

算法实现题 9-6 2SAT 问题的线性时间算法

★ 问题描述:

SAT 的一个实例是 k 个布尔变量 x_1, \dots, x_k 的 m 个布尔表达式 A_1, \dots, A_m 。若存在各布尔变量 $x_i (1 \leq i \leq k)$ 的 0, 1 赋值, 使每个布尔表达式 $A_i (1 \leq i \leq m)$ 都取值 1, 则称布尔表达式 $A_1 A_2 \dots A_m$ 是可满足的。

★ 合取范式的可满足性问题 CNF-SAT

如果一个布尔表达式是一些因子和之积, 则称之为合取范式, 简称 CNF(Conjunctive Normal Form)。这里的因子是变量 x 或 \bar{x} 。例如 $(x_1 + x_2)(x_2 + x_3)(\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + x_3)$ 就是一个合取范式, 而 $x_1 x_2 + x_3$ 就不是合取范式。

★ 2-SAT

如果一个布尔合取范式的每个乘积项最多是 2 个因子的析取式, 就称之为 2 元合取范式, 简记为 2-CNF。一个 2-SAT 问题是判定一个 2-CNF 是否可满足。

★ 编程任务:

对于给定的 2-CNF, 设计一个线性时间算法, 判定其是否可满足。

★ 数据输入:

由文件 input.txt 给出输入数据。第一行有 2 个正整数 k 和 m , 分别表示变量数和布尔表达式数。接下来的 m 行中, 每行有 2 个整数 i 和 j , 表示相应表达式含的变量下标分别为 i 和 j 。下标为负数时, 表示相应的变量为取反变量。

★ 结果输出:

将判定结果输出到文件 output.txt。给定的 2-CNF 可满足则输出 Yes, 否则输出 No。

输入文件示例

```
input.txt
4 6
1 3
-1 3
1 -2
-3 4
1 -4
2 -3
```

输出文件示例

```
output.txt
Yes
```