

## 《算法设计与分析》期终试卷 2

### 考生须知

\*若试卷中试题字迹不清，考生可以在审题时举手请求解释，由考务人员加以说明。涉及题意理解问题，则不得提问且考务人员不予解答。

\*考生上机编程时应在指定目录下工作，并请每隔 5 分钟存盘一次。发生机器故障时由考务人员确认补给修复时间，且最长不超过 10 分钟。

\*对考生答题测试有严格时间限制，若超时则该测试项判为 0 分。考生应注意优化算法。

\*考生应严格遵守考场规则，不得违纪。

\*考试时间为 8 时 30 分至 11 时 30 分，计 180 分钟。

### 试题 1、直线 k 中值问题

#### ★问题描述:

在一个按照南北方向划分成规整街区的城市里， $n$  个居民点分布在一条直线上的  $n$  个坐标点  $x_1 < \dots < x_n$  处。居民们希望在城市中至少选择 1 个，但不超过  $k$  个居民点建立服务机构。在每个居民点  $x_i$  处，服务需求量为  $w_i \geq 0$ ，在该居民点设置服务机构的费用为  $c_i \geq 0$ 。假设居民点  $x_i$  到距其最近的服务机构的距离为  $d_i$ ，则居民点  $x_i$  的服务费用为  $w_i \times d_i$ 。

建立  $k$  个服务机构的总费用为  $A+B$ 。A 是在  $k$  个居民点设置服务机构的费用的总和；B 是  $n$  个居民点服务费用的总和。

#### ★编程任务:

对于给定直线 L 上的  $n$  个点  $x_1 < \dots < x_n$ ，编程计算在直线 L 上最多设置  $k$  处服务机构的最小总费用。

#### ★数据输入:

由文件 input.txt 给出输入数据。第 1 行有 2 个正整数  $n$  和  $k$ 。 $n$  表示直线 L 上有  $n$  个点  $x_1 < \dots < x_n$ ； $k$  是服务机构总数的上限。接下来的  $n$  行中，每行有 3 个整数。第  $i+1$  行的 3 个整数  $x_i, w_i, c_i$ ，分别表示相应居民点的位置坐标，服务需求量和在该点设置服务机构的费用。

#### ★结果输出:

将计算的最小服务费用输出到文件 output.txt。

#### 输入文件示例

input.txt

```
9 3
2 1 2
3 2 1
6 3 3
7 1 1
9 3 2
15 1 6
16 2 1
18 1 2
19 1 1
```

#### 输出文件示例

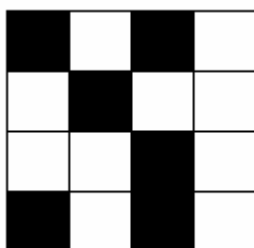
output.txt

19

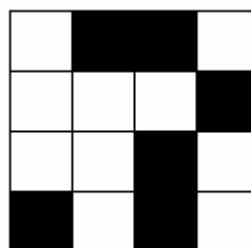
## 试题 2、图形变换问题

### ★问题描述:

给定 2 个 4×4 方格阵列组成的图形 A 和 B，每个方格的颜色为黑色或白色。方格阵列中有公共边的方格称为相邻方格。图形变换问题的每一步变换可以交换相邻方格的颜色。试设计一个算法，计算最少需要多少步变换，才能将图形 A 变换为图形 B。



图形 A



图形 B

### ★编程任务:

对于给定的 2 个方格阵列，编程计算将图形 A 变换为图形 B 的最少变换次数。

### ★数据输入:

由文件 input.txt 给出输入数据。前 4 行是图形 A 的方格阵列，后 4 行是图形 B 的方格阵列。0 表示白色，1 表示黑色。

### ★结果输出:

将计算出的最少变换次数和相应的变换序列输出到文件 output.txt。第 1 行是最少变换次数。从第 2 行开始，每行用 4 个数表示一次变换。例如，1112 表示交换方格 (1, 1) 和 (1, 2) 的颜色。

#### 输入文件示例

input.txt

1010

0100

0010

1010

0110

0001

0010

1010

#### 输出文件示例

output.txt

3

1112

2223

2324

### 试题 3、无向图的最大割问题

#### ★问题描述:

给定一个无向图  $G=(V, E)$ , 设  $U \subseteq V$  是  $G$  的顶点集。对任意  $(u, v) \in E$ , 若有  $u \in U$  且  $v \in V-U$ , 就称  $(u, v)$  为关于顶点集  $U$  的一条割边。顶点集  $U$  的所有割边构成图  $G$  的一个割。 $G$  的最大割是指  $G$  中所含边数最多的割。

#### ★编程任务:

对于给定的无向图  $G$ , 编程计算  $G$  的最大割。

#### ★数据输入:

由文件 input.txt 给出输入数据。第 1 行有 2 个正整数  $n$  和  $m$ , 表示给定的图  $G$  有  $n$  个顶点和  $m$  条边, 顶点编号为  $1, 2, \dots, n$ 。接下来的  $m$  行中, 每行有 2 个正整数  $u, v$ , 表示图  $G$  的一条边  $(u, v)$ 。

#### ★结果输出:

程序运行结束时, 将计算出的最大割的边数和顶点集  $U$  输出到文件 output.txt 中。文件的第 1 行是最大割的边数; 文件的第 2 行是表示顶点集  $U$  的向量,  $x_i, 1 \leq i \leq n$ ,  $x_i=0$  表示顶点  $i$  不在顶点集  $U$  中,  $x_i=1$  表示顶点  $i$  在顶点集  $U$  中。

#### 输入文件示例

input.txt

```
7 18
1 4
1 5
1 6
1 7
2 3
2 4
2 5
2 6
2 7
3 4
3 5
3 6
3 7
4 5
4 6
5 6
5 7
6 7
```

#### 输出文件示例

output.txt

```
12
1 1 1 0 1 0 0
```