UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TORINO

Laboratorio di Elettronica

Marco Aglietta – Ernesto Migliore

aglietta@to.infn.it migliore@to.infn.it

CFU 6 - A.A. 2021/22

Corso di laurea in Fisica

Amplificatore differenziale

Amplificatori Operazionali

Circuiti con Amplificatori Operazionali

Esperienza in Lab

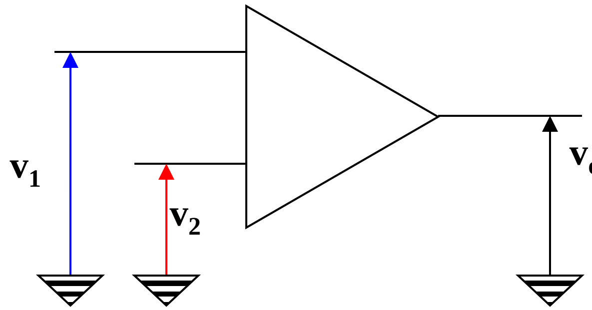
e Relazione

- **Zero crossing**
- **Comparatore**
- **Configurazione invertente**
- Configurazione non-invertente
- Derivatore
- **Integratore**
- **Amplificatore logaritmico**
- Amplificatore anti-logaritmico
- **Sommatore**
- **Amplificatore differenze**
- Trigger Schmitt

Amplificatore differenziale

Amplifica la differenza fra due segnali. E' lo stadio fondamentale di tutti gli amplificatori operazionali integrati con ingresso differenziale.

Per un amplificatore differenziale ideale si ha:



$$\mathbf{v_o = A_d\,(v_1 - v_2)}$$

Il segnale di uscita dipende esclusivamente dalla differenza dei segnali in ingresso

Nel caso reale l'uscita dipende anche leggermente dal valore medio dei segnali in ingresso $\mathbf{v_c = \frac{1}{2}(v_1 + v_2)}$ chiamato **segnale di modo comune**

Ad esempio se $v_1 = 50\mu V$ e v_2 $-50\mu v$ l'uscita non sara' esattamente la stessa del caso $v_1 = 1050\mu V$ e $v_2 = 950\ \mu V$ pur essendo $v_d = 100\mu V$ in entrambe le situazioni.

Si introduce pertanto un fattore di merito degli amplificatori differenziali **(ρ)** detto rapporto di reiezione del modo comune **(CMRR)**.

La tensione di uscita di un amplificatore differenziale puo' sempre essere espressa come combinazione lineare delle due tensioni in ingresso

$$\mathbf{v_o = A_1 v_1 + A_2 v_2}$$

Dove $\mathbf{A_1(A_2)}$ e' l'amplificazione di tensione dall'ingresso **1(2)** all'uscita supponendo che l'ingresso **2(1)** sia tenuto a massa.

Dalle espressioni $\mathbf{v_d = (v_1 - v_2)}$ e $\mathbf{v_c = \frac{1}{2}(v_1 + v_2)}$ possiamo ricavare anche le relazioni:

$$\mathbf{v_1 = v_c + \frac{1}{2} v_d} \quad \text{e} \quad \mathbf{v_2 = v_c - \frac{1}{2} v_d}$$

che sostituite nella relazione per $\mathbf{v_o}$ danno

$$\mathbf{v_o = A_1 v_1 + A_2 v_2 = A_1\left(v_c + \frac{1}{2} v_d\right) + A_2\left(v_c - \frac{1}{2} v_d\right) = \frac{1}{2}(A_1 - A_2) v_d + (A_1 + A_2) v_c}$$

Che si riscrive

$$\boxed{\mathbf{v_o = A_d\, v_d + A_c\, v_c}}$$

avendo definito :

$$\mathbf{A_d = \frac{1}{2}(A_1 - A_2)} \longrightarrow \text{Amplificazione di tensione per il segnale differenza}$$

$$\mathbf{A_c = (A_1 + A_2)} \longrightarrow \text{Amplificazione di tensione per il segnale di modo comune}$$

$$\boxed{\mathbf{v_o = A_d\, v_d + A_c\, v_c}}$$

Evidentemente si vorra' avere $\mathbf{A_d}$ (Amplificazione di tensione per il segnale differenza) elevato mentre $\mathbf{A_c}$ **(**Amplificazione di tensione per il segnale di modo comune) idealmente dovrebbe essere uguale a zero.

Si puo scegliere come fattore di merito per l'amplificatore differenziale il **Rapporto di Reiezione del Modo Comune (CMRR)** definito come:

$$\boxed{\mathbf{(CMRR)} = \rho = \frac{\mathbf{A_d}}{\mathbf{A_c}}}$$

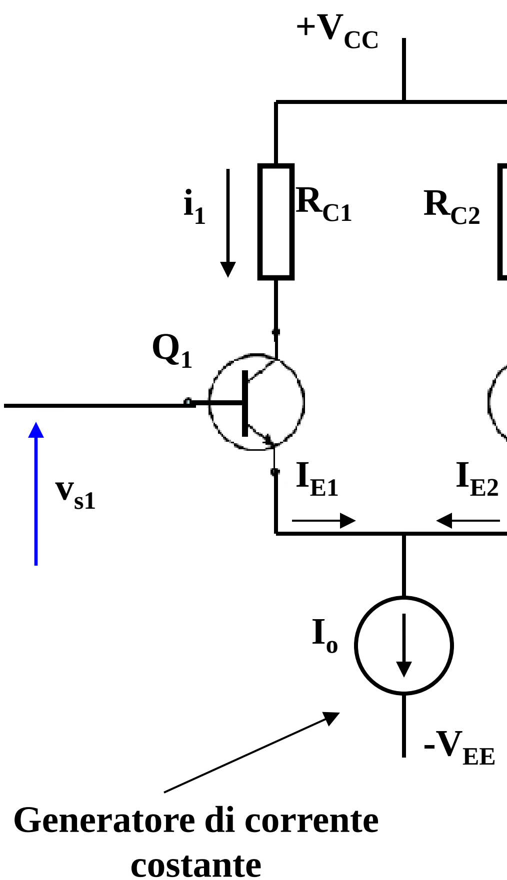
Per valutarlo si puo procedere nel seguente modo:

Ponendo $\mathbf{v_1 = v_2}$ $\longrightarrow$ $\mathbf{v_d = 0}$ misuro $\mathbf{A_c}$

Ponendo $\mathbf{v_1 = - v_2}$ $\longrightarrow$ $\mathbf{v_c = 0}$ misuro $\mathbf{A_d}$

Amplificatore differenziale alimentato con corrente costante

Con le tecnologie integrate e' possibile realizzare circuiti come questo (stadio differenziale) in cui i transistors Q_1 e Q_2 hanno caratteristiche quasi identiche.



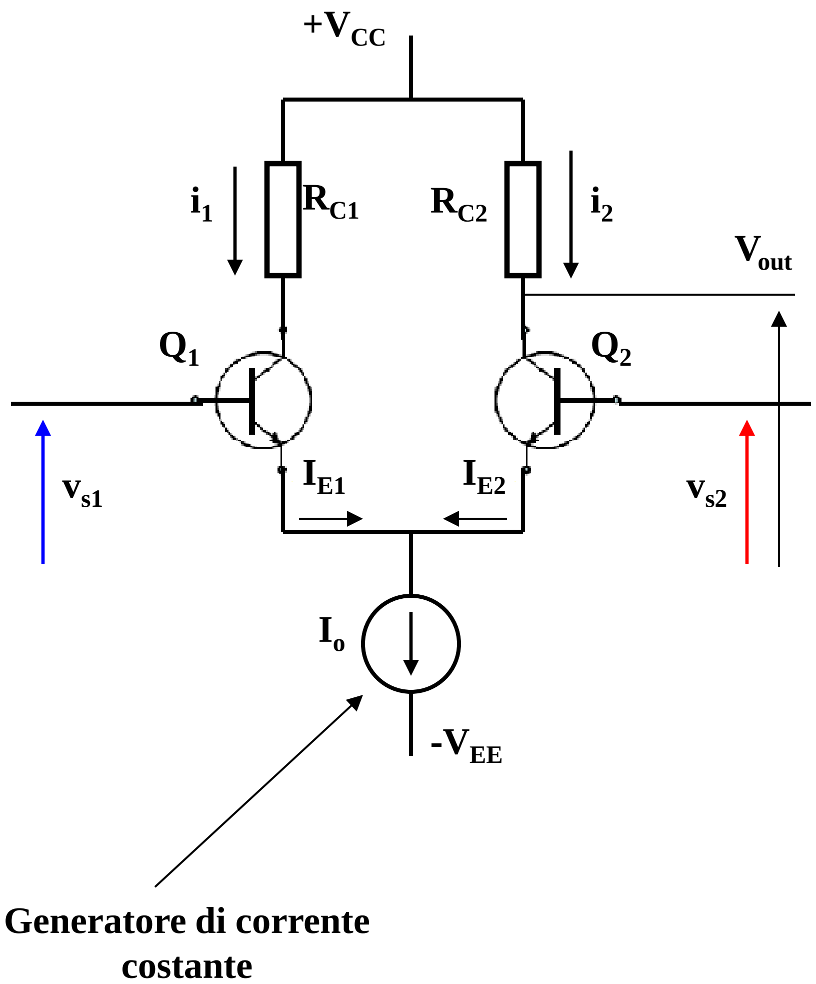
$V_{out} = V_{cc} - I_2R_c$

Consideriamo il seguente circuito nell'ipotesi di simmetricita' perfetta e ragioniamo in modo puramente qualitativo.

La corrente $\mathbf{I_o}$ si suddivide tra i 2 transistors in funzione dei valori di tensione dei segnali $\mathbf{v_{s1}}$ e $\mathbf{v_{s2}}$ applicati agli ingressi. Dovra' pero' sempre essere

$$I_{E1} + I_{E2} = I_o$$

Vediamo come questo stadio si comporti effettivamente come un amplificatore differenziale considerando 3 situazioni particolari:



1) I due segnali in ingresso sono nulli (transistor a riposo in punti di lavoro equivalenti):
$\mathbf{v_{s2}}$ uguale a $\mathbf{v_{s1} = 0}$ → $\mathbf{i_2 = i_1 \sim I_o/2.}$ (correnti di base trascurabili)

$$\mathbf{V_{out} = V_{cc} - I_o/2\ R_{c2}}$$

1b) I due segnali in ingresso sono uguali ma non nulli :
$\mathbf{v_{s2} = v_{s1} \neq 0}$ → $\mathbf{i_2 = i_1 = I_o/2.}$
Poiche' V_{out} e' uguale al caso con ingressi nulli abbiamo **una amplificazione di modo comune nulla.** $\mathbf{A_c=0}$

$$\mathbf{V_{out} = V_{cc} - I_o/2\ R_{c2}}$$

2) Il segnale $\mathbf{v_{s1}}$ e' piu' grande di $\mathbf{v_{s2}}$:
In Q_1 passa piu' corrente che in Q_2
→ $\mathbf{i_1}$ aumenta rispetto a $\mathbf{I_o/2}$ mentre $\mathbf{i_2}$ diminuisce
→ $\mathbf{V_{out}}$ aumenta in modo proporzionale a $(v_1 - v_2)$

3) Il segnale $\mathbf{v_{s1}}$ e' piu' piccolo di $\mathbf{v_{s2}}$:
In Q_1 passa meno corrente che in Q_2
→ $\mathbf{I_1}$ diminuisce rispetto a $\mathbf{I_o/2}$ mentre $\mathbf{I_2}$ cresce
→ $\mathbf{V_{out}}$ diminuisce in modo proporzionale a $(v_1 - v_2)$

Caratteristica di trasferimento dell'amplificatore differenziale

I_B trascurabile → $I_E \sim I_C$ $\quad$ $I_E \sim I_C = h_{fe} I_B = h_{fe} I_S \exp(V_{BE}/V_T)$

$$\begin{cases} I_{E1}+I_{E2} = I_o \\ I_{E1}/I_{E2} = \exp(V_{B1}-V_{B2})/V_T = \exp(V_d/V_T) \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_{E1}+I_{E2} = I_o \\ I_{E1} = I_{E2}\exp(V_d/V_T) \end{cases}$$

$$I_{E2} = \frac{I_o}{1+\exp(V_d/V_T)} \qquad I_{E1} = \frac{I_o}{1+\exp(-V_d/V_T)}$$

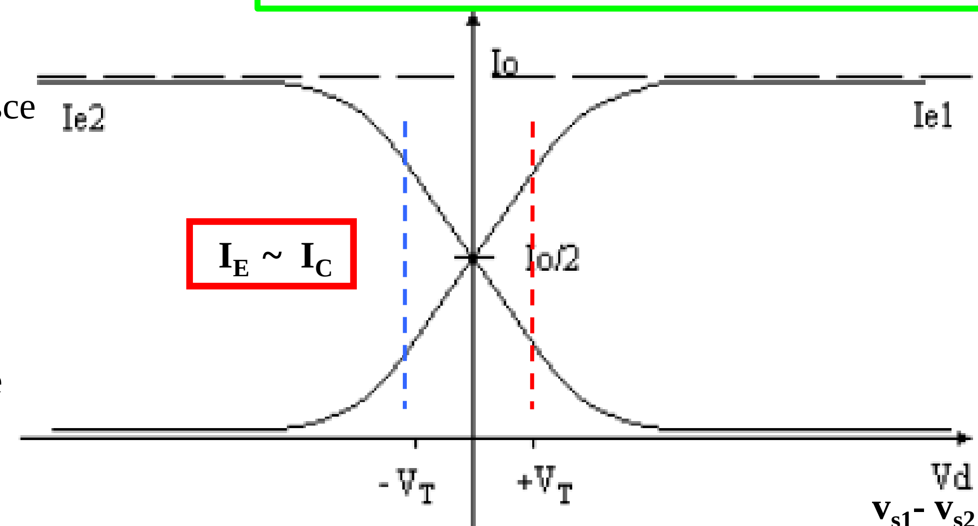
1) I due segnali in ingresso sono nulli:
$\mathbf{v_{s2}}$ uguale a $\mathbf{v_{s1} = 0}$ → $\mathbf{v_d = 0}$ → $\mathbf{I_{E2} = I_{E1} = I_o/2}$.

