



Matematik mantiqning ushbu mulohazalar algebrasi deb atalgan bo‘limida asosiy tekshirish ob’ektlari bo‘lib gaplar xizmat qiladi. Matematik mantiq har bir gapning ma’nosiga qarab, uning chin, haqqoniy, to‘g‘ri yoki yolg‘on, noto‘g‘ri bo‘lishi bilangina qiziqadi.

Masalan: 1. “Toshkent - O‘zbekistonning poytaxti”, “Oy yer atrofida aylanadi” degan gaplar - chindir.

2. “Quyosh yerdan kichik”, “ $2 > 12$ ” degan gaplarning har biri yolg‘ondir.

Shuni ham aytish kerakki, ko‘pgina gaplarning chin yoki yolg‘onligini darhol aniqlash qiyin. Masalan, “Bugungi tun kechagidan qorong‘iroq”, degan gap qaysi vaqtda va qaysi joyda aytilishiga qarab chin ham, yolg‘on ham bo‘lishi mumkin.

1. Oldimga kel. 2. Ishlar yaxshimi? 3. Assalom, Navro‘z!. 4. Agar oldin bilsam edim - gaplar chin yoki yolg‘on qiymat qabul qilmaydilar.

Shunday qilib, matematik mantiq: “Har bir gap chin yoki yolg‘on bo‘lish xossasiga ega” deb qabul qiladi.

1-ta’rif. *Faqat chin yoki yolg‘on qiymat qabul qila oladigan darak gaplarga mulohazalar deb aytamiz.*

Demak, har bir mulohaza ma’lum holatda chin yoki yolg‘on qiymatga ega. Bundan keyin, chin qiymatni qisqacha “**ch**” va yolg‘on qiymatni “**yo**” bilan belgilaymiz.

Mulohazalarni belgilash uchun, asosan, lotin alfavitining kichik harflari ishlatiladi:

$$a, b, c, \dots, u, v, \dots, x, y, z$$

Ma’lum mulohazalar borki, hamma mumkin bo‘lgan holatlarda (vaziyatlarda) chin qiymatni (yolg‘on) qabul qiladilar. Bunday mulohazalarga absolyut chin (yolg‘on) mulohazalar deb aytiladi.

Mulohazalar algebrasida odatda, konkret mulohazalar bilangina emas, balki har qanday istalgan mulohazalar bilan shug‘ullanadilar. Bu

esa o‘zgaruvchi mulohaza tushunchasiga olib keladi. Agar o‘zgaruvchi mulohazani x deb belgilasak, u holda x konkret mulohazalarning istalganini ifodalaydi. Shuning uchun x ikki: “**ch**” va “**yo**” qiymatli o‘zgaruvchini ifodalaydi.

x_1, x_2, \dots, x_n ta o‘zgaruvchi mulohaza berilgan bo‘lsin. Bularning har qaysisi chin va yolg‘on qiymatlarni qabul qiladi. Shuning uchun quyidagi qiymatlar satrini tuzish mumkin:

yo, yo,, yo,
 ch, yo,, yo,
 yo, ch,, yo,

 ch, ch,, ch.

Demak, o‘zgaruvchilar soni n ta bo‘lsa, u vaqtda $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n$ ta qiymatlar satriga ega bo‘lamiz.

$x_1, x_2 : 2^2 = 4$ ta qiymatlar satri.

$x_1, x_2, x_3 : 2^3 = 8$ ta qiymatlar satri.

Matematik mantiqda “emas”, “yoki”, “va”, “agar...bo‘lsa, u vaqtda...bo‘ladi”, “shunda va faqat shundagina...., qachon....” so‘zlar (bog‘lovchilar) mulohazalar orasidagi mantiqiy amallar deyiladi. Bu amallar yordamida elementar mulohazalardan murakkab mulohaza quriladi. Mulohazalar ustidagi bu amallar matematik mantiqning elementar qismi bo‘lgan mulohazalar mantiqi yoki mulohazalar algebrasi deb ataluvchi qismida o‘rganiladi. Har ikkala termin (“mulohazalar mantiqi” va “mulohazalar algebrasi”) sinonim sifatida ishlatiladi, chunki ular mantiqning ma’lum qismini ikki nuqtai nazardan ifodalaydi: bu ham mantiq (o‘z predmetiga ko‘ra), ham algebra (o‘z metodiga ko‘ra).

