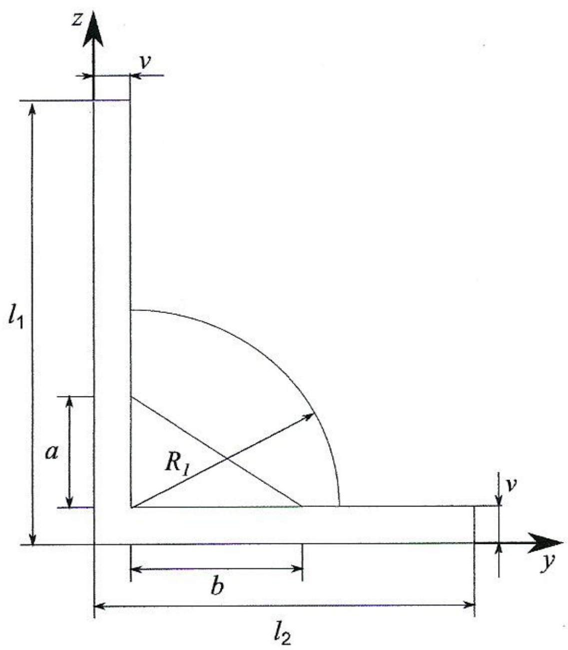
BME Gépészmérnöki Kar	STATIKA	Név: Vályi Fanni
Műszaki Mechanikai Tanszék	4. HÁZI FELADAT	Neptun kód: HQGKJA
2019/20 I.	Határidő: (lásd honlap)	Késés ☐ Javítás ☐
Nyilatkozat: Aláírásommal igazolom, hogy a házi feladatot saját magam készítettem el, az abban leírtak saját megértésemet tükrözik.		Aláírás: Vályi Fanni

Csak a formai követelményeknek megfelelő feladatokat értékeljük (`http://www.mm.bme.hu/targyak/bsc/statika`). Javítás vagy pótlás csak a pótlási határidőig lehetséges.

Feladat

Az ábrán vázolt keresztmetszet egy nem szabványos – két téglalapra bontható – L-profilból és hozzáhegesztett erősítő profilból áll. Az erősítő profil háromszögekkel és/vagy negyedkörívekkel fedhető le.

1. Rajzolja meg léptékhelyesen a keresztmetszetet!
2. Határozza meg a keresztmetszet súlypontjának (y_s, z_s) koordinátáit a megadott koordináta-rendszerben!
3. Számítsa ki a keresztmetszet súlyponti y- illetve z tengellyel párhuzamos tengelyeire az I_y, I_z, I_{yz} másodrendű nyomatékokat!
4. Számítsa ki az I_1 és I_2 főmásodrendű nyomatékokat és az 1-es főiránynak az y tengellyel bezárt α szögét! Rajzolja be a léptékhelyes ábrába a főtengelyeket!



