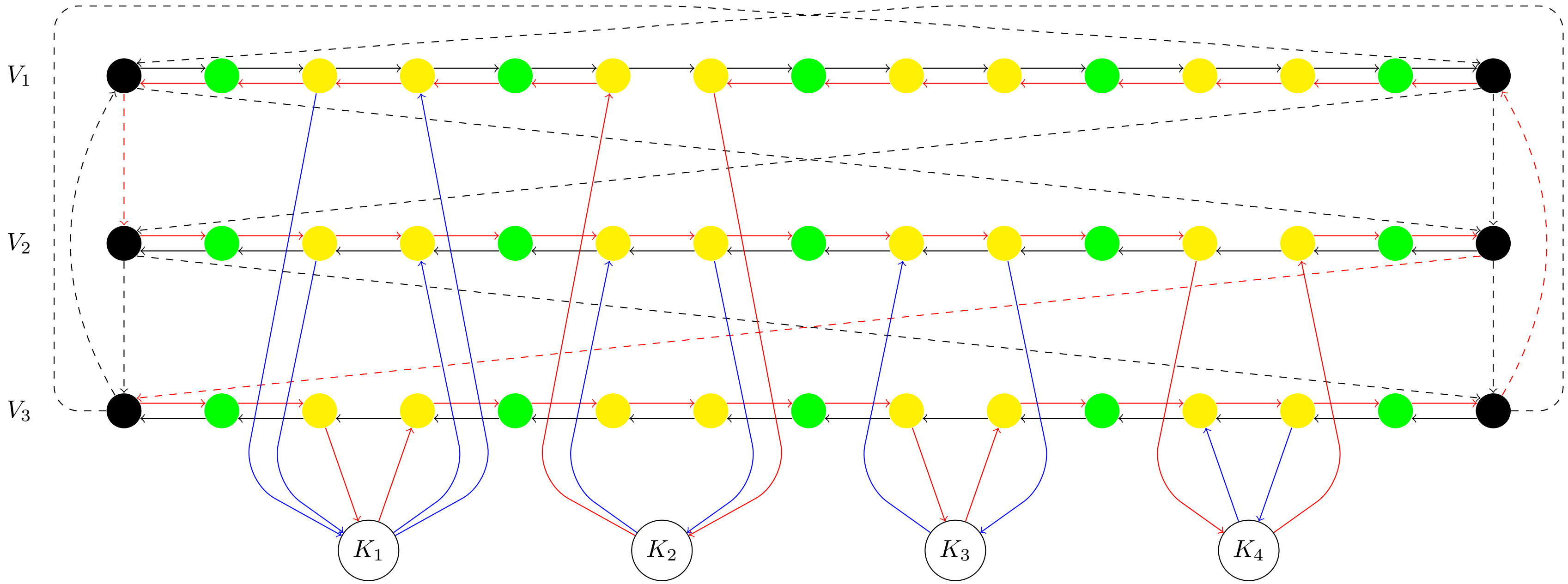
Exemple de réduction de SAT vers Détection de Graphe hamiltonien

Valeran MAYTIE



<u>Formule :</u>

$$\begin{aligned} & V_1 \vee V_2 \vee V_3 && (K_1) \\ & \wedge \neg V_1 \vee \neg V_2 && (K_2) \\ & \wedge \neg V_2 \vee V_3 && (K_3) \\ & \wedge V_2 \vee \neg V_3 && (K_4) \end{aligned}$$

Les variables de la formule sont symbolisées par les lignes, au nombre de trois dans cet exemple (V_1, V_2, V_3), tandis que les clauses sont représentées par les nœuds K_1, K_2, K_3 et K_4.

L'objectif de la réduction est de transformer la formule logique en un graphe tel que si celui-ci est reconnu comme hamiltonien, alors la formule est considérée comme satisfaisable (on veut aussi la réciproque).

On a construit le graphe qui représente la formule de gauche. Le cycle hamiltonien est dessiné en rouge.

En examinant le sens de déplacement sur la ligne correspondante à une variable, il est possible de récupérer sa valeur. Si la direction est de droite à gauche, la variable est vraie ; dans le cas contraire, elle est fausse.

On a donc :

	V_1	V_2	V_3
$\mathcal{M}$	**F**	**T**	**T**

Il est relativement aisé de vérifier la véracité de la formule associée au modèle $\mathcal{M}$.

Il est observé que les nœuds K_i sont connectés aux variables qui sont présentes dans la clause. Selon la direction de la variable, il peut y avoir deux types de connexions possibles : si la variable apparaît de droite à gauche, sa négation sera présente dans la formule, tandis que si elle apparaît de gauche à droite, elle sera présente sans négation. On peut noter une corrélation entre la direction empruntée par la ligne représentant la variable dans le cycle et la direction de la clause.

Les nœuds verts sont utiles pour la réciproque, car ils permettent d'éviter la situation où le graphe est hamiltonien, mais la formule n'est pas satisfaisable.