Oblig 3c

Gormery K. Wanjiru 20. april 2024

Innhold

1	(15)	$\%) ext{ kap. 17: oppgave 1.c}$	4	
2	(15)	%) kap. 17: oppgave 1.d	4	
3	Ter	Terningdropp-oppgaven: (Totalt 50%)		
	3.1	(5%) Tegn et diagram med samtlige datapunkter, og legg på		
		den lineære regresjonslinjen	4	
		3.1.1 R kode	4	
	3.2	(15%) Bruk nøytrale prior hyperparametre, og finn posterior		
		og prediktive sannsynlighetsfordelinger, det vil si, sannsynlig-		
		hetsfordelinger for τ , b , $y(x)$ og $Y^+(x)$	5	
		3.2.1 R kode	5	
	3.3	(5%) Finn et $80%$ kredibilitetsintervall (intervallestimat) for		
		stigningstallet b	6	
		3.3.1 R kode	6	
	3.4	(5%) Finn et 80% kredibilitetsintervall (intervallestimat) for		
		standardavviket σ . (Hint: Bruk verdiene fra τ og regn om ved	_	
		å bruke at $\tau = \frac{1}{\sigma^2}$)	7	
	2 5	3.4.1 R kode	7	
	3.5	(5%) Finn et 80% kredibilitetsintervall (intervallestimat) for	7	
		y(x)	7	
	3.6	3.5.1 R kode	1	
	5.0	kurve over, og en under regresjonslinjen. Plott disse kurvene		
		inn sammen med regresjonslinjen	8	
	3.7	(5%) Finn verdien $R^2 = \frac{SS_y - SS_e}{SS_y}$. Dette tallet forteller hvor	O	
	0.1	stor del av variasjonen i y som kan forklares av linja $y = a + bx$.		
		For de av dere som bruker dataverktøy for å finne dette: angi		
		hvordan dere fant det	8	
		3.7.1 R kode	8	
	3.8	(5%) Finn R^2 for regresjonen mellom z (utfall på terningen)	O	
	3.3	og x (dropphøyde). Kommenter hva forskjellen mellom R^2 for		
		$y \text{ og } R^2 \text{ for } z \text{ sier oss.} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$	9	
		3.8.1 R kode	9	

4	(Tot	talt 20%) Følgende R-kode vil plukke ut et utvalg av ob-		
	servasjonene.			
	4.1	(5%) Kjør 50 runder, og bruk $N=15$. For hver runde, gjør		
		oppgave 3a, men tegn regresjonslinjene sammen, i samme graf.		
		Hva ser du?	10	
	4.2	(5%) Kjør en runde med N henholdsvis lik 5, 15, 50 og 200.		
		For hver runde, gjør oppgavene 3c og 3d. Hva ser du?	10	
	4.3	(10%) Kjør en runde med N henholdsvis lik 5, 15, 50 og 200.		
		For hver runde, gjør oppgaven 3f. Tegnes i hvert sitt diagram.		
		Hva ser du?	10	
T 7				
Vedlegg			11	
Vedlegg A				

1 (15%) kap. 17: oppgave 1.c

ikke gjørt

2 (15%) kap. 17: oppgave 1.d

ikke gjørt

- 3 Terningdropp-oppgaven: (Totalt 50%)
- 3.1 (5%) Tegn et diagram med samtlige datapunkter, og legg på den lineære regresjonslinjen.
- 3.1.1 R kode

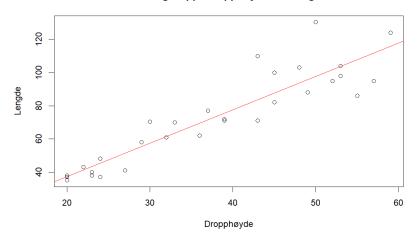
```
# Les inn data fra CSV-filen
data <- read.csv('terningDropp.csv')

# Utfør lineær regresjon
fit <- lm(Lengde ~ Dropp, data=data)

# Lag plot med datapunkter og regresjonslinje
plot(data$Dropp, data$Lengde, xlab='Dropphøyde', ylab='Lengde', main='Terningdroabline(fit, col='red')</pre>
```

SVAR:

Terningdropp: Dropphøyde vs. Lengde



Figur 1: (3a)

3.2 (15%) Bruk nøytrale prior hyperparametre, og finn posterior og prediktive sannsynlighetsfordelinger, det vil si, sannsynlighetsfordelinger for τ , b, y(x) og $Y^+(x)$.

3.2.1 R kode

```
# Prior hyperparametre
alpha <- 1
beta <- 1

# Likelihood hyperparametre
mu0 <- 0
sigma0 <- 1

# Beregn posterior hyperparametre
n <- length(data$Lengde)
x_bar <- mean(data$Dropp)
s_xx <- sum((data$Dropp - mean(data$Dropp))^2)

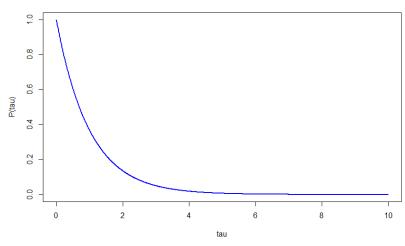
alpha_post <- alpha + n/2
beta_post <- beta + 1/2 * s_xx</pre>
```

```
# Definer sannsynlighetsfordelingen for tau
tau_values <- seq(0.001, 10, by = 0.01)
prior_tau <- dgamma(tau_values, shape = alpha, scale = beta)

# Plot sannsynlighetsfordelingen for tau
plot(tau_values, prior_tau, type = "l", col = "blue", lwd = 2, xlab = "tau", ylamain = "Prior sannsynlighetsfordeling for tau (precision parameter)")</pre>
```

SVAR:

Prior sannsynlighetsfordeling for tau (precision parameter)



Figur 2: (3b-v2)

3.3 (5%) Finn et 80% kredibilitetsintervall (intervallestimat) for stigningstallet b.

