

Rapport intermédiaire TMO 12

Etude, modélisation et optimisation paramétrique de la cinématique d'attelage d'un moteur thermique 2 temps innovant.

ANDRIEU Baptiste, DE BIGAULT CASANOVE Maxence, CHAAR Zeina, GONSOLIN Valentin, LOPERA PUERTA Sebastian

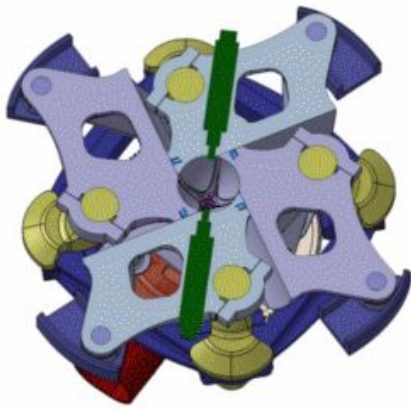
Introduction

Le secteur du transport est au cœur des enjeux environnementaux du XXI^e siècle. Chercheurs et ingénieurs accordent une grande importance à réduire la pollution atmosphérique, sonore, l'encombrement des moteurs. La difficulté pour stocker l'énergie électrique nous oblige à repenser le moteur thermique, encore majoritairement utilisé partout dans le monde. L'objectif est d'améliorer son rendement pour émettre moins de polluants. Mais cette amélioration a une limite physique, et au fil des années il est de plus en plus complexe d'innover efficacement dans ce domaine. A titre de comparaison, le moteur thermique a un rendement de l'ordre de 30% à 50% pour les plus performants, contre 95% pour le moteur électrique.

On peut expliquer ce faible nombre par les nombreuses pertes d'énergie au sein du moteur thermique. En premier lieu, le rapport entre l'énergie mécanique en sortie et l'énergie calorifique du carburant est majoré par le rendement de Carnot, dû aux lois de la physique qui régissent les machines thermodynamiques. A ce rendement de base on retire notamment les pertes mécaniques par frottements et les pertes thermiques qui ont lieu dans les échanges entre le fluide et les parois du moteur. Les pertes thermiques sont loin d'être négligeable : environ 25% dans un moteur standard.

C'est sur cette dernière partie que notre client M. Bonnefous s'est intéressé. Son axe d'approche original fut de réduire au maximum les surfaces d'échange thermique de la chambre de combustion pour limiter les flux à travers. Il lui a fallu repenser la géométrie de celle ci. Finalement, c'est une forme sphérique qu'il a retenu pour déposer son brevet. La sphère possède un meilleur rapport volume/surface que l'habituel cylindre. Ainsi pour une même cylindrée, on a moins de pertes thermiques. Notre client a estimé un gain de plus de 10% sur le rendement total grâce à son innovation.

Explication du fonctionnement



Ce moteur 2 temps fonctionne grâce à 4 pistons qui décrivent un mouvement de louvoiement. La chambre est un octaèdre zoomable dont les coins sont modifiés. Ainsi, au point mort haut, la chambre a une forme sphérique. Ce moteur, qui existe aujourd'hui en tant que maquette, propose bien des défis, notamment dans son mouvement complexe. C'est ce mouvement que nous étudions pour pouvoir définir une liaison entre chaque piston et le bâti optimale.

Etat de l'art

Comment améliorer le rendement d'un moteur à combustion interne ?

