

Modelo e Controle da Máquina de Corrente Contínua

CURSINO BRANDÃO JACOBINA

Laboratório de Eletrônica Industrial e Acionamento de Máquinas - LEIAM

Departamento de Engenharia Elétrica - DEE

Centro de Engenharia Elétrica e Informática - CEEI

Universidade Federal de Campina Grande - UFCG

58.429-900 Campina Grande - PB - Brazil

email: jacobina@dee.ufcg.edu.br

I. INTRODUÇÃO

A máquina de corrente contínua (CC) apresenta características dinâmicas e de operação bastante favoráveis para a realização de sistemas de acionamentos e de geração. Entretanto, devido algumas limitações construtivas, principalmente o comutador mecânico de corrente, ela vem sendo substituída pelas máquinas de corrente alternada (CA), que dispensam esse tipo de comutador por terem sistemas de alimentação estático. De qualquer forma, existe um grande número destas máquinas em operação e portanto é relevante estudá-las. Também, em função de ser um processo físico de fácil compreensão, modelo bastante simples e de forte apelo intuitivo, a máquina CC é muito importante para o entendimento dos sistemas de acionamentos com as máquinas CA, cujos modelos são muito mais complexos.

Sistemas de conversão estático com máquina de corrente contínua são constituídos por uma máquina CC, uma fonte de tensão estática de alimentação controlada, sistema de controle e medição. Neste texto serão apresentados o princípio de funcionamento e o modelo dinâmico do motor CC, o sistema de controle e a fonte de alimentação.

II. PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO DA MÁQUINA CC

A máquina de corrente contínua é constituída por dois circuitos magnéticos principais (cf. Fig. 1):

- i) Um circuito magnético estacionário (estator) de excitação magnética, dito de campo ou excitação, alimentado por uma fonte de tensão contínua de potência despresível.

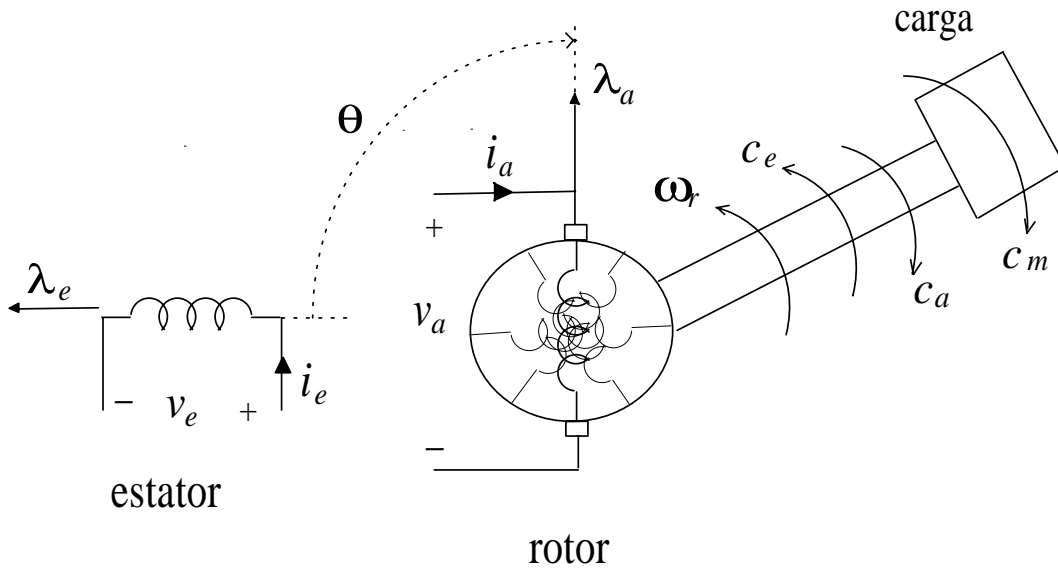


Fig. 1. Motor de corrente contínua.

ii) Um circuito magnético rotativo (rotor), dito de armadura, alimentado por uma fonte de tensão contínua, correspondente ao estágio de potência principal.

A bobina de campo, percorrida por uma corrente i_e , cria um fluxo $\lambda_e = l_e i_e$, no sentido indicado na Fig. 1. A bobina de armadura também cria um fluxo unidirecional $\lambda_a = l_a i_a$, mesmo com a rotação do rotor. Isto é decorrente da ação do comutador mecânico que comuta as correntes entre as espiras da bobina mantendo o eixo magnético sempre na mesma direção. Esta operação pode ser imaginada como se o rotor fosse composto de várias bobinas girantes e, a cada instante, apenas a bobina que se encontra na posição vertical fosse percorrida pela corrente i_a criando o fluxo λ_a .

Observe que os fluxos λ_e e λ_a só dependem das suas próprias correntes. Isto se deve a uma característica das máquinas elétricas onde o valor do fluxo, a partir do eixo magnético da bobina, segue uma distribuição senoidal. Assim, por exemplo, a componente do fluxo λ_e ($\lambda_{e\theta}$) a um ângulo θ da bobina de campo é dado por $\lambda_{e\theta}(\theta) = \lambda_e \cos(\theta)$. Esta formulação também é válida para a bobina de armadura. Como as bobinas de campo e de armadura estão a $\pi/2$ rads (i.e., $\theta = \pi/2$) elas não possuem fluxo mútuo ($\cos(\pi/2) = 0$).

Apesar do fluxo da bobina de campo que chega na bobina de armadura na sua posição vertical ser nulo, suas espiras estão girando no campo λ_e e portanto elas recebem um campo variável $\lambda'_a(t) = k_e \lambda_e \cos(\theta)$ (onde k_e é uma constante de acoplamento), portanto uma tensão e_a é induzida nestas bobinas devido a rotação (força contra-eletromotriz de rotação, fcem) que pode ser calculada pela lei de Faraday ou Lenz. A fcem e_a é dada por

$$e_a = \left. \frac{d\lambda'_a(t)}{dt} \right|_{\theta=-\pi/2} = -k_e \lambda_e \sin(\theta) \frac{d\theta}{dt} \Big|_{\theta=-\pi/2} = k_e \lambda_e \omega_r \quad (1)$$

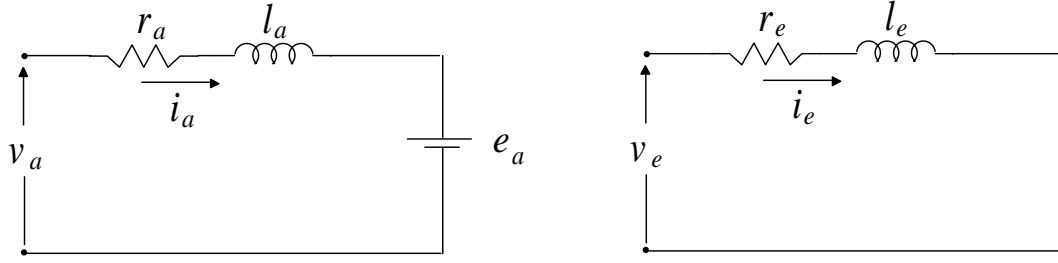


Fig. 2. Circuito equivalente.

onde $\omega_r = d\theta/dt$ é a velocidade do rotor.

O modelo elétrico para a bobina de armadura é então dado por

$$v_a = r_a i_a + \frac{d\lambda_a}{dt} + e_a = r_a i_a + l_a \frac{di_a}{dt} + e_a \quad (2)$$

onde $r_a i_a$ é a queda de tensão ôhmica na resistência da bobina, $\lambda_a = l_a i_a$ é o fluxo na bobina e $l_a di_a/dt$ é a tensão induzida própria da bobina devido a variação de sua corrente.

Na bobina de campo não é induzida nenhuma tensão, porque a bobina de campo é fixa e o campo criado pela armadura também é fixo na direção ortogonal. O modelo elétrico para bobina de campo é dado por

$$v_e = r_e i_e + \frac{d\lambda_e}{dt} = r_e i_e + l_e \frac{di_e}{dt} \quad (3)$$

onde $r_e i_e$ é a queda de tensão ôhmica na resistência da bobina, $\lambda_e = l_e i_e$ é o fluxo na bobina e $l_e di_e/dt$ é a tensão induzida própria da bobina devido a variação de sua corrente.

Baseado nas equações (2) e (3), pode-se deduzir diretamente os circuitos elétricos equivalentes para a armadura e o campo da máquina CC, conforme ilustrado na Fig. 2.

A depender de sua aplicação uma máquina elétrica girante pode funcionar como gerador ou como motor. A função de uma máquina elétrica operando como motor é transformar energia elétrica em mecânica, a qual é fornecida à carga. Para que esta transformação ocorra é necessário que um conjugado eletromagnético, c_e , seja criado e aplicado no rotor, onde uma carga mecânica, ou uma fonte de energia mecânica, é acoplada, desenvolvendo um conjugado mecânico resistente c_m .

O conjugado eletromagnético é uma grandeza muito importante, pois a boa operação da máquina depende, dentre outros fatores, diretamente dele. O conjugado eletromagnético, nas máquinas elétricas, é criado pela tendência do fluxo rotórico se alinhar com o fluxo estatórico. Genericamente, o conjugado eletromagnético é proporcional ao módulo do produto vetorial entre o fluxo estatórico e o rotórico:

$$c_e = k'_c |\lambda_a \times \lambda_e| = k'_c \lambda_a \lambda_e \sin(\theta_{ae}) = k'_c \lambda_a \lambda_e \quad (4)$$

onde $\theta_{ae} = \pi/2$ é o ângulo entre λ_a e λ_e e k'_c é uma constante. Substituindo $\lambda_a = l_a i_a$ e introduzindo uma nova constante $k_c = l_a k'_c$ tem-se outra expressão para o conjugado:

$$c_e = k_c \lambda_e i_a \quad (5)$$

Estas expressões para o conjugado permitem observar três aspectos importantes:

i) O máximo conjugado por fluxo é obtido na máquina CC, pois os fluxos são ortogonais ($\text{sen}(\theta_{ae}) = 1$).

ii) Fica claro a necessidade do comutador mecânico, já que ele permite que o fluxo criado no rotor seja unidirecional, apesar do rotor girar continuamente. Se não houvesse comutador, a bobina rotórica se alinharia com a estatórica e o conjugado se anularia ($\theta_{ae} = 0$).

iii) Por simplicidade considerou-se que o número de par de pólos da máquina (P) é unitário, caso contrário o conjugado passaria a ser expresso por $c_e = P k_c \lambda_e i_a$

Observando os circuitos de excitação da Fig. 2 observa-se que toda a potência fornecida pela fonte de alimentação de excitação, tensão v_e , é dissipada na resistência r_e . Já a potência fornecida (ou recebida) pela fonte de tensão v_a é parte dissipada em r_a e parte recebida (ou fornecida) pela fonte e_a . A potência elétrica fornecida (ou recebida) pela armadura da máquina é dada por $p_e = e_a i_a$. Desprezando-se ainda as perdas eletromagnéticas internas da máquina, a potência elétrica é igual a potência mecânica no eixo da máquina, i.e., $p_m = c_e \omega_r$. As constantes k_e e k_c são aproximadamente iguais. De fato, substituindo-se as expressões de e_a e c_e na igualdade $p_e = p_m$, obtém-se que $k_e = k_c$.

Uma vez o modelo elétrico deduzido, resta a obtenção do modelo mecânico de movimento. Este modelo é obtido aplicando-se a segunda lei de Newton no eixo da máquina, i.e., a força resultante aplicada a um corpo é igual a sua massa vezes sua aceleração. Observando a Fig. 1, pode-se escrever

$$c_e - c_m - F_m \omega_r = J_m \frac{d\omega_r}{dt} \quad (6)$$

onde $F_m \omega_r$ é o conjugado de atrito, c_a , que se opõe ao movimento, nos mancais do rotor (aproximadamente proporcional a velocidade) e no ar e J_m é o momento de inércia da máquina. Como se trata de um movimento circular, aparecem na lei de Newton a velocidade angular ω_r e o momento de inércia J_m .

III. MODELO DA MÁQUINA CC

Baseado na análise da seção anterior são apresentados em seguida os modelos da máquina CC em suas várias apresentações.

A. Representação no tempo do modelo dinâmico

Baseado nas equações anteriores o modelo dinâmico da máquina pode ser apresentado como se segue:

Equações elétricas:

$$v_a = r_a i_a + l_a \frac{di_a}{dt} + e_a \quad (7)$$

$$v_e = r_e i_e + l_e \frac{di_e}{dt} \quad (8)$$

Equação mecânica de movimento:

$$c_e - c_m - F_m \omega_r = J_m \frac{d\omega_r}{dt} \quad (9)$$

onde:

$$c_e = k_e \lambda_e i_a$$

$$e_a = k_e \lambda_e \omega_r$$

$$\lambda_e = l_e i_e$$

As variáveis e parâmetros relacionados nas equações acima são:

i_a : corrente de armadura [A], v_a : tensão de armadura [V],

e_a : força contra-eletromotriz [V], v_e : tensão de excitação [V], λ_e : fluxo de excitação [Wb]

c_e : conjugado eletromagnético [Nm], c_m : conjugado de carga [Nm]

ω_r : velocidade angular do eixo [rad/s]

r_a : resistência da armadura [Ω], r_e : resistência de excitação [Ω]

l_a : indutância de armadura [H], l_e : indutância de excitação [H]

k_e : constante de máquina [MKS], F_m : coeficiente de atrito [MKS]

J_m : momento de inércia da máquina [MKS]

B. Modelo de estado

Quando se considera a tensão v_e constante, a corrente i_e e o fluxo λ_e se estabelecem e permanecem constantes. O modelo dinâmico da máquina se simplifica, sendo representado apenas pelas equações (7) e (9). Neste caso, a representação do modelo dinâmico da máquina de corrente contínua na forma de equações de estado ($dx/dt = Ax + Bu$) é dado por:

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} -r_a/l_a & -k_e \lambda_e/l_a \\ k_e \lambda_e/J_m & -F_m/J_m \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1/l_a & 0 \\ 0 & -1/J_m \end{bmatrix} u \quad (10)$$

onde

$$x = \begin{bmatrix} i_a \\ \omega_r \end{bmatrix} \quad e \quad u = \begin{bmatrix} v_a \\ c_m \end{bmatrix}$$

Quando a velocidade é a variável de saída a equação de saída ($y = Cx + Du$) se escreve:

$$\omega_r = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} \quad (11)$$

Observe que os estados escolhidos neste modelo foram estados físicos da máquina: a corrente de armadura e a velocidade. A corrente de armadura e a velocidade informam sobre a energia magnética armazenada na bobina de armadura ($l_a i_a^2/2$) e a energia cinética armazenada no rotor ($J_m \omega_r^2/2$), respectivamente.

