

Задания

21 апреля 2021 г.

1. Докажите, что если мы добавим в лямбда исчисление тип натуральных чисел \mathbb{N} с термами и аксиомами, приведенными ниже, то такое лямбда исчисление можно проинтерпретировать в любой декартово замкнутой категории с объектом натуральных чисел.

$$\frac{}{\Gamma \vdash \text{zero} : \mathbb{N}} \quad \frac{\Gamma \vdash n : \mathbb{N}}{\Gamma \vdash \text{suc}(n) : \mathbb{N}}$$

$$\frac{\Gamma \vdash z : D \quad \Gamma, x : \mathbb{N}, r : D \vdash s : D \quad \Gamma \vdash n : \mathbb{N}}{\Gamma \vdash \text{rec}(z, s, n) : D}$$

$$\frac{\Gamma \vdash z : D \quad \Gamma, x : \mathbb{N}, r : D \vdash s : D}{\Gamma \vdash \text{rec}(z, s, \text{zero}) \equiv z : D}$$

$$\frac{\Gamma \vdash z : D \quad \Gamma, x : \mathbb{N}, r : D \vdash s : D \quad \Gamma \vdash n : \mathbb{N}}{\Gamma \vdash \text{rec}(z, s, \text{suc}(n)) \equiv s[x := n, r := \text{rec}(z, s, n)] : D}$$

2. Определите структуру монады на функторе Term_Σ для любой сигнатуры Σ .
3. Определите регулярную теорию, моделями которой являются малые категории.
4. Опишите интерпретацию импликации, кванторов и равенства в **Set**.
5. Докажите корректность следующего правила вывода

$$\frac{\varphi \vdash^V a = b \quad \varphi \vdash^V \psi[x := a]}{\varphi \vdash^V \psi[x := b]}$$