



Trabajo Práctico N°1: Representación de sistemas y controladores

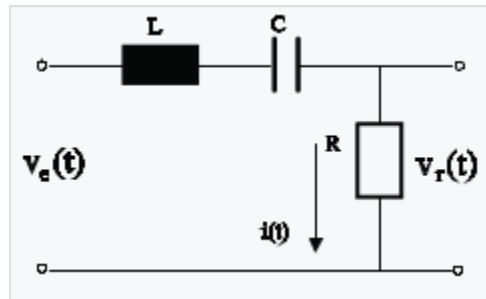
Nieva Pedro Valentin | M.U:00932

Monroy Acosta Jose Ivan | M.U: 00881

Repositorio de Github: <https://github.com/valkur5/Teoria-de-control2-2024>

Caso de estudio 1: RLC

Dado el siguiente circuito:



Cuyas matrices de estado son:

$$A = \begin{bmatrix} -R/L & -1/L \\ 1/C & 0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$c^T = [R \quad 0]$$

Y función de transferencia:

$$G(s) = \frac{CRs}{CLs^2 + CRs + 1}$$

Donde en este caso la salida es la tensión de la resistencia R.

Ítem 1: Se pide asignar los valores $R = 47\Omega$, $L = 1 \mu H$ y $C = 100 nF$. Se pide obtener la simulación donde la entrada es la tensión escalón de 12 V que cambia de valor cada 1 ms.

Como nosotros vamos a calcular la evolución del sistema haciendo uso de la integral de euler, es necesario determinar el valor de h . Para determinarlo, primero se plantea la función de transferencia anterior, que podemos obtenerla fácilmente en octave simplemente utilizando:

`[num,den]=ss2tf(A,B,Ct,D);`

Donde nos devuelve el numerador y denominador de nuestra función de transferencia. Armaremos dicha función con el comando `tf(num,den)`, y por último realizaremos un análisis de polos en la misma, donde tomaremos solamente el polo más alto. Con todo esto calcularemos el valor de h realizando la siguiente operación:

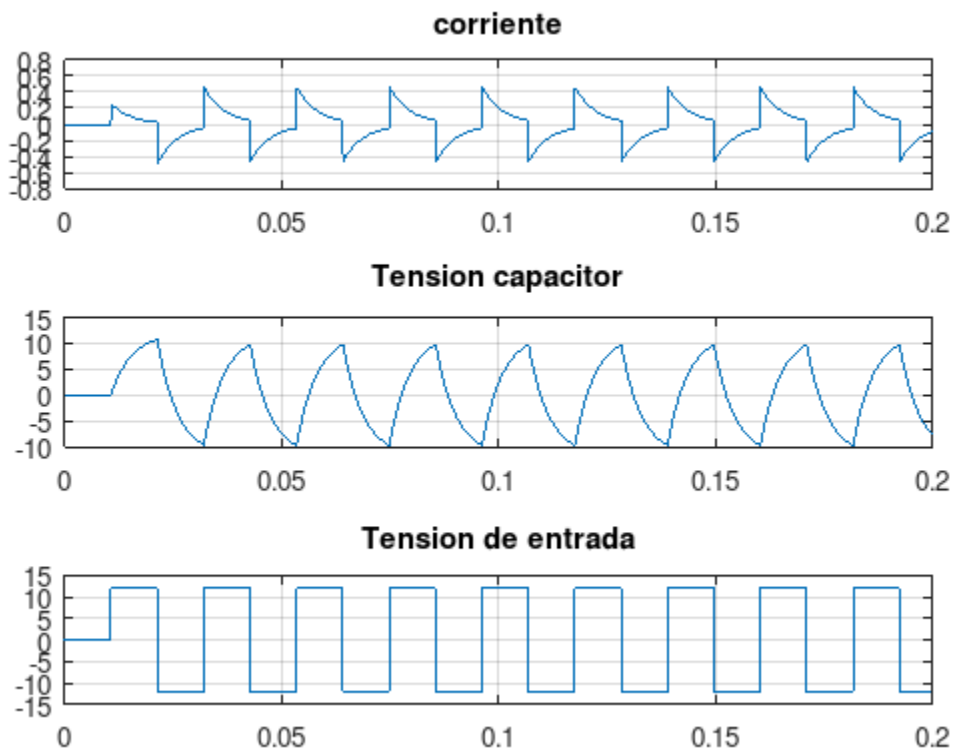
$$h = 1/(2 * p)$$

Donde p Es el polo más rápido del sistema.

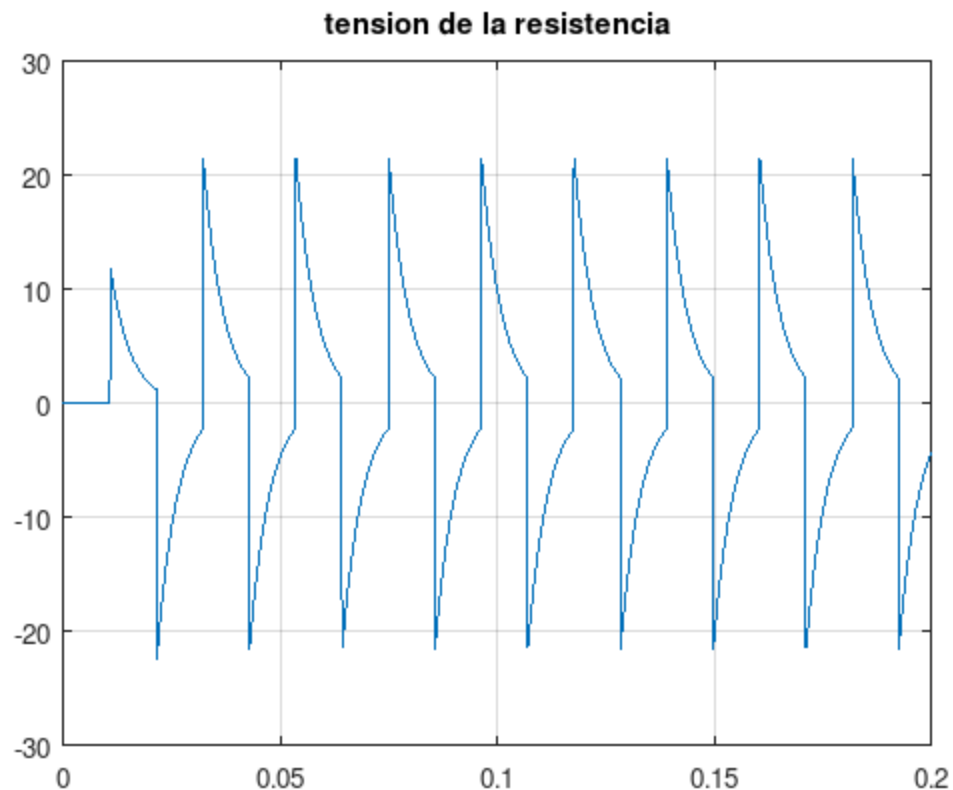
Con esto obtenemos nuestra constante integración.

Los demás detalles del código sobre cómo se realizaron las simulaciones se pueden ver desde el repositorio de GitHub adjuntado. En este informe sólo se detallarán aquellos fragmentos que se crean pertinentes.