C. Função de transferência

Aplicando-se a transformada de Laplace no modelo de estado, obtém-se

$$\begin{aligned} s\mathbf{X}(s) - \begin{bmatrix} -r_a/l_a & -k_e\lambda_e/l_a \\ k_e\lambda_e/J_m & -F_m/J_m \end{bmatrix} \mathbf{X}(s) &= \begin{bmatrix} 1/l_a & 0 \\ 0 & -1/J_m \end{bmatrix} \mathbf{U}(s) \\ \mathbf{X}(s) &= \begin{bmatrix} s + r_a/l_a & k_e\lambda_e/l_a \\ -k_e\lambda_e/J_m & s + F_m/J_m \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1/l_a & 0 \\ 0 & -1/J_m \end{bmatrix} \mathbf{U}(s) \\ \begin{bmatrix} I_a(s) \\ \Omega_r(s) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} G_{ia}(s) & G_{im}(s) \\ G_a(s) & G_m(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a(s) \\ C_m(s) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

onde

$$G_a(s) = \frac{K_a}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \quad (12)$$

$$G_m(s) = -\frac{K_m(T_a s + 1)}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \quad (13)$$

e $T_1 = -1/s_1$ e $T_2 = -1/s_2$ são as constantes de tempo do motor e os pólos são dados por

$$s_{1,2} = \frac{(s_a + s_m) \pm \sqrt{(s_a + s_m)^2 + 4k_1 k_2}}{2} \quad (14)$$

com

$$s_a = -r_a/l_a$$

$$s_m = -F_m/J_m$$

$$k_1 = k_e\lambda_e/l_a$$

$$k_2 = -k_e\lambda_e/J_m$$

$$K_a = \frac{k_e\lambda_e}{k_e^2\lambda_e^2 + r_a F_m}$$

$$K_m = \frac{r_a}{k_e^2\lambda_e^2 + r_a F_m}$$

D. Modelo de regime permanente

Aplicando a condição de regime permanente no modelo de estado (termos em $d/dt = 0$), obtém-se.

$$i_a = \frac{F_m K_m}{r_a} v_a + K_a c_m \quad (15)$$

$$\omega_r = K_a v_a - K_m c_m \quad (16)$$

Observa-se que a corrente i_a aumenta com v_a e c_m e ω_r aumenta com v_a e diminui com c_m .

IV. ANÁLISE NO TEMPO E NA FREQUÊNCIA DA MÁQUINA CC

A caracterização do motor CC é apresentada aqui no domínio do tempo, por meio da resposta ao degrau, e no domínio da frequência, por meio do diagrama de Bode. Inicialmente, é determinada a evolução no tempo da corrente de armadura i_a e da velocidade ω_r para degraus unitários de tensão e de conjugado mecânico. Em seguida, é determinada a resposta em frequência do motor, visualizada por meio do diagrama de Bode.

A. Partida do motor

Nas figuras 3 e 4 são apresentadas as respostas da corrente e velocidade do motor (expressos em pu), com pólos reais e complexos, para o seguinte padrão de entrada:

$$[0 < t < t_{max}/2 \longrightarrow v_a = 1; c_m = 0 \quad t_{max}/2 < t < t_{max} \longrightarrow v_a = 1; c_m = 1]$$

B. Resposta em frequência

Nas figuras 5 e 6 são apresentadas os diagramas de Bode da amplitude da corrente e da velocidade do motor, com pólos reais e complexos, para entrada senoidal de tensão ($c_m = 0$).

V. CONTROLE DE VELOCIDADE DO MOTOR CC

Um sistema de controle, ou simplesmente controlador, pode ser definido como um dispositivo que permite obter a resposta desejada da variável do processo a ser controlado (variável de saída do processo). Em geral, pode-se considerar dois tipos de controladores: com ou sem realimentação da variável de saída. O controlador sem realimentação, ou de malha aberta ("feedforward controller"), controla a variável de saída do processo sem sua medição (Fig. 7a). O controlador com realimentação, ou de malha fechada ("feedback controller"), utiliza a medição da variável de saída que se deseja controlar (Fig. 7b).

A função do motor CC em acionamentos a velocidade variável é impor à uma carga mecânica qualquer no eixo do motor, representada pelo conjugado mecânico c_m , uma velocidade desejada ω_r^* , dita velocidade de referência. A tensão de alimentação v_a é a variável de entrada de comando

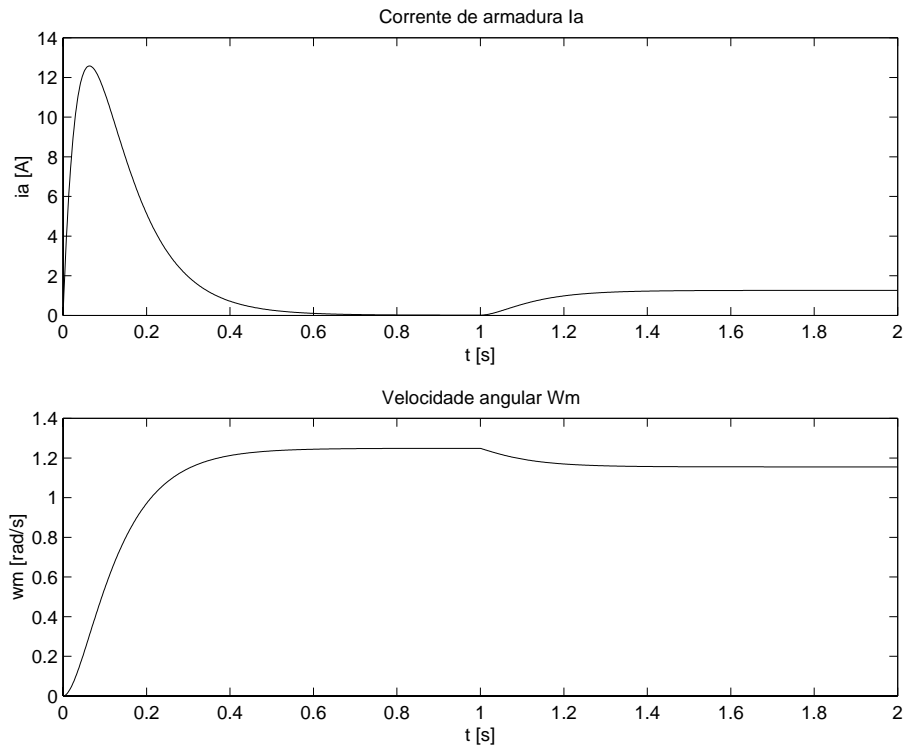


Fig. 3. Resposta no tempo. Corrente e velocidade na partida do motor - Pólos reais

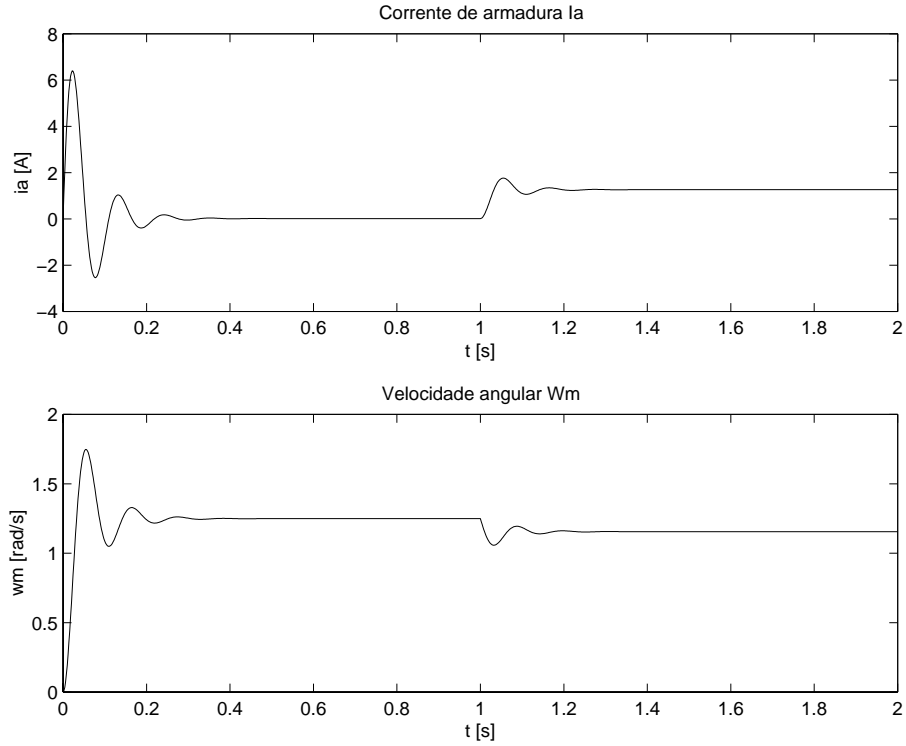


Fig. 4. Resposta no tempo. Corrente e velocidade na partida do motor - Pólos complexos

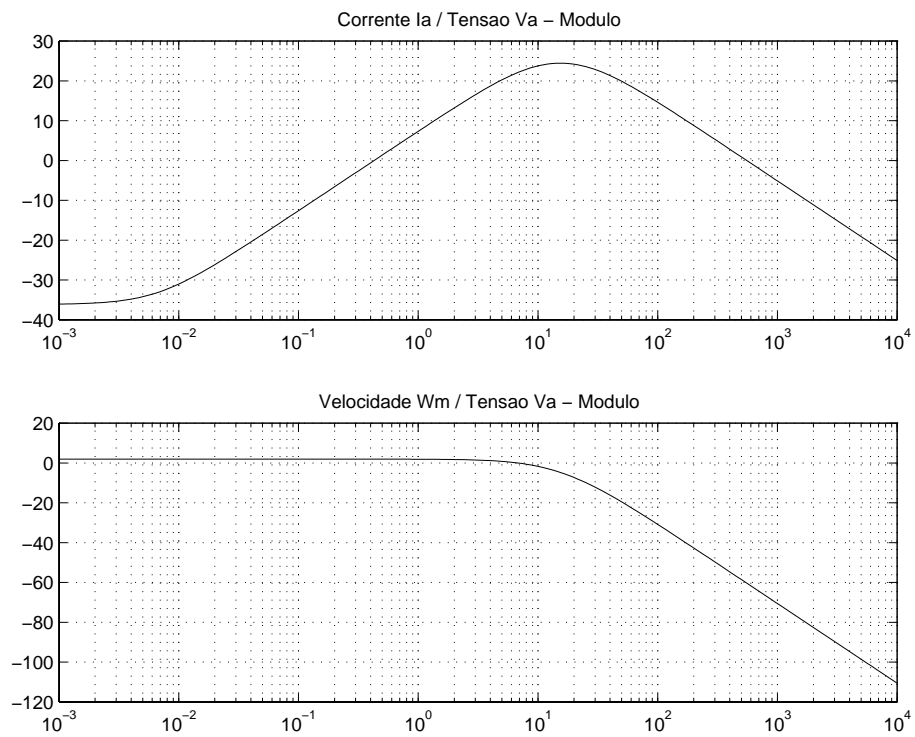


Fig. 5. Resposta em frequência. Amplitude da corrente e velocidade do motor - Pólos reais

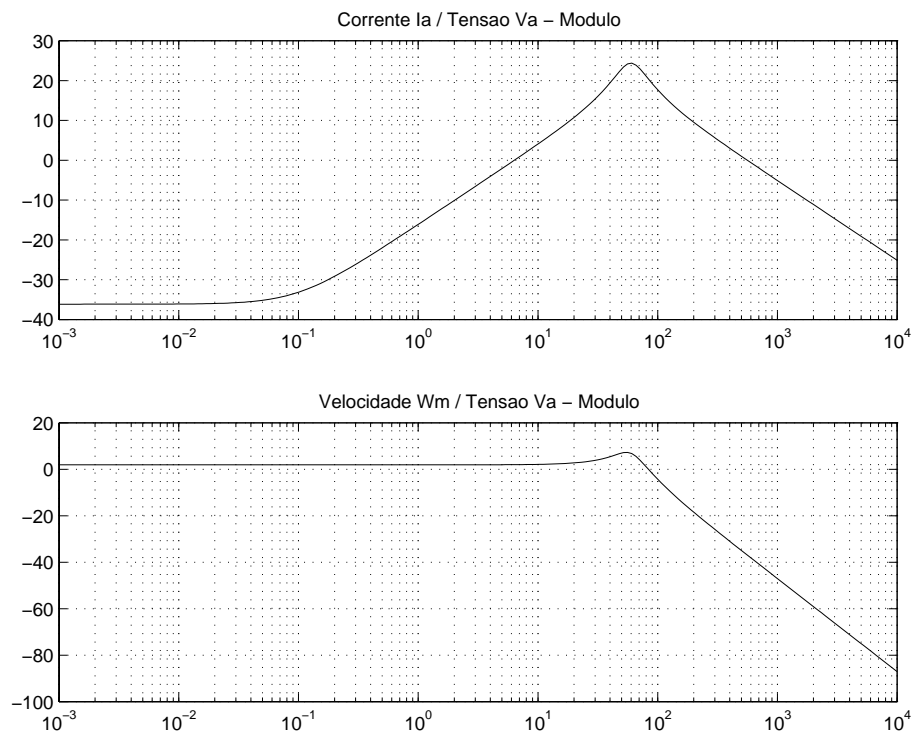


Fig. 6. Resposta em frequência. Amplitude da corrente e velocidade do motor - Pólos complexos

