

Vysoké učení technické v Brně
Fakulta informačních technologií

Elektronika pro informační technologie

Semestrální projekt

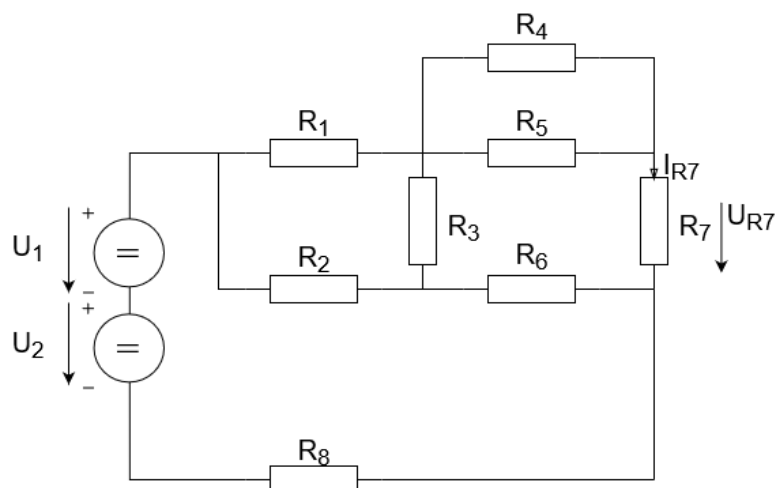
Obsah

Příklad 1:.....	3
Příklad 2:.....	7
Příklad 3:.....	11
Příklad 4:.....	14
Příklad 5:.....	17
Tabulka s výsledky:.....	20

Příklad 1:

Stanovte napětí U_{R7} a proud I_{R7} . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]	R_7 [Ω]	R_8 [Ω]
H	135	80	680	600	260	310	575	870	355	265



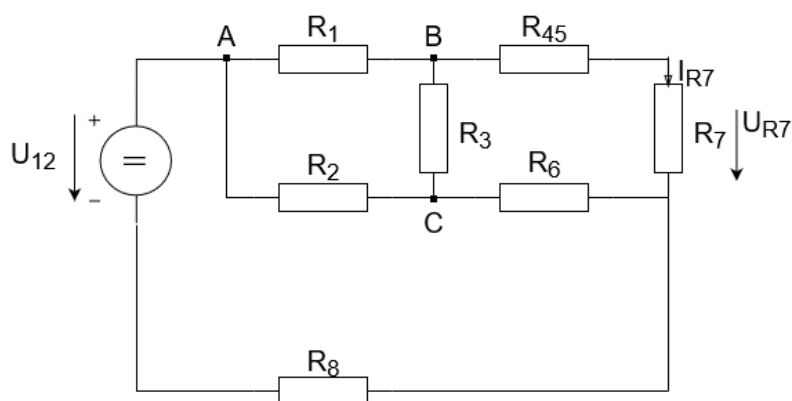
Zdroje napětí U_1 a U_2 spojíme sériově na zdroj U_{12}

$$U_{12} = U_1 + U_2 = 135 + 80 = 215 \text{ V}$$

Rezistory R_4 a R_5 jsou k sobě paralelně -> sečtu je na rezistor R_{45}

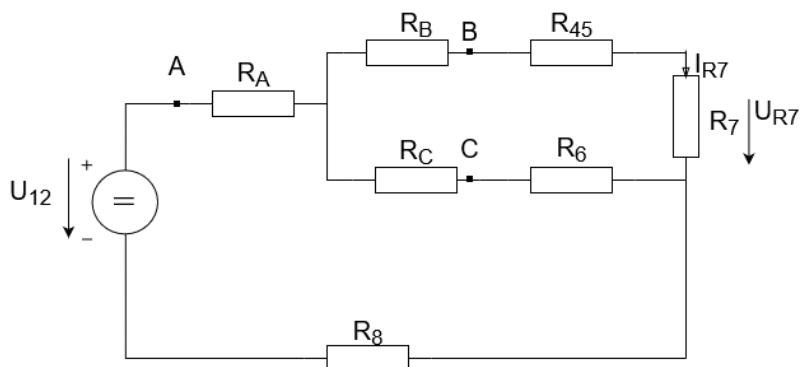
$$R_{45} = \frac{R_4 * R_5}{R_4 + R_5} = \frac{310 * 575}{310 + 575} = 201.41243 \text{ } \Omega$$

1.