3.3.1 R kode

```
# Bruk sannsynlighetsfordelingen fra oppgave 3b
alpha_post <- alpha + n/2
beta_post <- beta + 1/2 * s_xx</pre>
```

Generer posterior for tau (gamma-fordeling)

```
posterior_tau <- rgamma(10000, shape = alpha_post, rate = beta_post)

# resultater
print(paste("Posterior for tau (precision parameter): Gamma(", alpha_post, ",",
SVAR:</pre>
```

[1] "Posterior for tau (precision parameter): Gamma(16 , 2326.3333333333)"

Figur 3: (3c-v2)

- 3.4 (5%) Finn et 80% kredibilitetsintervall (intervallestimat) for standardavviket σ . (Hint: Bruk verdiene fra τ og regn om ved å bruke at $\tau = \frac{1}{\sigma^2}$)
- 3.4.1 R kode

```
# Bruk sannsynlighetsfordelingen fra oppgave 3b
lower_bound_sigma <- sqrt(1 / qgamma(alpha/2, shape = alpha_post, scale = 1/beta
upper_bound_sigma <- sqrt(1 / qgamma(1 - alpha/2, shape = alpha_post, scale = 1/beta</pre>
```

Print resultatet

print(paste("80% kredibilitetsintervall for standardavviket sigma: [", lower_box

SVAR:

[1] "80% kredibilitetsintervall for standardavviket sigma: [12.1851299975221 , 12.1851299975221]"

- 3.5 (5%) Finn et 80% kredibilitetsintervall (intervallestimat) for y(x).
- 3.5.1 R kode

```
# Beregn kredibilitetsintervall for y(x)
alpha <- 0.2 # 80% kredibilitet
t_critical <- qt(1 - alpha/2, df=n-2)</pre>
```

```
lower_bound_yx <- pred_mean - t_critical * sqrt(pred_var)
upper_bound_yx <- pred_mean + t_critical * sqrt(pred_var)
print(paste("80% kredibilitetsintervall for y(x): [", lower_bound_yx, ",", upper
SVAR:
[1] "80% kredibilitetsintervall for y(x): [ 60.6172595799277 , 91.0537075454546 ]"</pre>
```

Figur 5: (3e)

3.6 (5%) 80% intervallestimatet for y(x) er funksjoner av x, og en kurve over, og en under regresjonslinjen. Plott disse kurvene inn sammen med regresjonslinjen.

slitte litt med å plotte

- 3.7 (5%) Finn verdien $R^2 = \frac{SS_y SS_e}{SS_y}$. Dette tallet forteller hvor stor del av variasjonen i y som kan forklares av linja y = a + bx. For de av dere som bruker dataverktøy for å finne dette: angi hvordan dere fant det.
- 3.7.1 R kode

```
# Beregn R^2
SS_y <- sum((data$Lengde - mean(data$Lengde))^2)
SS_e <- sum(residuals(fit)^2)
R_squared <- (SS_y - SS_e) / SS_y
print(paste("Verdien av R^2:", R_squared))
SVAR:</pre>
```

[1] "Verdien av R^2: 0.834592323900881"

Figur 6: (3g)

3.8 (5%) Finn R^2 for regresjonen mellom z (utfall på terningen) og x (dropphøyde). Kommenter hva forskjellen mellom R^2 for y og R^2 for z sier oss.

3.8.1 R kode

```
# Utfør lineær regresjon for z vs. x
fit_z <- lm(Verdi ~ Dropp, data=data)

# Beregn R^2 for z
SS_z <- sum((data$Verdi - mean(data$Verdi))^2)
SS_e_z <- sum(residuals(fit_z)^2)
R_squared_z <- (SS_z - SS_e_z) / SS_z

print(paste("Verdien av R^2 for z:", R_squared_z))
print("Forskjellen mellom R^2 for y og R^2 for z indikerer hvor mye av variasjon</pre>
```

SVAR:

```
> print(paste("Verdien av R^2 for z:", R_squared_z))
[1] "Verdien av R^2 for z: 0.0335735339514531"
> print("Forskjellen mellom R^2 for y og R^2 for z indikerer hvor mye av variasjonen i utfallet på terningen (z) og lengden (y) som forklares av modellen.")
[1] "Forskjellen mellom R^2 for y og R^2 for z indikerer hvor mye av variasjonen i ut fallet på terningen (z) og lengden (y) som forklares av modellen."
```

Figur 7: (3i)

- 4 (Totalt 20%) Følgende R-kode vil plukke ut et utvalg av observasjonene.
- 4.1 (5%) Kjør 50 runder, og bruk N=15. For hver runde, gjør oppgave 3a, men tegn regresjonslinjene sammen, i samme graf. Hva ser du?
- 4.2 (5%) Kjør en runde med N henholdsvis lik 5, 15, 50 og 200. For hver runde, gjør oppgavene 3c og 3d. Hva ser du?
- 4.3 (10%) Kjør en runde med N henholdsvis lik 5, 15, 50 og 200. For hver runde, gjør oppgaven 3f. Tegnes i hvert sitt diagram. Hva ser du?

Vedlegg

Vedlegg A

Referanser

[1] ${\tt https://tma4245.math.ntnu.no/viktige-diskrete-fordelinger/poissonprosess-og-poissonfordeling} \ NTNU$