




TÉCNICAS DE MODELACIÓN Y SIMULACIÓN

CLASE 1




Modelación matemática



- **¿Qué es un modelo?**
 - Un modelo se puede definir como una imagen que representa un fragmento de nuestra realidad, el cual tiene como propósito realizar una determinada tarea (Banerjee, 2014).
- 

Modelación matemática

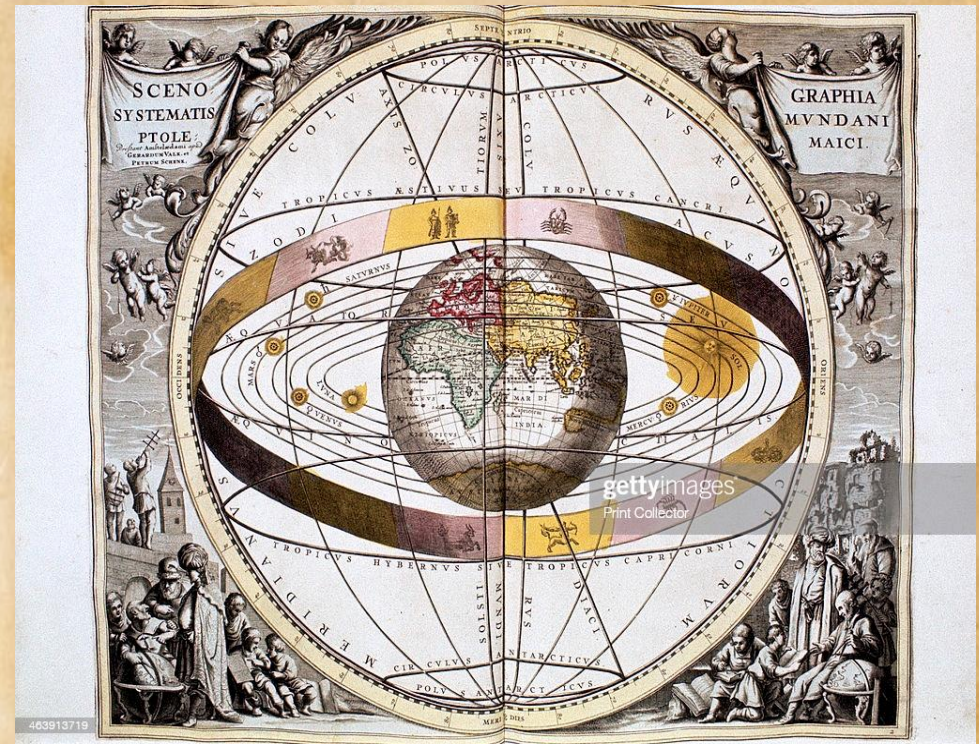


- Un modelo es satisfactorio si (Hawking & Mlodinow, 2010):
 - Es elegante.
 - Contiene pocos elementos arbitrarios o ajustables.
 - Concuerda con la observaciones existentes y proporciona una explicación de ellas.
 - Realiza predicciones detalladas sobre observaciones futuras que permitirán refutar o falsar el modelo si no son confirmadas.
- 

