mode gain** è sempre generato dal mismatch tra i guadagni A^+ ed A^- ed è la differenza tra i due

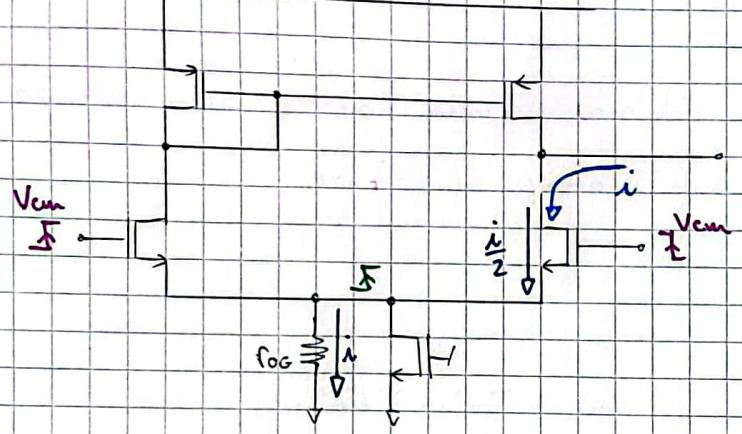
Questo è dovuto alle asimmetrie tra i due ramii:



⇒ ho uno stesso corrente a sx per il partitore non uguale

⇒ il mirror specchia una $I_4 < I_2$

⇒ ho una corrente residua all'out



il seguente alza il drain del generatore (source follower) e genera una corrente

$$i = \frac{V_{cm}}{2R_{CG}}$$

che si spartisce (in prima appross.) a metà fra i due rami $\frac{V_{cm}}{2R_{CG}}$

\Rightarrow a causa della assimetria all'output non ho ϕ , ma ho una corrente dovuta ad un errore:

$$\bar{i} = E i_{cm} = E \cdot \frac{V_{cm}}{2R_{CG}} \Rightarrow G_{cm} = \frac{E}{2R_{CG}}$$

e tale errore è dato da

$$E = \frac{1}{g_{m1} R_{cm}} + \frac{1}{g_{m2} R_{cm}}$$

sono numeri e non variabili statistiche...

E' DETERMINISTICO (Edet)

contributo dovuto
al leakage attraverso la resistenza R_{cm}
del mirror

contributo dovuto
all'imbalance delle
resistenze tra il
tranco dx e sx

nel nostro caso avevamo $E = \frac{1}{100}$ (1%)

e poiché la corrente è meno nel ramo di sinistra ho che tale corrente di errore entra nel primo stage

$$CMRR = \frac{G_d}{G_{cm}} = \frac{g_{m1} \cdot R_{out}}{\frac{E}{2R_{CG}} \cdot R_{out}} =$$

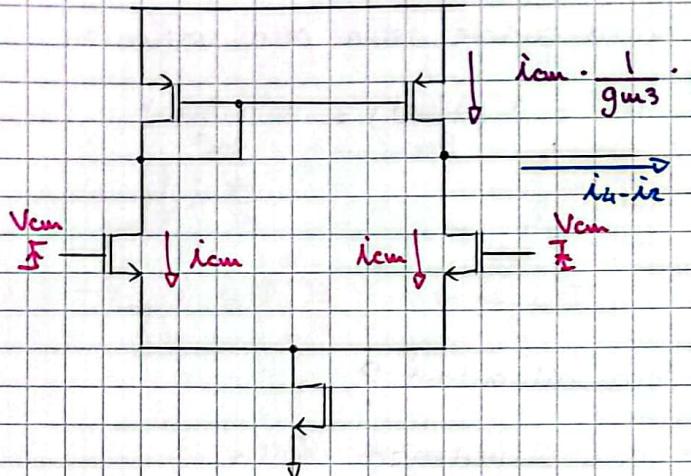
e quindi, come già visto, ho un

$$CMRR = \frac{2g_{m1} R_{CG}}{E} \quad (CMRR_{det})$$

In aggiunta a questo errore sistematico, dovuto alla topologia, possiamo avere una variazione statistica \rightarrow **devo aggiungere un contributo statistico a quello sistematico**

\Rightarrow calcoliamo adesso i limiti statistici attorno al valore deterministico

Δ se $g_{m3} \neq g_{m4}$ cosa cambia all'output?



$$i_{cm} \cdot \frac{1}{g_{m3}} \cdot g_{m4}$$

Che se sono uguali si semplificano

$$i_{d1} - i_{d2}$$

dove ho:

$$g_{m3} = 2k \left(V_{sg} - V_T - \frac{\Delta V_T}{2} \right)$$

$$g_{m4} = 2k \left(V_{sg} - V_T - \frac{\Delta V_T}{2} \right)$$

$$\Rightarrow i_{d1} - i_{d2} = i_{cm} \left(\frac{g_{m4}}{g_{m3}} - 1 \right) = i_{cm} \frac{g_{m4} - g_{m3}}{g_{m3}} = i_{cm} \cdot \frac{\Delta g_{m4,3}}{g_{m3}}$$

$$\Rightarrow g_{m4} - g_{m3} = 2k \frac{\Delta V_T}{2} \cdot 2$$

$$\Rightarrow \frac{g_{m4} - g_{m3}}{g_{m3}} = \frac{2k \Delta V_T}{2k \left(V_{sg} - V_T - \frac{\Delta V_T}{2} \right)^2} \approx \frac{(2k \Delta V_T) \cdot \frac{g_{m4}}{V_{sgM}}}{\frac{g_{m3}}{V_{sgM}}} = \frac{\Delta V_T}{V_{sgM}}$$

In questo caso ho assunto che il mismatch è << dell'overdrive statico
 $(\Delta V_T \ll V_{sg} - V_T)$

Tornando alla corrente posso fare la stessa affermazione:

$$i_{d1} - i_{d2} = i_{cm} \frac{\Delta g_{m4,3}}{g_{m3}} \approx i_{cm} \frac{\Delta g_{m4,3}}{g_{m4}}$$

La variazione della transconduttanza è dovuta a:

$$dg_m = d(2k(V_{sg} - V_T)) = 2dk(V_{sg} - V_T) - 2k dV_T$$

Può accadere per una variazione di k o di V_T , che rispetto a g_m è minima

$$\frac{dg_m}{g_m} = \dots = \frac{dk}{k} - \frac{dV_T}{V_{sgM}} \rightarrow \text{l'overdrive è un numero, non v. stat.}$$

che sono quantità statistiche \Rightarrow il segnale non è significativo perché il caso peggiore ce l'ho quando si sommano

e quindi l'errore è:

$$\epsilon = \frac{\Delta g_{m4,3}}{g_m} \rightarrow$$

ha senso parlare della sua varianza

$$\sigma_\epsilon^2 = \sigma^2(\Delta g_{m4,3}) = \frac{\sigma^2(g_{m4,3})}{g_m^2}$$

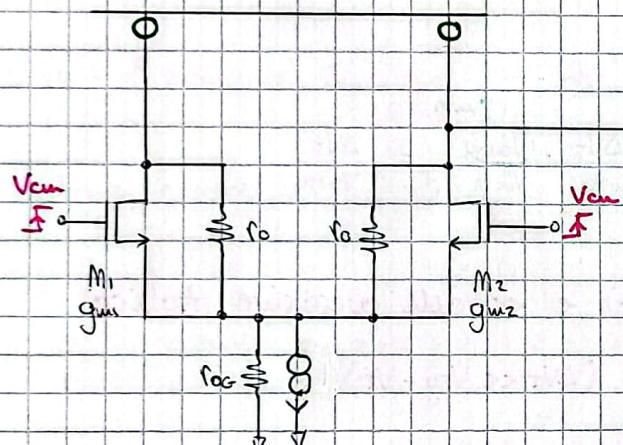
$$\sqrt{\sigma_\epsilon^2} = \sqrt{\sigma_{\frac{g_m}{k}}^2 + \frac{\sigma_{Av}^2}{V_{ov}^2}}$$

Se abbiamo $g_{m1} \neq g_{m2}$ cosa cambia all'output?

(in questo caso il mixer è ideale e con impedenza nulla)

a sx perché
trascuro $\frac{1}{g_m}$

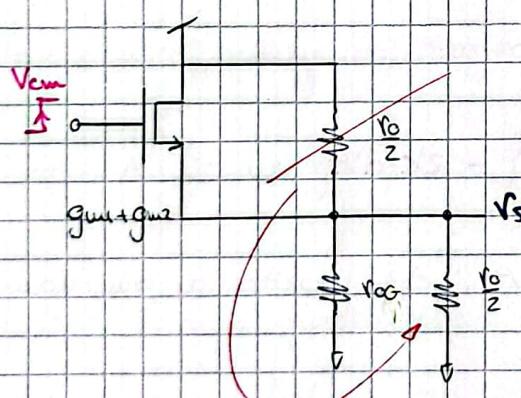
a dx perché faccio
l'equivalente di Norton



M₁ e M₂:

- entrambi hanno GND @ 0
 - entrambi hanno la stessa σ
 - entrambi hanno lo stesso segnale @ G
- \Rightarrow sono in //

\Rightarrow posso ottenere un equivalente



e quindi:

$$Vs = Vcm \cdot \frac{\frac{Ro}{2} // R_{og}}{\frac{Ro}{2} // R_{og} + \frac{1}{g_{m1} + g_{m2}}}$$

$$= Vcm \cdot \frac{\frac{Ro}{2} // R_{og}}{\frac{Ro}{2} // R_{og} + \frac{1}{2g_m}}$$

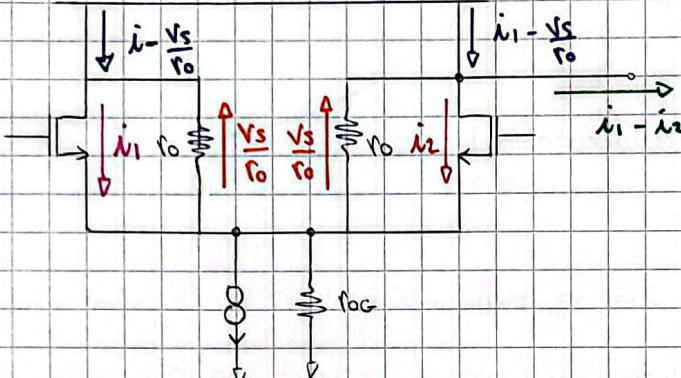
$$\text{posso definire } g_m = \frac{g_{m1} + g_{m2}}{2}$$

questa volta non posso più porre $V_s = V_{cm}$, altrimenti perdiamo l'informazione che stiamo cercando

infatti ora ho che {

$$i_1 = g_{mu} (V_{cm} - V_s)$$

$$i_2 = g_{mu2} (V_{cm} - V_s)$$



perche $\frac{V_s}{R_o}$ mi riempie al nodo di uscita

$$\Rightarrow i_1 - i_2 = (g_{mu} - g_{mu2}) (V_{cm} - V_s)$$

$$= (g_{mu} - g_{mu2}) V_{cm} \left[1 - \frac{R_s}{R_s + \frac{1}{2g_{mu}}} \right] = V_{cm} (g_{mu} - g_{mu2}) \frac{\frac{1}{2g_{mu}}}{R_s + \frac{1}{2g_{mu}}}$$

$$= \frac{V_{cm}}{2} \frac{\Delta g_{mu,2}}{g_{mu}} \frac{R_o // R_{og}}{\frac{1}{2}} = \frac{V_{cm}}{2} \frac{\Delta g_{mu,2}}{g_{mu}} \frac{\frac{R_o}{12} + 2R_{og}}{\frac{1}{2} \cdot R_{og}}$$

$$= \frac{i_{cm}}{2R_{og}} \frac{\Delta g_{mu,2}}{g_{mu}} \frac{(1 + 2R_{og})}{R_o}$$

i_{cm}

e' l'errore

e quindi ottengo un errore totale pari a:

$$\epsilon = \underbrace{\frac{1}{g_{mu} R_{og}} + \frac{1}{g_{mu2} R_{og}}}_{\text{Edet}} + \underbrace{\frac{\Delta g_{mu,3,4}}{g_{mu}} + \frac{\Delta g_{mu,2} (1 + 2R_{og})}{g_{mu}}}_{\text{Estat}} \frac{1}{R_o}$$

Edet

Estat \rightarrow contributo statistico

e quindi ho un comune noise rejection ratio in cui anche il denominatore dipende da R_{og} (per R_{og} molto grande):

$$\text{CMRR} = \frac{2g_{mu} R_{og}}{\frac{\Delta g_{mu,2}}{g_{mu}} (1 + \frac{2R_{og}}{R_o})}$$

e questo e' un problema perche' quando cerchiamo di aumentare il CMRR (idealmente ∞) quello che fino ad ora abbiamo fatto e' stato R_{og} \uparrow

infatti nel nostro caso, con un $CMRR = 90 \text{ dB}$, dovevamo avere

$$r_{oc} = 10^{\frac{90}{20}} \cdot \frac{e}{2 \cdot 15 \cdot 10^{-3} A} = 105 \text{ k}\Omega \quad \text{e se } I_{CQ} = 150 \mu\text{A} \text{ avevamo un canale}$$

\Downarrow

$$L = 0,79 \mu\text{m} \quad (1 \mu\text{m})$$

e per aumentare r_{oc} (e $CMRR$) aumentavo L ...

ma ora se faccio il limite per $r_{oc} \rightarrow +\infty$

$$\lim_{r_{oc} \rightarrow +\infty} CMRR = \frac{g_{mi,0}}{\Delta g_{mi,2} / g_{mi}} \Rightarrow \text{il CMRR non aumenta sempre con } r_{oc}$$

e ad un certo punto diventa indipendente da r_{oc} e dipende da r_o .

perche' e' così?

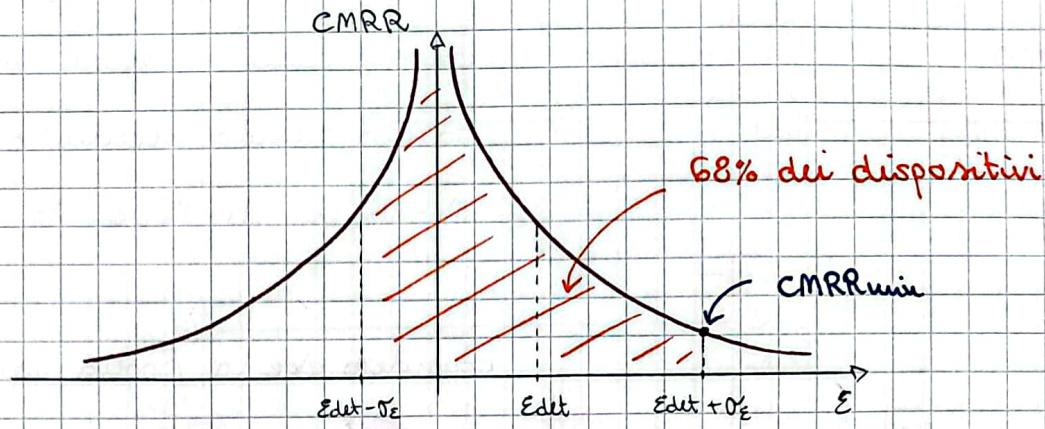
... quando abbiamo calcolato V_s avevamo che $\frac{r_o}{2}$ era in parallelo con r_{oc} (in prima approx.) e quindi quando $r_{oc} \rightarrow +\infty$, la corrente dipenderà da $\frac{r_o}{2}$.

Se i due transistor hanno la stessa transconduttanza g_m , allora la corrente che scorre nei due transistor è uguale e all'output non ottengo nulla; ma se i due transistor sono mismatched, allora ho una corrente di modo comune e all'output mi genera un errore. Per ridurlo non posso continuare ad aumentare r_{oc} , ma devo

- ridurre il mismatch tra i transistor
- aumentare la r_o dei transistor e quindi la loro lunghezza

Quindi il $CMRR$ è distribuito attorno a un suo valore medio (secondo una **distribuzione normale** perché è la distribuzione dell'errore)

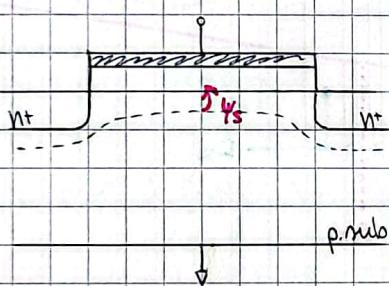
Visto che la relazione è inversamente proporzionale, maggiore è l'errore e minore sarà il $CMRR$



il CMRR min è la specifica che dobbiamo garantire... quindi ora cerchiamo di calcolare σ per trovare il relativo common mode rejection ratio minimo

VARIABILITÀ E MATCHING

Consideriamo ora il traenistor e la sua tensione di soglia V_T :



$$V_T = V_{FB} + Y_s + \sqrt{2\epsilon_{Si}N_A Y_s} \cdot \frac{t_{ox}}{C_{ox}}$$

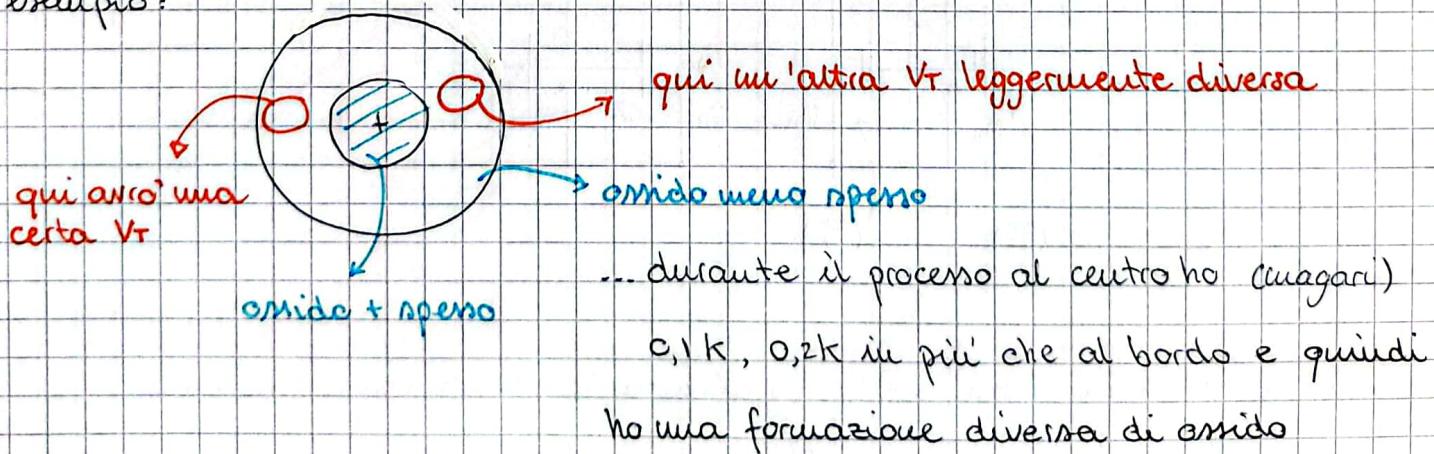
→ lo spessore dell'ossido è statistico

→ pure il drogaggio

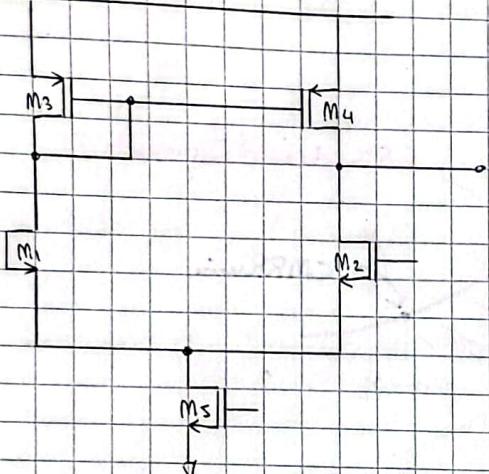
sono entrambi valori "attorno" al valore nominale

→ sono tutti valori sistematici (l'ossido è sensibile alla TOT e alla temperatura locale T nei vari punti del wafer di semiconduttore)

esempio:



N.B.: $\frac{\Delta I_{os}}{I_{os}} = \frac{\Delta k}{k} + \frac{\Delta V_T}{V_{ov}} \cdot 2 + \frac{\Delta W}{W} + \frac{\Delta L}{L}$, dove gli ultimi due sono trascurabili (vedi dopo...), mentre $\frac{\Delta k}{k}$ non viene trattato (vedi dispun)

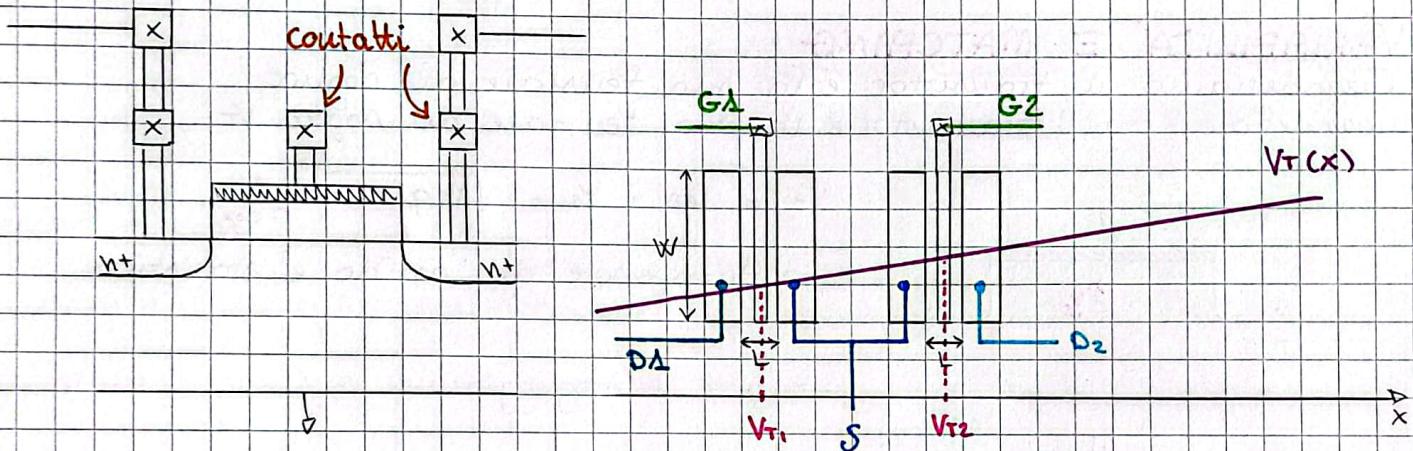


consideriamo gli stessi valori della tabella trovata precedentemente per $M_1 - M_2$ e $M_3 - M_4$ e M_S

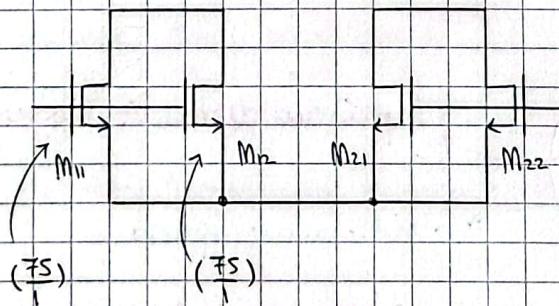
considero che la soglia varia linearmente come $V_T(x)$

(in 1° approx posso linearizzare qualsiasi andamento)

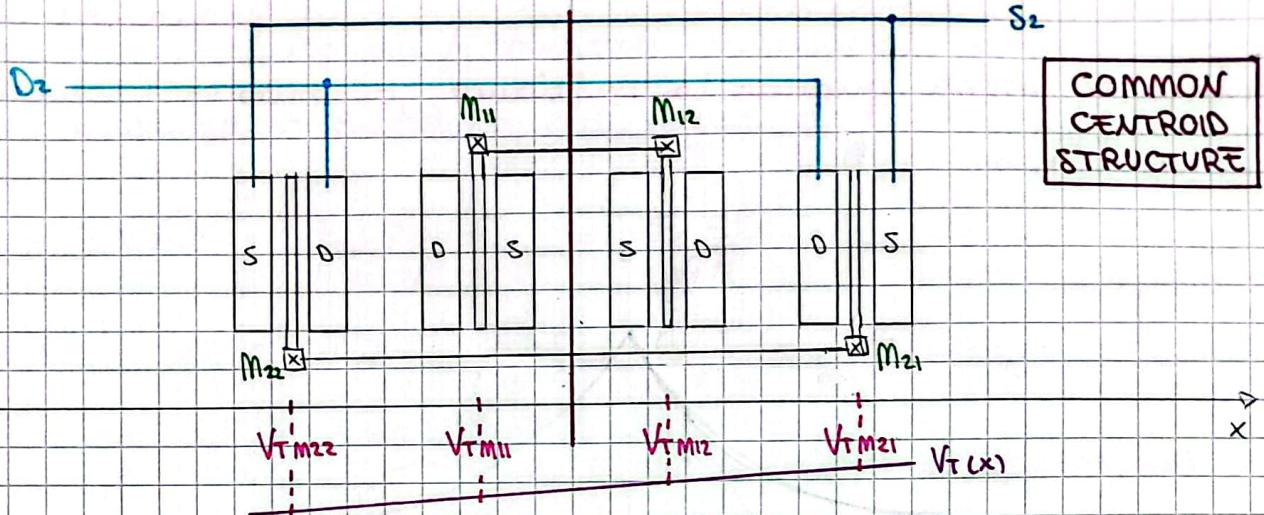
la struttura del transistore reale è



anziche' avere solo M_1 e M_2 , poniamo di dividerli entrambi e ottenere 4 transistori (larghi la metà); a volte è comodamente fatto!