1b) I due segnali in ingresso sono uguali ma non nulli :
$\mathbf{v_{s2} = v_{s1} \neq 0}$ → $\mathbf{v_d = 0}$ → $\mathbf{I_{E2} = I_{E1} = I_o/2}$.

Poiche' Vout e' uguale al caso con igressi nulli abbiamo **una amplificazione di modo comune nulla. A_c=0**

2) Il segnale $\mathbf{v_{s1}}$ e' piu' grande di $\mathbf{v_{s2}}$: $\mathbf{v_d > 0}$
In Q_1 passa piu' corrente che in Q_2
→ $\mathbf{I_{E1}}$ aumenta rispetto a $\mathbf{I_o/2}$ mentre $\mathbf{I_{E2}}$ diminuisce
→ $\mathbf{V_{out}}$ aumenta ~ $(v_1 - v_2)$

3) Il segnale $\mathbf{v_{s1}}$ e' piu' piccolo di $\mathbf{v_{s2}}$: $\mathbf{v_d < 0}$
In Q_1 passa meno corrente che in Q_2
→ $\mathbf{I_{E1}}$ diminuisce rispetto a $\mathbf{I_o/2}$ mentre $\mathbf{I_{E2}}$ cresce
→ $\mathbf{V_{out}}$ diminuisce ~ $(v_1 - v_2)$

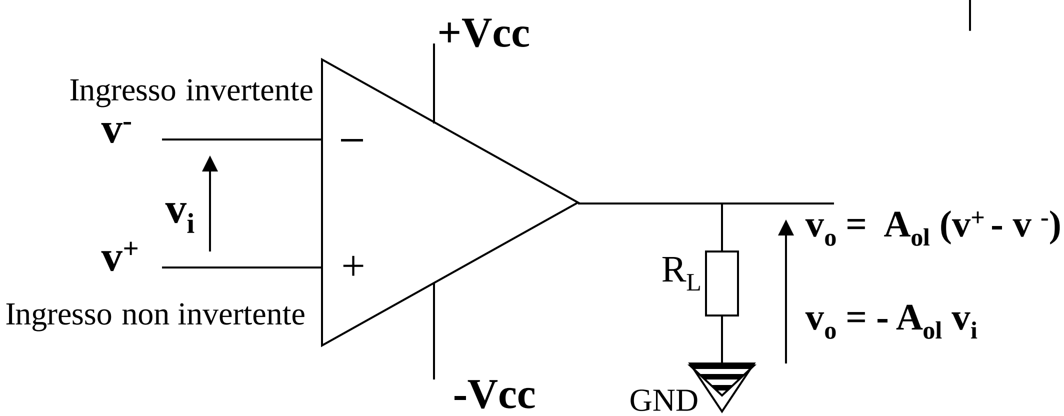


Per valori di $\mathbf{v_d}$ compresi tra $\mathbf{-V_T}$ e $\mathbf{+V_T}$ i transistors lavorano in regione lineare

Amplificatori operazionali

E’ un amplificatore ad elevato guadagno, composto da piu’ stadi, che presenta caratteristiche prossime ad un amplificatore ideale di tensione:

	OPA Ideale	µA 741
Guadagno ad anello aperto elevato	∞	$A_{ol} \sim 2\ 10^5$
Resistenza di ingresso elevata	∞	$R_i \sim 2\ M\Omega$
Resistenza di uscita bassa	**0**	$R_o \sim 75\Omega$
Banda passante molto estesa	∞	**BW > MHz**
CMRR elevato	∞	**90db (>3 10^4)**
Slew Rate	∞	**0.5V/µs valore basso 741 OPA lento**



E’ consuetudine definire la **tensione differenziale di ingresso** come:

$$v_i = v^- - v^+$$

A_{ol} molto elevato ⇒ la differenza di tensione tra gli ingresi v_i e’ molto piccola per qualsiasi valore ‘finito’ di v_o ⇒ ($v^- = v^+$)

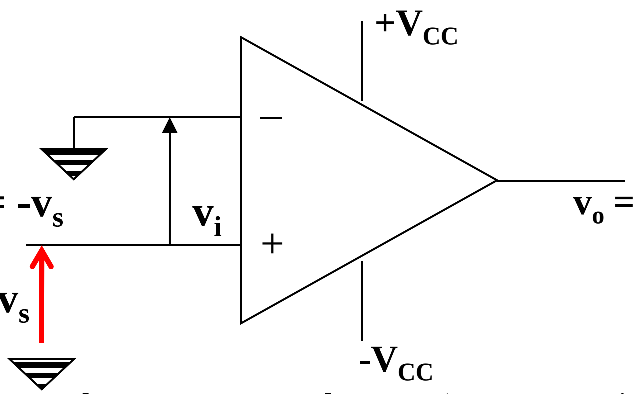
$\boxed{v_o = -A_{ol}\ v_i}$

e’ come se in ingresso si avesse un **corto circuito** ($v^- = v^+$) **virtuale** (infatti $R_i = \infty \rightarrow i_i = 0$)

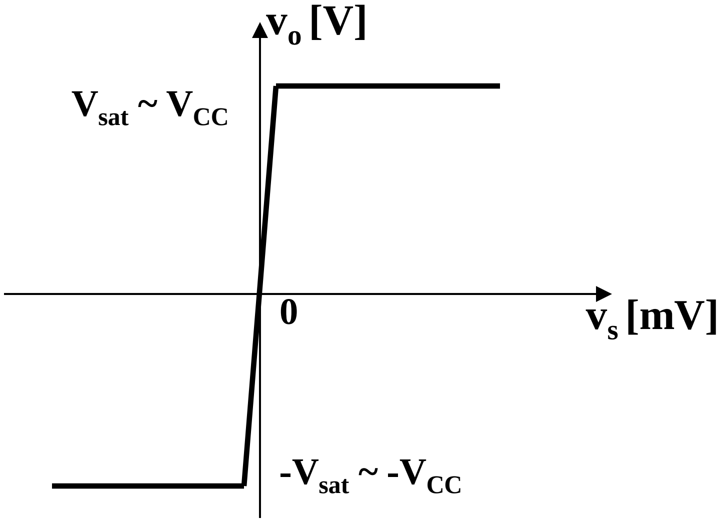
Funzionamento ad anello aperto

E' la configurazione piu' semplice. Essendo $\mathbf{A_{ol}}$ molto elevato anche un piccolo scostamento di $\mathbf{v_i}$ da zero **(** $\mathbf{= - v_s}$ **)** e' tale da portare l'uscita in saturazione $\mathbf{v_o \sim \pm V_{cc}}$

$\mathbf{v_i = v^- - v^+ = -v_s}$

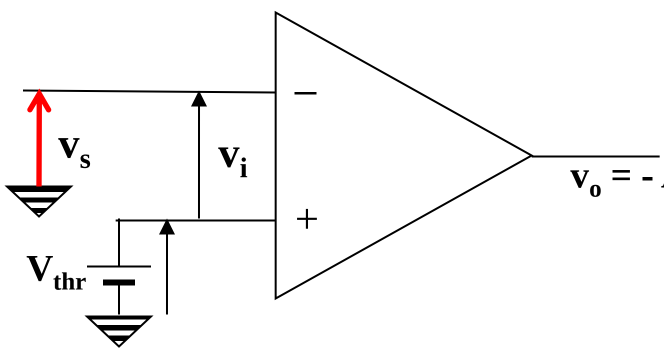


$\mathbf{v_o = - A_{ol}\, v_i = A_{ol} v_s}$

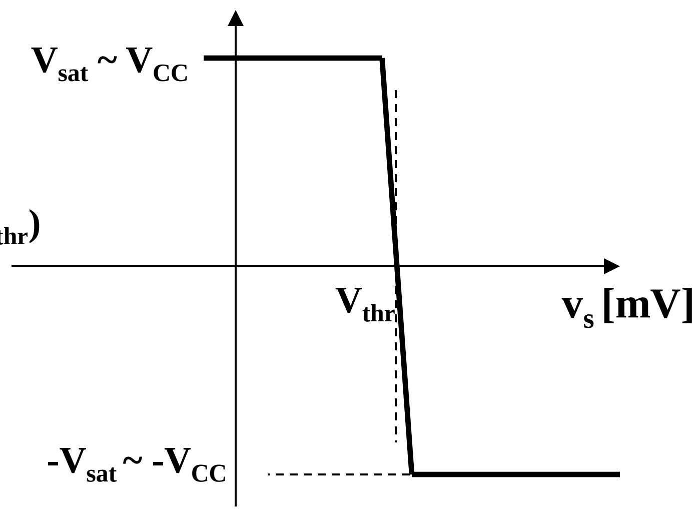


Circuito rivelatore di passaggio per lo zero (**zero crossing detector**)

$\mathbf{v_i = v_s - V_{thr}}$



$\mathbf{v_o = - A_{ol}\, v_i = -A_{ol}(v_s - V_{thr})}$



$\mathbf{v_s < V_{thr} \rightarrow v_i < 0 \rightarrow v_o = +V_{sat}}$

$\mathbf{v_s > V_{thr} \rightarrow v_i > 0 \rightarrow v_o = -V_{sat}}$

Circuito comparatore

Funzionamento ad anello chiuso

Come visto in precedenza, a causa del valore elevato del suo guadagno, l'amplificatore operazionale utilizzato ad anello aperto non ha un comportamento lineare se non per piccolissimi valori della tensione differenziale in ingresso.

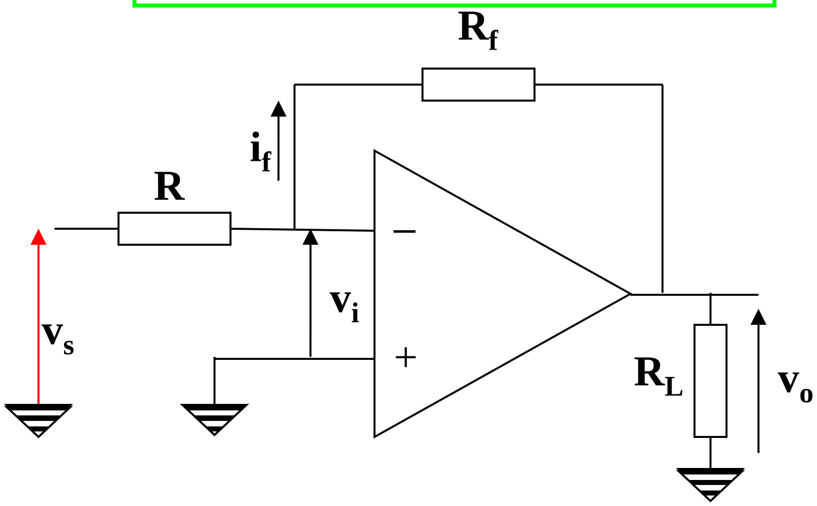
Il campo di utilizzo si amplia notevolmente quando l'operazionale viene controreazionato in modo che la sua risposta sia controllata dagli elementi passivi che formano la rete di reazione.

