САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕТРА ВЕЛИКОГО

Институт компьютерных наук и технологий
Кафедра компьютерных систем и программных технологий

# Отчет
# по лабораторной работе №3
# на тему
# "Линейная фильтрация"

выполнил:
Кыльчик И.В.
группа: 33501/1
преподаватель:
Богач Н.В.

Санкт-Петербург
2018

## 1. Цель работы

Изучить воздействие ФНЧ на тестовый сигнал с шумом.

## 2. Постановка задачи

Сгенерировать гармонический сигнал с шумом и синтезировать ФНЧ. Получить сигнал во временной и частотной областях до и после фильтрации. Сделать выводы о воздействии ФНЧ на спектр сигнала.

## 3. Теоретическая часть

**Преобразование непрерывных сигналов в линейных цепях** с постоянными параметрами может быть описано с помощью линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Результатом интегрирования и дифференцирования гармонической функции некоторой частоты являются также гармонические функции той же частоты. Поэтому при подаче на вход линейной цепи гармонического сигнала

$$x(t) = A_x e^{j(2\pi f t + \psi_x)}$$

на выходе цепи будет получен гармонический сигнал, отличающийся от входного лишь амплитудой и фазой:

$$y(t) = A_y e^{j(2\pi f t + \psi_y)}.$$

Отношение выходного сигнала цепи к входному гармоническому сигналу произвольной частоты носит название частотной характеристики (ЧХ) $G(f)$:

$$G(f) = \frac{y(t)}{x(t)}\Big|_{x(t)=A_x e^{j(2\pi f t+\psi_x)}}$$

Объединяя последние два уравнения получим:

$$G(f) = \frac{A_y}{A_x} e^{j(\psi_y - \psi_x)} = |G(f)| e^{j\psi(f)},$$

где $\psi(f) = \psi_y - \psi_x$. Модуль частотной характеристики $|G(f)|$ носит название амплитудно-частотной характеристики (АЧХ), а ее аргумент $\psi(f)$ — фазо-частотной характеристики (ФЧХ).

**Преобразование дискретных сигналов в линейных цепях** описывается в принципе теми же соотношениями, что и преобразования непрерывных сигналов. Отличия заключаются лишь в том, что в случае дискретного сигнала соответствующий интеграл вырождается в сумму.

**Фильтры** — это устройства, целенаправленным образом изменяющие спектры сигналов. Фильтрация сигнала, т. е. изменение его спектра, обычно предпринимается с целью увеличить отношение полезного сигнала к шумам и помехам или подчеркнуть (усилить) какие-нибудь полезные качества сигнала. Классификация фильтров может быть проведена по различным признакам. Рассмотрим один из них - вид частотной характеристики.

1. Фильтры нижних частот (ФНЧ) пропускают низкочастотные составляющие спектра и задерживают высокочастотные;

2. Фильтры верхних частот (ФВЧ) пропускают только высокочастотные составляющие;

3. Фильтры полосно пропускающие (ФПП) пропускают составляющие сигнала только в определенной полосе частот;

4. Фильтры полосно-заграждающие (ФПЗ) пропускают все составляющие сигнала, за исключением тех, частоты которых входят в определенную полосу;

## 4. Ход работы

Для исследования ФНЧ сгенерируем синусоидальный сигнал с частотой 500 Гц и добавим к нему шум.

```
ampl = 1;
noiseAmplitude = ampl*0.5;
frequency = 500;
Kdiscr = 32;
Fd = frequency*Kdiscr;
Td = 1/Fd;

t = 0:Td:0.1;
sinFunc = ampl*sin(2*pi*frequency*t);
sinNoise = sinFunc + awgn(sinFunc, 10, 0);
plot(t(1:200), sinNoise(1:200));
xlabel('time (seconds)')
ylabel('y(t)');
title('Sin Wave')
```