1. ábra. Keresztmetszet

Adatok

l_1 [mm]	l_2 [mm]	a [mm]	b [mm]	R_1 [mm]	R_2 [mm]	v [mm]
50	80	15	20	27	4	3

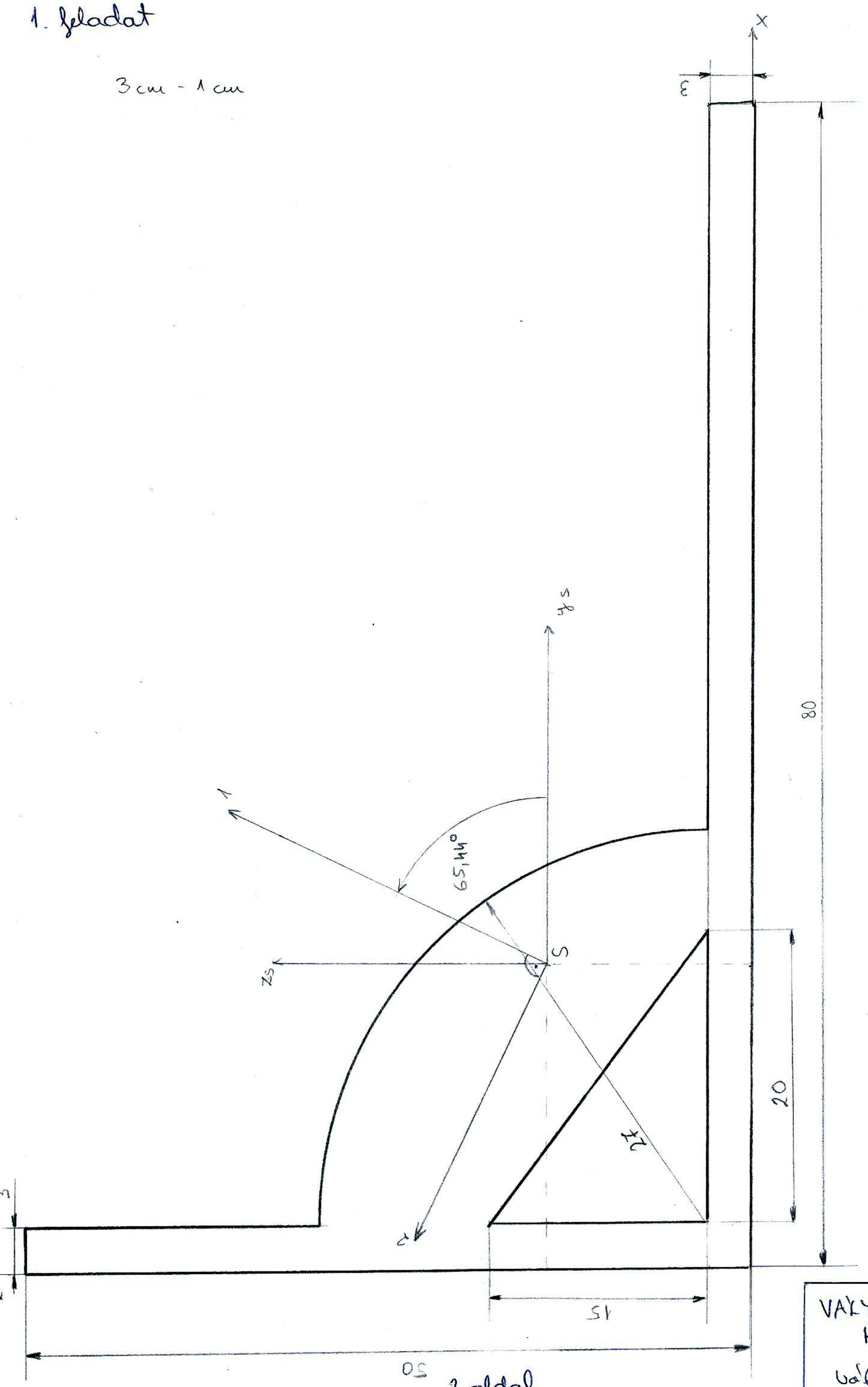
(Rész)eredmények

y_s [mm]	z_s [mm]	I_y [cm^4]	I_z [cm^4]	I_{yz} [cm^4]
20,71	13,91	10,756	29,935	−11,082

I_1 [cm^4]	I_2 [cm^4]	α [rad]
35	5,69	1,142

1. feladat

3 cm - 1 cm

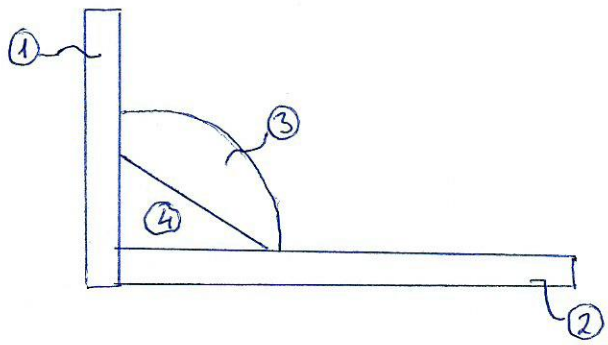


2. oldal

VAKYI FANNI
MQGIKFA
Vályi Fanni

2. feladat.

A feladat megoldásához az ábra felosztására lesz szükség az alábbi módon:



Ezen részek felületei és súlypontjai az ismert képletekkel számolhatók:

$$A_1 = v \cdot l_1 = 150 \,[mm^2] \qquad \underline{r}_{S1} = S_1 = \begin{bmatrix} v/2 \\ l_1/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}5 \\ 25 \end{bmatrix} [mm]$$

$$A_2 = v(l_2 - v) = 231 \,[mm^2] \qquad \underline{r}_{S2} = S_2 = \begin{bmatrix} \frac{v}{2} + \frac{l_2}{2} \\ v/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 41{,}5 \\ 1{,}5 \end{bmatrix} [mm]$$

$$A_3 = \frac{R^2 \pi}{4} = 572{,}56 \,[mm^2] \qquad \underline{r}_{S3} = S_3 = \begin{bmatrix} v + \frac{4R}{3\pi} \\ v + \frac{4R}{3\pi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14{,}46 \\ 14{,}46 \end{bmatrix} [mm]$$

$$A_4 = \frac{a \cdot b}{2} = 150 \,[mm^2] \qquad \underline{r}_{S4} = S_4 = \begin{bmatrix} \frac{b}{3} + v \\ \frac{a}{3} + v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9{,}667 \\ 8 \end{bmatrix} [mm]$$

