Trabajo Práctico N°5: Mínimos cuadrados para la identificación de sistemas lineales

Nieva Miguel Pedro Valentin | M.U:00932

Código: https://github.com/valkur5/Control-Optimo/tree/main/TP5

Actividad

Se plantean diferentes funciones de transferencia como dato, y se nos pide implementar un algoritmo para obtener los parámetros estimados a partir de señales de entrada y salida. Se nos pide:

- Emplear como entrada una señal PRBS7.
- Generar la respuesta al escalón de la función de transferencia dada y su correspondiente función identificada.
- Generar el diagrama de Bode para cada caso.

Las funciones de transferencia son:

a) $F(s)=\frac{2s-1}{s^2+3s+6}$

b) $F(s)=16\frac{45s+1}{(25s+1)(30s+1)}$

c) $F(s)=\frac{1}{(0{,}16s+1)}$

d) $F(s)=\frac{45s+1}{(0{,}16s+1)(0{,}4s^2+0{,}64s+1)}$

Antes de comenzar a desarrollar, cabe recalcar que la metodología de esta documentación parte de una codificación hecha previamente en GNU Octave y luego se utiliza Python para mejores resultados gráficos que sean más claros para esta documentación. No se realizó todo el código directamente en Python debido a la ausencia de una función capaz de transformar un sistema discreto en continuo en las librerías conocidas. Función necesaria para una comparación clara entre el sistema real y el identificado.

Desarrollo

Para utilizar el método de identificación es necesario alimentar nuestro sistema con una señal “aleatoria” conocida, para esto utilizaremos una señal PRBS7. Alimentando el sistema y teniendo el conocimiento de la entrada y salida obtenemos la función de transferencia del sistema con el método del ajuste por mínimos cuadrados (Ver el código en el repositorio anexado para más información del algoritmo).

a) La función de transferencia dada es:

$$F(s)=\frac{2s-1}{s^2+3s+6}$$

Esta función la normalizaremos, para de esa forma poder compararla con la función de transferencia identificada (Esto debido a que el método nos entrega una función normalizada). La función real normalizada es entonces:

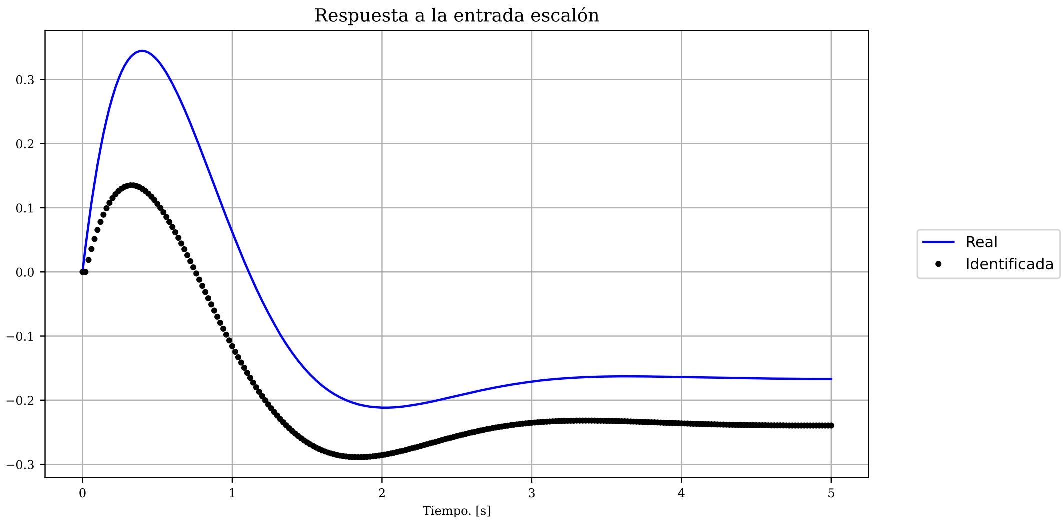
$$F(s)=\frac{0.3333s-0.1667}{0.1667s^2+0.5s+1}$$

A partir de esto, obtuvimos, aplicando el método:

$$F_{Identificada}(s)=\frac{1.606\times10^{-5}s^3-0.003235s^2+0.1653s-0.2385}{0.001619s^3+0.1695s^2+0.4473s+1}$$