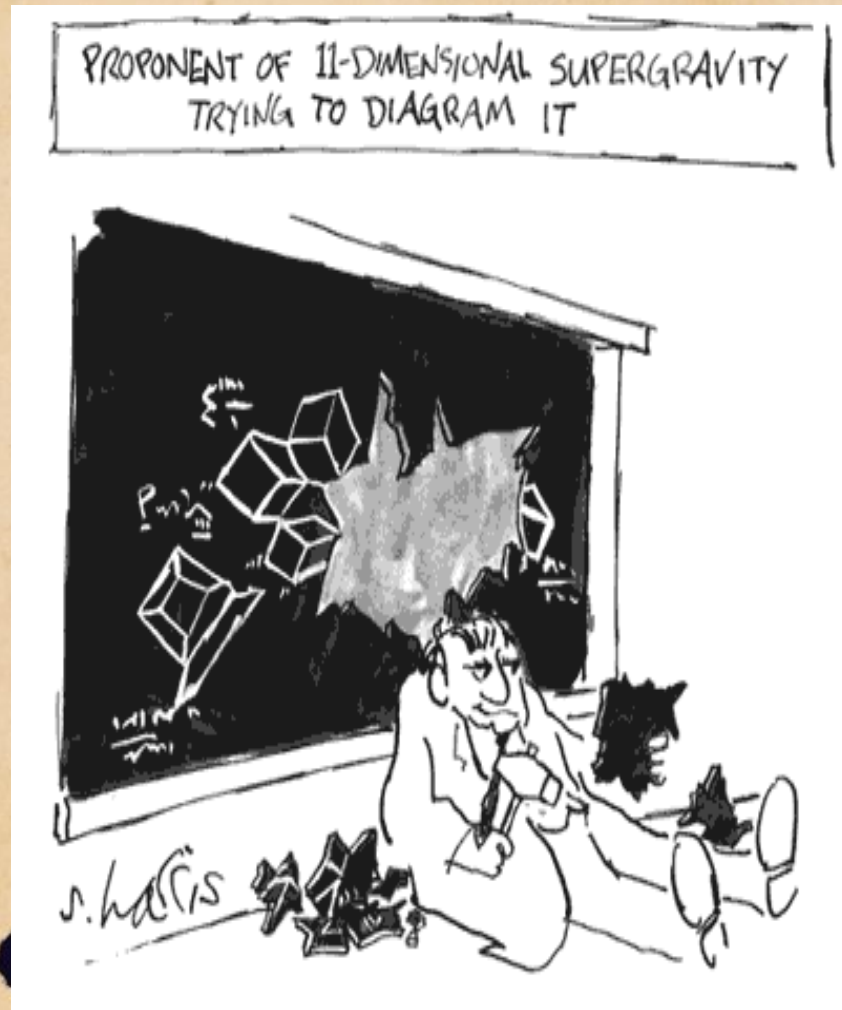
Modelación matemática

- **Universo ptolemaico**

- En el modelo de Ptolomeo la tierra se ubica en el centro del universo.



Modelación matemática



Modelación matemática

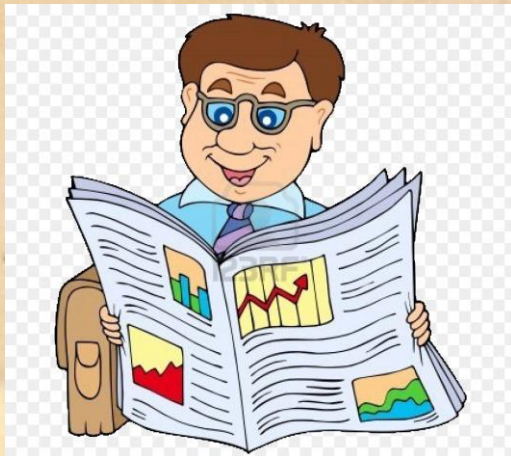
- **Refracción de luz**

- El modelo de Newton de la luz podía explicar por qué la luz se desvía al pasar de un medio a otro.