Essendo $|\beta A_{ol}| >> 1$, per il guadagno con reazione (anello chiuso) varra' la relazione semplificata

$$A_f \sim \frac{A}{\beta A} = \frac{1}{\beta}$$

Due sono le configurazioni principali:

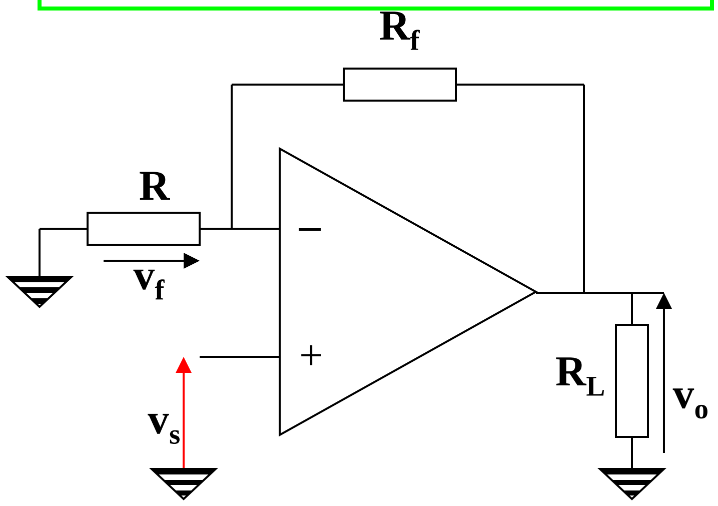
Configurazione invertente



c.c. virtuale → $I_f = -v_0/R_f$

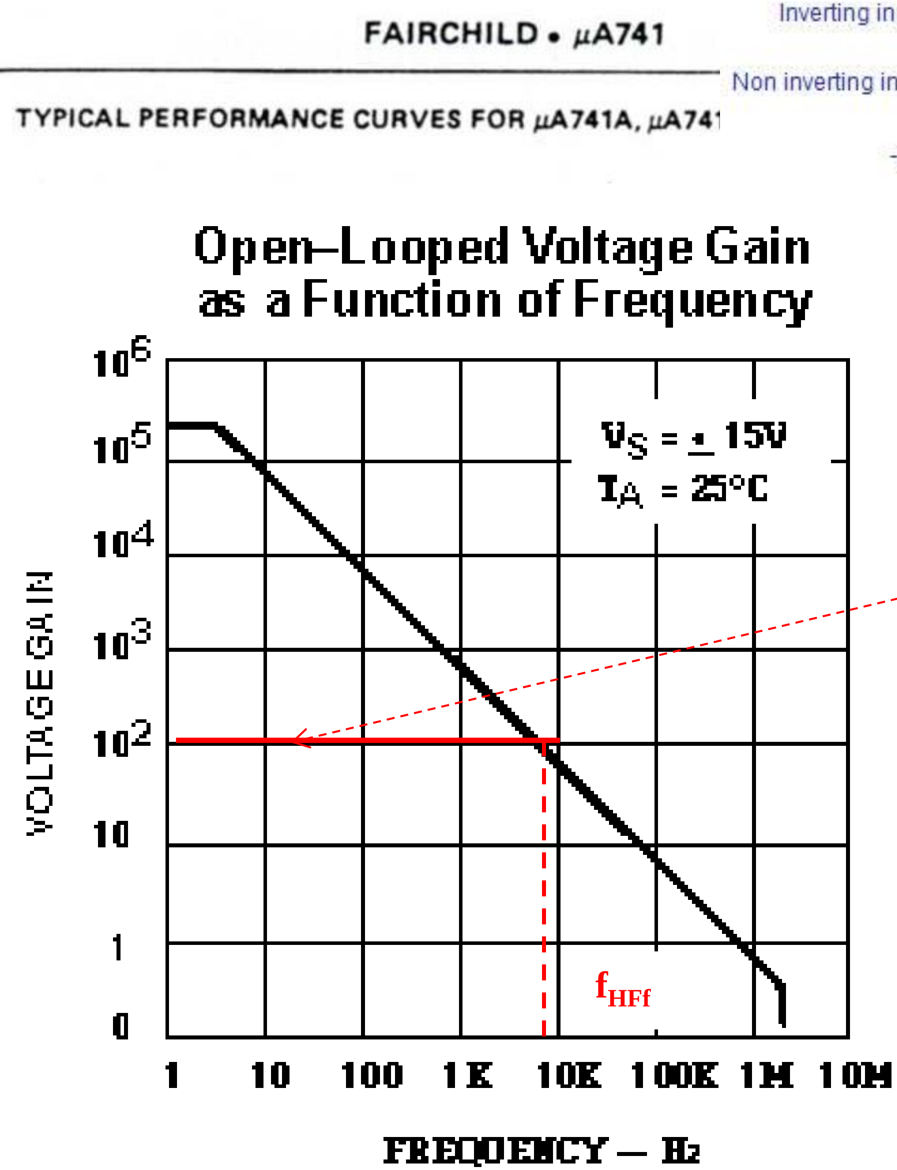
Il **mescolamento e' in parallelo** in quanto la corrente i_f si mescola a quella del generatore di segnale che non entra nell'operazionale (R_i elevata)

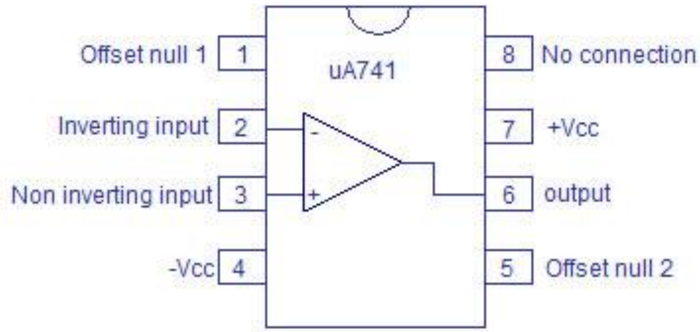
Configurazione non invertente

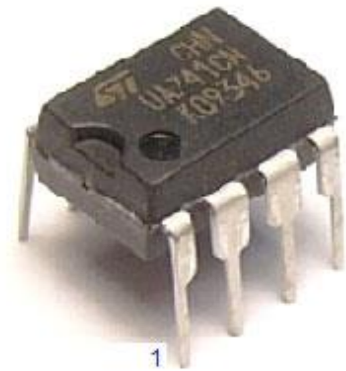


c.c. virtuale → $v_f = v_oR/(R + R_f)$

Sulla maglia di ingresso la caduta di tensione su R genera il **mescolamento in serie**.







uA741 opamp Pinout and External appearance

A_{OL} diminuisce di 20dB/decade

Il prodotto BW x A_{OL} e' costante (~ 10^6)

Per una configurazione reazionata con A_{Vf} = 100

$$BW \times A_{OL} = BW_f \times A_{vf}$$

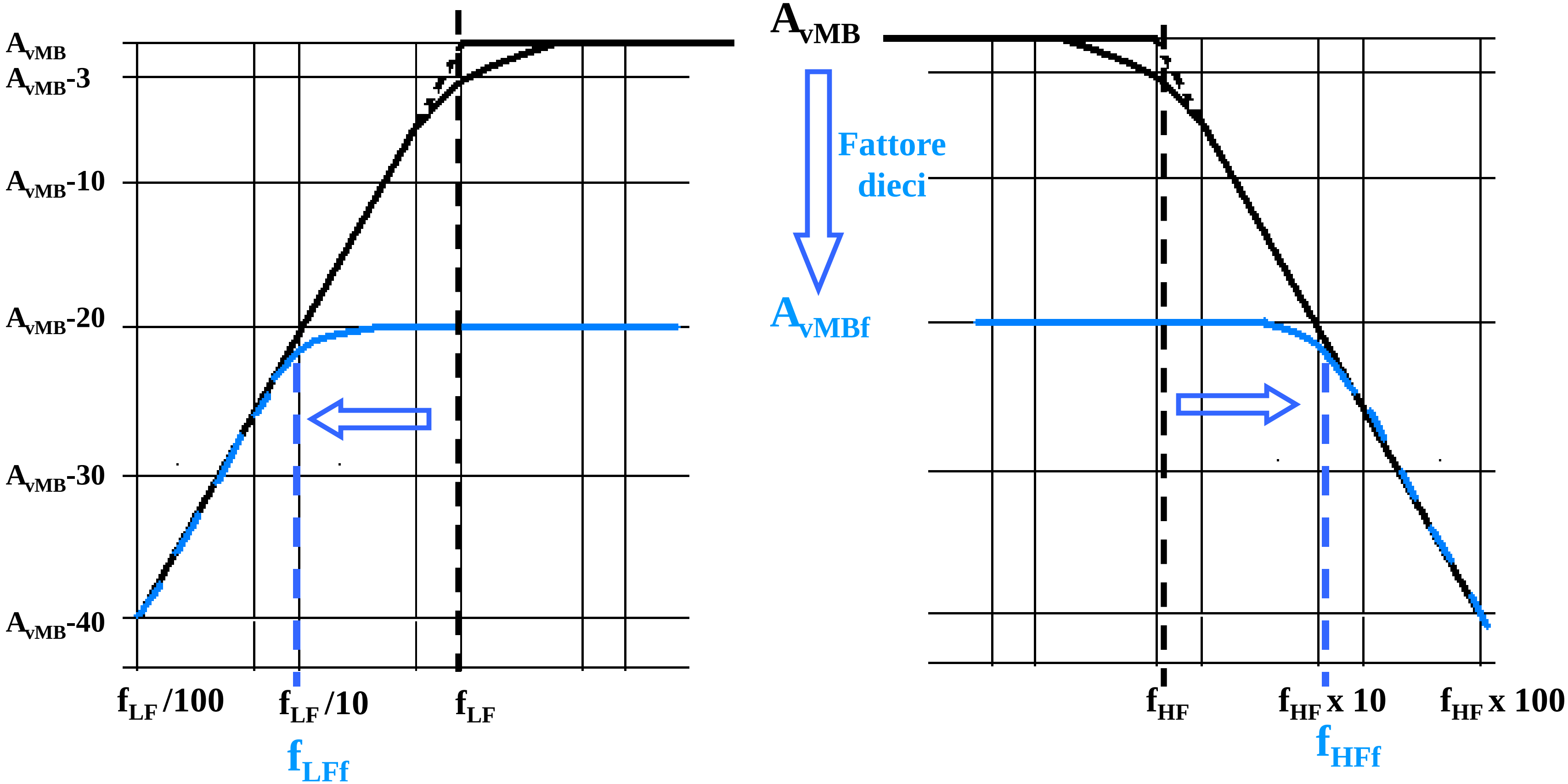
f_{HFf} definisce la larghezza di banda del nostro amplificatore con A_{vf} = 100

$$f_{HFf} = A_{OL} \times BW / A_{Vf} = 10^6 / A_{Vf} = 10^4 \text{ Hz}$$

$A \rightarrow A(db) = 20 \, Log_{10} \, A$

Nel caso si applichino -20 db di reazione :

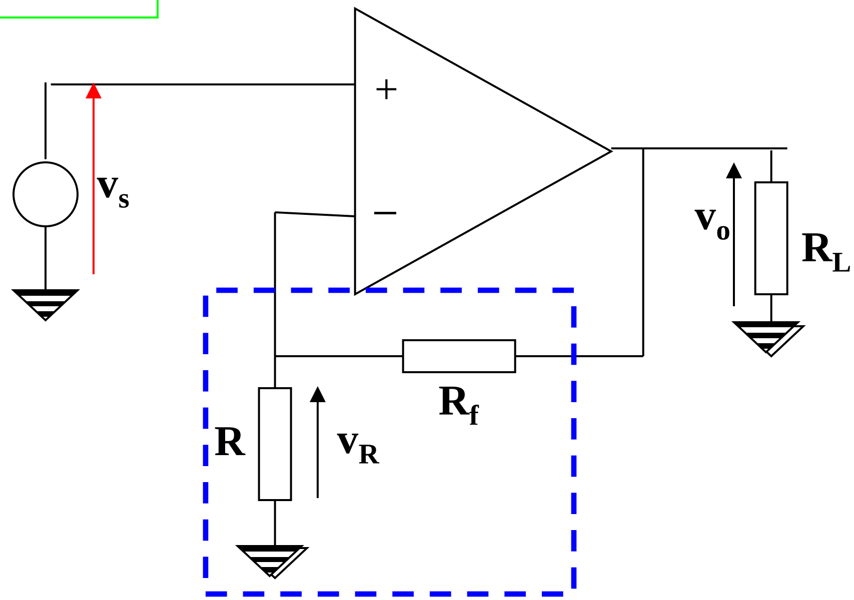
$$A_{vMBf} = \frac{A_{vMB}}{1+\beta A_{vMB}} = \frac{A_{vMB}}{10}$$ **-20 db di reazione**



$f_{LFf} = f_{LF} \, / \, (1+ \beta A_{vMB})$

$f_{HFf} = f_{HF} \, (1+ \beta A_{vMB})$

Configurazione non invertente



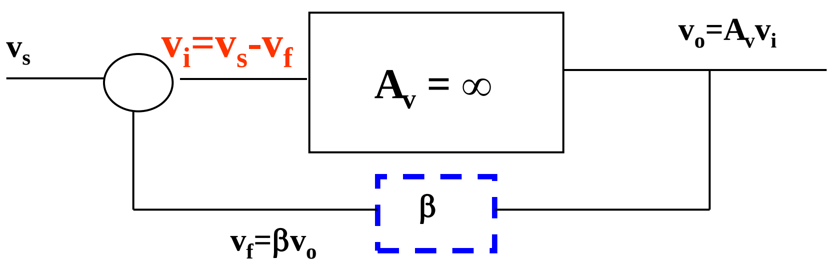
$$v^+ = v_s$$

$$v^- = \frac{R\, v_o}{R_f + R}$$

corto circuito virtuale

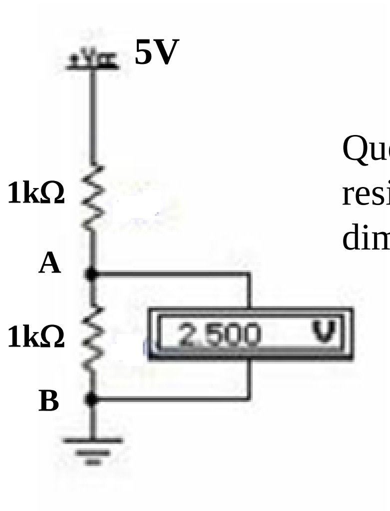
$$v^+ = v^- \Rightarrow v_s = \frac{R\, v_o}{R_f + R} \Rightarrow v_s\,(R_f + R) = R\, v_o \Rightarrow \boxed{\frac{v_o}{v_s} = 1 + \frac{R_f}{R}}$$

E' una contro reazione Tensione – Serie : la tensione v_R $(= v_f)$ viene riportata sulla maglia di ingresso dove si somma a v_s (Amplificatore di Tensione)

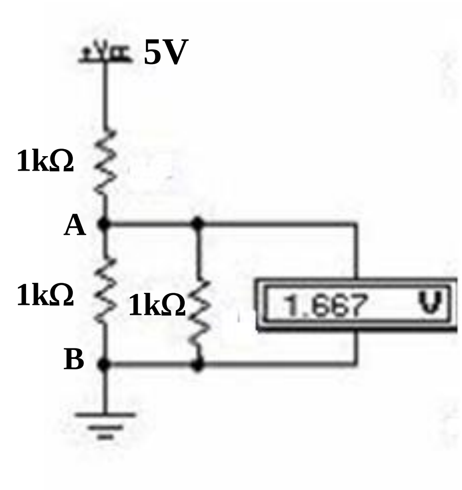


$$\beta = \frac{R}{R_f + R} \Rightarrow \boxed{A_{vf} = \frac{v_o}{v_s} = \frac{1}{\beta} = 1 + \frac{R_f}{R}}$$

Buffer



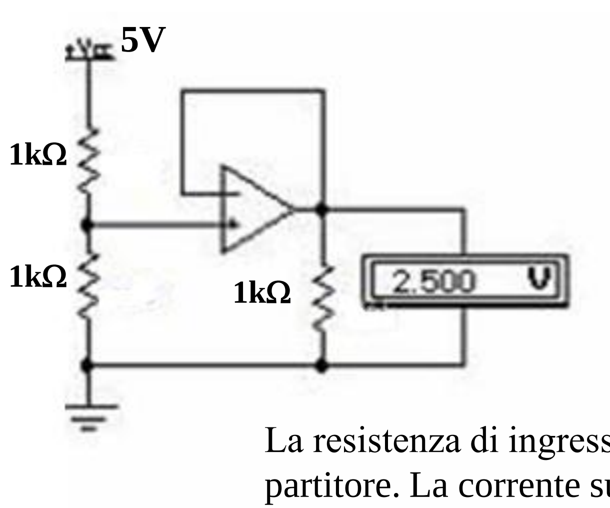
Questo partitore che utilizza 2 resistenze dello stesso valore dimezza la tensione.



