

# Modelación de Tráfico en Una Intersección Usando Autómatas Celulares Elementales

Proyecto Final

Valeria Jimeno Villegas - `vjimenov@ciencias.unam.mx`

07 abril 2022

**ABSTRACT.** Abstract should concisely summarize the key findings of the paper. It should consist of a single paragraph containing no more than 150 words. The Abstract does not have a section number.

**Keywords:** After the abstract three keywords must be provided.

## I Introducción

El tráfico es un problema, que como ciudadanos, nos enfrentamos o nos topamos de frente día con día, y como problema trae consigo serias consecuencias y repercusiones en la calidad de nuestras vidas. Cualquiera podría decir que no existe un impacto de este en la vida de las personas, sin embargo se tiene registrado que una persona promedio pasa alrededor de 60 horas al año manejando, esto en el Ciudad de México, mientras que en otras ciudades este problema asciende a más de 100 horas.

De lo anterior que se pueda concluir que no solo es un problema que disminuye la calidad de vida de los individuos, sino que también es un problema que afecta en ámbitos tanto sociales como económicos a una ciudad.

Existen muchos enfoques en los que se quiso abordar el problema de tráfico, y es que el sistema vehicular de un ciudad es un sistema complejo en donde cada una de las interacciones del sistema trae consigo comportamientos emergentes que no se pueden predecir. Sin embargo, como se menciona en [1], en muchos de estos modelos se considera el tráfico como un fluido, donde la dinámica se trata desde un punto de vista macroscópico y se considera el comportamiento de los autos a gran escala; por otro lado los modelos microscópicos captan el comportamiento de los vehículos individuales, y por lo tanto, logran captar patrones de congestión y flujo más realistas. Entre estos modelos, los autómatas

celulares han ganado popularidad ya que con ellos se puede modelar el flujo vehicular, así como también entender el comportamiento de este.

Un autómata celular es un modelo matemático para sistemas dinámicos, es decir fenómenos dependientes del tiempo. Con un autómata celular se modela a nivel microscópico para aplicar a nivel macroscópico. Este modelo está conformado de un conjunto de celdas o células (de aquí que se le llame autómata celular) en una cuadrícula/ retícula infinita. Cada célula se caracteriza por su vecindad, un conjunto de células adyacentes a la misma. Además estas células pueden tomar un valor de un conjunto de estados, los cuales están dados por una función de transición.

En los modelos CA, el tiempo y el espacio son discretos. Los vehículos se representan dentro de las celdas y las reglas determinan cómo y si los vehículos se “mueven”. El modelo de tráfico de carretera más simple propuesto es el autómata celular elemental “Regla 184” [2].

Los autómatas celulares elementales son autómatas celulares unidimensionales que pueden tomar sólo dos estados, es decir, las células pueden tomar valores 0 o 1 y están dispuestas en una matriz unidimensional, es decir, cada celda tiene solo dos vecinos más cercanos. El estado de una celda en el tiempo  $t$  depende de su estado y del estado de sus vecinos más cercanos en el tiempo  $t - 1$ . Así, el estado de cada celda está determinado por los estados de tres celdas. Hay  $2^3 = 8$  posibles combinaciones de valores (0 o 1). La “regla” del autómata es una tabla de búsqueda que determina el estado futuro de las celdas en función de tres celdas.

Una vez expuesto lo anterior se puede mencionar que la motivación principal para la realización del trabajo fue conocer el comportamiento global del tráfico a partir de sus valores promedio de flujo y velocidad, utilizando reglas de los autómatas celulares elementales.

Para lo anterior se tomó el trabajo realizado por Carlos Gershenson y David Rosenbluth, “A model of city traffic based on elementary cellular automata” [3], en donde se modela el tráfico de dos calles en una intersección. El propósito que tenían era el poder exponer el problema de tráfico utilizando autómatas celulares elementales. El modelo supone el hecho de que un vehículo avance o no depende únicamente de la presencia o ausencia de otro vehículo justo delante. Suponiendo que un vehículo se mueve una celda a la derecha si y sólo si dicha celda a la derecha está vacía, entonces la regla 184 corresponde al tráfico que se mueve a la derecha (puede simular partículas moviéndose en una dirección a una velocidad constante). Es importante mencionar que en este modelo se incluye un semáforo de comportamiento fijo en la intersección.