Modelación matemática

- **Tipos de modelos:**
 - Descripciones verbales



Modelación matemática

- **Tipos de modelos:**
 - Lista estructurada de medidas



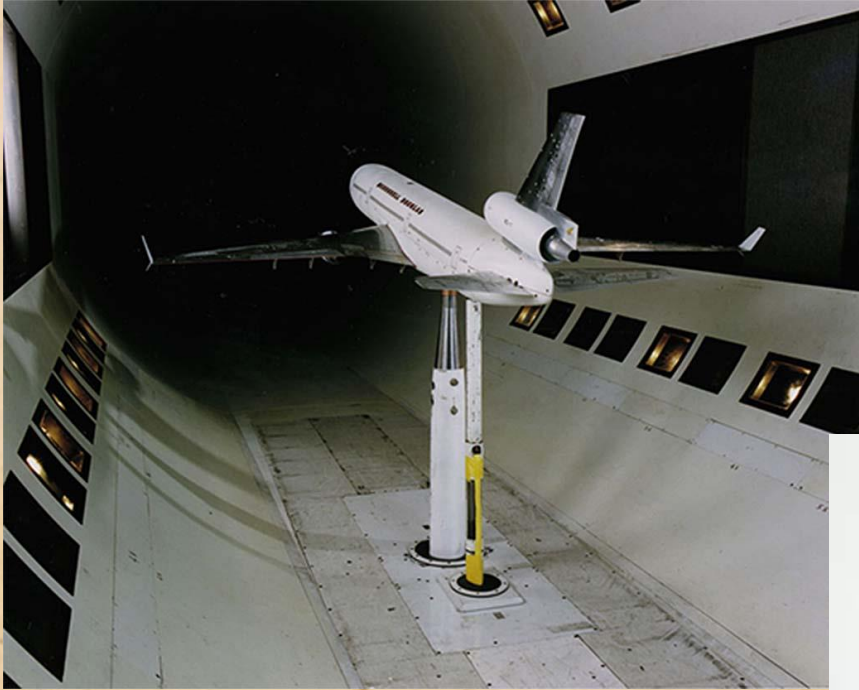
Modelación matemática

- **Tipos de modelos:**
 - Mapas de varios tipos



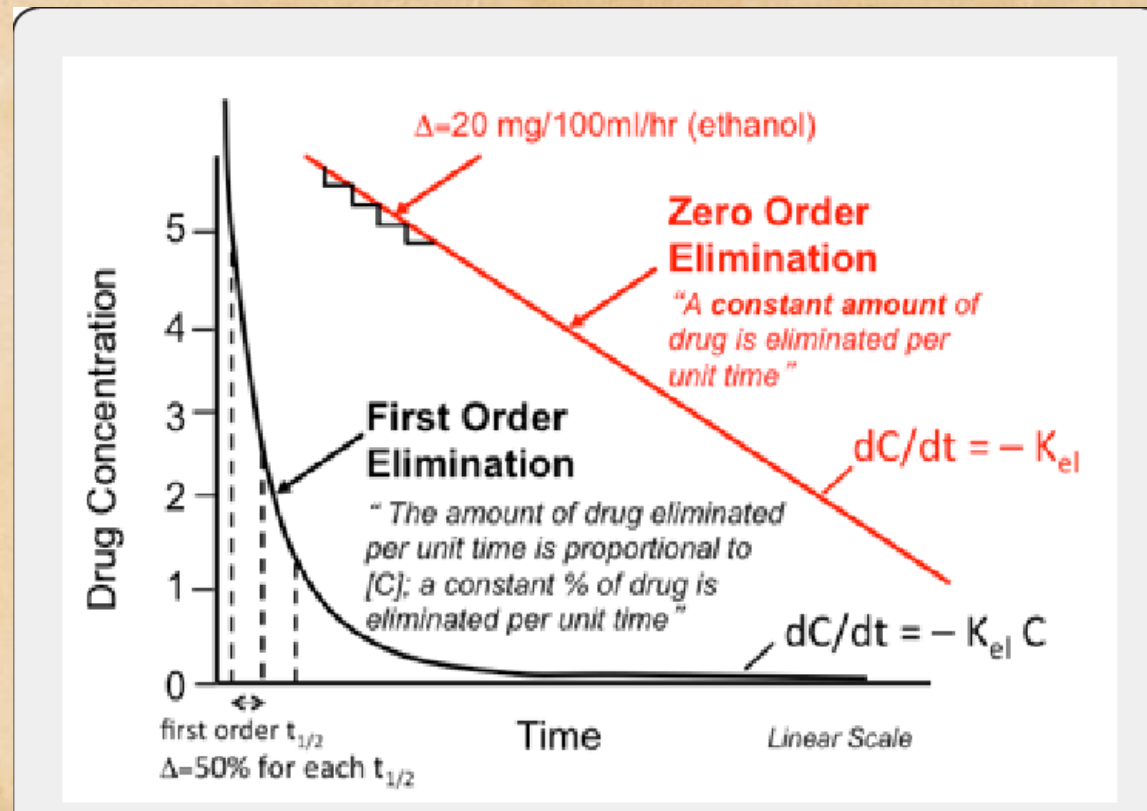
Modelación matemática

- **Tipos de modelos:**
 - Modelos reales



Modelación matemática

- Tipos de modelos:
 - Modelos matemáticos



Luisetto et al., 2018

Modelación matemática

- **Tipos de modelos matemáticos:**

- *Modelos dinámicos:* el comportamiento temporal del sistema real es de interés primordial. En consecuencia, los componentes principales del modelo son ecuaciones diferenciales ordinarias, ecuaciones de retardo, ecuaciones diferenciales estocásticas y / o ecuaciones diferenciales parciales de tipo parabólico o hiperbólico.

Modelación matemática

- **Tipos de modelos matemáticos:**

- *Modelos geométricos:* representa la geometría del sistema real. Un ejemplo lo dan los modelos que pueden utilizarse para optimizar la forma del sistema real de acuerdo con criterios dados. La tomografía computarizada o la resonancia magnética en medicina son un ejemplo de modelos geométricos.

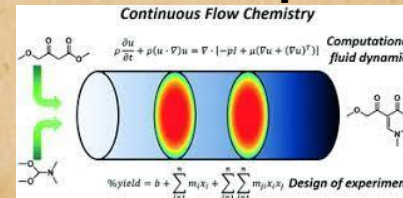
Modelación matemática

- **Tipos de modelos matemáticos:**

- *Modelos de clasificación:* permiten clasificar miembros de un conjunto de objetos o de una población en base a los datos disponibles. Muchos los modelos estadísticos entran en esta clase.

Modelación matemática

**Simulación
(en vez de experimentos)**



Armstrong et al., 2018

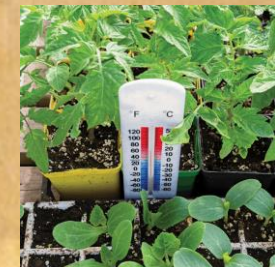
**Propósitos
educacionales**



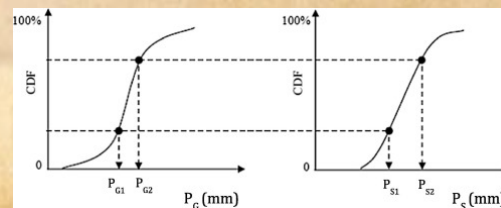
**Control de procesos
(en el mundo real)**