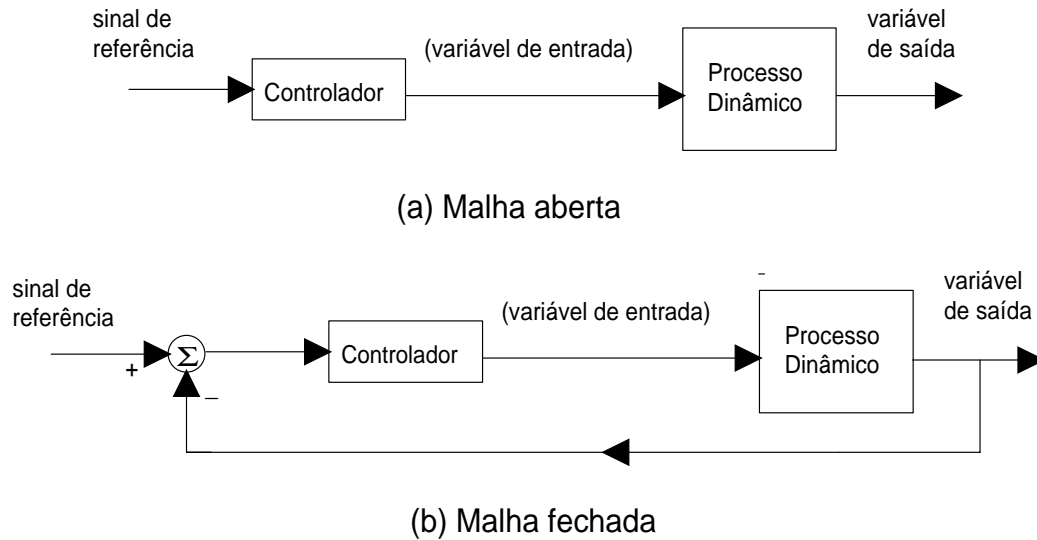


Fig. 7. Controlador e processo a ser controlado: (a) controlador sem realimentação e (b) controlador com realimentação.

que permite alterar a velocidade, considerada na saída do processo. Na figura 8 é apresentado um diagrama de blocos do sistema motor e controlador com realimentação. A tensão de alimentação v_a também afeta a corrente de armadura i_a . Outras variáveis físicas importantes do processo são o conjugado eletromagnético c_e , proporcional à corrente i_a , e o conjugado mecânico c_m , que pode ser considerado como uma perturbação no controle de ω_r . Tensão, corrente, velocidade e conjugados são grandezas físicas do motor que devem ser mantidas dentro de certos limites máximos em função da capacidade da máquina.

Nesta seção são estudados controladores de velocidade para o motor CC: controlador em malha aberta, controlador PID (sem malha interna de corrente/conjugado) e controlador em cascata (com malha interna de corrente/conjugado).

O controle de velocidade discutido aqui assume que o fluxo de excitação da máquina é imposto constante por meio da alimentação da bobina estatórica com tensão de excitação v_e constante.

A alimentação em tensão do motor CC é realizada por meio de fontes de tensão CC controladas (cf. a seção VII). Uma fonte de tensão de armadura de potência define a tensão v_a e uma fonte de excitação, de baixa potência, define a tensão v_e . Em alguns casos, para efeito do cálculo dos controladores, será considerado que as fontes de alimentação são ideais, isto é, a fonte segue a referência desejada instantaneamente e com ganho unitário.

A. Controlador de velocidade em malha aberta

O controlador em malha aberta é uma alternativa conceitualmente bastante simples, principalmente se é utilizado apenas o modelo do processo na sua forma estática, i.e., de regime permanente.

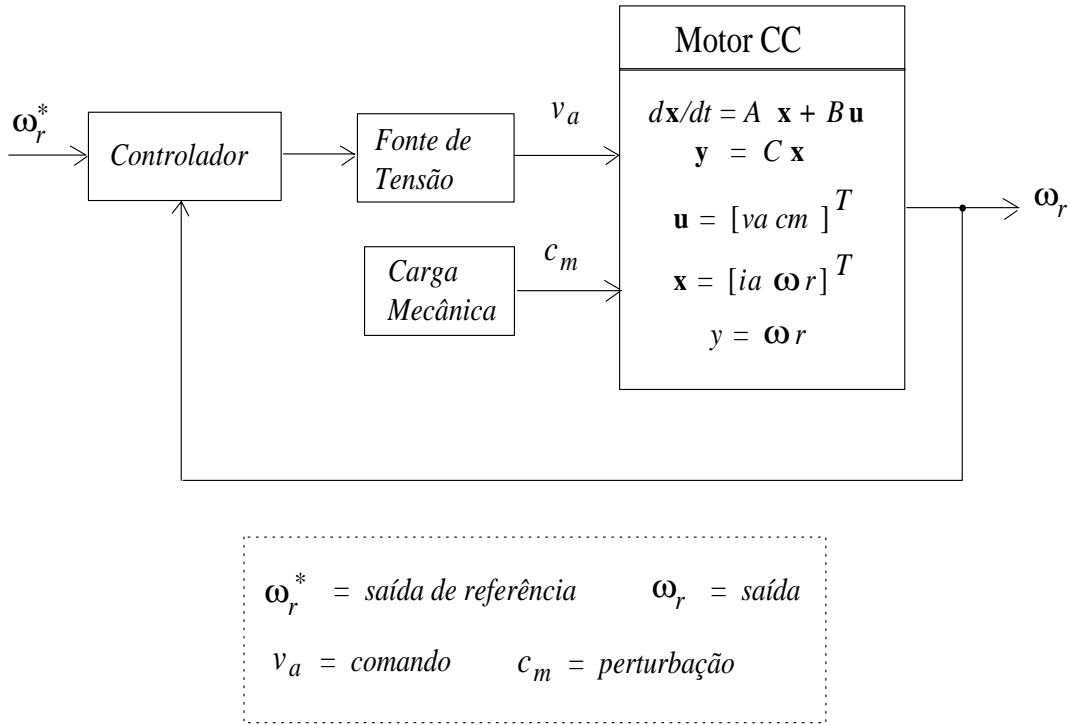


Fig. 8. Controle em malha fechada da máquina de corrente contínua.

Assim, da expressão da velocidade em regime permanente do motor CC, termos d/dt no modelo de estado iguais a zero, obtém-se:

$$v_a^* = \frac{1}{K_a} \omega_r^* + \frac{K_m}{K_a} c_m \quad (17)$$

onde v_a^* e ω_r^* são a tensão e a velocidade de referência e

$$K_a = \frac{k_e \lambda_e}{k_e^2 \lambda_e^2 + r_a F_m}$$

$$K_m = \frac{r_a}{k_e^2 \lambda_e^2 + r_a F_m}$$

Utilizando-se esta expressão pode-se definir o controlador em malha aberta. Na figura 9 é apresentado o diagrama de blocos do sistema completo com o controlador, fonte e motor CC. Note que nos controladores em geral a sua saída, aqui a tensão referência de alimentação do motor v_a^* , é limitada para proteger o processo que está sendo controlado.

O controlador em malha aberta necessita a medição do conjugado mecânico c_m (perturbação) e supõe que o modelo do motor CC e seus parâmetros sejam exatamente aqueles do motor CC real. Se estas condições não são satisfeitas, existirá um erro de regime permanente $e_\omega = \omega_r^* - \omega_r$. Em geral, devido a estas importantes limitações, a utilização prática isolada deste tipo de controlador não é recomendada. No restante deste texto só serão discutidos os controladores com realimentação.

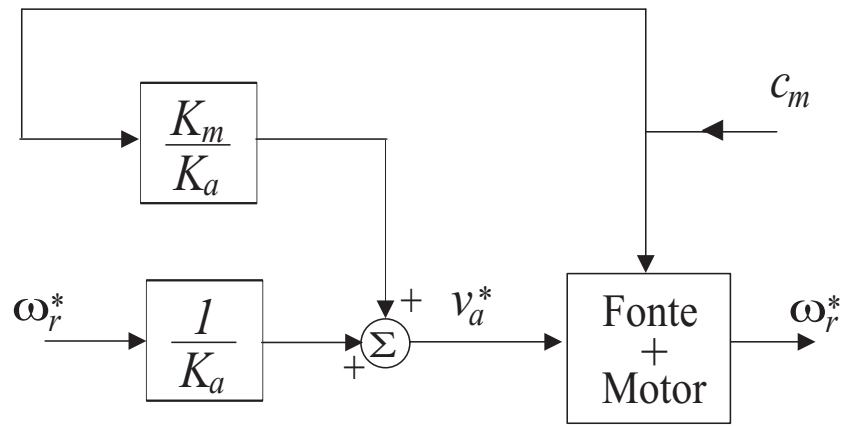


Fig. 9. Diagrama de blocos do motor CC com controle sem realimentação.

B. Controlador de velocidade proporcional (P)

O controlador proporcional (P) é o tipo de controlador com realimentação mais simples. O controlador proporcional compara a variável de referência ω_r^* com a variável de saída medida ω_r , definindo o erro $e_r = \omega_r^* - \omega_r$ que, amplificado por um ganho K_p , define a variável de entrada do sistema sob controle. Na Figura 10 tem-se o sistema de controle de velocidade do motor CC com o controlador proporcional.

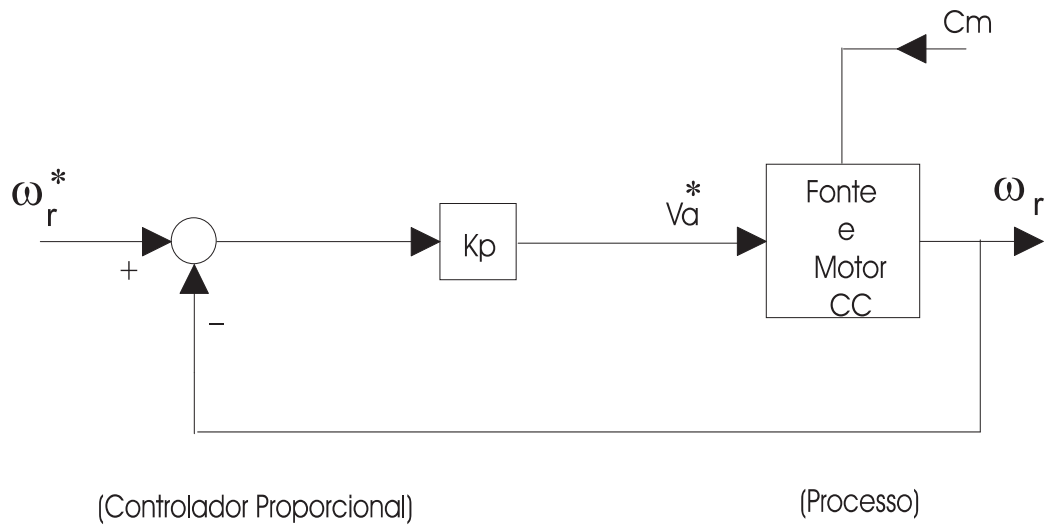


Fig. 10. Diagrama de blocos do motor CC com controlador proporcional.

O ganho K_p do controlador P deve ser calculado com os seguintes objetivos:

- compensar o erro de regime permanente causado pela imprecisão do modelo do motor CC e desconhecimento do conjugado mecânico (perturbação).

- obter uma boa resposta transitória da variável de saída controlada (rápida resposta, pequeno decaimento, ou 'overshoot', e bom amortecimento).

As funções de transferência velocidade/tensão (G_a) e velocidade/conjugado mecânico (G_m) do motor são:

$$G_a(s) = \frac{K_a}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} \quad (18)$$

$$G_m(s) = -\frac{K_m(T_as + 1)}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} \quad (19)$$

onde $T_1 = -1/s_1$ e $T_2 = -1/s_2$ são as constantes de tempo do sistema motor (s_1 e s_2 são os pólos reais do sistema motor) e

$$K_a = \frac{k_e \lambda_e}{k_e^2 \lambda_e^2 + r_a F_m} \quad (20)$$

e

$$K_m = \frac{r_a}{k_e^2 \lambda_e^2 + r_a F_m} \quad (21)$$

são constantes.

Introduzindo-se estas funções de transferência, sem considerar o limitador de tensão, obtém-se o diagrama de blocos em "s" do sistema completo (Figura 11).

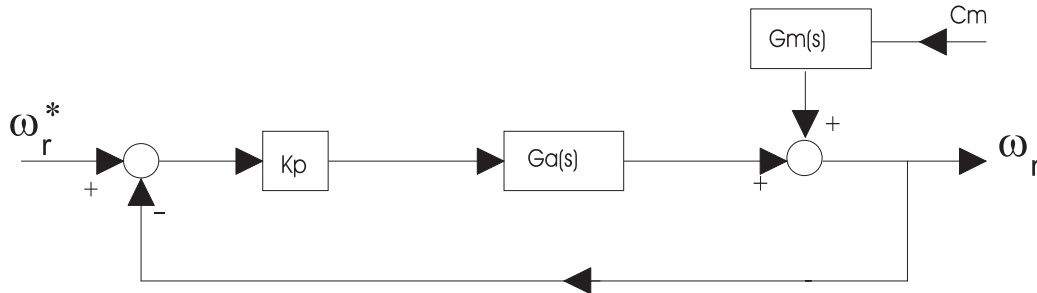


Fig. 11. Diagrama de blocos em "s" do sistema.

