



# **Trabajo Práctico N°8: Control Vía HJB con Estimación de Estados**

Nieva Miguel Pedro Valentin | M.U:00932

Código: <https://github.com/valkur5/Control-Optimo/tree/main/TP8>

índice

Actividades..... 3

    Actividad 1:.....3

    Actividad 2:.....3

    Actividad 3:.....3

Desarrollo:.....4

    Actividad 1:.....4

    Actividad 2:.....6

    Actividad 3:.....8

Conclusiones.....9

## **Actividades**

### **Actividad 1:**

Implementar un sistema de control óptimo (determinado por la ecuación de HJB) con un estimación de estados utilizando el estimador de Kalman para el caso del **péndulo invertido**, siguiendo el modelo de ruido del TPN°7, y comparar para el caso donde no hay ruido presente.

### **Actividad 2:**

Tratar de estabilizar en el equilibrio inestable partiendo de condiciones iniciales  $\pm\pi$ .

### **Actividad 3:**

Implementar un controlador calculado mediante HJB para el caso del **avión**, y simular con las condiciones de ruido del TPN°7 con un estimador de Kalman.

**Desarrollo:**

El desarrollo de las actividades planteadas en este trabajo, se utilizará un único modelo de ruido, con  $\sigma=0.05$  debido a que ante variaciones de ruido, los sistemas planteados tienden a oscilar, requiriendo cambios en los cálculos del controlador HJB. Se determinó mediante diferentes pruebas que: *Diferentes modelos de ruido requieren diferentes controladores HJB para funcionar correctamente*, dificultando la comparación de resultados. Es por eso que se seleccionará un único modelo de ruido.

Además, para la comparación de las simulaciones con y sin ruido, utilizaremos un ruido despreciable, de  $\sigma=1 \times 10^{-5}$ , para asegurarnos de que estamos usando las mismas constantes del controlador y no estamos modificando el sistema. De esta forma podemos decir que es válida la comparación.

**Actividad 1:**

Se analiza el caso del péndulo invertido (fig. 1)

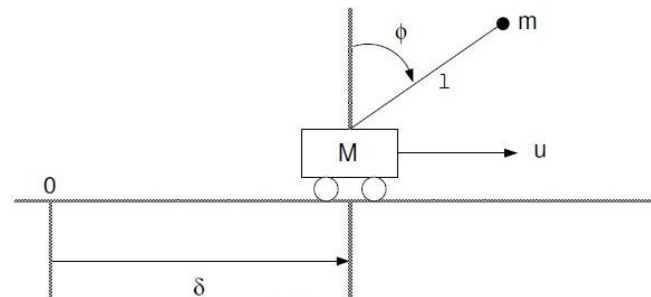


Fig. 1: Modelo del péndulo invertido

Se busca aplicar un sistema de control que mantenga el péndulo verticalmente, desde una condición inicial distinta de cero. Nosotros utilizaremos un ángulo inicial  $\phi=1[rad]$ , y nos aseguraremos que la fuerza de acción  $u$  no sea excesiva.

El primer cálculo se realizará sin presencia de ruido, como podemos ver a continuación:

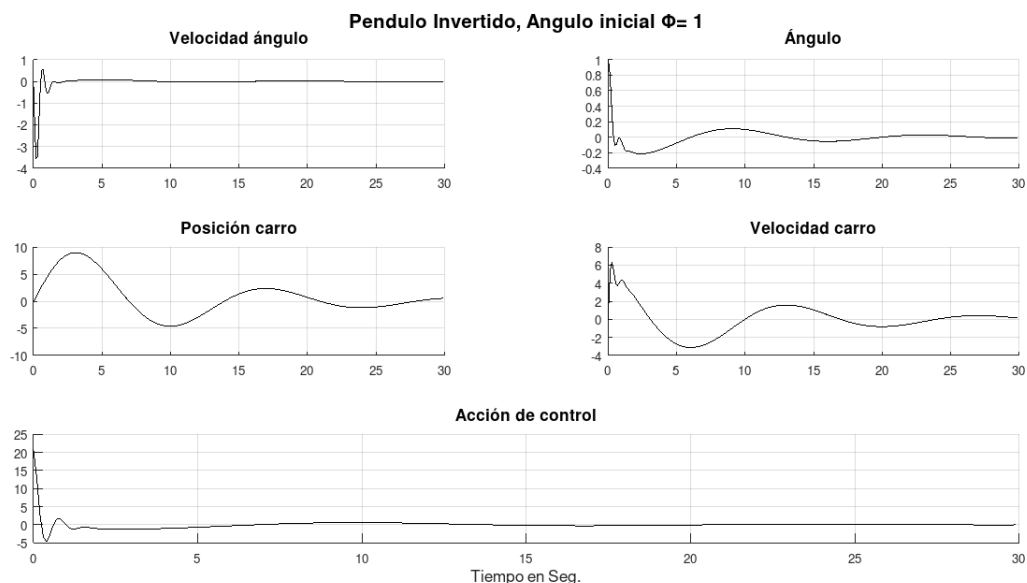


Fig. 2: Péndulo invertido sin ruido

Podemos notar que; el sistema presenta pocas oscilaciones, una acción de control máxima de unos 20 *Newtons* y un tiempo de etapa transitoria de unos 15 segundos.

Una característica a destacar de este controlador que estabiliza el sistema de manera suave, sin acciones de control rápidas y con oscilaciones aceptables. Podemos decir que esta acción de control es factible.

A continuación se realizará la simulación para el caso en el que tenemos presencia de ruido:

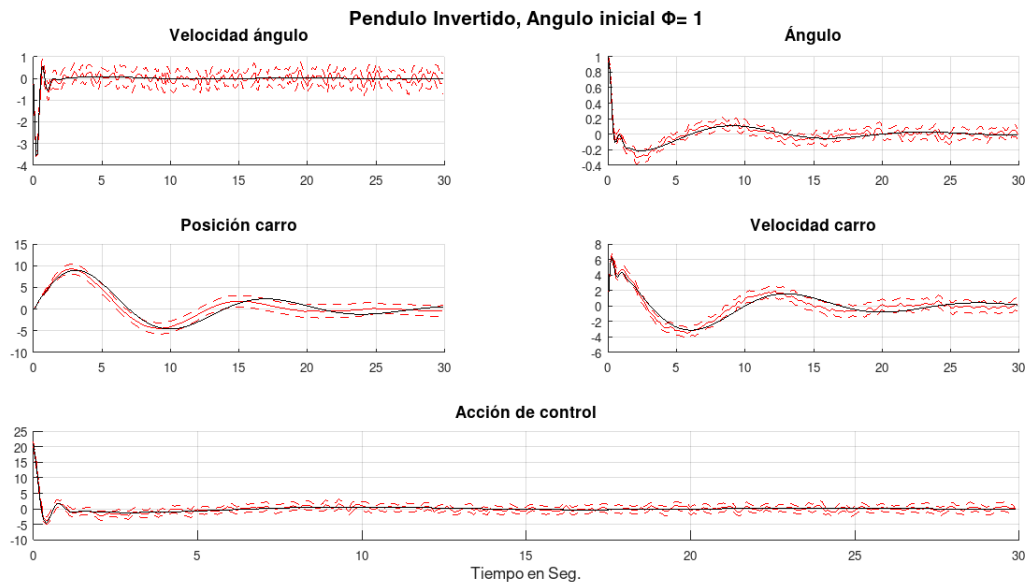


Fig. 3: Péndulo invertido con ruido (Rojo) y sin ruido (Negro)

Vemos que el sistema es bastante robusto ante presencia de ruido, ya que este sigue de manera casi perfecta a el caso sin ruido. Podemos destacar que donde más sufre el sistema ante presencia de ruido es en la parte oscilatoria, ya que este se desvía ligeramente en estos apartados.

