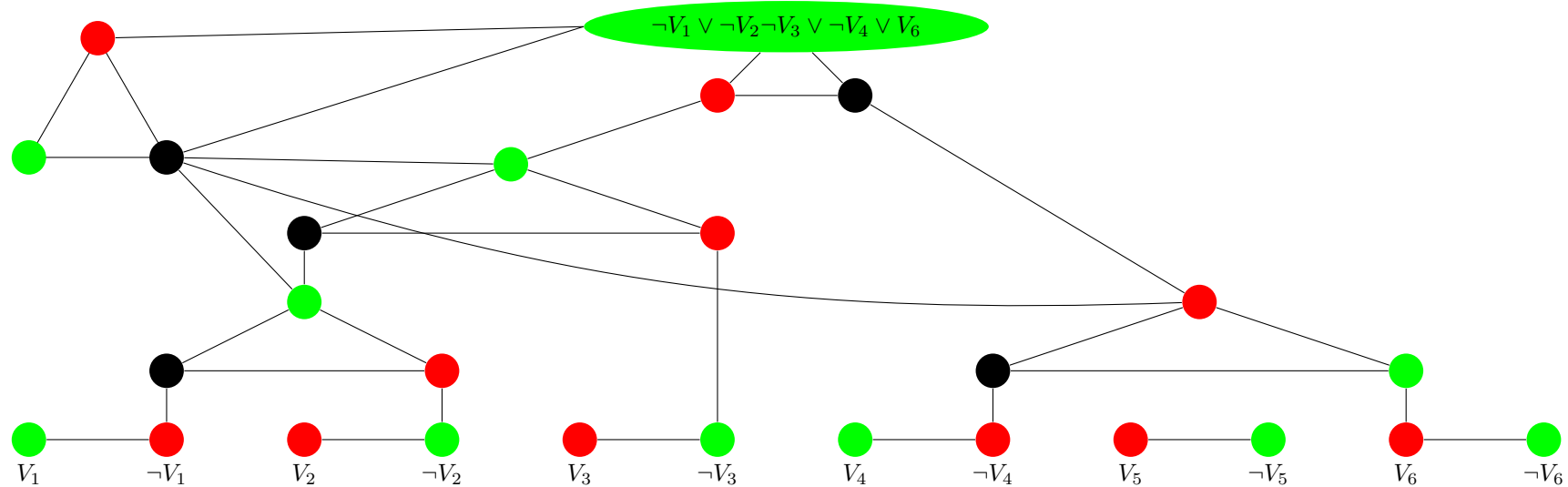
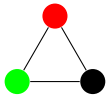


Exemple de réduction de SAT vers 3 Coloriage

Valeran MAYTIE



Ce petit graphe est utilisé pour imposer des contraintes de couleurs. :



Pour éviter qu'un nœud ne soit colorié en noir, il suffit de le relier au nœud correspondant à la couleur noire dans le graphe présenté ci-dessus.

Nous allons commencer en choisissant trois couleurs :

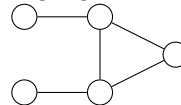
- Vert : Nœud est vrai
- Rouge : Nœud est faux
- Noir : ne représente rien.

Nous représentons les variables et leur négation par de simple Nœuds. Nous relierons chaque variable à sa négation afin de garantir qu'elles soient coloriées avec deux couleurs différentes. On relie ces nœuds au nœud noir afin d'empêcher qu'ils soient coloriés en noir.

"Une clause est représentée par un simple nœud. Pour la forcer à être verte, on la relie aux nœuds rouge et noir.

Si une variable est coloriée en vert, elle est vraie. Sinon, si sa négation est coloriée en vert, elle est fausse.

Pour faire cette réduction on utilise ce "gadget" :



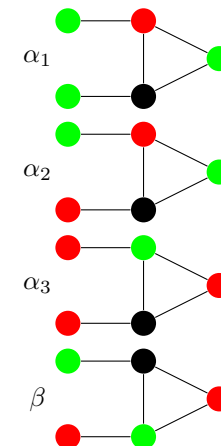
Il va nous servir de porte logique "ou".

On force le sommet à être rouge ou vert en le reliant au sommet noir.

Si le sommet est vert alors il y forcément un des "pieds" qui est vert aussi.

On peut alors construire le graphe en utilisant des "gadgets" pour chaque clause. Ces "gadgets" permettent de relier

tous les "pieds" des clauses aux variables ou à leurs négations correspondantes.



Si le graphe est coloriable, alors les nœuds des clauses doivent être coloriés en vert, ce qui signifie que les gadgets doivent avoir au moins un pied vert. Dans la branche verte, le coloriage utilisera les configurations $\alpha_{1,2}$, car le sommet est forcément vert. Par conséquent, la configuration β ne pose pas de problème pour la réduction.