E’ vero a circuito aperto.

Se esiste un carico la tensione tra i punti A e B diminuisce

La situazione si recupera introducendo un operazionale con guadagno unitario. Buffer



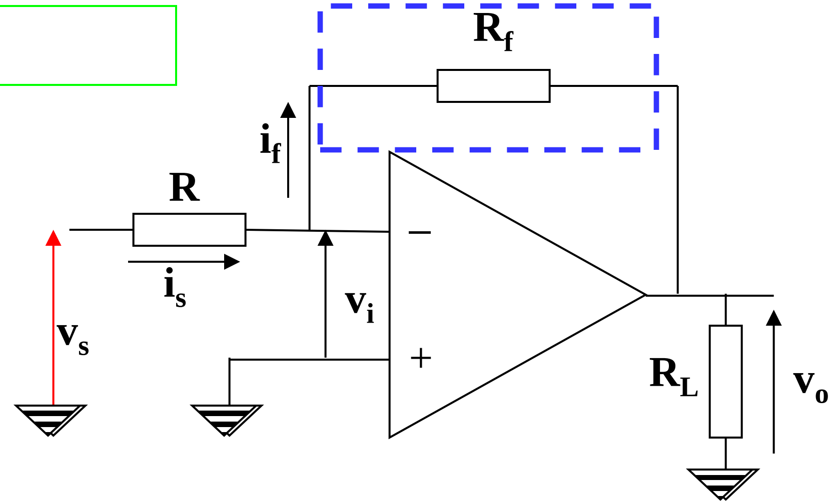
E’ una configurazione non-invertente con resistenza di reazione R_f =0

$$\frac{v_o}{v_s} = 1 + \cancel{\frac{R_f}{R}}$$

La resistenza di ingresso e’ cosi’ elevata da non assorbire corrente dal partitore. La corrente sul carico per avere 2.5V in uscita sono forniti dall’operazionale che lavora come amplificatore di corrente

Configurazione invertente

$$\begin{cases} v^+ = 0 \\ v^- = \dfrac{(v_o - v_s)\,R}{R_f + R} + v_s \end{cases}$$

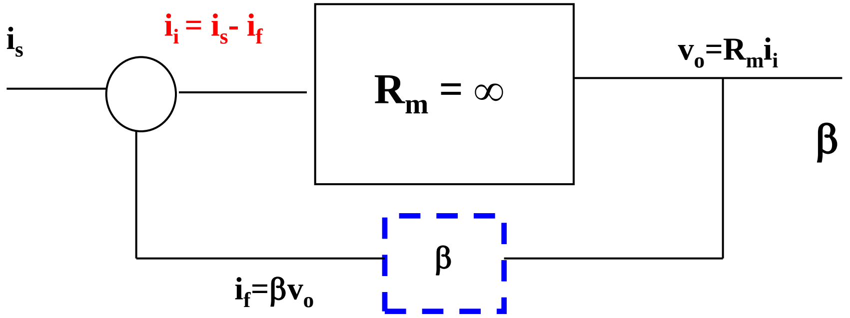


corto circuito virtuale

$$\underline{v^+ = v^-} \Rightarrow \frac{(v_o - v_s)\,R}{R_f + R} + v_s = 0 \Rightarrow v_o R - \cancel{v_s R} + \cancel{v_s R} + v_s R_f = 0 \Rightarrow \boxed{A_{Vf} = \frac{v_o}{v_s} = -\frac{R_f}{R}}$$

E' una contro reazione Tensione – Parallelo : la corrente i_f viene riportata sul nodo in ingresso dove si somma ad i_s

(Amplificatore di transresistenza, R_m)



$$\beta = \frac{i_f}{v_o} = -\frac{1}{R_f} \xrightarrow{i_i \sim 0} R_{mf} = \frac{v_o}{i_s} = \frac{1}{\beta} = -R_f$$

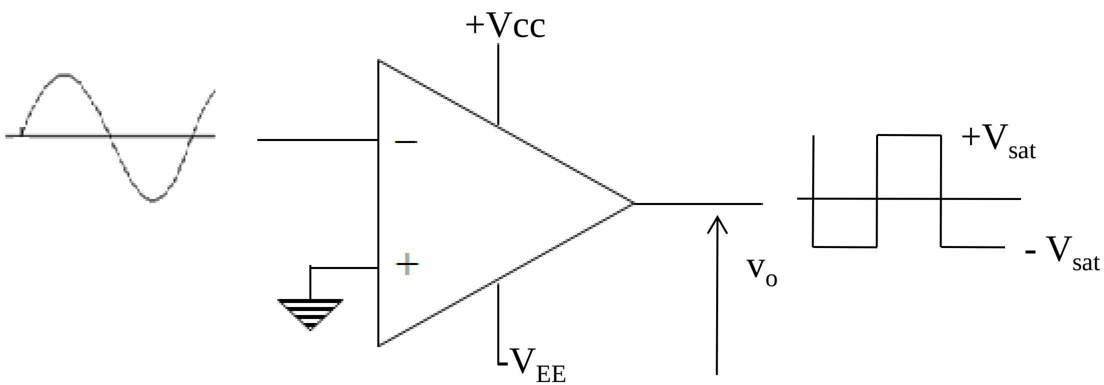
$$\boxed{A_{Vf} = \frac{v_o}{v_s} = \frac{R_{mf}}{R} = -\frac{R_f}{R}}$$

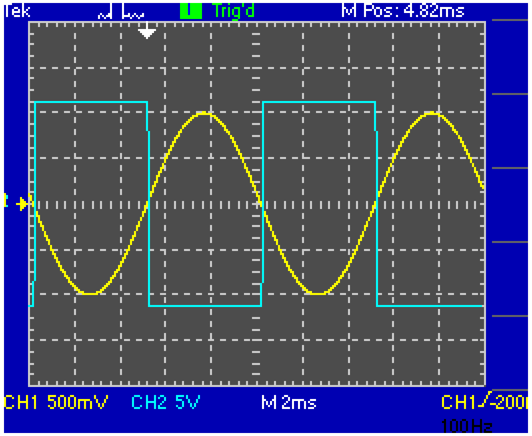
$i_s = v_s/R$

Circuito comparatore con isteresi (trigger di Schmitt)

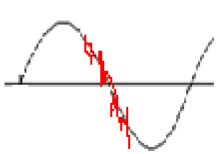
Un comparatore realizzato con una configurazione ad anello aperto e' piuttosto lento nella commutazione (la velocita' di risposta dipende dallo **slew rate** dell'operazionale impiegato) e molto sensibile ad eventuale 'noise' presente all'ingressso.

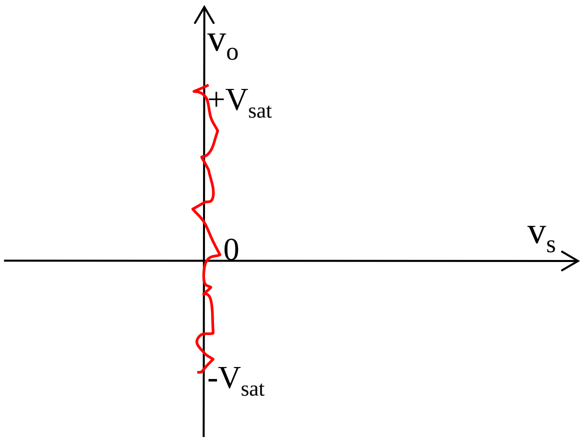
Entrambi i difetti si possono superare introducendo una **reazione positiva che aumenta la velocita' di commutazione** ed introduce una isteresi tra 2 soglie distinte di commutazione.

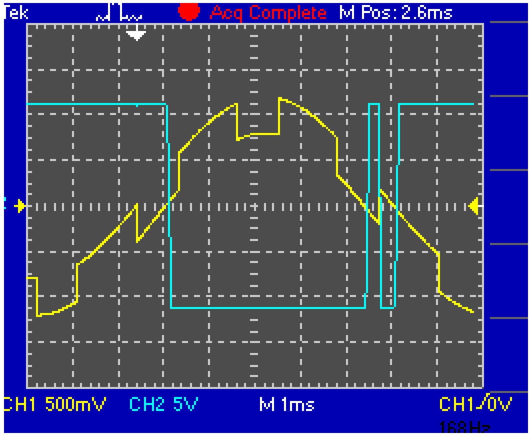




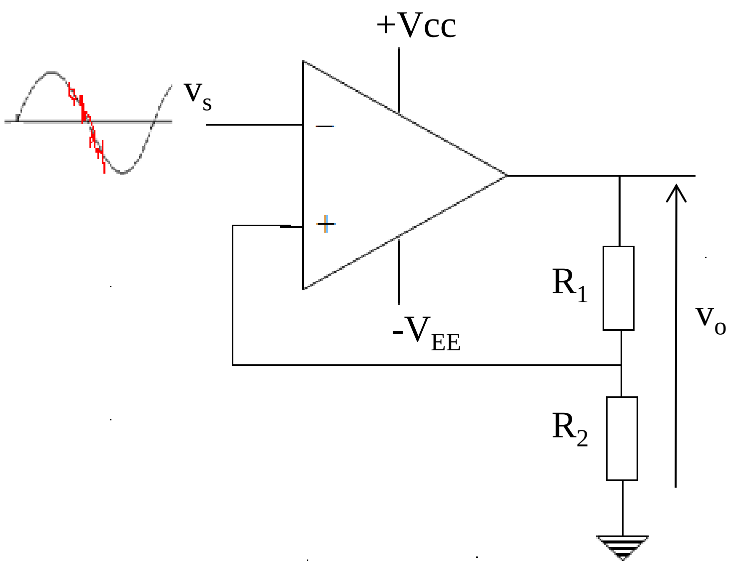
Se sul segnale di ingresso si sovrappone un disturbo l'uscita puo' presentare commutazioni indesiderate e/o oscillazioni incontrollate che limitano la funzionalita' del circuito







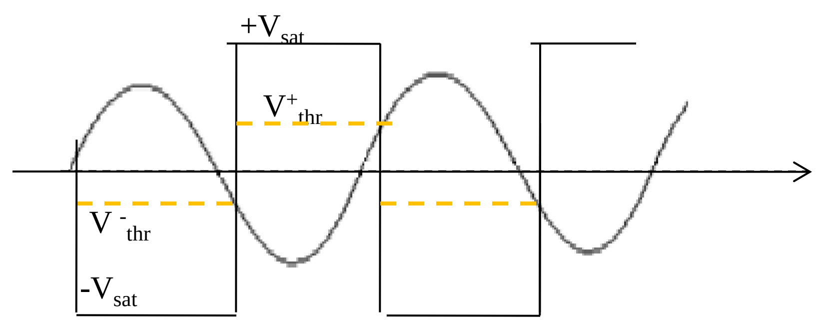
Circuito comparatore con isteresi (trigger di Schmitt)