Označím si uzly u rezistorů R_1 , R_2 , R_3 jako A, B, C a převedu tyto rezistory na R_A , R_B , R_C podle schématu trojúhelník-hvězda:

2.



$$R_A = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{680 * 600}{680 + 600 + 260} = 264.9351 \Omega$$

$$R_B = \frac{R_1 * R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{680 * 260}{680 + 600 + 260} = 114.8052 \Omega$$

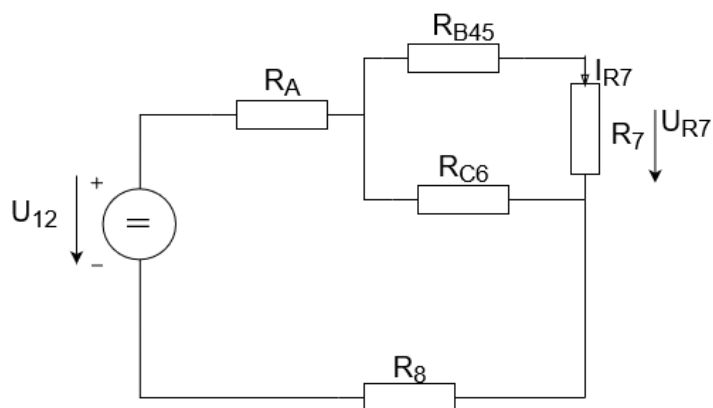
$$R_C = \frac{R_2 * R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{600 * 260}{680 + 600 + 260} = 101.2987 \Omega$$

Rezistory R_B a R_{45} spojím v sérii na rezistor R_{B45} , stejně tak i rezistory R_C a R_6 na R_{C6}

$$R_{B45} = R_B + R_{45} = 114.8050 + 201.41243 = 316.21743 \Omega$$

$$R_{C6} = R_C + R_6 = 101.2987 + 870 = 971.2987 \Omega$$

3.



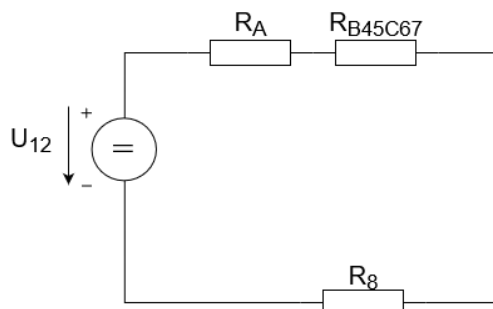
Rezistory R_{B45} a R_7 spojím v sérii na rezistor R_{B457}

$$R_{B457} = R_{B45} + R_7 = 316.21743 + 355 = 671.21743 \Omega$$

Rezistory R_{B457} a R_{C6} spojím paralelně na rezistor R_{B457C6}

$$R_{B457C6} = \frac{R_{B457} * R_{C6}}{R_{B457} + R_{C6}} = \frac{671.21743 * 971.2987}{671.21743 + 971.2987} = 396.923114 \Omega$$

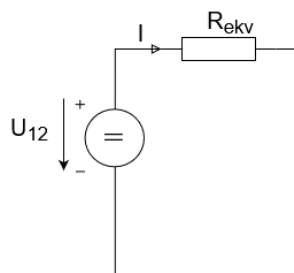
4.



Rezistory R_A , R_{B457C6} , R_8 spojíme v sérii na ekvivalentní rezistor R_{ekv}

$$R_{ekv} = R_A + R_{B457C6} + R_8 = 264.9351 + 396.923114 + 265 = 926.85821 \, \Omega$$

5.



Vypočítám proud I na rezistoru R_{ekv} pomocí Ohmova zákona

$$I = \frac{U_{12}}{R_{ekv}} = \frac{215}{926.85821} = 0.23197 \, A$$

Proud I prochází rezistory R_A , R_{B457C6} , R_8 (schéma 4) -> vypočítám napětí na nich

$$U_A = R_A * I = 264.9351 * 0.23197 = 61.456 \, V$$

$$U_{B457C6} = R_{B457C6} * I = 396.923114 * 0.23197 = 92.07425 \, V$$

$$U_8 = R_8 * I = 265 * 0.23197 = 61.4721 \, V$$

Kontrola podle II. Kirchhoffova zákona:

$$U_A + U_{B457C6} + U_8 - U = 61.456 + 92.07425 + 61.4721 - 215 \cong 0$$

Rezistorech R_{B457} , R_{C6} prochází stejné napětí U_{B457C6} -> vypočítám proud na rezistoru nich

$$I_{B457} = \frac{U_{B457C6}}{R_{B457}} = \frac{92.07425}{671.21743} = 0.13717 \, A$$

$$I_{C6} = \frac{U_{B457C6}}{R_{C6}} = \frac{92.07425}{971.2987} = 0.094795 \, A$$

Kontrola podle I. Kirchhoffova zákona:

$$I_{B457} + I_{C6} - I = 0.13717 + 0.094795 - 0.23197 \cong 0$$

Rezistory R_{B45} a R_7 prochází stejný proud I_{B457} (schéma 3) -> spočítám napětí U_{R7} na R_7