I - Modifier la combustion :

Optimisation de l'injection [3] / Sur-course de détente

II - Utiliser l'énergie électrique :

Hybridation du moteur [4] / Moteur électrique

Pertes dans un moteur :

- Pertes thermiques (Échappement, Surfaces de contact) : Environ 25 % des pertes [5]
- Pertes mécaniques (Frottement entre les pièces) : Environ 8 % des pertes [6]

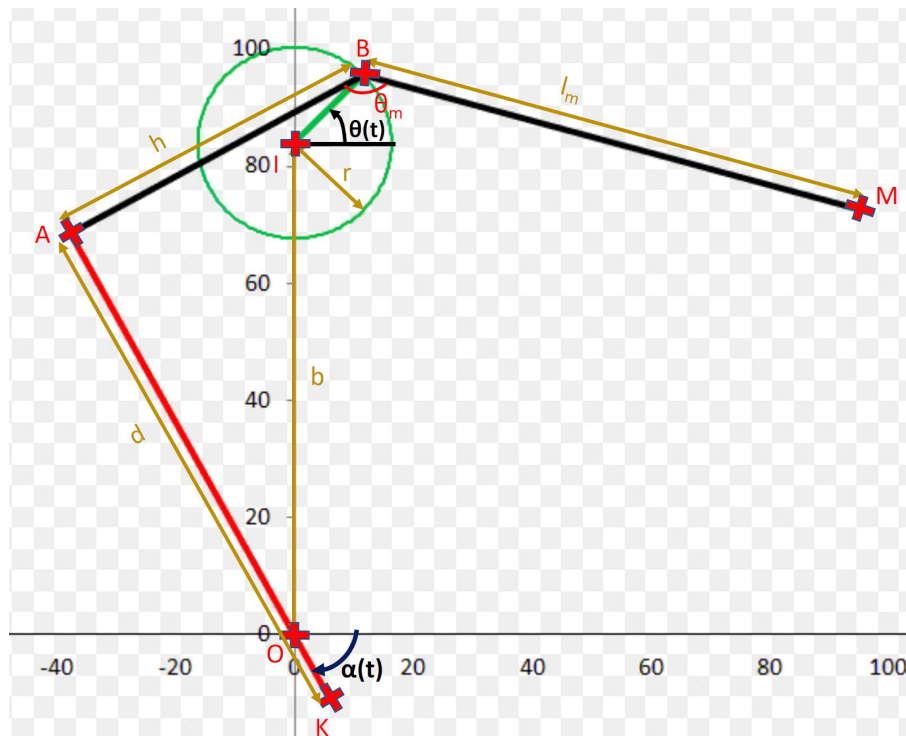
Modification de la géométrie : Sans précédent

- Optimisation du rapport surface/volume [7] : Réduction des pertes thermiques
- Meilleure combustion des gaz due à la géométrie [8] : Objectif de moteur à haut rendement

I. Etude Analytique

Le but de cette partie est d'établir une relation mathématique entre des paramètres d'entrée connus, et des paramètres de sortie inconnus, grâce à un modèle cinématique représentant les mouvements et liaisons des différentes pièces du moteur. Deux approches vont être effectuées. Dans un premier temps, nous allons définir la liaison « glissière » entre le piston et le bâti (trajectoire du point M sur le modèle suivant), en imposant le contact parfait entre deux pistons. Mais la trajectoire obtenue ainsi sera forcément une boucle, à cause du mouvement de louvoiement de la pièce. C'est impossible de construire une liaison simple définissant une telle trajectoire. Il faut donc définir une liaison type glissière (non rectiligne) qui épouse au mieux la première trajectoire. C'est donc dans un deuxième temps que l'on va imposer la liaison glissière, et déduire le jeu maximal entre deux pistons à tout

instant. Les deux approches peuvent paraître redondantes mais en réalité elles sont nécessaires pour mesurer le jeu et s'assurer du bon choix de la forme de la liaison. Entre les deux approches il y aura un travail d'optimisation pour trouver la trajectoire qui s'approche le mieux de la boucle obtenue lors de la première étude.



M est le point de liaison entre le piston et le bâti. C'est le point dont on cherche à déterminer la trajectoire, il a pour coordonnées dans le repère fixe (x,y). Pour faire varier ce point et obtenir par la suite la meilleure trajectoire possible (la plus « plate » possible), on introduit les deux grandeurs θ_m, l_m qui seront variables. Pour la deuxième démarche, après la phase d'optimisation de la trajectoire, ces deux grandeurs auront été fixées.