En la siguiente sección II se revisará a detalle el modelo “A model of city traffic based on elementary cellular automata” [3]. Se llevó a cabo la simulación propia del modelo en NetLogo [4], de aquí que en la sección III se exponen los resultados encontrados. Finalmente

en IV se presentan las conclusiones del trabajo.

## II Desarrollo

En esta sección se presentará el modelo de de C. Gershenson y D. Rosenbluth [3] en donde se modela el tráfico de una intersección usando autómatas celulares elementales. Primero se definirá todo el esquema del modelo y después se muestran ciertas variables que son esenciales en la modelación de tráfico.

### Modelo basado en autómatas celulares elementales.

Para simular el tráfico, se toma la retícula o cuadrícula como las vías o calles por donde van a transitar los vehículos. Los vehículos se representan dentro de las células de la retícula, representando **on** como que hay un vehículo en la celda y **off** si no hay vehículos.

Las reglas determinan cómo los vehículos van a avanzar, en específico la regla 184 se utiliza para modelar el comportamiento de los vehículos en las calles. Sin embargo al estar tomando en cuenta una intersección (con semáforo) se utilizaron las reglas 252 y 136 para permitir, de una manera más real, el flujo de tráfico en las celdas ubicadas antes y después de la intersección. Antes de continuar con las características del autómata, se debe mencionar que el semáforo que se utiliza sólo tiene dos posibles estados **rojo** y **verde** los cuales van a determinar, en conjunto con el estado de la celda elegida y los estados de las células vecinas, las reglas de transición de los vehículos. A continuación se resume brevemente las características del autómata.

- Se consideran dos rejilla unidimensional de tamaño  $L$ , es decir, cada una de las calles se modela como un autómata celular elemental diferente.
- Para cada célula se considera un espacio de estados binario  $E$ ,

$$E = \begin{cases} 0 & \text{si la celda está desocupada} \\ 1 & \text{si la celda está ocupada por algún vehículo} \end{cases}. \quad (1)$$

- La frontera definida es periódica (con lo que la autopista se visualiza como un circuito cerrado donde el número de vehículos  $\sum s_i$  es constante).
- Debido a que son autómatas celulares elementales, la vecindad de cada vehículo está dada por la celdas antecesoras y predecesoras, es decir los vehículos que tenga inmediatamente en frente y detrás de este. Sin embargo se tiene una excepción con la celda de la intersección. Para fines prácticos definamos a la celda de la intersección como  $L$ . Esta celda tendrá una vecindad conformada por las cuatro celdas adyacentes de las calles, en la siguiente figura (1) se muestra en **gris** los cuatro posibles vecinos de  $L$ . Sin embargo los vecinos cercanos de  $L$  cambian cada que el semáforo cambia es

decir, toma como vecinos más cercanos sólo a las dos celdas de la calle con semáforo en verde (ver Figuras 2, 3).

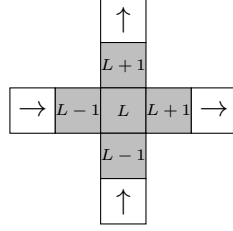


Figure 1: Los cuatro vecinos de  $L$  en color gris.

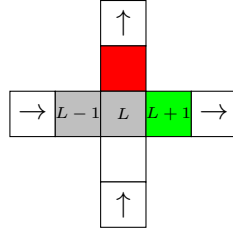


Figure 2: Vecinos de  $L$  determinados por la luz verde del semáforo, en este caso son las celdas  $L - 1$  y  $L + 1$  (dirección de izquierda a derecha).

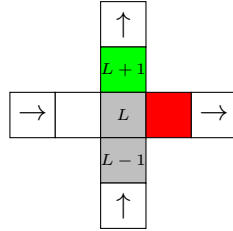


Figure 3: Vecinos de  $L$  determinados por la luz verde del semáforo, en este caso son las celdas  $L - 1$  y  $L + 1$  (dirección de sur a norte).

La regla de transición de los vehículos está dada por el siguiente conjunto de reglas, las cuales simulan el tráfico real en una intersección. Estas reglas se aplican en cada instante de tiempo  $t$  en paralelo para cada vehículo.

- Si en una calle el **semáforo** está en **verde**:

Todas las células utilizan la regla 184.