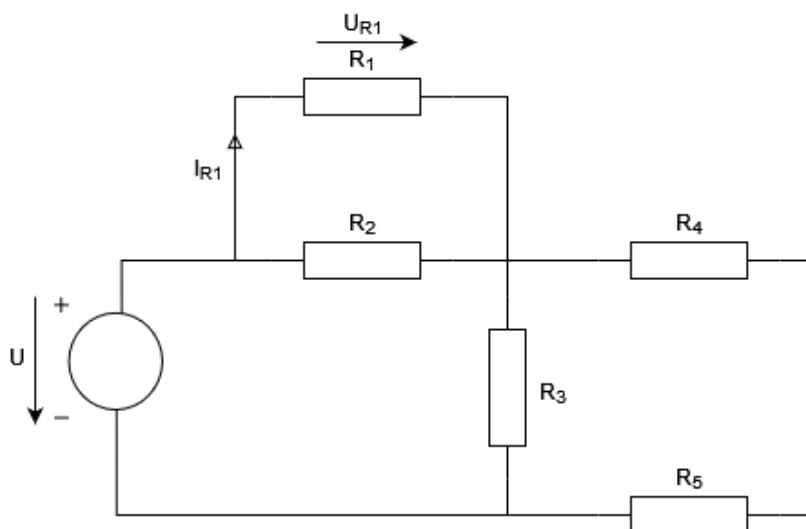
$$I_{B457} = I_{B45} = I_{R7} = 0.13717 \text{ A}$$

$$U_{R7} = I_{R7} * R_7 = 0.13717 * 355 = 48.6954 \text{ V}$$

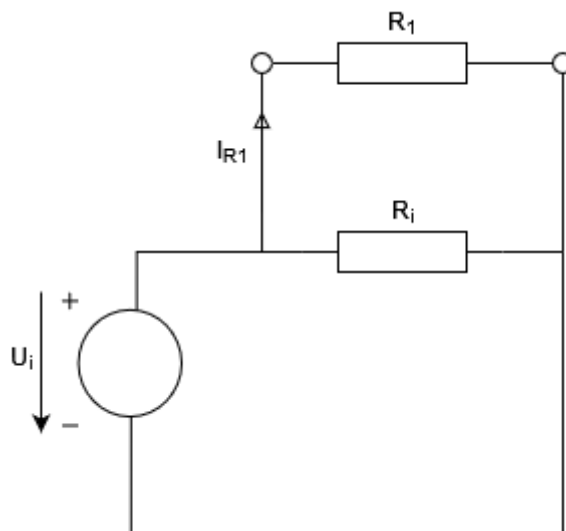
Příklad 2:

Stanovte napětí U_{R1} a proud I_{R1} . Použijte metodu Théveninovy věty.

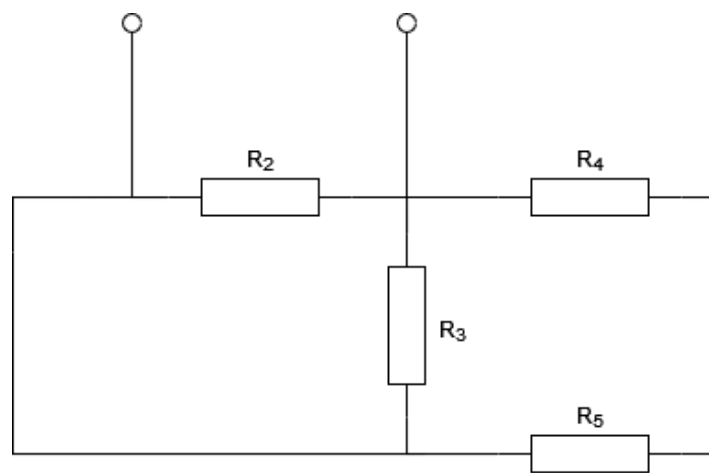
sk.	U [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
D	150	200	200	660	200	550



Obvod budu řešit metodou Théveninova teorému. takže si nejdříve vytvořím náhradní obvod s vnitřním odporem R_i a zdrojem napětí U_i vzhledem k rezistoru R_1 , jehož napětí a proud potřebuji zjistit

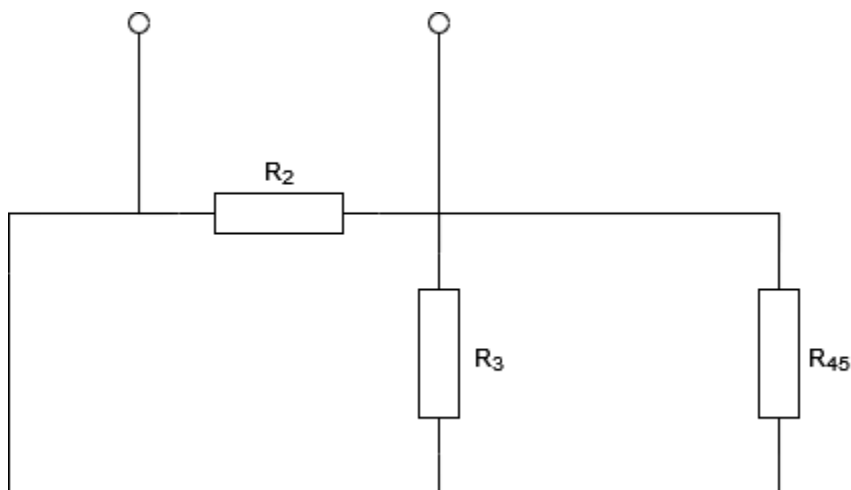


Zkratuju zdroj a postupně zjednodušuji rezistory R_{2-5} až z nich dostanu pouze jeden rezistor R_i