As funções de transferência de malha fechada velocidade/velocidade de referência (G_{fa}) e velocidade/conjugado mecânico (G_{fm}) do motor são dados por:

$$G_{fa}(s) = \frac{K_p G_a}{1 + K_p G_a} = \frac{K_p K_a}{(T_1s + 1)(T_2s + 1) + K_p K_a}$$

$$G_{fm}(s) = \frac{G_m}{1 + K_p G_a} = -\frac{K_m(T_as + 1)}{(T_1s + 1)(T_2s + 1) + K_p K_a} \quad (23)$$

os pólos do sistema são dados por:

$$0,98 = \frac{k_p k_a}{1 + k_p k_a} \quad (22)$$

$$sf_{1,2} = \frac{-(T_1 + T_2) \pm \sqrt{(T_1 + T_2)^2 - 4T_1T_2(K_pK_a + 1)}}{2T_1T_2} \quad (24)$$

Assumindo variações em degrau de ω_r^* (amplitude Ω_r^*) e c_m (amplitude C_m^*), e utilizando o teorema do valor final, $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$, pode-se escrever para Ω_r , velocidade da máquina em regime permanente, que

$$\Omega_r = [\lim_{s \rightarrow 0} G_{fa}(s)]\Omega_r + [\lim_{s \rightarrow 0} G_{fm}(s)]C_m \quad (25)$$

Assim, Ω_r só será igual a Ω_r^* se $K_p = \infty$.

O lugar das raízes dos pólos da malha fechada é dado na Figura 12. O lugar das raízes fornece o deslocamento das raízes, i.e., pólos, do sistema em função da variação de um ganho, neste caso o ganho K_p . Para $K_p = 0$ os pólos são aqueles do sistema em malha aberta. Quando K_p aumenta os pólos evoluem dos pólos de malha aberta, supostos aqui reais, passando por um par de pólos reais idênticos, até pólos complexos. Quando os pólos são complexos e K_p aumenta, o decaimento exponencial permanece constante (parte real do pólo constante) mas a frequência de pulsação amortecida (parte imaginária do pólo) aumenta e o amortecimento diminui.

O aumento de K_p , no sentido da eliminação do erro de regime permanente, leva a um sistema em malha fechada pouco amortecido. Assim, a escolha de K_p deve ser feita segundo um compromisso entre o erro de regime permanente e o amortecimento.

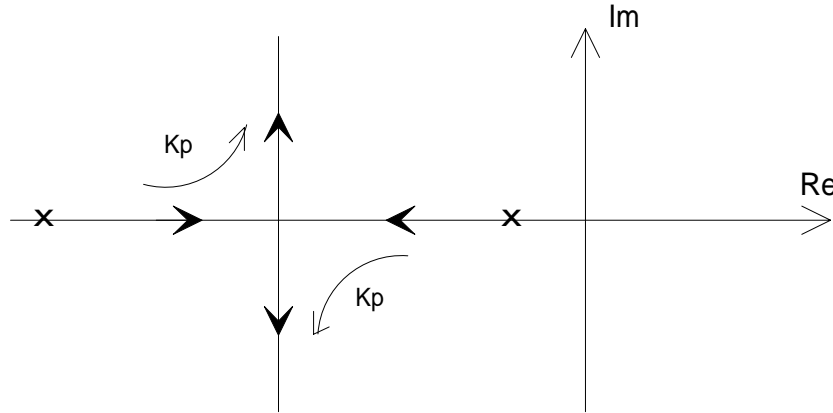


Fig. 12. Lugar das raízes de malha fechada do sistema controlador P e motor CC.

C. Controle de velocidade proporcional integral (PI)

Como foi visto, o controlador P só permite eliminar totalmente o erro de controle, i.e., obter erro nulo, para K_p infinito. O diagrama de blocos de um sistema de controle genérico é reapresentado na Figura 13.

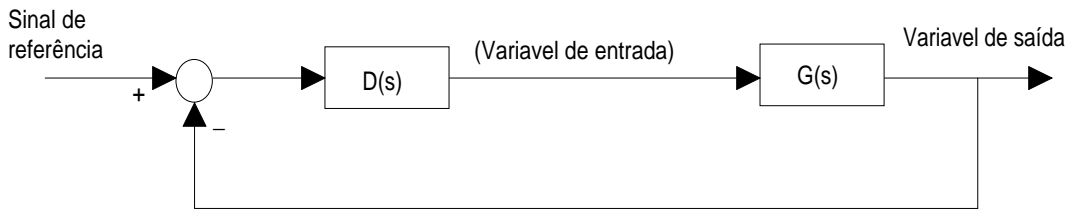


Fig. 13. Sistema de controle em malha fechada.

Para assegurar que o erro estacionário do sistema em malha fechada a uma entrada do tipo degrau seja efetivamente nulo é necessário que ao menos uma das funções de transferência do diagrama da Figura 13 possua um pólo em $s = 0$ (integrador). Essa afirmação pode ser facilmente verificada escrevendo-se a equação de malha fechada para o sistema da Figura 13 e utilizando-se o teorema do valor final. Para o caso do sistema de controle de velocidade do motor CC a função $G(s)$ não apresentando pólos em $s = 0$ é necessário que a função de transferência do controlador $D(s)$ possua pelo menos um integrador ($D(s) = k_i/s$). Entretanto, a escolha de um controlador do tipo $D(s) = K_i/s$ não constitui uma boa alternativa para o sistema de controle em questão. A equação característica do sistema em malha fechada redundaria num sistema de 3ª ordem.

Escolhendo-se para o controlador uma função de transferência $D(s) = K_p + K_i/s$ obtemos o chamado controlador proporcional integral (PI) onde K_p é o ganho proporcional e K_i é o ganho integral, apresentado na Figura 14. Esse controlador tem um pólo em $s = 0$, que assegura um erro estacionário nulo, e um zero em $s = -K_i/K_p$. Dentre as técnicas de projeto de controladores aquela que conduz a um procedimento mais simplificado consiste em escolher o zero do PI de forma a cancelar o pólo dominante (mais lento) do sistema e ajustar o ganho proporcional para alocar os pólos da equação característica segundo o comportamento dinâmico especificado.

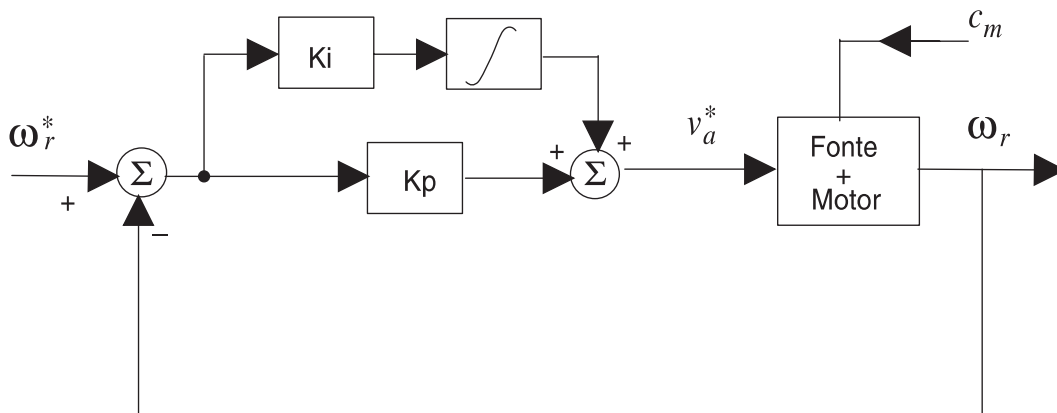


Fig. 14. Sistema de controle com o controlador PI.

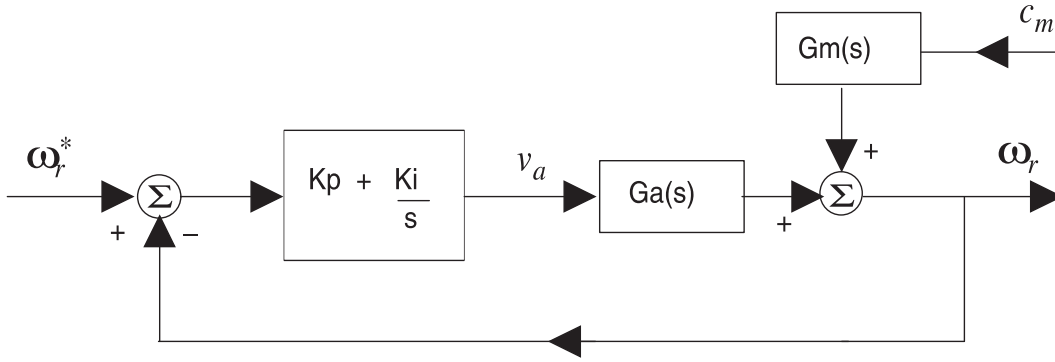


Fig. 15. Diagrama de blocos com o controlador PI.

$$D(s) = K_p + \frac{K_i}{s} = \frac{K_i(sK_p/K_i + 1)}{s} \quad (26)$$

A Figura 15 apresenta o diagrama de blocos do sistema com o controlador PI. A função de transferência de malha aberta (3ª ordem) é dada por

$$\frac{\Omega_r(s)}{E_\omega(s)} = G_o(s) = D(s)G_a(s) = \frac{K_a}{(sT_1 + 1)(sT_2 + 1)} \frac{K_i(sK_p/K_i + 1)}{s}$$

A função de transferência de malha aberta com cancelamento de T_1 (2ª ordem) é dada por

$$G_o(s) = \frac{K_i K_a}{s(T_2 s + 1)} \quad (27)$$

A condição de cancelamento é dada por

$$K_p/K_i = T_1 \quad (28)$$

O diagrama de blocos de malha fechada com o controlador PI é apresentado na Figura 16 e a sua função de transferência de malha fechada é dada por

$$\frac{\Omega_r(s)}{\Omega_r^*(s)} = G_f(s) = \frac{G_o(s)}{1 + G_o(s)} = \frac{K_i K_a}{s(T_2 s + 1) + K_i K_a} \quad (29)$$

$$\frac{\Omega_r(s)}{C_m(s)} = G_{fm}(s) = \frac{G_m(s)}{1 + G_o(s)} = -\frac{K_m(T_a s + 1)s}{(T_1 s + 1)(s(T_2 s + 1) + K_i K_a)} \quad (30)$$

Pólos de malha fechada reais idênticos s_f :

$$T_2 s^2 + s + K_i K_a = T_2 (s - s_f)^2 \longrightarrow K_i = \frac{1}{4K_a T_2}$$

Resumo dos valores dos parâmetros do controlador:

$$s_f = -1/(2T_2) \quad (\text{pólo de malha fechada } s_f)$$

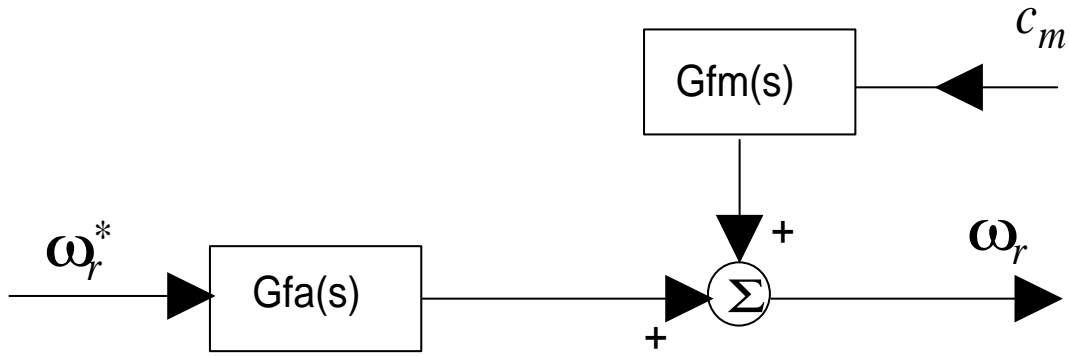


Fig. 16. Diagrama de blocos de malha fechada com o controlador PI.

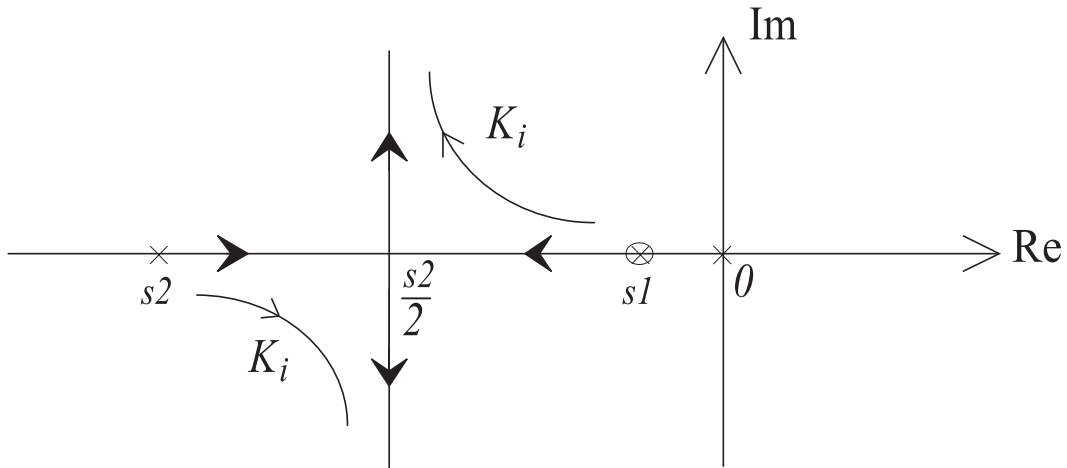


Fig. 17. Lugar da raízes dos pólos de malha fechada com o controlador PI.

$$K_i = \frac{1}{4K_a T_d} \quad (\text{condição pólos reais idênticos})$$

$$K_p = T_1 K_i \quad (\text{condição de cancelamento})$$

O lugar da raízes dos pólos de malha fechada com o controlador PI é dada na figura 17

Evolução dos pólos com K_i crescente: malha aberta - reais idênticos - complexos.

Só é possível escolher pólos reais idênticos iguais $s_f = -1/(2T_2)$, i.e. , os pólos de malha fechada dependem do pólo $1/T_2$ do motor.