## Actividad 2:

A continuación se realizó la misma simulación que en el caso anterior, pero con la diferencia de que partirá de una condición inicial “extrema” el péndulo invertido, que es  $\pm\pi$ , que es el equivalente a que esté a  $90^\circ$  con respecto a la línea vertical, o “acostado”. Al estar en el límite de la no-linealidad del sistema, esperamos que este tenga acciones de control más abruptas y con ciertas oscilaciones. A continuación vemos el caso en el que no hay presencia de ruido:

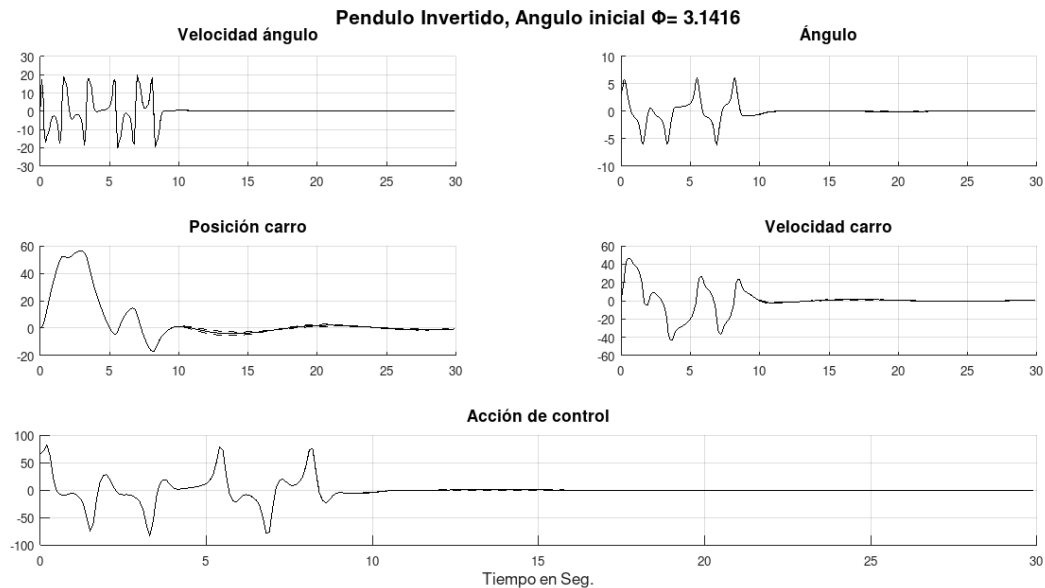


Fig. 5: Péndulo invertido sin ruido, con condición inicial  $\pi$

Efectivamente, como se mencionó anteriormente, tenemos más oscilaciones y acciones de control abruptas, pero dentro de los márgenes esperados. Esto sucede porque la condición inicial planteada ronda la no linealidad del sistema, por lo que es esperable que este oscile o sea más difícil de controlar.

A continuación, veremos qué sucede al añadirle ruido:

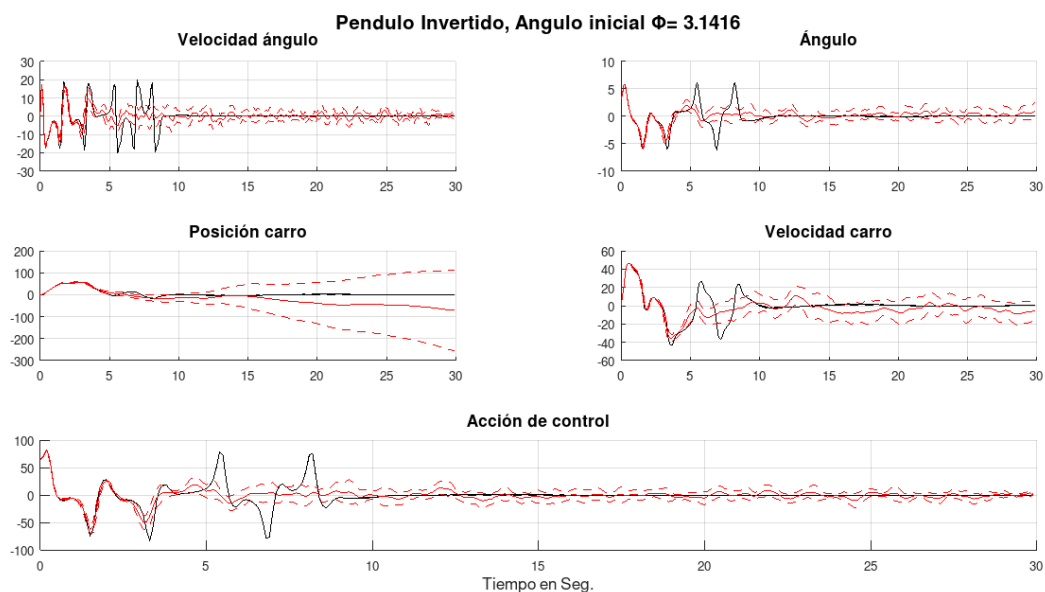


Fig. 6: Péndulo invertido con ruido (Rojo) y sin ruido (Negro), con condición inicial  $\pi$

Notamos como la presencia de ruido “eliminó” ciertos picos presentes en la simulación anterior, sin embargo, la realidad es que hay que recordar que la línea continua, representa un “valor medio” de la evolución de la variable entre todas las realizaciones.

Gran parte de la región transitoria permanece igual, pero notamos que al haber una presencia constante de ruido, le cuesta mantener una posición del carro estable que mantenga el péndulo en la posición deseada, por eso la incertidumbre de la posición del carro crece pasados los 15 segundos, y el carro se desplaza lentamente.

Dada esta simulación, podemos intuir que para el caso de ángulo inicial  $-\pi$ , el sistema variará de la misma forma pero en sentido contrario. Podemos ver que efectivamente esto ocurre en la figura 7.

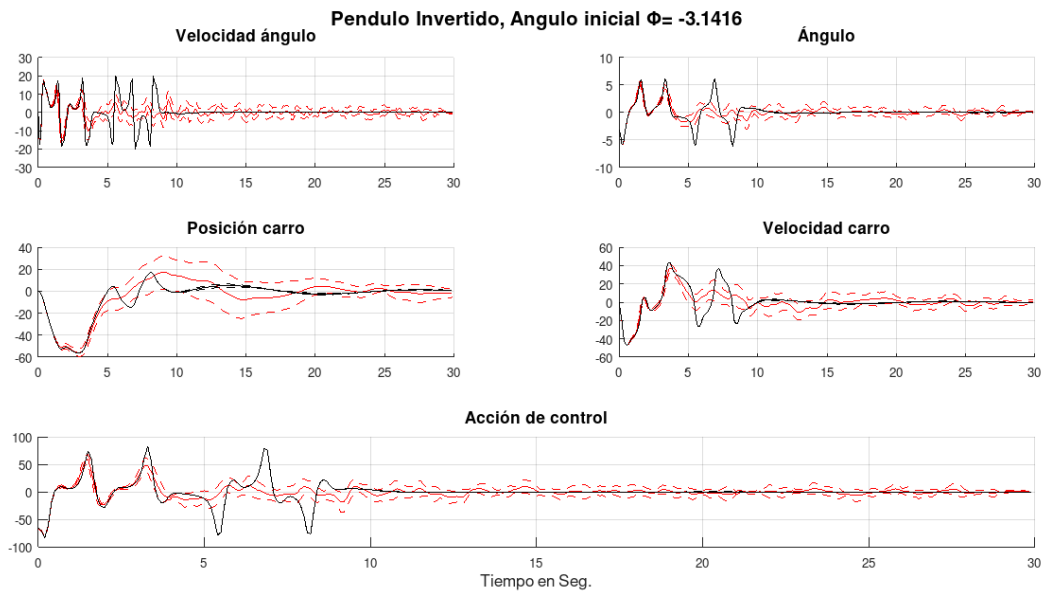


Fig. 7: Péndulo invertido con ruido (Rojo) y sin ruido (Negro), con condición inicial  $-\pi$

Con esto concluimos el análisis del péndulo invertido.