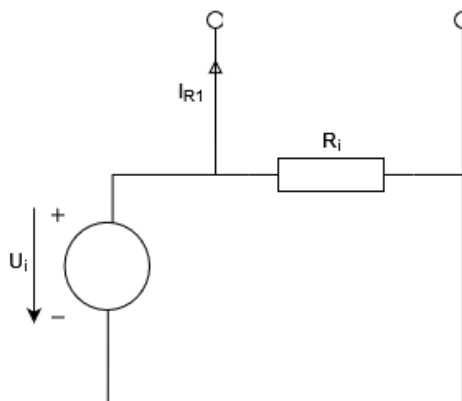
Rezistory R4, R5 spojím v sérii na rezistor R₄₅

$$R_{45} = R_4 + R_5 = 200 + 550 = 750 \, \Omega$$



Rezistory R3, R₄₅ spojím paralelně na rezistor R₃₄₅

$$R_{345} = \frac{R_3 * R_{45}}{R_3 + R_{45}} = \frac{660 * 750}{660 + 750} = 351.06383 \, \Omega$$



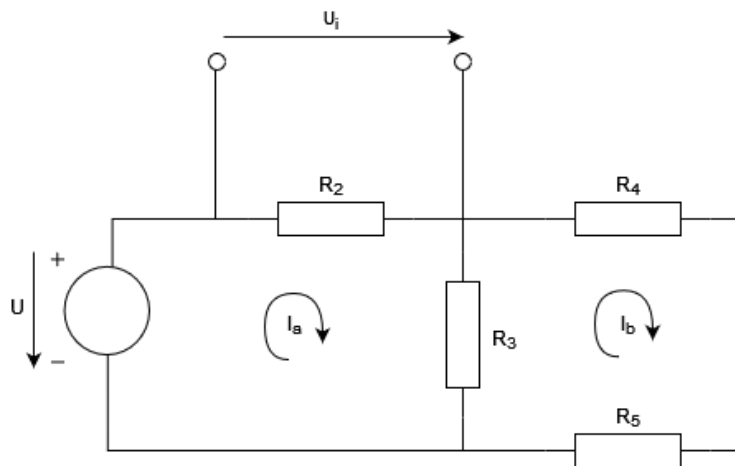
Rezistory R2, R₃₄₅ spojím paralelně na rezistor s vnitřním odporem R_i

$$R_i = \frac{R_2 * R_{345}}{R_2 + R_{345}} = \frac{200 * 351.06383}{200 + 351.06383} = 127.41313 \, \Omega$$

Nyní můžu vypočítat obvod se svorkami libovolnou metodou. např. metodu smyčkových proudů

Vyznačím si ve schématu dvě smyčky a v nich smyčkové proudy I_a , I_b (smyšlené proudy, které protékají celou smyčkou):

A následně sestavím dvě rovnice pro smyčky I_a , I_b



$$I_a: R_2 * I_a + R_3 * (I_a - I_b) - U = 0$$

$$I_b: R_4 * I_b + R_5 * I_b + R_3 * (I_b - I_a) = 0$$

Dosadím do rovnic hodnoty ze zadání a vzniknou mi dvě rovnice o dvou neznámých I_a , I_b

$$200 * I_a + 660 * (I_a - I_b) - 150 = 0$$

$$200 * I_b + 550 * I_b + 660 * (I_b - I_a) = 0$$

$$860 * I_a - 660 * I_b = 150$$

$$-660 * I_a + 1410 * I_b = 0$$

Z druhé rovnice si vyjádřím I_b a dosadím do první

$$1410 I_b = 660 I_a \rightarrow I_b = \frac{22}{47} I_a$$

$$860 I_a - 660 * \frac{22}{47} I_a = 150$$

$$551.06382 * I_a = 150$$

$$I_a = \frac{150}{551.06383} = 0.272201 \text{ A}$$

Zpětně vypočítám I_b :

$$I_b = \frac{22}{47} I_a$$

$$I_b = \frac{22}{47} * 0.272201 = 0.12741 \text{ A}$$

Vypočítám napětí U_{R2} na rezistoru R_2 a tím i vnitřní napětí U_i , protože jsou svorky k rezistoru R_2 paralelně

$$U_i = U_{R2} = R_2 * I_a = 200 * 0.272201 = 54.4402 \text{ V}$$

Vypočítám I_{R1}

$$I_{R1} = \frac{U_i}{R_i + R_1} = \frac{54.4402}{127.41313 + 200} = 0.166274 \text{ A}$$