Première démarche :

Nous allons imposer le contact parfait entre les deux pistons. Pour représenter cette contrainte, nous allons fixer l'origine de notre repère comme le centre du moteur. Par symétrie, la droite de contact parfait entre deux pistons passera forcément par ce point. La démarche mathématique est ensuite classique. En faisant deux fermetures géométriques sur les points OABM et BMI on obtient d'une part une relation entre α (l'angle entre l'horizontale et la droite du contact) et θ (la position angulaire du vilebrequin), et d'autre part un système d'équation de (x,y), les coordonnées de M le point de la liaison piston/bâti, en fonction de (α, θ) .

Les deux fermetures géométriques :

$$\vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BM} + \vec{MO} = \vec{0} \quad \vec{BM} + \vec{MI} + \vec{IB} = \vec{0}$$

Ce qui nous donne les équations suivantes :

$$h = r.\sin(\alpha + \theta) + b.\cos \alpha \quad (1)$$

$$x = r.\cos \theta - l_m \sin(\alpha + \theta_m) \quad (2)$$

$$y = b + r.\sin \theta + l_m \cos(\alpha + \theta_m) \quad (3)$$

Finalement on pourra obtenir numériquement l'expression de x et y en fonction de θ , donc nous avons la trajectoire du point M à tout instant et pour toute configuration (θ_m, l_m) .

Deuxième démarche : trajectoire du piston imposée

Après la première approche, on a pu définir une liaison glissière entre le bâti et le piston. On a modélisé la trajectoire du point de contact entre le piston et le bâti par une courbe de Bézier. On cherche à connaître le jeu qu'il y a entre les deux pistons. Pour cela, on modélise le système {piston+vilebrequin+bâti} ainsi

schéma

La droite (AK) n'est pas physique, elle représente la droite de contact entre deux pistons dans l'hypothèse où il y a contact c'est à dire si elle passe par O(0,0). Le jeu est donc mesuré entre ce point O(0,0) (cas de contact parfait) et la droite (AK).

Pour cela nous allons réaliser une série de fermeture géométrique.

Les paramètres d'entrée sont donc la position angulaire du vilebrequin (θ) et la trajectoire du point M.

Le paramètre de sortie est la position d'un point quelconque B situé à une distance d de C sur la droite (AK).

Les paramètres déjà optimisés sont $\theta(M)$ et $l(M)$.

Une première fermeture géométrique s'écrit :

$$KM = KA + AB + BM$$

en projetant sur les axes x et y on obtient :

$$x(K) = x(M) + d \cdot \cos(\alpha) - h \cdot \sin(\alpha) - l(M) \cdot \sin(\alpha + \theta(M)) \quad (4)$$

$$y(K) = y(M) - d \cdot \sin(\alpha) - h \cdot \cos(\alpha) - l(M) \sin(\alpha + \theta(M)) \quad (5)$$

On a encore un paramètre inconnu qui est α .

On deuxième fermeture géométrique nous donne :

$$IM = IB + BM$$

en projetant également sur x et/ou y on obtient :

$$r.\cos(\theta) + l_m.\sin(\alpha + \theta_m) \quad (6)$$

$$r.\sin(\theta) + l_m.\cos(\alpha + \theta_m) \quad (7)$$

d'où une expression de α :

$$\alpha = f(\theta) \quad (8)$$

Maintenant que l'on a la position de tout point K sur la courbe à une distance d de A, on cherche à trouver l'écart entre le point O(0,0) et la droite (AK).

Pour cela on calcule le minimum de la fonction $f(d) = x(K)^2 + y(K)^2$ pour tout θ et tout $x(M)$, $y(M)$.

II. Résolution et modélisation informatique

A) Résolution analytique

Nous avons déterminé une expression analytique de l'équation de l'angle α en fonction de θ .