Mediciones



**Adquisición de conocimientos
(a través de modelos matemáticos)**



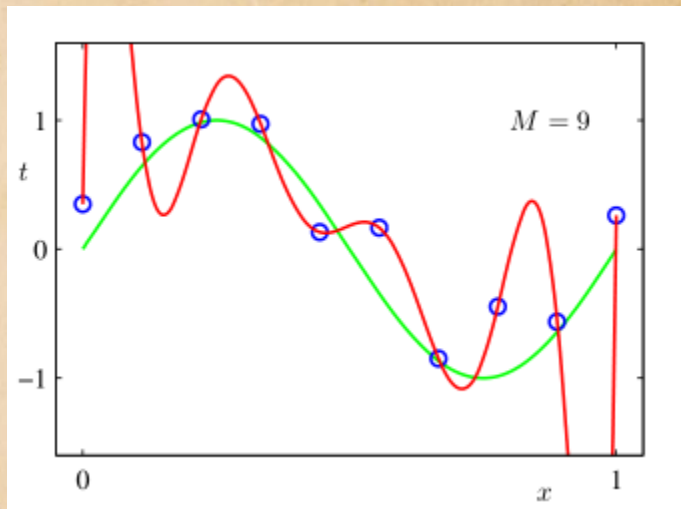
Gado et al., 2017

Modelación matemática

- **Validación de los modelos:**
- La validación de un modelo requiere que los resultados de la simulación del modelo se comparen con los datos de experimentos que pueden haberse realizado con el único propósito de validar el modelo (Banerjee, 2014).

Modelación matemática

- Validación de los modelos:



Bishop, 2006

Los parámetros del modelo deben ajustarse para lograr una concordancia óptima entre las simulaciones y los datos.

Modelación matemática

- El modelado matemático es la aplicación de las matemáticas para describir problemas del mundo real e investigar cuestiones importantes que surgen de ellos (Banerjee, 2014).