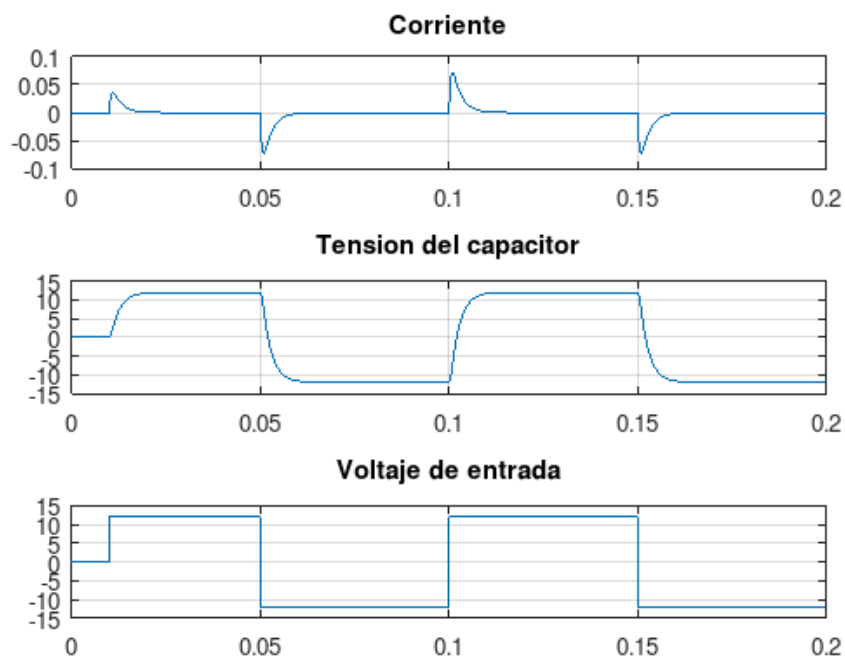
El resultado de la simulación fue el siguiente:



Donde nuestra salida del sistema, que como recordamos, es la tensión de la resistencia, es:



Ítem 2: En este ítem se nos otorgaron unas hojas de datos con el comportamiento de un sistema RLC a lo largo del tiempo, y se nos pide determinar los mismos. Las curvas otorgadas en las hojas de datos son:

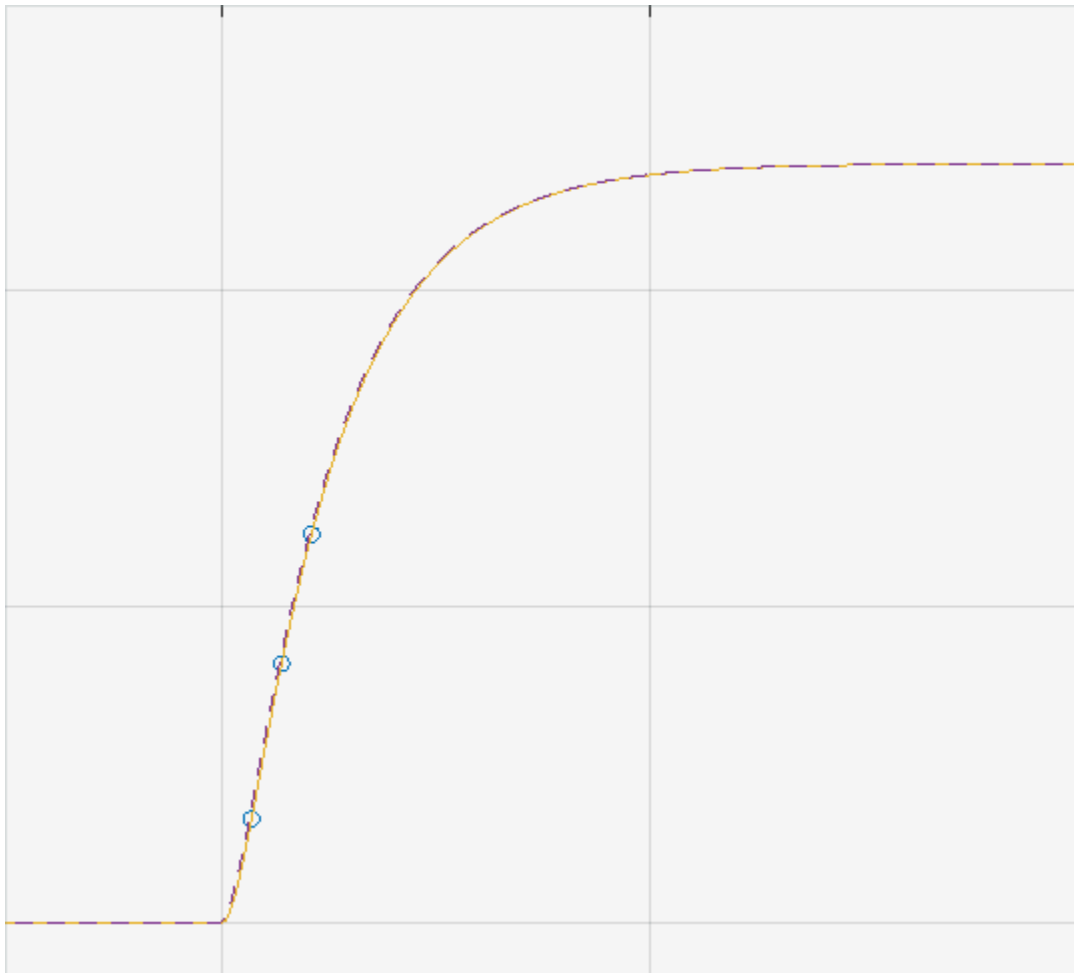


Donde en este caso, se nos especifica que la salida del sistema es la tensión del capacitor.

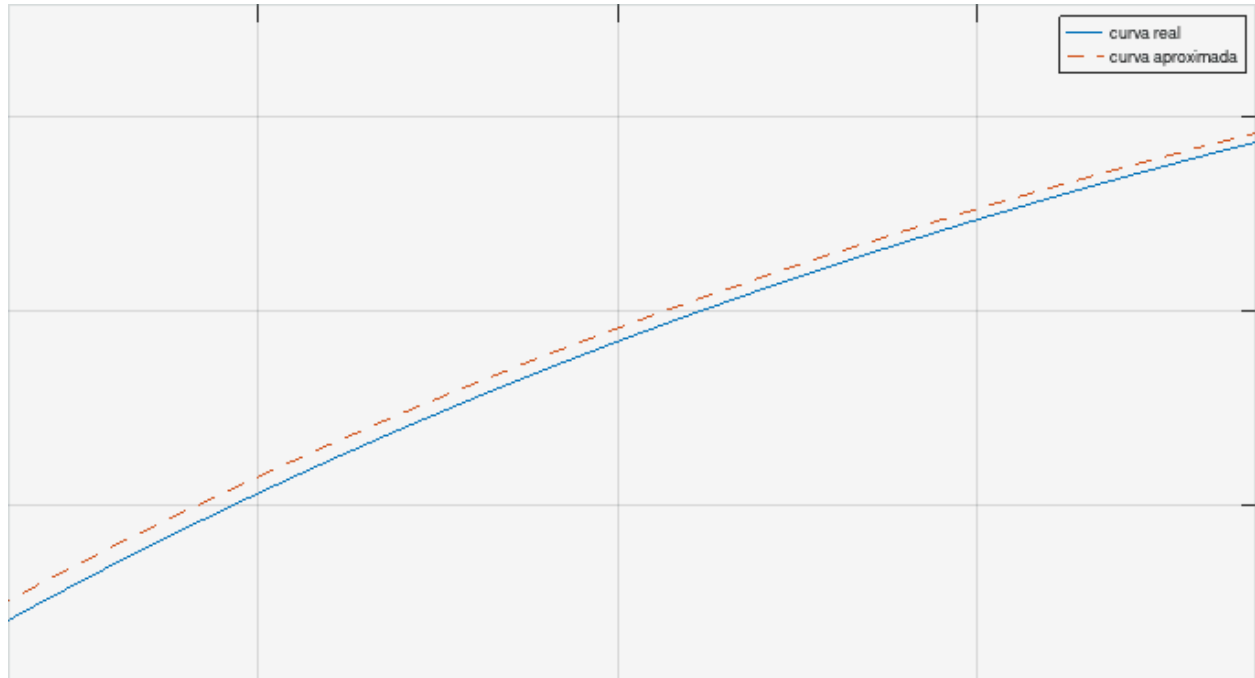
Para determinar la función de transferencia de nuestro sistema utilizamos el método de **Chen**, que es un método para aproximarse a funciones de transferencia conociendo la respuesta al escalón del mismo. En este caso, el comportamiento del capacitor sería la respuesta al escalón que queremos analizar con este método.