On a l'équation :

$$b * \cos(\alpha) - h - r * \sin(\alpha - \theta) = 0$$

Qui peut se mettre sous la forme :

$$(b + r * \sin(\theta)) * \cos(\alpha) - r * \cos(\theta) * \sin(\alpha) = h$$

On pose :

$$\cos(\beta) = \frac{b + r * \sin(\theta)}{\sqrt{b^2 + 2 * r * b * \sin(\theta) + r^2}}$$

$$\sin(\beta) = \frac{r * \cos(\theta)}{\sqrt{b^2 + 2 * r * b * \sin(\theta) + r^2}}$$

Donc on a :

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{r * \cos(\theta)}{b + r * \sin(\theta)} \right)$$

L'équation devient alors :

$$\cos(\alpha) * \cos(\beta) - \sin(\alpha) * \sin(\beta) = \frac{h}{\sqrt{b^2 + 2 * r * b * \sin(\theta) + r^2}}$$

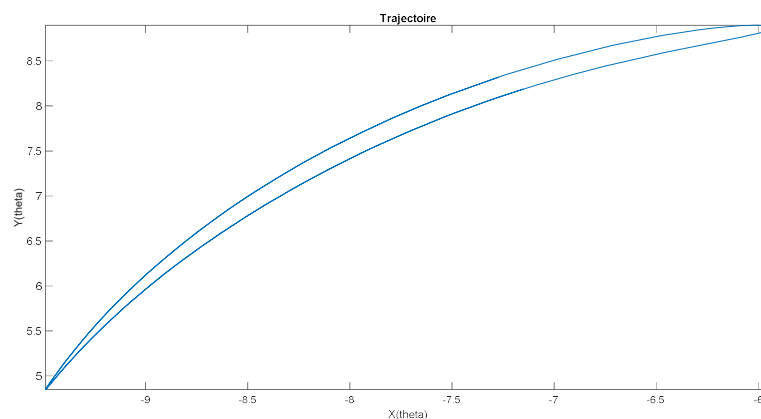
Ce qui donne :

$$\cos(\alpha + \beta) = \frac{h}{\sqrt{b^2 + 2 * r * b * \sin(\theta) + r^2}}$$

On obtient finalement :

$$\alpha(\theta) = \cos^{-1} \left(\frac{h}{\sqrt{b^2 + 2 * r * b * \sin(\theta) + r^2}} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{r * \cos(\theta)}{b + r * \sin(\theta)} \right)$$

On en déduit les formules $X(\theta)$ et $Y(\theta)$, nous amenant au tracé ci-dessous.



