Trabajo Práctico N°4: Identificación de sistemas mediante modelos lineales

Nieva Miguel Pedro Valentin | M.U:00932

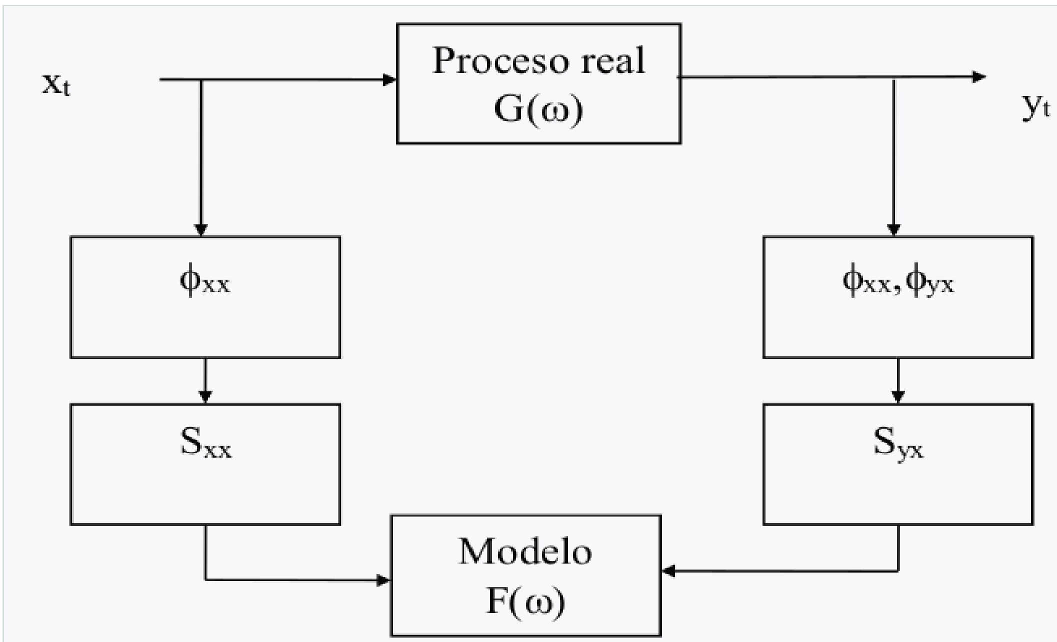
Código: https://github.com/valkur5/Control-Optimo/tree/main/TP4

Actividad:

Se plantea el siguiente sistema lineal:

$$G(s) = \frac{0.16\, s + 1}{0.4\, s^2 + 0.64\, s + 1}$$

Donde se pide que se siga el siguiente esquema de medición para poder recuperar esta señal original:



Se nos pide entonces:

1. Excitar con una señal x_t aleatoria, como ruido blanco con media cero y varianza unidad.
    - Determinar el valor de los tiempos de correlación para que el Δf del espectro de Fourier tenga la exactitud adecuada.
2. Emplear las señales PRBS binarias con valores -1 y 1 (Es decir, valor medio cero). Probar con PRBS7 y PRBS15 para comparar. Repetir el cálculo de los espectros.
    - Determinar el valor de los tiempos de correlación para que el Δf del espectro de Fourier tenga la exactitud adecuada.

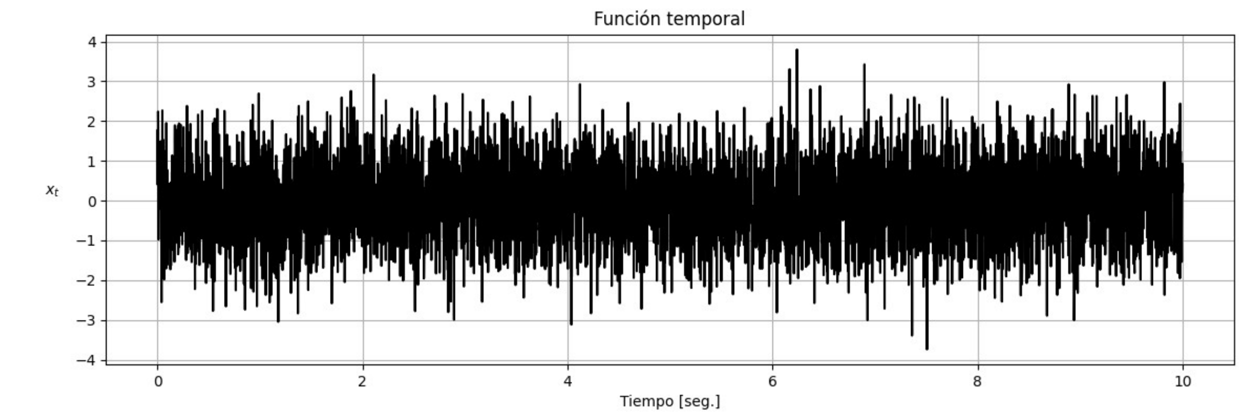
En cada caso dibujar el diagrama de Bode del cociente:

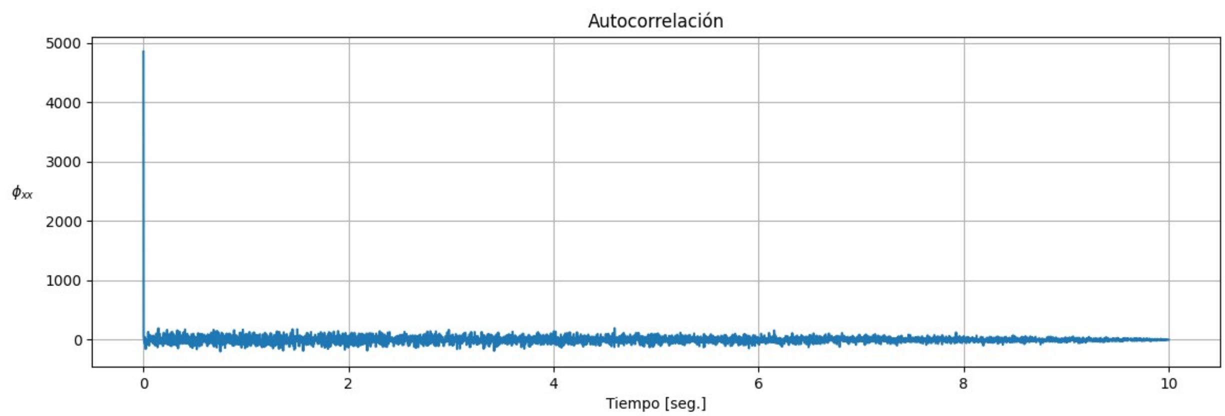
$$F(n)=\frac{S_{xy}(n)}{S_{xx}(n)}$$

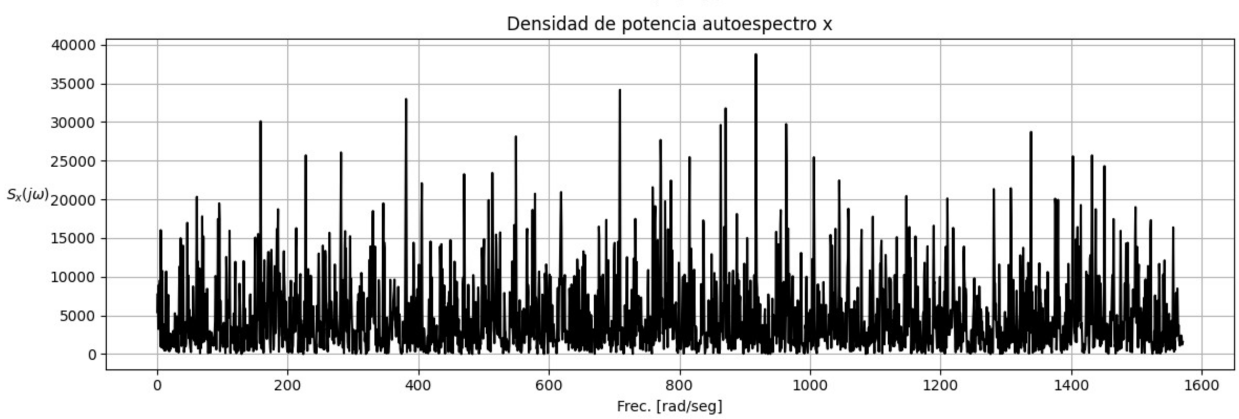
donde n sea el valor de cada frecuencia a la que se está haciendo el cociente.

Desarrollo:

1. Empezaremos primero generando la señal aleatoria de ruido blanco, con media cero y varianza unidad, obteniendo el siguiente gráfico, con su espectro en potencia y su espectro de autocorrelación para verificar que efectivamente estamos en presencia de ruido blanco:





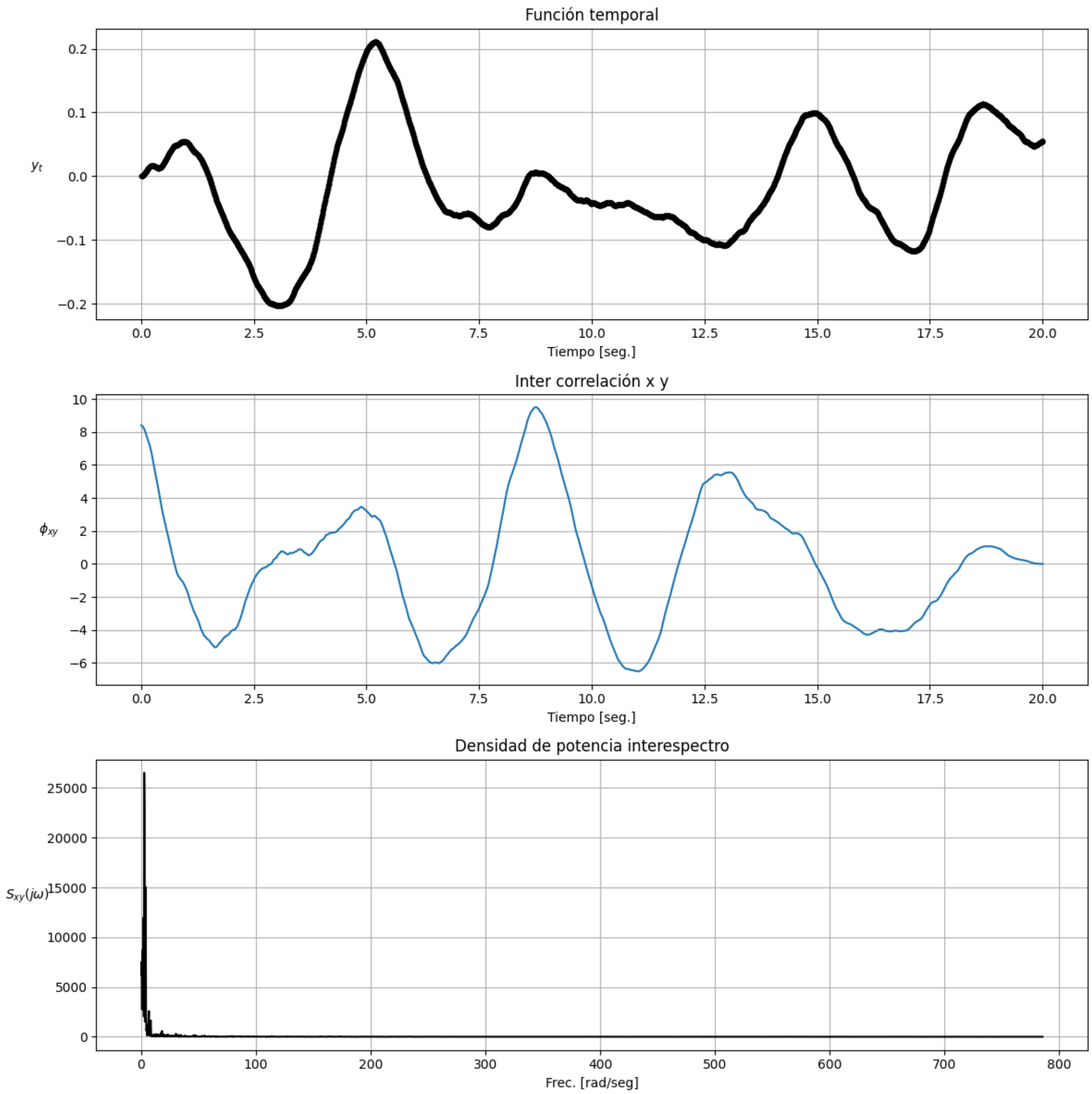


Vamos a analizar cada gráfico:

Ahora bien, una vez tenemos ya nuestra señal de ruido blanco con la que excitaremos nuestra entrada del sistema, analizaremos la salida del sistema.

Para esto tendremos que convertir el sistema de continuo a discreto. (Analizar el código en el link del repositorio anexado).

Haciendo la simulación de la salida de nuestro sistema con una entrada de ruido blanco, vemos que obtenemos:

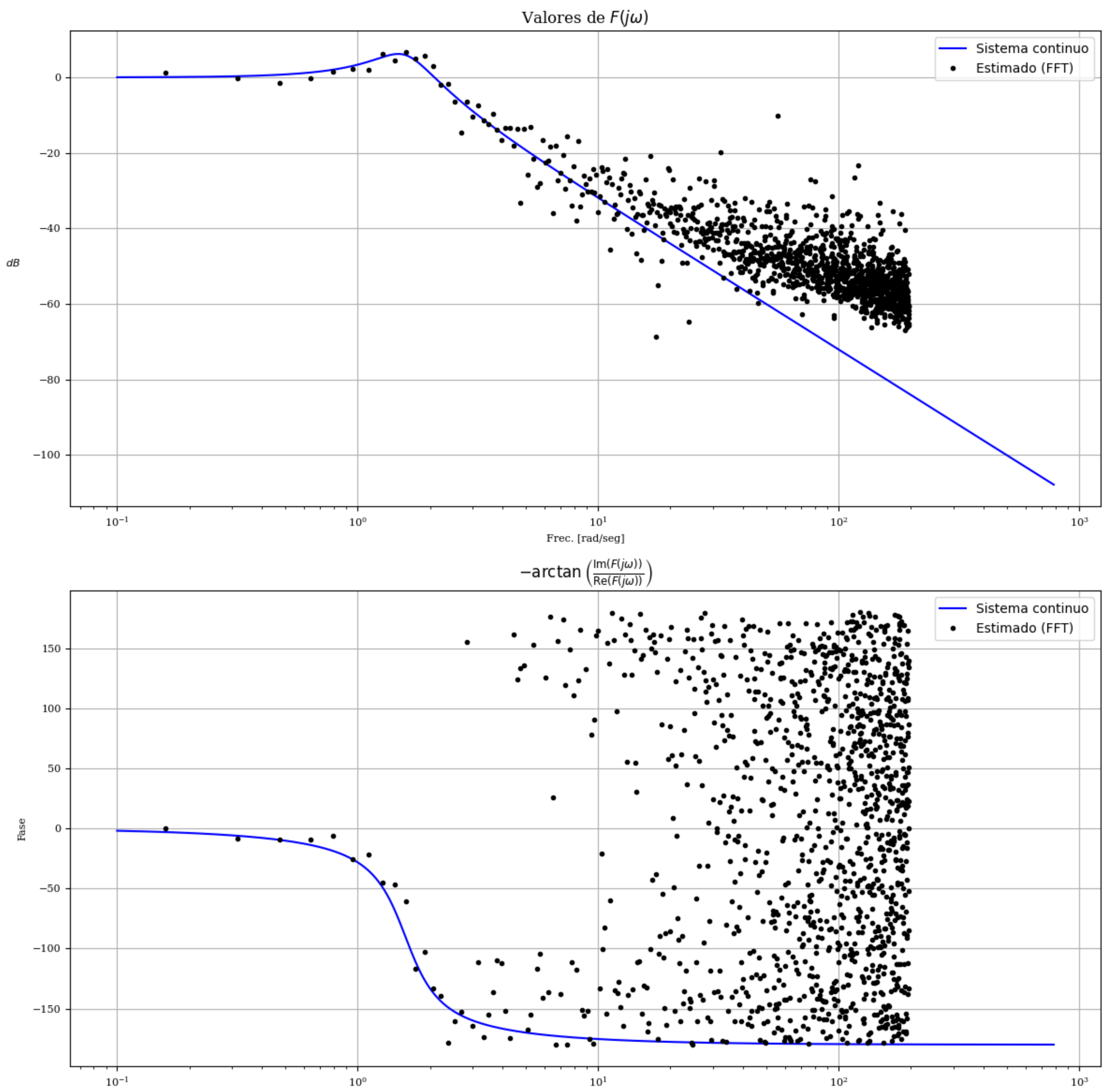


Tenemos como resultado una señal no periódica cuya densidad de potencia está ubicada en las bajas frecuencias.