La aplicación del método fue separado en un archivo separado, que se puede [ver aquí](#).

Una vez aplicado este método tenemos como resultado:



Donde los puntos marcados son los puntos de Chen, correspondientes al t_1 , $2t_1$ y $3t_1$ respectivamente. Y la línea de trazos es la aproximación a la curva real que está debajo. Si nos acercamos más podemos ver cómo la función calculada es bastante próxima a la respuesta original.



Ahora bien, conociendo la función de transferencia y la forma que esta debe tener, podemos calcular los valores RLC. Si calculamos analíticamente lo que nos debería dar nuestra función de transferencia teniendo en cuenta que la salida es la tensión del capacitor (Simplemente cambia nuestra matriz C a [0 1]), obtenemos:

$$G(s) = \frac{1}{CLs^2 + CRs + 1}$$

Sin embargo, nuestra función de transferencia nos dió:

$$y1: \frac{-5.023e-06 s + 1}{9.865e-07 s^2 + 0.00269 s + 1}$$

Sólo trabajaremos con el denominador en nuestro caso, ya que si bien la respuesta se aproxima muy bien, el numerador no coincide con el resultado esperado.

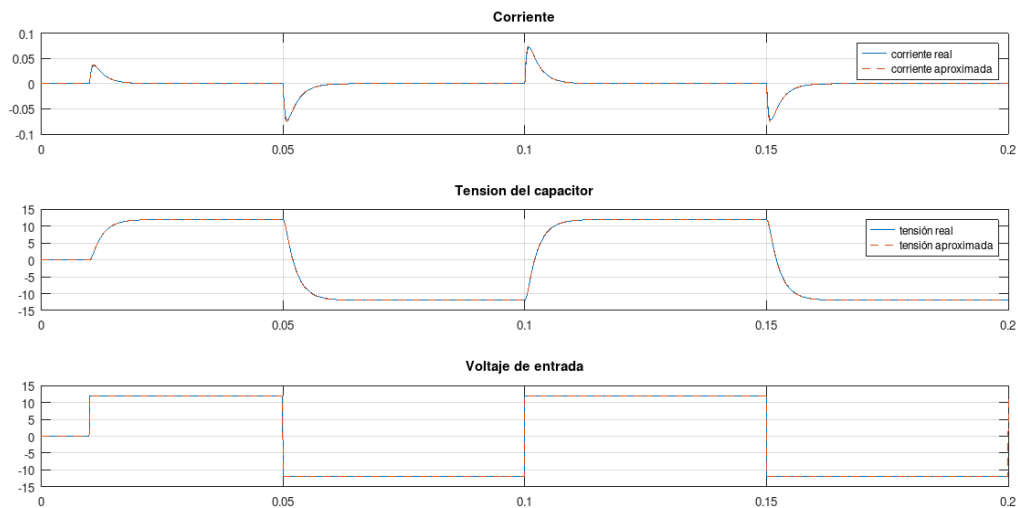
Es por eso que se calcularon los valores con los siguientes fragmentos de código

```
corriente=diff(ychen)/h;
C=max(I_d)/max(corriente)
R=sys_G_ang.den{1}(2)/C
L=sys_G_ang.den{1}(1)/C
```

Donde así calculamos nuestros valores RLC, los cuales nos dieron:

```
C = 1.0008e-05  
R = 268.78  
L = 0.098570
```

Ítem 3: Luego de haber determinado los valores de R, L y C, tenemos que hacer la simulación con estos valores en las mismas condiciones que los datos de la hoja de datos y luego superponer las gráficas para corroborar si los comportamientos coinciden, obteniendo:



(Se recomienda ver la imagen con mayor calidad y definición [aquí](#))

En la imagen podemos ver como coincide perfectamente el comportamiento resultante con lo valores aproximados.

Al igual que como vimos antes, Chen es bastante aproximado, pero no exactamente igual, por lo que si nos acercamos mucho veremos una muy pequeña diferencia entre la curva real y la calculada.

Caso de estudio 2: Motor de CC

Dadas las ecuaciones diferenciales:

$$\begin{aligned}\frac{di_a}{dt} &= -\frac{R_A}{L_{AA}}i_a - \frac{K_m}{L_{AA}}\omega_r + \frac{1}{L_{AA}}v_a \\ \frac{d\omega_r}{dt} &= \frac{K_i}{J}i_a - \frac{B_m}{J}\omega_r - \frac{1}{J}T_L \\ \frac{d\theta_t}{dt} &= \omega_r.\end{aligned}$$

Cuyos valores son:

- $L_{AA} = 366 \times 10^{-6}$
- $J = 5 \times 10^{-9}$
- $R_A = 55.6$
- $B = 0$
- $K_i = 6.49 \times 10^{-3}$
- $K_m = 6.53 \times 10^{-3}$

Donde también se especificó la constante de integración de euler igual a $h = 10^{-7}$.

Ítem 4: Se pide obtener el torque máximo que puede soportar el motor mediante las ecuaciones diferenciales previamente dadas, cuando el motor es alimentado con 12 voltios. Se pide también determinar el valor de la corriente.