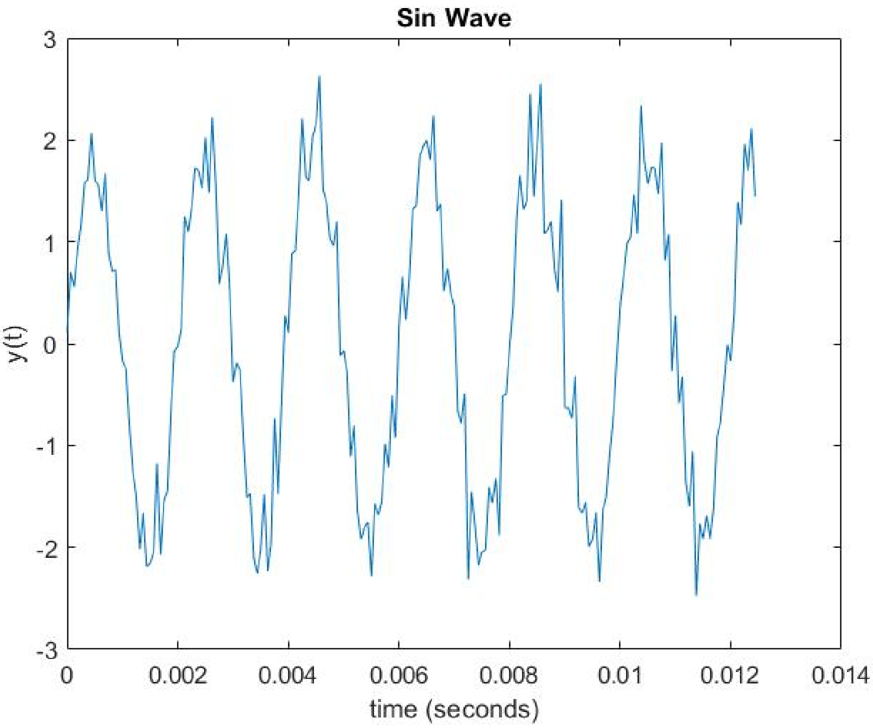


Рис. 1: Сигнал во временной области до фильтрации

Применим преобразование Фурье и посмотрим на спектр данного сигнала.

```
N = length(t);
fftL = 2^nextpow2(N);
Y = abs(fft(sinNoise, fftL));
Y = 2*Y./N;
F=0:Fd/fftL:(Fd/2-1/fftL);
figure;
plot(F, Y(1:length(F)));
title('Single-Sided Amplitude Spectrum of y(t)')
xlabel('Frequency (Hz)')
ylabel('|Y(f)|')
```

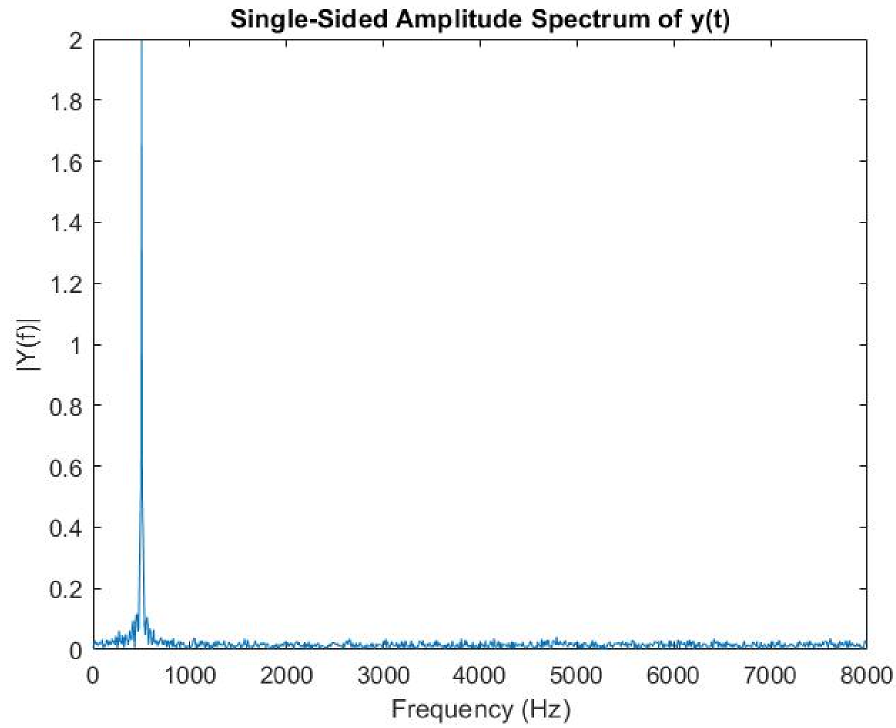


Рис. 2: Сигнал в частотной области до фильтрации

Синтезируем ФНЧ и аналогичным образом найдем спектр данного сигнала.

```
b = sinc(frequency/Fd*(-25:25));
b = b.*hamming(51)';
% [b,a] = butter(3,frequency/Fd);
y=filter(b,1,sinNoise);
figure;
plot(t(1:200), y(1:200));

Y = abs(fft(y,fftL));
Y = 2*Y./N;
F=0:Fd/fftL:(Fd/2-1/fftL);
figure;
plot(F, Y(1:length(F)));
title('Single-Sided Amplitude Spectrum of y(t)')
xlabel('Frequency (Hz)')
```

```
ylabel('|Y(f)|')
```