B) Approche numérique

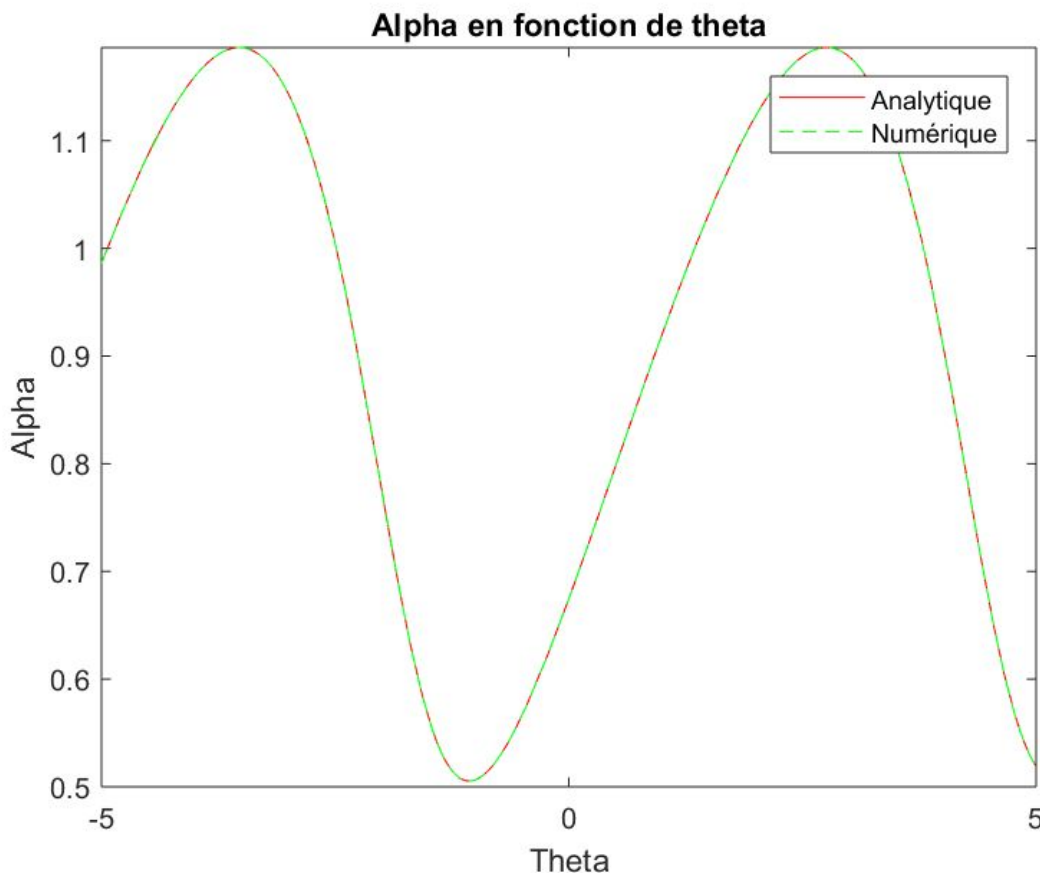
L'étude géométrique permet d'obtenir l'équation pour α :

$$b * \cos(\alpha) - h - r * \sin(\alpha - \theta) = 0 \quad (9)$$

Pour résoudre ceci numériquement, nous avons, dans un premier temps, utilisé le calcul symbolique de MatLab. Celui-ci nous a permis d'obtenir une expression analytique de α . En traçant cette solution, on aperçoit bien le caractère périodique sur α . Cependant, le résultat complexe obtenu contient une partie imaginaire et est difficile à manipuler tout en gardant un temps d'exécution correct. En effet, le calcul symbolique se révèle être beaucoup plus long qu'un calcul numérique, il est par exemple très long d'obtenir une dérivée.

Nous avons donc plutôt choisi une solution qui utilise le caractère périodique de α . Pour cela, nous résolvons l'équation pour certaines valeurs de θ . Puis nous utilisons la fonction fit de MatLab qui permet d'approcher ses points par une série de Fourier.

Ainsi, en prenant un grand nombre de valeurs de θ et en gardant les 8 premiers coefficients de la série de Fourier obtenue, nous obtenons une expression plus simple de α qui s'approche de l'expression réelle par une erreur que nous pouvons majorer. Nous pouvons alors comparer les deux expressions de α obtenue.



Finalement, nous obtenons bien deux expressions de α que nous pourrions utiliser par la suite dans le but d'optimiser notre problème.

III. Optimisation et résultats

La résolution informatique permet d'obtenir l'expression de la position du point qui nous intéresse en fonction de l'angle theta. Notre objectif est de minimiser la "boucle" décrite par ce point pendant un tour de vilebrequin. Pour cela, nous devons définir un critère numérique associé à cette boucle qu'il conviendra de minimiser ou maximiser.

Nous avons choisi comme critère l'intégrale de la surface à l'intérieur de la boucle. En effet, la minimiser revient bien à approcher la boucle d'une courbe, ce qui est notre objectif. De plus, en utilisant le théorème de Green dans la boucle on obtient une formule simple de l'aire :

$$\iint_B dx dy = \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} x \frac{dy}{d\theta} d\theta \quad (10)$$

Nous pouvons donc définir une fonction qui à (l_m, θ_m) associe l'intégrale de la boucle définie par la trajectoire du point M.