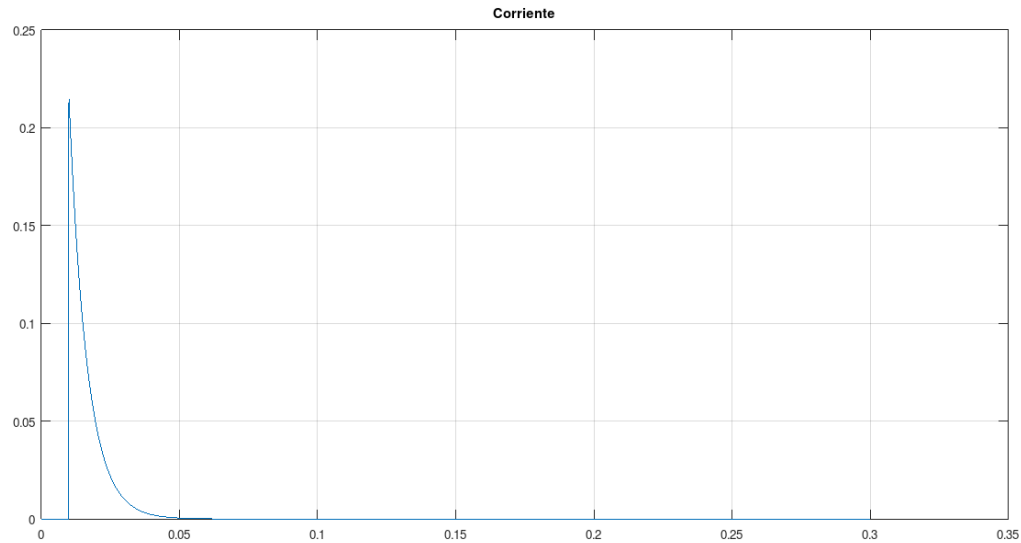
Vamos a trabajar con la segunda ecuación diferencial para esto:

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{K_i}{J}i_a - \frac{B_m}{J}\omega_r - \frac{1}{J}T_L$$

Donde nosotros sabemos que si el torque es el máximo que soporta el motor, este se detiene, es decir $\omega_r = 0$, por lo tanto su derivada también lo sería. De aquí despejamos el valor de la carga T_L . Quedando la ecuación como:

$$T_L = K_i i_a$$

Ahora, sabemos también que la corriente es máxima cuando el motor está bloqueado (es decir, cuando la cupla resistiva es máxima), y además es máxima en el arranque. Por lo tanto primero haremos una simulación con $T_L = 0$ para determinar la corriente máxima en el arranque:



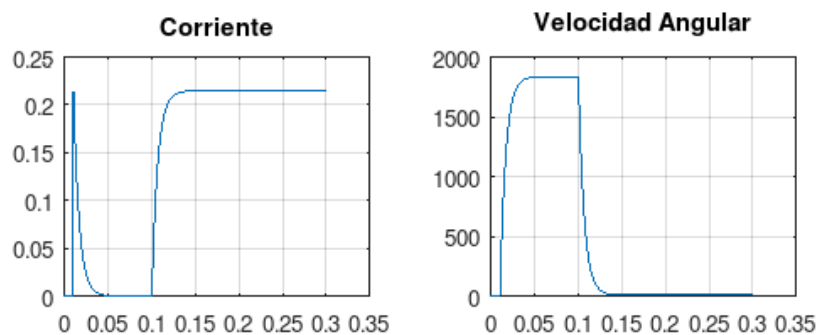
Una vez determinada dicha corriente máxima, (utilizando la función “max()”), la multiplicamos por K_i , como vimos en la ecuación anterior, lo que nos da que el torque máximo será:

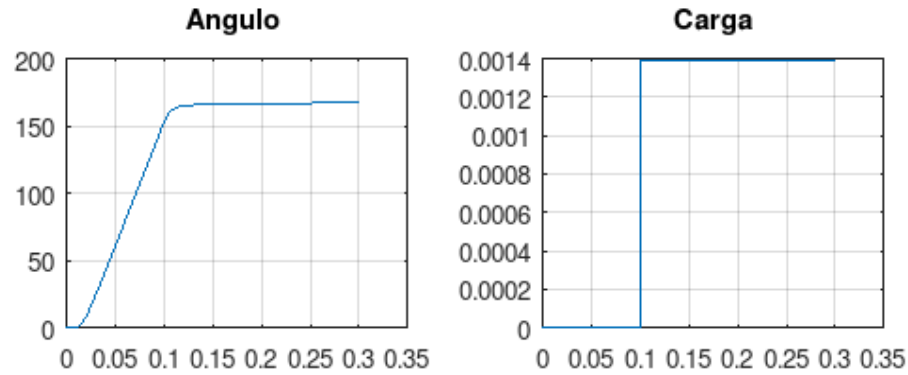
$$T_L = 0.001393 \text{ [Nm]}$$

Ahora, para analizar el comportamiento del motor y corroborar que efectivamente esta es la carga máxima, realizamos una simulación donde pasado un tiempo, se aplica la carga calculada.

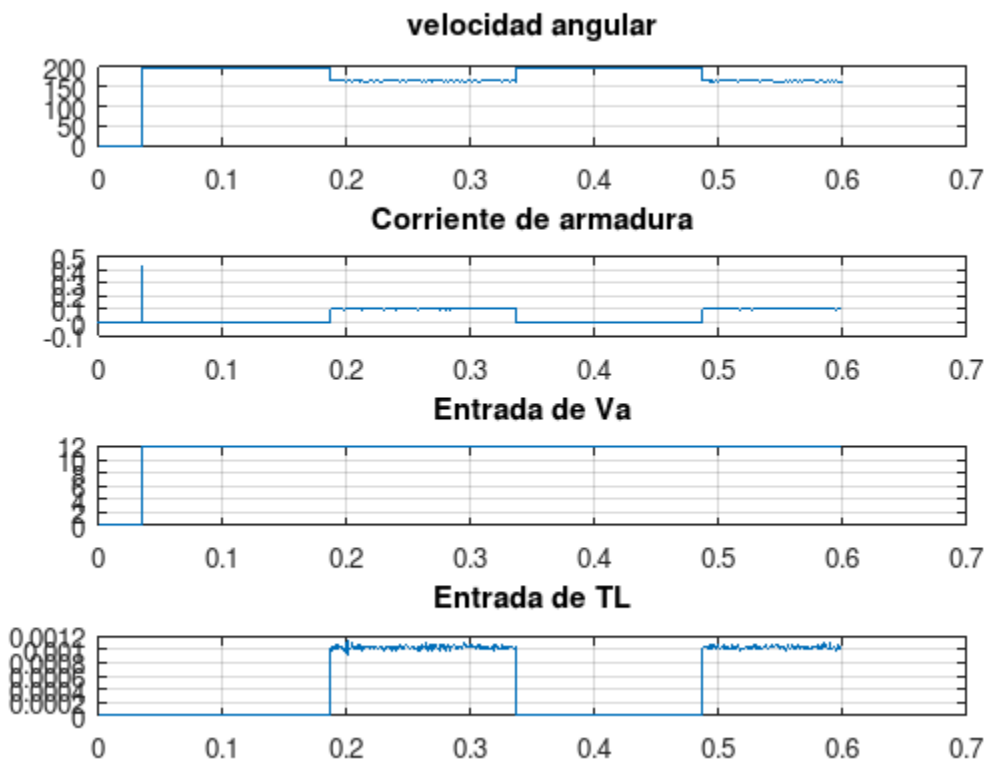
Lo que deberíamos ver en la simulación será que el ángulo se mantenga constante una vez aplicada la carga (indicando que el rotor no gira), veremos que la velocidad angular se vuelve cero y que la corriente se vuelve máxima.