Allora la struttura vista dall'alto diventa la stessa con i transistori raddoppiati → tramite la configurazione che segue posso trascurare la variazione lineare della V_T (che posso prevedere) che appesantirebbe il modello → la media

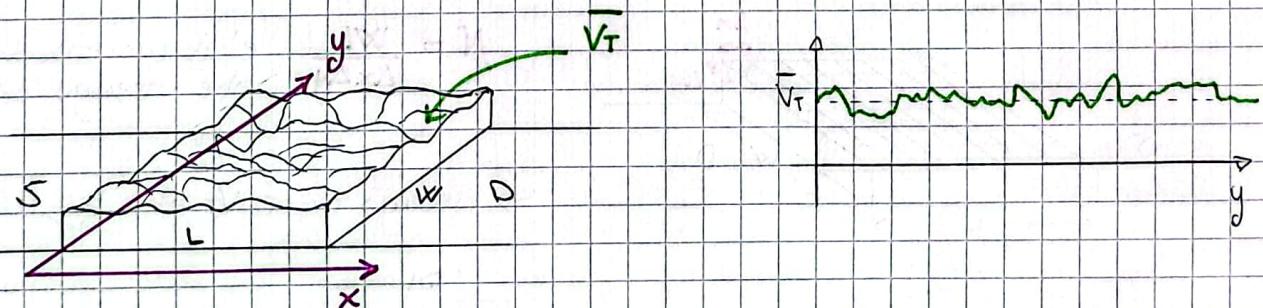


Quindi, ipotizzando che i transistor sono vicini tanto quanto serve per avere una variazione di V_T lineare (in prima approssimazione), allora in questo caso la tensione di soglia media è la stessa per entrambi i transistor

\Rightarrow cancelliamo ogni errore sistematico dovuto al processo di produzione e poniamo indagare solo la variazione statistica

Oltre a ciò infatti, ha una fluttuazione della tensione di soglia attorno al valor medio perché dipende dallo spessore locale dell'oxido e dalla concentrazione locale di doping:

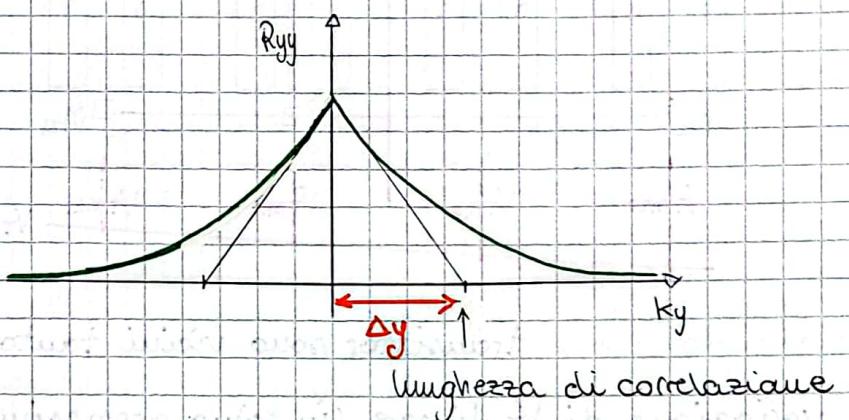
- abbiano l'oscillazione attorno al valor medio, che era consideriamo costante



per descrivere questo effetto introduco la funzione di autocorrelazione

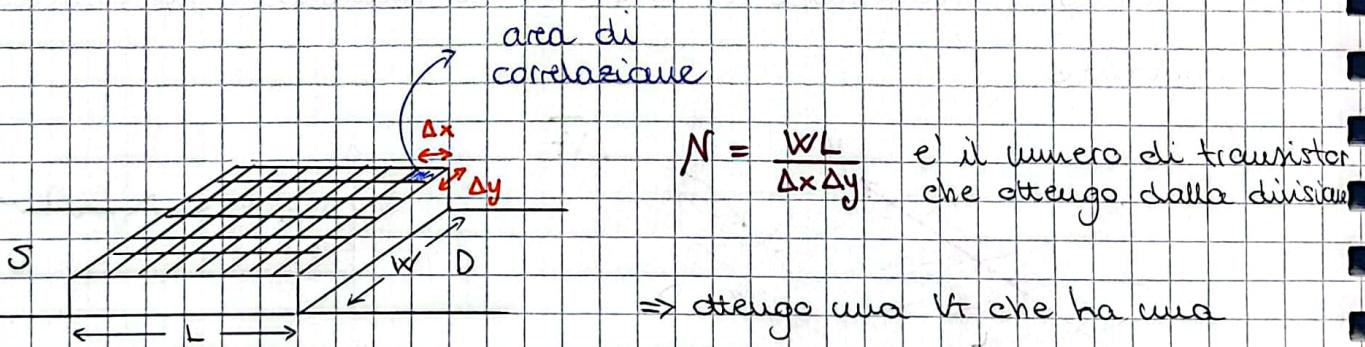
$$R_{yy}(ky) = \int_{-\infty}^{+\infty} V_T(y) V_T(y+ky) dy$$

la funzione di autocorrelazione ci dice quanto la **fluttuazione casuale riconosce se stessa quando la shiftiamo**; di solito la funzione ha una forma tipo:



la lunghezza di correlazione è la lunghezza entro il quale le due variazioni (in questo caso di V_t) sono correlate

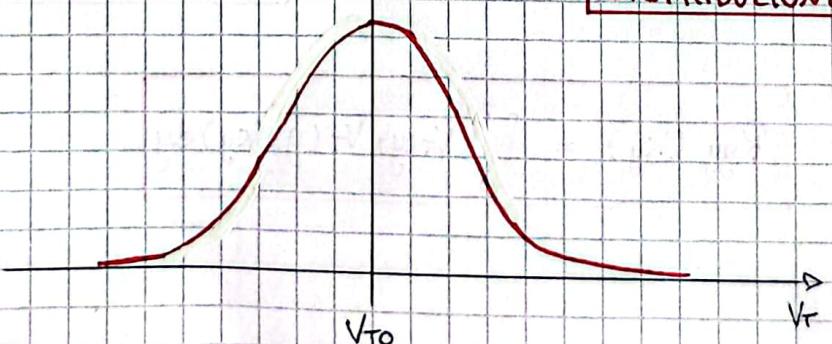
Tale operazione puo' essere fatta sia lungo y , sia lungo x e quindi possiamo modellare l'intero transistore come un assemblamento di transistori indipendenti la cui area e' l'area di correlazione; piu' generalmente questa cosa puo' essere fatta ogni volta che abbiamo delle grandezze di questo genere



\Rightarrow ottengo una V_t che ha una

se il transistore avro' una V_t

DISTRIBUZIONE GAUSSIANA



Quindi M_1 è formato da N transistori indipendenti, ognuno dei quali ha un valore atteso di tensione di soglia di $E[V_{T1}]$ e quindi

$$\Rightarrow \bar{V}_{T1} = E[V_{T1}] = E\left[\frac{\sum_i V_{Ti}}{N}\right] = \frac{\sum_i E[V_{Ti}]}{N} = \frac{\sum_i V_{To}}{N} = V_{To}$$

indipendenti

$$\Rightarrow \sigma^2[V_{T1}] = \sum_i \sigma^2[V_{Ti}] = \sigma^2\left[\frac{\sum_i V_{Ti}}{N}\right] = \frac{1}{N^2} \sigma^2[\sum_i V_{Ti}] \stackrel{\downarrow}{=} \frac{\sum_i \sigma^2(V_{Ti})}{N^2}$$

$\frac{1}{N^2} \sigma^2 V_{To} = \frac{\sigma^2 V_{To}}{N}$

($\sigma^2(V_{To})$ lo fornisce il produttore del wafer
il dengue può solo variare N ...)

) la varianza della media dei contributi cala mano a mano che ho + contributi

= $\frac{\sigma^2 V_{To} \cdot A_o}{WL}$ ← area di correlazione

e quindi la deviazione standard è:

$$\sigma(V_{T1}) = \sqrt{\frac{\sigma^2 V_{To} A_o}{WL}}$$

$$= \frac{A_{VT}}{\sqrt{WL}} \rightarrow A_{VT} \text{ è detto } \underline{\text{PELGROM COEFFICIENT}}$$

N-MOS

nel nostro caso con un $A_{VT} = 10 \mu\text{V}/\mu\text{m}$ ho $\sigma(V_{T1}) = \frac{10 \mu\text{V}/\mu\text{m}}{\sqrt{150 \mu\text{m}^2}} = 0,8 \mu\text{V}$

ma noi non siamo interessati a $\sigma(V_{T1})$ che è la differenza fra V_{T1} e V_{T2} , ma alla differenza fra V_{T1} e V_{T2} e quindi:

$$\Rightarrow E[V_{T1} - V_{T2}] = V_{To} - V_{To} = 0$$

indipendenti

$$\Rightarrow \sigma^2(V_{T1} - V_{T2}) = 2 \sigma^2(V_{T1}) = \frac{2 \sigma_{VT}^2 A_o}{WL}$$

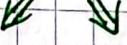
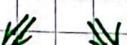
dato nel testo
dell'esercizio

$\sigma^2(V_{T1} - V_{T2}) = \frac{K_{AVT}^2}{WL}$

dove K_{AVT} COEFFICIENTE DI PELGROM

$\frac{10 \mu\text{V}/\mu\text{m}}{N-\text{MOS}} \quad \frac{15 \mu\text{V}/\mu\text{m}}{P-\text{MOS}}$

$\sqrt{2} A_{VT}$



$$E_{\text{stat}} = \frac{\Delta g_{mM}}{g_{mM}} + \frac{\Delta g_{mI}}{g_{mI}} \left(1 + \frac{2r_{OG}}{r_o} \right)$$

se ci limitiamo solo alla variazione di V_t

$$= \frac{\Delta V_{Tm}}{V_{mM}} + \frac{\Delta V_t}{V_{mI}} \left(1 + \frac{2r_{OG}}{r_o} \right)$$



$$\sigma_{E_{\text{stat}}}^2 = \frac{\sigma^2(\Delta V_{Tm})}{V_{mM}^2} + \frac{\sigma^2(\Delta V_{Tm})}{V_{mI}^2} \left(1 + \frac{2r_{OG}}{r_o} \right)^2$$

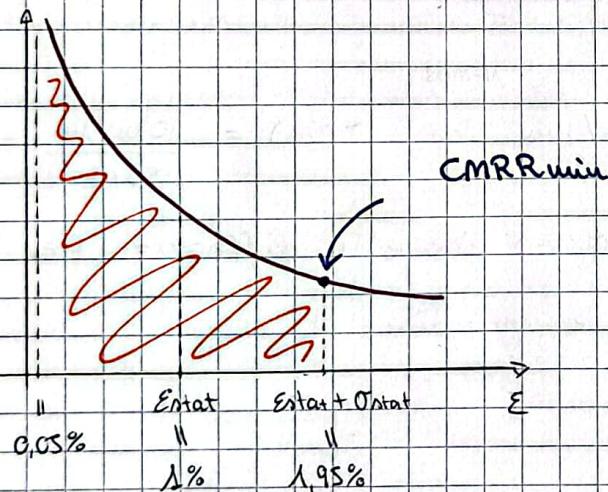
$$\sigma^2(\Delta V_{Tm}) = (0,8 \text{ mV})^2 \quad \text{già calcolato prima}$$

$$\sigma^2(\Delta V_t) = \left(\frac{k_{mP}}{\sqrt{v_{NL}}} \right)^2 = (1,73 \text{ mV})^2$$



$$= \frac{(1,73 \text{ mV})^2}{0,2V} + \frac{(0,8 \text{ mV})^2 \cdot 2}{0,1V} = (9,5 \cdot 10^{-3})^2$$

$$\Rightarrow \sigma_{E_{\text{stat}}} = 9,5 \cdot 10^{-3} = 0,95 \%$$

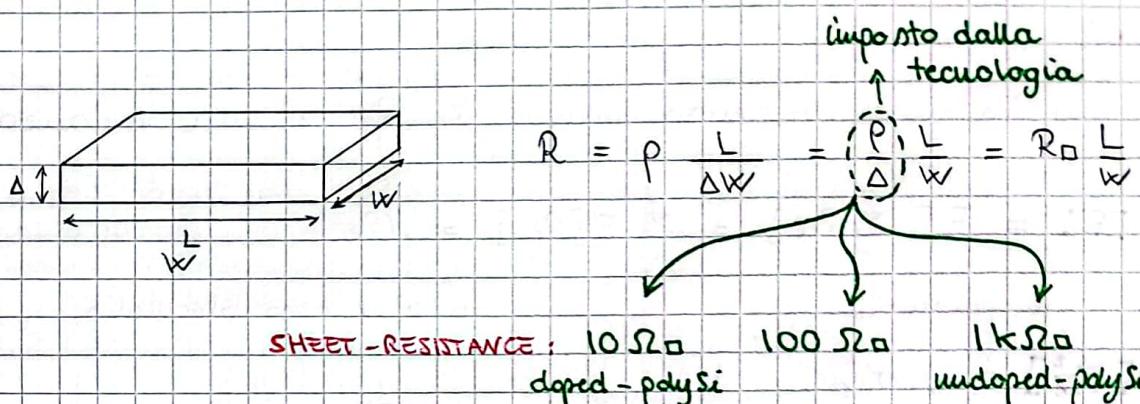


$$\text{CMRR}_{\min} = \frac{2g_{mI}r_{OG}}{1,95\%} = \frac{400}{1,95 \cdot 10^{-2}} = 2 \cdot 10^4 = 26,5 \text{ dB}$$

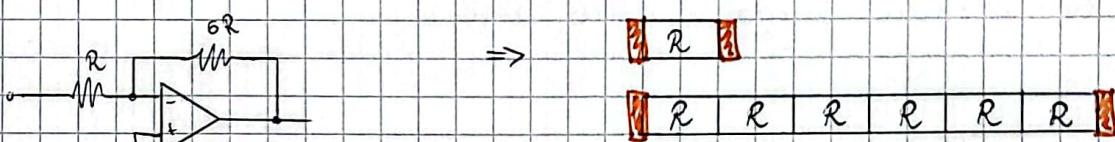
Se questo non fosse abbastanza dobbiamo ridurre lo spread usando un transistor più grande, ad esempio raddoppiando $W...$

Aggiungiamo un ulteriore step: conductivity coefficient

consideriamo un resistore formato da un layer di polysilicium

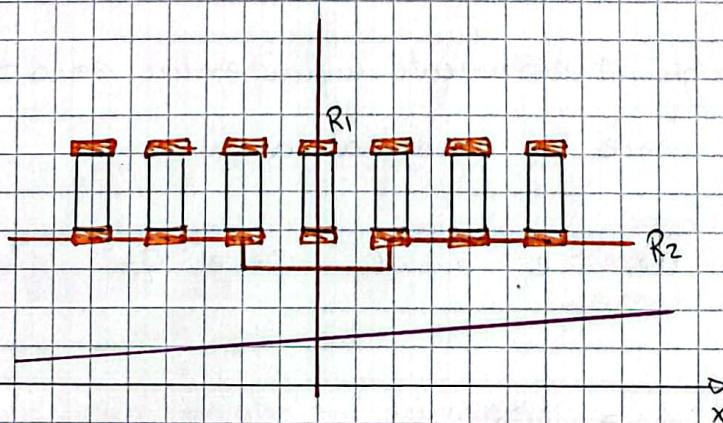


quando facciamo un amplificatore quello che importa è il rapporto tra le resistenze



NO \Rightarrow non considero i terminali

\Rightarrow ho un impatto dei contatti non uguale nel rapporto: devo avere i contatti \checkmark resistenza e in una common centroid structure:



\Rightarrow abbiamo bilanciato il gradiente lungo x (anche nell'altra direzione perché si media dentro al cristore) esattamente come prima.

Facciamo ora un'analisi statistica ...

N.B.: $\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta R_0}{R_0} + \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta W}{W}$ (nel caso peggiore), ma $\frac{\Delta W}{W}$ e $\frac{\Delta L}{L}$

possono essere trascinati \Rightarrow indago solo $\frac{\Delta R_0}{R_0}$

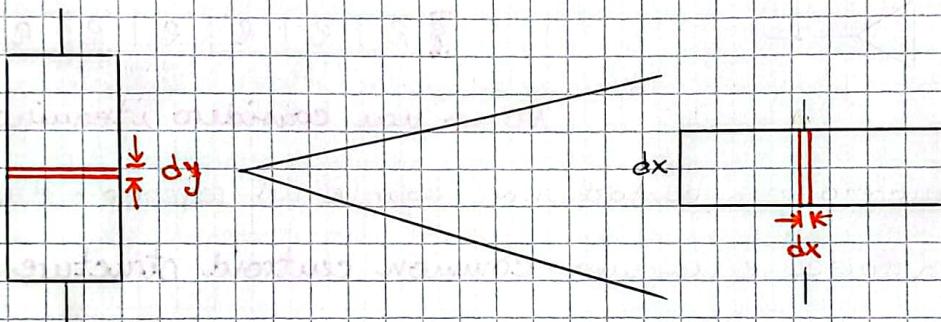
↳ il processo di produzione garantisce ciò

Supponiamo di dividere il resistore in N componenti elementari con lunghezza pari alla lunghezza di correlazione, allora essi sono **incorrelati**

\Rightarrow ognuno ha una resistenza media di R_i e una varianza σ_{Ri}^2

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[R] &= \mathbb{E}\left[\sum_i^N R_{li}\right] = \sum_i^N \mathbb{E}[R_{li}] = N R_i \\ &\text{indipendenti} \quad \downarrow \quad \text{hanno lo stesso valore medio} \\ \mathbb{E}[\sigma_R^2] &= N \sigma_{Ri}^2\end{aligned}$$

ognuno di tali elementi anteriori puo' essere a sua volta diviso in altri elementi anteriori lungo l' altro asse :



N.B.: in questo caso gli M componenti infinitesimi sono tutti in parallelo fra loro \Rightarrow conviene usare la conduttanza:

essi hanno: R_0 e σ_{R0}^2 e quindi G_0 e σ_{G0}^2 :

$$\mathbb{E}[G_0] = \sum_i^M G_{0i} = M G_0$$

$$\mathbb{E}[\sigma_{G0}^2] = \sum_i^M \sigma_{G0i}^2 = M \sigma_{G0}^2$$

Essenzialmente la resistenza R e' divisa in una matrice $N \times M$ di resistori elementari con le proprietà di cui sopra

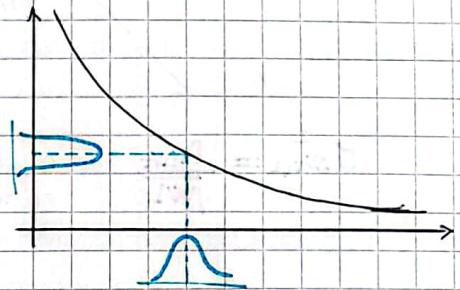
RICORDA

Se ho $a = \frac{1}{b}$ allora il legame che c'è fra σ_a^2 e σ_b^2 è:

$$da = -\frac{1}{b^2} db \Rightarrow \frac{da}{a} = -\frac{1}{b^2} \frac{db}{b} \quad ||$$

la distrib. gauss non rimane in una relazione iperbolica (se linearizzo...)

$$\frac{\sigma_a^2}{a^2} = \frac{\sigma_b^2}{b^2}$$



quindi nel nostro caso: $\frac{\sigma^2(Ge)}{Ge^2} = \frac{\sigma^2(Re)}{Re^2}$

$$\Rightarrow E[\sigma^2] = N \sigma_{Re}^2 = N \sigma^2(Ge) \frac{Re^2}{Ge^2} = NM \sigma^2(Go) \frac{Re^2}{Ge^2} \quad \underbrace{\frac{\sigma^2(Re)}{Re^2}}_{||}$$

calcoliamo $\frac{\sigma_R^2}{R} = \frac{NM \sigma^2(Go)}{(NRe)^2} \cdot \frac{Re^2}{Ge^2} = \frac{NM \sigma^2(Go)}{N^2} \cdot \frac{1}{Ge} = \frac{\sigma^2(Go)}{Go^2} \cdot \frac{1}{NM}$

$N \cdot M \left\{ \begin{array}{l} \text{area di correlaz.} \\ = \frac{(Go)}{WL} \cdot \frac{\sigma^2(Go)}{Go^2} \\ \text{area reale} \end{array} \right.$

$K_{\frac{\sigma_R^2}{R}}^2$ coefficiente di Pelgrom per il mismatch ($\approx 3\% \cdot \mu m$)

\Rightarrow la variazione percentuale della resistenza dipende dalla tecnologia e dall'area

RELAZIONE DI PELGROM (vicini!)

e quindi: $E[\Delta R] = E[R_1 - R_2] = 0$

$$\frac{\sigma_{\Delta R}^2}{R^2} = \frac{\sigma_{\Delta R_1}^2}{R_1^2} + \frac{\sigma_{\Delta R_2}^2}{R_2^2}$$

$$\frac{\sigma_R}{R} = \frac{K_{\frac{\sigma_R^2}{R}}}{\sqrt{WL}}$$

sorappponendo contributi indipendenti caratterizzati dagli stessi errori ho che l'accuratezza migliora \downarrow errori indipendenti in compensano a vicenda

- se R_1 e' affetta da una variabilita' del 5% e R_2 del 5%, allora la loro differenza avra' una variabilita' $\sigma = \sqrt{\sigma_{R_1}^2 + \sigma_{R_2}^2} \approx 7\%$

\Rightarrow la variabilita' relativa del valore del resistore, dovuta alle variazioni della sheet-resistance e' inversamente proporzionale all'area che tale resistore occupa. Inoltre, $K_{\frac{\sigma_R^2}{R}}$ racchiude tutte le informazioni sulla variabilita' introdotta dal processo produttivo (spessore, doppiaggio, ...) e viene fornita dal produttore del wafer

Nel caso del circuito della coppia differenziale, avevo che:

$$V_{os} = \Delta V_{T,2} + \Delta V_m \frac{V_{ovl}}{V_{ovm}} + \frac{V_{ovl}}{2} \left[\frac{\Delta k_{in}}{k_{in}} + \frac{\Delta k_m}{k_m} \right]$$

$$\sigma_{\Delta V_T}^2 = \frac{A_{\Delta V_T}}{\sqrt{V_L}}$$

e analogamente possiamo ottenere $\sigma_{\Delta k}^2 = \frac{A_{\Delta k}}{\sqrt{V_L}}$ (ripetendo quanto fatto)

e quindi la relazione che lega le variazioni e le deviazioni standard è:

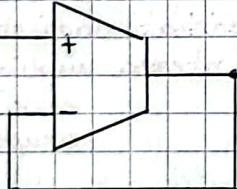
$$\sigma = \sqrt{\sigma_{\Delta V_{T,2}}^2 + \sigma_{\Delta V_m}^2 \frac{V_{ovl}^2}{V_{ovm}^2} + \frac{V_{ovl}^2}{4} \left[\sigma_{\Delta k_{in}}^2 + \sigma_{\Delta k_m}^2 \right]}$$

BUFFER → e' l'ultimo tassello da mettere nell'amplificatore

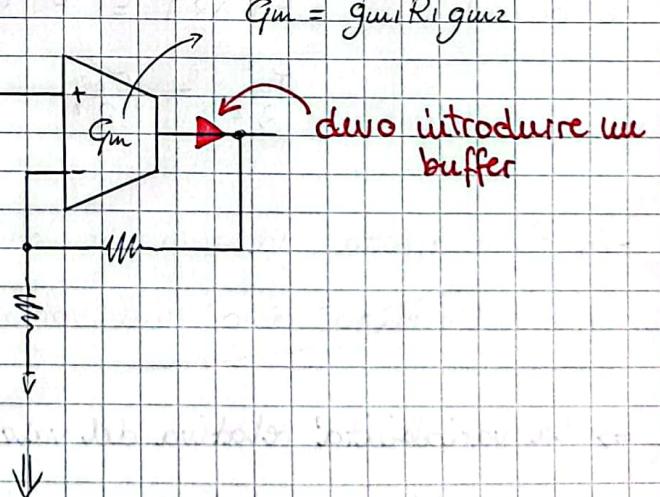
consideriamo l'OTA fin qui visto in cui ho un guadagno

$$G = g_{m1} R_1 g_{m2} R_2$$

se ho una retroazione:



in questo caso
non ho problemi



in questo caso se R_{out} e' bassa ho un guadagno
che cala drasticamente

- capacità → ok
- piccola R → eccido il loop!

OUTPUT STAGES

dov'è introdotto all'output un circuito che mi faccia due cose:

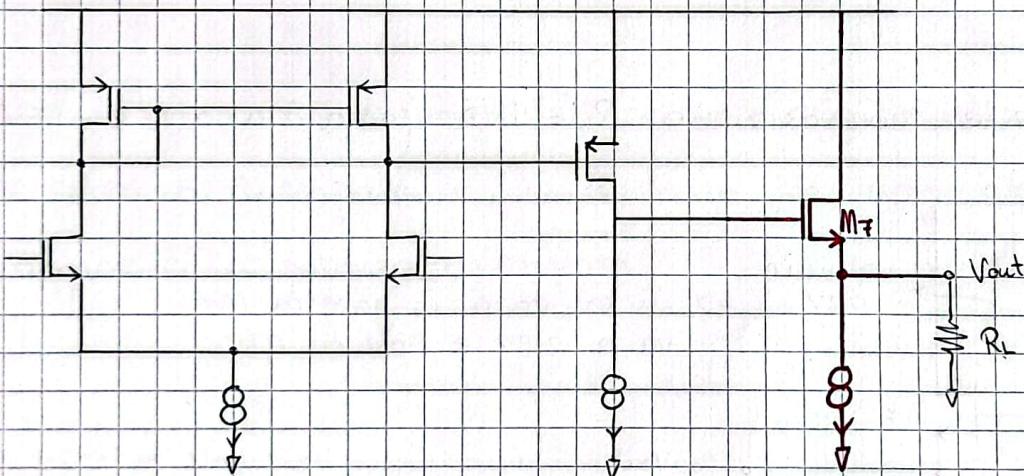
- 1) garantisca l'out dell'OTA abbastanza grande da avere un gain accettabile
 - 2) ricopia la tensione all'output così com'è

\Rightarrow un buffer, che perciò conserva corrente e dimostra potenza

\Rightarrow lo metto solo se e' necessario: se ad esempio ho una capacità, non
e' più necessario avere il buffer all'out

Potrei avere tre tipologie: classe A, classe B, classe AB.

Δ CLASSE A



concentrandoci sull'ultimo stage, il guadagno del buffer (un semplice source follower) e' dato da:

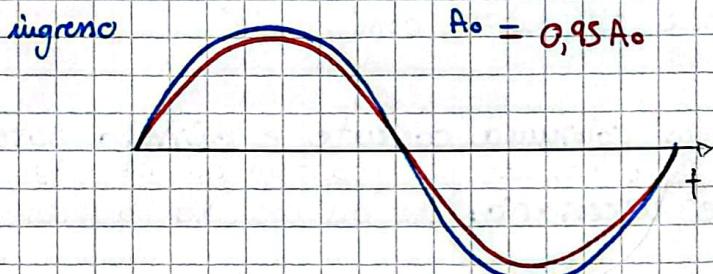
$$G_{\text{BUFF}} = \frac{R_L}{\frac{1}{Q_{\text{BUFF}}} + R_L} = \frac{1}{1 + \frac{1}{Q_{\text{BUFF}} R_L}}$$

in questo caso il buffer ha guadagno unitario $G_{BUFF} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{g_{out}} < R_L$
 e quindi se $g_{out} \gg 1$

$$\Rightarrow I \gg \frac{V_{ov}}{2R_L}$$

e quindi per avere un guadagno \rightarrow 1, se ho un carico piccolo consumo
molta più corrente

Supponiamo un guadagno, ad esempio, di $G_{BF} = 0,95$, allora ho:

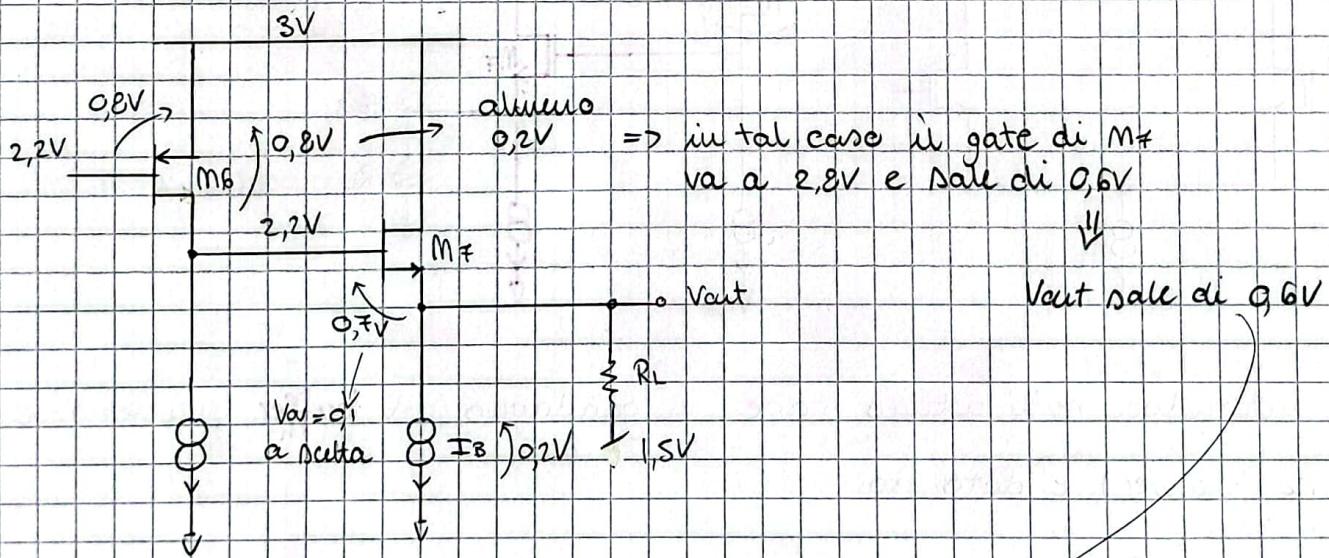


va considerato poi che esso non lavora in regime di piccolo segnale perché è all'uscita dell'OTA \rightarrow grande segnale

↓

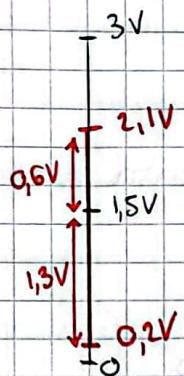
tal uscita va poi incrementata / il nuovo out
(quello del buffer) risa a 1,5V (Vref)

proiamo a fare il size, considerando $R_L = 1k\Omega$ posta tra aut e 1,5V



@DC non voglio capire RL e voglio Vout = 1,5V

- il max Vout e' $1,5V + 0,6V$ perche' la Vos di Ms massimo puo' arrivare al suo $V_{os} = 0,2V$
 - il min invece dipende dal generatore ed e' il suo $V_{os} = 0,2V$



lo swing non e' simmetrico (all'output)

durante lo swing negativo, la corrente attraverso R_L deve $I_L^{\max} < I_B$, altrimenti si spegne!