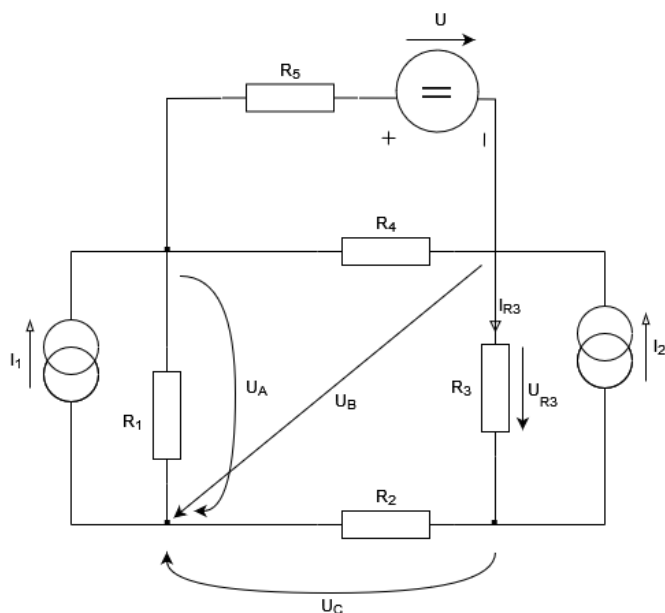
A proud U_{R1} procházející rezistorem R_1

$$U_{R1} = I_{R1} * R_1 = 0.166274 * 200 = 33.2457 \text{ V}$$

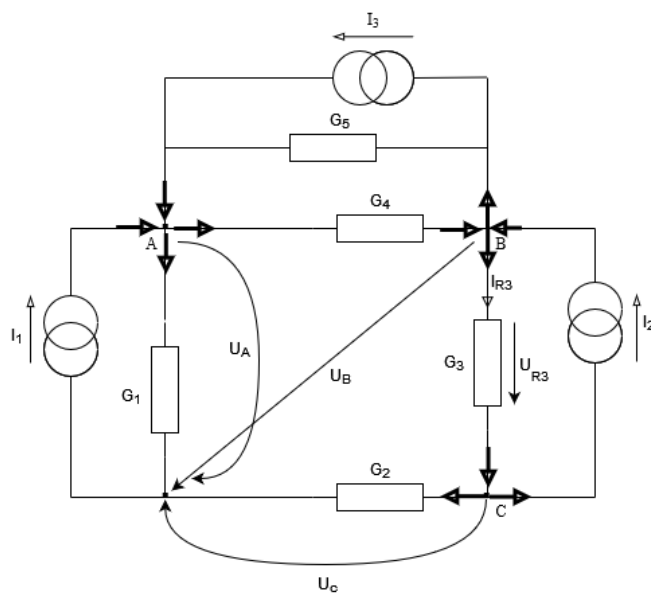
Příklad 3:

Stanovte napětí U_{R3} a proud I_{R3} . Použijte metodu uzlových napětí (U_A , U_B , U_C).

sk.	U [V]	I_1 [A]	I_2 [A]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
F	145	0.75	0.85	48	44	53	36	25



Označím si uzly, které budu počítat jako A, B, C a zaznačím proudy, které do nich přitékají/odtékají. změním zdroj napětí U na proudový zdroj I_3 , a přepíšu rezistory na vodivost G



Spočítám proudový zdroj I_3 :

$$I_3 = \frac{U}{R_5} = \frac{145}{25} = 5.8 \text{ A}$$

A určím vzoreček pro výpočet vodivosti G na rezistorech:

$$G = \frac{1}{R}$$

Dále pro každý nezávislý uzel v obvodu určím uzlové napětí:

$$I_{R1} = U_A * G_1$$

$$I_{R2} = U_C * G_2$$

$$I_{R3} = G_3 * (U_B - U_C)$$

$$I_{R4} = G_4 * (U_A - U_B)$$

$$I_{R5} = G_5 * (U_B - U_A)$$

Podle I: Kirchoffova zákona:

$$A: I_1 + I_3 + I_{R5} - I_{R4} - I_{R1} = 0$$

$$B: I_2 - I_3 - I_{R5} - I_{R3} + I_{R4} = 0$$

$$C: -I_2 + I_{R3} + I_{R2} = 0$$

$$A: -U_A * (G_4 + G_1 + G_5) + U_B * (G_4 + G_5) + U_C * (0) = -I_1 - I_3$$

$$B: U_A * (G_4 + G_5) - U_B * (G_4 + G_3 + G_5) + U_C * (G_3) = I_3 - I_2$$

$$C: U_A * (0) + U_B * (G_3) - U_C * (G_3 + G_2) = I_2$$

Získal jsem 3 rovnice o třech neznámých U_A, U_B, U_C -> můžu dosadit hodnoty do rovnic přepsat ji na matici 3x3 se sloupci U_A, U_B, U_C a proudy na pravé straně:

$$\begin{pmatrix} -(\frac{1}{36} + \frac{1}{48} + \frac{1}{25}) & \frac{1}{36} + \frac{1}{25} & 0 \\ \frac{1}{36} + \frac{1}{25} & -(\frac{1}{36} + \frac{1}{53} + \frac{1}{25}) & \frac{1}{53} \\ 0 & \frac{1}{53} & -(\frac{1}{53} + \frac{1}{44}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.75 - 5.8 \\ 5.8 - 0.85 \\ 0.85 \end{pmatrix}$$