Una vez teniendo ya la salida de nuestro sistema, hace falta calcular la intercorrelación entre la entrada y salida para luego su espectro en potencia, para luego obtener una aproximación a la función de transferencia dada, utilizando la ecuación:

$$F(n)=\frac{S_{xy}(n)}{S_{xx}(n)}$$

Realizando el cálculo y utilizando la ecuación anterior, obtenemos la siguiente salida:

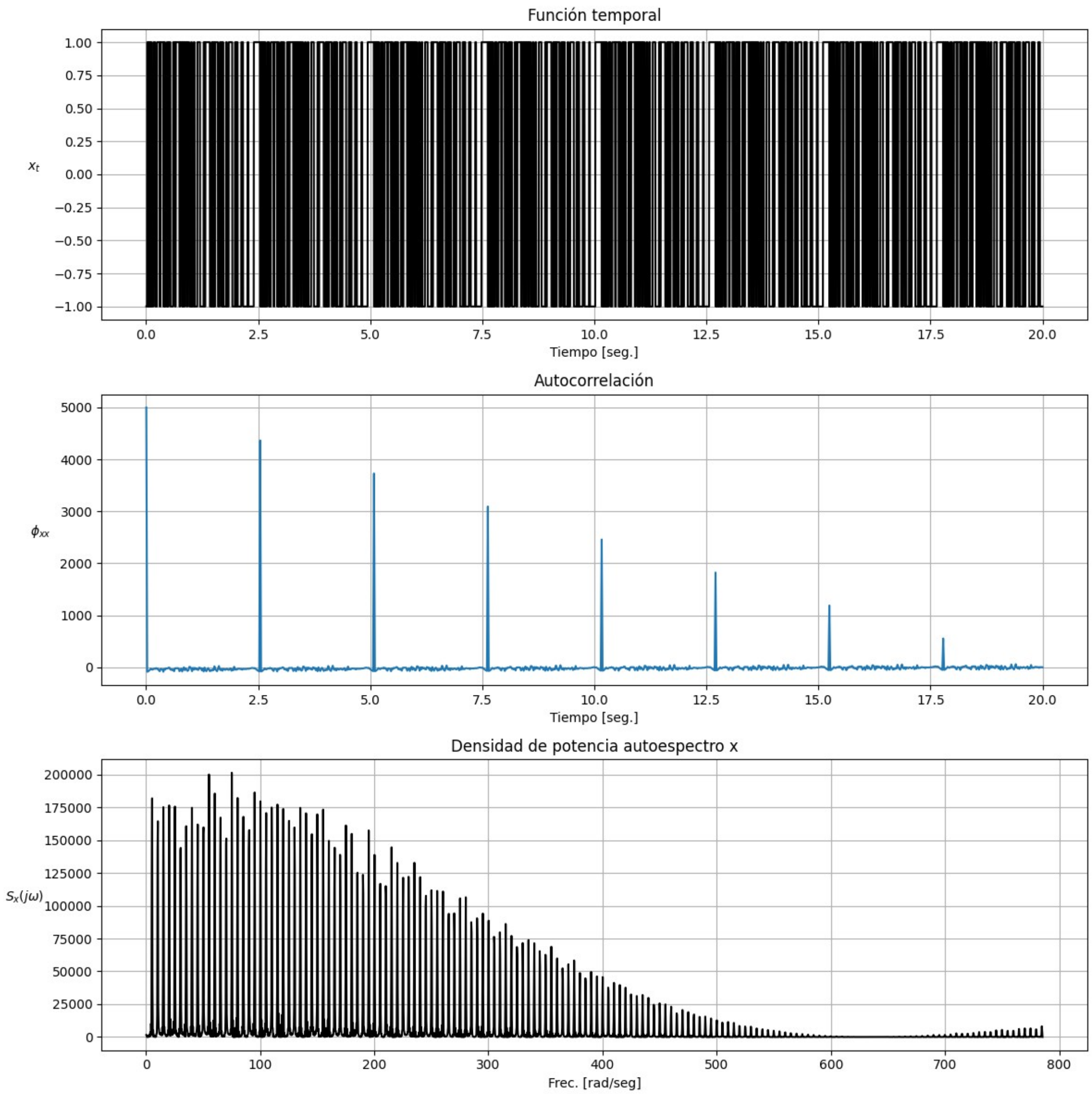


Vemos que la estimación del sistema continuo tiene bastante exactitud como para poder compararlo con la señal original sin problemas. Este resultado se obtuvo con un $\Delta f=0.05$ y una frecuencia de muestreo de $\Delta T_S=0.004$. Con lo que podemos decir que con estos valores podemos obtener un exactitud aceptable, a frecuencias no muy altas.

- **Función temporal:** Vemos que obtuvimos un ruido donde a simple vista no podemos saber si existe algún patrón repetitivo o no. Lo que si podemos determinar es que efectivamente su valor medio va a rondar entorno al 0 y su varianza es muy próxima a la unidad (Se comprueba esto en código y se demuestra que efectivamente, valor medio 0.014 y varianza 0.97).
- **Autocorrleación:** Debido a que no podemos saber si estamos en presencia de una señal no repetitiva que represente el ruido, es necesario analizar esta gráfica. En este caso vemos que tenemos un pico en el origen (cuando $\tau=0$) y luego se vuelve cero para todo $\tau\neq0$. Esto ocurre para toda señal que no sea periódica (al menos no en el periodo analizado).
- **Densidad de potencia:** La importancia de analizar esta gráfica es que nos confirma que efectivamente estamos hablando de ruido blanco, ya que la potencia se distribuye a lo largo de todo el espectro de frecuencias.