\Rightarrow se ho uno swing Δ allora $I_L^{\max} = \frac{\Delta}{R_L}$

non impone limiti lo swing positivo

$$\Rightarrow I_L^{\max} = \frac{\Delta_{\max}}{R_L} < I_B \Rightarrow \frac{0,6V}{1K} = 0,6mA \Rightarrow I_B > 0,6mA$$

lo swing negativo mi... ho che $I_T = I_B - I_L$

nello swing positivo non ho problemi perché I_L si somma a I_B e non si sottrae...

ci puo' essere che minore e' il carico, maggiore e' la corrente e quindi la potenza dissipata e ovviamente che maggiore e' lo swing e maggiore e' la potenza dissipata

$$\Delta = \pm 0,6V$$

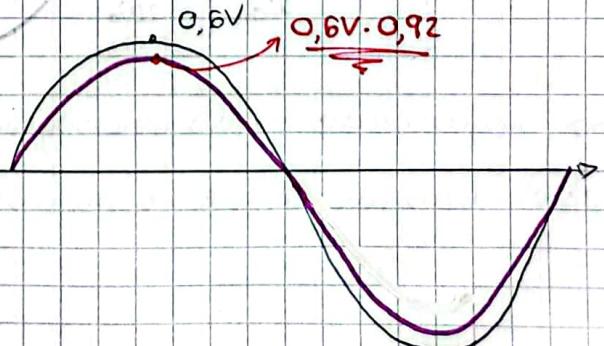
$$g_{mT} = \frac{2I_B}{V_{ov}} = \frac{2 \cdot 0,6mA}{0,1} = 12 \text{ mA/V}$$

$$\Rightarrow g_{mT} \cdot R_L = 12 \text{ mA/V} \cdot 1k\Omega = [12]$$

$V_{ov} = 0,1$ e' una buona scelta

$$\Rightarrow G = \frac{1/g_{mT}}{R_L + 1/g_{mT}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{g_{mT} R_L}} = 0,92$$

l'aut ha la stessa forma e non ha distorsioni, ma ho solo una riduzione dello swing...



in realtà non è così ...

⇒ la transconduttanza varia:

- durante lo swing positivo, la corrente attraverso M₂ aumenta, e quindi la transconduttanza aumenta



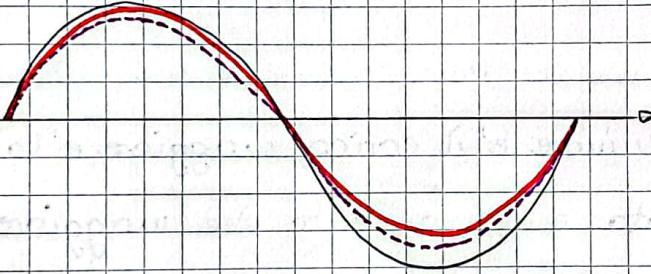
mi aspetto un picco + alto di quello calcolato

- durante lo swing negativo succede il contrario e la transconduttanza diminuisce

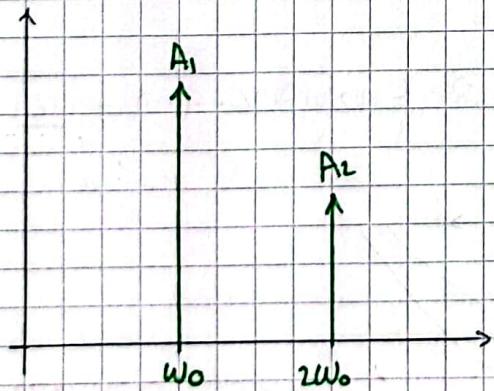


mi aspetto un picco + basso

⇒ ho una distorsione



si dimostra che tale regolare è dato dalla **sottrazione di due sinusoidi a frequenza ω_0 e $2\omega_0$** : ho una distorsione non lineare...



$$D_2 = 10 \log \frac{A_2^2}{A_1^2} = 20 \log \frac{A_2}{A_1}$$

[dB]

⇒ ovviamente quello che voglio è che A₂ sia molto + piccolo di A₁... cerchiamo di capire se si riesce a fare qualcosa

devo aumentare il gain | se uno vale 0,9999... allora la distorsione dovuta alla variazione e' minima perché la massima variazione e' minima: per farlo devo aumentare guz

- aumento la W del traunistor (se fissa I_B)

- aumento la corrente I_B (nel caso non fosse sufficiente il precedente)

\Rightarrow il costo e' la potenza dissipata! (e l'area)

(') EFFICIENZA dell' output stage e':

$$\eta = \frac{\frac{\Delta^2}{2R_L} \rightarrow \text{potenza trasferita al carico}}{V_{DD} I_S \rightarrow \text{potenza prelevata dall'alimentatore}}$$

$$\leq \frac{\frac{\Delta^2}{2R_C}}{V_{DD} \frac{\Delta}{2R_C}} = \frac{\Delta}{2V_{DD}}$$

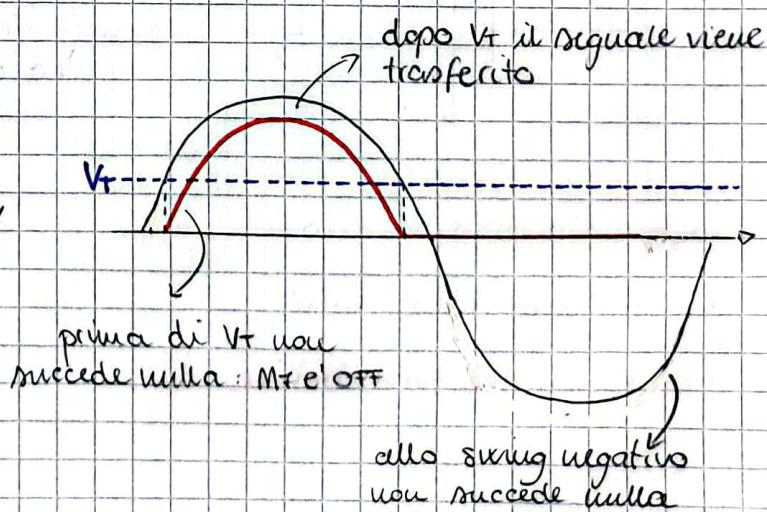
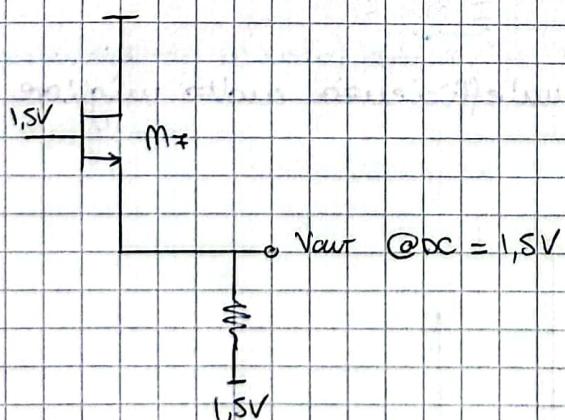
\Rightarrow l'efficienza dipende da quanto e' il range rispetto a V_{DD}

$$\Delta < \frac{V_{DD}}{2} < \frac{1}{4} = 25\% \text{ al massimo!}$$

Ho un'efficienza davvero bassa dovuta alla struttura troppo semplice: su 400 W che consumo, 100 W li trasferisco al carico, 300 in calore!

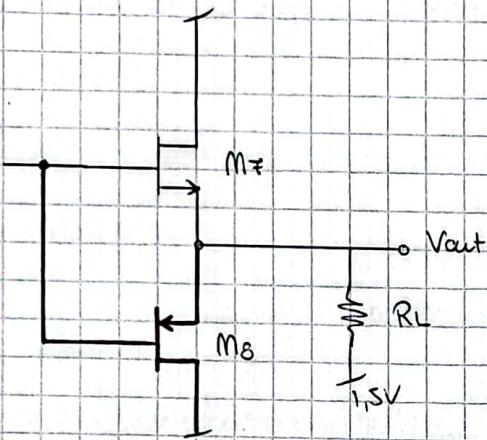
In DC ho $\eta=0\%$: consumo potenza che non viene passata al carico

\Rightarrow voglio rimuovere il bias, tenere il buffer, variando la struttura



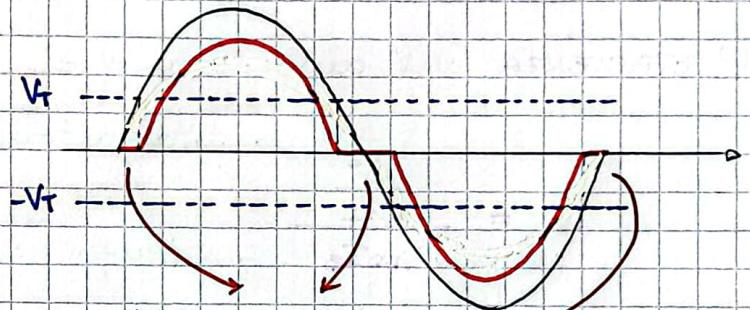
per recuperare il segnale aggiungo un p-mos follower e ottengo una nuova classe di dispositivi

△ CLASSE B



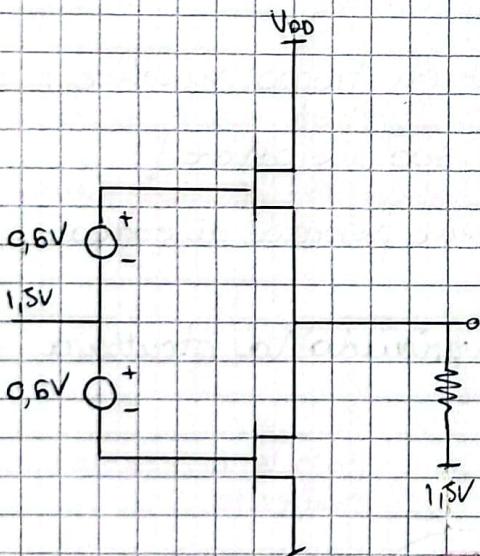
PUSH - PULL STRUCTURE

il p-MOS follower lavora da buffer per il segnale negativo



abbiamo ancora delle distorsioni (crossover distortion)

per risolvere il problema delle "dead zones" posso aggiungere un bias ai gate dei due transistor... non le elimino, ma le riduco



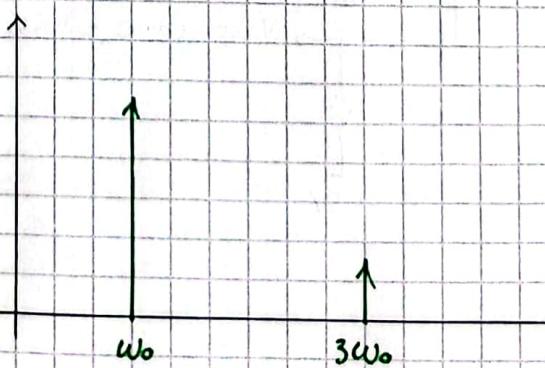
Allora l'efficienza diventa:

$$\bar{I}^2 = \frac{1}{\pi} \frac{\Delta}{R_L} \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta = \frac{2}{\pi} \frac{\Delta}{R_L}$$

$$\eta = \frac{\frac{\Delta^2}{2R_L}}{\frac{2}{\pi} \frac{\Delta}{R_L} \frac{V_{DD}}{2}} = \frac{\pi}{2} \frac{\Delta^2}{V_{DD}^2} \approx 78\%$$

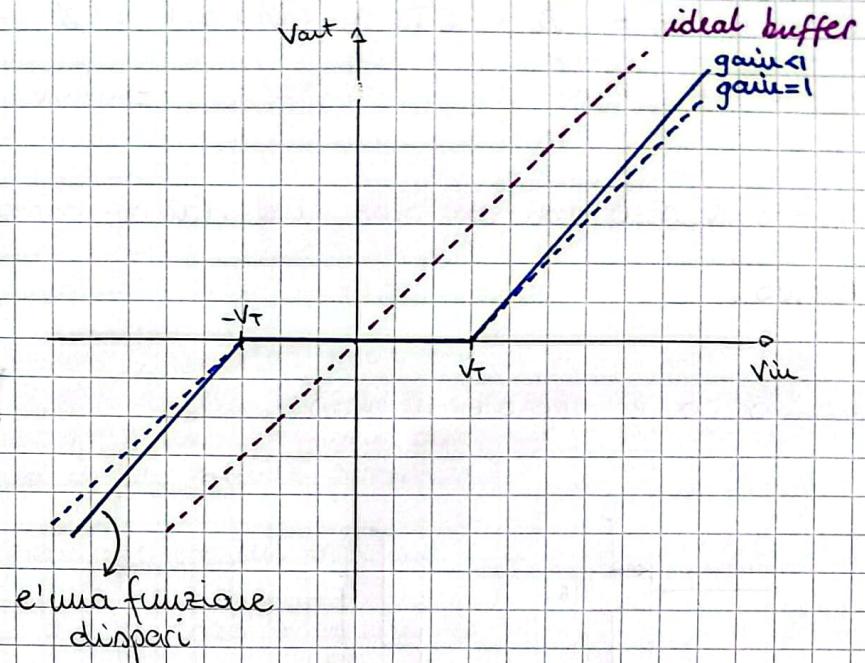
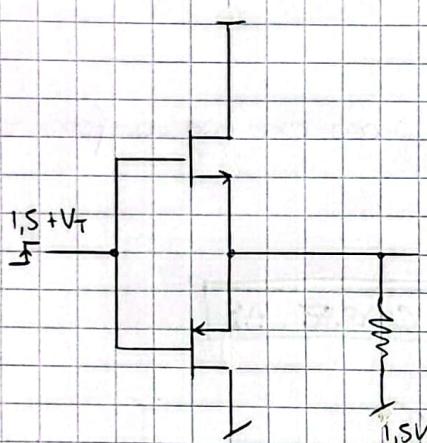
\downarrow potenza presente dall'alimentatore
ha un'efficienza molto migliore

In questo caso ho una distorsione data dall'
armonica del terzo ordine



Ricaviamo il motivo per cui abbiamo un'armonica del terzo ordine:

- INTUITIVE APPROACH



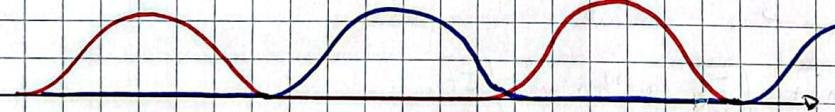
=> se all'ingresso ho $\sin(x)$, all'output ho $\sin(x) \cdot \text{odd } f(x)$ e quindi ho delle armoniche dispari

- ANALYTICAL APPROACH

La corrente attraverso M_T →

positive side

negative side



$$i_1 = I_0 + I_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + I_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) + I_3 \sin(3\omega t + \varphi_3)$$

$$i_2 = I_0 + I_1 \sin(\omega t - \frac{\pi}{2} + \varphi_1) + I_2 \sin(2\omega t - \frac{\pi}{2} + \varphi_2) + I_3 \sin(3\omega t - \frac{\pi}{2} + \varphi_3)$$

e' shiftata di π in avanti...

$$\rightarrow \omega \frac{I}{2} = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2} = \pi$$

$$\rightarrow 2\omega \cdot \frac{\pi}{2} = 2\pi$$

$$\rightarrow 3\omega \cdot \frac{\pi}{2} = 3\pi$$

$$= I_0 - I_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + I_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) - I_3 \sin(3\omega t + \varphi_3)$$

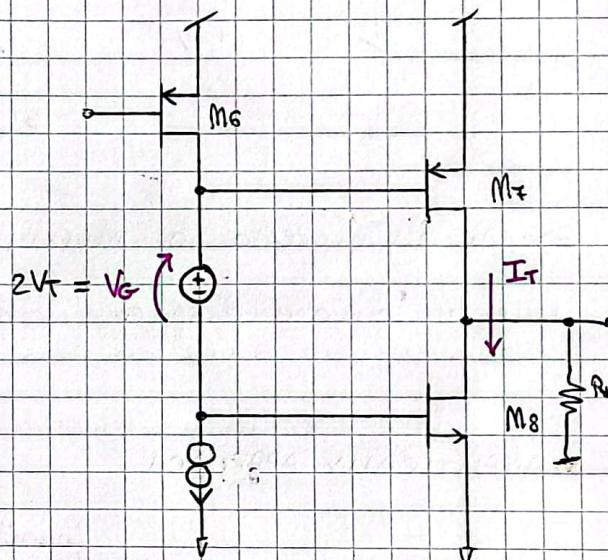
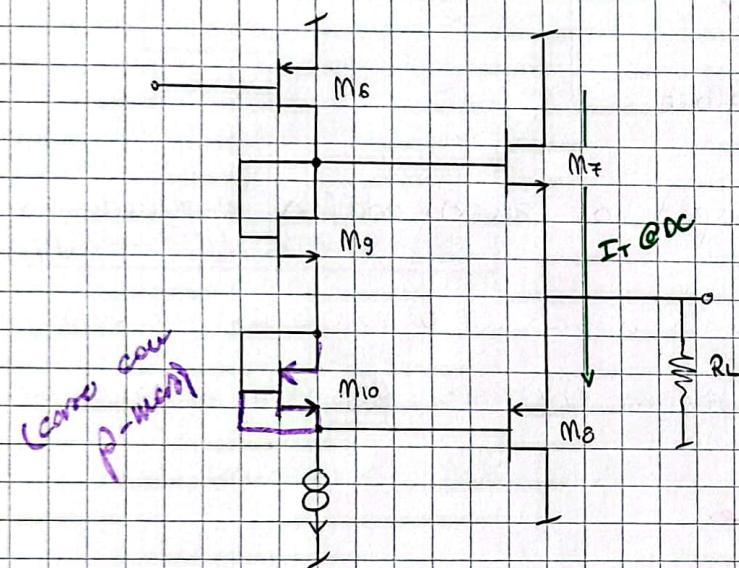
la corrente attraverso il carico è

$$i_T = i_1 - i_2 = \underset{OC}{\phi} + 2I_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + \underset{II \text{ HARMONIC}}{\phi} + 2I_3 \sin(3\omega t + \varphi_3)$$

Dove fare il nize non dal bias, ma dalla corrente di picco che voglio fornire al carico.

Vediamo come regolare il bias

e' un CLASSE AB



e' lo schema concettuale

$$\underbrace{V_{GSS9} + V_{GSS10}}_{V_m} = \underbrace{V_{GSS7} + V_{GSS8}}_{V_{tp}}$$

$$V_m + \sqrt{\frac{I_T}{K_F}} + V_{tp} + \sqrt{\frac{I_T}{K_B}}$$

$$V_m + \sqrt{\frac{I_2}{K_9}} + V_{tp} + \sqrt{\frac{I_2}{K_{10}}}$$

\Rightarrow noi possiamo accettare variabilità (in realtà lavoriamo sotto soglia)

\Rightarrow è difficile fare un "link" tra I_2 e I_T se non rimuovo la V_t ...

per semplificare V_{tp} devo usare un p-mos al posto di n-mos in M10.

Allora, in tal caso, ho che:

$$\sqrt{\frac{I_2}{K_9}} + \sqrt{\frac{I_2}{K_{10}}} = \sqrt{\frac{I_T}{K_F}} + \sqrt{\frac{I_T}{K_B}}$$

$$\downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow$$

$$K_{ng} \quad K_{p10} \quad K_{nF} \quad K_{pB}$$

assumiamo di avere lo stesso mos scalato di un fattore n:

$$K_9 = n K_F$$

$$\left(\frac{W}{L}\right)_9 = \left(\frac{W}{L}\right)_{10}$$

$$K_{10} = n K_E$$

$$\left(\frac{W}{L}\right)_{10} = \left(\frac{W}{L}\right)_F$$

Allora:

$$\frac{\sqrt{I_2}}{\sqrt{n}} \left[\frac{1}{\sqrt{K_F}} + \frac{1}{\sqrt{K_E}} \right] = \sqrt{I_T} \left[\frac{1}{\sqrt{K_F}} + \frac{1}{\sqrt{K_E}} \right]$$

$$I_T = \frac{I_2}{n}$$

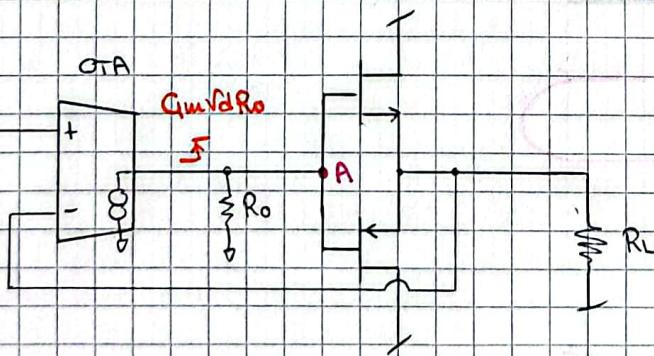
→ se usiamo transistori scalati, allora anche la corrente è scalata di un fattore n (facile da controllare)
(possiamo usare una common centroid structure affinché mani il più simile possibile)

... quindi ogni volta che dobbiamo usare un OTA con un carico resistivo è meglio usare un buffer: in questo caso si rende indipendente il guadagno dal carico stesso.

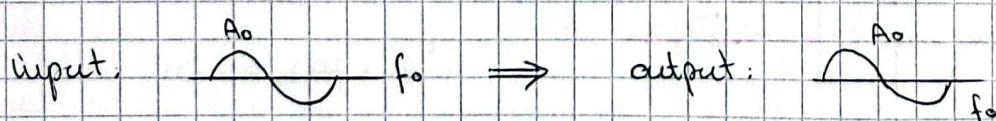
Fino ad ora abbiamo discusso solo dell'open-loop distortion: ma cerchiamo di capire ora il ruolo del feedback nella distorsione, ma prima definiamo la TOTAL HARMONIC DISTORTION

$$THD = \sqrt{\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{A_3}{A_1}\right)^2 + \dots}$$

Consideriamo OTA + BUFFER:



se $G_m \rightarrow +\infty$ (gain α) mi aspetto $G_{loop} \rightarrow +\infty$ allora se ho



cosa abbiamo al nodo A?

quando supero lo zero verso l'alto, accendo subito M_F e si genera una corrente da R_I, e lo stesso accade quando scendo sotto lo zero con M_B.

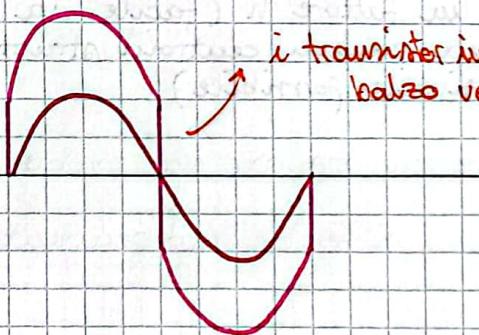
Ma ci sono le DEAD-ZONES



dove superate velocemente (idealmente in un tempo 0) e quindi dove avere un rapido incremento:

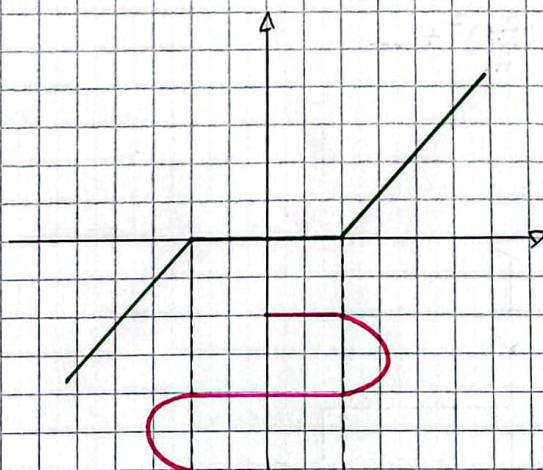
nodo A

output



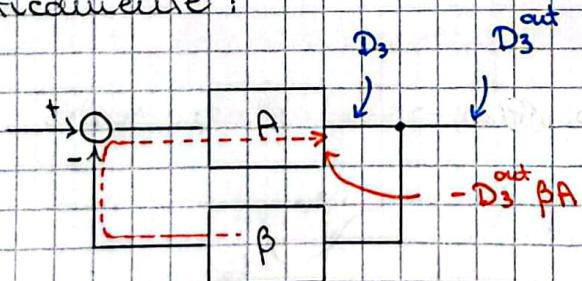
i transitori in output sono subito pronti se ho questo balzo verso l'alto/basso

questo ha senso se il guadagno è α : al nodo A, grazie al feedback, ho una distorsione tale da cancellare la distorsione all'output: ho un input distorto!



il feedback genera una predistorsione affinché si cancelli quella in uscita dal buffer

Schematicamente:



$$D_3^{\text{out}} = D_3 - \beta A D_3^{\text{out}}$$

$$D_3^{\text{out}} (1 + \beta A) = D_3$$

$$D_3^{\text{out}} = \frac{D_3}{1 - \beta A}$$

NOISE MODELS

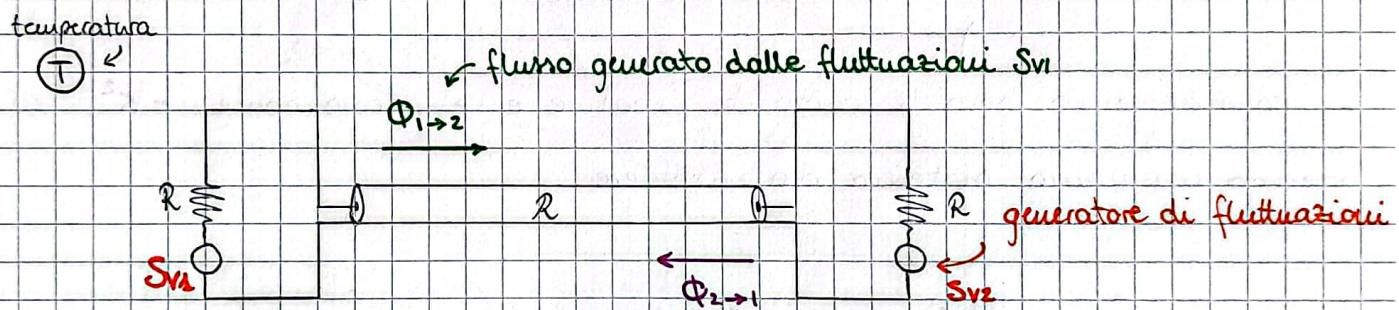
Δ THERMAL NOISE

Dimostriamo perché il voltage noise power spectral density ai capi di un resistore vale $S_V = 4kTR$ e applichiamo i risultati al transistor...
... anche perché ricaveremo un altro tipo di rumore, definito **shot-noise**.