Um exemplo de resposta no tempo do controlador PI é dada na Figura 18 para

$$0 < t < t_{max}/2 \longrightarrow \omega_r^* = 1, c_m = 0$$

$$t_{max}/2 < t < t_{max} \longrightarrow \omega_r^* = 1, c_m = 1$$

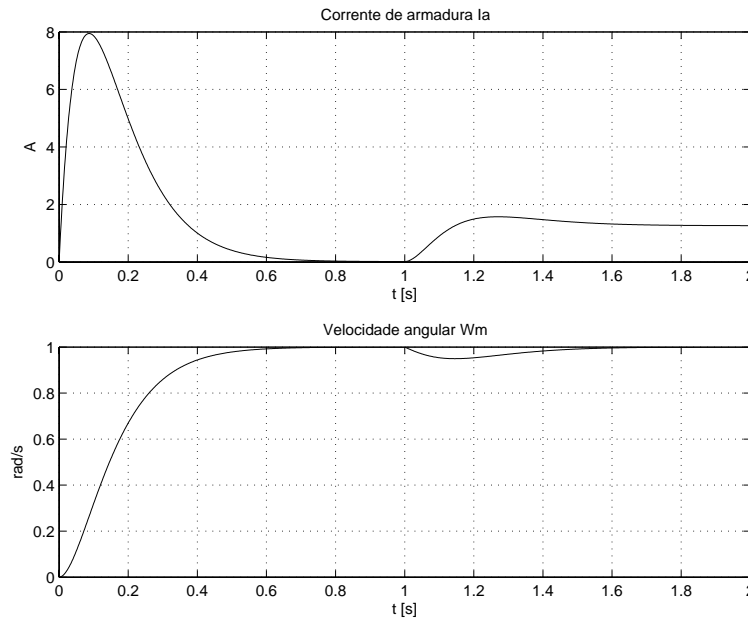


Fig. 18. Resposta no tempo do controlador PI.

D. Controlador de velocidade proporcional integral derivativo (PID)

Para assegurar que o erro estacionário do sistema em malha fechada, com uma entrada do tipo degrau, seja zero, é necessário que ao menos uma das partes da função de transferência do controlador do diagrama da figura 19 possua um pólo em $s = 0$ (integrador).

O controlador do tipo PI com função de transferência $D(s) = k_p + k_i/s$ tem um pólo em $s = 0$, que assegura um erro estacionário nulo, e um zero em $s = -k_i/k_p$.

Para o dimensionamento das constantes k_p e k_i do controlador PI pode-se utilizar uma técnica de projeto baseada no cancelamento do pólo dominante (mais lento) do sistema e alocação dos pólos do sistema em malha fechada segundo o comportamento dinâmico especificado. Este procedimento simplifica a dedução dos valores dos ganhos do controlador.

Todavia, com o controlador PI não é possível alocar os pólos de malha fechada de modo a obter um sistema mais rápido do que o sistema em malha aberta ou independente dos pólos do motor.

O controlador PID, apresentado na figura 19, é mais adequado para o controle de velocidade do motor de corrente contínua que o controlador PI. A motivação inicial da introdução do termo derivativo de_ω/dt é fazer com que o controlador aja já na variação do erro, permitindo assim a obtenção de um sistema em malha fechada mais rápido que o PI. A função de transferência do controlador PID idealizado é dada por:

$$D(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \quad (31)$$

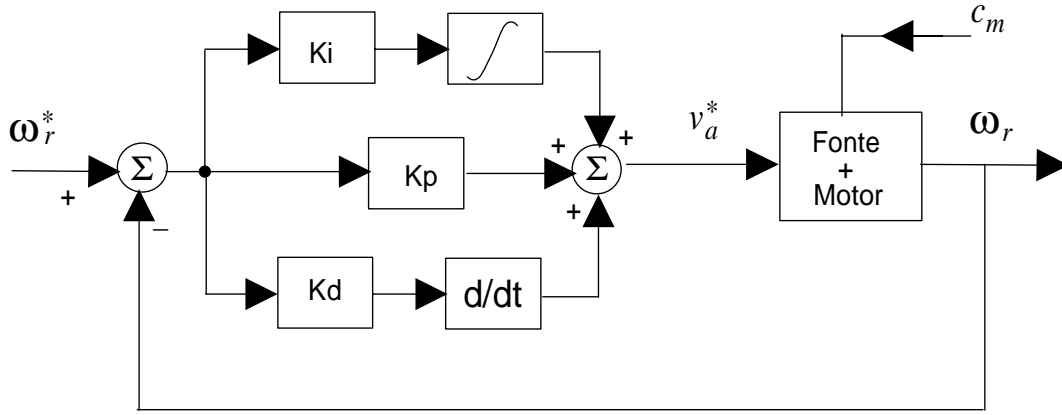


Fig. 19. Sistema de controle com o controlador PID.

onde

$$D_p(s) = k_p \quad (32)$$

$$D_i(s) = \frac{k_i}{s} \quad (33)$$

$$D_d(s) = k_d s \quad (34)$$

O termo derivativo $k_d s$ do diagrama de blocos da figura 19, por razões práticas, não pode ser realizado de forma exata. Observe que um dispositivo físico que implementasse exatamente esse termo deveria responder com um impulso $\delta(t)$ quando a entrada fosse um degrau unitário. Deste modo, considerações práticas determinam que a implementação do termo derivativo seja feita, p. ex., pela seguinte função de transferência:

$$D_a(s) = -\frac{k_d p_d s}{s - p_d} = \frac{k_d s}{s T_d + 1} \quad (35)$$

A expressão (35) representa uma aproximação para o derivador exato da expressão (34). Isso pode ser verificado tomando o limite da expressão (35) quando p_d tende para menos infinito ou T_d ($T_d = -1/p_d$) tende para zero:

$$\lim_{p_d \rightarrow -\infty} D_a(s) = D_d(s) \quad (36)$$

O valor de p_d é um parâmetro de projeto que determina a qualidade do derivador implementado com a equação (35). O projetista deve arbitrar um valor de p_d levando em consideração as limitações físicas do sistema controlado, e.g., tensão, corrente e aceleração máximas do motor.

O diagrama de blocos deste controlador é apresentado na figura 20.

Função de transferência do controlador *PID* modificado é dada por

$$D(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d s}{s T_d + 1} \quad (37)$$

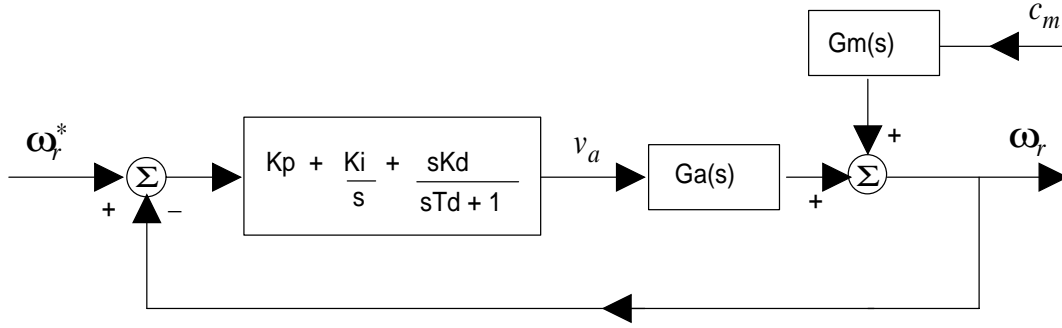


Fig. 20. Diagrama de blocos do controlador PID.

$$D(s) = \frac{K_i \{s^2(T_d K_p + K_d)/K_i + s(T_d K_i + K_p)/K_i + 1\}}{s(T_d s + 1)} \quad (38)$$

A expressão (38) tem dois pólos, um em $s = 0$ e outro em $s = p_d = -1/T_d$, e dois zeros. A localização dos zeros depende dos valores dos ganhos K_p , K_i , K_d .

Com a introdução do termo derivador real, o controlador PID tem ampliada sua conceituação inicial (possibilitar uma resposta de controle rápida devido ao termo derivativo). De fato, com esta formulação este controlador permite alocar os pólos de malha fechada de modo a obter um sistema resultante em malha fechada com pólos independentes dos pólos do motor.

Na técnica de projeto utilizada cancela-se os dois pólos do sistema e ajusta-se o valor de T_d para se alocar os pólos de malha fechada no valor desejado (independente dos pólos do motor).

1) *Função de transferência de malha aberta com PID*: Função de transferência de malha aberta (3ª ordem) é dada por

$$\frac{\Omega_r(s)}{E_\omega(s)} = G_o(s) = \frac{K_a}{T_1 T_2 s^2 + (T_1 + T_2)s + 1} \frac{K_i \{s^2(T_d K_p + K_d)/K_i + s(T_d K_i + K_p)/K_i + 1\}}{s(T_d s + 1)}$$

Introduzindo as condições de cancelamento:

$$(T_d K_p + K_d)/K_i = T_1 T_2 \quad (39)$$

$$(T_d K_i + K_p)/K_i = (T_1 + T_2) \quad (40)$$

A função de transferência de malha aberta com cancelamento (2ª ordem) é dada por:

$$\frac{\Omega_r(s)}{E_\omega(s)} = G_o(s) = D(s)G_a(s) = \frac{K_i K_a}{s(T_d s + 1)} \quad (41)$$

2) *Função de transferência de malha fechada com PID*: A função de transferência de malha fechada (Fig. 21) é dada por:

$$\frac{\Omega_r(s)}{\Omega_r^*(s)} = G_f(s) = \frac{G_o(s)}{1 + G_o(s)} = \frac{K_i K_a}{s(T_d s + 1) + K_i K_a} \quad (42)$$

$$\frac{\Omega_r(s)}{C_m(s)} = G_{fm}(s) = \frac{G_m(s)}{1 + G_o(s)} = -\frac{K_m s(T_d s + 1)(T_a s + 1)}{[s(T_d s + 1) + K_i K_a](T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \quad (43)$$

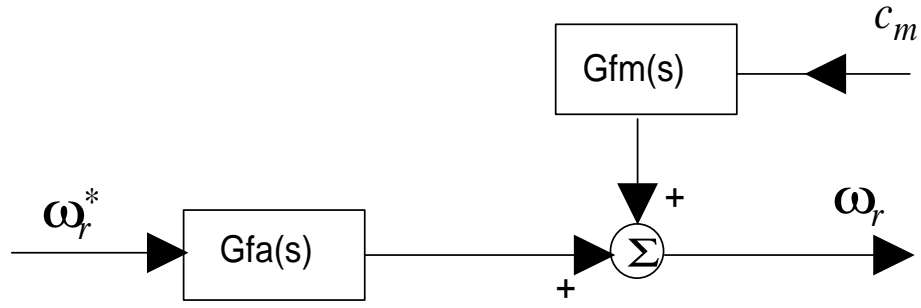


Fig. 21. Diagrama de blocos em malha fechada do motor com controlador PID.

O erro de regime permanente para degraus de entrada ($\Omega_r^*(s) = \Omega_r^*/s$ e $C_m(s) = C_m/s$) é nulo, calculado por:

$$\Omega_r = [\lim_{s \rightarrow 0} G_f(s)]\Omega_r^* + [\lim_{s \rightarrow 0} G_{fm}(s)]C_m = \Omega_r^* \longrightarrow \text{erro nulo} \quad (44)$$

3) *Cálculo final dos parâmetros do controlador PID:* Para obter pólos de malha fechada reais idênticos ($s_f = -1/2T_d$), tem-se que

$$T_d s^2 + s + K_i K_a = T_d (s - s_f)^2 \longrightarrow K_i = \frac{1}{4K_a T_d}$$

Considerando também as relações de cancelamento dos pólos do motor (39) e (40), tem-se os parâmetros finais do controlador:

$$T_d = -2/s_f \quad (\text{pólo de malha fechada } s_f)$$

$$K_i = \frac{1}{4K_a T_d} \quad (\text{condição pólos reais idênticos})$$

$$K_p = (T_1 + T_2 - T_d)/4K_a T_d$$

(condição de cancelamento)

$$K_d = [T_1 T_2 - (T_1 + T_2 - T_d)T_d]/4K_a T_d$$

4) *Lugar das raízes dos pólos de malha fechada com PID:* A figura 22 apresenta o lugar das raízes dos pólos de malha fechada do motor com o controlador PID.

A evolução dos pólos com K_i crescente tem a seguinte sequência: 'pólos de malha aberta - pólos reais idênticos - pólos complexos'. Observe que é possível alocar os pólos de malha fechada independente dos pólos do motor.

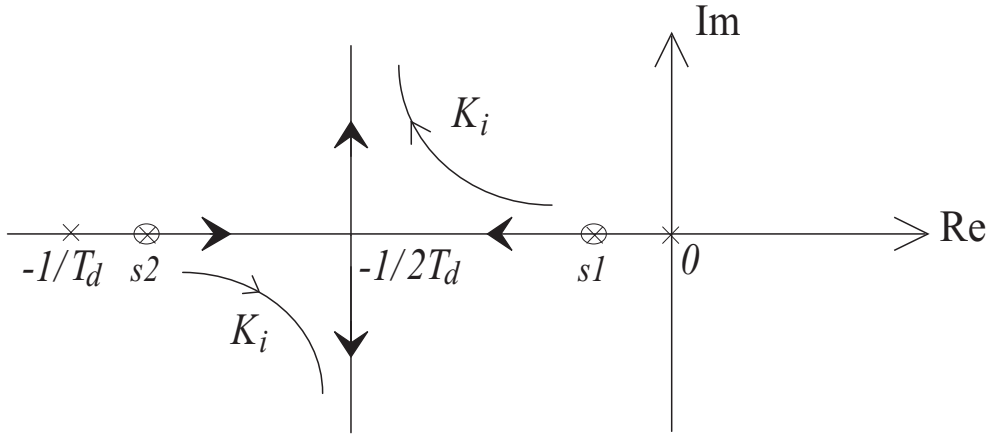


Fig. 22. Lugar das raízes de malha fechada do sistema controlador PID e motor CC.

5) *Resposta no tempo - controlador PID:* A resposta do motor CC mais controlador para variações da referência de velocidade (degrau, rampa, senoidal) e do conjugado mecânico (degrau) é utilizada para caracterizar o funcionamento dinâmico do sistema em malha fechada.