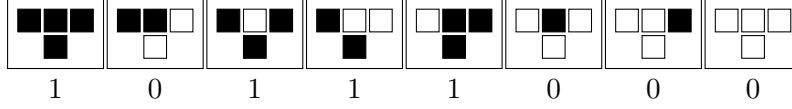


Figure 4: Diagrama de la regla 184

- Si en una calle el **semáforo** está en **rojo**:

Todas las células utilizan la regla 184 a excepción de dos de las celdas, las que están antes y después de la intersección.

- Para  $L - 1$  (inmediatamente anterior): La celda  $L - 1$  tiene que evitar que el tráfico de vehículos entre a  $L$ .

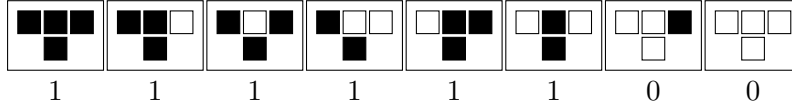


Figure 5: Diagrama de la regla 252

- Para  $L + 1$  (inmediatamente posterior): La celda inmediatamente después de la intersección,  $L + 1$  tiene que permitir que los vehículos circulen fuera de la intersección, pero no debe permitir que entren los vehículos en la intersección.

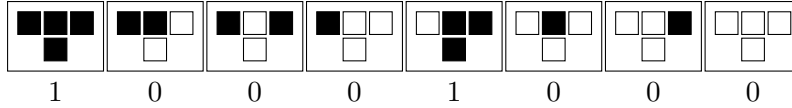


Figure 6: Diagrama de la regla 136

El comportamiento de las reglas 252 y 136 es complementario, ya que la regla 252 impide que los vehículos entren en una intersección, mientras que la regla 136 impide que los vehículos aparezcan después de una intersección[3].

## Parámetros elementales en la modelación de tráfico.

En esta sección se presentaran los parámetros que definen el comportamiento del modelo de tráfico vehicular.

### Densidad

La densidad  $\rho \in [0, 1]$  se define como número de vehículos por unidad de longitud. El comportamiento del modelo dependerá fuertemente de la densidad del modelo. Esta se calcula dividiendo el número total de vehículos  $\sum s_i$  por el número total de celdas  $|S|$ .

$$\rho = \frac{\sum s_i}{|S|} \quad (2)$$

### Velocidad

El desempeño del sistema se puede medir con la velocidad  $v \in [0, 1]$ , que es el número de celdas que cambiaron de 0 a 1, ( $s'_i > 0$ ) ( $s'_i$  representa la derivada del estado  $s_i$ ), sobre el número total de vehículos:

$$v = \frac{\sum (s'_i > 0)}{\sum s_i} \quad (3)$$

### Flujo

El flujo  $J$  es número de vehiculos por unidad de tiempo, este representa cuanto espacio está siendo ocupado por los vehículos en movimiento, por lo que se obtiene multiplicando la densidad por la velocidad.

$$J = \rho v \quad (4)$$

De modo de hacerlo más realista, en [3] suponen que una celda representa cinco metros (aproximadamente el espacio ocupado por un vehículo). Por lo que un kilómetro estará representado por 200 celdas. Asimismo cada tick (paso de tiempo en NetLogo) representa un tercio de segundo ( $1\text{tick} = \frac{1}{3}\text{seg}$ ), de aquí que la velocidad de una celda por tick equivalga a  $15\frac{m}{s}$ , es decir,  $54\frac{km}{h}$ , equivalente al límite de velocidad en las ciudades. Una densidad máxima de  $\rho = 1$  equivale a 200 vehículos por kilómetro.

## III Resultados

Como se mencionó anteriormente, se llevó a cabo una simulación propia en NetLogo [4]. Se tomaron las mismas especificaciones del modelo de [3], las cuales se muestran a continuación (ver Figura 7):

- El modelo consta de 2 calles de 80 celdas cada una, con una intersección compartida.
- La calle horizontal tiene una dirección de izquierda a derecha, mientras que la vertical de sur a norte.
- Cada calle consta de un semáforo con un periodo fijo de  $t = 160$  es decir, cada luz en el semáforo dura 80 *ticks*.