Assumiamo di avere due resistori all'equilibrio termico, a temperatura T , connessi tra loro tramite un cavo coassiale adattato in impedenza alle resistenze, e quindi anch'esso di resistenza R , per evitare riflessioni del segnale

)
@ qualiasi cross-section del cavo ha che vale sempre

$$\frac{v(x,t)}{i(x,t)} = R$$



il flusso $\Phi_{1 \rightarrow 2}$ impiega un tempo $T = \frac{L}{c}$ per passare il coassiale

@ given x : $\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2}$

$$\frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial t^2}$$

dall'equazione delle onde

se ad un certo punto intrappoliamo l'energia nel cavo shortando le estremità, allora abbiamo delle condizioni al bordo che l'onda / le onde devono rispettare mentre si continuano a propagare nel cavo coassiale: alle estremità, qualiasi sia la tensione d'onda che considero, devo avere $v(0,t) = v(L,t) = 0 \quad \forall t$

quindi ottengo un sistema

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} \\ v(0,t) = v(L,t) = 0 \quad \forall t \end{array} \right.$$

per risolverlo splitto v in due funzioni $v(x,t) = V(x)T(t)$
e risolvo la derivata:

$$\left[\frac{1}{T(t)V(x)} \right] T(t) \frac{\partial^2 V(x)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \left[V(x) \frac{\partial^2 T(t)}{\partial t^2} \right] \frac{1}{T(t)V(x)}$$

$$\frac{1}{V(x)} \frac{\partial^2 V(x)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{1}{T(t)} \frac{\partial^2 T(t)}{\partial t^2} \quad (f(x) = g(t))$$

questo e' possibile solo se entrambe le quantita' sono costanti
(tralasciamo la soluzione ovvia $v(x,t) = 0$)
... consideriamo solo le costanti negative e le scrivo come $-k^2$, allora
ottengo un nuovo sistema da risolvere

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{V(x)} \frac{\partial^2 V(x)}{\partial x^2} = -k^2 \\ \frac{1}{c^2 T(t)} \frac{\partial^2 T(t)}{\partial t^2} = -k^2 \end{array} \right.$$

che ha come soluzioni

$$\left\{ \begin{array}{l} V(x) = A \sin(kx) + B \cos(kx) \\ T(t) = C \sin(kct) + D \cos(kct) = F \sin(kct + \varphi) \end{array} \right.$$

e quindi $v(x,t) = [A \sin(kx) + B \cos(kx)] \cdot F \sin(kct + \varphi)$ e' la soluzio-
ne che deve rispettare le condizioni al contorno

$$- V(0) = 0 \Rightarrow B = 0$$

$$- V(L) = 0 \Rightarrow kL = 0 + n\pi \text{ e quindi}$$

$$k_n = \frac{n\pi}{L}$$

$n = 1, 2, 3, \dots$

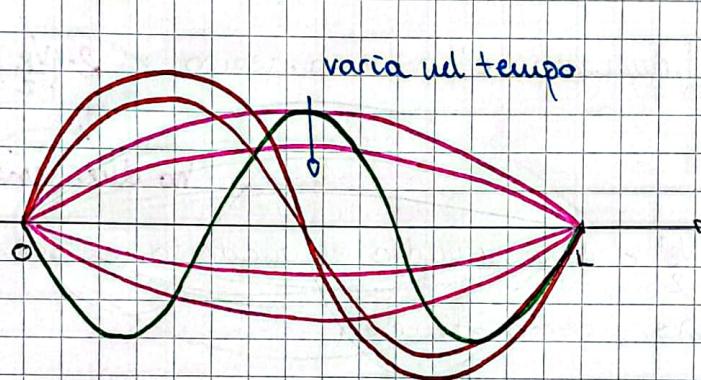
e quindi la soluzione finale è:

$$v_n(x,t) = A \sin(k_n x) \cdot \sin(k_n ct + \varphi)$$

$$\bullet n=1 \Rightarrow v_1(x,t) = A \sin\left(\frac{\pi}{L}x\right) \sin\left(\frac{\pi}{L}ct + \varphi\right)$$

$$\bullet n=2 \Rightarrow v_2(x,t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{L}x\right) \sin\left(\frac{2\pi}{L}ct + \varphi\right)$$

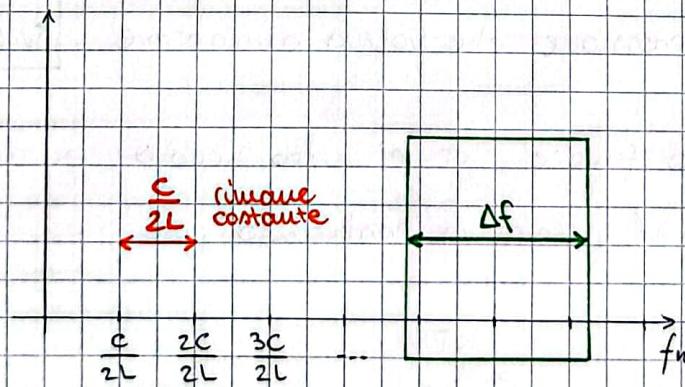
...



possiamo definire una frequenza

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = n \frac{c}{2L}$$

$n=1$
 $n=2$
 $n=3 \dots$



valutiamo quanta energia è racchiusa in uno spazio Δf attorno ad una frequenza centrale, ad esempio 1 MHz = f_0, all'equilibrio.

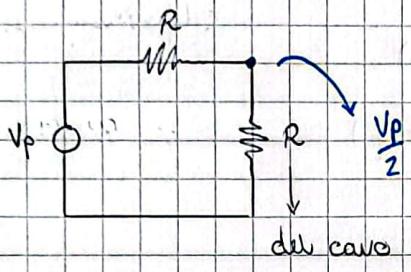
Essa è un'onda elettromagnetica e quindi l'energia può essere racchiusa nel campo elettrico o nel campo magnetico

⇒ 2 gradi di libertà

Per il TEOREMA DI EQUIPARTIZIONE DELL'ENERGIA ho che l'energia media in ogni modo e' kT e visto che ho due soli gradi di libertà mutua sarà racchiusa nel campo elettrico e metà in quello magnetico (in media), e quindi

$$\Delta E = kT \frac{\Delta f}{\frac{c}{2L}}$$

tale energia era stata generata dal rumore (generatore) dei resistori agli estremi del cavo coassiale



\Rightarrow la potenza inserita nel cavo è

$$\frac{\left(\frac{V_p}{2}\right)^2}{2R}$$

$$\text{e quindi l'energia immessa è potenza. tempo : } 2 \cdot \frac{\left(\frac{V_p}{2}\right)^2}{2R} \cdot \frac{L}{c}$$

ho due resistori identici

per una sinusoida $\frac{V_p^2}{2}$ è il valore medio al quadrato e considerando che

$$\langle v_i(f_0) \cdot \Delta f \rangle = \langle v_i^2(f_0) \rangle, \text{ siamo ottenere:}$$

$$\Delta E = \frac{2}{2R} \cdot \frac{L}{c} \cdot \frac{\frac{V_p^2}{2} \cdot \frac{1}{2}}{2} = \frac{z'}{2R} \cdot \frac{L}{c} \cdot \frac{\langle v_i(f_0) \cdot \Delta f \rangle}{2} = kT \frac{\Delta f}{\frac{c}{2L}}$$

$\frac{\langle v_i(f_0) \cdot \Delta f \rangle}{2}$

da cui derivo l'espressione che volevo dimostrare

$$\boxed{\langle v_i(f_0) \rangle = 4kTR}$$

N.B.: questo è valido finché kT è molto piccola; quando diventa comparabile con hf allora va sostituito con

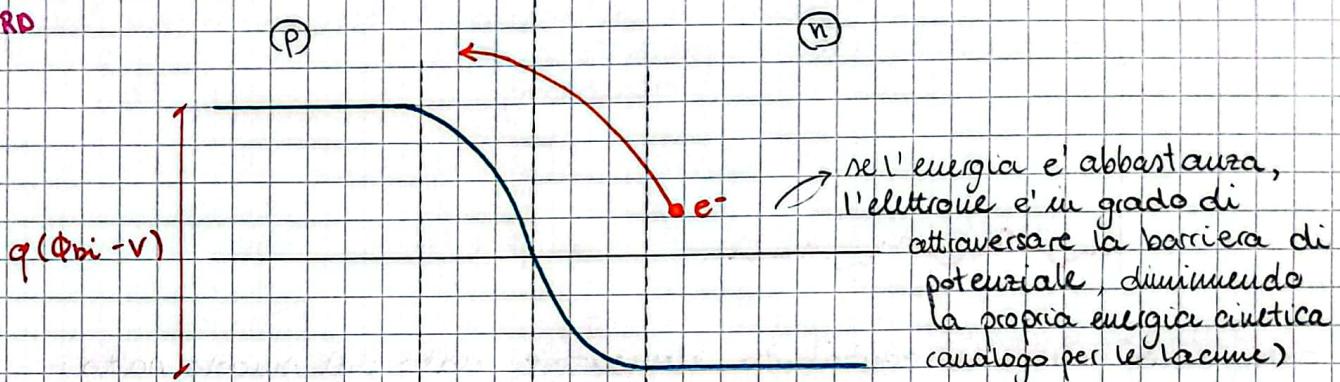
$$e^{\frac{hf}{kT}} - 1$$

e questo succede per frequenze maggiori di quelle di nostro interesse

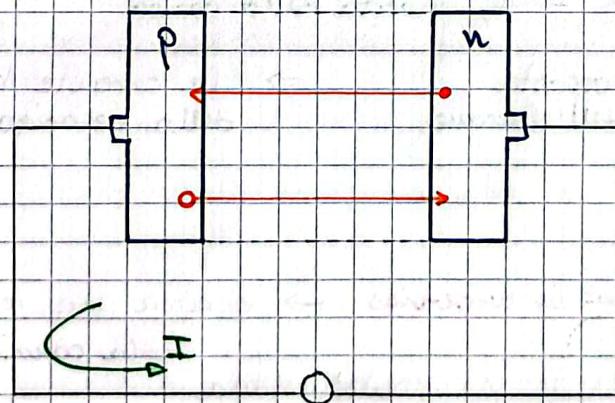
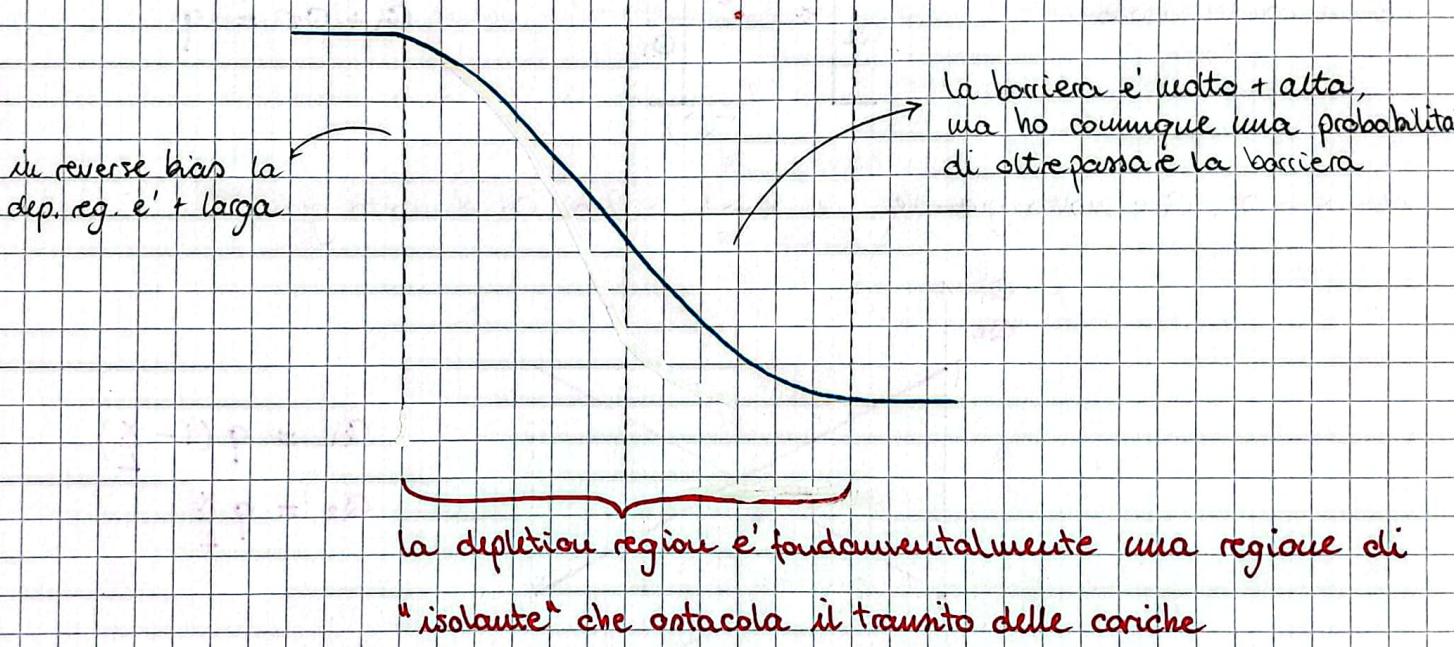
Δ SHOT NOISE

e' il rumore che abbiamo in presenza di una giunzione p-n

• FORWARD

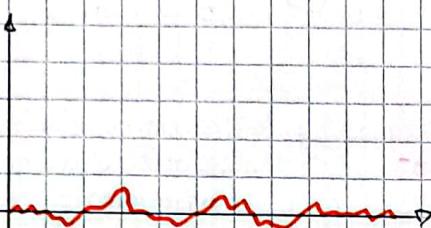


• REVERSE



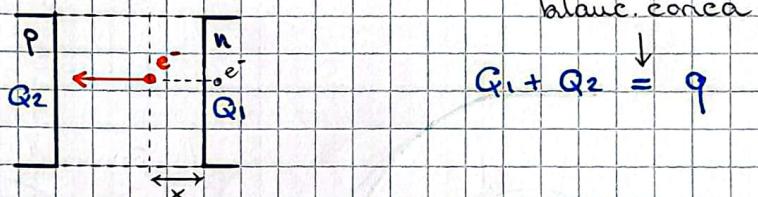
⇒ in questo caso il rumore e' dato dal casuale passaggio di una carica oltre il layer isolante ed e' la sommazione di tutti i contributi dati da ogni elettrone

\Rightarrow poiché il numero di elettroni che passa l'isolante non è costante, ma varia nel tempo, allora tale contributo alla corrente non è costante, ma "fluttua" nel tempo

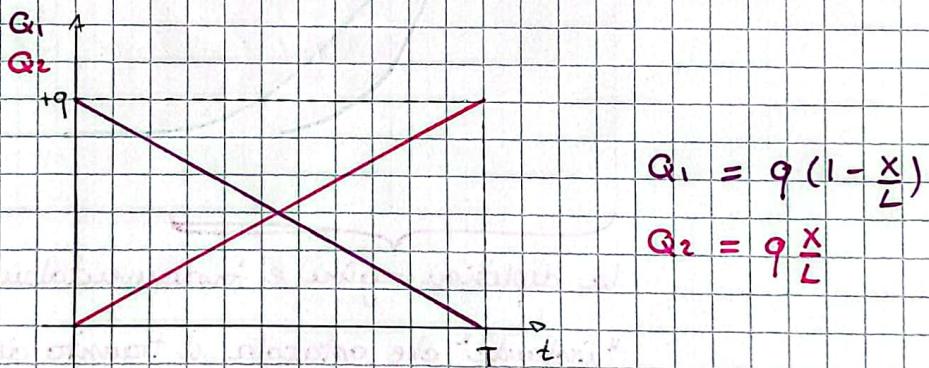


deriviamo prima il **contributo elementare** dato dal singolo salto:

e' un condensatore



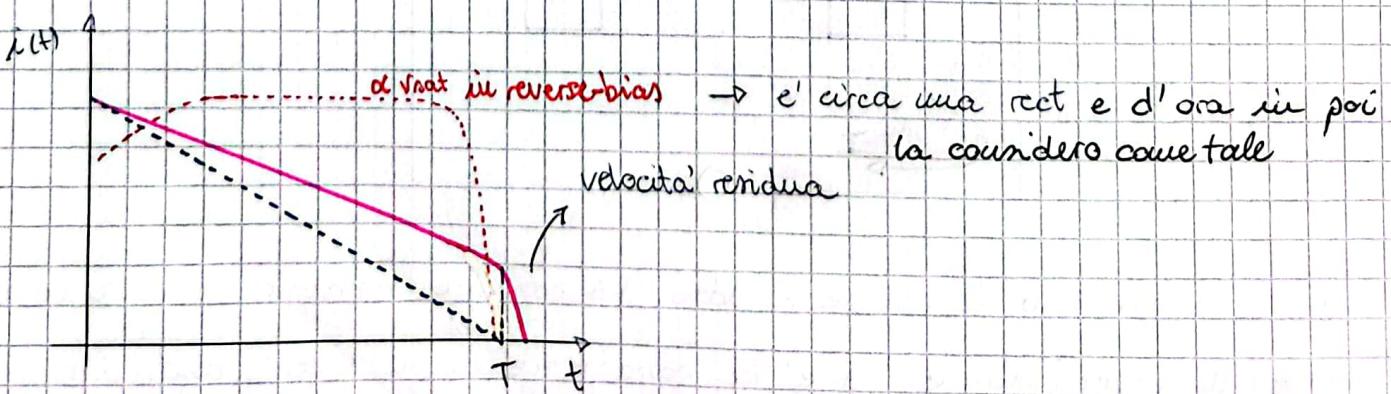
se $x \rightarrow 0$, Q_1 è molto grande, se $x \rightarrow L$ allora Q_2 è molto grande



$$i = \frac{dQ_1}{dt} = -\frac{q}{L} \frac{dx}{dt} = -\frac{q}{L} v(x) \quad \hookrightarrow \text{velocità della carica}$$

la corrente è opposta
al movimento dell'elettrone

\Rightarrow la corrente ha la stessa forma
della velocità della carica



Supponiamo di avere $I = 1 \text{ mA}$ e $N = \frac{I}{q} = 6,2 \cdot 10^{15} \text{ carriers/s} = \lambda$

Supponiamo che la carica si muova con una velocità pari a quella di saturazione

carriers rate ↑

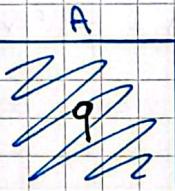
il contributo elementare è circa una rettangolo di durata T e di area q

perché $v(t)$ è una rettangolo, anche se in realtà

e' come al disegno precedente

dell'ordine di qualche ps

$i(t)$

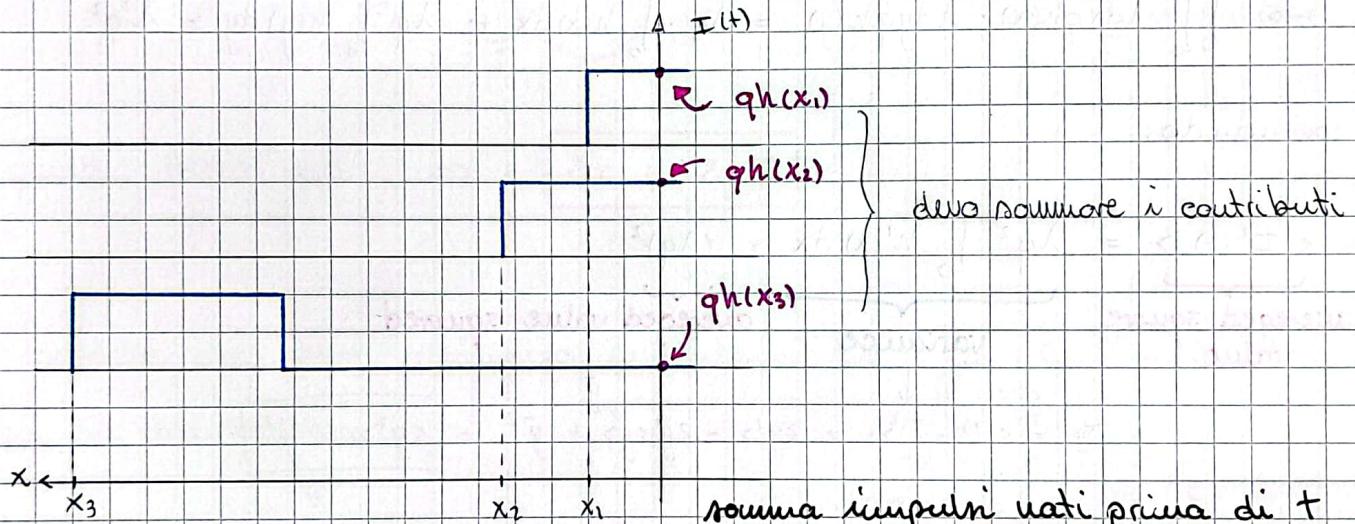


$$AT = q$$

$$\Rightarrow i(t) = q h(t)$$

e' la normalized shape pulse
(di area unitaria: $A = \frac{1}{T}$)

Allora la corrente all'istante T è data dalla sommazione fra i vari contributi (somma di impulsi discreti di forma ben definita):



$$I(t) = qh(x_1) + qh(x_2) + qh(x_3) + \dots$$

sono casuali perché generati da portatori indipendenti

{ inizia ogni impulso e dobbiamo uscire un approccio + preciso

Sappiamo che il numero medio è N , ma non sappiamo quello preciso

\Rightarrow tra x e $x+dx$ gli elettroni che passano la barriera sono λdx , allora il contributo alla corrente è $\lambda dx \cdot qh(x)$ se x varia tra 0 e $+\infty$ e quindi:

probabilità che mi verifichi un impulso tra x e $x+dx$

$$I(t) = \int_0^{+\infty} \lambda dx qh(x)$$

$$\langle i(t) \rangle = \langle qh(x_1) + qh(x_2) + \dots \rangle$$

$\lambda = \frac{I}{q}$ e' l'average rate per unit time

$$I(t) = \int_0^{+\infty} \lambda q \cdot h(x) dx = \lambda q \int_0^{+\infty} h(x) dx = \lambda q \quad \text{e quindi ho che}$$

\downarrow

$$I(t) = q\lambda \rightarrow \text{stesso risultato che avevamo in partenza}$$

(la corrente media e' = alla freq. media x la carica)

ora siamo in grado di calcolare, perciò, la varianza e quindi il rumore

$$\begin{aligned} I^2(t) &= (q h(x_1) + q h(x_2) + \dots)^2 = q^2 h^2(x_1) + q^2 h^2(x_2) + \dots \\ &\quad \dots + 2q^2 h(x_1) h(x_2) + 2q^2 h(x_1) h(x_3) + \dots \end{aligned}$$

integro i vari termini (x comodita' separataamente) per fare la $\langle \cdot \rangle$

$$\rightarrow \int_0^{+\infty} \lambda dx \cdot q^2 h^2(x) = \lambda q^2 \int_0^{+\infty} h^2(x) dx$$

$$\rightarrow \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \lambda dx q h(x) \cdot \lambda dy q h(y) = \lambda q \cdot \int_0^{+\infty} h(x) dx \cdot \lambda q \int_0^{+\infty} h(y) dy = \lambda^2 q^2$$

Sommando:

$$\underbrace{\langle I^2(t) \rangle}_{\text{averaged square value}} = \underbrace{\lambda q^2 \int_0^{+\infty} h^2(x) dx}_{\text{variance}} + \underbrace{(\lambda q)^2}_{\text{averaged value squared}}$$

$$\sigma_I^2 = \langle (y - \bar{y})^2 \rangle = \langle y^2 \rangle - 2\bar{y}\langle y \rangle + \bar{y}^2 = \boxed{\langle y^2 \rangle - \bar{y}^2}$$

la corrente e' data dalla sovrapposizione di riugoli contributi elementari, detti **shot** e tutte le volte che vale cio' ha una corrente con la forma trovata

$$\Rightarrow \text{uso il teorema di Parseval} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} h^2(x) dx = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} |H(w)|^2 dw$$

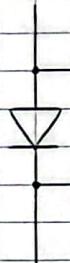
$H(f) = \mathcal{F}\{h(t)\}$

$\circ \rightarrow H(f) \text{ e' dispari visto che } h(f) \text{ e' reale}$

e quindi $\sigma_I^2 = 2q^2 \lambda \int_0^{+\infty} |H(w)|^2 dw = \int_0^{+\infty} S_I(f) df$

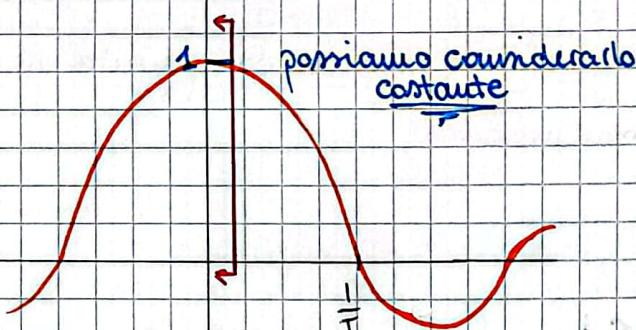
$$\Rightarrow S_I(f) = 2q^2 \lambda |H(w)|^2 = 2Iq |H(w)|^2$$

e quindi ottengo un modello del tipo



$$S_I(f) = 2qI |H(\omega)|^2$$

ci rimane da trovare $|H(\omega)|$ che e' la trasformata della rect, la rice



$$\Rightarrow \text{a noi interessa } f \ll \frac{1}{T}$$

$$\frac{1}{T} \approx ps$$

$$\Rightarrow \frac{1}{T} \approx 100 \text{ GHz}$$

$$\text{e quindi } |H(\omega)|^2 = 1 \Rightarrow$$

$$S_I = 2qI$$

La corrente che scorre attraverso il diodo e' $I = I_0 (e^{\frac{qV_0}{kT}} - 1)$

data da due contributi

↓

ho due contributi al rumore:

$$= I_0 e^{\frac{qV_0}{kT}} - I_0$$

DIFFUSION CONTRIBUTION

DRIFT CONTRIBUTION

$$\text{per poter scrivere } I e^{\frac{qV_0}{kT}} = I_0 + I \text{ sempre}$$

$$S_I = 2qI_{\text{DIFF}} + 2qI_{\text{DRIFT}} = 2q(I + I_0) + 2qI_0 = 2qI + 4qI_0$$

$$\Delta \text{ FORWARD BIAS} \Rightarrow 2qI$$

$$\Delta \text{ REVERSE BIAS} \Rightarrow 2qI_0 \text{ perche' } I = -I_0$$

$$\Delta \text{ EQUILIBRIO} \Rightarrow 4qI_0$$

@ equil.

$$@ V_0 = 0 \text{ ho } I = 0 \Rightarrow g_0 = \frac{\partial I}{\partial V_0} = \frac{q}{kT} I_0 e^{\frac{qV_0}{kT}} = \frac{q}{kT} (I + I_0) \stackrel{I \rightarrow 0}{=} \frac{qI_0}{kT}$$

$$\Rightarrow S_I = 4qI_0 = 4kTg_0 = \frac{4kT}{r_0}$$

ottimo ... il risultato e' coerente con quanto avevamo ottenuto usando due diodi nell'esperimento del caso esemplare

in un **MOSFET**:

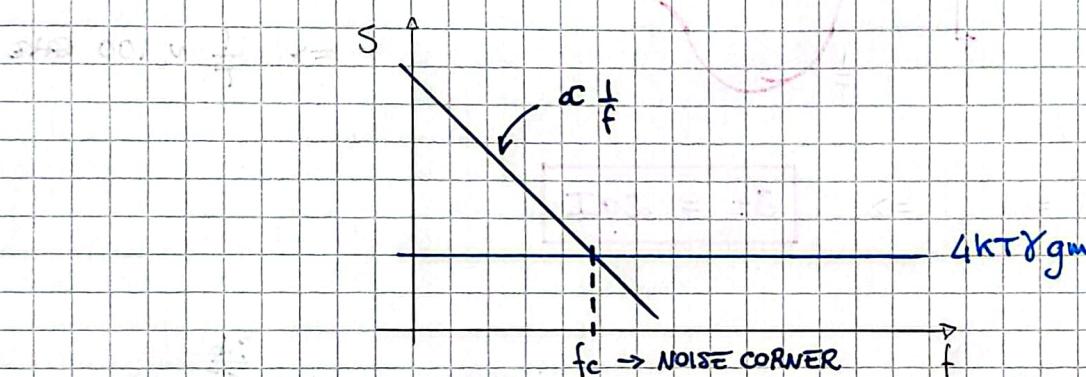
@ WEAK-INVERSION il rumore è dato dagli elettroni che passano la barriera e generano un contributo in corrente

\Rightarrow è uno shot-noise

$$\Rightarrow g_m = \frac{I_o}{nV_{th}} \text{ e quindi posso scrivere}$$

$$S_I = 2g I_o = 2g n \cdot \frac{kT}{q} g_m = 4kT \gamma g_m \text{ che avevamo visto, e } \gamma = \frac{n}{2}$$

Ma in un MOSFET abbiamo anche una seconda componente in corrente a basse frequenze, che è rilevante



Δ RANDOM TELEGRAPH NOISE $\equiv 1/f$ NOISE

consideriamo un layer conduttivo: potrebbe succedere che una carica venga **catturata da un difetto**, riducendo la corrente finché essa non sia **riemessa**

