

Ejercicio 3, CicloCompartido

Aguilar Valentin

April 2024

Dados P y Q , dos caminos distintos de v a w en un grafo G , demostrar que hay un ciclo en G .

Proof. Sea $P = v_0, \dots, v_p$ y $Q = w_0, \dots, w_q$ donde $v_0 = w_0 = v$ y $v_p = w_q = w$.

Caso 1: Al menos un vértice distinto en P y Q .

Supongamos que P y Q tienen al menos un vértice distinto. Por ejemplo, si v_i es el primer vértice diferente en ambos caminos, entonces tenemos un ciclo entre v_i y w_i ya que los caminos se unen y luego se desunen en este punto.

Caso 2: Distintos lugares en que los caminos se unen y se desunen.

Supongamos que los caminos P y Q tienen distintos lugares en los que se unen y se desunen. En cada una de estas uniones y desuniones, habrá un ciclo entre los vértices donde se unen y se desunen, como en el caso anterior.

Por lo tanto, en ambos casos, siempre habrá al menos un ciclo en el grafo G . \square