Mantiqiy amallar asosan 5 ta bo‘lib, ularning ta’riflari quyidagichadir.

1. Inkori amali. Istalgan x o‘zgaruvchili mulohaza bilan birga \bar{x} ko‘rinishida belgilangan ikkinchi o‘zgaruvchili mulohaza berilgan bo‘lsin.

2-ta’rif. x mulohazaning inkori deb atalgan \bar{x} mulohaza shu bilan xarakterlanadiki, x mulohaza “**ch**” qiymatni qabul qilganda, \bar{x} mulohaza “**yo**” qiymatni qabul qiladi va aksincha.

Demak, mulohazalar mantiqining eng sodda amali bu inkor amali bo‘lib, oddiy tildagi manfiy sifat-dosh “emas” ga to‘g‘ri keladi. Bu amal “—” simvol bilan belgilanadi. Agar x biror mulohaza, masalan, “bugun havo sovuq” bo‘lsa, u holda \bar{x} - yangi murakkab “bugun havo sovuq emas” mulohazadan iboratdir. \bar{x} mulohaza “ x emas” deb o‘qiladi.

Shuning uchun, agar x chin mulohaza bo‘lsa, u vaqtda \bar{x} yolg‘on mulohaza bo‘ladi, va aksincha, x yolg‘on bo‘lsa \bar{x} chindir.

Inkor amalining ta’sirini quyidagi chinlik jadvali ko‘rinishida tasvirlaymiz:

x	\bar{x}
ch	yo
yo	ch

Xuddi shu jadvalni inkor amalining ta’rifi sifatida qabul qilamiz va boshqa mantiqiy amallar uchun ham shunga o‘xshash jadvallardan foydalanamiz. Ular **chinlik jadvali** deyiladi. Bu jadvallardan foydalanish qulay bo‘lib, ular matematik mantiqning ko‘p bo‘limlarida ishlatiladi.

2. Kon’yunksiya (mantiqiy ko‘paytma) amali. x va y o‘zgaruvchi mulohazalar ustida bajariladigan kon’yunksiya (lotincha conjunctio - bog‘layman so‘zidan) amalini \wedge ko‘rinishda va bu amal natijasida hosil bo‘lgan yangi murakkab mulohazani $x \wedge y$ ko‘rinishda belgilaymiz.

3-ta’rif. “*Va*” bog‘lovchisiga mos keluvchi mantiqiy amalga kon’yunksiya amali deb aytamiz. x va y mulohazalarning kon’yunksiyasi x va y mulohazalar chin bo‘lgandagina chin qiymatni qabul qilib, qolgan hollarda esa, yolg‘on qiymatni qabul qiladi.

$x \wedge y$ ko‘rinishdagi mulohaza « x va y » deb o‘qiladi. Ko‘rinib turibdiki, bu ta’rif “va” bog‘lovchining ma’nosiga to‘liq to‘g‘ri keladi. Haqiqatan ham “7 soni toq va tub” mulohaza chin, chunki uni tashkil etuvchi “7 soni toq” va “7 soni tub” har ikkala mulohaza ham chin. “12 soni 3 ga bo‘linadi va $6 > 9$ ” mulohaza yolg‘on, chunki murakkab mulohazani tashkil etuvchilaridan biri, chunonchi “ $6 > 9$ ” yolg‘ondir. Kon’yunksiya ta’rifini quyidagi chinlik jadvali ko‘rinishida yozish mumkin:

x	y	$x \wedge y$
ch	ch	ch
ch	yo	yo
yo	ch	yo
yo	yo	yo

3. Diz’yunksiya (mantiqiy yig‘indi) amali. Mulohaza mantiqida ishlatiladigan uchinchi amal “yoki” bog‘lovchiga to‘g‘ri keladi. Shuni ta’kidlash kerakki, “yoki” bog‘lovchisi o‘zbek tilida ikki xil ma’noda ishlatiladi. Birinchi holda rad etuvchi “yoki”, ikkinchi holda rad etmaydigan “yoki” ma’nosida ishlatiladi. Buning farqi quyidagilardan iborat. Agar x va y mulohazalarning ikkalasi ham yolg‘on bo‘lsa, u holda “ x yoki y ” mulohaza shubhasiz yolg‘on bo‘ladi. Agar x chin va y yolg‘on (yoki x yolg‘on va y chin) bo‘lsa, u holda “ x yoki y ” ni chin deb qarash kerak, bu esa o‘zbek tilidagi “yoki” so‘zining ma’nosiga to‘g‘ri keladi. Ammo har ikkala x va y mulohazalar chin bo‘lganda “ x yoki y ” mulohazalar chin bo‘ladi. Bu vaqtda “ x yoki y ” mulohazaga qanday qarash kerak?

Masalan, “Bugun yakshanba yoki men kinoga boraman” mulohazani olaylik. Agar bugun yakshanba va men kinoga borsam, u holda bu mulohaza chin yoki yolg‘onmi? O‘zbek tilida “yoki” bog‘lovchisi bir ma’noda, ba’zan esa boshqa ma’noda ishlatiladi. Agar yuqoridagi mulohazani chin deb qarasak, u holda “yoki” ni rad

etmaydigan ma'noda, ikkinchi holda "yoki" ni rad etuvchi ma'noda ishlatilayapti deymiz.

4-ta'rif. Rad etmaydigan ma'noda ishlatiladigan "yoki" mantiqiy amal diz'yunksiya (lotincha *disjunctio* - farq qilaman so'zidan) deyiladi. Ikkita x va y mulohazaning diz'yunksiyasi " $x \vee y$ " kabi yoziladi va " x yoki y " deb o'qiladi.

Ikki x va y mulohazaning diz'yunksiyasi $x \vee y$ murakkab mulohaza bo'lib, u faqat x va y yolg'on bo'lgandagina yolg'on qiymat qabul qilib, qolgan hollarda chin qiymatni qabul qiladi.

Diz'yunksiya amalini quyidagi chinlik jadvali orqali ham ifodalash mumkin:

x	y	$x \vee y$
ch	ch	ch
ch	yo	ch
yo	ch	ch
yo	yo	yo

4. Implikatsiya amali. Quyidagi murakkab mulohazalarni ko'raylik:

1) "Agar $3 \times 5 = 15$ bo'lsa, u holda $6 \times 7 = 42$ bo'ladi", 2) "Agar 30 soni 5 ga bo'linsa, u holda 5 juft", 3) "Agar $3 = 5$ bo'lsa, u holda $15 = 17$ ", 4) "Agar $4 \times 3 = 13$ bo'lsa, u holda $9 + 3 = 12$ ". Bu mulohazalarning hammasi ham 2 ta elementar mulohazalardan "agar....., u holda....." bog'lovchi yordamida tuzilgan. Bu bog'lovchi mulohazalar mantiqining **implikatsiya** (lotincha *implicatio* - zich bog'layman so'zidan) amaliga to'g'ri keladi. Implikatsiya amalini \rightarrow ko'rinishida belgilaymiz.

5-ta'rif. Ikki x va y mulohazalarning implikasiyasi deb shunday mulohazaga aytiladiki, u faqat x chin va y yolg'on bo'lgandagina yolg'on bo'lib, qolgan hamma hollarda chindir.

" $x \rightarrow y$ " mulohaza "agar x , u holda y " deb o'qiladi. Implikatsiya ta'rifini quyidagi chinlik jadvali ko'rinishida yozish mumkin:

x	y	$x \rightarrow y$
-----	-----	-------------------

ch	ch	ch
ch	yo	yo
yo	ch	ch
yo	yo	ch

Chinlik jadvalidan ko‘rinadiki, yuqoridagi mulohazalarning ikkinchisi yolg‘on bo‘lib, qolganlari chindir. “ $x \rightarrow y$ ” implikasiya x mulohaza asos (shart, gipoteza, dalil) va u mulohaza esa bu asosning oqibati deb ataladi. Implikasiya chinlik jadvalining oxirgi ikkita satri shuni ko‘rsatadiki, yolg‘on asosdan chin xulosa ham, yolg‘on xulosa ham kelib chiqar ekan, boshqacha qilib aytganda “yolg‘ondan har bir narsani kutish mumkin”.