Nas figuras seguintes são apresentados os resultados de simulação do motor com controlador PID em dois valores para T_d : $T_d = T_2/10$ e $T_d = T_2/50$. O seguinte padrão de entrada foi utilizado:

$$\begin{aligned} 0 < t < t_{max}/2 &\longrightarrow \omega_r^* = 1, c_m = 0 \\ t_{max}/2 < t < t_{max} &\longrightarrow \omega_r^* = 1, c_m = 1 \end{aligned}$$

E. Controle em cascata

Na seção anterior o controle da velocidade do motor CC foi realizado comandando-se diretamente a tensão v_a de armadura. Entretanto, é possível controlar o conjugado eletromagnético c_e e a partir deste controlar a velocidade. No caso desta máquina o conjugado eletromagnético é proporcional à corrente de armadura i_a . Portanto, controlando-se a corrente controla-se o conjugado da máquina. O controle da corrente apresenta a vantagem de permitir uma proteção de sobre-corrente mais efetiva da máquina.

Este método em que se controla uma variável interna e a partir desta a variável de saída, objetivo final do controle, é denominado de controle em cascata. Para que isto possa ser feito é necessário que a malha interna de controle seja mais rápida que a malha externa. Isto é possível porque em geral a constante de tempo mecânica ($T_m = J_m/F_m$) é bem superior a constante de tempo elétrica ($T_a = l_a/r_a$). Por exemplo, para a máquina CC utilizada $T_m \cong 150s$ e $T_a \cong 30ms$.

Além da proteção mais efetiva da máquina o controle em cascata permite o cálculo dos controladores baseado em funções de transferência mais simples, já que o sistema é subdividido.

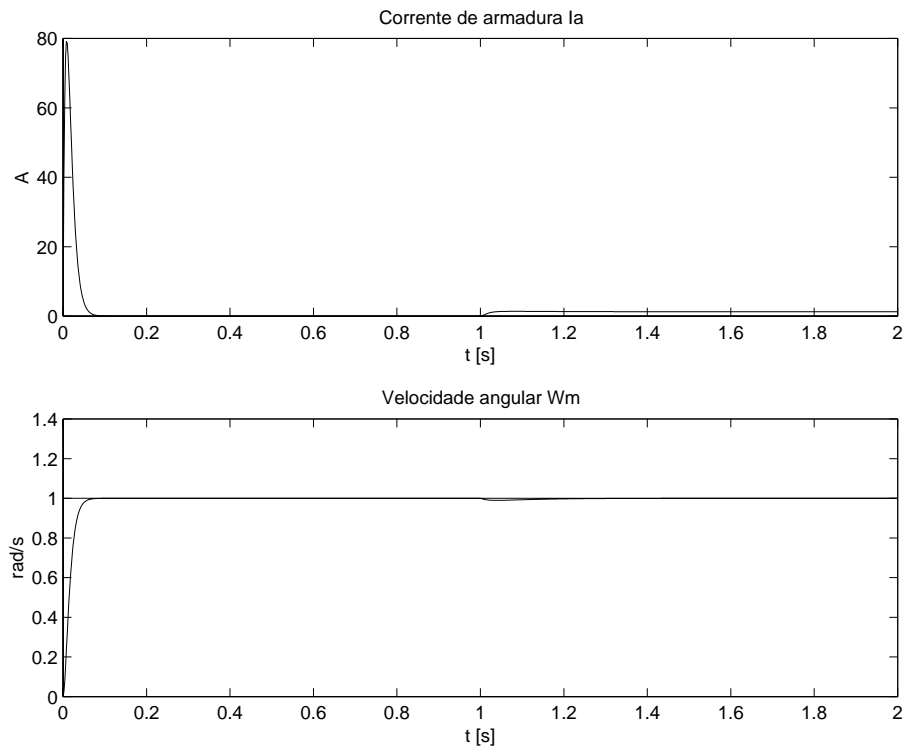


Fig. 23. Resposta no tempo com o Controlador PID ($T_d = T_2/10$).

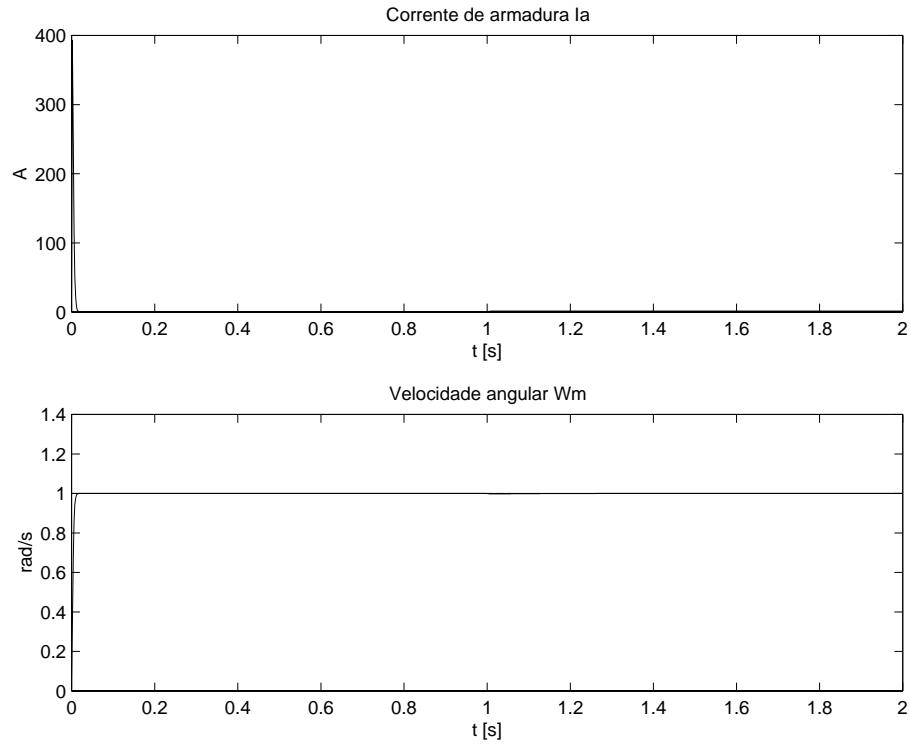


Fig. 24. Resposta no tempo com o Controlador PID ($T_d = T_2/50$).

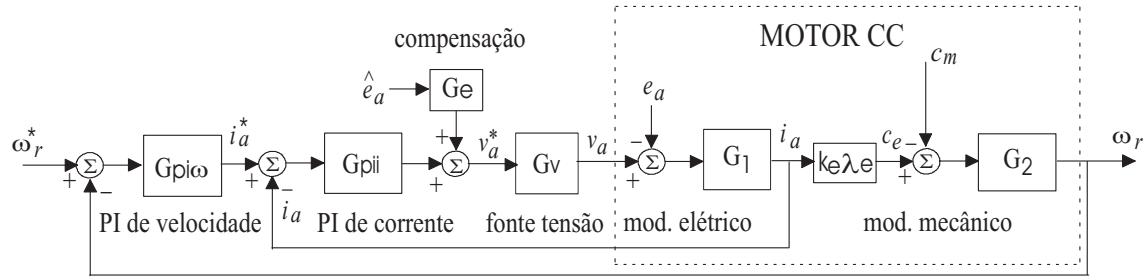


Fig. 25. Diagrama de blocos do controle de velocidade do motor CC com controle interno de corrente.

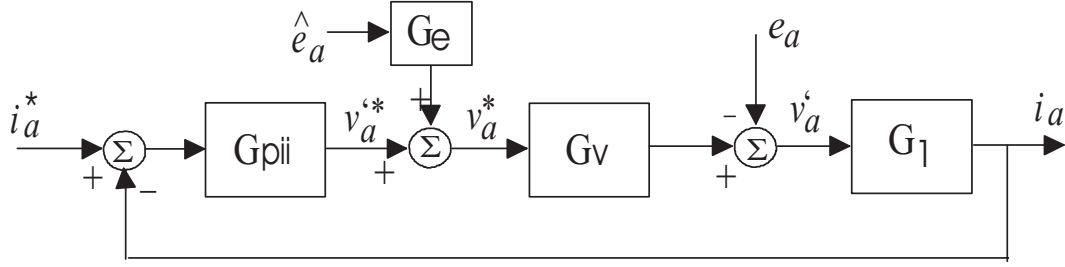


Fig. 26. Diagrama de blocos do controle de corrente do motor CC.

Nesta seção será estudado o controle em cascata como apresentado no diagrama da Figura 25. Este esquema possui um controlador de velocidade e um controlador interno de corrente. Os controladores são do tipo PI (Controlador Proporcional Integral), cujas entradas são: o erro entre a velocidade de referência (ω_r^*) e a velocidade atual (ω_r), para o controlador de velocidade externo, e o erro entre a corrente de referência (i_a^*) e a corrente atual (i_a), para o controlador de corrente interno. Observa-se que a saída do controlador de velocidade é quem define a corrente de referência para o controle de corrente. A limitação do valor máximo desta corrente de referência permite limitar a corrente máxima na máquina, portanto protegendo-a.

1) *Cálculo do controlador de corrente:* A figura 26. apresenta o diagrama referente ao controle da corrente de armadura.

A equação elétrica do motor CC é dada por

$$v_a = r_a i_a + l_a \frac{di_a}{dt} + e_a \quad (45)$$

O termo de fcm $e_a = k_e \lambda_e \omega_r$ depende da velocidade e será considerado como uma perturbação para permitir um cálculo simples do controlador, ou seja, utilizando um modelo de primeira ordem para o máquina. Isto é possível porque a velocidade, e portanto e_a , evolui mais lentamente que a corrente. Definindo-se a tensão $v_a' = v_a - e_a$, pode-se escrever a equação (45) como

$$v_a' = r_a i_a + l_a \frac{di_a}{dt} \quad (46)$$

Aplicando a Transformada de Laplace a equação (46), obtém-se a função de transferência de primeira ordem para o controle da corrente.

$$I_a(s) = \frac{1/r_a}{T_a s + 1} V'_a(s) = G_1(s) V'_a(s) \quad (47)$$

No cálculo dos controladores da seção anterior se considerou que a fonte de tensão que alimenta o motor era ideal. Entretanto na prática ela possui pelo menos um pequeno atraso, traduzido por uma contante de tempo T_v . Um modelo simples para esta fonte é dado por

$$V_a(s) = \frac{1}{T_v s + 1} V_a^*(s) = G_v(s) V_a^*(s) \quad (48)$$

Como $v'_a = v_a - e_a$ e de acordo com a figura 26, tem-se

$$V'_a(s) = V_a^*(s) G_v(s) - E_a(s) \quad (49)$$

Substituindo-se $V_a^*(s) = V_a'^*(s) + E_a^*(s) G_e(s)$ (cf. figura 26) em (49) obtém-se:

$$V'_a(s) = V_a'^*(s) G_v(s) + E_a^*(s) G_e(s) G_v(s) - E_a(s) \quad (50)$$

Para que a compensação de e_a seja perfeita $G_e(s) = 1/G_v(s)$ e $E_a^*(s) = E_a(s)$, neste caso a equação (50) torna-se:

$$V'_a(s) = V_a'^*(s) G_v(s) \quad (51)$$

Substituindo-se $V'_a(s)$, dado em (51), na equação (47), obtém-se a função de transferência corrente-tensão de referência:

$$I_a(s) = \frac{1/r_a}{(T_a s + 1)(T_v s + 1)} V_a'^*(s) = G_i(s) V_a'^*(s) \quad (52)$$

A constante de tempo T_v é muito pequena e não deve ser compensada. Assim, pode-se utilizar preferencialmente um controlador PI.

A função de transferência que representa o controlador PI de corrente é dada por:

$$G_{pii}(s) = k_{pi} + \frac{k_{ii}}{s} = \frac{k_{ii}(s k_{pi}/k_{ii} + 1)}{s} \quad (53)$$

A função de transferência de malha aberta com o controlador PI é então:

$$G_{oi} = G_{pii}(s) G_i(s) = \frac{(k_{ii}/r_a)(s k_{pi}/k_{ii} + 1)}{s(T_a s + 1)(T_v s + 1)} \quad (54)$$

Cancelando-se o pólo do sistema elétrico do motor com o zero do PI ($T_a = k_{pi}/k_{ii}$), a função de transferência de malha aberta (FTMA) G_{oi} se escreve:

$$G_{oi}(s) = \frac{k_{ia}}{s(T_v s + 1)} \quad (55)$$

onde $k_{ia} = k_{ii}/r_a$.

Logo, a função de transferência de malha fechada (FTMF) G_{fi} é dada por:

$$G_{fi}(s) = \frac{k_{ia}}{s(T_v s + 1) + k_{ia}} = \frac{k_{ia}}{T_v s^2 + s + k_{ia}} \quad (56)$$

A exemplo do caso anterior, o ganho k_{ii} é escolhido de forma que a FTMF tenha pólos reais idênticos em malha fechada, neste caso $k_{ii} = r_a/(4T_v)$. A função de malha fechada da corrente resultante é dada então por:

$$I_a(s) = G_{fi}(s)I_a^*(s) = \frac{1}{(2T_v s + 1)^2} I_a^*(s) \quad (57)$$

Para simplificar o cálculo do controlador de velocidade (cf. a seção seguinte), aproxima-se a função de transferência (57), sistema de segunda ordem, por um sistema de primeira ordem, e assim obtém-se:

$$I_a(s) = G_{fi}(s)I_a^*(s) \cong \frac{1}{T'_v s + 1} I_a^*(s) \quad (58)$$

onde $T'_v = 4T_v$

Observa-se que para que o sistema de controle seja totalmente consistente com o procedimento de cálculo é necessário que a fcm e_a seja compensada na saída do controlador, por meio da sua medição (\hat{e}_a). Para a fonte de tensão modelada como um atraso de primeira ordem não é possível fazer $G_e(s) = 1/G_v(s)$, teria-se que utilizar uma aproximação. É comum na prática o sistema funcionar sem compensação, pois e_a varia lentamente. Neste caso é o próprio controlador que compensa e_a . Quando a compensação é feita diretamente pelo controlador, ele é calculado fazendo-se $e_a = 0$ no modelo do processo. Este procedimento, entretanto, não modifica os ganhos calculados anteriormente para o controlador. Na próxima seção é apresentado o cálculo do controlador de velocidade, onde a perturbação (conjugado mecânico) é anulada no cálculo do controlador.