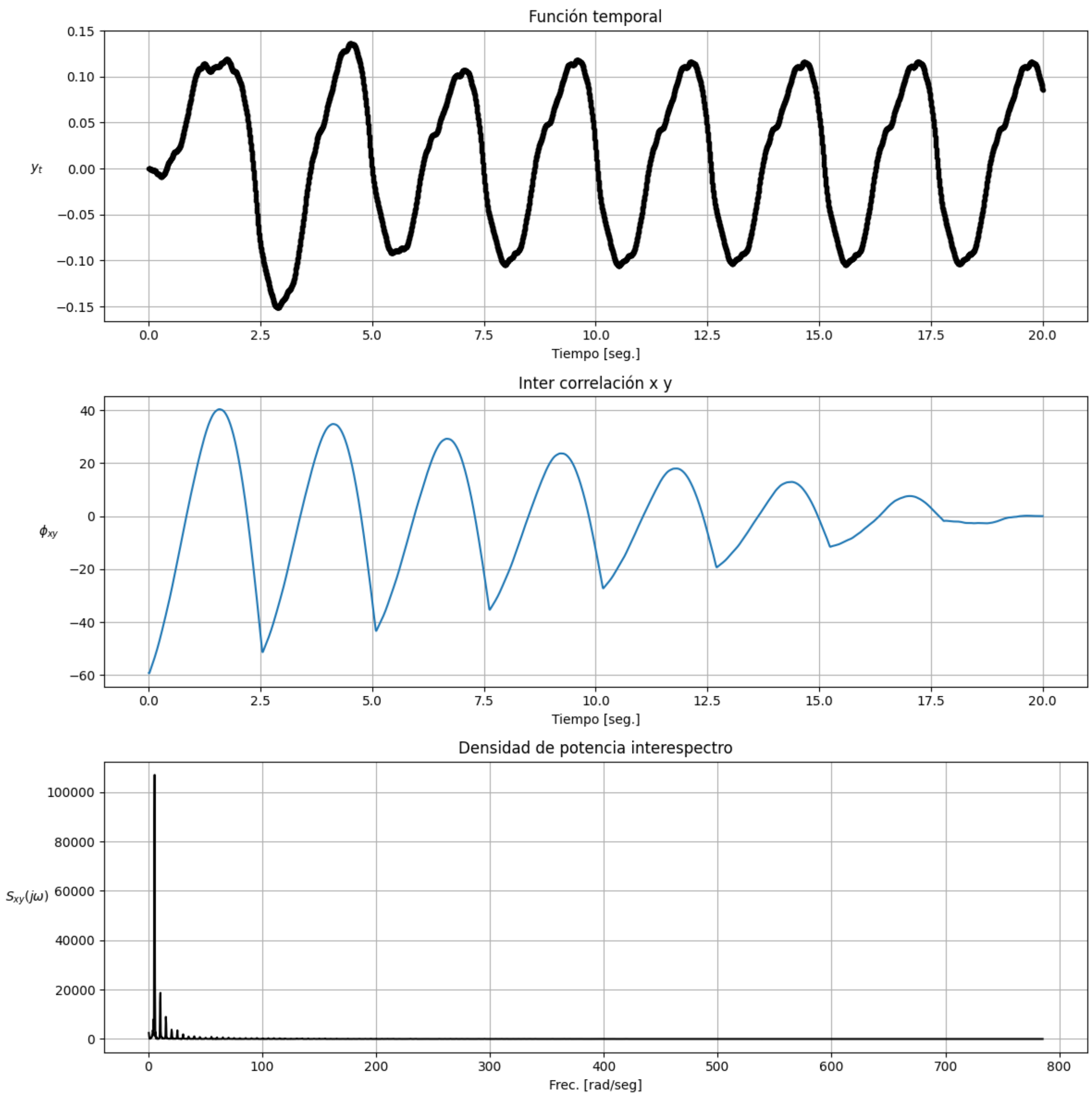
2. Se Ahora realizaremos el mismo análisis pero utilizando señales Pseudoaleatorias PRBS7 y PRBS15, comparando el resultado a la salida de ambas y también comparando estos resultados con el caso visto en el inciso anterior. El análisis del método a aplicar es el mismo que el caso anterior.

- Partimos de generar nuestra señal **PRBS7** en lugar de generar la señal de ruido:



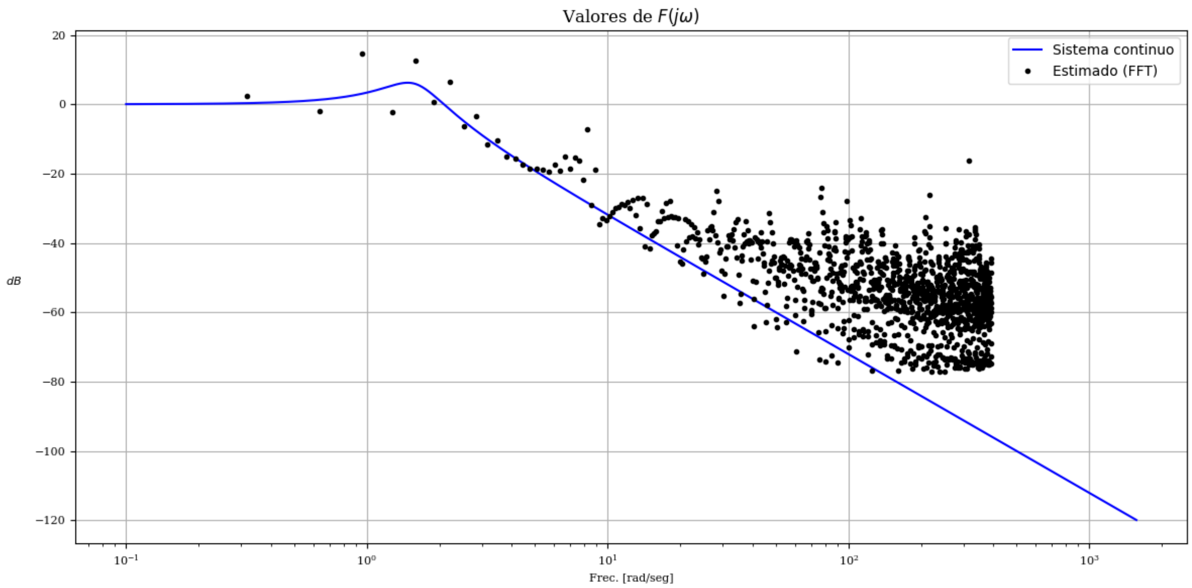
Vemos que tiene su ciclo repetitivo cada 2.5, esto es importante ya que a medida que aumenta el grado de nuestra señal PRBS, el periodo de repetición se hace mucho más grande (Lo veremos en el siguiente caso).