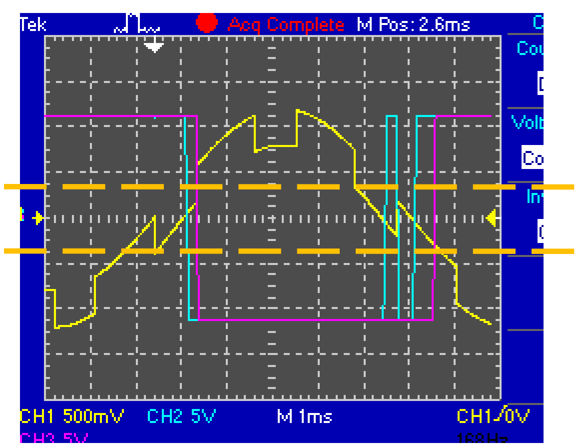


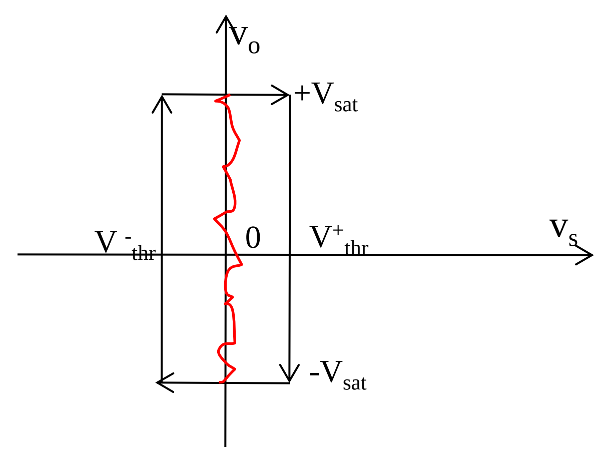
$$v_o = +V_{sat} \rightarrow V^+ = V_{sat}\frac{R_2}{R_1+R_2} = V^+_{thr}$$

$$v_o = -V_{sat} \rightarrow V^+ = -V_{sat}\frac{R_2}{R_1+R_2} = V^-_{thr}$$

Appena il segnale cresce oltre V^+_{thr} l'uscita si porta rapidissimamente a $-V_{sat}$ spinta dalla reazione positiva. Quando $v_o = -V_{sat}$ l'ingresso non invertente si trovera' alla tensione negativa V^-_{thr} e l'uscita rimane a $-V_{sat}$ fino a che il segnale non scende al di sotto di V^-_{thr}

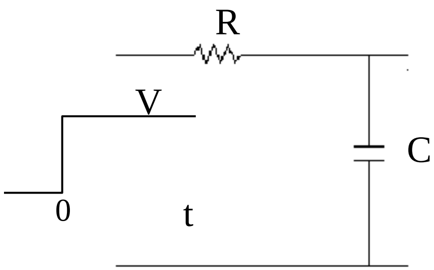






Integrare un segnale

Un circuito passa- basso passivo approssima un circuito integratore



$$v_{in} = Ri(t) + \frac{1}{C}\int i(t)dt \rightarrow v_{out}$$

$$R\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}i = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{RC}i = 0$$

$$\int\frac{di}{i} = -\frac{1}{RC}\int dt$$

$$\frac{\ln i(t)}{\ln i(0)} = -\frac{t}{RC}$$

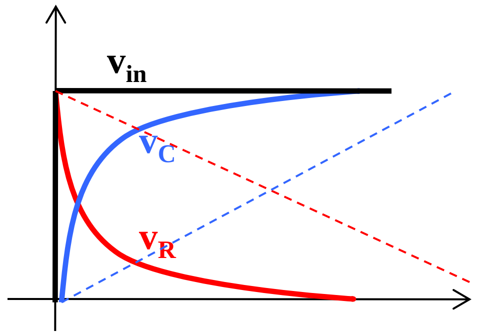
$$i(t) = i(0)e^{-\frac{t}{RC}}$$

Con la condizione iniziale che al tempo zero il condensatore sia scarico ($V_{out}(0^+) = 0 \rightarrow i(0^+) = V/R$) la soluzione di questa equazione (integrale del primo ordine) e':

$$i(t) = \frac{V}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$

La tensione ai capi di R sara' data dall'espressione $v_R(t) = Ve^{-\frac{t}{RC}}$

e quella ai capi del condensatore (v_{out}) sara' ovviamente $v_{out}(t) = V(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$



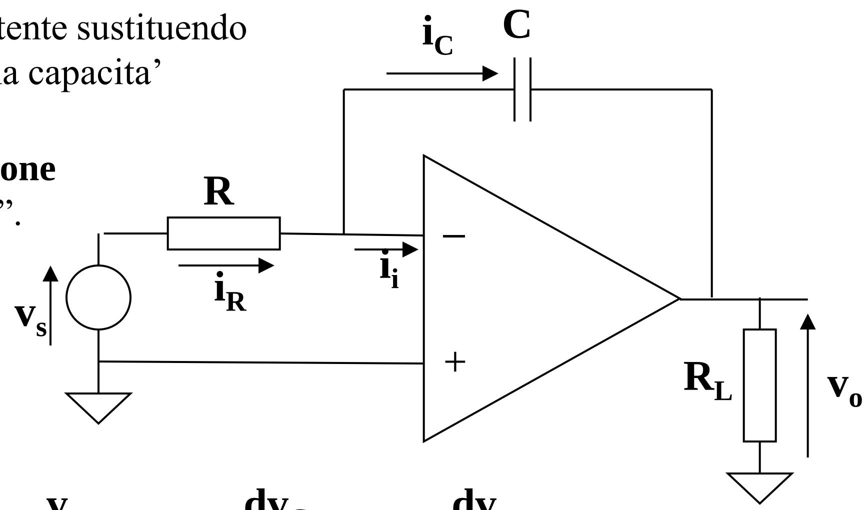
Il circuito si comporta tanto piu' come un integratore **quanto piu' la costante di tempo RC e' grande**.
L'uscita sarebbe un integrale del segnale costante in ingresso se fosse una rampa di tensione lineare crescente. Cio' richiederebbe che la corrente i(t) che carica il condensatore in uscita fosse anche essa costante nel tempo.

Pero' la corrente i(t) non puo' essere costante dato che non lo e' la tensione ai capi di R (che diminuisce nel tempo man mano che C si carica). Se si vuole che la corrente che carica il condensatore resti costante bisogna mantenere costante la tensione ai capi di R. Questa situazione si ottiene utilizzando un operazionale.

Circuito integratore: il segnale di uscita e' proporzionale all'integrale del segnale in ingresso.

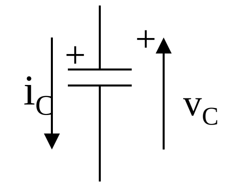
E' ottenuto dalla configurazione invertente sustituendo la resistenza di contro reazione con una capacita'

Ora l'estremo di R collegato a C ed all'operazionale **e' mantenuto a tensione costante** per via della "massa virtuale".



$Q = Cv_C$

$i_C = C\,(dv_C/dt)$



$$i_i = 0 \Longrightarrow i_R = i_C \Longrightarrow \frac{v_s}{R} = C\frac{dv_C}{dt} = -C\frac{dv_o}{dt}$$

$$\boxed{v_o = -\frac{1}{RC}\int v_s dt}$$

$X_C = |Z_C|$ =reattanza capacitiva [Ω]

L'amplificazione tende ad infinito per segnali di bassa frequenza. ($R_f = X_C = 1/\omega C \rightarrow \infty$)

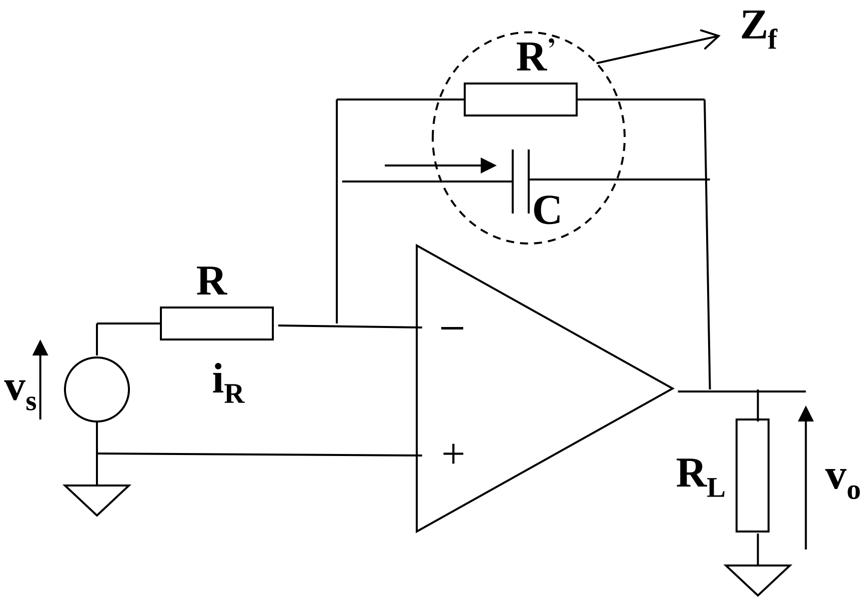
Se $v_s = V_m \sin \omega t \Longrightarrow v_o = -\dfrac{V_m}{\omega RC}\cos \omega t \qquad |A_v| = \dfrac{1}{\omega RC}$

$$\boxed{A_{vf} = -\frac{X_C}{R}}$$

Se v_s, presenta una pur minima componente continua, dopo poco tempo l'uscita del circuito integratore si porta al suo valore di saturazione .

In realta' questa situazione si presenta anche se il segnale in ingresso ha valor medio esattamente zero. Negli operazionali reali sono sempre presenti dei leggeri offsets di tensione, differenti per ciascun ingresso, che lentamente portano il condensatore a caricarsi

Per eliminare l'inconveniente si pone una resistenza R' in parallelo al condensatore



$$Z_f = R' // C = \frac{R'(1/j\omega C)}{R'+1/j\omega C} = \frac{R'}{1+j\omega R'C}$$

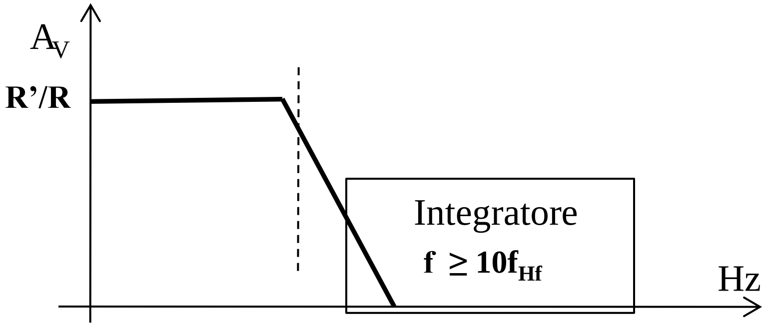
$$A_v = -\frac{Z_f}{R} = -\frac{R'}{R}\,\frac{1}{1+j\omega R'C}$$

Per frequenze basse **($\omega R'C \ll 1$)** il condensatore si comporta come un circuito aperto → si ritrova la configurazione invertente evitando la saturazione. ($A_v = -R'/R$)

Quando invece **($\omega R'C \gg 1$)** l'effetto del condensatore domina ed il circuito si comporta come un integratore

Per avere una buona integrazione di un segnale in ingresso di frequenza f , R' e C devono essere scelti in modo che

$$\omega > 10 / R'C \quad \Rightarrow \quad f \geq 10\,\frac{1}{2\pi R'C}$$



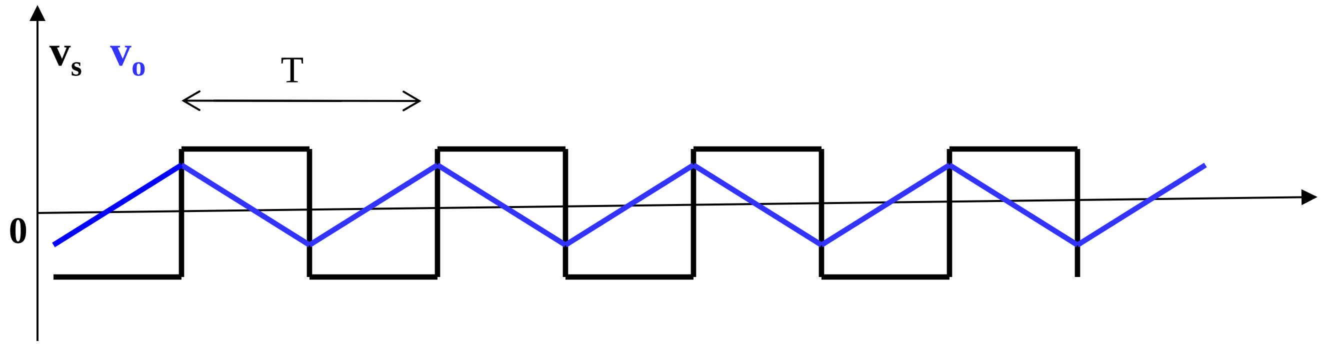
Se $\mathbf{v_s}$ e' un gradino di tensione di altezza **V** il parallelo R'// C sara' attraversato dalla corrente $\mathbf{i_R = V/R}$