Implikasiya mulohazalar mantiqining muhim amallaridan biri hisoblanadi. So‘zlashuv tilida “agar x , u holda y ” ning har xil sinonimlari bor: “ x bo‘lsa, y bo‘ladi”, “agar x bo‘lsa, u vaqtda y bo‘ladi”, “ x dan y hosil bo‘ladi”, “ x dan y kelib chiqadi”, “ y , agar x bo‘lsa”, “ x y uchun yetarli shart” va hokazo.

5. Ekvivalentlik (tengkuchlilik) amali. Ko‘p murakkab mulohazalar elementar mulohazalardan “zarur va kifoya”, “faqat va faqat”, “shunda va faqat shundagina, qachonki”, “.....bajarilishi yetarli va zarurdir” kabi bog‘lovchilari yordamida tuziladi. Bunday bog‘lovchilarga mos keladigan mulohazalar mantiqining amali ekvivalentlik deyiladi va “ \leftrightarrow ” kabi belgilanadi. $x \rightarrow y$ murakkab mulohaza “ x ekvivalent y ” deb o‘qiladi.

6-ta’rif. Murakkab mulohaza $x \leftrightarrow y$ chin bo‘ladi, agar x va y lar chin yoki x va y lar yolg‘on bo‘lsa, boshqa hollarda u yolg‘ondir. Boshqacha qilib aytganda faqat va faqat x va y mulohazalar bir xil qiymat qabul qilgandagina $x \leftrightarrow y$ chin bo‘ladi.

Bu ta’rifni quyidagi chinlik jadvali bilan ifodalash mumkin:

x	y	$x \leftrightarrow y$
ch	ch	ch
ch	yo	yo

yo	ch	yo
yo	yo	ch

$x \leftrightarrow y$ ekvivalentlikka “ x bo‘lsa (bajarilsa), y bo‘ladi (bajariladi) va y bo‘lsa, x bo‘ladi” yoki “ x dan y kelib chiqadi va y dan x kelib chiqadi” degan mulohaza mos keladi, ya’ni $x \leftrightarrow y$ ekvivalentlikka matematikada zaruriy va yetarli shart haqida aytilgan teoremlar mos keladi.

Demak,

$$x \leftrightarrow y = (x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow x) \quad (1)$$

bo‘ladi. (1) ga binoan, $x \leftrightarrow y$ ekvivalentlikni ikki tomonli implikasiya deb atash mumkin.

6. Sheffer amali (shtrixi). Nihoyat, yana bir mantiqiy amalni keltiramiz. U Sheffer amali yoki Sheffer shtrixi deyiladi va u “ $|$ ” kabi belgilanadi. Murakkab mulohaza “ $x|y$ ” “ x Sheffer shtrixi y ” deb o‘qiladi. Bu amal quyidagicha ta’riflanadi:

7-ta’rif. Faqat x va y mulohazalar chin bo‘lgandagina, $x|y$ mulohaza yolg‘ondir.

Bu ta’rifni quyidagi chinlik jadvali yordamida ifodalasa ham bo‘ladi:

x	y	$x y$
yo	yo	ch
yo	ch	ch
ch	yo	ch
ch	ch	yo

Asosiy chinlik jadvallari. Yuqorida keltirilgan chinlik jadvallari, mos ravishda, inkor qilish, kon’yunksiya, diz’yunksiya, implikasiya, ekvivalentlik va Sheffer amallarining asosiy chinlik jadvallari deb aytiladi:

x	y	$x \wedge y$	$x \vee y$	$x \rightarrow y$	$x \leftrightarrow y$	$x y$
ch	ch	ch	ch	ch	ch	yo
ch	yo	yo	ch	yo	yo	ch
yo	ch	yo	ch	ch	yo	ch
yo	yo	yo	yo	ch	ch	ch

ishlarda

Keyingi

chinlik

jadvalini tuzishda yengillik va qulaylik uchun quyidagi belgilashni kiritamiz:

$$x = \begin{cases} 1, & \text{agar mulohaza chin bo'lsa.} \\ 0, & \text{aks holda.} \end{cases}$$