\Rightarrow in questo lasso di tempo essa non contribuisce alla corrente

$$I = GV = q \underbrace{\mu n \overline{N}}_{\sigma} \underbrace{W \Delta t}_{L} \sqrt{\cdot \frac{L}{L}} = \frac{q \mu n}{L^2} V \cdot N$$

$\overrightarrow{\sigma}$

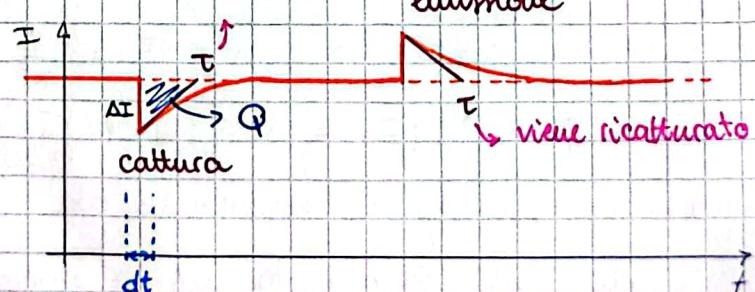
\overrightarrow{N} numero totale di portatori liberi

alcuni sono già popolati da elettroni

$$dI = \frac{q \mu V}{L^2} dN$$

$$\xrightarrow{\Delta N=1} \Delta I = \frac{I}{N} \xrightarrow{+} Q \xrightarrow{+} h(t)$$

$$\Rightarrow i(t) = \Delta I e^{-\frac{t}{\tau}} = (\Delta t \cdot \tau) \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$



quante catture ho in un tempo dt ? Ho $\lambda c dt$
 quante emissioni ho nello stesso tempo? Ho $\lambda e dt$
 \Rightarrow all'equilibrio ho $\lambda_c = \lambda_e = \lambda = \beta \frac{N_T}{\tau}$

Inoltre ho che $Q = \tau \Delta I$ (e' l'integrale risolto)

e quindi posso ricavarci il rumore, che e' sempre SHOT e ha la stessa
 forma di prima:

$$2\lambda Q^2 |H(f)|^2 = S_I = 2 \left(\frac{\tau}{N} \right)^2 \frac{1}{1 + \omega^2 \tau^2} \cdot 2$$

questo perche' e' anche uno \downarrow rumore
 generato dalla sovrapposizione di
 impulsi di corrente elementari
 con forma ben definita
 $[I = Q \cdot h(t)]$

Lorentzian ha due processi distinti

cattura

$$= 2\lambda Q^2 |H(\omega)|^2 + 2\lambda Q^2 |H(\omega)|^2 = 4Q^2 \lambda |H(\omega)|^2$$

$$= 4BN_T \left(\frac{\tau}{N} \right)^2 \frac{\pi}{1 + \omega^2 \tau^2}$$

statisticamente
 indipendenti

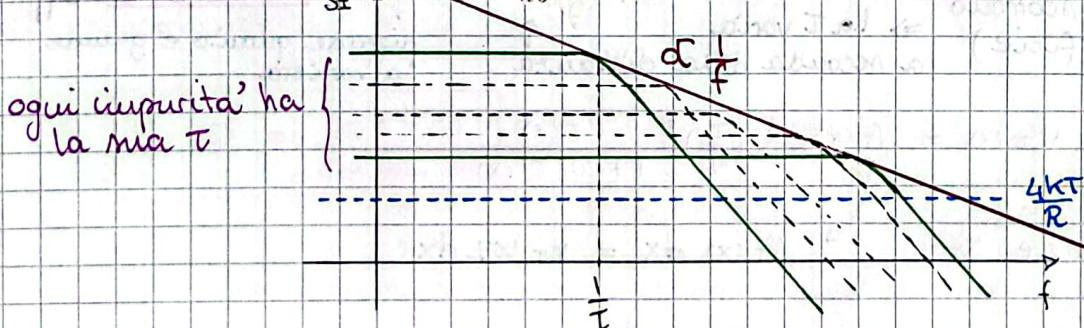
Si dimostra che $\beta = \frac{1}{4}$ per le trappole la cui $E < E_{fermi}$ che sono
 quelle + probabili che mancano pieze

$$= N_T \left(\frac{\tau}{N} \right)^2 \frac{\pi}{1 + \omega^2 \tau^2} \quad \text{3 single-pole low-pass transfer function}$$

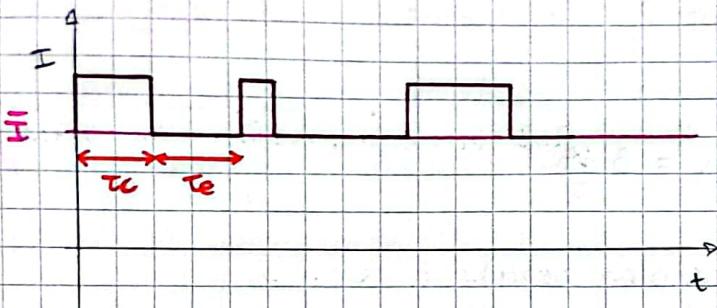
(Lorentzian Shape)

nel caso di due impurita' \downarrow ero (Au) \downarrow indio (In) \downarrow $\frac{1}{f}$
 ho due contributi

$$S_I = N_{T,Au} \left(\frac{\tau}{N} \right)^2 \frac{\tau_{Au}}{1 + \omega^2 \tau_{Au}^2} + N_{T,In} \left(\frac{\tau}{N} \right)^2 \frac{\tau_{In}}{1 + \omega^2 \tau_{In}^2}$$



N.B.: se mi considera un singolo e' allora la forma d'onda non puo' essere esponenziale, ma avra' un andamento ad onda quadra (ecco perche' TELEGRAPH NOISE); l'andamento esponenziale deriva dal fatto che quando mi considera un processo statistico ha senso riferirsi alla media temporale di tutti questi processi microscopici e quindi risulta che la corrente media ha un andamento esponenziale



ecco perche' random telegraph noise



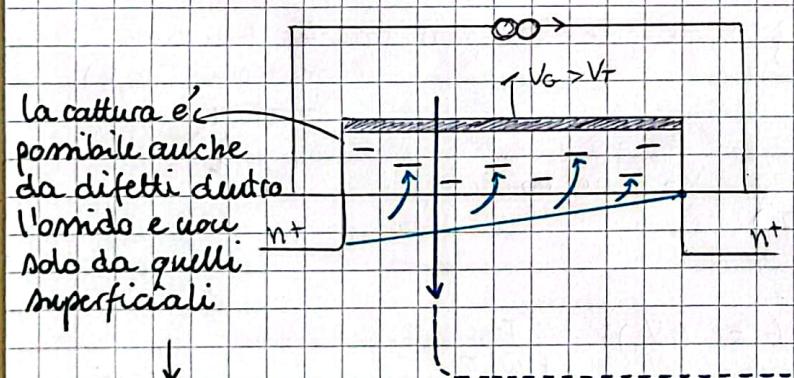
i contributi elementari hanno una forma di trapezi di ampiezza casuale con tempo casuale

per forza e' com': l'emissione e la cattura possono solo causare un salto fra due stati discreti

c'è la forma della media di tutti i singoli contributi elementari

e quindi nel MOSFET abbiamo $S_I = 4kTg_mY + \frac{K}{f}$ la cui componente $\frac{K}{f}$ non puo' essere trascurata

essa e' generata dalla sovrapposizione di molti contributi casuaziani dovuti ai difetti nell'ormido del MOSFET



Mc WHORTER MODEL

(questo perche' gli e- scorrono vicino alla superficie) \Rightarrow la τ varia a seconda della distanza

$$\tau(x) = \tau_0 e^{\frac{V_D}{\gamma x}}$$

ricavo l'exp della WKB THEORY (approx.)

dipende quanto e' grande la barriera

$$\text{da cui ottengo: } dS_I(x) = N_T(x) dx \left(\frac{I}{N}\right)^2 \frac{\tau(x)}{1 + w^2 \tau^2(x)}$$

che integro per ottenere S_I

$$N_T(x) dx = n_T w L dx$$

$$\Rightarrow \int_0^{t_{ox}} n_T w L dx \left(\frac{I}{N}\right)^2 \frac{\tau(x)}{1 + w^2 \tau^2(x)} = \int_{\tau_0}^{\tau_{t_{ox}}} n_T \frac{w L d\tau}{\gamma x} \left(\frac{I}{N}\right)^2 \frac{1}{1 + w^2 \tau^2}$$

cavie ne fare un cambio di variabile: $\frac{d\tau}{dx} = \gamma \tau(x) \Rightarrow dx = \frac{d\tau}{\gamma \tau(x)}$

$$S_I = \frac{n_T WL}{w\gamma} \left(\frac{I}{N}\right)^2$$

$\int_{\omega_0}^{\omega} \frac{d\omega}{1 + \omega^2 \tau^2}$ |
 $\tan^{-1}(wt) \Big|_{\omega_0}^{\omega} \rightarrow \text{in realtà non è } +\omega, \text{ ma è molto grande } (\gg 1)$
 $\Rightarrow n \text{ Hz} < w < T \text{ Hz}$
 $\hookrightarrow e \ll 1 \quad \hookrightarrow \left(\frac{1}{t_0}\right)$
 $= \tan^{-1}(w t_{\text{long}}) - \tan^{-1}(w t_0) \approx \frac{\pi}{2} - 0 = \frac{\pi}{2}$

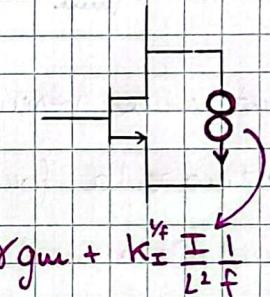
$$S_I(f) \approx \frac{n_T WL}{4\gamma} \left(\frac{I}{N}\right)^2 \cdot \frac{1}{f} \quad \text{che va come } \frac{1}{f}$$

\Rightarrow l'incertezza di S_I dipende da n_T , cioè dalla densità dei difetti nell'ossido che è un valore dato \Rightarrow noi possiamo agire su w e L

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2} \mu C_{ox} \frac{W}{L} V_{ov}^2 \\ N &= \frac{1}{q} (C_{ox} W L V_{ov}) \end{aligned} \quad \left\{ \quad \frac{WL}{N^2} \frac{I^2}{I^2} = \frac{1}{2} \mu \frac{I}{L^2 C_{ox}}$$

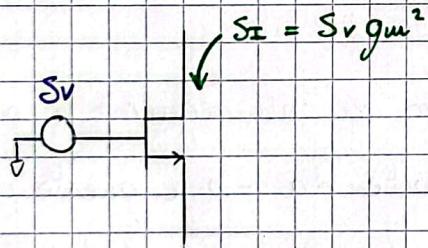
$$\Rightarrow S_I(f) = \frac{q^2 n_T \mu}{8 \gamma C_{ox}} \cdot \frac{I}{L^2} \cdot \frac{1}{f} = K_I^{\frac{1}{4}} \frac{I}{L^2} \cdot \frac{1}{f}$$

dipende dalla tecnologia



$$4kT\gamma g_m + K_I^{\frac{1}{4}} \frac{I}{L^2} \frac{1}{f}$$

facciamo un ulteriore passo in avanti:



$$S_I = S_V g_m^2$$

\Rightarrow il rumore \perp è quindi generato dalla cattura/escissione dalle trappole distribuite in maniera uniforme nell'ossido e di varia tipologia (e diversa τ)

$$S_V = \frac{4kT\gamma}{g_m} + K_I^{\frac{1}{4}} \frac{I}{L^2 g_m^2} \cdot \frac{1}{f} = \dots = \frac{K_I^{\frac{1}{4}}}{2\mu} \frac{1}{C_{ox}^{\frac{1}{2}}} \frac{W}{L^2 f} = K_V^{\frac{1}{4}} \frac{1}{C_{ox}^{\frac{1}{2}} W L f}$$

è indipendente dal bias:

$$S_V(f) = \frac{K_V^{\frac{1}{4}}}{C_{ox}^{\frac{1}{2}} W L} \cdot \frac{1}{f}$$

\Rightarrow dobbiamo agire sull'area del MOSFET

(data una tecnologia scelta!)

per ridurre il rumore $\frac{1}{f}$ devo aumentare l'area (non dipende da I !)

dipende dall'area del MOSFET

avevo visto una dipendenza tale nella formula di

Pelgrum con il mismatch \Rightarrow sono collegati!

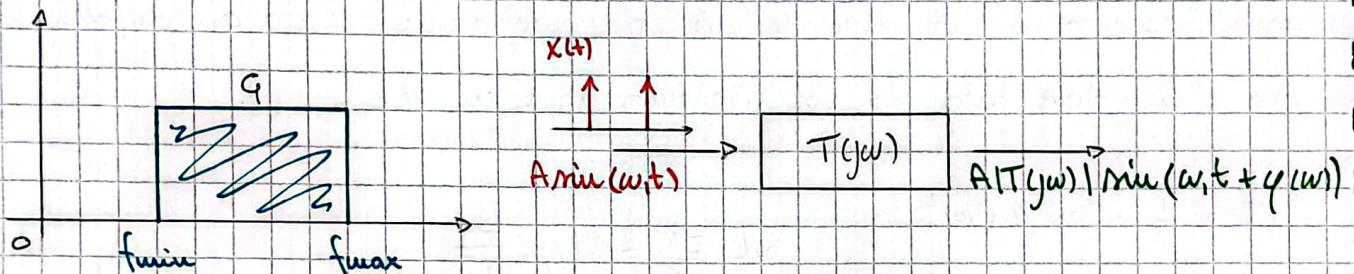
\Rightarrow l'eunimazione/cattura di carica fanno anche variare la soglia V_T !^{vedi dispensa 13/P. 7}

FILTRI

I filtri più utilizzati sono filtri:

- tempo continuo
- lineari

formati da reti analogiche lineari a parametri costanti che sono in grado di selezionare un segnale con banda compresa fra due limiti



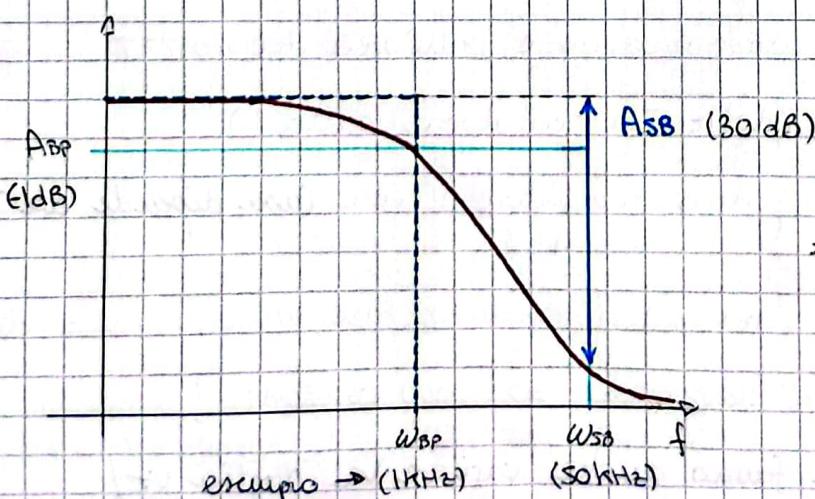
L'output viene presentato con un certo delay τ , che deve essere costante per non alterare la forma del segnale:

\Rightarrow un filtro ideale deve avere **G costante in banda** e una fase che **dipende linearmente da w**

$$AG \min[w(t - \tau)] \Rightarrow \varphi = \omega \tau$$

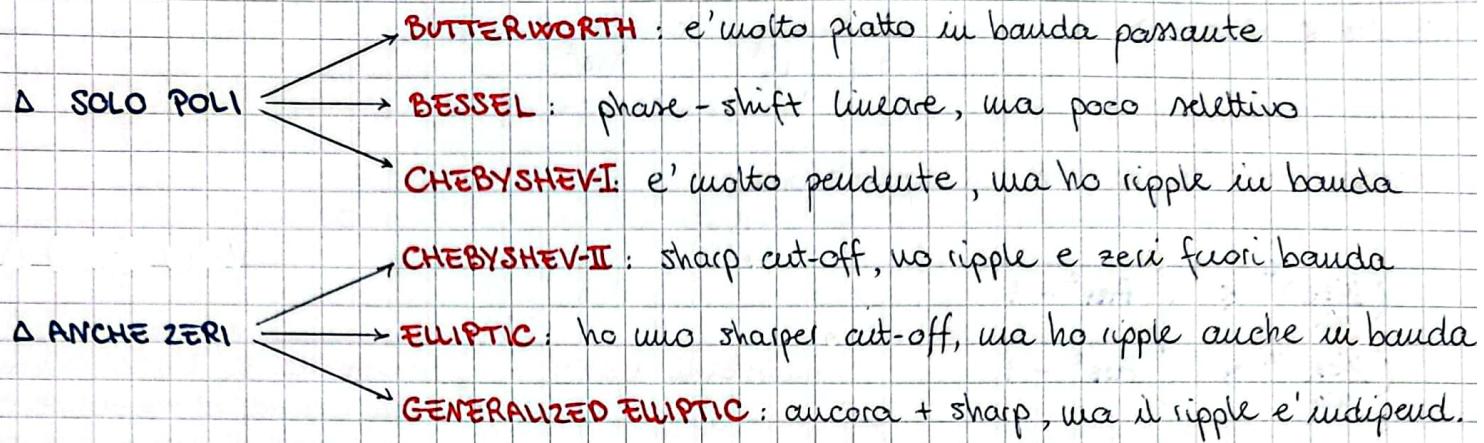
\Rightarrow non siamo in grado di costruire un filtro con tali requisiti: per avere una $g(t)$ devo avere una $h(t) \propto \sin(\omega t)$ \Rightarrow parte da $-\infty$ e questo non è possibile: in uscita ho qualcosa ancora prima di avere l'input!

\Rightarrow dobbiamo accettare delle imperfezioni e avere tolleranza



\Rightarrow ho una maschera entro la quale ho un filtro accettabile

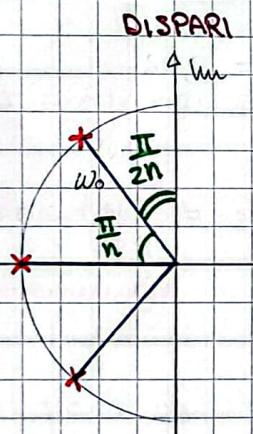
Poche avere due tipologie di filtri, a seconda di cui e' la FdT:



mai ci limiteremo solo a filtri con soli poli, in particolare a quelli di Butterworth e Chebyshev-I.

BUTTERWORTH

$n = 3$



$n = 4$



in generale ho:

$$w_0 \neq w_{bp}$$

La FdT ha una forma del tipo: $|T_B(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + (\frac{\omega}{\omega_0})^{2n}}$

$$\omega_0 \mid T_B(j\omega_0) \mid^2 = \frac{1}{2} = -3dB$$

due incognite

\Rightarrow affinché rispetti la maschera deve avere $\omega_0 > \omega_{bp}$ e che

per $0 < \omega < \omega_{bp}$

$$\frac{1}{1 + (\frac{\omega}{\omega_0})^{2n}} > \frac{1}{A_{bp}^2}$$

e quindi si riduce @ $\omega = \omega_{bp} \Rightarrow \frac{1}{1 + (\frac{\omega_{bp}}{\omega_0})^{2n}} \geq \frac{1}{A_{bp}^2}$

\Rightarrow affinché la maschera sia rispettata anche dopo w_{SB} allora devo avere

$$w_{SB} < \omega < +\infty$$

$$\frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{2n}} < \frac{1}{A_{SB}^2}$$

possiamo risolvere le due disequazioni:

$$\left(\frac{\omega_{BP}}{\omega_0}\right)^n \leq \sqrt{A_{BP}^2 - 1}$$

$$\left(\frac{\omega_{SB}}{\omega_0}\right)^n \geq \sqrt{A_{SB}^2 - 1}$$

minore di 1

minore di 1: l'attenuazione

in banda di numeratore è minore di quella fuori banda

facciamo il rapporto:

$$\left(\frac{\omega_{BP}}{\omega_{SB}}\right)^n \leq \frac{\sqrt{A_{BP}^2 - 1}}{\sqrt{A_{SB}^2 - 1}} = \frac{E_{BP}}{E_{SB}} = k_E$$

SELECTIVITY (K)ⁿ

ATTENUATION FACTOR

$$n \geq \frac{\log k_E}{\log K}$$

e' il numero di poli necessari

nel nostro esempio ha che $K = \frac{\omega_{BP}}{\omega_{SB}} = \frac{f_{BP}}{f_{SB}} = \frac{1}{\tau_0} = 0,02$

$$E_{BP} = \sqrt{A_{BP}^2 - 1} = \sqrt{10^{2 \cdot 10} - 1} = 0,509$$

$$E_{SB} = \sqrt{A_{SB}^2 - 1} = \sqrt{10^{30/10} - 1} = 31,607$$

$$n \geq \frac{\log K_E}{\log K} = 2,57 \Rightarrow \text{almeno 3 poli}$$

$$k_E = \frac{E_{BP}}{E_{SB}} = 0,016$$

adesso bisogna settare la seconda incognita: ω_0

$$\frac{\omega_{BP}}{(E_{BP})^n} \leq \omega_0 \leq \frac{\omega_{SB}}{(E_{SB})^n}$$

da cui ottengo $12,5 \text{ kHz} \leq \omega_0 \leq 15,8 \text{ kHz}$

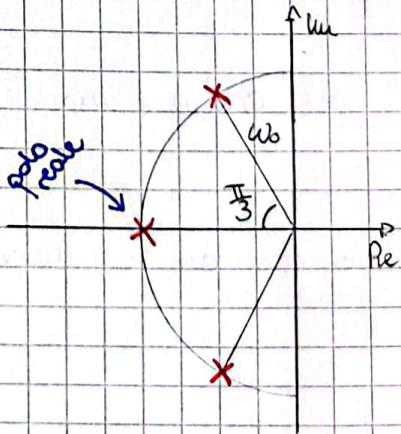
tocca la maschera
a ω_{BP} la tocca a
 ω_{SB}

manca un ultimo passo per trovare

$$T(s) = \frac{1}{b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}$$

$$= \frac{1}{(s + \omega_0)(s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2)}$$

polo reale poli complessi coniugati



$$Q = \frac{|\rho|}{2\operatorname{Re}(\rho)}$$

per i poli 2,3 il modulo e' ω_0

la parte reale e' $\omega_0 \cos \frac{\pi}{3} = \frac{\omega_0}{2}$

$$\Rightarrow Q = 1$$

infine il valore DC e' $T(0) = 1$ (0 dB) da cui ottengo:

$$T(s) = \frac{\omega_0^3}{(s + \omega_0)(s^2 + \omega_0 s + \omega_0^2)} \quad \text{la FdT del filtro Butterworth}$$

nel caso di + poli complessi coniugati, devo calcolare Q per ogni coppia procedendo in maniera analoga

CHEBYSHEV - I

la trattazione e' simile a quella del Butterworth e non viene svolta, ma e' presente in maniera completa nelle dispense

nel filtro Chebyshev ho che la **reference frequency ω_0** e' uguale alla **band-pass frequency**

$$\omega_0 = \omega_{BP}$$

=> ho meno gradi di liberta'

pomo poi ricavarui il numero dei poli

$$n > \frac{\cosh^{-1}(k\epsilon^{-1})}{\cosh^{-1}(k^{-1})}$$

con le nostre specifiche otteniamo $n \leq 2,1$ e poniamo dedurre che a parita' di specifiche, il numero di poli richiesto dal filtro di Chebyshev e' minore di quello richiesto dal filtro di Butterworth

definiamo poi la variabile Γ :

$$\Gamma = \left(\frac{1 + \sqrt{\epsilon_{BP}^2 + 1}}{\epsilon_{BP}} \right)^{\frac{1}{n}}$$

uso la variabile "intermedia" Γ per trovare parte reale e immaginaria dei poli, con le seguenti relazioni:

$$\operatorname{Re}(p_k) = \sin \left[\frac{\pi}{2n} (2k-1) \right] \cdot \frac{\Gamma^2 - 1}{2\Gamma}$$

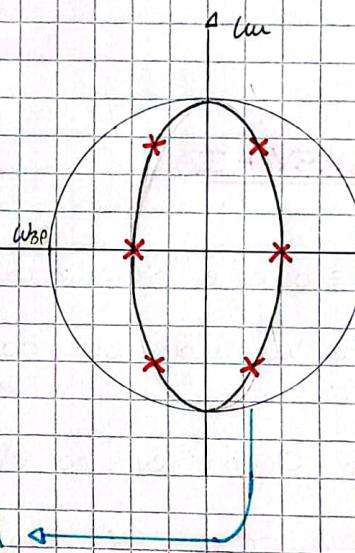
$$\operatorname{Im}(p_k) = \cos \left[\frac{\pi}{2n} (2k-1) \right] \cdot \frac{\Gamma^2 + 1}{2\Gamma}$$

dove l'indice k varia fra $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \pm n$ ($1, 2, \dots, 2n$)

nel nostro esempio $\Gamma = 1,609$ e abbiamo

K	$\operatorname{Re}(p)$	$\operatorname{Im}(p)$
1	-0,247	0,966

poli reale	<u>2</u>	-0,494	0
	3	-0,247	-0,966
	4	0,247	-0,966
	5	0,494	0
	6	0,247	0,966



↳ poli a parte $\operatorname{Re} > 0$ sono instabili!

K	$ p $	Q
1,3	0,997	2,01
2	0,494	0,5

ATTENZIONE !