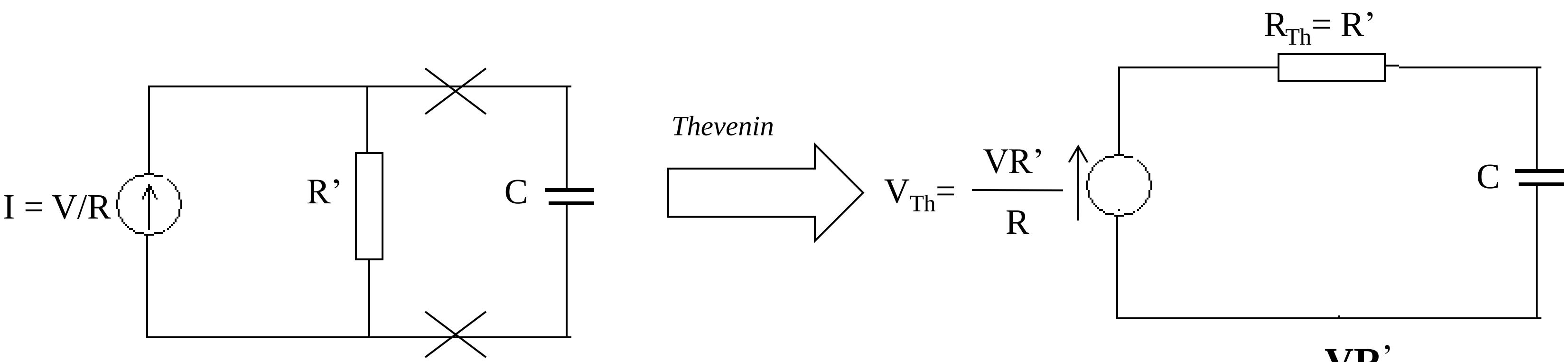
Il condensatore si carichera' fino al valore massimo **VR'/R** con costante di tempo $\boldsymbol{\tau} \mathbf{= R'C}$

$$\mathbf{v_c = - v_o = \frac{VR'}{R}[\,1 - exp(-t/\tau)]}$$

se la costante di tempo e' grande l' esponenziale approssima bene una retta
→ INTEGRATORE

Nel caso in ingresso si abbia un onda quadra l'integrazione sara' buona quando $\tau = R'C >> T/2$

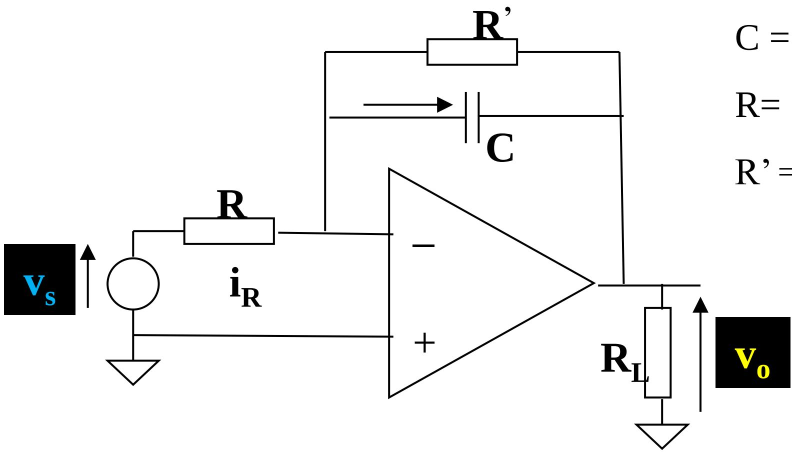




$$\mathbf{v_c = \frac{VR'}{R}\;[\,1 - exp(-t/\tau)]}$$

$\boldsymbol{\tau} \mathbf{= R'C}$

"Rispetto ad una qualsiasi coppia di terminali, ogni circuito lineare e' equiparabile ad un generatore di tensione V_{Th} (uguale alla tensione di circuito aperto) posto in serie alla resistenza R_{Th} vista tra i 2 terminali e considerando eventuali generatori di tensione(corrente) come c.c. (c.a)."



C = 100 nF

R= 10kΩ

R' = 100kΩ

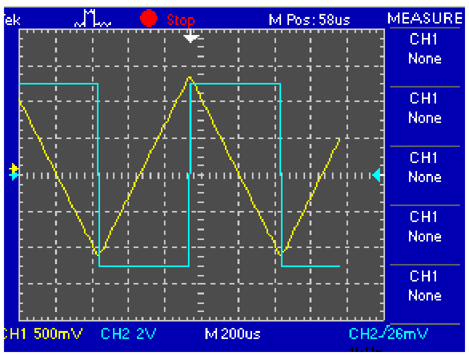
R'C = 10ms

f_{HF} = 1/(2πR'C) ~ 16Hz

INTEGRATORE per frequenze > 160 Hz (T < 6.2 ms)

1kHz

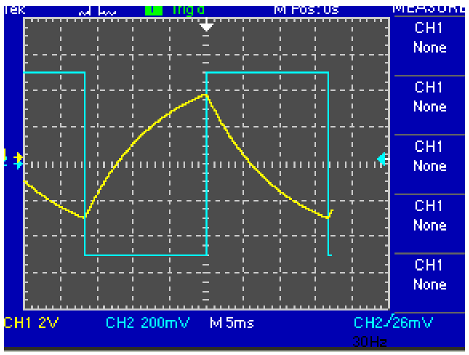
30Hz

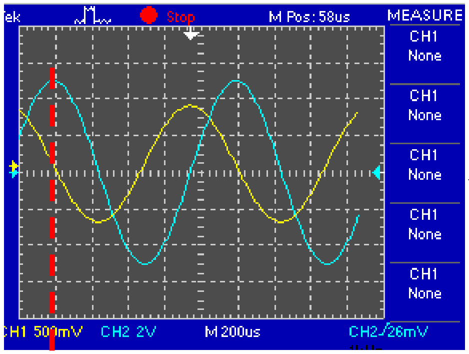


In ingresso posso integrare una onda quadra con periodo 1ms

$V_{out} < V_{in}$

… ma non una con periodo 33 ms



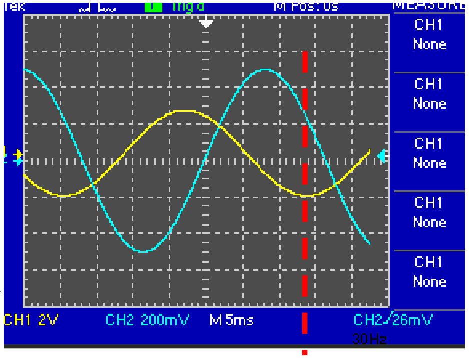


In ingresso posso integrare una sinusoide con frequenza 1 kHz

$V_{out} < V_{in}$

… ma non una da 30Hz

$V_{out} > V_{in}$

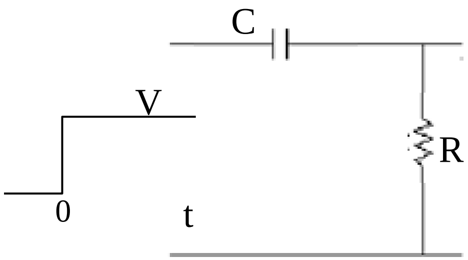


Uscita sfasata di π/2

anticipo di fase ≠ π/2

Derivare un segnale

Un circuito passa - alto passivo approssima un circuito derivatore. La situazione e' simmetrica a quella del circuito passa - basso visto precedentemente

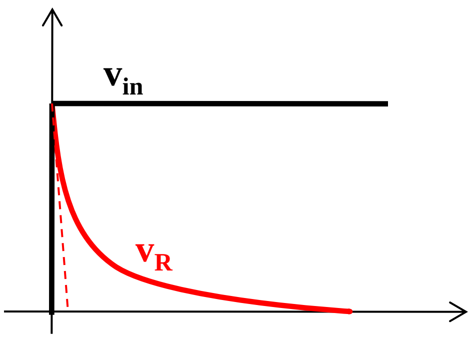


$$v(t)_{in} = \overbrace{Ri(t)}^{v_{out}} + \frac{1}{C}\int i(t)dt$$

Con la condizione iniziale che al tempo zero il condensatore sia scarico ($V_{out}(0^+) = V \rightarrow i(0^+) = V/R$) la soluzione di questa equazione (integrale del primo ordine) e':

$$i(t) = \frac{V}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

La tensione ai capi di R (v_{out}) sara' data dall'espressione $v_R(t) = Ve^{-\frac{t}{RC}}$



Il circuito si comporta tanto piu' come un derivatore **quanto piu' la costante di tempo RC e' piccola**.

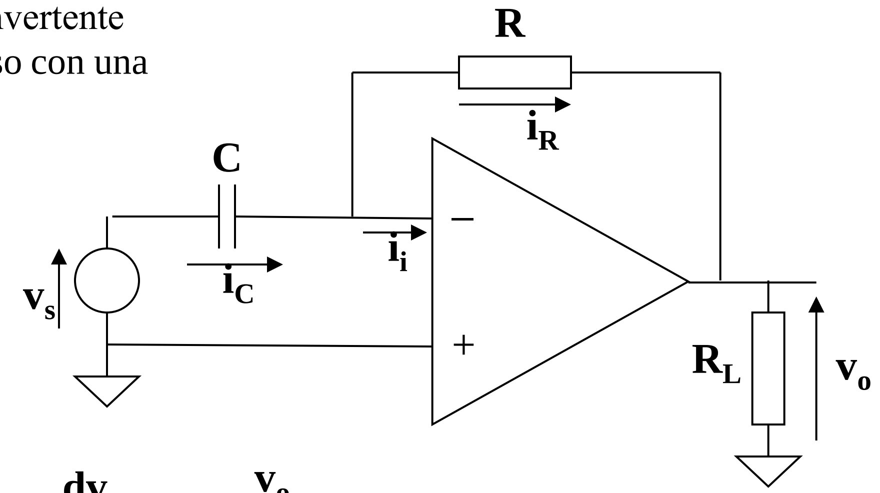
Poiche' possiamo anche scrivere ($i = dq/dt = Cdv/dt$) :

$$i(t) = C\frac{d}{dt}(\underbrace{v_i - v_{out}}_{v_C}) = \frac{v_{out}}{R} \longrightarrow v_{out} = RC\frac{dv_i}{dt} - RC\frac{dv_{out}}{dt}$$

Si vede che l'uscita sarebbe la derivata del segnale in ingresso se il secondo membro dell' ultima espressione fosse trascurabile . Questa condizione si puo' realizzare utilizzando un operazionale.

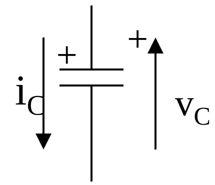
Circuito derivatore: il segnale di uscita e' proporzionale alla derivata del segnale in ingresso.

E' ottenuto dalla configurazione invertente sustituendo la resistenza in ingresso con una capacita'



$Q = Cv_C$

$i_C = C\,(dv_C/dt)$



$$\mathbf{i_i = 0 \;\Longrightarrow\; i_C = i_R \;\Longrightarrow\; C\frac{dv_s}{dt} = -\frac{v_o}{R}}$$

$$\boxed{\mathbf{v_o = -\,RC\,\frac{dv_s}{dt}}}$$

Non c'e' piu' il termine $\mathbf{RC\frac{dv_o}{dt}}$ perche' l'operazionale mantiene fissa a zero la tensione sull'armatura destra del condensatore che pertanto viene caricato da una differenza di potenziale che e' solo v_s

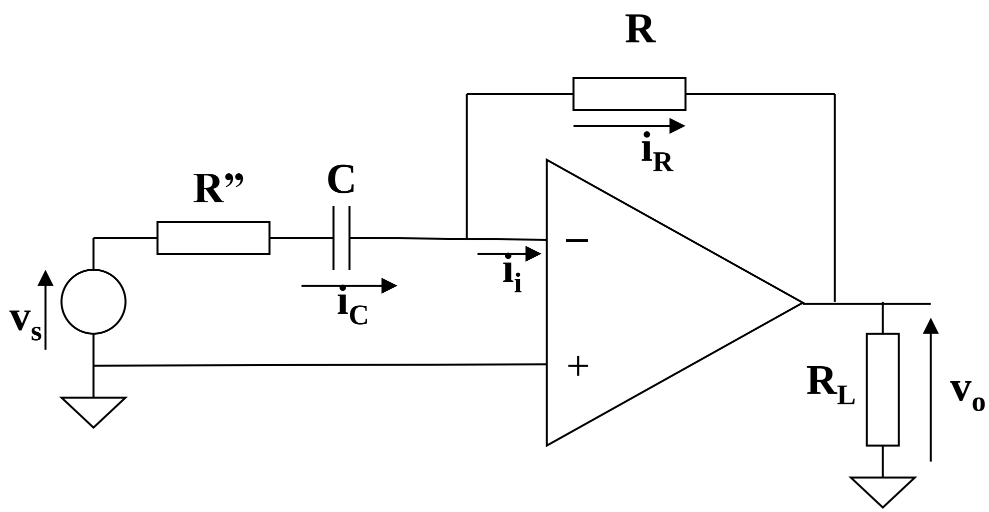
Se $\mathbf{v_s = V_m \sin \omega t \;\Longrightarrow\; v_o = -\,V_m RC\omega \cos \omega t}$ $\mathbf{|A_v| = \omega RC}$

L'amplificazione tende ad infinito per segnali di alta frequenza. ($X_C = 1/\omega C \rightarrow 0$)

$$\boxed{\mathbf{A_{vf} = -\frac{R_f}{X_C}}}$$

L'amplificazione cresce linearmente con la frequenza del segnale in ingresso. Questo comportamento genera dei problemi distorcendo i segnali o semplicemente amplificando 'noise HF' fino a coprire il segnale voluto.