2) *Cálculo do controlador de velocidade:* A figura 27 apresenta o diagrama referente ao controle de velocidade.

A equação mecânica de movimento do motor é dada por:

$$c_e - c_m = J_m \frac{d\omega}{dt} + F_m \omega_r \quad (59)$$

Para simplificar o cálculo do controlador, o conjugado mecânico é considerado uma perturbação, assim tem-se:

$$c'_e = c_e - c_m = J_m \frac{d\omega_r}{dt} + F_m \omega_r \quad (60)$$

Aplicando-se a Transformada de Laplace

$$\Omega_r(s) = \frac{(1/F_m)}{T_m s + 1} C'_e(s) = G_2 C'_e(s) \quad (61)$$

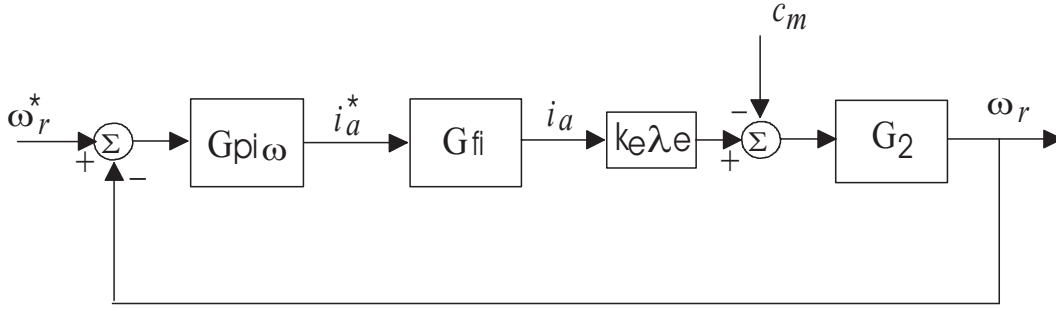


Fig. 27. Diagrama de blocos do controle de velocidade do motor CC.

Assumindo que a compensação de c_m seja realizada pelo próprio controlador, faz-se $C_m = 0$ e $C'_e(s) = C_e(s) = k_e \lambda_e I_a(s)$. Introduzindo-se em (61) a função de transferência do controle de corrente, equação (58), obtém-se:

$$\Omega_r(s) = \frac{k_e \lambda_e / F_m}{(1 + sT_m)(T'_v s + 1)} I_a^*(s) = G_\omega I_a^*(s) \quad (62)$$

A constante de tempo T'_v ainda é muito pequena e não deve ser compensada. Assim, utiliza-se também um controlador PI na malha externa. A função de transferência do controlador PI externo é dada por:

$$G_{pi\omega}(s) = k_{p\omega} + \frac{k_{i\omega}}{s} = \frac{k_{i\omega}(sk_{p\omega}/k_{i\omega} + 1)}{s} \quad (63)$$

De acordo com o diagrama da figura 27, tem-se que a função de transferência de malha aberta $G_{o\omega}(s)$ é dada por:

$$G_{o\omega}(s) = G_{pi\omega}(s)G_\omega(s) = \frac{k_{im}(sk_{p\omega}/k_{i\omega} + 1)}{s(1 + sT_m)(T'_v s + 1)} \quad (64)$$

onde $k_{im} = k_{i\omega}k_e \lambda_e / F_m$.

Cancelando o pólo do sub-sistema mecânico do motor com o zero do controlador de velocidade ($T_m = k_{p\omega}/k_{i\omega}$), tem-se:

$$G_{o\omega}(s) = \frac{k_{im}}{s(T'_v s + 1)} \quad (65)$$

Portanto a função de transferência de malha fechada $G_{f\omega}$ é dada por:

$$G_{f\omega}(s) = \frac{k_{im}}{s(T'_v s + 1) + k_{im}} = \frac{k_{im}}{T'_v s^2 + s + k_{im}} \quad (66)$$

Fazendo $k_{i\omega} = F_m/(16k_e \lambda_e T_v)$, a FTMF terá pólos reais idênticos em malha fechada, dada por:

$$\Omega_r(s) = G_{f\omega}(s)\Omega_r^*(s) = \frac{1}{(2T'_v s + 1)^2} \Omega_r^*(s) \quad (67)$$

VI. CONTROLE DE VELOCIDADE E TENSÃO DA MÁQUINA CC OPERANDO COMO GERADOR

A. Introdução

Nas seções anteriores foi discutido o controle da velocidade do motor CC com a máquina operando como motor. Além do uso da máquina como motor, outra aplicação muito importante das máquinas elétricas é a geração de energia elétrica. Neste caso a energia mecânica é fornecida no seu eixo, através do conjugado mecânico, e é transformada em energia elétrica, fornecida a uma carga elétrica colocada nos terminais de uma das bobinas da máquina.

Na figura 28 é apresentado um sistema de geração elétrica utilizando a máquina CC como gerador. Uma máquina primária (e.g., turbina hidráulica) fornece potência mecânica no eixo rotórico da máquina (acionando-o com uma velocidade ω_r por meio da aplicação do conjugado c_m). A carga elétrica Z_a a ser alimentada é colocada nos terminais dos enrolamentos de armadura. Em geral, deve-se alimentar a carga com tensão constante. Neste caso, para garantir a regulação da tensão v_a , é necessário variar a tensão de excitação v_e . A figura 29 apresenta o circuito equivalente da parte elétrica do gerador CC.

Na figura 30 é apresentado o sistema de controle do gerador. Numa malha de controle a tensão de armadura v_a , tensão na carga, é controlada por meio do controlador G_{pia} , cuja saída define a tensão de excitação de referência v_e^* . Uma fonte de tensão variável alimenta o enrolamento de excitação variando a corrente de excitação i_e e portanto o fluxo λ_e ($\lambda_e = l_e i_e$). Por meio da variação do fluxo λ_e obtém-se a variação da fem da máquina e_a ($e_a = k_e \lambda_e \omega_r = k_e l_e i_e \omega_r$).

A segunda malha de controle deve assegurar que a potência solicitada pela carga elétrica seja fornecida pela máquina primária. O controle da velocidade da máquina garante esta condição, ou seja, que ela opere em regime permanente com a potência mecânica fornecida a máquina $c_m \omega_r$, menos a potência de perdas por atrito $F_m \omega_r^2$, igual a potência eletromecânica $c_e \omega_r$. Note que a potência $c_e \omega_r$ é disponibilizada nos enrolamentos de armadura por meio da fonte de tensão e_a , tal que $c_e \omega_r = e_a i_a = p_l - r_a i_a^2$, onde $p_l = v_a i_a$ é a potência consumida pela carga Z_a . O bloco *Máquina primária* representa o modelo $C_e(s)/C_m^*(s)$ da máquina primária.

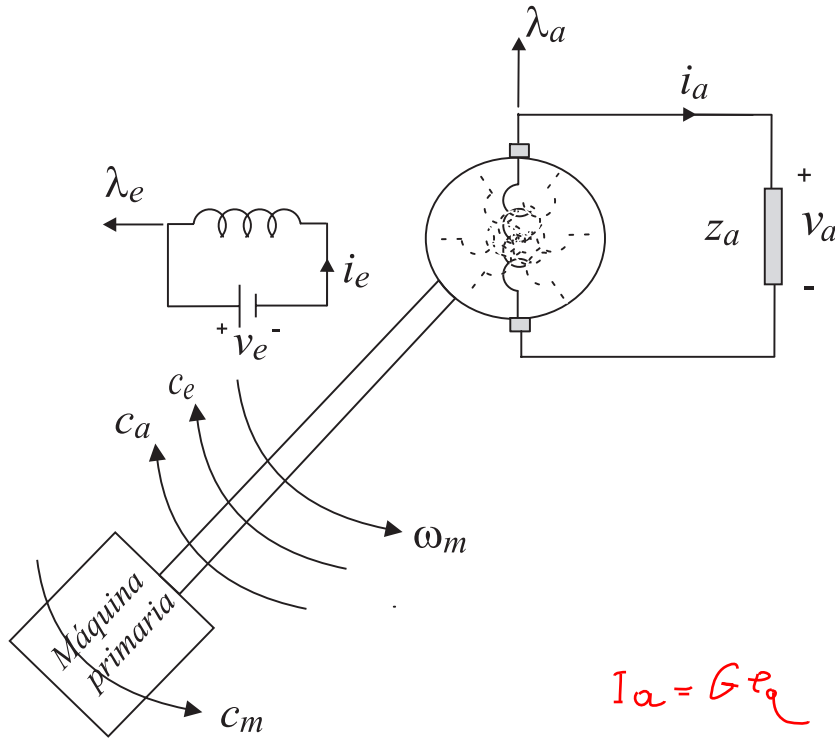
Estudaremos aqui o sistema de geração elétrica da figura 28, cujo diagrama de controle é apresentado na figura 30. Os controladores utilizados são do tipo PI (Proporcional Integral).

B. Cálculo do controlador de tensão

A figura 31 apresenta o diagrama referente ao controle da tensão de carga (tensão de armadura). As equações elétricas para os enrolamentos de armadura e de excitação do gerador CC são

$$e_a = k_e l_e \omega_r i_e = r_a i_a + l_a \frac{di_a}{dt} + v_a \quad (68)$$

$$v_e = r_e i_e + l_e \frac{di_e}{dt} \quad (69)$$



$$I_a = G e_e$$

Fig. 28. Sistema de geração elétrica utilizando a máquina CC.

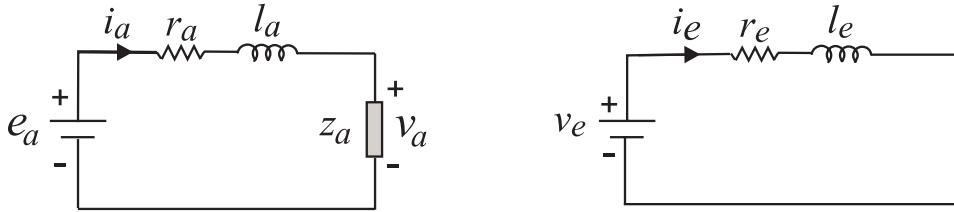


Fig. 29. Circuito equivalente da parte elétrica do gerador CC.

Para simplificar o cálculo do controlador, a velocidade ω_r pode ser considerada como um parâmetro para a malha elétrica, já que é regulada num valor constante pelo controlador de velocidade e varia mais lentamente que as variáveis elétricas nos transitórios. Considera-se também que a queda de tensão em r_a e l_a ($e_{ai} = r_a i_a + l_a di_a/dt$), i.e., queda de tensão interna da fonte e_a , é uma perturbação. Assim, aplicando a transformada de Laplace, obtém-se os seguintes modelos

$$I_e(s) = \frac{1/r_e}{sT_e + 1} V_e(s) \quad (70)$$

$$E_a(s) = k'_\omega I_e(s) = \frac{k_\omega}{sT_e + 1} V_e(s) = G_1(s) V_e(s) \quad (71)$$

$$V_a(s) = E_a(s) - E_{ai}(s) = \frac{k_\omega}{sT_e + 1} V_e(s) - E_{ai}(s) = G_1(s) V_e(s) - E_{ai}(s) \quad (72)$$

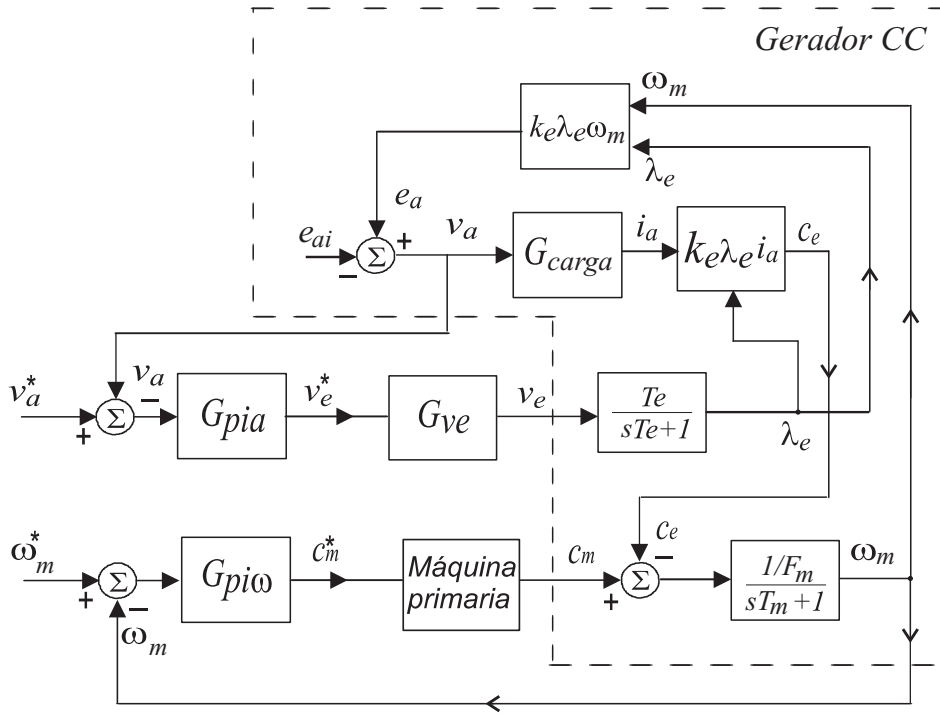


Fig. 30. Diagrama de blocos de controle do sistema de geração com a máquina CC.

onde $E_{ai}(s) = (r_a + sl_a)I_a(s)$ (perturbação), $T_e = l_e/r_e$, $k'_\omega = k_e l_e \omega_r$ e $k_\omega = k_e l_e \omega_r / r_e$.