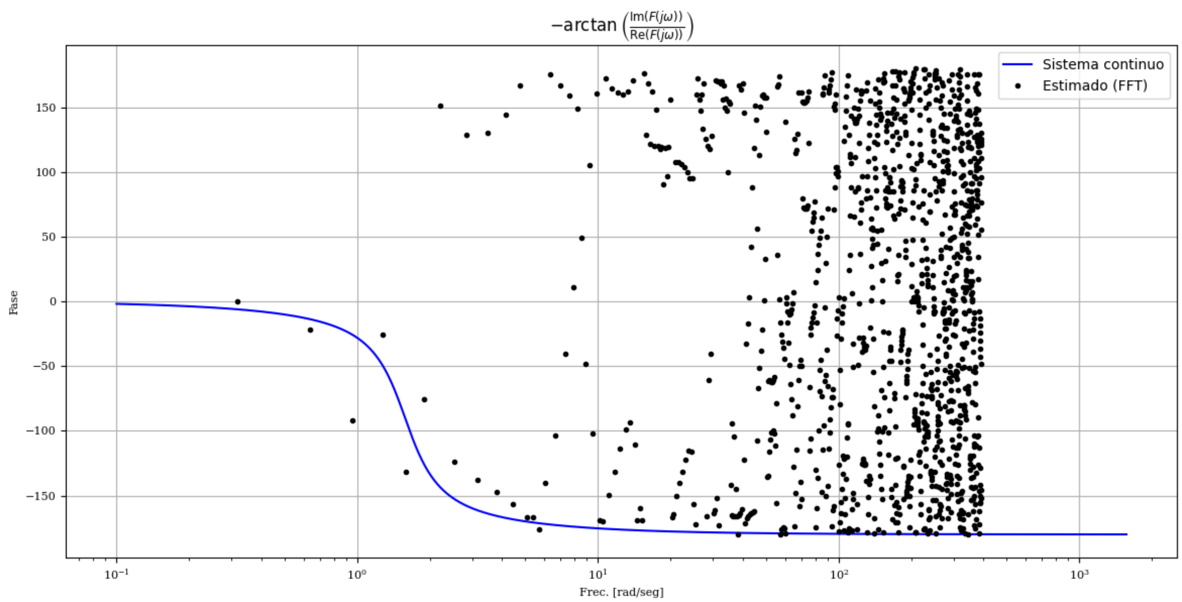
Una vez generada nuestra señal ya podemos inyectar esta a la entrada de nuestro sistema, obteniendo así a la salida lo siguiente:



Lo primero que podemos observar en el espectro de la intercorrelación es que tenemos un espectro mucho más suave, esto debido a que ya no tenemos una señal de ruido blanco donde no teníamos un aspecto repetitivo, en este caso si tenemos presencia de un aspecto repetitivo cada 2.5 segundos como mencionamos anteriormente. Además la señal PRBS se comporta como un cúmulo de pulsos binarios que duran un breve periodo de tiempo y mantienen siempre la misma amplitud máxima y mínima. Esto no ocurría cuando inyectábamos ruido blanco a la entrada del sistema.

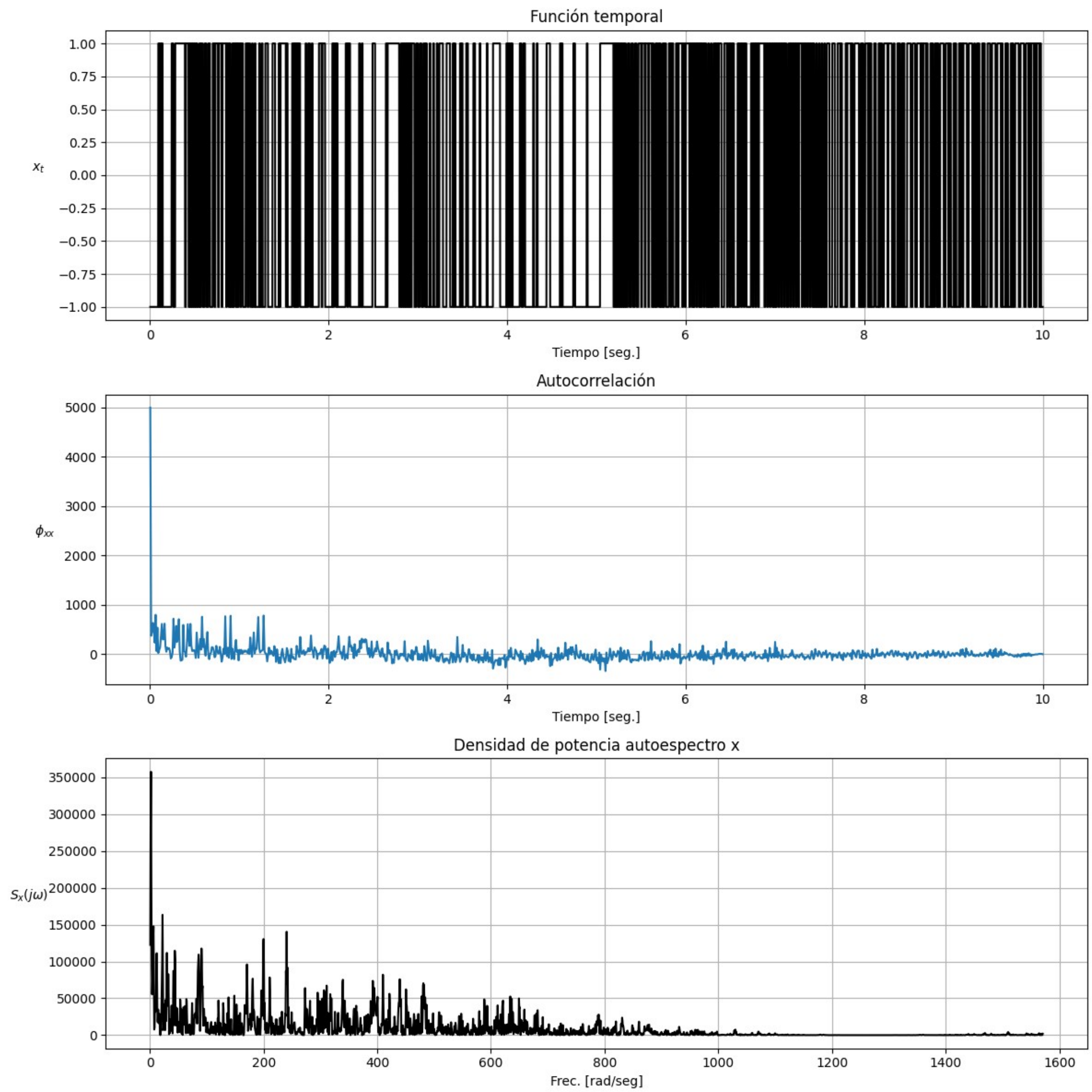
La función de transferencia reconstruida nos queda como:





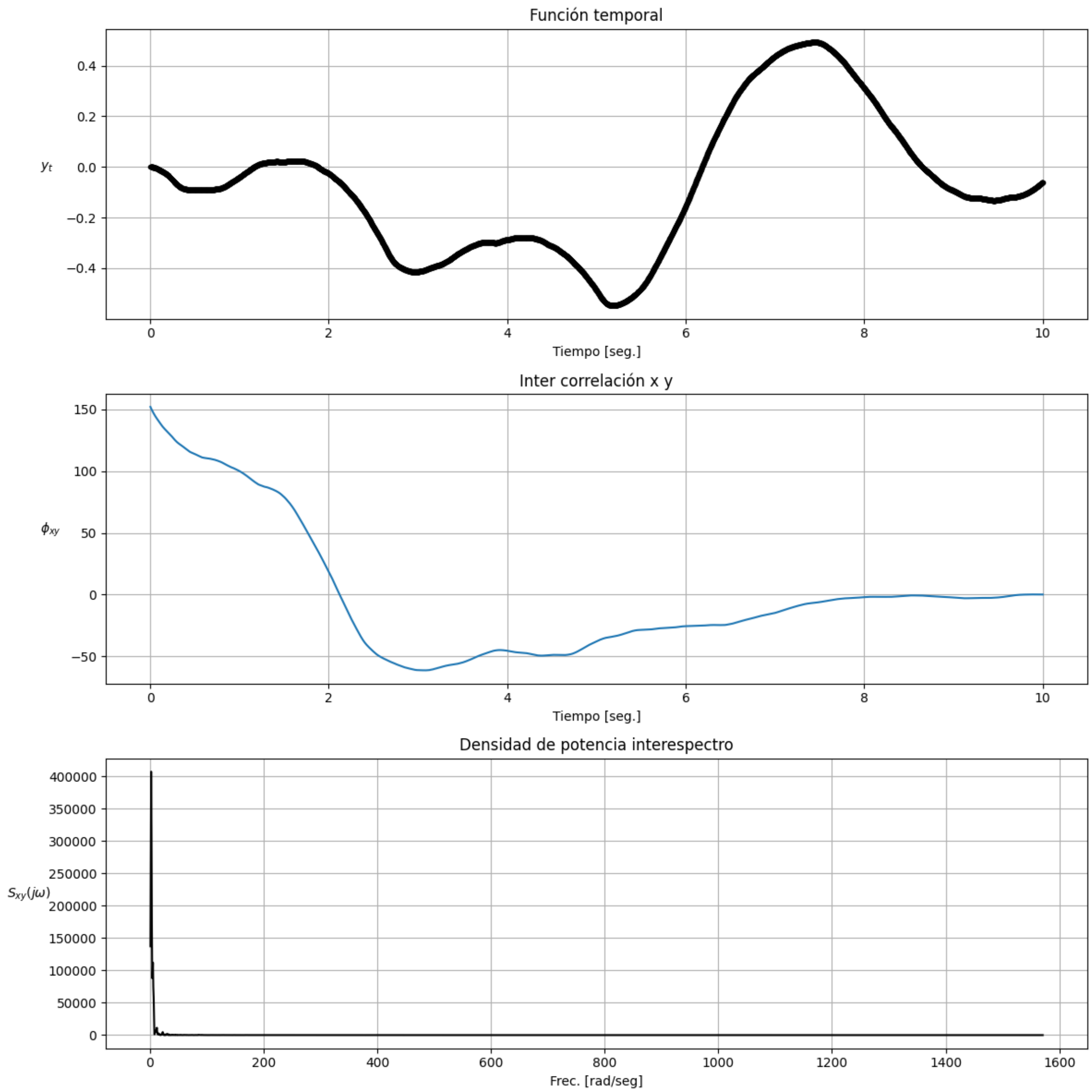
Donde para obtener esta exactitud se trabajó con un $\Delta T_S = 0.002$ y un $\Delta f = 0.1$. Si bien podemos ver que se obtuvo aproximadamente la señal esperada, no tenemos tanta exactitud como en el caso anterior cuando se inyectaba el ruido blanco.

- Ahora, analizaremos qué sucede cuando trabajamos con una señal pseudoaleatoria **PRBS15**, donde el periodo excede nuestro espacio temporal, por lo que para los intervalos de tiempo que trabajamos, la señal se la puede considerar un ruido no repetitivo.