Podemos ver que efectivamente, el resultado de nuestra simulación nos demuestra exactamente eso:





Ítem 5: En este ítem se nos otorgaron unas hojas de datos con el comportamiento del motor a lo largo del tiempo, y se considera una entrada escalón de 12 voltios y que la salida del sistema es la velocidad angular del mismo, donde pasado el tiempo, se aplica una carga y luego se retira. Si plotamos estos datos vemos lo siguiente:



Al igual que con el **Ítem 2**, se nos pide determinar las constantes del sistema conociendo la salida del mismo, por lo que nuevamente implementaremos el método de Chen en la salida.

Como en este caso tenemos dos entradas (Una la tensión y otra la carga), necesitaremos dos funciones de transferencia, donde en ambas la salida es la

velocidad angular del sistema. Es necesario determinar analíticamente la forma de nuestras funciones de transferencia para entender qué valores representa la función de transferencia determinada por Chen.

Haciendo el desarrollo analítico, obtenemos que estas funciones son:

$$\frac{\omega_r}{V_A} = \frac{1/k_m}{(L_{AA}/K_i K_m)s^2 + (J.R_{AA}/K_i K_m)s + 1}$$

$$\frac{\omega_r}{T_L} = - \frac{(L_{AA}/K_i K_m)s + (R_{AA}/K_i K_m)}{(L_{AA}/K_i K_m)s^2 + (J.R_{AA}/K_i K_m)s + 1}$$

(En ambos casos se dedujo que $B = 0$, por eso no aparece)

Nótese que en la función de transferencia de la carga, tenemos un cero, por lo cual vamos a utilizar un Chen ligeramente diferente. Estos se pueden ver [aquí](#).

Utilizando Chen, nos devuelve el siguiente resultado:

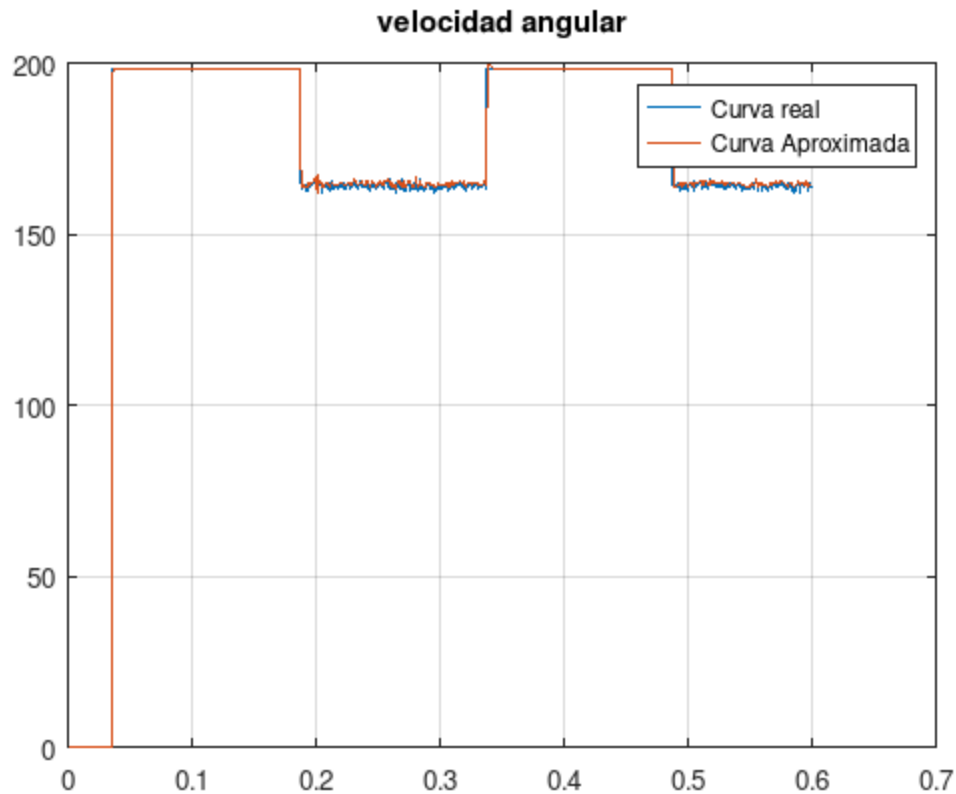
$$- \frac{\omega_r}{V_A} :$$

```
y1: 16.52
-----
6.475e-10 s^2 + 6.103e-05 s + 1
```

$$- \frac{\omega_r}{T_L} :$$

```
y1: 1.769 s + 3.242e+04
-----
6.475e-10 s^2 + 6.103e-05 s + 1
```

Podemos ver el resultado de simular estas funciones de transferencia y superponerlas con la curva de salida del sistema de la hoja de datos, que nos da un valor bastante aproximado, por lo que podemos deducir que la aproximación por Chen es correcta, y que estas funciones son lo suficientemente aproximadas a la función real:



La imagen se puede ver con más detalle [aquí](#)

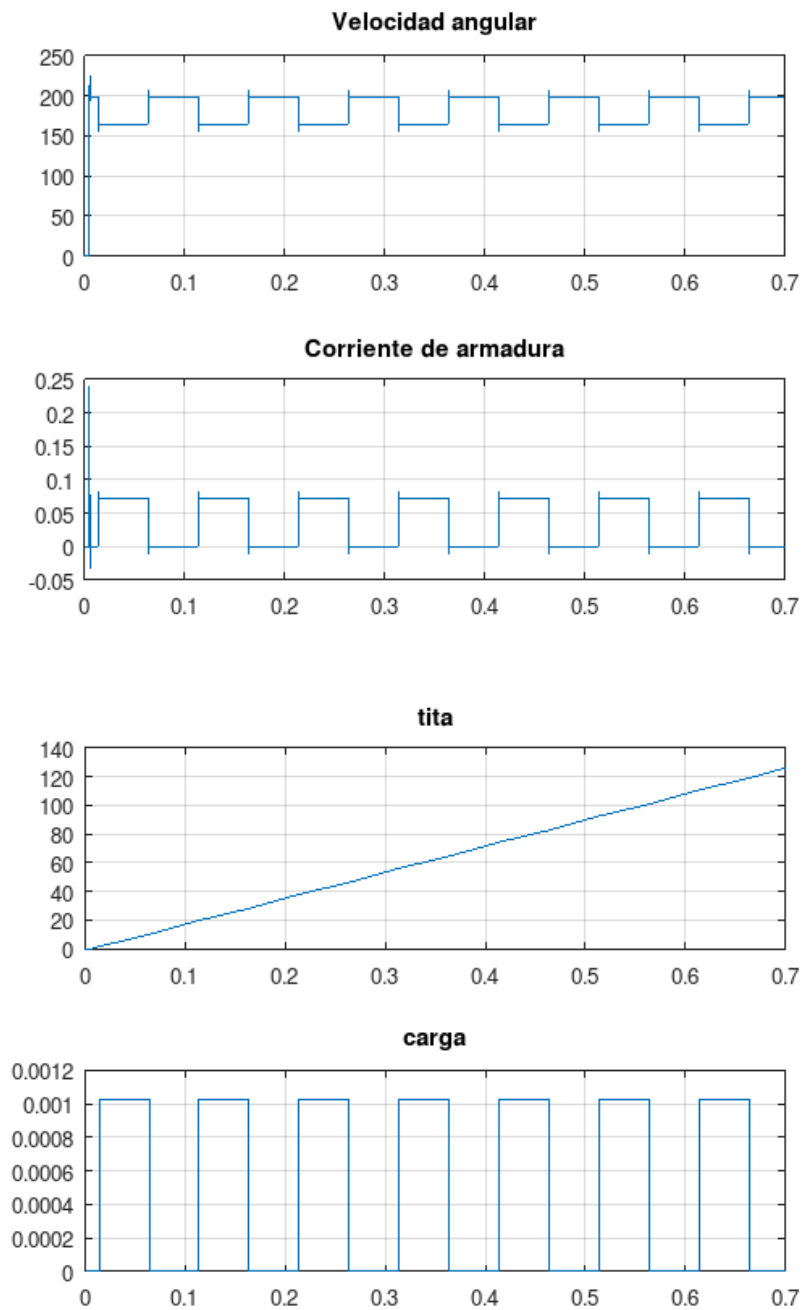
No entraremos en detalles sobre todos los cálculos realizados, ya que estos se pueden ver en el código [aquí](#).