A súlypontba mutató helyvektor:

$$\underline{r}_S = \begin{bmatrix} y_S \\ z_S \end{bmatrix} = \frac{\sum_{i=1}^{4} A_i \cdot \underline{r}_{Si}}{\sum_{i=1}^{4} A_i} \rightarrow \qquad \underline{\underline{y_S = 20{,}71 \,[mm]}} \qquad \underline{\underline{z_S = 13{,}91 \,[mm]}}$$

VÁLYI FANNI
HQGKJA
Vályi Fanni

3. feladat

A súlypontok előjeles távolságai a közös súlyponttól:

$t_{1y} = -11{,}09\ [mm]$ $\qquad$ $t_{1z} = 19{,}21\ [mm]$

$t_{2y} = 12{,}41\ [mm]$ $\qquad$ $t_{2z} = -20{,}79\ [mm]$

$t_{3y} = -0{,}55\ [mm]$ $\qquad$ $t_{3z} = 6{,}25\ [mm]$

$t_{4y} = 5{,}91\ [mm]$ $\qquad$ $t_{4z} = 11{,}043\ [mm]$

A részek másodrendű nyomatékai:

$$I_{1y} = \frac{v \cdot l_1^3}{12} = 31250\ [mm^4] \qquad I_{1z} = \frac{v^3 l_1}{12} = 112{,}5\ [mm^4]$$

$$I_{2y} = \frac{(l_2 - v) \cdot v^3}{12} = 57{,}75\ [mm^4] \qquad I_{2z} = \frac{(l_2 - v)^3 \cdot v}{12} = 114133{,}25\ [mm^4]$$

$$I_{3y} = I_{3z} = \left(\frac{\pi}{16} - \frac{4}{9\pi}\right) R_1^4 = 29164{,}67\ [mm^4]$$

$$I_{4y} = \frac{b \cdot a^3}{36} = 1875\ [mm^4] \qquad I_{4z} = \frac{b^3 a}{36} = 3333{,}33\ [mm^4]$$

Az S középpontú koordináta-rendszerre számított másodrendű nyomatékok a Steiner-tétel alkalmazásával:

$$I_y = I_{1y} + t_{1y}^2 \cdot A_1 + I_{2y} + t_{2y}^2 \cdot A_2 + I_{3y} + t_{3y}^2 \cdot A_3 - I_{4y} - t_{4y}^2 \cdot A_4 =$$
$$= 107555{,}4905\ [mm^4] = \underline{\underline{10{,}756\ [cm^4]}}$$

$$I_z = I_{1z} + t_{1z}^2 \cdot A_1 + I_{2z} + t_{2z}^2 \cdot A_2 + I_{3z} + t_{3z}^2 \cdot A_3 - (I_{4z} + t_{4z}^2 \cdot A_4) =$$
$$= 299347{,}9198\ [mm^4] = \underline{\underline{29{,}935\ [cm^4]}}$$

VÁLYI FANNI
HQGKJA
Vályi Fanni

I_{1yz} és I_{2yz} is $=0$, mert téglalapok

$$I_{3yz} = \left(\frac{1}{8} - \frac{4}{9\pi}\right) R^4 = -8753{,}4 \; [mm^4]$$

$$I_{4yz} = \frac{b^2 a^2}{72} = -1250 \; [mm^4]$$

$$I_{yzS} = I_{1yz} + t_{1y} \cdot t_{1z} \cdot A_1 + I_{2yz} + t_{2y} \cdot t_{2z} \cdot A_2 + I_{3yz} + t_{3y} \cdot t_{3z} \cdot A_3$$
$$- (I_{4yz} + t_{4y} \cdot t_{4z} \cdot A_4) = -110815{,}9304 \; [mm^4] = \underline{\underline{-11{,}082 \; [cm^4]}}$$

4. feladat

$$I_1 = \frac{I_y + I_z + \sqrt{(I_y - I_z)^2 + 4 I_{yz}^2}}{2} = 349999{,}49 \; mm^4 \approx \underline{\underline{35 \; cm^4}}$$

$$I_2 = I_y + I_z - \sqrt{(I_y - I_z)^2 + 4 I_{yz}^2} = \underline{\underline{5{,}69 \; cm^4}}$$

A keresett α szög is ismert képlet alapján megkapható:

$$\alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{I_y - I_1}{I_{yz}}\right) \approx \underline{\underline{1{,}142 \; [rad]}} = 65{,}44°$$

VÁLYI FANNI
HQGKJA
Vályi Fanni