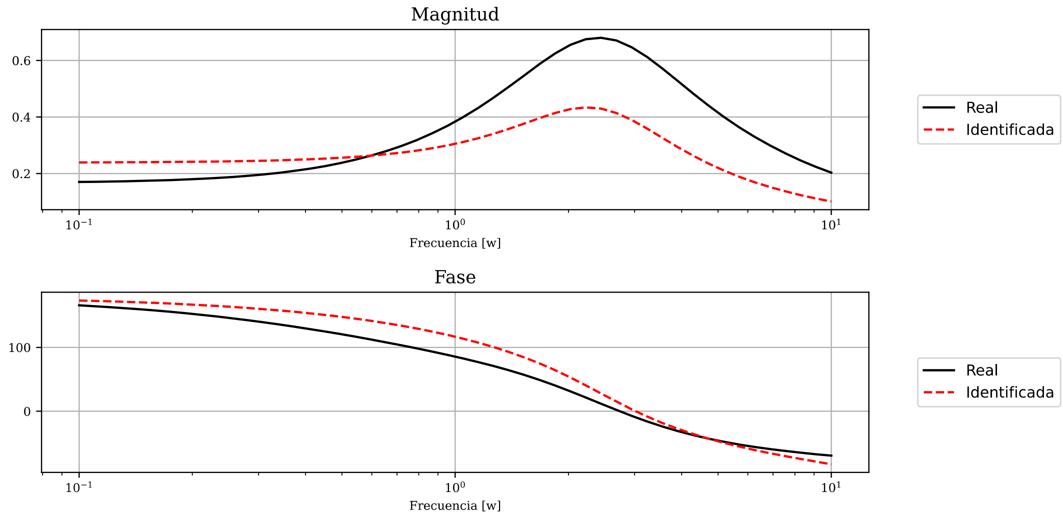
Podemos ver que los valores importantes de la función de transferencia identificada son muy próximos a la función de transferencia real, si bien aparecen otros valores que no corresponden a la función real, estos son despreciables.

Teniendo ya las funciones de transferencia del sistema podemos obtener la respuesta al escalón para determinar qué tanto se aproxima la función identificada de la real. De esa forma definiremos que tan buena fue nuestra aproximación.



Podemos observar como la función identificada sigue a la función real, pareciera tener la misma forma, sin embargo no maneja las mismas amplitudes, terminando en un error.

Analizando ahora el diagrama de Bode:



Vemos nuevamente que tenemos un error en las magnitudes que tiene nuestro sistema identificado de nuestro sistema real. Podemos decir entonces que si bien obtuvimos una función de transferencia “aproximada”, no se obtuvieron los mismos resultados en amplitudes.

b) En este caso la función de transferencia dada es:

$$F(s)=16\frac{45s+1}{(25s+1)(30s+1)}$$

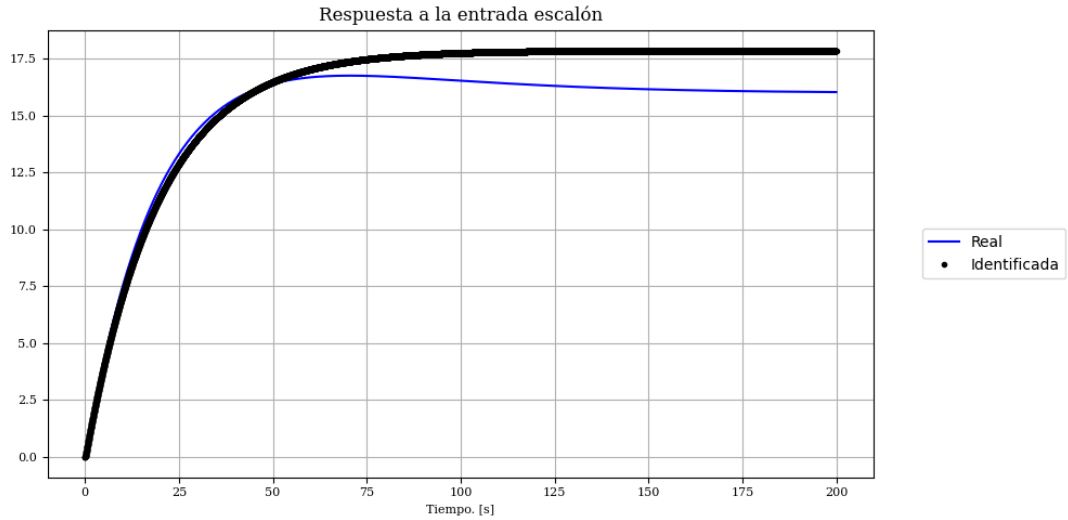
Reordenando la expresión y normalizando obtenemos:

$$F(s)=\frac{720s+16}{750s^2+55s+1}$$

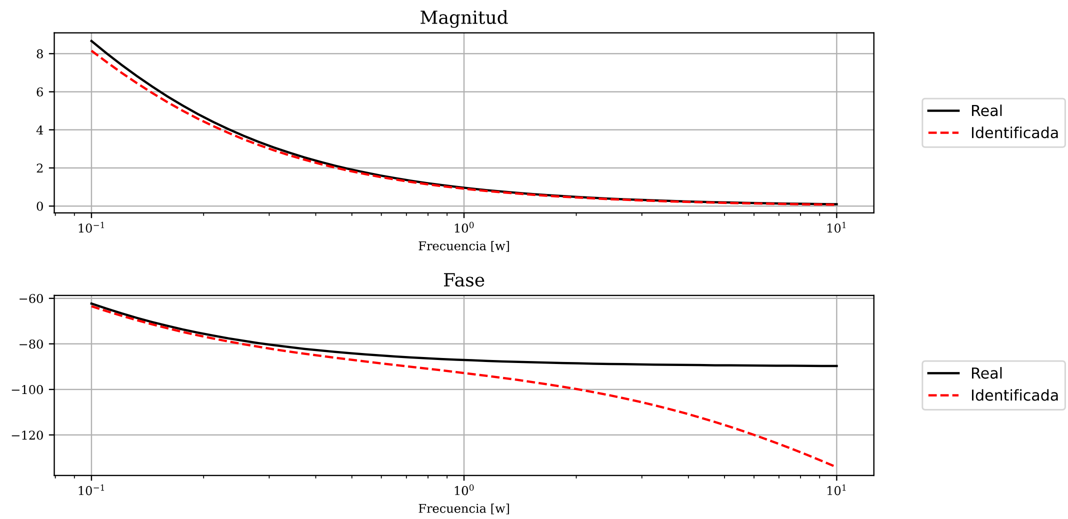
Aplicando el método se obtiene:

$$F_{Identificada}(s)=\frac{-1.201\times10^{-6}s^4+0.0003425s^3-0.03068s^2+0.6652s+17.87}{0.0002292s^4+0.04848s^3+2.685s^2+19.65s+1}$$

Algo que podemos destacar a simple vista de la expresión identificada es que en este caso nos alejamos mucho de la función de transferencia real. Sin embargo, al realizar la simulación de la respuesta al escalón obtenemos lo siguiente:



Vemos que el sistema identificado sigue correctamente el sistema original, sin embargo posee un error en estado estacionario.
Analizando ahora el diagrama de Bode:



Podemos ver que el diagrama de Bode en Magnitud sigue correctamente al sistema original, sin embargo no lo hace en Fase. Esta puede ser la principal razón por la cual el sistema tiene diferencias tanto en su función de transferencia como en su respuesta al escalón.

c) La función de transferencia dada es:

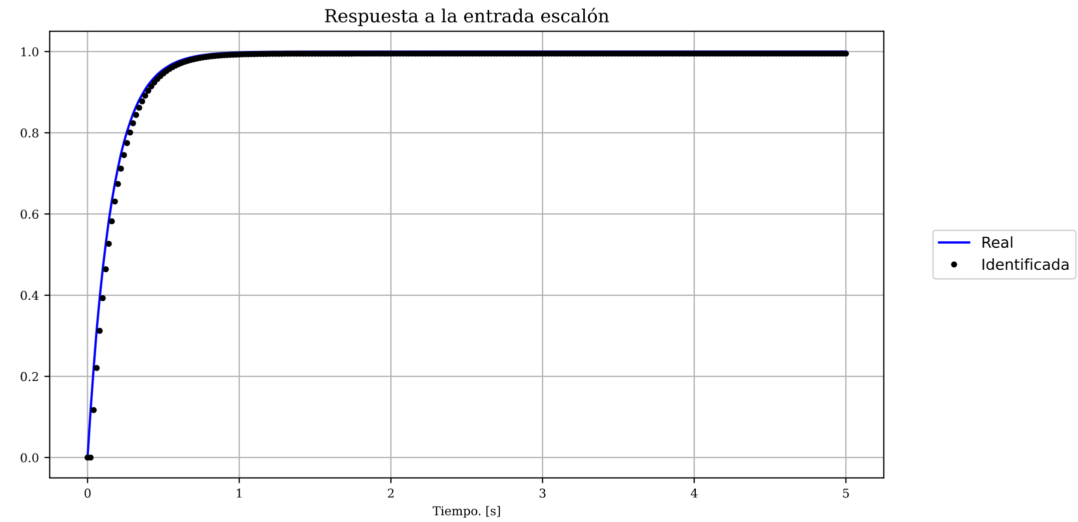
$$F(s)=\frac{1}{(0{,}16\,s+1)}$$

Esta expresión no hace falta realizar modificaciones porque ya se encuentra en su versión normalizada.
Aplicando el método obtenemos la función de transferencia identificada:

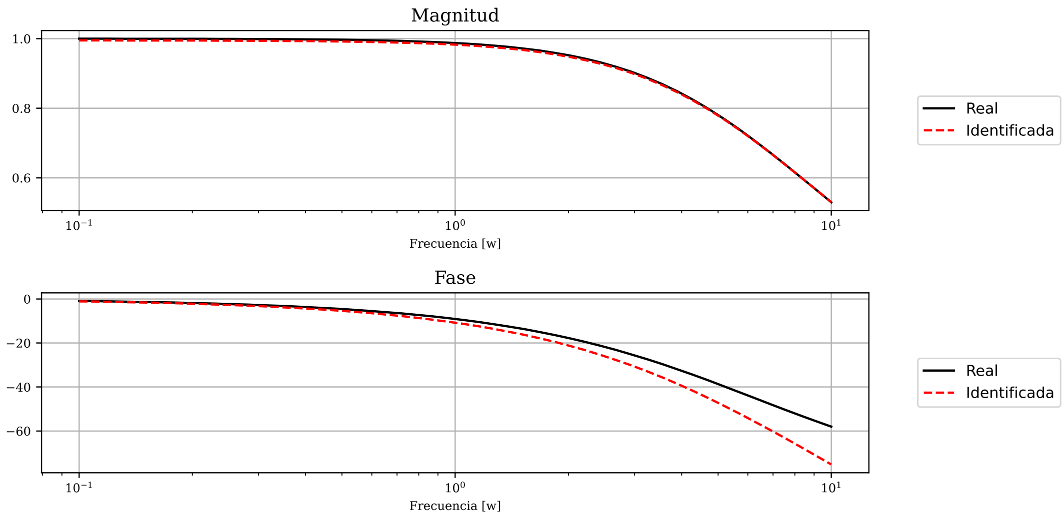
$$F_{Identificada}(s)=\frac{9.95\times10^{-5}\,s^2-0.0199\,s+0.995}{0.001609\,s^2+0.1694\,s+1}$$

Teniendo en cuenta los valores más significativos de la función de transferencia identificada, podemos ver que es una aproximación bastante buena ya que se

parece bastante a la original.
Analizando la respuesta al escalón obtenemos:



Vemos que tenemos una muy buena aproximación, ya que sigue casi perfectamente a la respuesta original.
Analizando ahora el diagrama de Bode:



Nuevamente una aproximación casi perfecta. Si bien el diagrama de fase tiene un cierto error, la verdad es que sigue bastante bien la función original, sin mencionar que el diagrama de magnitud sigue perfectamente la función.

d) La función de transferencia dada es:

$$F(s)=\frac{45\,s+1}{(0{,}16\,s+1)(0{,}4\,s^2+0{,}64\,s+1)}$$

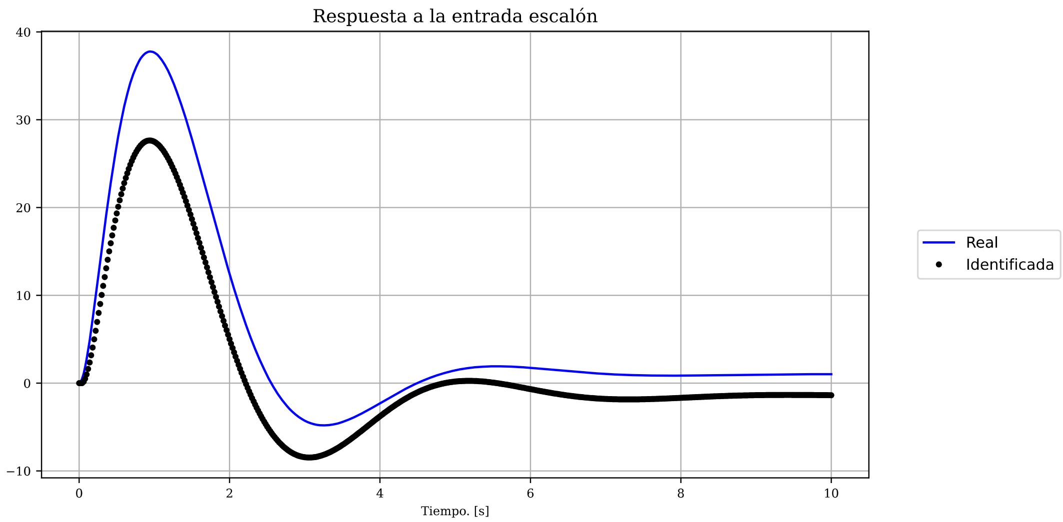
Reordenando y normalizando esta expresión:

$$F(s)=\frac{45\,s+1}{0.064\,s^3+0.5024\,s^2+0.8\,s+1}$$

Aplicando el método obtenemos la función de transferencia identificada:

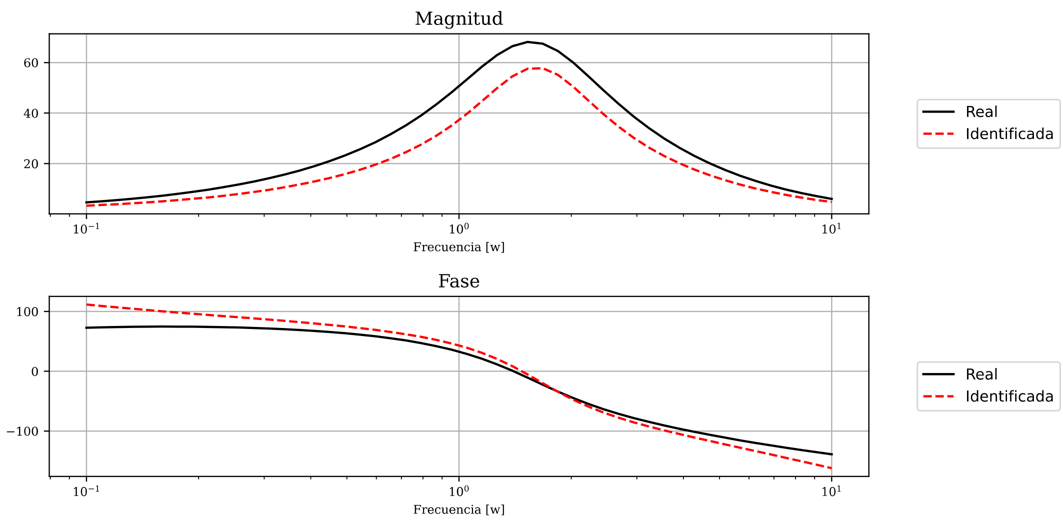
$$F_{Identificada}(s)=\frac{-3.009\times10^{-5}s^4+0.009029s^3-0.9032s^2+30.13s-1.441}{0.0008468s^4+0.05854s^3+0.4576s^2+0.6583s+1}$$

Esta función de transferencia posee algunas similitudes, al menos en magnitudes a la señal original, salvo por el valor independiente del numerador que es negativo. Analizando la respuesta al escalón obtenemos:



Vemos que tenemos al igual que en casos anteriores, errores de magnitud, sin embargo vemos que la silueta del sistema identificado sigue bastante aproximado al sistema original.

Analizando el diagrama de Bode:



El diagrama de la función identificada sigue muy bien al diagrama de la función real, tanto en el diagrama de Fase como de Magnitud, lo cual es muy bueno. Podemos concluir que si bien existe un pequeño error en magnitud, esta función fue aproximada correctamente por el método planteado.

Conclusiones

Este método es muy útil a la hora de identificar la **planta** de un sistema del cual no conocemos la función de transferencia. Es un método sencillo donde con excitar la entrada por un “ruido” conocido y midiendo la señal de salida se puede determinar la función de transferencia del sistema.
Si bien es posible hacer cambios en el algoritmo para que en algunos casos particulares este nos dé una respuesta más próxima al sistema real en cada caso, es bueno saber el grado de exactitud y precisión que tiene este método aplicando el mismo algoritmo en 4 situaciones diferentes.
Del análisis gráfico y de funciones de transferencia podemos deducir ciertas particularidades como pueden ser:

- Mientras más compleja la función de transferencia, más difícil es de identificar con exactitud.
- Los errores obtenidos tienen que ver más con la magnitud de la respuesta, obteniendo resultados casi equivalentes (en comportamiento) pero con otras amplitudes.
- El diagrama de Fase es el que suele haber más diferencia en cuanto a comportamientos.