Vypočítám si determinant matice a následně pomocí Cramerova pravidla dopočítám neznámé U_A , U_B , U_C :

$$U_A = 64.43083 \text{ V}$$

$$U_B = -12.40396 \text{ V}$$

$$U_C = -26.06159 \text{ V}$$

Podle dříve určeného vzorce spočítám proud I_{R3} :

$$I_{R3} = G_3 * (U_B - U_C)$$

$$I_{R3} = \frac{1}{53} * (-12.40396 - (-26.06159)) = 0.25769 \text{ A}$$

A podle Ohmova zákona i napětí U_{R3} :

$$U_{R3} = I_{R3} * R_3 = 0.25769 * 53 = 13.6576 \text{ V}$$

Příklad 4:

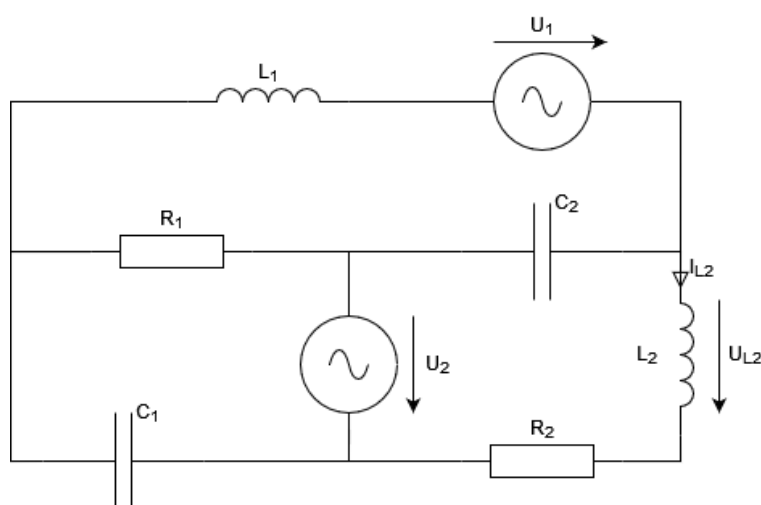
Pro napájecí napětí platí: $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$. $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$.

Ve vztahu pro napětí $u_{L2} = U_{L2} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{L2})$ určete U_{L2} a φ_{L2} . Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik

$(t = \frac{\pi}{2\omega})$.

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	L_1 [mH]	L_2 [mH]	C_1 [μ F]	C_2 [μ F]	f [Hz]
H	5	6	10	10	160	75	155	70	95



Nejdříve si musím převést hodnoty ze zadání do základních jednotek (indukčnost cívky a kapacitu kondenzátoru) a také již ze zadaných hodnot můžu vypočítat hodnotu ω

$$\omega = 2 * \pi * f = 2 * \pi * 95 = 190\pi = 596.902604 \text{ Rad}$$

$$L_1 = 160 \text{ mH} = 0.16 \text{ H}$$

$$L_2 = 75 \text{ mH} = 0.075 \text{ H}$$

$$C_1 = 155 \mu\text{F} = 0.000155 \text{ F}$$

$$C_2 = 70 \mu\text{F} = 0.00007 \text{ F}$$

Vypočítám vnitřní impedance cívek a kondenzátorů:

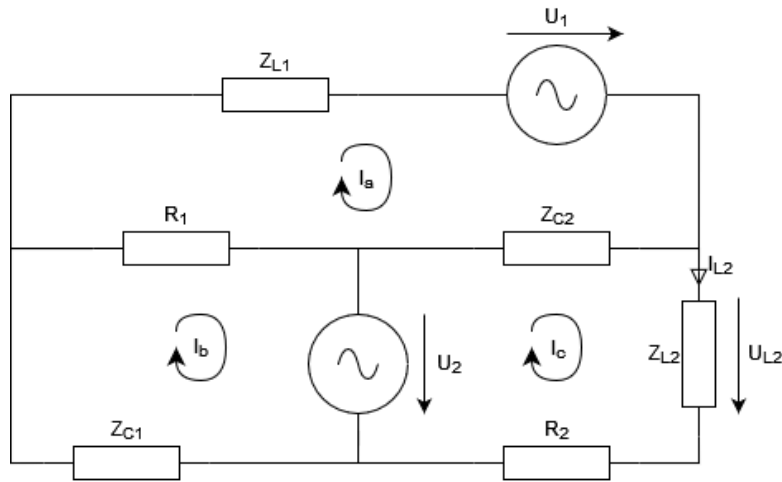
$$Z_{C1} = \frac{1}{j * \omega * C_1} = \frac{1}{-j * 596.902604 * 0.000155} = -11.16094j \Omega$$

