Formulalar. Tengkuchli formulalar

Oldingi paragrafda asosan mantiqiy amallarni o'rganib chiqdik. Endi bu amallar orasida bog'lanishlar mavjudligini ko'rsatamiz. Buning uchun tengkuchli mulohazalar tushunchasini kiritamiz.

$$x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n \qquad (1)$$

n ta mulohaza berilgan bo'lsin.

3.1-ta'rif. (1) mulohazalarni inkor, diz'yunkstiya, kon'yunkstiya, implikastiya va ekvivalenstiya mantiqiy amallar vositasi bilan ma'lum tartibda birlashtirib hosil etilgan murakkab mulohazaga formula deb aytamiz.

Masalan: $[x_1 \vee (x_2 \wedge x_3)] \to x_4$; $[x_1 \wedge (x_2 \to x_3)] \vee (x_4 \leftrightarrow x_5)$; $(x \leftrightarrow y) \wedge (x \vee y)$;

$(x \to y) \wedge (y \to z) \to (z \to x)$ murakkab mulohazalar formulalar bo'ladilar. Qavslar mulohazalar ustida mantiqiy amallarning qay tartibda bajarilishini ko'rsatadi.

Endi formula tushunchasiga matematik ta'rif beraylik. Bu tushuncha quyidagicha aniqlanadi.

3.2-ta'rif. 1) har qanday $x_1, x_2, ..., x_n$ mulohazalarning istalgan biri formuladir;

2) agar A va B larning har biri formula bo'lsa, u holda $(A \wedge B)$, $(A \vee B)$, $(A \rightarrow B)$, $(A \Leftrightarrow B)$ va $\overline{A}$ lar ham formulalardir.

3) 1 va 2-bandlarda ko'rsatilgan ifodalardan tashqari boshqa hech qanday ifoda formula bo'la olmaydi.

$x_1, x_2, ..., x_n$ o'zgaruvchilarni elementar formulalar deb ataymiz.

Keyinchalik formulani lozim bo'lgandagina $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ funkstiya shaklida belgilashdan foydalanamiz.

Har qanday formula uchun chinlik jadvali tuzish mumkin. Buning uchun asosiy chinlik jadvallaridan ketma-ket foydalanish kerak.

Masalan, $(x \wedge y) \rightarrow (\overline{\bar{x} \vee y})$ formulaning chinlik jadvali quyidagicha bo'ladi:

x	y	$\bar{x}$	$x \wedge y$	$\bar{x} \vee y$	$\overline{\bar{x} \vee y}$	$(x \wedge y) \rightarrow (\overline{\bar{x} \vee y})$
ch	ch	yo	ch	ch	yo	yo
ch	yo	yo	yo	yo	ch	ch
yo	ch	ch	yo	ch	yo	ch
yo	yo	ch	yo	ch	yo	ch

Shunday qilib, har qanday formulaga {ch, yo} to'plamining bir elementi mos qilib qo'yiladi.

3.3-ta'rif. A va B formulalar berilgan bo'lsin. (1) elementar mulohazalarning har bir qiymatlari satri uchun A va B formulalarning mos qiymatlari bir xil bo'lsa, A va B formulalarga tengkuchli formulalar deb aytiladi va bu $A = B$ tarzda belgilanadi. (1) qatorning kamida bitta qiyatlari satri uchun A va B formulalarning mos qiymatlari bir xil bo'lmasa, u holda A va B formulalarga tengkuchlimas formulalar deb aytiladi va $A \neq B$ ko'rinishda belgilanadi.

A va B formulalarning tengkuchli bo'lish-bo'lmasligi ular uchun tuzilgan chinlik jadvallari yordamida aniqlanadi.

Misollar. 1. $\bar{x} \vee y = A$ va $B = x \rightarrow y$ formulalar berilgan bo'lsin.

x	y	$\bar{x}$	$\bar{x} \vee y$	$x \rightarrow y$
ch	ch	yo	ch	ch
ch	yo	yo	yo	yo
yo	ch	ch	ch	ch
yo	yo	ch	ch	ch

Jadvaldan ko'rinib turibdiki, to'rtala qiymatlar satri uchun A va B formulalarning mos qiymatlari bir xil. Demak, ta'rifga asosan $A = B$.

2. $x \vee x = x$ tengligi isbot etilsin. $A = x \vee x$, $B = x$.

x	$x \vee x$
ch	ch
yo	yo

Demak, jadvalga asosan $A = B$.

3. $A = (x \vee \bar{x}) \wedge y, \quad B = y.$

x	y	$\bar{x}$	$x \vee \bar{x}$	$(x \vee \bar{x}) \wedge y$
ch	ch	yo	ch	ch
ch	yo	yo	ch	yo
yo	ch	ch	ch	ch
yo	yo	ch	ch	yo

Demak, $(x \vee \bar{x}) \wedge y = y$.

Xuddi shunday quyidagi tengkuchliliklarni isbotlash mumkin:

4. $x \vee \bar{x} = y \vee \bar{y}$, 5. $x \vee (x \wedge y) = x$,

6. $(x \vee \bar{x}) \to y = (x \wedge \bar{x}) \vee y$, 7. $x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$.

Oddiy algebrada tenglik belgisi «=» quyidagi aksiomalarni qanoatlantiradi: 1) ixtiyoriy a son uchun $a=a$ (refleksivlik); 2) agar $a=b$ bo'lsa, u holda $b=a$ (simmetriklik); 3) agar $a=b$, $b=c$ bo'lsa, u holda $a=c$ (tranzitivlik) bo'ladi.

Shunga o'xshash, mulohazalar algebrasida, ekvivalentlik ta'rifidan osonlik bilan ko'rish mumkinki, u refleksiv, simmetrik va tranzitiv, ya'ni

1) ixtiyoriy x mulohaza uchun $x \equiv x$;

2) ixtiyoriy ikki x va y mulohazalar uchun, agar $x \equiv y$ bo'lsa, u holda $y \equiv x$;

3) ixtiyoriy x, y, z uchta mulohazalar uchun $x \equiv y$ va $y \equiv z$ bo'lsa, u holda $x \equiv z$.