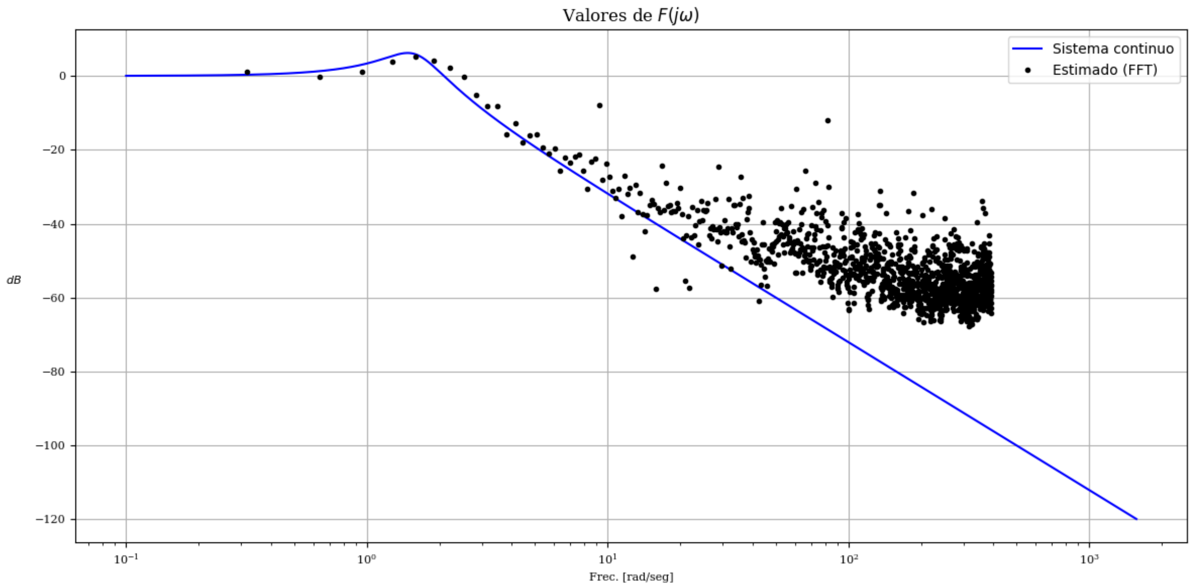
Vemos que una señal PRBS15 tiene un periodo mayor al periodo con el cual estamos trabajando, por eso obtenemos una autocorrelación similar a la del ruido blanco, sin embargo se diferencia de este por su espectro en potencia, ya que esta está distribuida a bajas frecuencias principalmente.

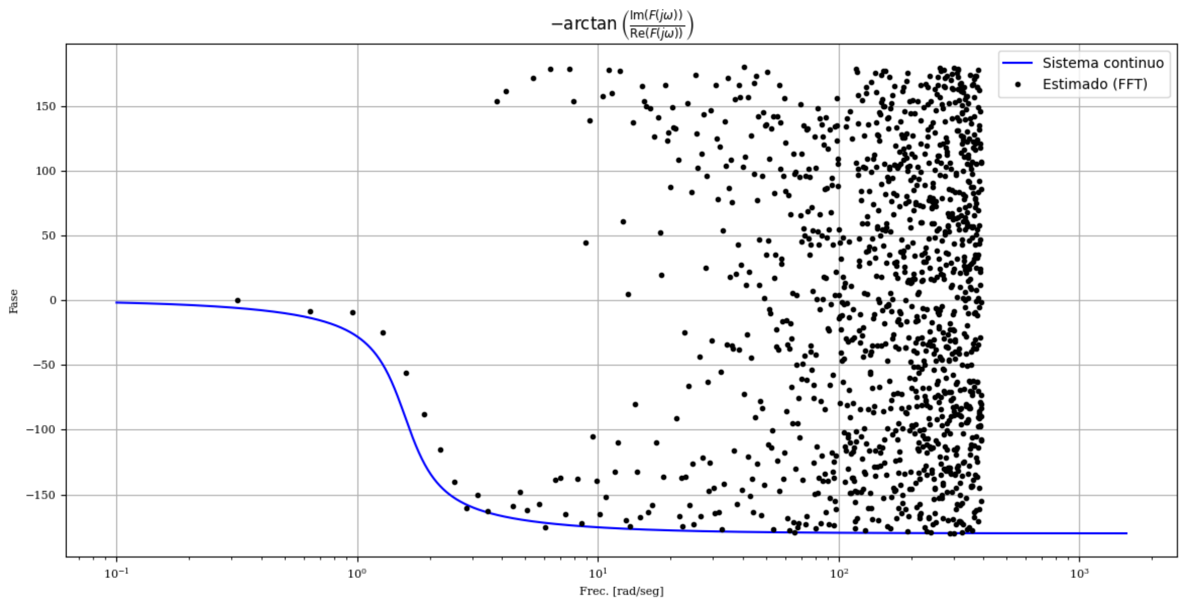
A la salida del sistema obtenemos entonces:



No podemos dar ninguna conclusión en particular con respecto a la intercorrelación de las señales, solamente que es completamente diferente a los dos casos anteriores.

Finalmente obtenemos la función de transferencia reconstruida como:





Vemos que en este caso con una PRBS15, que podría considerarse ruido blanco debido a su alto periodo de repetición, obtuvimos una reconstrucción de la señal más exacta que con la PRBS7, manteniendo los mismos parámetros de muestreo.

Concluimos que:

- Mientras más se parezca la señal de entrada a un ruido no repetitivo, mejor será la reconstrucción de la señal.
- La intercorrelación es mucho más suave ante señales periódicas.

- En el caso de ruido blanco, vemos que la intercorrelación de la entrada y la salida casi no cambia con el espectro de salida, podemos suponer que esto ocurre gracias a que el ruido blanco posee un valor medio prácticamente igual a cero.

Con esto damos por concluida la actividad.