

## Najdaljša pot

### 1 Uvod

Za projektno nalogo pri predmetu finančni praktikum bova iskala najdaljše poti v grafih. Za razliko od problema iskanja najkrajše poti v grafih brez negativnih ciklov, ki je rešljiv v polinomskem času, pa je problem iskanja najdaljše poti NP-težak za splošne grafe. Za usmerjene aciklične grafe poznamo linearni algoritem, ki reši problem, kar je predvsem uporabno pri iskanju kritičnih poti.

Iskanje Hamiltonove poti v grafu  $G$  z  $n$  vozlišči lahko reduciramo na iskanje najdaljše poti, saj graf vsebuje Hamiltonovo pot, če je dolžina najdaljše poti grafa  $G$  enaka  $n - 1$ . Ker je iskanje Hamiltonove poti v grafu NP-težak problem, je posledično tudi iskanje najdaljše poti v grafu NP-težak problem. Če bi iskanje najdaljše poti bil polinomski problem, bi lahko poiskali najdaljšo pot v grafu in jo primerjali s številom vozlišč. Potemtakem bi bilo iskanje Hamiltonove poti polinomski problem, kar pa vemo da ni.

### 2 Usmerjeni aciklični grafi

V primeru usmerjenih acikličnih grafov poznamo več načinov, kako lahko v linearnem času poiščemo najdaljše poti. Eden izmed njih je, da za uteži povezav grafa  $G$  damo nasprotno vrednosti cen povezav istega grafa. Tako dobimo novi graf  $-G$ , katerega najkrajša pot je najdaljša pot v grafu  $G$ . Ker je graf  $G$  usmerjen in acikličnen, s tem nismo ustvarili negativnih ciklov in zato lahko uporabimo algoritme za iskanje najkrajših poti v grafih.

Drugi način je, da graf topološko uredimo, nato pa poiščemo najdaljše poti do vsakega vozlišča v grafu. To naredimo tako, da vozliščem dodamo maksimalno vrednost uteži povezav do njih oziroma najdaljše število povezav do njih, v primeru ko je graf neutežen. Če vozlišče nima vstopnih povezav mu dodelimo vrednost 0. Nato se vračamo od vozlišča z največjo vrednostjo proti začetku, pri čemer na vsakem koraku odštejemo ceno povezave oziroma 1 od predhodnega vozlišča. Pot po kateri pridemo do izhodišča topološko urejenega grafa, tako, da je končna vrednost enaka 0, je najdaljša pot v danem grafu.

### 3 Splošni grafih

Kot sva že omenila, je problem iskanja najdaljše poti v grafu NP-težak oziroma ni polinomski problem. Pri tem si pomagamo z barvanjem