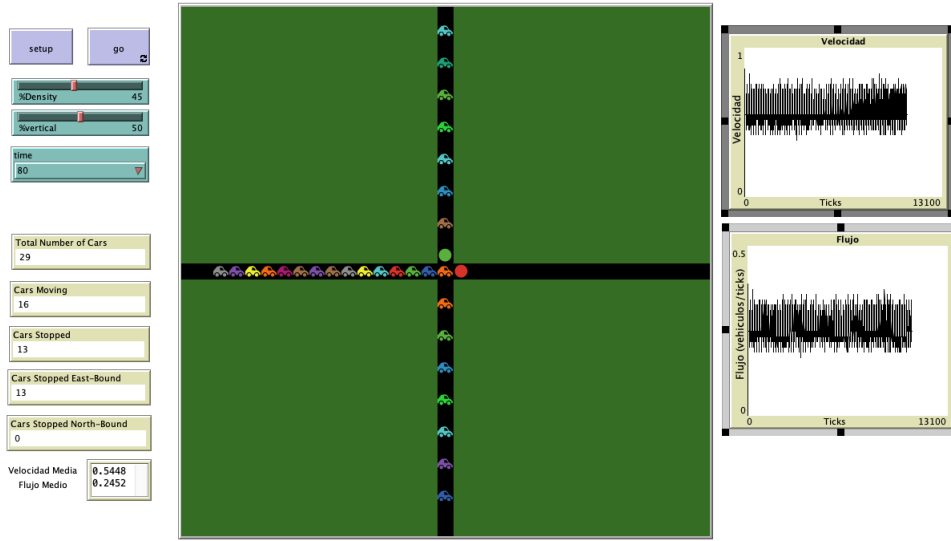


Figure 7: Entorno del modelo en NetLogo, usando una rejilla de  $16 \times 16$  con el fin de apreciar la interfaz.

- Se tomo un tiempo de 5400 ticks para estabilizar el modelo. Una vez transcurrido este tiempo, otros 5400 ticks se utilizan para calcular las estadísticas del modelo.

En la figura anterior se puede apreciar el entorno del modelo. En este se puede observar como con el *slider* de *%Density* el usuario puede especificar la densidad que se desea tener en las calles, así mismo con el *slider* *%vertical* se especifica el porcentaje de la densidad total que se requiere tener en la calle vertical. El acomodo de los coches se lleva a cabo de manera aleatoria por el programa. Además es posible precisar el periodo del semáforo con el *chooser* de *time*. Por otro lado, se detallan del lado izquierdo el número total de coches del modelo, así como los que están en movimiento y en reposo (para cada una de las direcciones), así como también se muestra la velocidad y el flujo promedio del modelo (tomando solo durante el tiempo de entrenamiento ( $5400 < ticks < 10800$ )). Por último, del lado derecho se muestran las gráficas de la velocidad y el flujo por *tick*.

Se puede observar en (8), como la velocidad y el flujo promedio comienzan a disminuir a partir de que la densidad alcanza el 0.25, de aquí que también se pueda ver la transición de la fase del *free flow* a la fase *intermittent flow*, esta fase se caracteriza por tener algunos vehículos detenidos mientras que otros fluyen y pues esto se puede destacar debido a los semáforos, ya que mientras que una calle tiene el semáforo en rojo y los coches de esta calle están detenidos, en la otra calle los vehículos fluyen libremente.

Existe una segunda transición de la fase *intermittent flow* a *interfered phase*, que es cuando la densidad ya comienza a ser muy alta, por lo que tanto el flujo como la velocidad promedio

comienzan a disminuir. Esto está ocasionado los ya que al aumentar la densidad se forman pelotones de vehículos que pueden llegar a formarse pasando la última celda disponible a la vista, y al tener una frontera periódica, estos pelotones salen del otro lado de la rejilla. Estos afectan a los vehículos que cruzan, reduciendo el flujo medio.

Una vez que la densidad llega a 1, se alcanza la situación de embotellamiento, ya que no existen espacios disponibles para que los vehículos fluyan.

Se corrieron varias simulaciones, para distintas distribuciones de la densidad, para cuando la densidad  $\rho = 0.7$ , con *%vertical* = 30, la simulación no podía completarse debido a que todas las celdas de la calle horizontal estaba ocupadas por coches, así mismo para cuando  $\rho = 0.85$ , con *%vertical* = 60.

A pesar del cambio en el *slider %vertical* en simulaciones, no se observan variaciones abruptas en el valor de los parámetros, de aquí que se pueda ver un comportamiento similar para los tres casos.