Pour minimiser cette fonction, nous utilisons le module d'optimisation de MatLab.

Définition du problème

Tout d'abord, dans toute problème d'optimisation on doit définir :

- Les paramètres du design du problème.
- Les variables d'optimisation qu'on veut obtenir pour arriver à l'optimal.
- La fonction objective à minimiser.

D'après la géométrie du moteur on a les **paramètres** fixes :

b [cm]	h [cm]	r [cm]
8	5.3	2

Les **variables** du problème d'optimisation sont l_m et θ_m .

Pour la **fonction objective** on a défini l'aire dans l'intérieur de la courbe qu'on veut optimiser, alors l'objectif sera de minimiser l'aire de cette courbe pour minimiser l'écart et le frottement qui est provoqué.

Algorithmes d'optimisation

Maintenant avec le problème bien défini on peut passer à choisir un algorithme d'optimisation. On peut distinguer principalement deux types d'algorithmes, les algorithmes de type gradient et les méthodes heuristiques.

- Algorithmes de type gradient :

Sont des algorithmes basés sur la recherche d'optima locaux grâce aux développements de Taylor des fonctions, donc tous ces méthodes sont itératives dans lesquels il est nécessaire de calculer le gradient et dans quelques d'eux la matrice Hessiane aussi.

Ces méthodes peuvent être améliorés en combinaison avec des régions de confiance dans le milieu de lesquelles on met le centre de la nouvelle région dans chaque itération.

Les méthodes plus connus sont :

- Méthode de Newton plus régions de confiance
- Méthodes quasi-Newton

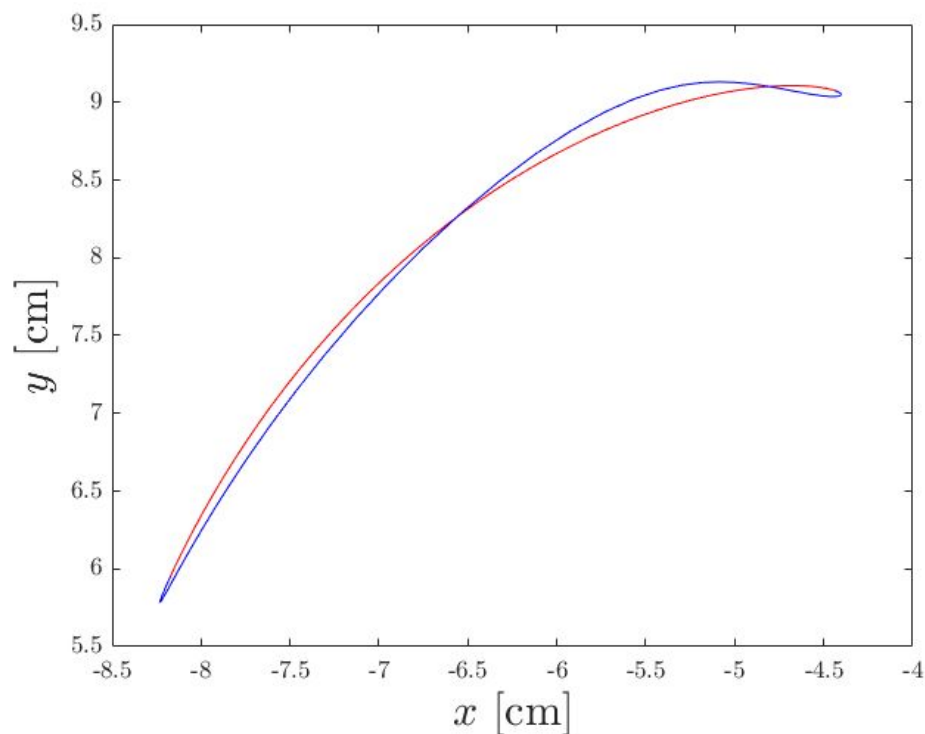
On a implémenté la méthode type gradient avec la fonction de Matlab *fminunc*, laquelle nous permet de choisir si on veut une méthode avec des régions de confiance ou une méthode quasi-Newton ainsi que la méthode pour calculer la matrice Hessienne parmi BFGS, DFP ou 'steepest descent'.