$$Z_{C2} = \frac{1}{-j * \omega * C_2} = \frac{1}{-j * 596.902604 * 0.00007} = -23.9331j \Omega$$

$$Z_{L1} = j * \omega * L_1 = j * 596.902604 * 0.16 = 92.4885j \Omega$$

$$Z_{L2} = j * \omega * L_2 = j * 596.902604 * 0.075 = 44.7677j \Omega$$

Pro metodu smyčkových proudů si vyznačím fiktivní proudy I_a , I_b , I_c (použiji již vypočítané impedance):



Sestavím rovnice pro smyčkové proudy:

$$I_a: Z_{L1} * I_a + Z_{C2} * (I_a - I_c) + R_1 * (I_a - I_b) + U_1 = 0$$

$$I_b: Z_{C1} * I_b + R_1 * (I_b - I_a) + U_2 = 0$$

$$I_c: R_2 * I_c + Z_{L2} * I_c + Z_{C2} * (I_c - I_a) - U_2 = 0$$

$$I_a: I_a * (Z_{L1} + Z_{C2} + R_1) - I_b * (R_1) - I_c * (Z_{C2}) = -U_1$$

$$I_b: -I_a * (R_1) + I_b * (Z_{C1} + R_1) + I_c * (0) = -U_2$$

$$I_c: -I_a * (Z_{C2}) + I_b * (0) + I_c * (Z_{C2} + Z_{L2} + R_2) = U_2$$

Nyní můžu sestavit matici 3x3 se sloupci I_a , I_b , I_c (neznámými) a napětími na pravé straně:

$$\begin{pmatrix} Z_{L1} + Z_{C2} + R_1 & -R_1 & -Z_{C2} \\ -R_1 & Z_{C1} + R_1 & 0 \\ -Z_{C2} & 0 & Z_{C2} + Z_{L2} + R_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -U_1 \\ -U_2 \\ U_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 92.4885j - 23.9331j + 10 & -10 & 23.9331j \\ -10 & -11.16094j + 10 & 0 \\ 23.9331j & 0 & -23.9331j + 44.7677j + 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -6 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 68.5554j + 10 & -10 & 23.9331j \\ -10 & -11.16094j + 10 & 0 \\ 23.9331j & 0 & 20.8346j + 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -6 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Po úpravě na trojúhelníkový tvar vyšel výsledek (počítáno v MATLAB):

$$I_a = -0.21051 - 0.225514j \text{ A}$$

$$I_b = -0.486228 - 0.300025j \text{ A}$$

$$I_c = 0.409938 - 0.350276j \text{ A}$$

Proud na cívce L₂ vypočítám přes smyčkové proudy:

$$I_{L2} = I_c = 0.409938 - 0.350276j \text{ A}$$

Pomocí Ohmova zákona vypočítám napětí U_{L2} a poté jeho absolutní hodnotu přes Pythagorovu větu z imaginární a reálné části komplexního čísla:

$$\begin{aligned} U_{L2} &= I_{L2} * Z_{L2} = \\ &= (0.409938 - 0.350276j) * (0 - 44.7677j) = \\ &= (0.409938 * 0 - (-0.350276) * (-44.7677)) + (0.409938 * (-44.7677) + (-0.350276) * 0)j = \\ &= 0.350276 * (-44.7677) + (0.409938 * (-44.7677))j = -15.6811 - 18.352j \end{aligned}$$

$$|U_{L2}| = \sqrt{(-15.6811)^2 + (-18.352)^2} = 24.139 \text{ V}$$

Ještě dopočítám fázový posun φ_{L2} z imaginární a reálné části komplexního čísla:

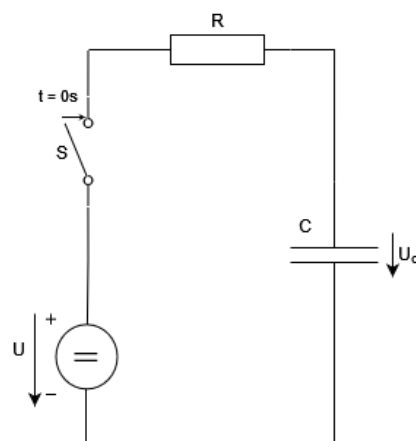
$$\begin{aligned} \varphi_{L2} &= \arctg\left(\frac{-15.6811}{-18.352}\right) = \arctg(0.854463) = \\ &= 40^\circ 30' = 0.7071 \text{ Rad} \end{aligned}$$

Příklad 5:

V obvodu na obrázku níže v čase $t = 0[s]$ sepne spínač S. Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku. dále ji upravte dosazením hodnot parametrů.