Entradas y salidas de un modelo

- Sistema de entradas y salidas

$$X_2 = F(X_1, \theta, I_1)$$
$$O_2 = G(X_1, \theta, I_1)$$

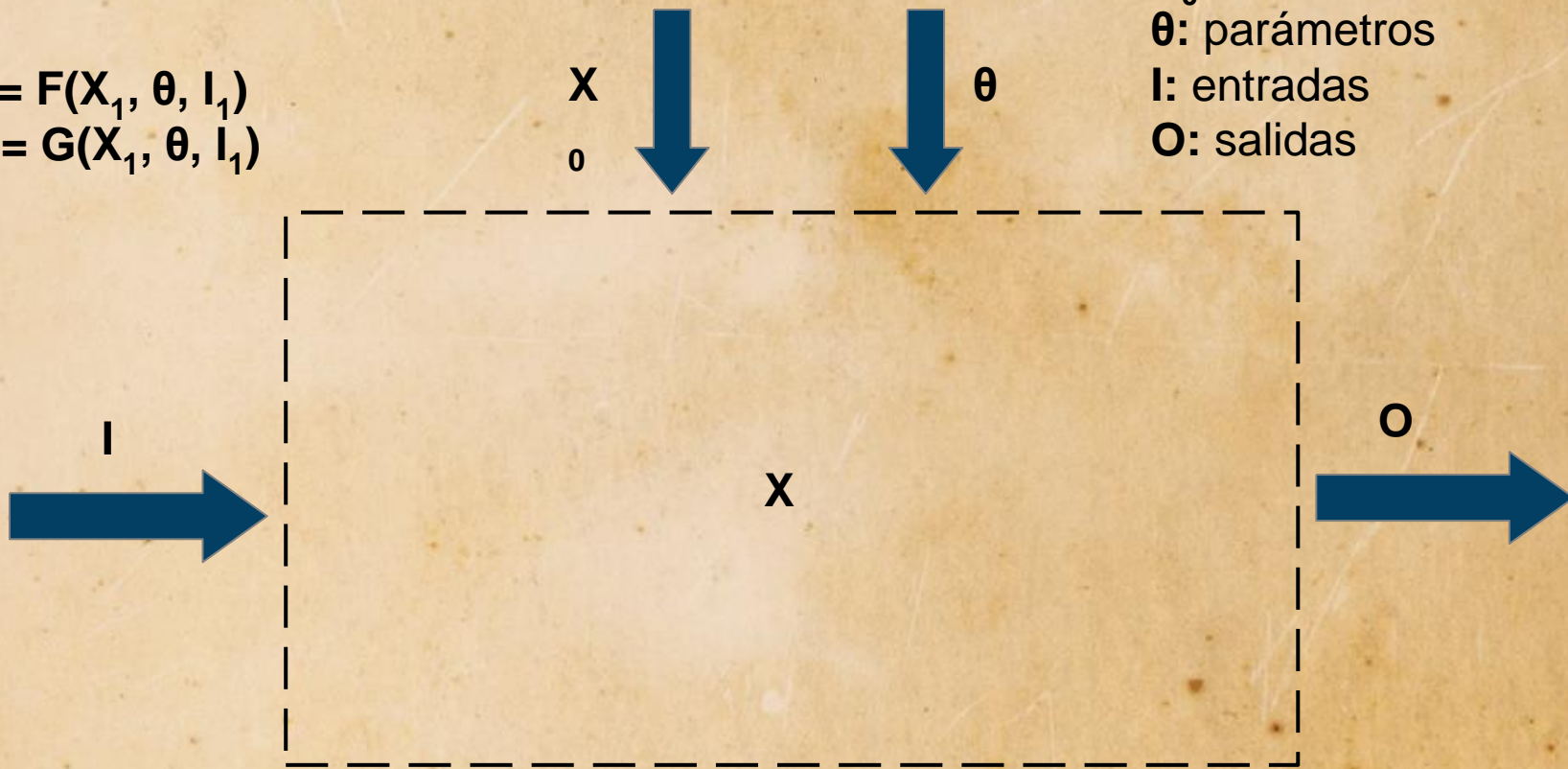
X : variable de estado

X_0 : estado inicial

θ : parámetros

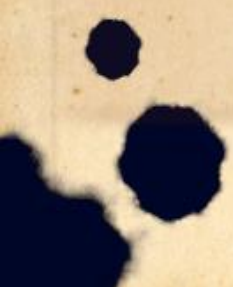
I : entradas

O : salidas



Variables



- **Variables de estado:** son aquellas variables que describen el estado de un sistema físico. Algunas variables de estado son: la presión, el volumen, la temperatura, el campo eléctrico, el campo magnético.
 - Las **variables de estado** se emplean para escribir ecuaciones que describen el comportamiento de un sistema.
- 

Variables

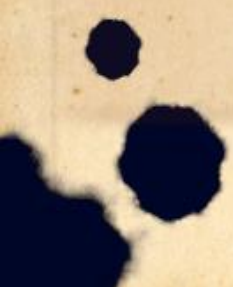
- Algunas **variables de estado** (varian en espacio y tiempo) pueden ser el tiempo y cantidades promedio de masa, energía e información almacenada en el sistema. Por ejemplo, el contenido de humedad del suelo o el caudal de descarga de un río.
- Los **parámetros** usualmente no varían en el tiempo y describen **propiedades específicas** del sistema de estudio dentro de las ecuaciones del modelo. Por ejemplo, la conductividad hidráulica o la capacidad de almacenamiento de humedad.

Variables

- En algunos modelos se suelen asumir que las **variables de estado** y los **parámetros** considerados en el modelo tienen un significado en el mundo real.