I poli che abbiamo generato sono riferiti alla frequenza 1 rad/s (sono **normalizzati**). Se vogliamo avere una $f_{BP} = 1 \text{ kHz}$ ad esempio, devo moltiplicare i poli per $2\pi \cdot 1 \text{ kHz}$

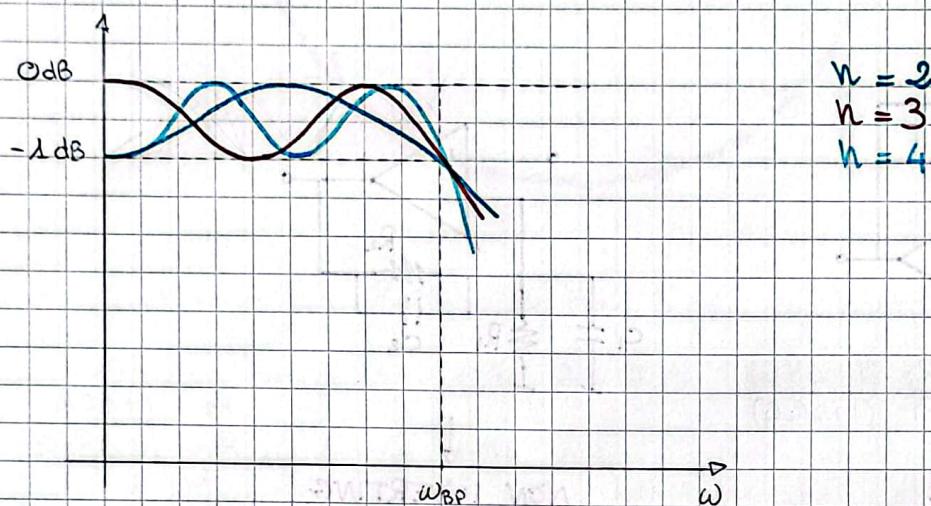
$$\# 1,3: |p| = 0,997 \rightarrow w_{1,3} = 2\pi \cdot 1 \text{ kHz} \cdot 0,997$$

$$\# 2: |p| = 0,494 \rightarrow w_2 = 2\pi \cdot 1 \text{ kHz} \cdot 0,494$$

anche in questo filtro posso ricavare la FdT, formata da un polo reale e una coppia complessa coniugata (nel nostro caso), allora:

$$T(s) = \frac{? \text{ VALORE IN DC}}{(s + w_{n2})(s^2 + w_{n1,3}s + w_{n1,3}^2)}$$

rimane da calcolare il valore DC e per farlo dobbiamo fare un'osservazione



Per quanto riguarda il ripple ho un numero di transizioni (compresa l'ultima) pari al numero di poli e quindi:

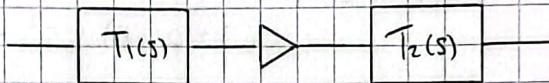
- per un numero di poli dispari parto dall'alto $\Rightarrow T(0) = 1$
- per un numero di poli pari parto dal basso $\Rightarrow T(0) = \frac{1}{A_{BP}}$

dove $A_{BP} = \sqrt{\varepsilon_{BP}^2 + 1}$

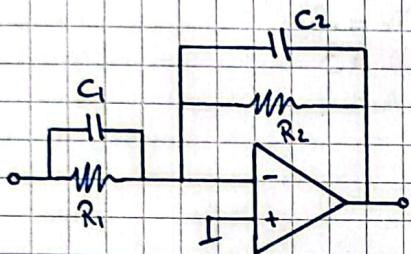
da cui ricavo la FdT finale: $T(s) = \frac{w_{n2} w_{n1,3}^2}{(s + w_{n2})(s^2 + w_{n1,3}s + w_{n1,3}^2)}$

Visto che posso inserire dei buffer tra vari blocchi, che mi forniscono ∞ impedenza in uscita, ho che vale

$$T(s) = T_1(s) T_2(s) \dots$$

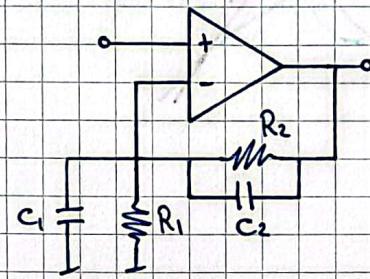


e quindi posso implementare una $T(s)$ con più poli tramite più reti con singolo polo:



$$\frac{-R_2}{R_1} \frac{(1 + \alpha R_1 G)}{(1 + \alpha R_2 G)}$$

INVERTING



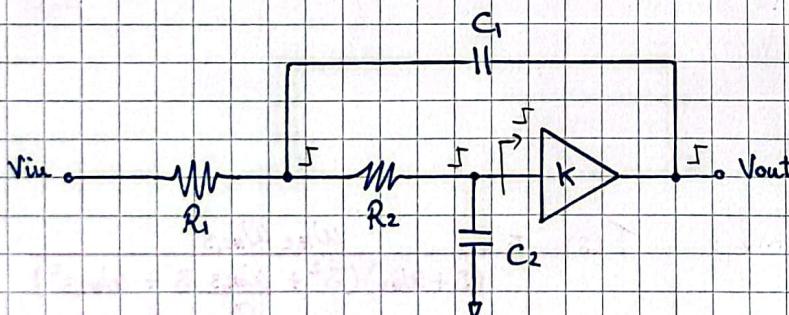
$$\frac{R_2}{R_1} \frac{1 + \alpha R_1}{1 + \alpha R_2 G_2} ?$$

NON INVERTING

→ ho molte opzioni che posso usare; tra queste la più interessante è il

FILTRO SAUEN - KEY

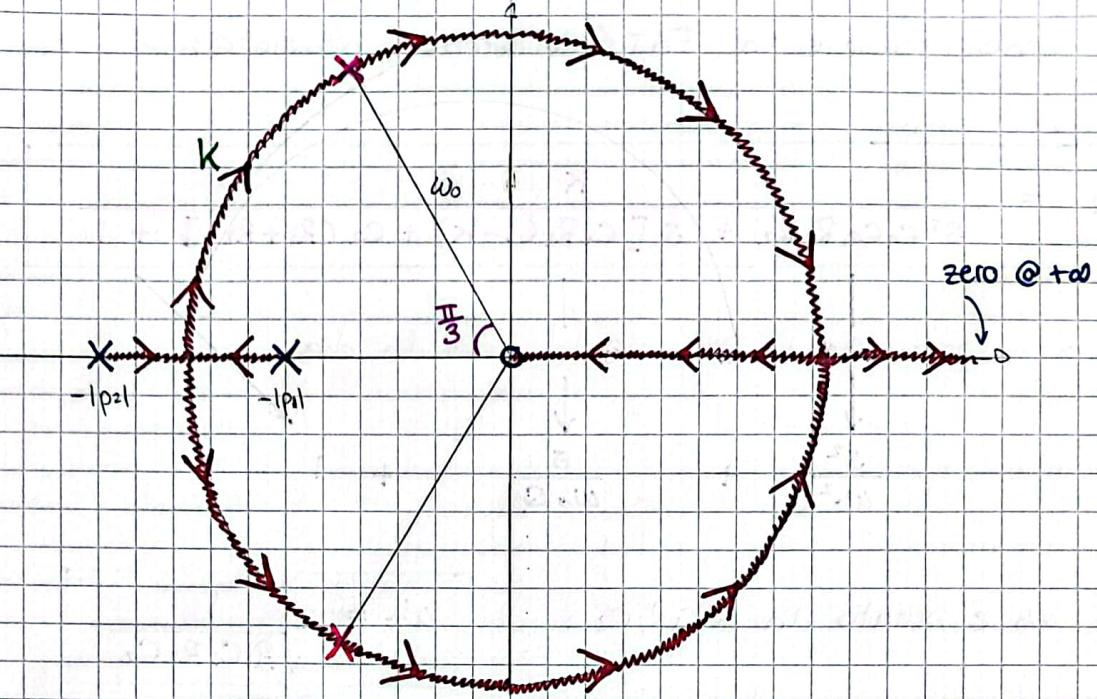
detto anche SK-cell



dove $k = 1 + \frac{R_3}{R_4}$ e' un amplificatore non inverteente (quello sopra con $C_1 = C_2 = 0$)

calcoliamo il Gloop tagliando tra C_2 e k

- facendo un probe vedo che è positivo: $Gloop(0) > 0$
- C_1 è uno zero @ DC perché non lascia passare il segnale
- C_1 e C_2 introducono due poli reali



Se devo sintetizzare un Butterworth con 3 poli mi basta settare il raggio pari a w_0 settando adeguatamente $R_1 C_1 R_2 C_2$, mi basta poi variare k per spostarmi lungo il luogo delle radici

\Rightarrow in questo caso ho w_0 e Q che sono indipendenti: cosa molto buona e comoda

Deriviamo ora la FdT: nelle dispense c'è un altro metodo possibile rispetto a quello che vedremo qui

$$T(s) = \frac{a_1 s + 1}{b_2 s^2 + b_1 s + 1} \rightarrow \text{ho solo uno zero di } C_1 \dots \text{forse}$$

$$a_1 = R_1^{(0)} C_1 = 0 \Rightarrow \text{non ho zero}$$

$$R_1^{(0)} = R_1(1-k)$$

$$R_2^{(0)} = R_1 + R_2$$

$$R_1^{(2)} = R_1 // R_2$$

$$\Rightarrow s^2 C_2 C_1 R_2^{(0)} R_1^{(2)} = s^2 C_2 C_1 (R_1 + R_2) \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = s^2 C_2 C_1 R_2 R_1$$

$$T(0) = k \quad (\text{in DC ho } C_1 \text{ e } C_2 \text{ open e non scorre corrente})$$

quindi posso scrivere la FdT del circuito generale:

$$T(s) = \frac{K}{s^2 C_1 C_2 R_1 R_2 + s [C_1 R_1 (1-K) + C_2 (R_1 + R_2)] + 1}$$

calcoliamo i parametri fondamentali sapendo che

$$\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{\omega_0 Q} + 1$$

e infatti ω_0 e' settato da $R_1 C_1 R_2 C_2$:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}$$

e poi ricavo anche il fattore di qualità

$$Q = \frac{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}{C_1 R_1 (1-K) + C_2 (R_1 + R_2)}$$

che e' indipendente da ω_0 visto che posso vararlo, variando K

\Rightarrow ho un grado di liberta' in più che mi fa comodo

In aggiunta, posso dire che la ω_0 non e' semplice settarla esattamente e puo' essere utile avere ulteriori circuiti che settano e modificano i parametri tale da avere ω_0 sempre corretta. Questo ω_0 e' vero per Q , che invece e' un numero (non si vede dall'equazione sopra e sembra l'opposto)

> divido sopra e sotto per $C_2 R_2$

$$Q = \frac{\sqrt{\frac{R_1 C_1}{R_2 C_2}}}{\frac{C_1 R_1}{C_2 R_2} (1-K) + (1 + \frac{R_1}{R_2})}$$

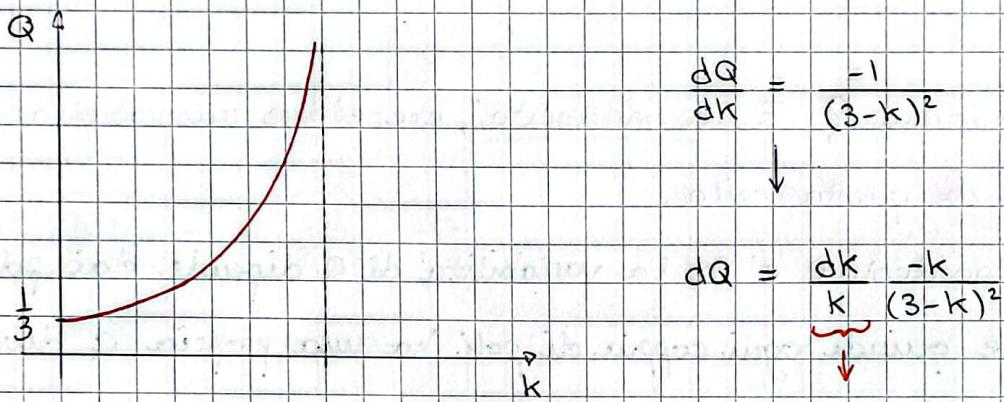
$\hookrightarrow Q$ dipende dal rapporto non dal valore assoluto

Se abbiamo $R_1 = R_2 = R$ e $C_1 = C_2 = C$ ho

$$T(s) = \frac{1}{s^2(RC)^2 + s[3-k]RC + 1}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{RC} \quad \text{e} \quad Q = \frac{1}{3-k}$$

la dipendenza di Q da k non è lineare: se k è largo allora Q varia molto anche per piccole variazioni di k



\Rightarrow il Sallen-Key con uguali componenti va bene per medi Q di massimo 1 o 1,5 ... altrimenti devo cambiare approccio

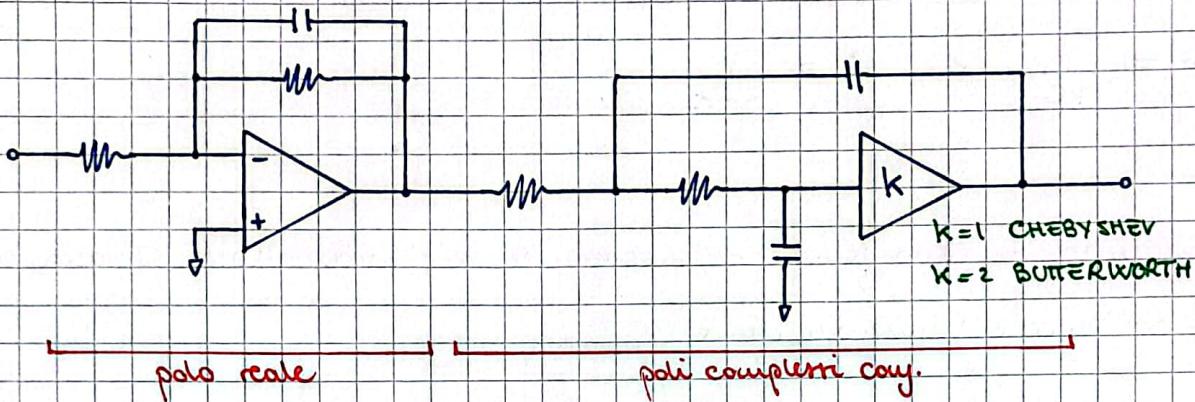
ad esempio posso usare $\begin{cases} R_1 = R_2 = R \\ C_1 = nC_2 \rightarrow \text{scaled capacitors} \\ k = 1 \text{ (BUFFER)} \end{cases}$

in questo caso ottengo $\omega_0 = \frac{1}{RC\sqrt{n}}$ e $Q = \frac{\sqrt{n}}{2}$

\Rightarrow in questo caso la dipendenza di Q da n è sotto radice \rightarrow è più blanda

il filtro finale è formato da un primo stage che implementa il polo reale e da una seconda sk-cell che implementa i restanti due poli che possono essere messi in cascata grazie ai buffer \rightarrow tale configurazione viene detta ACTIVE CELL

ACTIVE CELL



Qual e' il problema? E' la variabilità, che e' però un problema generale e non specifico di questa cella.

Un problema particolare e' che la variabilità di Q dipende dai poli, che sono indipendenti e quindi ogni coppia di poli ha una propria Q diversa che varia indipendentemente dalle altre...

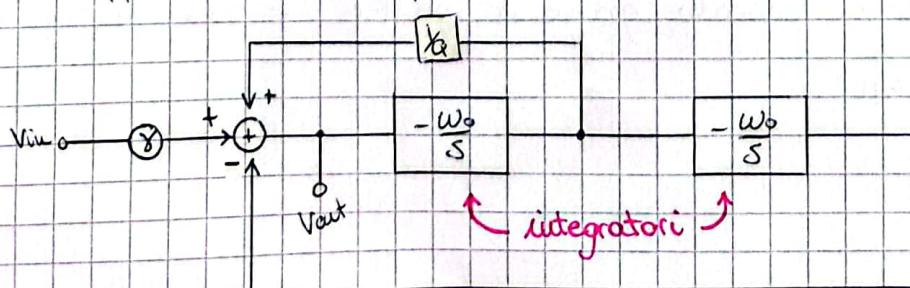
fino a 5 poli ok, dopo di che non riesco più a garantire le specifiche

Partiamo ora da FdT di un punto alto:

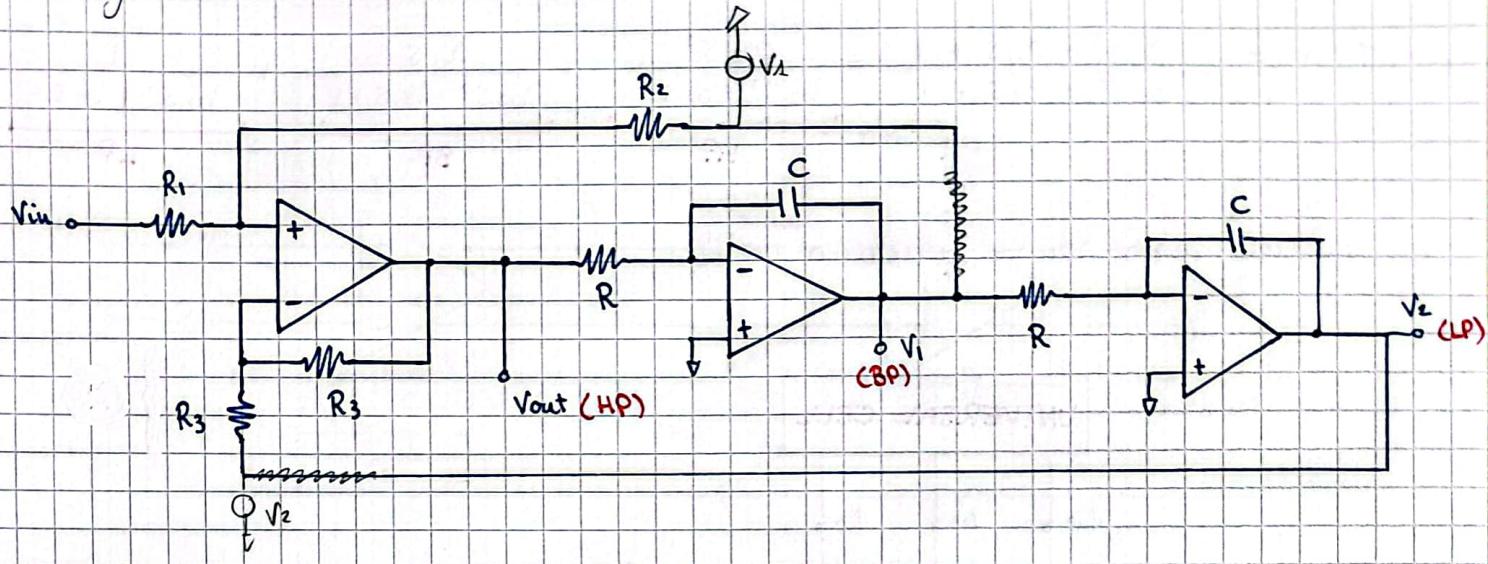
$$T(s) = \frac{\gamma s^2}{s^2 + s \frac{w_0}{Q} + w_0^2} = \frac{\gamma}{1 + \frac{w_0}{sQ} + \frac{w_0^2}{s^2}} = \frac{V_{out}}{V_{in}}$$

$$\Rightarrow V_{out} = \gamma V_{in} - V_{out} \frac{w_0}{sQ} - V_{out} \frac{w_0^2}{s^2}$$

che posso rappresentare semplicemente



che posso mettizzare con un nodo sommatore con opportuni per e due integratori



calcoliamo V_{out} come somma di 3 contributi

$$V_{out} = \underbrace{V_{in}}_Y + \underbrace{V_1}_{\frac{2R_1}{R_1+R_2}} - \underbrace{V_2}_{\frac{2R_2}{R_1+R_2}}$$

$\downarrow V_1 \text{ e } V_2 \text{ sparsi}$ $\downarrow V_1 \text{ e } V_2 \text{ sparsi}$

$$\left\{ \begin{array}{l} Y = \frac{2R_2}{R_1+R_2} = \frac{2}{1+Q/R_2} \\ Q = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \end{array} \right.$$

In questo approccio ho mettizzato la FdT a partire da integratori senza dividerla in blocchi:

- 2 integratori per II ordine
- 3 per il III ordine ...

@ V_{out} abbiamo un HP FILTER, se poi lo integro ottengo @ V_1 un BP che a sua volta integro e diventa un @ V_2 LP; posso dimostrarlo anche matematicamente:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{s^2}{s^2 + \frac{1}{\omega_0^2} + \frac{Q}{\omega_0}} \cdot \frac{\omega_0}{s} \cdot \frac{\omega_0}{s}$$

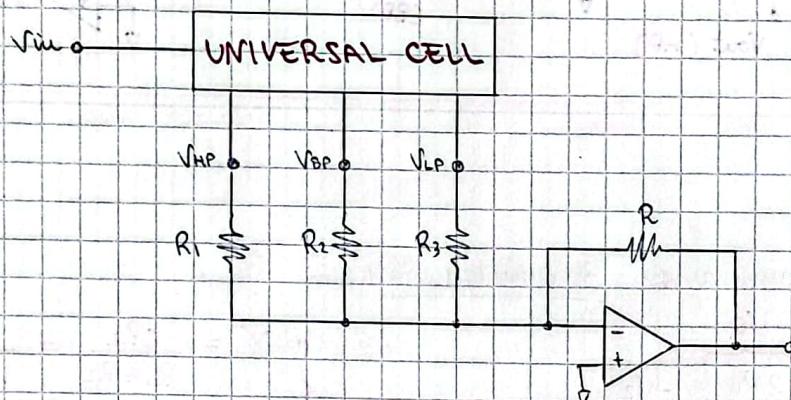
$\underbrace{\frac{s^2}{s^2 + \frac{1}{\omega_0^2} + \frac{Q}{\omega_0}}}_{\text{HP}}$ $\underbrace{\frac{\omega_0}{s}}_{\text{BP}}$ $\underbrace{\frac{\omega_0}{s}}_{\text{LP}}$

\Rightarrow per questo tale cella e' detta **UNIVERSAL CELL**

posso sempre dividere la FdT come segue:

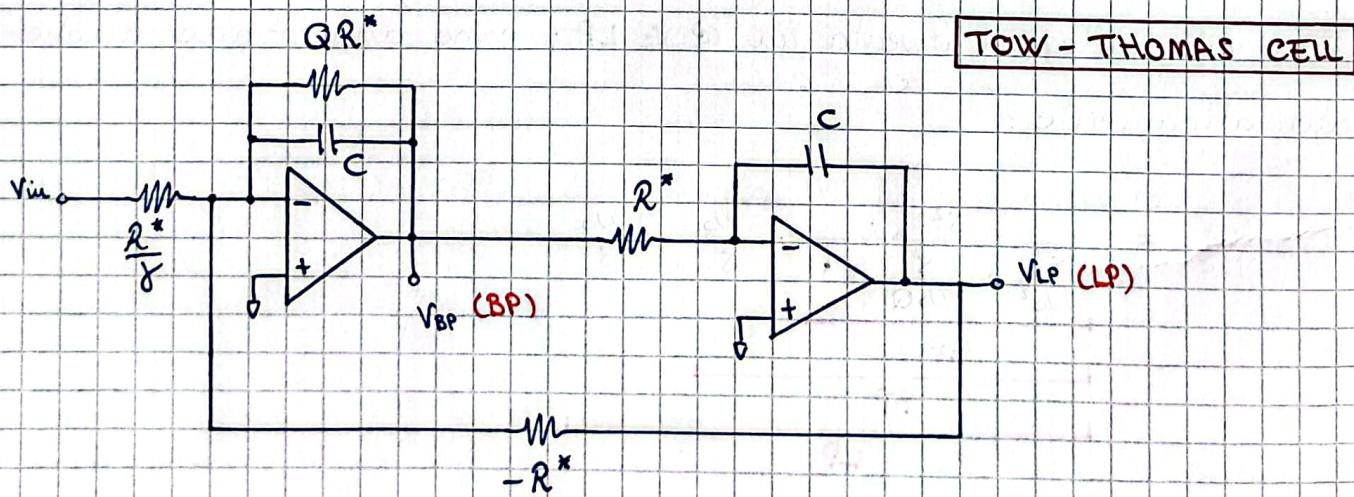
$$T(s) = \frac{a_2 s^2 + a_1 s + 1}{b_2 s^2 + b_1 s + 1} = \underbrace{\frac{a_2 s^2}{b_2 s^2 + b_1 s + 1}}_{HP} + \underbrace{\frac{a_1 s}{b_2 s^2 + b_1 s + 1}}_{BP} + \underbrace{\frac{1}{b_2 s^2 + b_1 s + 1}}_{LP}$$

e quindi posso sempre generarla come:



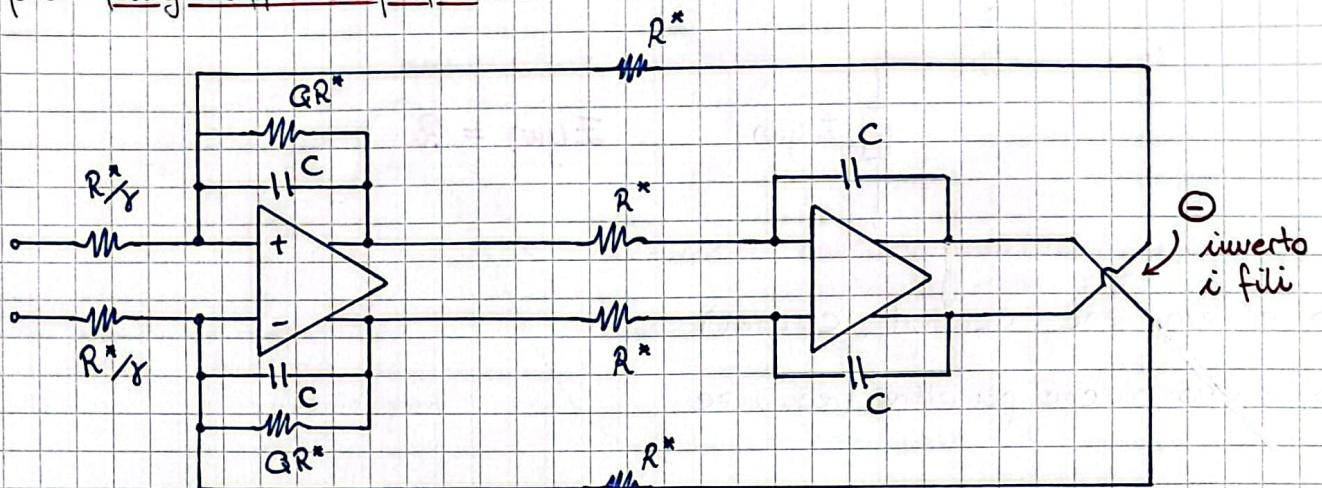
Vediamo di fare la stessa cosa per ottenere una somma in correnti che ci permette di evitare di utilizzare l'ultimo amplificatore:

- > essenzialmente al nodo \rightarrow \oplus devo avere delle correnti e quindi divido le tensioni per una resistenza R^*
- > posso implementare il circuito come segue:



\rightarrow usiamo meno amplificatori, ma perdiamo l'HP

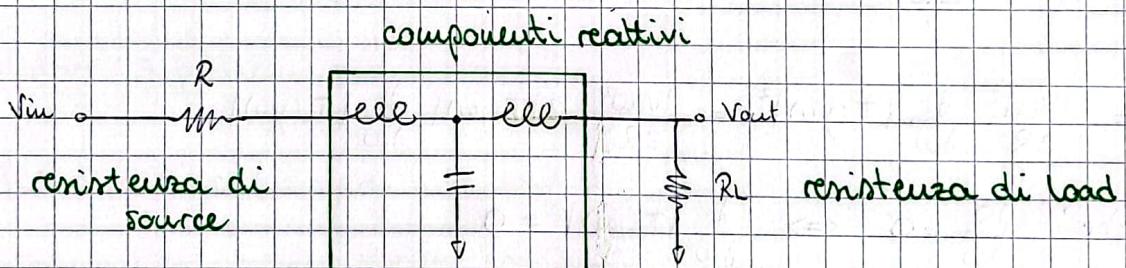
Nelle implementazioni reali non usiamo mai differential amplifier, ma sempre fully-diff. amplifier:



LADDER NETWORK

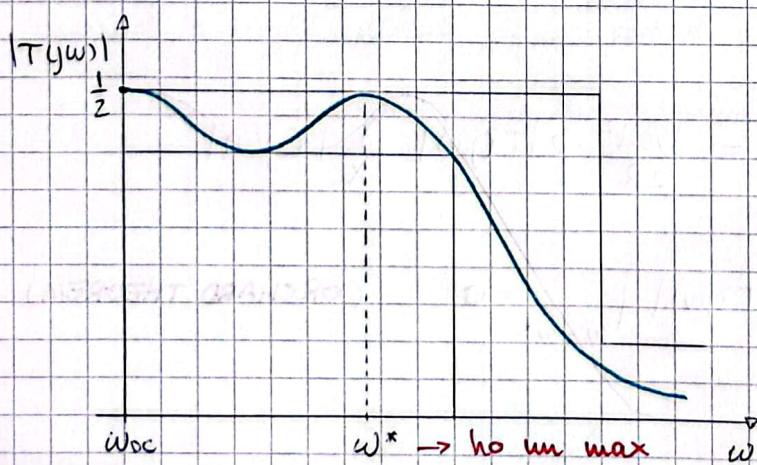
C'e' un modo per diminuire/cancellare la variabilita' delle reti precedenti?