Vypočítejte analytické řešení $u_c = f(t)$. Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

sk.	U [V]	R [Ω]	C [F]	$u_c(0)$ [V]
C	45	5	30	12



Tento obvod lze popsat následujícími třemi rovnicemi:

1. Ohmův zákon:

$$i = \frac{U_r}{R}$$

2. II. Kirchhoffův zákon

$$u_r + u_c - U = 0$$

3. Diferenciální rovnice popisující napětí na kondenzátoru a počáteční podmínku:

$$u'_c = \frac{i}{C}, u_c(0) = u_{cp} = 12 \text{ V}$$

Z těchto tří rovnic sestavím diferenciální rovnici:

$$u'_c = \frac{U - u_c}{R * C}$$

$$u'_c + \frac{u_c}{R * C} = \frac{U}{R * C} \rightarrow u'_c + \frac{u_c}{150} = \frac{3}{10}$$

Charakteristická rovnice ($u'_c = \lambda, u_c = 1, (\text{pravá strana}) = 0$):

$$\lambda + \frac{1}{150} = 0 \rightarrow \lambda = -\frac{1}{150}$$

Očekávané řešení příkladu (funkce K závislá na čase t):

$$u_c(t) = K(t) * e^{\lambda * t}$$

Zderivuji u_c a dosadím λ :

$$u'_c(t) = K'(t) * e^{-\frac{t}{150}} + K(t) * \left(-\frac{1}{150}\right) * e^{-\frac{t}{150}}$$

Dosadím u_c a u'_c do definované diferenciální rovnice:

$$u'_c + \frac{u_c}{R * C} = \frac{U}{R * C}$$

$$u'_c + u_c * \frac{1}{R * C} = \frac{U}{R * C}$$

$$K'(t) * e^{-\frac{t}{150}} + K(t) * \left(-\frac{1}{150}\right) * e^{-\frac{t}{150}} + K(t) * e^{-\frac{t}{150}} * \frac{1}{R * C} = \frac{U}{R * C}$$

$$K'(t) * e^{-\frac{t}{150}} + K(t) * \left(-\frac{1}{150}\right) * e^{-\frac{t}{150}} + K(t) * e^{-\frac{t}{150}} * \frac{1}{150} = \frac{3}{10}$$

$$K'(t) * e^{-\frac{t}{150}} = \frac{3}{10}$$

$$K'(t) = \frac{3}{10 * e^{-\frac{t}{150}}}$$

Získal jsem zderivovanou funkci $K(t)$, ale potřebuji nezderivovanou -> zintegruji ji (protože inverzní operace k derivaci je integrace)

$$\int K'(t) = \frac{3}{10} * e^{-\frac{t}{150}}$$

$$K(t) = \frac{3}{10} * \frac{1}{\frac{1}{150}} * e^{-\frac{t}{150}} + k$$

$$K(t) = 45 * e^{-\frac{t}{150}} + k$$

Dosadím $K(t)$ do očekávané rovnice:

$$u_c(t) = K(t) * e^{\lambda * t}$$

$$u_c(t) = 45 * e^{-\frac{t}{150}} + k * e^{-\frac{t}{150}}$$

Doplním do rovnice počáteční podmínku: $u_c(t) = 12V$. kde $t = 0$

$$12 = 45 + k$$

$$k = -33$$

Zkouška:

Vyjádřím si u'_c :

$$u'_c + u_c * \frac{1}{R * C} = \frac{U}{R * C}$$

$$u_c(t) = 45 - 33 * e^{-\frac{t}{150}}$$

$$u'_c + \frac{45}{150} - \frac{33 * e^{-\frac{t}{150}}}{150} = \frac{45}{150}$$

$$u'_c = \frac{33 * e^{-\frac{t}{150}}}{150}$$

Dosadím do diferenciální rovnice ($k = -33$. $t = 0$):

$$u'_c + u_c * \frac{1}{R * C} = \frac{U}{R * C}$$

$$\frac{33 * e^{-\frac{0}{150}}}{150} + \frac{45 - 33 * e^{-\frac{0}{150}}}{150} = \frac{45}{150}$$

$$\frac{33}{150} + \frac{12}{150} = \frac{45}{150}$$

$$\frac{45}{150} = \frac{45}{150}$$

$$0 = 0$$

Tabulka s výsledky:

Příklad	Sk.	Výsledek
1	H	$U_{R7} = 48.6954 \text{ V}$ $I_{R7} = 0.1372 \text{ A}$
2	D	$U_{R1} = 33.2457 \text{ V}$ $I_{R1} = 0.1663 \text{ A}$
3	F	$U_{R3} = 13.6576 \text{ V}$ $I_{R3} = 0.2577 \text{ A}$
4	H	$ U_{L2} = 24.139 \text{ V}$ $\varphi_{L2} = 0.7071 \text{ Rad}$
5	C	$u_C(t) = 45 - 33 * e^{-\frac{t}{150}}$