En la tabla (1) se pueden observar los valores de la velocidad y flujo promedio obtenido bajo las simulaciones.



$\rho$	$\hat{v}$	$\hat{J}$
5	1	0.05
10	1	0.1
15	1	0.15
20	1	0.2
25	1	0.25
30	0.8782	0.2634
35	0.7508	0.2628
40	0.6572	0.2629
45	0.5846	0.2633
50	0.5212	0.2606
55	0.4773	0.2625
60	0.4355	0.2613
65	0.4024	0.2616
70	0.3737	0.2616
75	0.3167	0.2375
80	0.243	0.1944
85	0.1748	0.1486
90	0.1092	0.0983
95	0.0502	0.0477
100	0	0

Table 1: Velocidad y flujo promedio en distintas densidades, tomadas con un periodo de semáforos de 160 y un mismo porcentaje para cada calle.

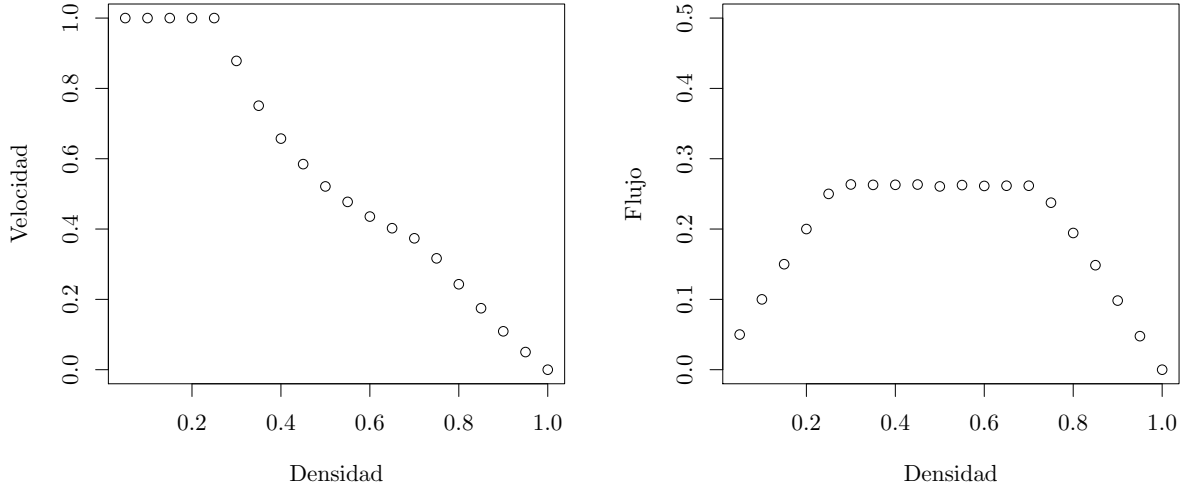


Figure 8: Velocidad y Flujo promedio a diferentes densidades con un  $t = 80$ .

Por otro lado, a fin de conocer la variaciones de  $v$  y  $J$  bajo distintos periodos en los semáforos (y siguiendo con el trabajo expuesto en [3]), se llevaron a cabo varios experimentos moviendo el *chooser* de *time*. En la figura (9) se puede observar la velocidad y flujo promedio a distintas variaciones de  $t$ , en específico: a 80, 120, 160 y 200. Se pudo observar como cuando se tenían  $t = 80$  y  $t = 160$  los valores tienden a ser bastante similares, debido a que el tamaño de la calle es del 160 celdas, en [3]) se menciona que el valor de  $t$  afecta la existencia de una fase de flujo libre, la aparición de tal fase requiere una sincronización del período del semáforo  $t$  con el tiempo de viaje alrededor del toro. Esto se logra solo cuando el tiempo de los semáforos es un múltiplo de la longitud de la calle, una condición para el flujo libre. De lo contrario, el periodo del semáforo y el periodo de los vehículos no son sincrónicos.

Sin embargo, para los valores que no son múltiplos de la longitud de la calle, se observa que tanto la velocidad y el flujo promedio se mantiene constantes.