Terminamos finalmente llegando a que los valores de los componentes del motor son:

```
RA = 28.131
J = 1.8826e-09
Km = 0.060530
Ki = 0.014336
LAA = 1.5349e-03
Bm = 0
```

Si ahora hacemos una simulación con estos valores, vemos que las curvas de salida son muy similares a las dadas por las hojas de datos.

Sin embargo, no podemos hacer una superposición de curvas para ver esto, ya que el vector de tiempo otorgado por las hojas de datos no es lineal. Es por eso que para hacer esta simulación creamos un vector de tiempo diferente, que sea lineal, para obtener las siguientes gráficas:



El resultado es bastante aproximado al original, solo que, como dijimos anteriormente, al tener una escala de tiempo diferente, las curvas se ven ligeramente diferentes.

Ítem 6: Se nos pide que para el sistema calculado en el ítem anterior, implementemos un PID en tiempo discreto para que el ángulo del motor permanezca en una referencia de 1 radián. Donde se nos da las constantes Proporcional, integrador y derivador:

$$K_p = 0.1; K_i = 0.01; K_D = 5$$

Claro, una vez tenemos estas Constantes de nuestro PID tenemos que pasarlas a tiempo discreto, Que eso lo hacemos con:

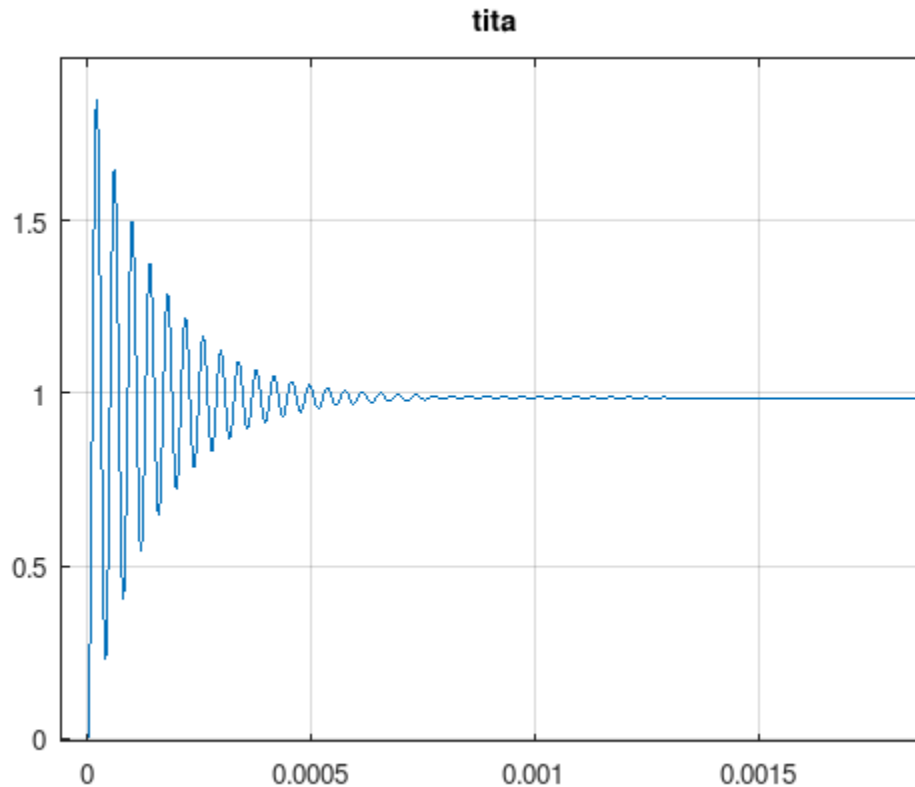
```
#Constantes del PID
Kp=0.1; Ki=0.01;Kd=5;

%Las adaptamos para trabajar en tiempo discreto
A1=((2*Kp*h)+(Ki*(h^2))+(2*Kd))/(2*h);
B1=(-2*Kp*h+Ki*(h^2)-4*Kd)/(2*h);
C1=Kd/h;
```

Más detalles sobre el código implementado [aquí](#).

Cabe recalcar, que lo que hará nuestro sistema será controlar la entrada de voltaje para así modificar el ángulo del rotor. Eso se puede ver en el código.

Como resultado de la simulación, obtenemos:

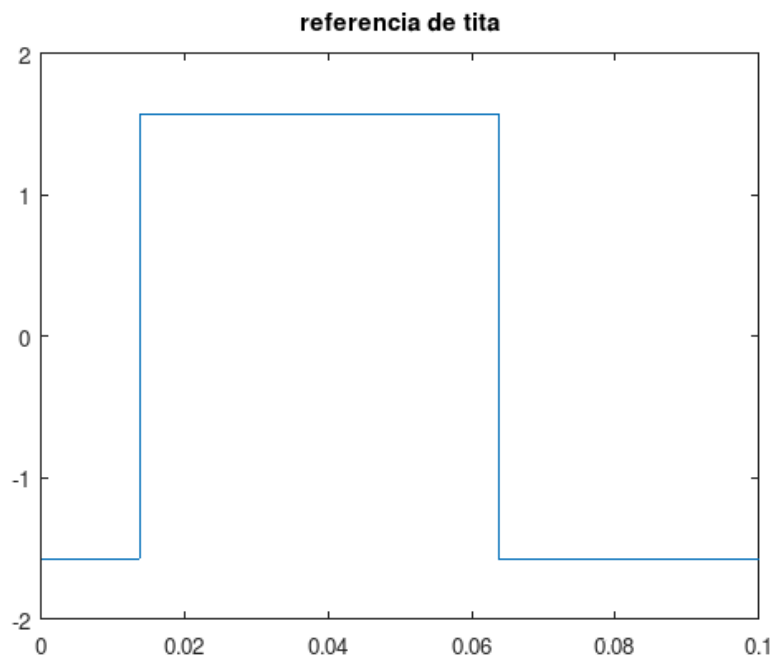


(La imagen fue desplazada Ligeramente hacia la derecha y acercada para una mejor apreciación)

Vemos como el sistema inicia en cero, luego este crece rápidamente e intenta *controlarse* para seguir la referencia, que en este caso es de 1 radian, por ende, vemos como nuestro PID funciona correctamente.