Inconvenientes

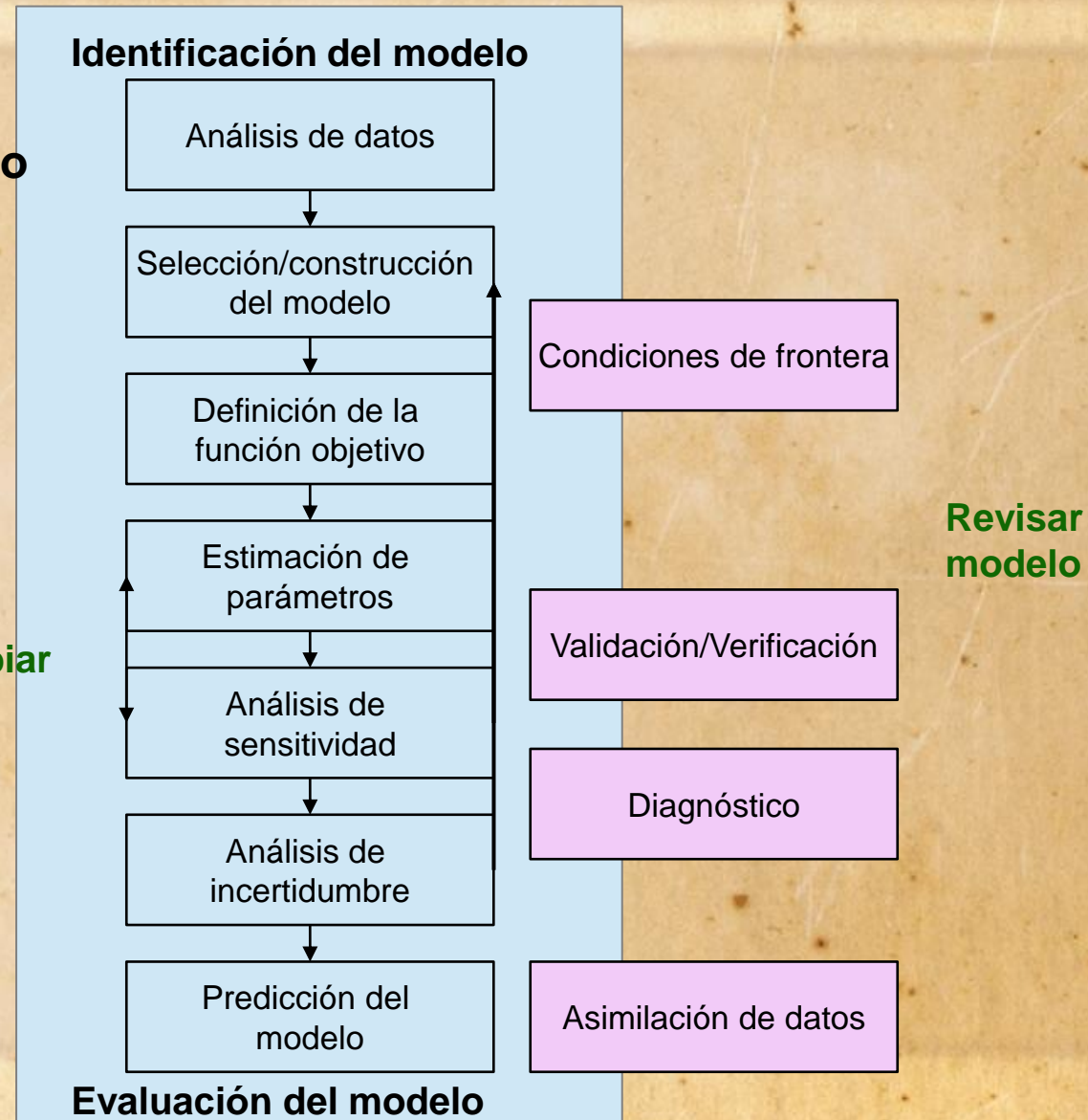


- Algunos inconvenientes que nos encontramos al modelar sistemas son:
 - Hacer mediciones a la escala a la cual se desea el modelo.
 - Definir las **condiciones de frontera** para procesos dependientes del tiempo.
 - Definir las condiciones iniciales.
 - Definir las características físicas, químicas y biológicas del dominio del modelo.
- 

Protocolo

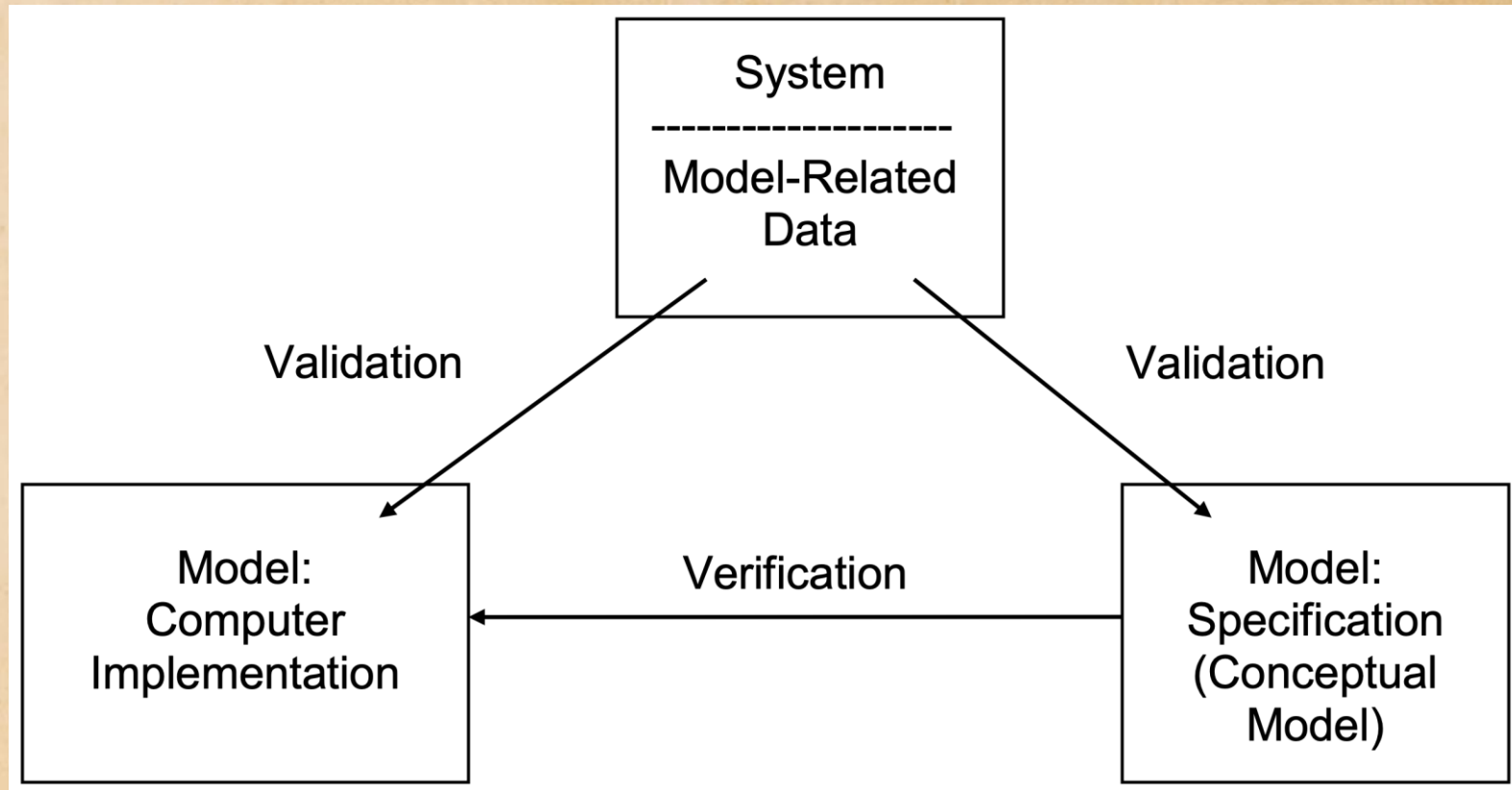
Protocolo para la construcción de un modelo