Per eliminare l'inconveniente si pone una resistenza R" in serie al condensatore



$$R''' + C = R'' + 1/j\omega C$$

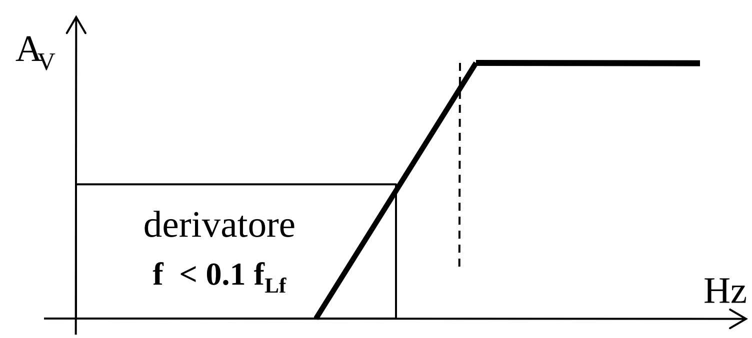
$$A_v = \frac{R}{R'' + 1/j\omega C}$$

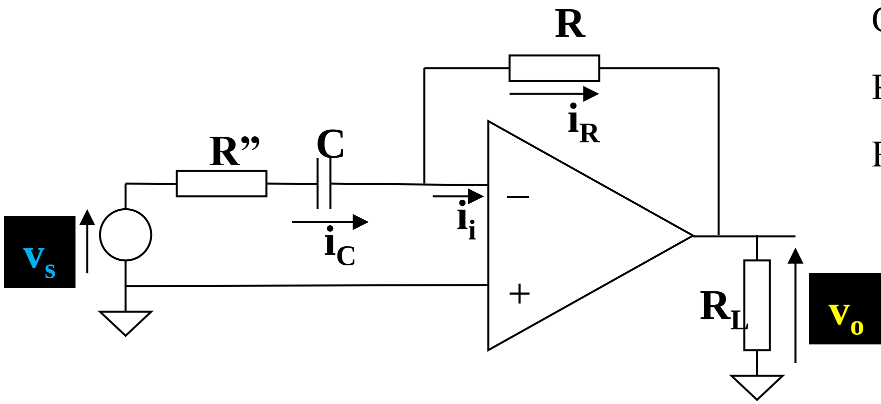
Alle alte frequenze il condensatore si comporta come un corto circuito. In ingresso pesa solo R" e l'amplificazione resta limitata al valore $|A_v| = R/R''$

Per frequenze basse la reattanza del condensatore domina su R" ed il circuito si comporta come un derivatore..

Per avere una buona derivata di un segnale in ingresso di frequenza f , R" e C devono essere scelti in modo che

$$f \leq 0.1 \frac{1}{2\pi R''C}$$





C = 100 nF

R = 1kΩ

R” = 100Ω

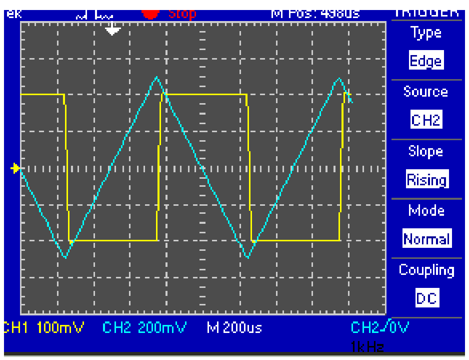
R”C = 10µs

f_{LF} = 1/(2πR”C) ~ 16KHz

DERIVATORE per frequenze < 1.6 KHz (T > 0.62 ms)

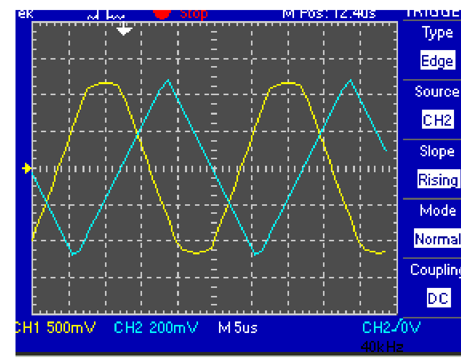
1kHz

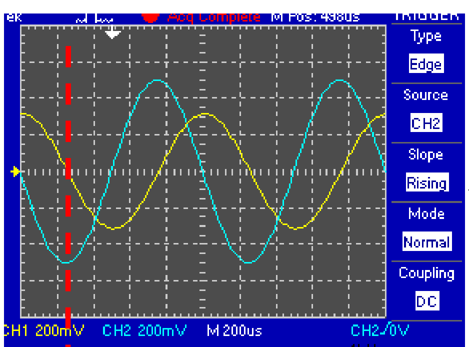
40kHz



In ingresso posso derivare una onda triangolare con periodo 1ms

… ma non una con periodo 25µs



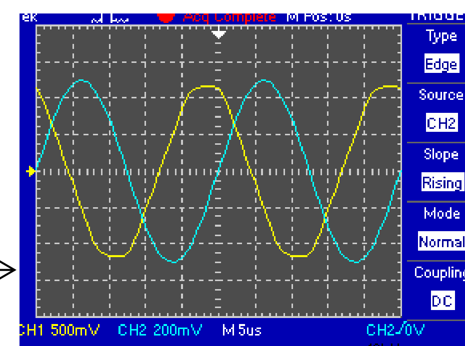


In ingresso posso derivare una sinusoide con frequenza 1 kHz

$V_{out} < V_{in}$

… ma non una da 40kHz

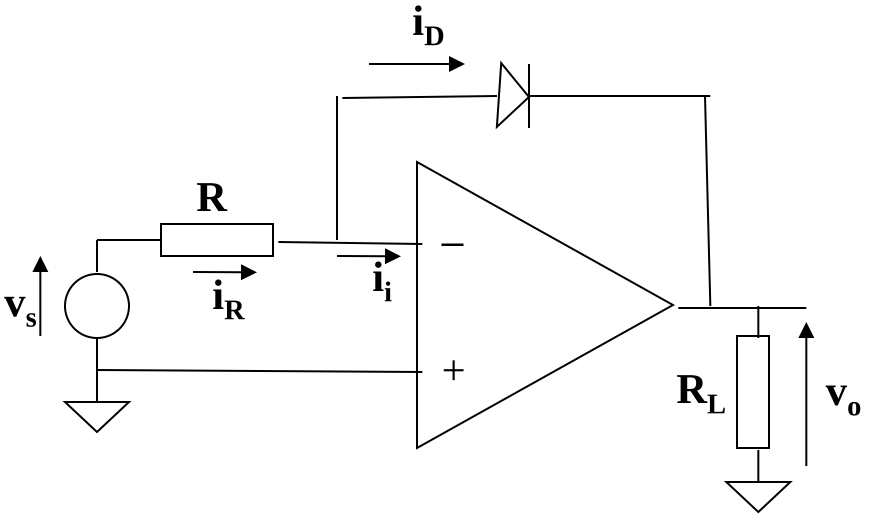
$V_{out} > V_{in}$



Uscita sfasata di π/2

ritardo di fase ≠ π/2

Amplificatore logaritmico: il segnale di uscita e' proporzionale al logaritmo del segnale in ingresso.



$$I_D = I_0 (e^{V/\eta V_T} - 1)$$

Ge → η =1

Si → η=2

$V_T = kT/q$ Equivalente in tensione della temperatura.

$V_T(300K) \sim 26mV$

$v_D = -v_o$

$$i_i = 0 \Rightarrow i_R = i_D \Rightarrow \frac{v_s}{R} = I_0 [\exp(-v_o/\eta V_T) - 1]$$

Trascurando I_0 abbiamo:

$$\exp(-v_o/\eta V_T) = \frac{v_s}{RI_0} \Rightarrow -\frac{v_o}{\eta V_T} = \ln(v_s/RI_o) \Rightarrow \boxed{v_o = -\eta V_T \ln(v_s/RI_o)}$$

v_o proporzionale a $\ln v_s$

Abbiamo trovato:

$$\mathbf{v_o = -\eta V_T \ln (v_s/RI_o)}$$

Utilizzando un diodo al silicio → $\eta = 2$ possiamo riscrivere:

$$\boxed{\mathbf{v_o = 2V_T \ln RI_o - 2V_T \ln v_S}}$$

<u>In laboratorio:</u>

Se si pone in ingresso un livello di tensione (continua) **di ampiezza 1 Volt** ($\ln v_S = 0$) possiamo misurare direttamente il valore della costante

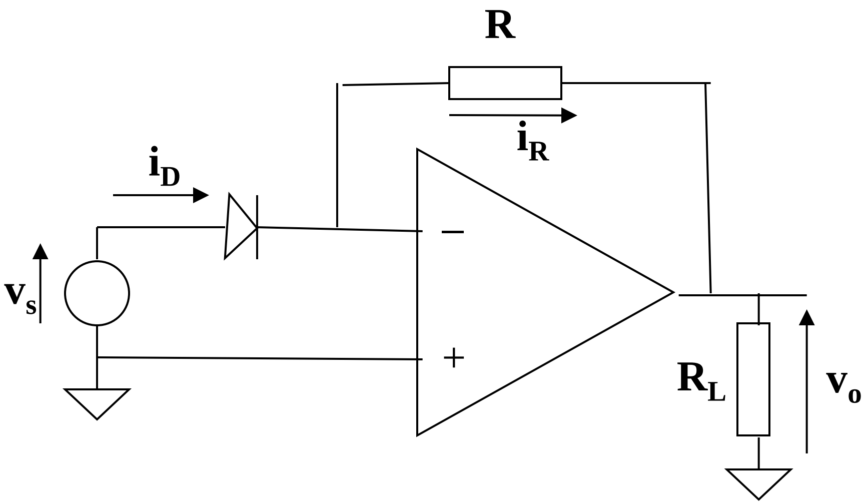
$$\mathbf{2V_T \ln RI_o}$$

Ottenuto questo valore si possono effettuare una serie di misure con in ingresso livelli differenti e studiare la relazione:

$$\mathbf{v_o = cost - 2V_T \ln v_S}$$

per ricavare sperimentalmente i valori di V_T (V_T =26mV @ 300°K) e successivamente quello di I_0.

Amplificatore anti - logaritmico: il segnale in uscita e' proporzionale all' esponenziale del segnale in ingresso.



$$i_D = \quad I_0\,[\,\exp(V_D/\eta V_T)\ -1]$$

$V_T = kT/q$ Equivalente in tensione della temperatura.
$V_T(300K) \sim 26mV$

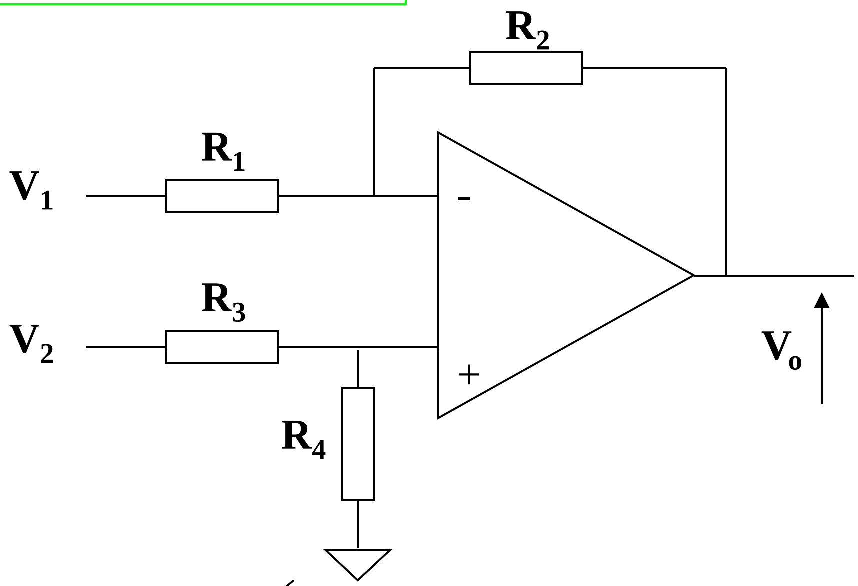
$$i_i = 0 \quad \Rightarrow \quad i_D = i_R \quad \Rightarrow \quad I_0\,[\,\exp(v_s/\eta V_T)\ -1] = -\frac{v_o}{R}$$

Trascurando $\mathbf{I_0}$ abbiamo:

$$\boxed{v_o = -RI_0\,[\,\exp(v_s/\eta V_T)\,]}$$

v_o **proporzionale a exp** (v_s)

Circuito amplificatore differenze : il segnale di uscita e' proporzionale alla differenza dei segnali in ingresso.



$$V^+ = \frac{V_2 R_4}{R_3 + R_4}$$

$$V^- = V_1 + \frac{V_o - V_1}{R_1 + R_2} R_1$$

$$V^- = V^+ \Rightarrow \frac{\cancel{R_1 V_1} + R_2 V_1 + R_1 V_o - \cancel{R_1 V_1}}{R_1 + R_2} = \frac{V_2 R_4}{R_3 + R_4} \Rightarrow \frac{R_2 V_1 + R_1 V_o}{R_1 + R_2} = \frac{V_2 R_4}{R_3 + R_4}$$