### Actividad 3:

En el Trabajo Práctico anterior ([TP7](#)) se mencionó y se analizó la imposibilidad de realizar una correcta implementación del estimador de Kalman en el caso del avión debido a la naturaleza algebraica del sistema. Sin embargo, no queríamos dejar pasar la oportunidad de la implementación de un controlador de este tipo en este caso.

El modelo del avión responde a la figura 8.

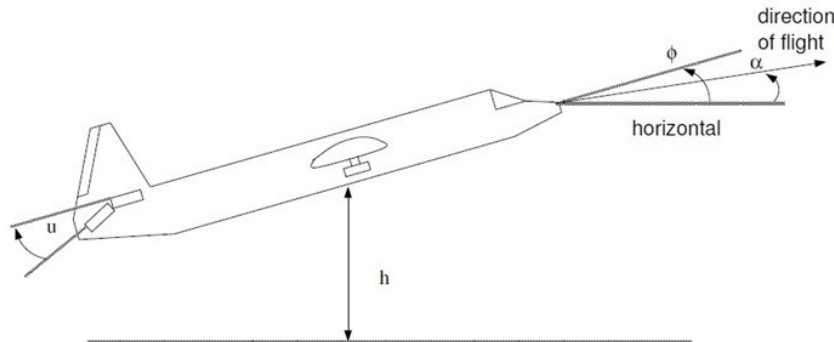


Fig. 8: Modelo del avión

Se plantea un avión sobrevolando a unos 10 km de altura, y que quiere descender unos 500 metros y luego mantenerse a esa altura.

Como bien dijimos, una correcta implementación del estimador de Kalman no es factible, por lo que analizaremos solo algunas de las variables que nos interesan para nuestro análisis.

Primero analizaremos el caso sin ruido, como podemos ver en la figura 9.

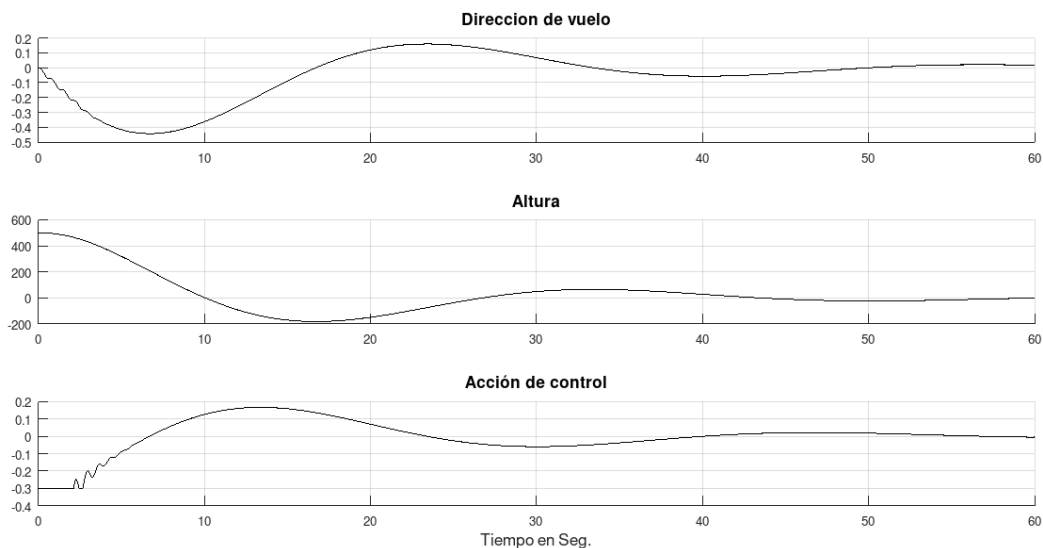


Fig. 9: Avión sin ruido

Podemos ver que tenemos variaciones suaves, donde la acción de control (Limitada para que varíe entre  $-0.3$  y  $0.3$ ) prácticamente no se satura, y la altura se estabiliza en un tiempo razonable, sin variar demasiado la dirección de vuelo.