El orden puede cambiar



Tomado y adaptado de:
Solomatine & Wagener, (2011)

Protocolo

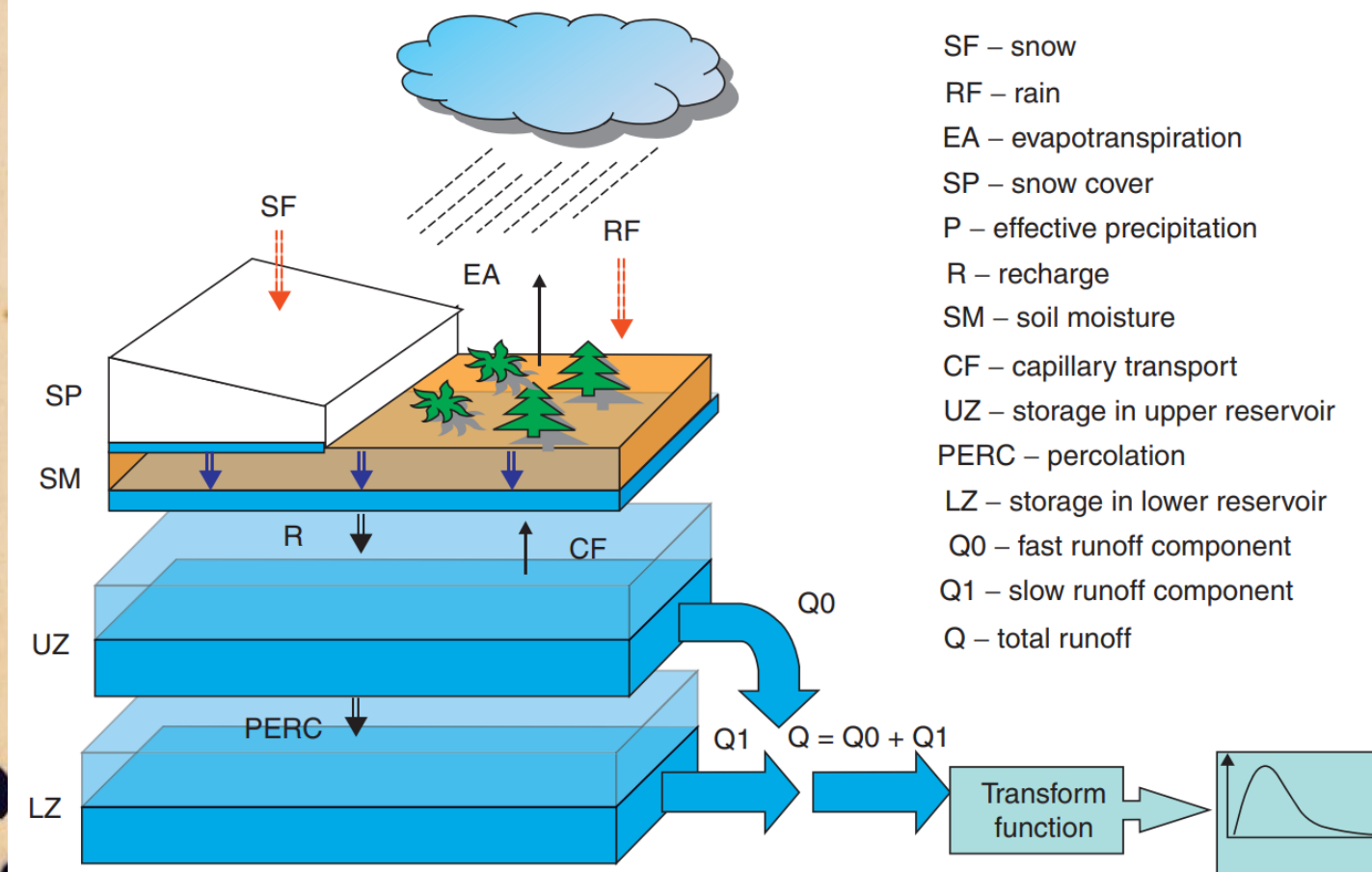


Clasificación

- **Clasificación de los modelos hidrológicos:**
 - **Determinísticos:** no consideran aleatoriedad.
 - ➔ Modelos impulsados por datos (basados en datos, métricos, empíricos o modelos de caja negra)
 - ➔ Modelos conceptuales (modelos paramétricos o modelos de caja gris)
 - ➔ Modelos basados en la física (modelos mecanicistas o modelos de caja blanca)
 - **Estocásticos:** modelos parcialmente aleatorios.