Si c'e' e una tipologia di queste nuove reti e' detta **ladder network**, formata solo da **componenti passivi**

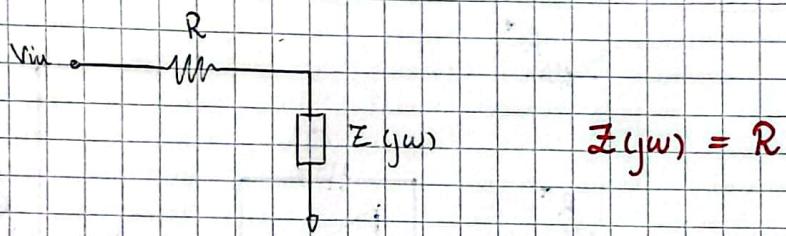


Se $R_L = R$ la rete viene detta **DOUBLY TERMINATED NETWORK**

Supponiamo di implementare un Chebyshev - I



ho i massimi, ω^* quando vedo un'impedenza |



$$Z(jw) = R$$

> e' vero @dc (L: short, C: open)

> e' vero anche per altre frequenze

=> questa e' una proprietà delle doubly-terminated ladder networks

ovviamente ho che $\frac{\partial |T(jw)|}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega^*} = 0$ (e' un massimo)

in questo caso la potenza trasmessa al carico e' massima (matching)

$$\begin{aligned} P_L &= \frac{|V_{out}|^2}{2R} \quad \text{e' la potenza trasmessa al carico in regime armonico} \\ &= \frac{|V_{in}|^2 |T(jw)|^2}{2R} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial \omega} = \frac{|V_{in}|^2}{2R} \frac{\partial}{\partial \omega} |T(jw)|^2 = \frac{|V_{in}|^2}{2R} \cdot 2|T(jw)| \frac{\partial}{\partial \omega} |T(jw)|$$

$$\text{affinché } \frac{\partial P_L}{\partial \omega} = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial \omega} |T(jw)| = 0$$

ma $T(jw)$ e' funzione anche di $L_1, L_2, C \Rightarrow T(jw, x)$

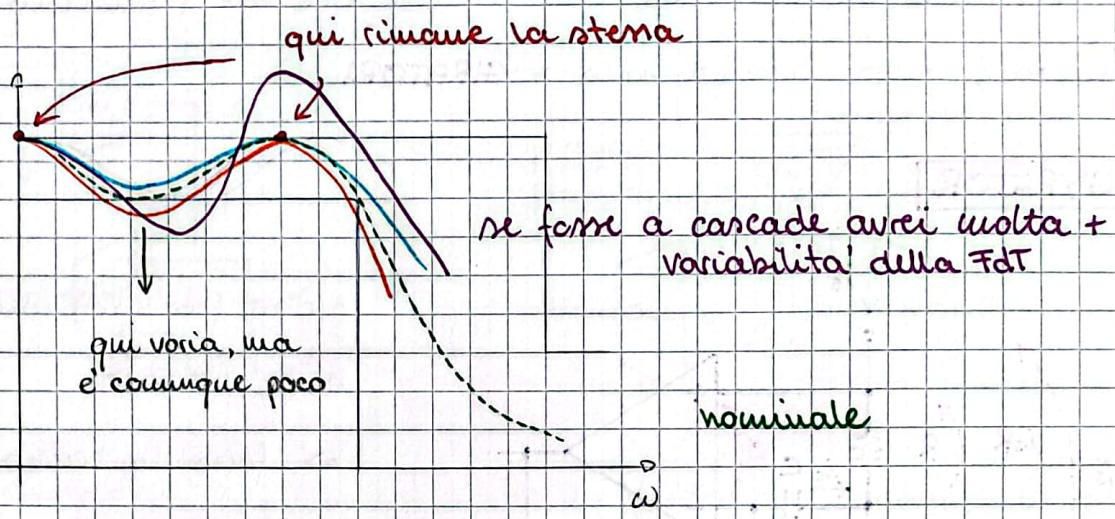
e quindi affinché P_L sia max, non solo la $\frac{\partial}{\partial \omega}$ deve essere 0, ma quella rispetto ad ogni variabile

¶

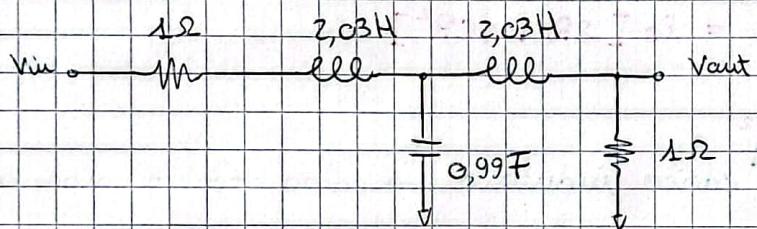
$$\frac{\partial P_L}{\partial X} = 0 = \frac{|V_{in}|^2}{2R} \cdot 2|T(jw)| \frac{\partial}{\partial X} |T(jw)|$$

=> quindi anche la $\frac{\partial}{\partial X} |T(jw)| \Big|_{\omega=\omega^*} = 0$ (ORCHARD THEOREM)

Quindi @ ω^* , anche se abbiamo variabilità di condensatori e induttori, non abbiamo variazioni della FdT



Sulla dispensa c'è una tabella in cui ci sono vari esempi di reti ladder per implementare i vari filtri; ad esempio, per un Chebyshov ho:



posso usare 3 problemi:

1) filtro passivo; inoltre non essendoci amplificatori i circuiti in input/output fanno variare la FdT

=> posso comunque usare un **buffer x il decoupling**

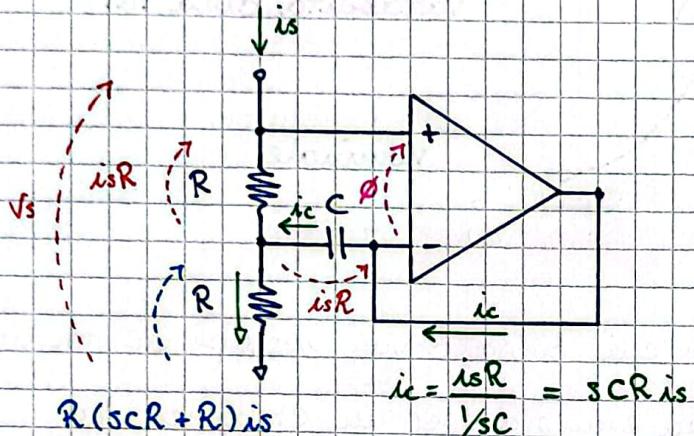
2) induttori: non posso integrarli e sono scomodi.

3) valori strani: $1\text{F}!$ 2H → troppo grandi: questo perché tali valori sono riferiti a $\omega_0 = 1 \text{ rad/s}$ e quindi devo denormalizzarli e trovare un modo per non avere induttori

1) SOSTITUISCO GLI INDUCTORI

dove sostituire gli inductori con circuiti che cui forniscono la stessa impedenza; questi circuiti sono i **GIRATORI**

GYRATOR

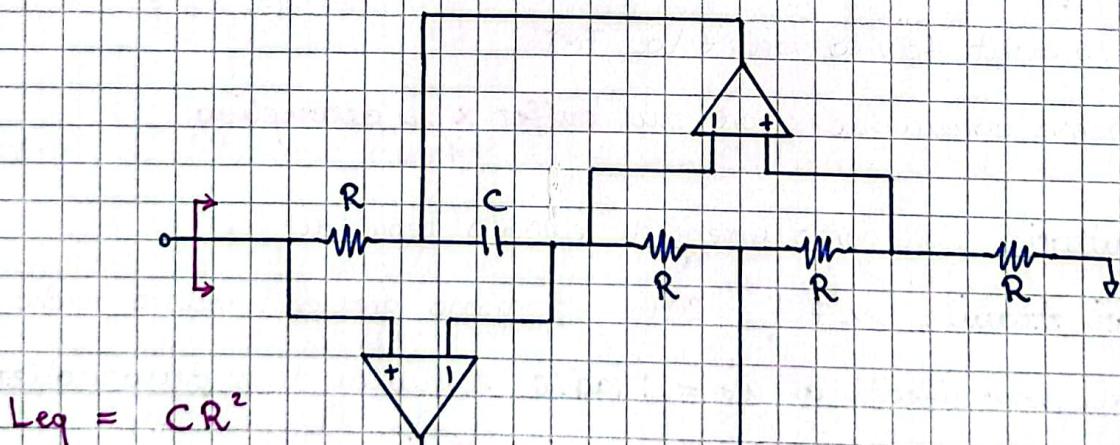


$$V_s = R(sCR + R)is + isR = is[2R + sCR^2]$$

$$Z = \frac{V_s}{is} = 2R + sCR^2$$

\hookrightarrow carico induttivo → posso ottenere valori anche alti

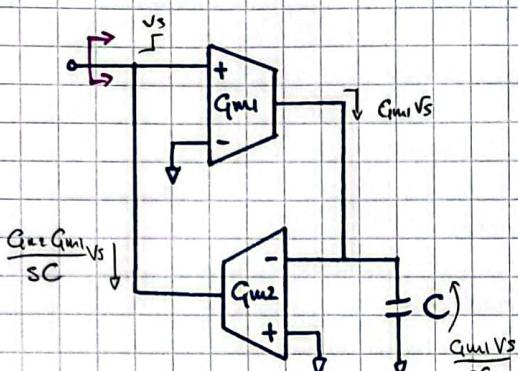
ne esistono anche di altri tipi, per generare inductori puri e fra due nodi e uno di questi è detto ANTONIOU'S GYRATOR



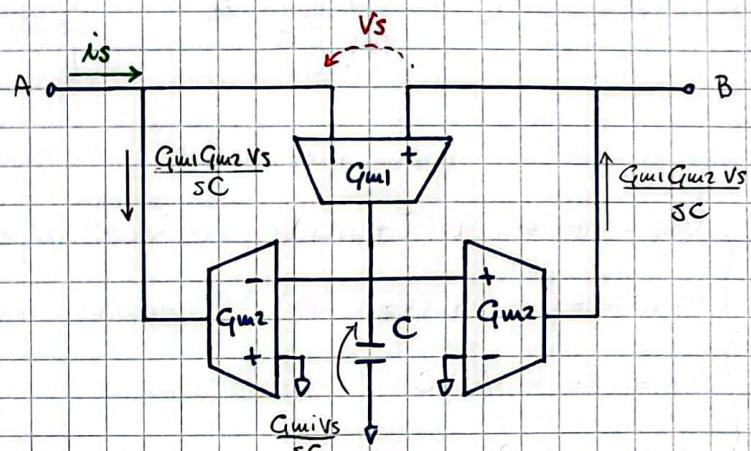
\downarrow
puro carico induttivo

per un feed-back ideale tendo ad avere $V^+ \approx V^-$
 \Rightarrow forza la tensione di capi di C ad essere isR

possiamo anche farlo tramite degli OTA, sotto la condizione che $G_{BIWP} \gg G_{OP}$



$$L_{eq} = \frac{C}{G_{m1}G_{m2}}$$



\hookrightarrow in questo caso l'induttanza e' tra A e B

problemi:

NOISE: un induttore ideale e' senza rumore (la resistenza e' trascurabile), mentre in questo caso ho del rumore introdotto dagli OTA

MATCHING: ad esempio G_{m1} non e' detto che sia uguale in entrambi ...

C'e' un altro modo per implementare la stessa FdT senza usare gli induttori?

A me interessa la proprieta' della FdT e non della rete in se', quindi posso cercare altre implementazioni

> per farlo, prima devo derivare le relazioni fra le variabili principali (variabili di stato) che sono quelle che indicano l'energia:

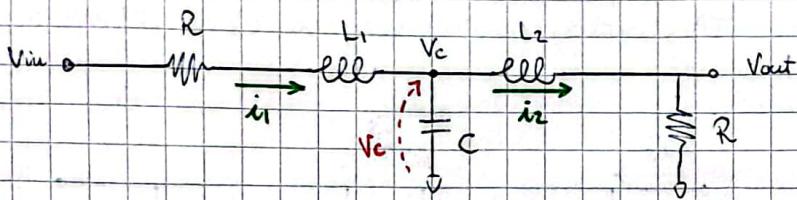
esse siano i_1 : corrente su L_1

i_2 : corrente su L_2

v_c : tensione ai capi di C

\Rightarrow 3 variabili

\Rightarrow rete III ordine



$$\left\{ \begin{array}{l} V_{in} - V_c = i_1 (R + \Delta L_1) \\ V_c - V_{out} = i_2 \Delta L_2 \end{array} \right.$$

$$i_1 = i_2 + V_c / \Delta C$$

$$V_{out} = i_2 R$$

possiamo porre $i_1 = \frac{V_1}{R^*}$ $i_2 = \frac{V_2}{R^*}$

e sostituire nel sistema:

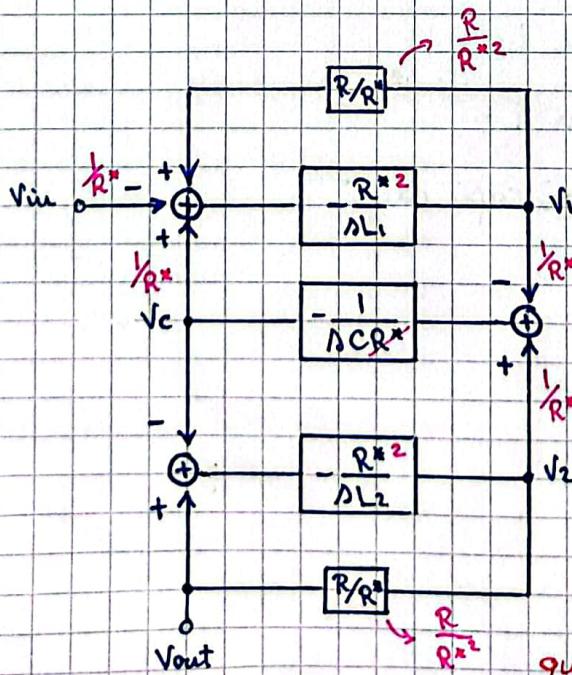
V_1 e V_2 sono tensioni ausiliarie e non compaiono da nessuna parte nel circuito (non c'entrano con i_1, i_2)

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{in} - V_c = \frac{V_1}{R^*} (R + \Delta L_1) \longrightarrow V_1 = \frac{R^*}{\Delta L_1} (V_{in} - V_c - \frac{V_1}{R^*} R) \\ V_c - V_{out} = \frac{V_2}{R^*} \Delta L_2 \longrightarrow V_2 = \frac{R^*}{\Delta L_2} (V_c - V_{out}) \\ \frac{V_1}{R^*} = \frac{V_2}{R^*} + V_c / \Delta C \longrightarrow V_c = \frac{1}{\Delta C R^*} (V_1 - V_2) \\ V_{out} = \frac{V_2}{R^*} R \longrightarrow V = \frac{R}{R^*} V_2 \end{array} \right.$$

=> proviamo a implementare il nuovo set di equazioni (che fanno riferimento sempre alla stessa FdT) tramite integratori: $- \frac{\omega_0}{s}$

Per avere i meno \ominus inverti i segni nelle parentesi...

block diagram della rete:



non ho più induttori,
non ho solo integratori
e nodi sommatori;
la rete è attiva!

la FdT è la stessa!

è trascurabile la variazione
rispetto agli integratori, ma non
quella tra il mismatch dei resistori...

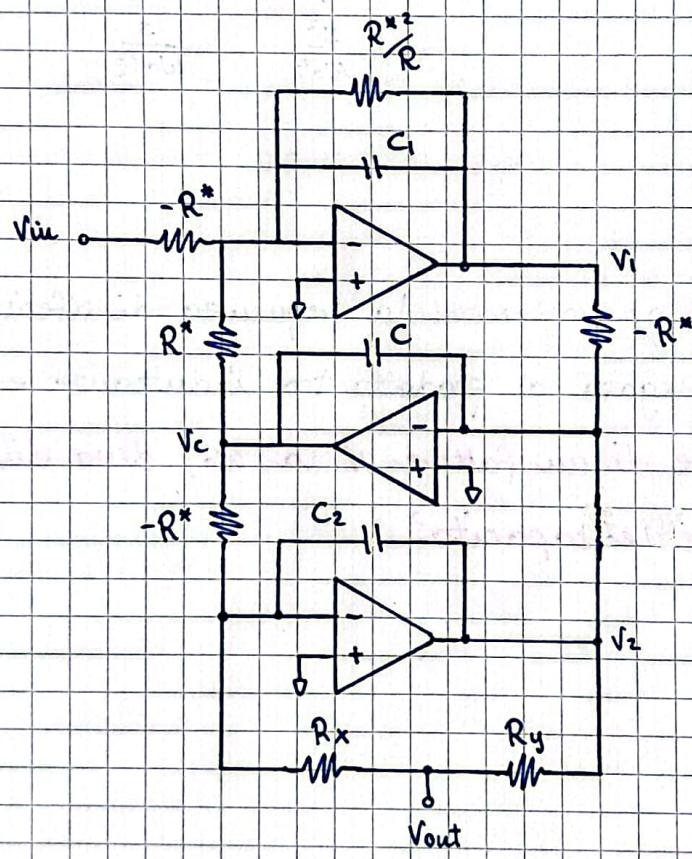
Ho anche dei problemi ma:

> primo fra tutti e' che ho 6 AMPLIFICATORI

↓

dobbiamo ridurre sommando le correnti anziche' le tensioni, come abbiamo fatto già... divido le tensioni per una resistenza generica:
ad esempio, scelgo R^* (*ma*): ovunque gli integratori devono generare una tensione e quindi rimoltiplico per R^*

il circuito che ottengo e' il seguente, composto solo da 3 amplificatori



$$C_1 = \frac{L_1}{R^{*2}}$$

$$C_2 = \frac{L_2}{R^{*2}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R_x + R_y = \frac{R_x^2}{R} \\ \frac{R_x}{R_x + R_y} = \frac{R}{R^*} \end{array} \right.$$

lo ricavo dalle equazioni precedenti e ottengo:

$$\rightarrow R_x = R^* \quad R_y = \frac{R^{*2}}{R} - R^*$$

Come visto precedentemente la rete va denormalizzata e va fatto il razing dei componenti

$$L_{10} = L_{20} = 2,03 \text{ H}$$

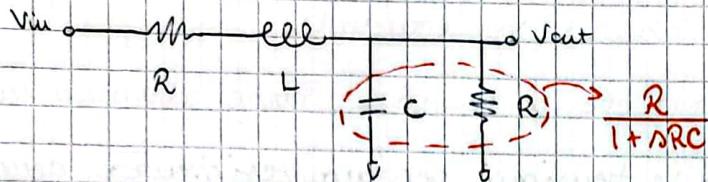
$$C_0 = 0,994 \text{ F}$$

$$\omega_0 = 1 \text{ rad/s}$$

$$\omega_n = 2\pi \cdot 100 \text{ kHz}$$

N

Per ricavare le relazioni facciamo un esempio con una rete più semplice del II ordine; più facile svolgere i calcoli... la procedura è la stessa



$$V_{\text{out}} = V_{\text{in}} \frac{\frac{R}{1 + \omega RC}}{R + \omega L + \frac{R}{1 + \omega RC}} = R_{\text{vin}}$$

$$R + \omega CR^2 + \omega L + \omega LCR + R$$

$$T(s) = \frac{\frac{R^2}{s^2 L C R^2 + \frac{s}{2} [CR + L] R^2 + \frac{1}{4} R^2}}{\frac{1}{2s^2 R^2}} = \frac{\frac{1}{2s^2 R^2}}{s^2 \frac{LC}{2} + \frac{s}{2} \left[CR + \frac{L}{R} \right] + \frac{1}{4}}$$

$$\Rightarrow \omega_0^2 = \frac{2}{LC}$$

$$\Rightarrow Q = \frac{2}{\omega_0 [CR + \frac{L}{R}]}$$

questo risultato può essere generalizzato: la frequenza di riferimento in una ladder network è sempre legata al prodotto tra induttanze e capacità e quindi se voglio aumentare di un fattore N la ω_0 , devo dividere di un fattore N le induttanze e le capacità

$$L_n = \frac{1}{N} L_0$$

$$C_n = \frac{1}{N} C_0$$

$$\omega_n = N \omega_0$$

poi voglio scalare anche le resistenze, che non influenzano ω : per non alterare il Quality factor Q :

$$R_m = M R_0$$

$$C_m = \frac{C_0}{M}$$

$$L_m = L_n M$$

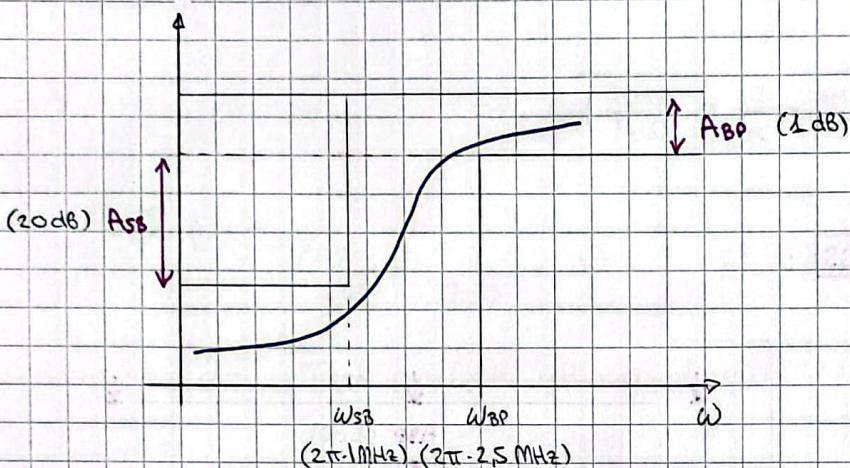
minore è ω , minore è N e maggiore è la capacità: per scalarla devo aumentare R^*

→ il rumore aumenta e quindi uso + ohmic resistors, ma implemento i resistori tramite SWITCHED CAPACITORS

Inoltre R^* è un grado di libertà in più che posso avere per ridurre ancora le capacità richieste, affinché queste siano integrabili correttamente

HP e BP FILTERS

consideriamo una FdT HIGH-PASS:



cerchiamo una trasformazione
che trasformi un HP in un
LP: questa trasformazione è
una funzione

$$\omega \longrightarrow \Omega$$

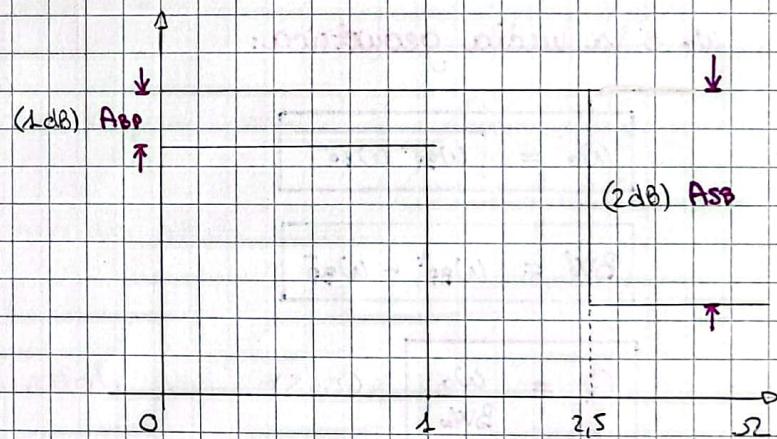
$$s \longrightarrow p$$

quello che abbiamo a $+\infty$ lo devo portare a 0 e quello a 0 a $+\infty$: $p \approx \frac{1}{s}$
devo anche normalizzare rispetto a ω_{bp} :

$$\begin{aligned} p &= \frac{\omega_{bp}}{s} \\ \downarrow \\ j\Omega &= \frac{j\omega_{bp}}{j\omega} \longrightarrow \Omega = \frac{\omega_{bp}}{\omega} \end{aligned}$$

per noi è trasc.

$$T(p) = T\left(\frac{\omega_{bp}}{s}\right)$$



procedo analogamente a quanto già fatto:

$$K = \frac{\omega_{bp}}{\omega_{s3}} = \frac{1}{2,5} = 0,4$$

$$E_{BP} = \sqrt{10^{10} - 1} = 0,509$$

$$E_{SB} = \sqrt{10^{19,10} - 1} = 9,94$$

$$\left. \begin{array}{l} K_E = \frac{E_{BP}}{E_{SB}} = 0,051 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \ln K_E = 3,24 \rightarrow ④ \\ \ln K \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \cosh^{-1} K_E^{-1} = 2,33 \rightarrow ③ \\ \cosh^{-1} K^{-1} \end{array} \right\}$$

$$T = \left(\frac{1 + \sqrt{1 + E_{BP}^2}}{E_{BP}} \right)^{\frac{1}{2}} = 1,610$$

K	Re(p)	Im(p)	Q	p
reale: 1	-0,494	0	0,5	0,494
comp: 2	-0,247	$\pm 0,966$	2,018	0,997

$$\Rightarrow T(p) = \frac{\Omega_1 \Omega_2}{(p + \Omega_1)(p^2 + p \frac{\Omega_2}{Q_2} + \Omega_2^2)}$$

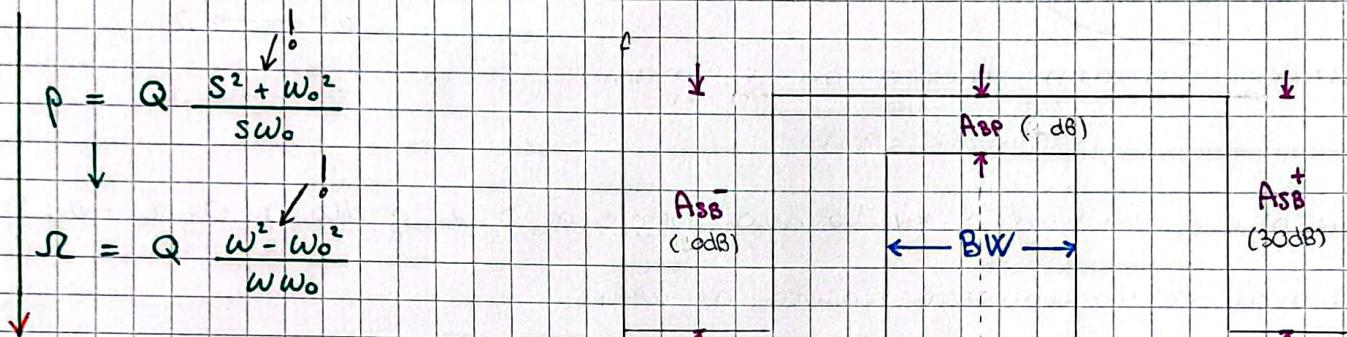
reale comp. comp.

adesso torvo indietro e recuper $T(s)$:

$$T(s) = T(p = \frac{\omega}{s}) = \frac{s^2 \omega_{BP}^2}{(\frac{\omega_{BP}}{s} + \Omega_1)(\frac{\omega_{BP}^2}{s^2} + \frac{\omega_{BP} \Omega_2}{s} + \Omega_2^2)}$$

$$= \frac{s^3}{(s + \frac{\omega_{BP}}{\Omega_1})(s^2 + s \frac{\omega_{BP}}{\Omega_2} \cdot \frac{1}{Q_2} + \frac{\omega_{BP}^2}{\Omega_2^2})}$$

analogo faccio per un **BAND-PASS**:



ω_0 è la media geometrica:

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_{B_P^+} \omega_{B_P^-}}$$

$$BW = \omega_{B_P^+} - \omega_{B_P^-}$$

$$Q = \frac{\omega_0}{BW_0} \quad (2,45)$$

e lo esprimiamo come 2 filtri LP; nel nostro caso ho

$$\omega_0 = 2\pi \cdot 4,89 \text{ MHz} \rightarrow \Omega = 0$$

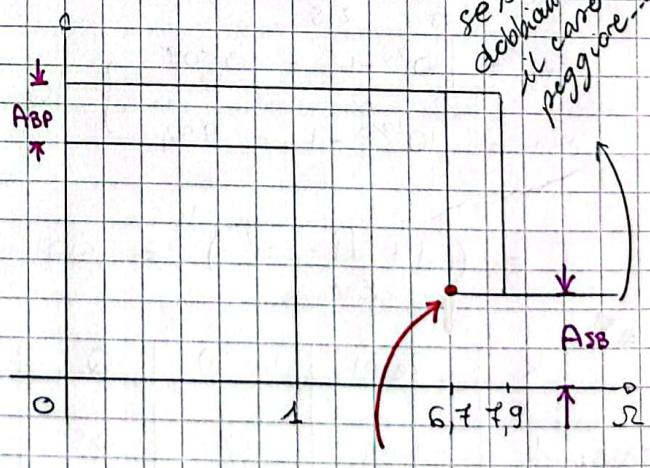
$$\omega_{B_P^+} = 2\pi \cdot 6 \text{ MHz} \rightarrow \Omega = 1$$

$$\omega_{B_P^-} = 2\pi \cdot 4 \text{ MHz} \rightarrow \Omega = -1$$

$$\omega_{S_B^+} = 2\pi \cdot 15 \text{ MHz} \rightarrow \Omega = 6,7$$

$$\omega_{S_B^-} = 2\pi \cdot 1,4 \text{ MHz} \rightarrow \Omega = -7,9$$

$$\Rightarrow K = \frac{1}{6,7} = 0,149$$



caso peggiore

se sono diverse
dobbiamo concordare
il carico
peggiore

posso calcolare

$$K = \frac{1}{S, F} = 0,149$$

$$E_{BP} = \sqrt{10^{3/10} - 1} = 0,999$$

$$E_{SB} = \sqrt{10^{3/10} - 1} = 31,51$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K_E = \frac{E_{BP}}{E_{SB}} = 0,032 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n > \frac{\ln K_E}{\ln K} = 1,81 \rightarrow ② \\ n > \frac{\cosh^{-1} K_E^{-1}}{\cosh^{-1} k^{-1}} = \dots \end{array} \right.$$

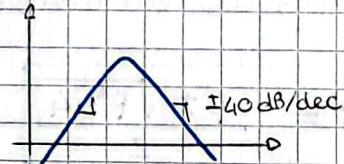
ho due sdi pdi complessi coniugati \Rightarrow l'angolo e' $\frac{\pi}{4}$ e ho $\operatorname{Re}\{p\} = \ln\{|p|\} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

$$T(p) = \frac{1}{\left(\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{p}{\omega_0 Q} + 1 \right)} = \frac{1}{p^2 + \sqrt{2} p + 1}$$

ricavare ora $T(s)$ non e' affatto facile:

$$\begin{aligned} T(s) &= T(p = Q(s^2 + \omega_0^2)) = \frac{1}{\frac{Q^2(s^2 + \omega_0^2)^2}{s^2 \omega_0^2} + \frac{\sqrt{2} Q(s^2 + \omega_0^2)}{s \omega_0} + 1} \\ &= \frac{s^2}{\frac{Q^2(s^2 + \omega_0^2)^2}{\omega_0^2} + \frac{\sqrt{2} Q(s^2 + \omega_0^2)}{\omega_0} + 1} \end{aligned}$$

la forma e' corretta: 2 zeri @ 0c e 4 poli \Rightarrow



e' difficile ricavare la formula che riunisce sdi più usare:

$$b_4 s^4 + b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + 1$$

e posso sfruttare una funzione Matlab (vedi slides e dispense) `lp2bp()`:

`lp2bp (lp_n_num, lp_n_den, w0, BW_bp)`

\downarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow
 $[0,0,1]$ $[1/\sqrt{2}, 1]$ $2\pi \cdot 4,89 \text{ MHz}$ $2\pi \cdot 2 \text{ MHz}$

$[bp_num, bp_den]$

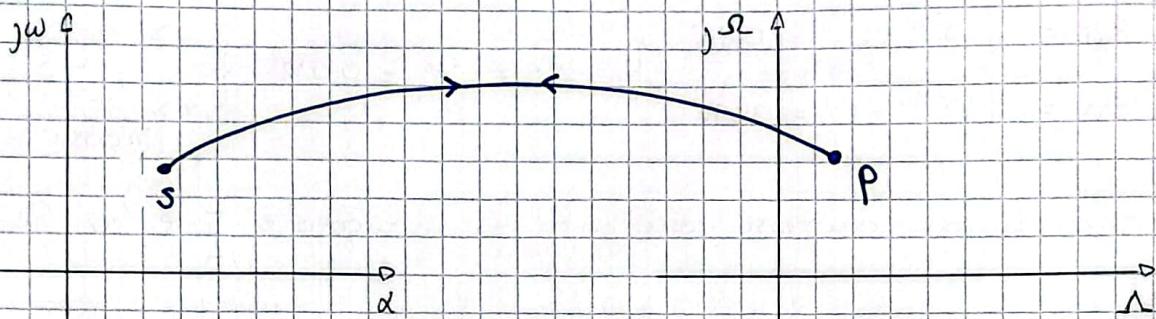
$BPTF = tf(bp_num, bp_den)$ deriva la FdT, che poi posso graficare...