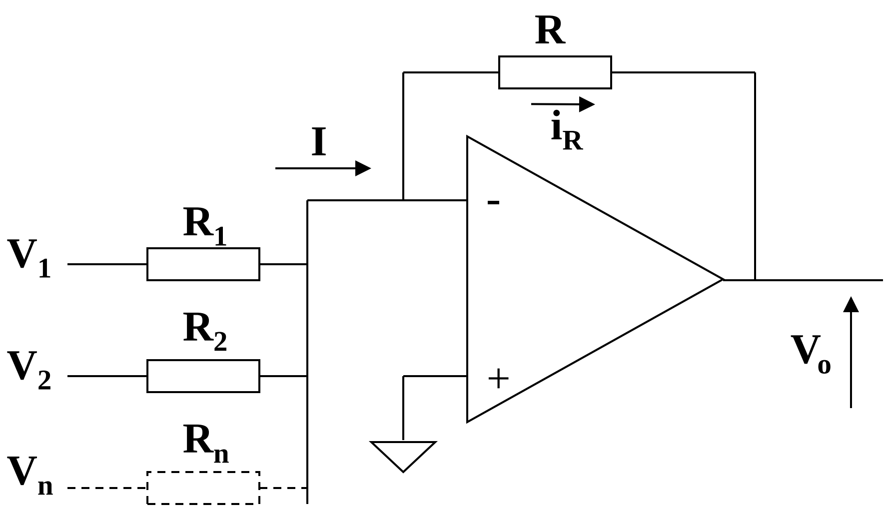
Dividiamo numeratore e denominatore per R_2 a sinistra e per R_4 a destra

$$\frac{V_1 + (R_1/R_2)V_o}{R_1/R_2 + 1} = \frac{V_2}{R_3/R_4 + 1}$$

Se $\mathbf{R_1/R_2 = R3/R4 = K}$ si ottiene:

$$\frac{V_1 + KV_o}{K+1} = \frac{V_2}{K+1} \Rightarrow \boxed{V_o = \frac{V_2 - V_1}{K}}$$

Circuito sommatore : il segnale di uscita e' proporzionale alla somma dei segnali in ingresso.



$$I = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \dots \frac{V_n}{R_n} = \sum_n \frac{V_n}{R_n}$$

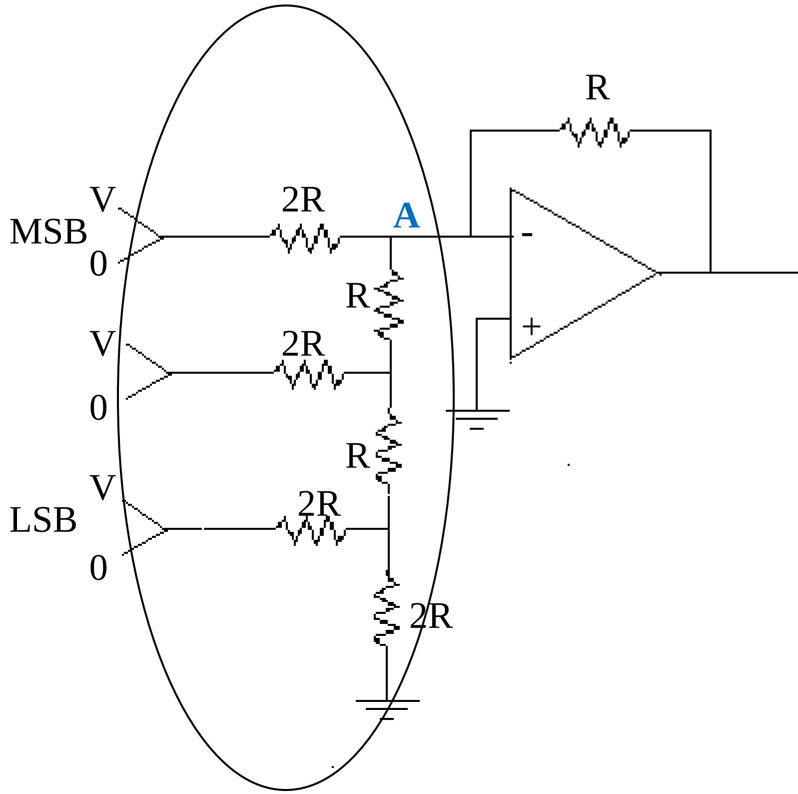
$$i_i = 0 \Rightarrow I = i_R \Rightarrow \sum_n \frac{V_n}{R_n} = -\frac{V_o}{R} \Rightarrow V_o = -R \sum_n \frac{V_n}{R_n}$$

Se si scelgono resistenze tutte uguali

$R_1 = R_2 = \dots R_n = R$

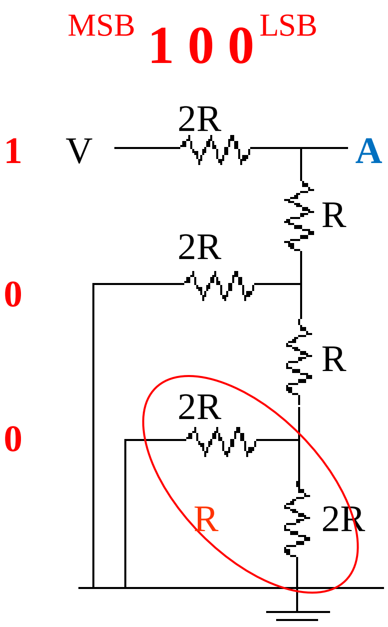
$$\Rightarrow \boxed{V_o = -\cancel{R} \sum_n \frac{V_n}{\cancel{R}} = -\sum_n V_n}$$

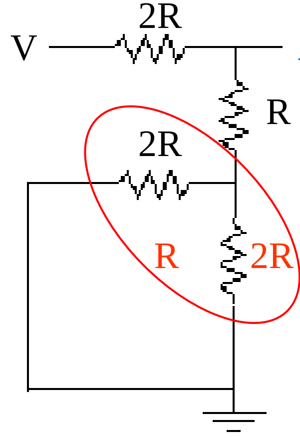
DAC R-2R

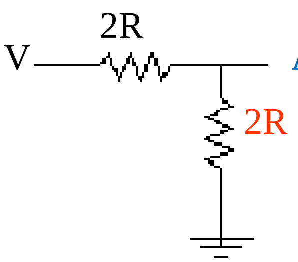


$$V_{out} = -\frac{V}{2^n}\,(LSB\cdot 2^0 + \ldots + MSB\cdot 2^{n-1})$$

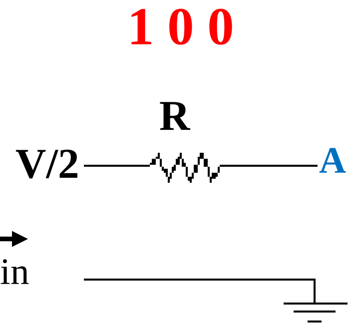
$$V_{out} = -\frac{V}{8}\,(B_0\cdot 2^0 + B_1\cdot 2^1 + B_2\cdot 2^2)$$







Thevenin



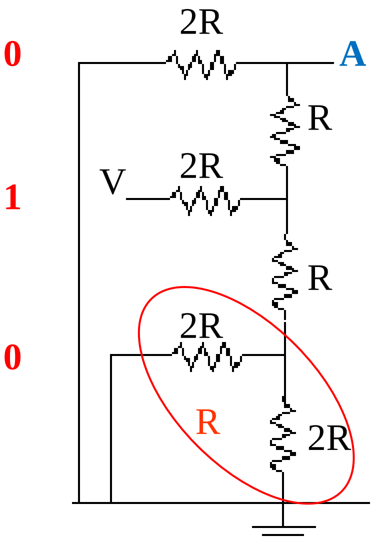
Solo MSB =1 → V_{out} = - V/2

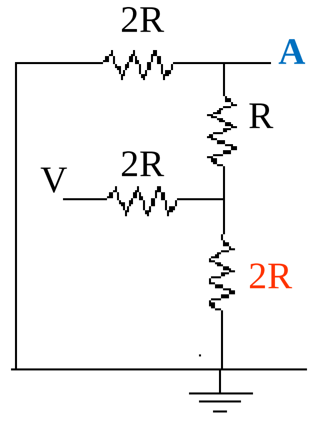
V_{out} = - V/8 x (4)

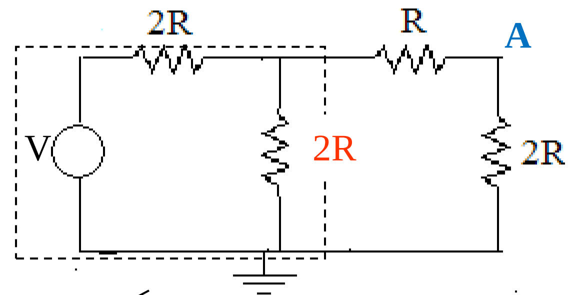
$$V_{out} = - \quad (LSB\cdot 2^0 + \ldots + MSB\cdot 2^{n-1})$$

$$V_{out} = - \quad (B_0\cdot 2^0 + B_1\cdot 2^1 + B_2\cdot 2^2)$$

MSB **0 1 0** LSB

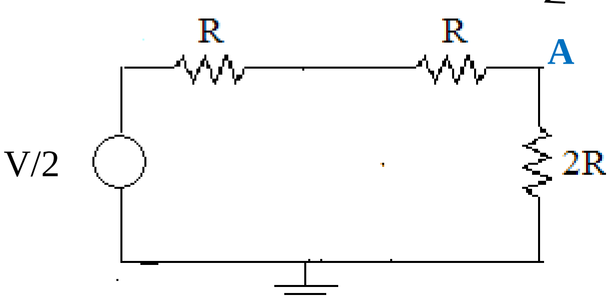




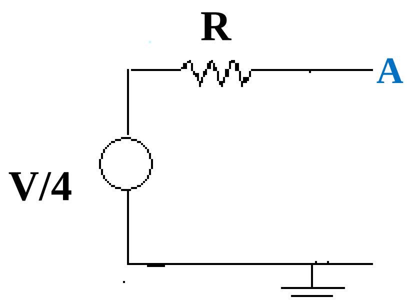


Thevenin

MSB **0 1 0** LSB



Thevenin

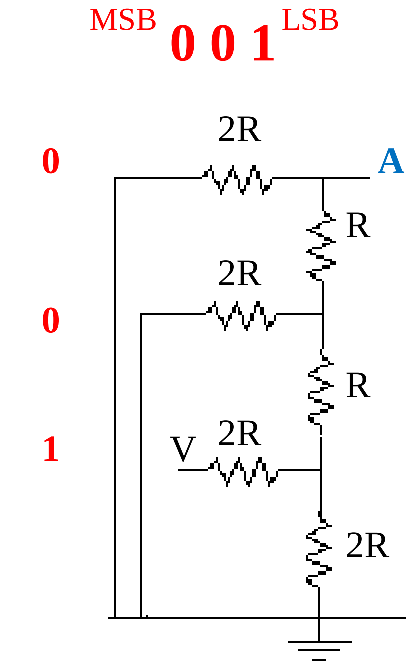


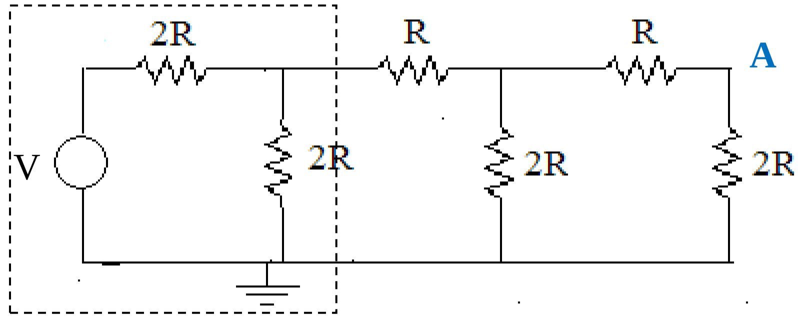
$$V_{out} = - V/4$$

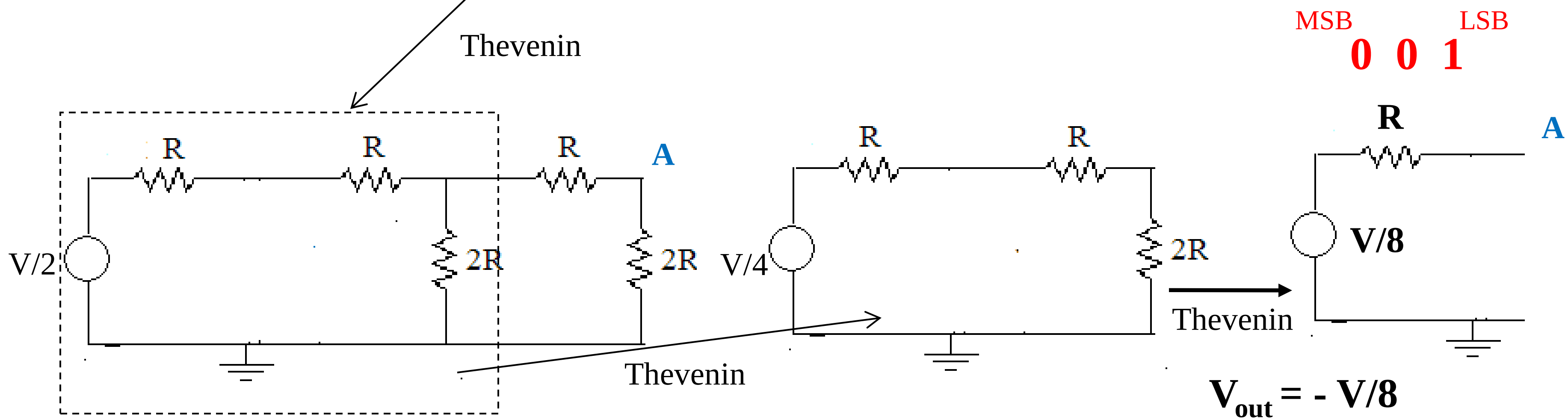
$$V_{out} = - V/8 \times (2)$$

$$V_{out} = - \quad (LSB \cdot 2^0 + \ldots + MSB \cdot 2^{n-1})$$

$$V_{out} = - \quad (B_0 \cdot 2^0 + B_1 \cdot 2^1 + B_2 \cdot 2^2)$$







V_{out} = - V/8

Solo LSB =1 → V_{out} = - V/8 x (1)