Modelo de caja gris

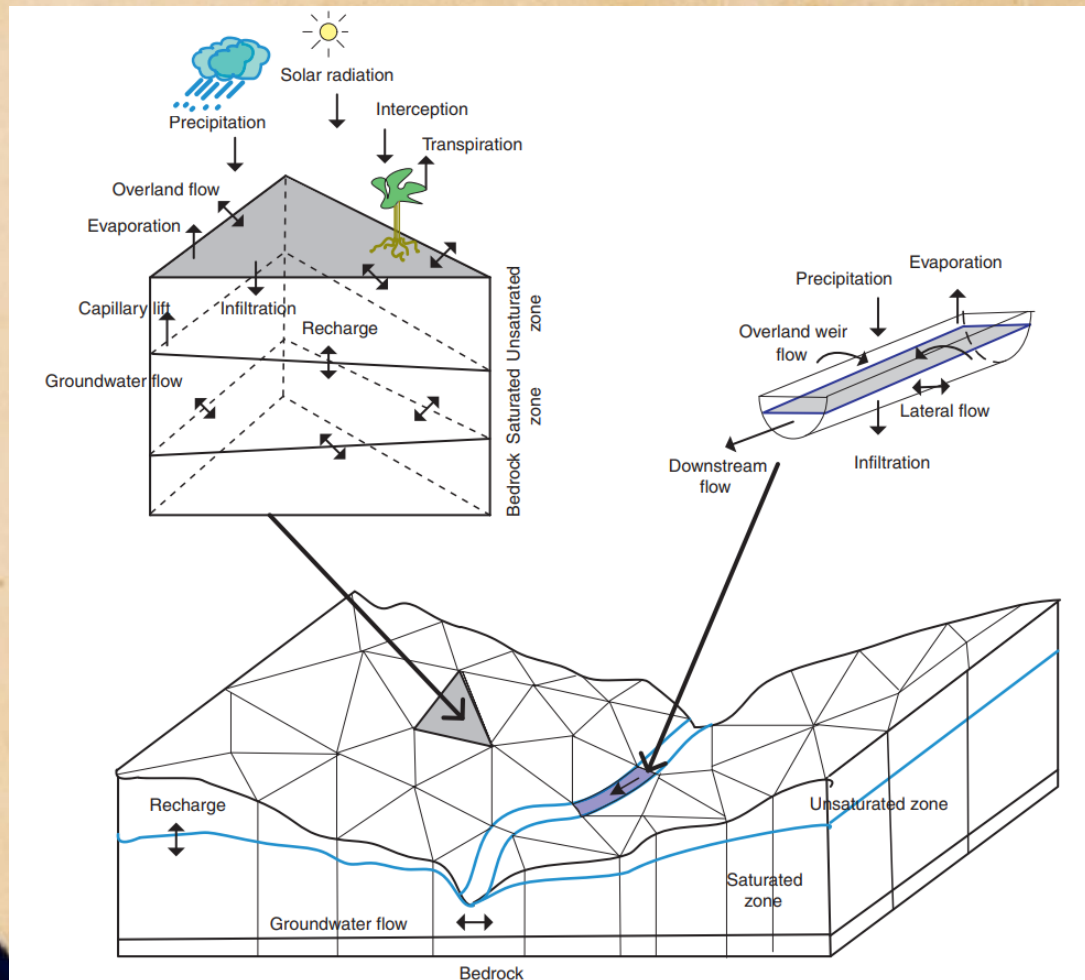
- Modelo HBV-96 – Modelo de caja gris



Tomado y adaptado de:
Solomatine & Wagener,
(2011)

Modelo de caja blanca

- Modelo PHIM modelo de caja blanca



Tomado y adaptado de:
Solomatine & Wagener,
(2011)

Modelo de caja gris

- Algunos **modelos** de escorrentías de aguas lluvia se clasifican dentro de los modelos de **caja gris**.
- En los **modelos** de **caja gris** los parámetros no suelen tener una interpretación física, es por ello que su estimación se hace a través del proceso de **calibración**.