- Méthodes heuristiques :

Ces algorithmes sont basés sur le concept de la logique pour trouver les solutions à des problèmes. Dans le cas traité ici, on va utiliser l'algorithme de Nelder Mead qui est implémenté en Matlab par la fonction *fminsearch*. Cet algorithme utilise des figures géométriques de dimension (n-1) par rapport au problème et dans ses sommets est évalué la fonction objective donc le sommet le plus optimal agit comme pivot pour la prochaine iteration.

Résultats

Cette méthode d'optimisation permet d'aboutir au résultat suivant :



Cela correspond à des valeurs $I_m = 6.5257$ et $\theta_m = 0.8597$.

Le résultat obtenu n'est pas celui que l'on attend. En effet, on se rend compte que ici l'intégrale est minimale car les différentes "boucles" qui composent la trajectoire se compensent. Ceci est dû au fait que l'intégrale calculée est une aire algébrique. Ainsi, une partie étant négative et l'autre positive, il y a compensation pour obtenir une intégrale totale proche de zéro.

Nous devons donc définir une autre fonction d'optimisation qui ne soit pas sensible à ce problème.

Conclusion

Dans un premier temps, nous obtenons par une fermeture géométrique une expression du problème à résoudre.

Nous résolvons cette expression de deux manières : d'une manière analytique puis de manière numérique en faisant apparaître une série de Fourier car la fonction est périodique. A partir de cette expression de α , nous pouvons obtenir la trajectoire du point M. Ce point décrit bien une "boucle" qu'il faut "minimiser". Pour cela, nous définissons une fonction à minimiser.

On résout le problème d'optimisation avec deux méthodes, une méthode de type gradient et un algorithme Nelder Mead pour comparer les résultats.

Pour l'instant les méthodes heuristiques nous donnent meilleurs résultats. On doit améliorer le critère de recherche du optimal pour obtenir des meilleurs résultats.

Cependant, cette méthode ne fonctionne pas pour l'instant à cause de la fonction à minimiser. Pour le moment, nous prenons l'intégrale mais à cause de considérations de signes, cette optimisation est insuffisante. Nous choisirons par la suite une autre fonction.

Ensuite, il va falloir modéliser le problème dans l'autre sens, c'est à dire à partir de l'expression de la trajectoire, mesurer l'erreur à l'origine.

Bibliographie

- [1] Edouard Bonnefous, brevet n°1301584, déposé en France en 2013, non publié
- [2] Groupe TMO10, *Simulation du balayage d'une chambre de combustion sphérique*, Ecole Centrale Paris, 2017
- [3] Splitter, D., Reitz, R., and Hanson, R., *High Efficiency, Low Emissions RCCI Combustion by Use of a Fuel Additive* SAE Int. J. Fuels Lubr. 3(2):742-756, 2010
- [4] Fawzy T. Abdelmalek, High efficiency hybrid car with gasoline engine, and electric battery powered motor, Brevet US 5327987, 1994
- [5] *Etude des pertes thermiques pariétales d'un moteur*, Bastien Boust, 2006.
- [6] *Wear International Journal : Volume 221 - Issue 1*, C.M. Taylor, 1998.
- [7] *Heat Transfer*, Taine, Enguehard, Iacona, Dunod, 2014
- [8] Bonnefous E. Marcinkowski J. *Calcul du rendement d'un moteur 2 temps inédit à chambre sphérique et sur-course de détente*, COFRET'14, 04/2014

Rétro-planning