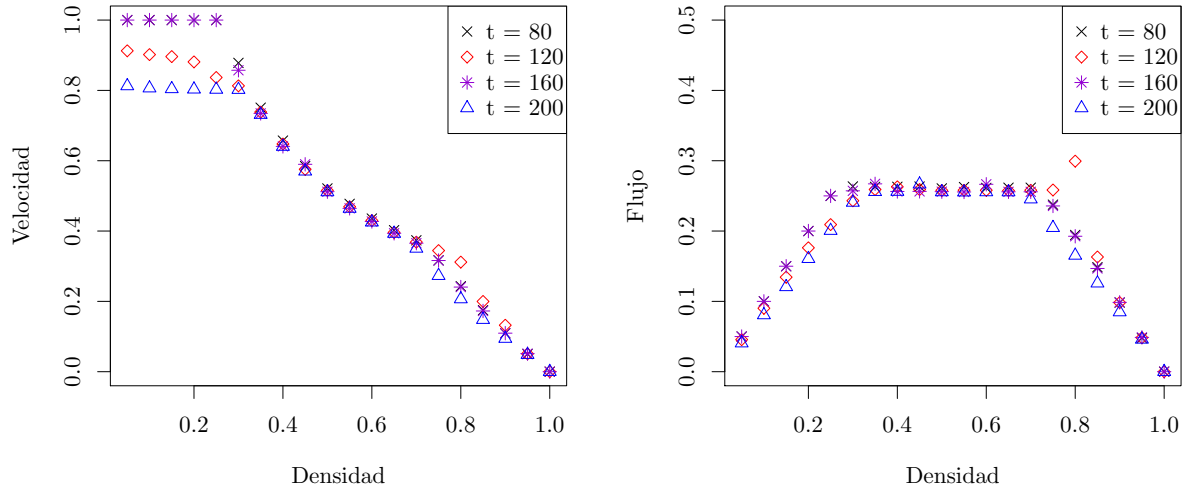


Figure 9: Estimación de los efectos  $\hat{\theta}$  de la compra de automóviles japoneses.

La última cosa a destacar fue que los resultados que se obtuvieron fueron bastante similares a los del modelo de [3].

## IV Conclusiones

El problema de coordinación de tráfico no es un problema estacionario. Las posiciones de los vehículos cambian constantemente y son interdependientes. En este trabajo se observó, de manera muy básica, la dinámica del tráfico vehicular en una intersección utilizando autómatas celulares elementales. Se pudo abstraer las nociones, detalles y propiedades elementales del tráfico real. Se puede decir que es un modelo fácil de implementar, cuando se entiende la teoría básica del tráfico vehicular y de los autómatas celulares.

A lo largo del proyecto se conocieron los parámetros que surgen de esta teoría además de las fases básicas que sigue el flujo de tráfico. Además de que se pudo observar como influye la densidad en la velocidad de los vehículos, influyendo así mismo en el flujo de las calles. A menor densidad se observa como el flujo y la velocidad comienzan a aumentar, sin embargo mientras más aumenta la densidad la complejidad aumenta. A pesar de no incluir bastantes elementos al sistema de tráfico, el modelo sirvió para entender las propiedades del tráfico de una ciudad.

Como trabajo a futuro se desea poder implementar más intersecciones, así como también modelar semáforos auto organizantes para comprobar así que el problema de tráfico se puede abordar como un problema de adaptación de semáforos.

Por otro lado sería interesante agregar otro tipo de vehículo, como el transporte colectivo o bicicletas para ver el comportamiento del sistema ante la introducción de estos. Por otro lado, se tiene en mente que, por medio de la autorganización de semáforos, se les pueda dar prioridad de pase a estos otros vehículos para así poder aumentar la afluencia de personas.

## References

- [1] J. C. Maldonado, “Un modelo para tráfico vehicular heterogéneo basado en autómatas celulares considerando movimiento uniformemente acelerado,” <http://132.248.9.195/ptd2018/mayo/0773797/Index.html>, Enero 2018.
- [2] C. Gershenson and D. A. Rosenblueth, “Self-organizing traffic lights at multiple-street intersections,” *Complexity*, vol. 17, no. 4, pp. 23–39, 2012.
- [3] D. A. Rosenblueth and C. Gershenson, “A model of city traffic based on elementary cellular automata,” *Complex Systems*, vol. 19, no. 4, p. 305, 2011.
- [4] U. Wilensky, “Netlogo.” [Online]. Available: <http://ccl.northwestern.edu/netlogo/>