Ítem 7: Se nos pide implementar nuevamente el PID pero que en este caso, Siga una referencia que varíe a lo largo del tiempo. En este caso el motor seguirá una referencia de $\pi/2$ y de $-\pi/2$, donde cuando la referencia sea $\pi/2$, se aplicará una carga T_L de 1.15×10^{-3} , en caso contrario, la carga será nula.

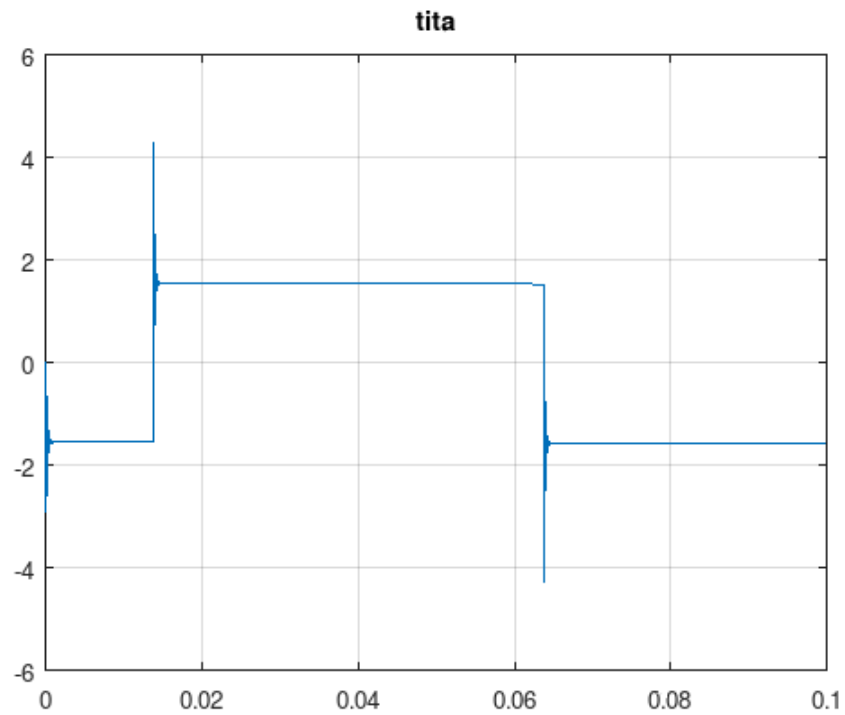
Para hacer esto, se creó una función de onda cuadrada que representará la referencia del ángulo tita, que variará de $\pi/2$ a $-\pi/2$ a lo largo del tiempo, y en la simulación se hará que cuando la referencia sea $\pi/2$, la carga pasará de 0 a 1.15×10^{-3} . Y volverá a ser nula para la referencia negativa. Los detalles de la simulación se pueden ver [aquí](#). Tenemos entonces:



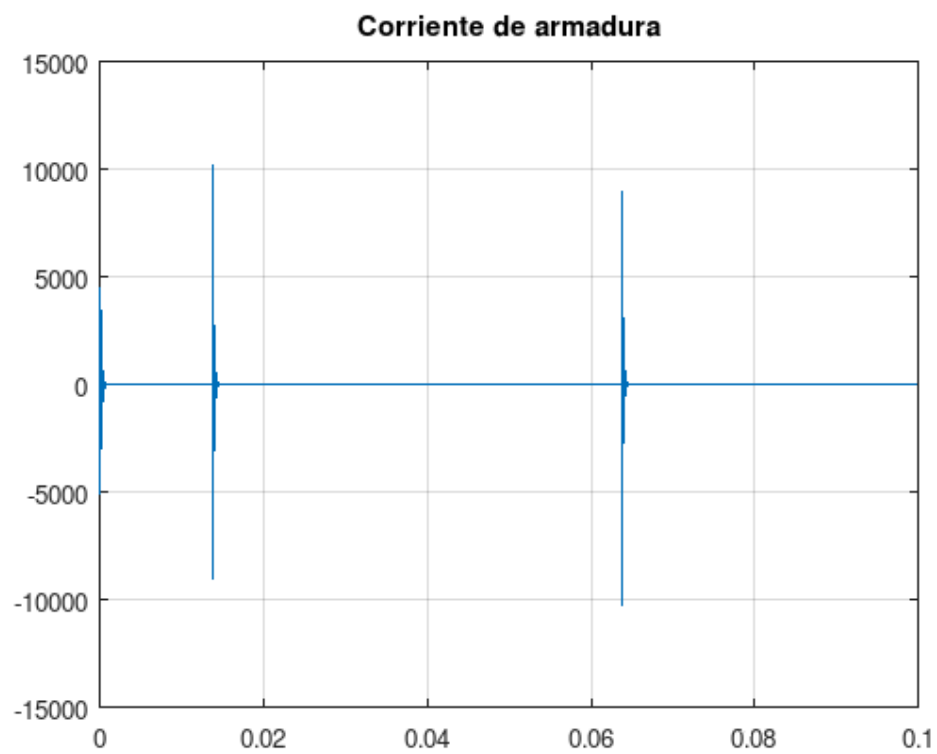
Empieza en $-\pi/2$ y pasa a $\pi/2$ a lo largo del tiempo. Se eligió un periodo no muy largo de tiempo ya que este comportamiento se repetirá a lo largo del tiempo. Con que conozcamos el comportamiento en los primeros cambios de referencia sería suficiente para saber si nuestro sistema funciona correctamente.

El resultado de la simulación fue:

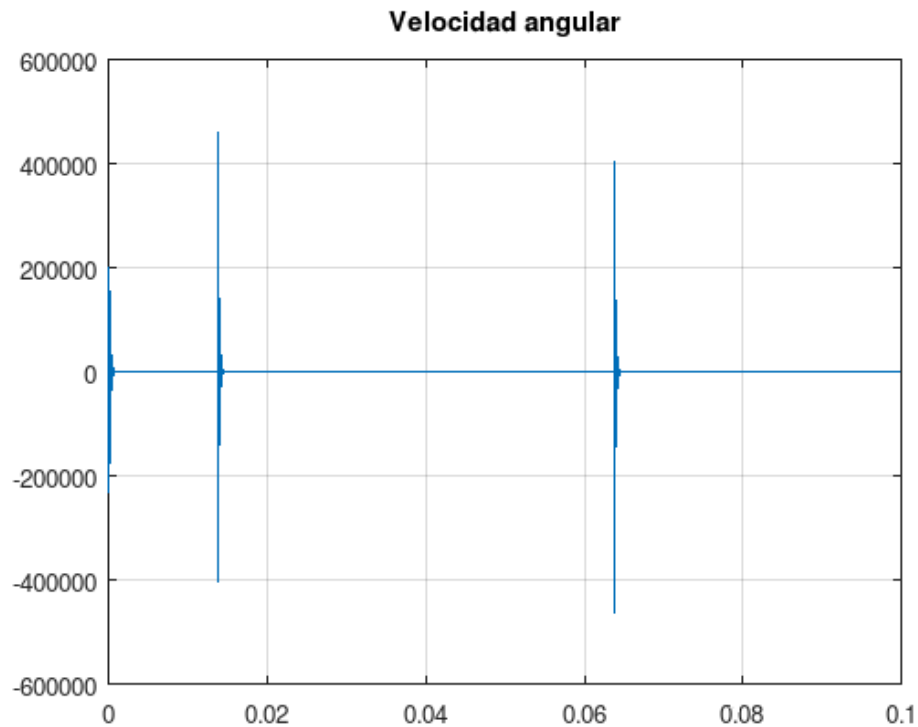
Teoría de control 2



Donde, debido a los cambios de carga, tenemos ciertos picos en la corriente de armadura:



Así también como picos de velocidad al momento de cambiar de referencia:



Ítem 8: Suponiendo que en nuestro sistema sólo se puede medir el ángulo del rotor, y queremos conocer las variables de estado internas, lo ideal sería implementar un observador para este caso. Donde para determinar La ganancia de nuestro observador (K_o) se utiliza la dualidad de procesos lineales. (No nos adentraremos en la teoría de este método, pero creemos que es relevante mencionar que utilizamos este método para que se entienda más el [código](#)).