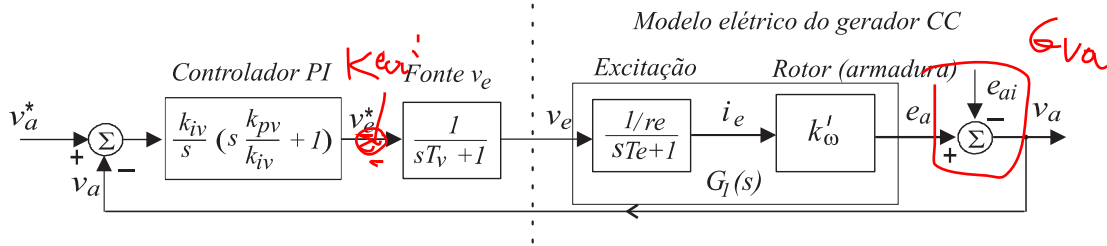


Fig. 31. Diagrama de blocos do controle da tensão de carga (tensão de armadura).

Considera-se que a fonte de tensão excitação é não ideal e pode ser modela como um sistema de primeira ordem com uma pequena constante de tempo T_v , obtém-se então

$$V_e(s) = \frac{1}{T_v s + 1} V_e^*(s) = G_v(s) V_e^*(s) \quad (73)$$

Utilizando-se (72) e (73), obtém-se:

$$V_a(s) = \frac{k_\omega}{T_e s + 1} \frac{1}{T_v s + 1} V_e^*(s) - E_{ai}(s) = G_{ea}(s) V_e^*(s) - E_{ai}(s) \quad (74)$$

Este modelo é usado para a definição do controlador com a perturbação $E_{ai}(s)$ desprezada. A constante de tempo T_v é muito pequena e não pode ser compensada, assim utiliza-se um controlador PI.

A função de transferência que representa o controlador PI de corrente é dada por:

$$G_{piv}(s) = k_{pv} + \frac{k_{iv}}{s} = \frac{k_{iv}(sk_{pv}/k_{iv} + 1)}{s} \quad (75)$$

A função de transferência de malha aberta com o controlador PI, com a perturbação $V_{lr}(s)$ desprezada, é dada então por:

$$G_{ov} = G_{piv}(s)G_{ea}(s) = \frac{k_{\omega}k_{iv}(sk_{pv}/k_{iv} + 1)}{s(T_e s + 1)(T_v s + 1)} \quad (76)$$

Compensando-se o pólo do sistema elétrico de excitação da máquina (pólo dominante) com o zero do PI (i.e., $T_e = k_{pv}/k_{iv}$), a função de transferência de malha aberta (FTMA) G_{ov} se escreve:

$$G_{ov}(s) = \frac{k_{ie}}{s(sT_v + 1)} \quad (77)$$

onde $k_{ie} = k_{\omega}k_{iv}$.

Logo a função de transferência de malha fechada (FTMF) G_{fv} é dada por:

$$G_{fv}(s) = \frac{k_{ie}}{s(sT_v + 1) + k_{ie}} = \frac{k_{ie}}{T_v s^2 + s + k_{ie}} \quad (78)$$

A exemplo dos experimentos anteriores, o ganho k_{iv} é escolhido de forma que a FTMF tenha pólos reais idênticos em malha fechada, neste caso $k_{iv} = 1/(4k_{\omega}T_v)$.

C. Cálculo do controlador de velocidade

A figura 32 apresenta o diagrama referente ao controle de velocidade. A equação mecânica de movimento do motor é dada por:

$$c_m - c_e = J_m \frac{d\omega_r}{dt} + F_m \omega_r \quad (79)$$

Para simplificar o cálculo do controlador, o conjugado eletromagnético c_e é considerado uma perturbação

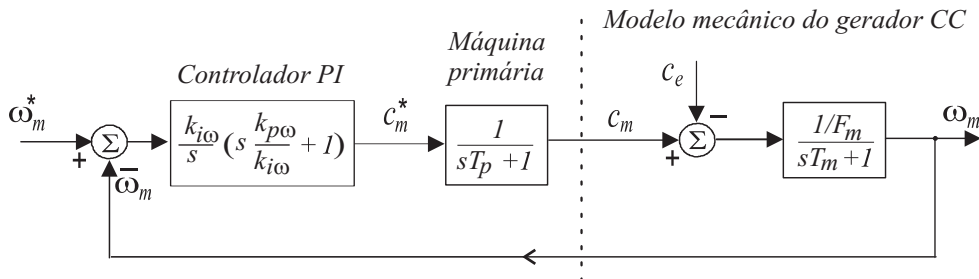


Fig. 32. Diagrama de blocos do controle de velocidade do sistema de geração com máquina CC.

Aplicando-se a Transformada de Laplace tem-se

$$\Omega_r(s) = \frac{1/F_m}{sT_m + 1} C_m(s) - \frac{1/F_m}{sT_m + 1} C_e(s) = G_2 C_m(s) - G_2 C_e(s) \quad (80)$$

Considerando-se que a máquina primária é não ideal e pode ser modela como um sistema de primeira ordem com uma pequena constante de tempo T_p , obtém-se

$$C_m(s) = \frac{1}{sT_p + 1} C_m^*(s) = G_p(s) C_m^*(s) \quad (81)$$

Introduzindo-se em (80) a função de transferência da máquina primária $G_p(s)$, dada em (81), obtém-se:

$$\Omega_r(s) = \frac{1/F_m}{sT_m + 1} \frac{1}{sT_p + 1} C_m^*(s) - \frac{1/F_m}{sT_m + 1} C_e(s) = G_\omega(s) C_m^*(s) - \frac{1/F_m}{sT_m + 1} C_e(s) \quad (82)$$

A constante de tempo T_p é muito pequena e não deve ser compensada. Assim, utiliza-se também um controlador PI no controle de velocidade. A função de transferência do controlador PI externo é dada por:

$$G_{pi\omega}(s) = k_{p\omega} + \frac{k_{i\omega}}{s} = \frac{k_{i\omega}(sk_{p\omega}/k_{i\omega} + 1)}{s} \quad (83)$$

De acordo com o diagrama da figura 3, tem-se que a função de transferência de malha aberta $G_{o\omega}(s)$, com a perturbação $C_e(s)$ desprezada, é dada por:

$$G_{o\omega}(s) = G_{pi\omega}(s) G_\omega(s) = \frac{k_{im}(sk_{p\omega}/k_{i\omega} + 1)}{s(1 + sT_m)(sT_p + 1)} \quad (84)$$

onde $k_{im} = k_{i\omega}/F_m$.

Compensando o pólo do sub-sistema mecânico do motor com o zero do controlador de velocidade ($T_m = k_{p\omega}/k_{i\omega}$), obtém-se:

$$G_{o\omega}(s) = \frac{k_{im}}{s(sT_p + 1)} \quad (85)$$

Portanto a função de transferência de malha fechada (FTMF) $G_{f\omega}$ é dada por:

$$G_{f\omega}(s) = \frac{k_{im}}{s(sT_p + 1) + k_{im}} = \frac{k_{im}}{T_p s^2 + s + k_{im}} \quad (86)$$

Fazendo $k_{im} = F_m/(4T_p)$, a FTMF terá pólos reais idênticos em malha fechada, dada por:

$$\Omega_r(s) = G_{f\omega}(s) \Omega_r^*(s) = \frac{1}{(2T_p s + 1)^2} \Omega_r^*(s) \quad (87)$$

D. Cálculo do controlador de tensão para carga RL

Quando a carga z_a é RL (r_l , l_l) a tensão na carga é dada por

$$v_a = r_l i_a + l_l \frac{di_a}{dt} \quad (88)$$

A equações elétrica para os enrolamentos de armadura é dado por

$$0 = r_t i_a + l_t \frac{di_a}{dt} - e_a \quad (89)$$

Considerando-se o modelo de excitação (71) e aplicando a transformada de Laplace, obtém-se o modelo para a corrente i_a

$$I_a(s) = \frac{1/r_t}{sT_t + 1} \frac{k_\omega}{sT_e + 1} V_e(s) = G_3(s) V_e(s) \quad (90)$$

onde $T_t = l_t/r_t$. Usando (88) obtém-se o modelo para tensão v_a , isto é,

$$V_a(s) = \frac{T_l s + 1}{1/r_l} \frac{1/r_t}{T_t s + 1} \frac{k_\omega}{T_e s + 1} V_e(s) = G_4(s) V_e(s) \quad (91)$$

Utilizando o modelo da fonte de tensão de excitação dado em (73), obtém-se:

$$V_a(s) = \frac{T_l s + 1}{1/r_l} \frac{1/r_t}{T_t s + 1} \frac{k_\omega}{T_e s + 1} \frac{1}{T_v s + 1} V_e^*(s) = G_5(s) V_e^*(s) \quad (92)$$

A constante de tempo T_v é muito pequena e neste caso vai ser desprezada no cálculo do controlador. Assim, (92) se simplifica para a

$$V_a(s) = \frac{T_l s + 1}{1/r_l} \frac{1/r_t}{T_t s + 1} \frac{k_\omega}{T_e s + 1} V_e^*(s) = G_5(s) V_e^*(s) \quad (93)$$

O controle da tensão v_a pode ser realizado usando um PI ou PID dependendo se T_e é pequeno ou e T_t é conhecido.

VII. FONTE DE TENSÃO DE ALIMENTAÇÃO

A alimentação em tensão do motor CC é realizada por meio de uma fonte de tensão CC controlada. Nas figuras 33 e 34 são apresentados dois exemplos de fontes de tensão para acionamento com motor CC: retificador trifásico e conversor fonte de tensão bifásico.

No caso do retificador, a tensão CC gerada, $v_{a(cc)}$, e a sua parte CA, $v_{a(ac)}$, possuem as seguintes características:

$$\begin{aligned} v_{a(cc)} &= V \cos(\alpha); \quad v_{a(cc)} \in [-V, V] \\ v_{a(ac)} &\longrightarrow 180Hz \end{aligned}$$

onde α é o ângulo de gatilho do conversor. A corrente i_a é sempre positiva.

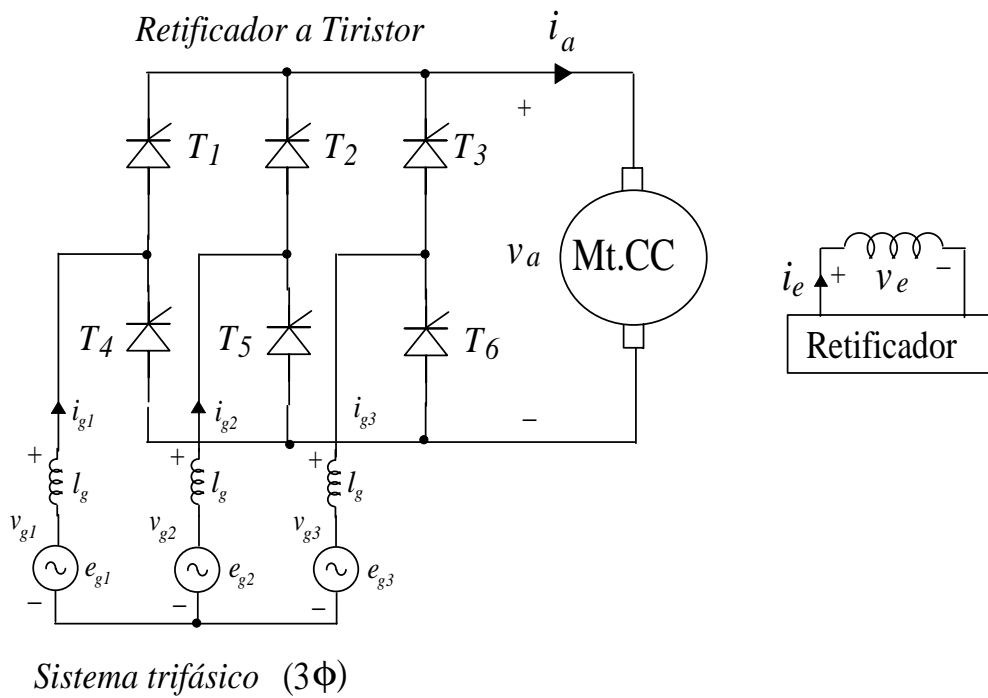


Fig. 33. Retificador trifásico e máquina de corrente contínua.

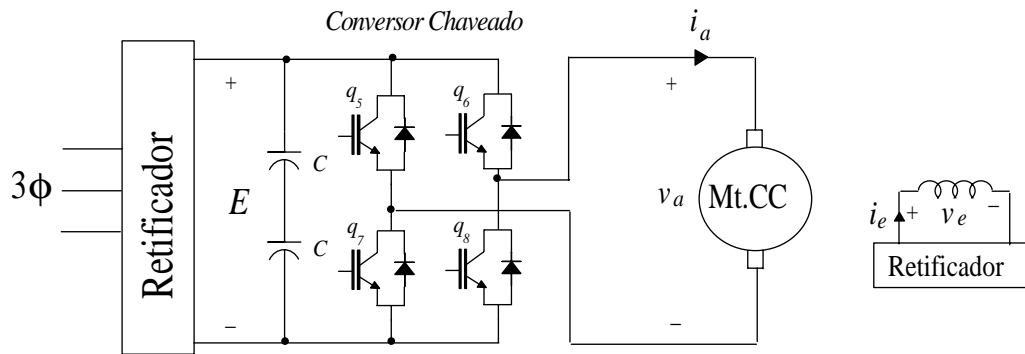


Fig. 34. Conversor bifásico fonte de tensão e máquina de corrente contínua.

No caso do conversor fonte de tensão a tensão CC gerada, $v_{a(cc)}$, e a sua parte CA, $v_{a(ac)}$, possuem as seguintes características:

$$v_{a(cc)} = \left(\frac{\tau}{T} - \frac{1}{2}\right)E; \quad v_{a(cc)} \in [-E/2, E/2]$$

$$v_{a(ac)} \longrightarrow 10kHz - 50kHz$$

onde τ é a largura de pulso do conversor. A corrente i_a pode ser positiva ou negativa.