L'ultimo step e' capire e derivare la trasformazione $BP \rightarrow LP$:

$$p = Q \frac{s^2 + \omega_0^2}{s \omega_0} \quad \dots \text{procedura puramente matematica}$$

consideriamo la trasformazione

$$p = s + \frac{1}{s}$$



Poiché il modulo (e la fase) è la traccia della FdT lungo l'asse immaginario è utile capire come quest'asse viene mappato nel piano p , dopo la trasformazione

> e' l'asse immaginario perché a noi interessa $|T(jw)|$

Invertendo la relazione: $p = \frac{s^2 + 1}{s} \Rightarrow sp = s^2 + 1 \Rightarrow s^2 - sp - 1 = 0$

$$s = \frac{p \pm \sqrt{p^2 - 4}}{2}$$

pongo $p = j\Omega$ e ricavo s :

$$\frac{s}{2} + jw = \frac{j\Omega \pm \sqrt{-\Omega^2 - 4}}{2}$$

$$= \frac{j[\frac{\Omega}{2} \pm \sqrt{(\frac{\Omega}{2})^2 + 1}]}{2}$$

e' un numero puramente immaginario

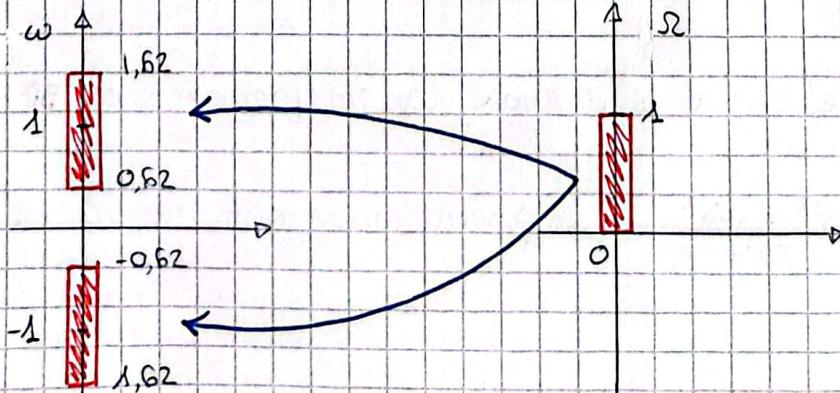
$$\Rightarrow \alpha = 0$$

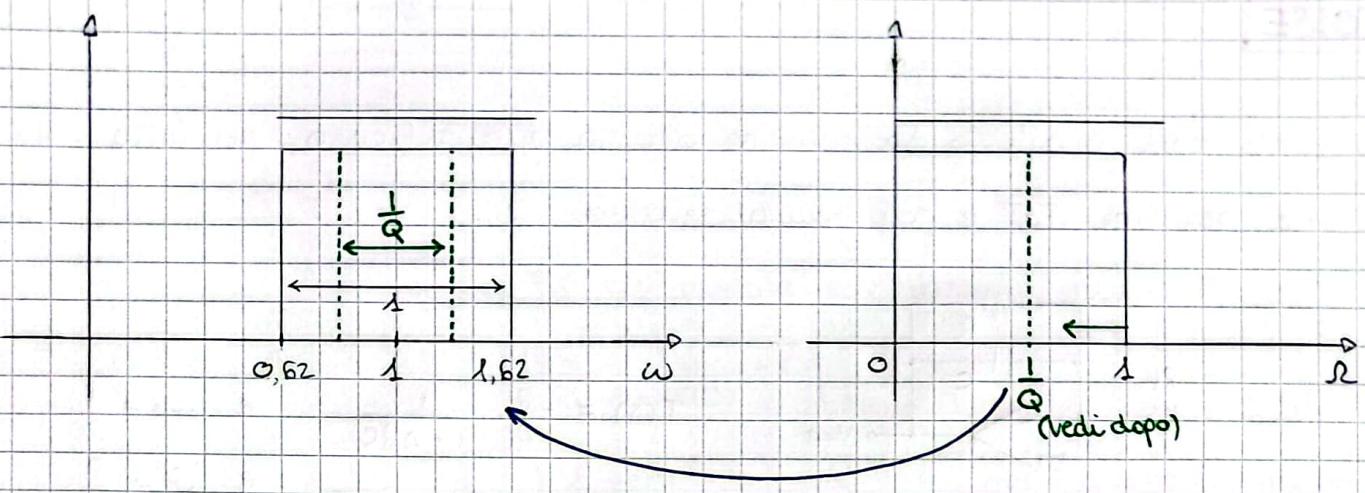
\Rightarrow ho due Δ immaginarie

> se $\Omega = 0 \Rightarrow \omega = \pm 1$

> se $\Omega = 1 \Rightarrow \omega = 1,62 \vee \omega = -0,62$

> se $\Omega = -1 \Rightarrow \omega = -1,62 \vee \omega = 0,62$

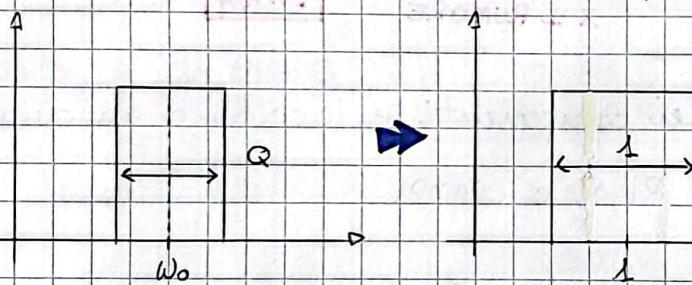




la trasformazione mappa un LP in un BP: quella inversa fa il contrario, che era quello che volevo ottenere ma con delle LIMITAZIONI

$$\omega_0 = 1 \text{ e } BW = 1 \Rightarrow Q = \frac{1}{1} = 1 \text{ e se voglio un } Q \neq 1 ?$$

-- devo variare qualcosa nella trasformazione per renderla + generale e per trovare questa nuova relazione, cerco la trasformazione che mi sposta:



per arrivare a fare ciò, anziché usare un LP fino a 1, lo uso fino a $\frac{1}{Q}$:
in questo caso ottengo un BP centrato in 1, ma + stretto
poi voglio centrarlo il filtro in una $\omega_0 \neq 1$:

per farlo espando la s di ω_0 :

$$1) \frac{P}{Q} = \hat{s} + \frac{1}{\hat{s}}$$

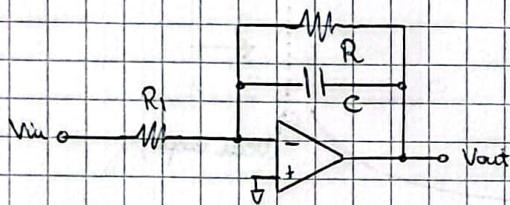
$$2) \hat{s} = \frac{s}{\omega_0}$$

$$P = Q \frac{s^2 + \omega_0^2}{s \omega_0}$$

\Rightarrow ho ottenuto la trasformazione vista in precedenza

NOISE

un filtro reale è affetto da rumore che va quantificato; per farlo riferiamo ad una semplice FdT e poi generalizziamo



$$T(s) = -\frac{R}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + sRC}$$

$$\text{e } \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$\text{e } G = \frac{R}{R_1}$$

per un filtro senza rumore ho che $S_{\text{out}} = \text{Sim} |T(j\omega)|^2$

$$= \text{Sim} \frac{G}{1 + \omega^2/\omega_0^2}$$

da cui ricavo $\langle V_{\text{out}}^2 \rangle = \int_0^{+\infty} S_{\text{out}} df$

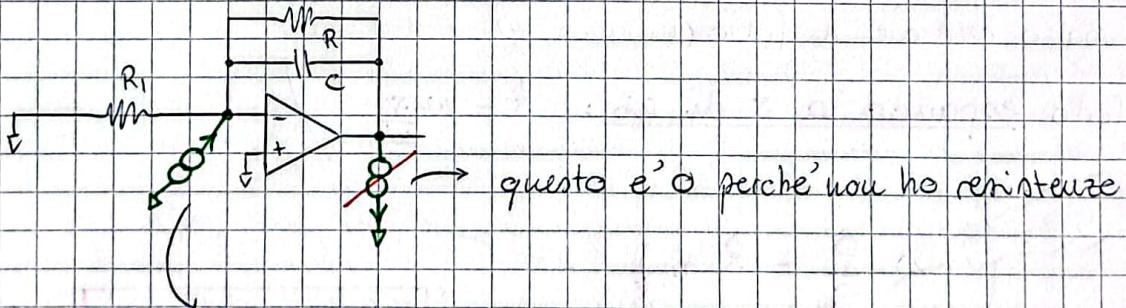
$$= \text{Sim} G^2 \int_0^{+\infty} \frac{df}{1 + \omega^2/\omega_0^2} = G^2 \text{Sim} \cdot \frac{\omega_0}{4}$$

BANDA EQUIVALENTE
X IL RUMORE BW_{neq}

adesso consideriamo il rumore dei componenti e facciamo un'analisi con la sovrapposizione degli effetti: R_1 , R e OPAMP.

1) 4kTR₁ G² ω₀
4 e' il contributo di R_1 (identico a V_{in})

2) il contributo di R invece lo posso splittare in due:

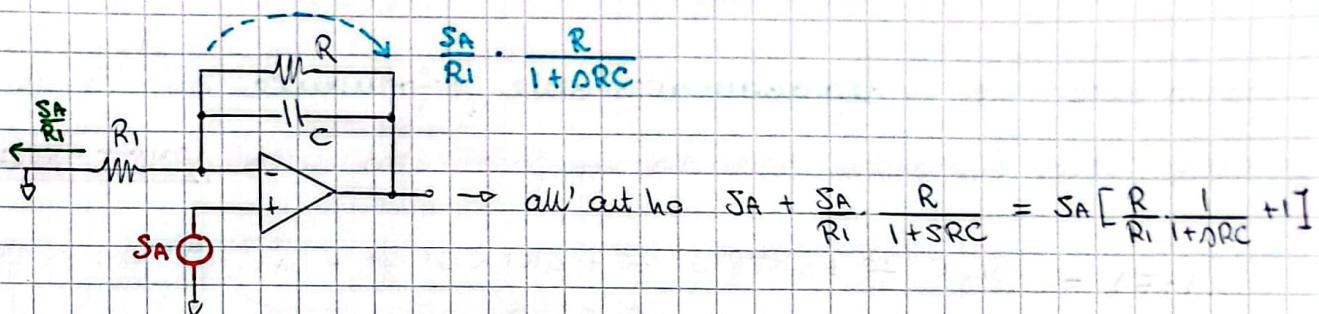


una corrente produce in uscita

$$\frac{R^2}{1 + \omega^2/\omega_0^2} \cdot \frac{4kT}{R}$$

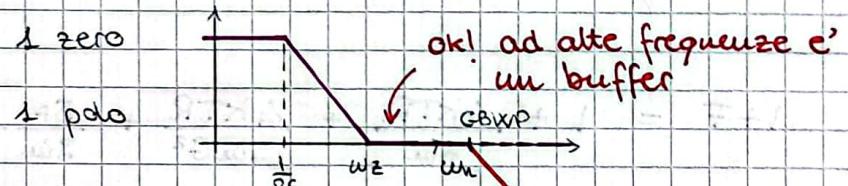
4kTR - ω/4 e' quello risultante
componendo facendo l'integrale (uguale a sopra)

3) il contributo dell'OPAMP lo modello come un generatore al nodo con invertente dell'OPAMP



\Rightarrow la FdT va "modulata" e elevata al quadrato @ $s = j\omega$

$$\left| \frac{R}{R_1} \frac{1}{1+SRC} + 1 \right|^2 \Big|_{s=j\omega} = \dots = (R+R_1)^2 \left| \frac{1 + \frac{R}{R+R_1} C}{1 + \frac{R}{R+R_1} C} \right|^2 \Big|_{s=j\omega}$$



N.B.: se facciamo l'integrale
otteniamo ∞ perche' vale 1 fino
 $a +\infty$... in realta' non e' caro perche'
l'OPAMP non ha banda ∞

\Rightarrow modifico la FdT aggiungendo un polo

$$\left(\frac{R+R_1}{R_1} \right)^2 \left| \frac{1 + \frac{R}{R+R_1} C}{1 + \frac{R}{R+R_1} C} \right|^2 \Big|_{s=j\omega}$$

consideriamo SA WHITE: la particella fuori da \int :

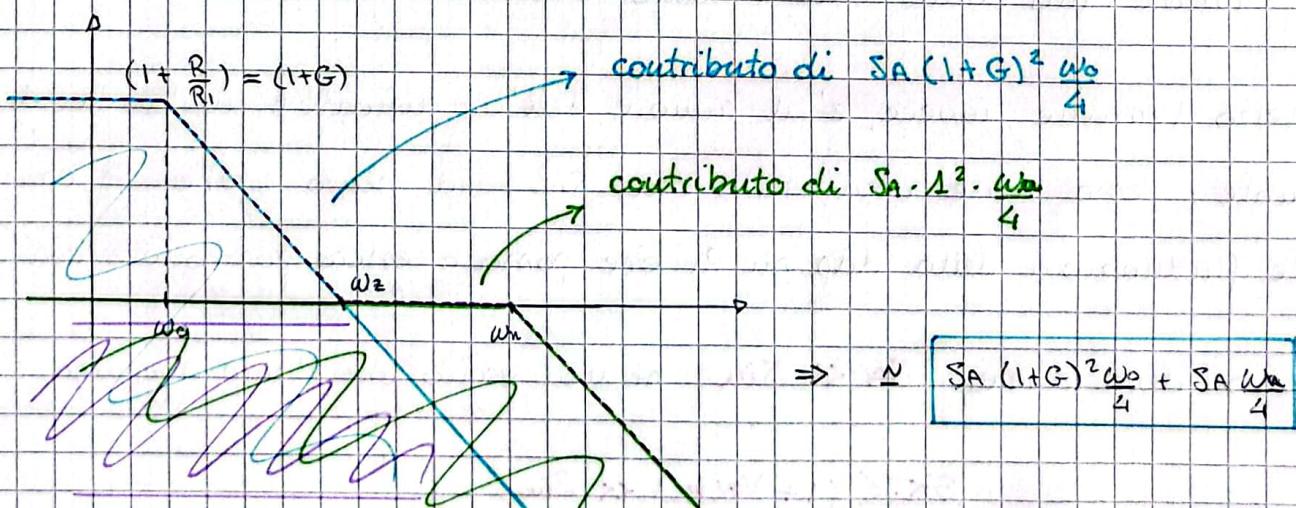
$$\rightarrow \langle V_{out}^2 \rangle_A = SA (1+G^2) \int_0^{+\infty} \frac{1 + \frac{R}{R+R_1} C}{(1 + \frac{R}{R+R_1} C)(1 + \frac{R}{R+R_1} C)} \Big|_{s=j\omega}^2 df$$

$$\dots \downarrow \quad \text{per la coppia di poli al denominatore}$$

$$BW_{n,eq} = \frac{\omega_0 Q}{4} \left[1 + \left(\frac{\omega_0}{\omega_n} \right)^2 \right]$$

per FdT diverse uso la tabella !!!

notiamo una cosa



Se li sommiamo abbiamo una stima del rumore che "conta" due volte
l'area sotto al primo polo \Rightarrow questo errore e' minimo se $G \gg 1$

possiamo descrivere il degradamento delle performance dovuto al rumore della cella filtrante usando un parametro detto NOISE FIGURE:

$$(1+F) = \frac{\text{S}in G^2 \frac{w_o}{4} + 4kT R_i G^2 \frac{w_o}{4} + 4kT R G^2 \frac{w_o}{4} + S_A (1+G)^2 \frac{w_o}{4} + S_A \frac{w_o}{4}}{\text{S}in G^2 \frac{w_o}{4}}$$

↓

minimo rumore
permesso all'output

rumore all'output tenendo
conto di tutti i contributi

$$1+F = 1 + \frac{4kT R_i}{\text{S}in} + \frac{4kT R}{\text{S}in G^2} + \frac{S_A (1+G)^2}{\text{S}in G^2} + \frac{S_A}{\text{S}in G^2} \frac{w_o}{w_o}$$

R è un comparatore fissa
questo silicon crea e
può essere a una o
doppia maggiore
(R e W sono)
(R e W sono)

> per minimizzare il primo termine devo avere $4kT R_i \ll \text{S}in$

$$\Rightarrow R_i \leq R_{MAX}$$

> il secondo termine introduce rumore perché è diviso per G^2 - ha senso perché è già all'output e quindi non introduce limiti

> per ridurre il rumore dell'amplificatore voglio tagliare + banda, oltre w_o , che tanto non ha senso tenere perché non raccoglie segnale, ma solo rumore

=> aggiungo un filtro LPF dopo, in cascata, che riunisce il rumore dato dalla coda (ultimo termine)

> il terzo termine, invece, è il rumore dell'amplificatore in banda del segnale: esso viene comparato con $\text{S}in$: ha senso perché S_A causa delle fluttuazioni della ddp su R_i che possono essere paragonate con $\text{S}in$

=> devo avere $S_A \ll \text{S}in$ se non voglio che l'amp. aggiunga rumore

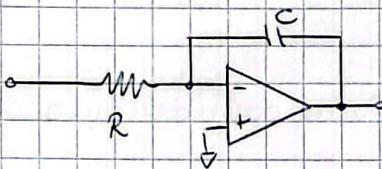
$$\frac{8kT\gamma}{g_{m,in}} (1 + \frac{V_{dd,in}}{V_{dd,m}}) \ll \text{S}in$$



setto la $g_{m,in}$ rispettando il rumore ... come già faccio

NON IDEALITA'

fino ad ora abbiamo considerato l'amplificatore ideale con una FdT ideale

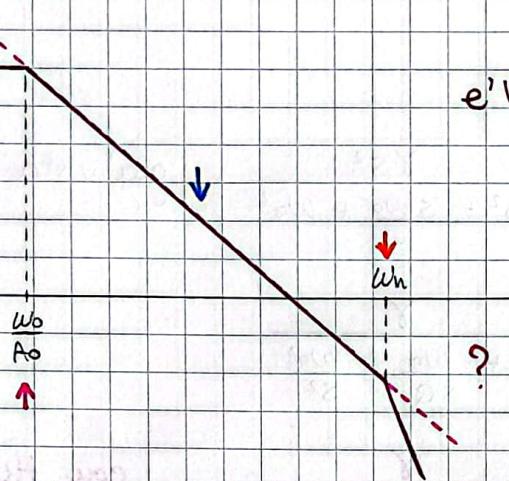


$$H_{\text{ideal}}(s) = -\frac{\omega_0}{s}$$

ma nella realtà è diverso!

ho un guadagno minimo in DC

$$|H_{\text{ideal}}(j\omega)|$$

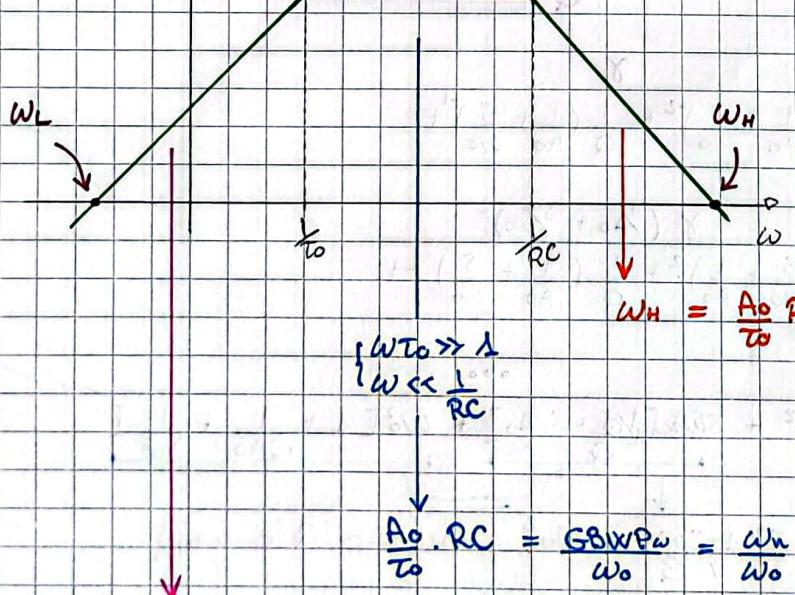


e' la FdT reale $H_{\text{real}}(s) \neq H_{\text{ideal}}(s)$

? qui ho una GBWP \Rightarrow un cut-off

consideriamo il loop: $G_{\text{loop}}(s) = -A(s) \cdot \frac{R}{R + 1/sC} = -\frac{A_0 \cdot sRC}{(1 + s\tau_0)(1 + sCR)}$

$$|G_{\text{loop}}|$$



è un polo @ GBWP perché @ $\omega \gg 0$
 $\frac{1}{sC} = 0$ e ho un buffer, la cui banda è settata dalla GBWP

$$w_H = \frac{A_0 \cdot RC}{\tau_0} \cdot \frac{1}{RC} = \frac{A_0}{\tau_0} = \boxed{w_n}$$

ho un polo nella realtà

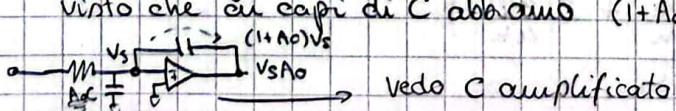
$$\frac{A_0 \cdot RC}{\tau_0} = \frac{\text{GBWP}}{\omega_0} = \frac{w_n}{\omega_0} \quad \text{e se } \epsilon \gg 100 \text{ (esempio) ho che}$$

il guadagno reale ≈ quello ideale

$$\frac{1}{w_L} = \frac{A_0 \cdot RC}{\tau_0} \cdot \frac{1}{1/\tau_0} \Rightarrow w_L = \frac{1}{A_0 \cdot RC} = \frac{\omega_0}{A_0}$$

ho un polo nella realtà

abbiamo già visto questo risultato. **[POLO DI MILLER]**
 visto che sui capi di C abbiamo $(1+A_0)V_s$



Vedo C amplificato

vuo dire che se voglio poli @ MHz devo avere una GBWP @ 100 MHz
 ...

però usare tali integratori solo fino a certe frequenze
 → dopo uso un **TOTA**

Quali cambiamenti comporta questa differenza?

$$H_{real}(s) = -\frac{A_0}{(1 + s/\omega_L)(1 + s/\omega_H)}$$

1) consideriamo l'effetto del DC gain finito: per forza consideriamo solo la prima parte della FdT

$$H_{real}(s) = \frac{-1}{(\frac{1}{A_0} + \frac{s}{\omega_0})}$$

e consideriamo la $T(s) = \frac{\gamma s^2}{s^2 + s\omega_0 + \omega_0^2}$ già vista nell'universale cell

$$= \frac{\gamma}{1 + \frac{\omega_0}{sQ} + \frac{\omega_0^2}{s^2}}$$

$$= \frac{\gamma}{H(s)^2 + \frac{H(s)}{Q} + 1}$$

con $H(s) = -\frac{\omega_0}{s}$ integratore ideale

$$T'(s) = \frac{\gamma}{H_{real}(s)^2 + \frac{H_{real}(s)}{Q} + 1}$$

$$= \frac{\gamma}{(\frac{1}{A_0} + \frac{s}{\omega_0})^{-2} + \frac{1}{Q} (\frac{1}{A_0} + \frac{s}{\omega_0})^{-1} + 1}$$

$$= \frac{\gamma (\frac{1}{A_0} + \frac{s}{\omega_0})^2}{(\frac{s}{\omega_0} + \frac{1}{A_0})^2 + \frac{1}{Q} (\frac{1}{A_0} + \frac{s}{\omega_0}) + 1}$$

$$= \frac{s^2 + s\omega_0 [\frac{1}{Q} + \frac{2}{A_0}] + \omega_0^2 [1 + \frac{1}{QA_0} + \frac{1}{A_0^2}]}{s^2 + s\omega_0 + \omega_0^2}$$

contro quello ideale che era $\frac{s^2 + s\omega_0 + \omega_0^2}{Q}$: variamo Q e ω_0 !

$$\omega_0' = \omega_0 \sqrt{1 + \frac{1}{QA_0} + \frac{1}{A_0^2}}$$

poco interessante... tanto ho un circuito di tuning che recupera ω_0 corretto

$$\frac{\Delta Q}{Q} \approx -Q \frac{2}{A_0}$$

+ RHP zero
- LHP zero

alla fine ricavo: $\rightarrow Q \left(-\frac{2}{A_0} + 2 \frac{\omega_0}{\omega_n} + 2 \frac{\omega_0}{\omega_n} + 2 \frac{\omega_p}{\omega_n} \right)$

$\downarrow I \text{ polo}$ $\downarrow \text{ZERO}$ $\downarrow \text{II polo}$