Para el controlador de nuestro observador, elegimos los polos:

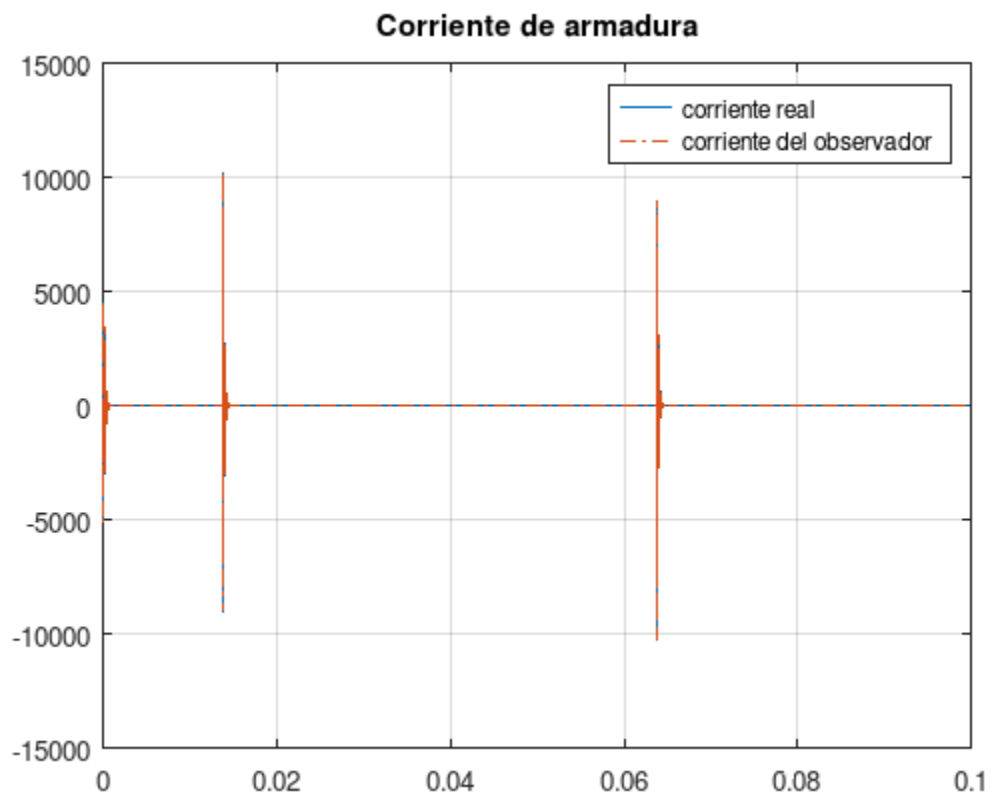
$$P_1 = -1000$$

$$P_2 = -10000 + j10$$

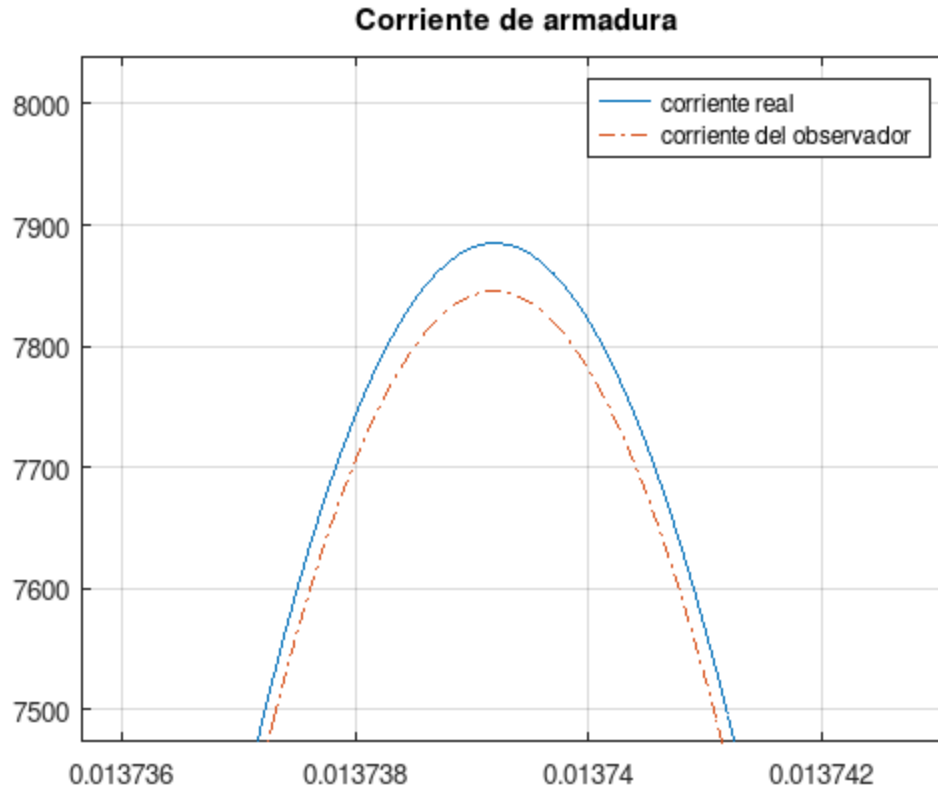
$$P_3 = -10000 - j10$$

Estos polos fueron elegidos mediante prueba y error para determinar una respuesta rápida de nuestro observador, ya que mientras más rápida sea la respuesta de nuestro observador, mayor la precisión del mismo.

El resultado de nuestro observador fue:



Vemos una curva casi totalmente roja, esto es porque el observador aproxima muy bien a la corriente real del sistema. Pero para nosotros poder ver mejor esto, hace falta acercarnos:



(Acercamiento a uno de los picos de las oscilaciones de corriente)

Podemos ver cómo si bien nuestro observador es bastante preciso y se aproxima muy bien a la corriente real del sistema, este no es del todo perfecto.

Conclusiones

En esta actividad se aprendió en detalle lo que es trabajar en el espacio de estados y cómo analíticamente determinar las matrices y funciones de transferencia de nuestro sistema. Así también como gracias a la ayuda del software (Octave en nuestro caso), podemos analizar el comportamiento a lo largo del tiempo y la evolución de sistemas con cierta complejidad, así también como métodos como el de Chen o el de la Dualidad de procesos lineales para determinar la constante K_o de nuestro observador.