Como en este caso no tenemos presencia de ruido, el estimador de Kalman prácticamente no influye. En el instante que realizamos la simulación en presencia del ruido (fig. 10), podemos ver que el estimador de Kalman no puede mantener controlado el sistema correctamente.



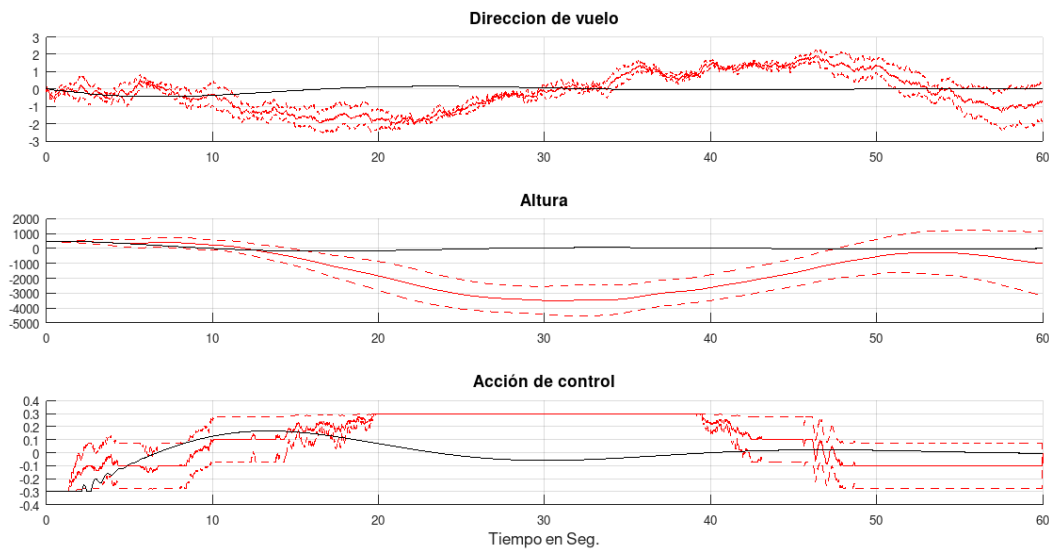


Fig. 10: Avión con ruido (Rojo) y sin ruido (Negro)

Con esto concluimos el análisis del caso del avión.

## Conclusiones

Con lo realizado en este trabajo, podemos decir que la implementación de un sistema de control determinado por la ecuación HJB, es una buena alternativa y que nos otorga un control más directo sobre cada variable de nuestro sistema. Dando mejores resultados a la hora de controlar los casos expuestos que un LQR o un LQG. Esto hace que su aplicación sea sencilla y que combinado con un Estimador de Kalman, podamos crear sistemas robustos y con un control óptimo.

Sin embargo, durante el proceso de la realización de este trabajo, se encontró la dificultad de que éste método, ante cambios grandes de variaciones de ruido, suele requerir una “sintonización” particular para cada rango de modelos de ruido. Es por esto que para la realización de este trabajo, se implementó un único modelo de ruido, que no genere inconvenientes a la hora de realizar una simulación en ausencia del mismo.

Cuando se intentó realizar la simulación con un modelo de ruido máximo ( $\sigma=0.1$ ), una vez calibrado el controlador para trabajar con ese ruido, a la hora de quitarlo o disminuirlo, el sistema presentaba oscilaciones o simplemente se volvía inestable. De aquí la decisión de trabajar con un único ruido intermedio.

Se considera aún así, uno de los mejores controladores para trabajar en márgenes de ruido constante.