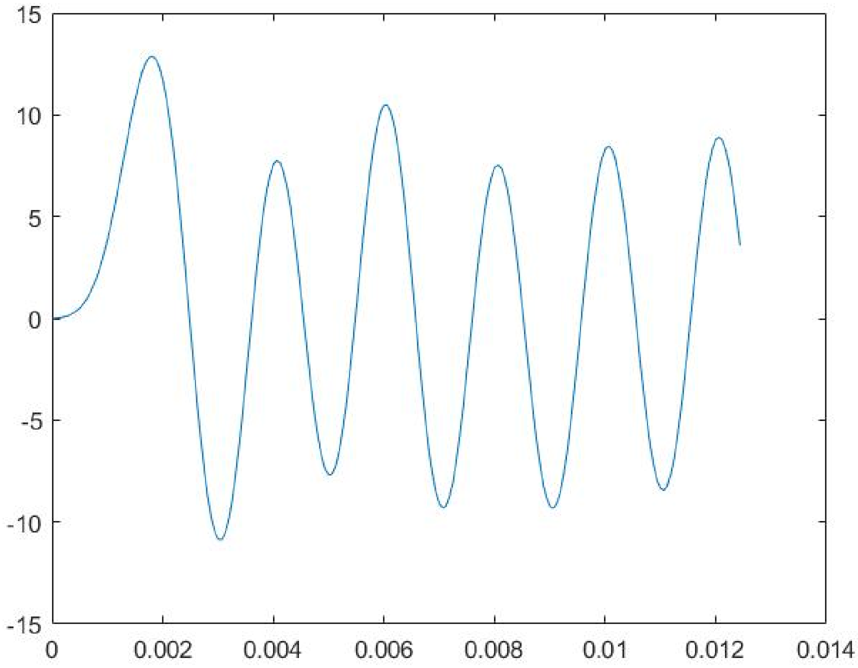


Рис. 3: Сигнал во временной области после фильтрации

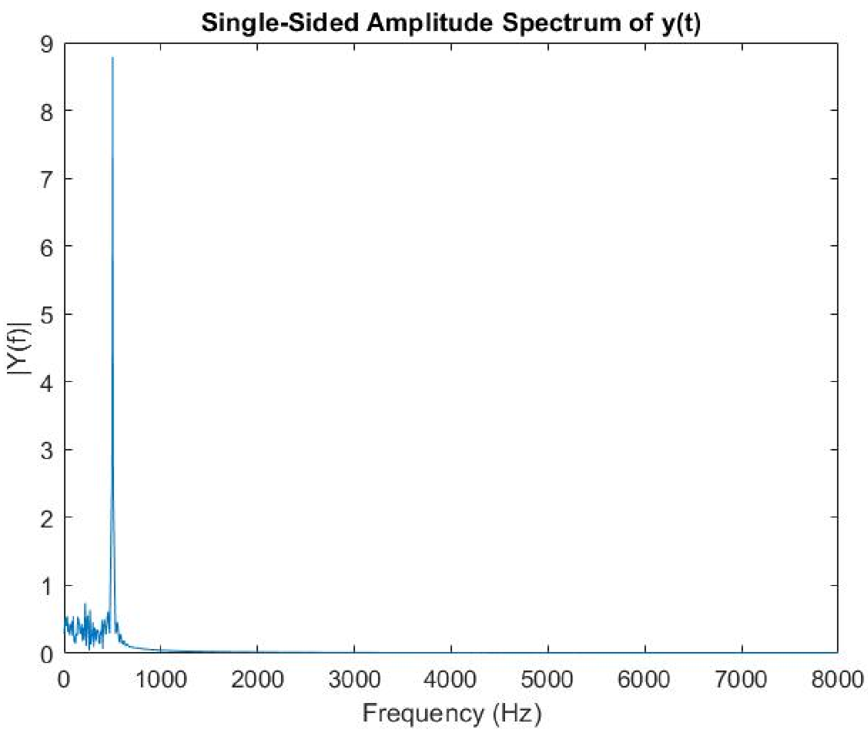


Рис. 4: Сигнал в частотной области после фильтрации

Произведем те же действия в среде Simulink.

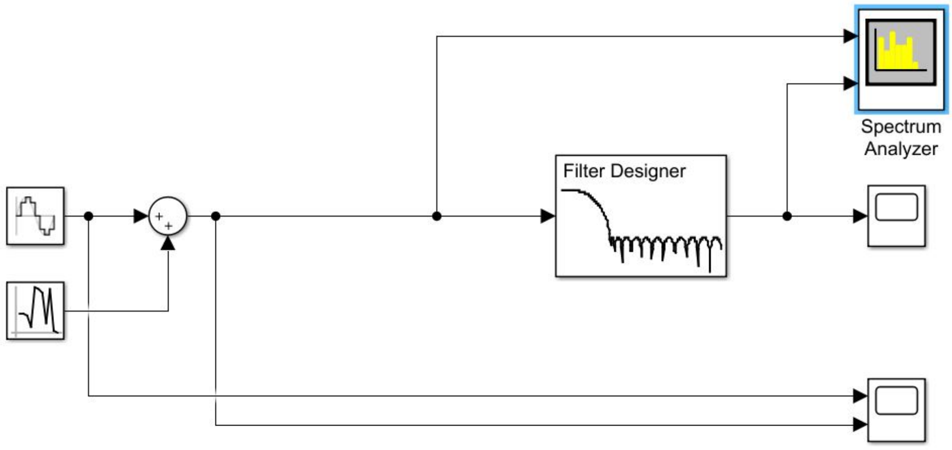


Рис. 5: Схема ФНЧ в среде Simulink

Для фильтрации в Simulink использовался блок Filter Designer. Он позволяет настраивать любой фильтр для дискретных сигналов и сразу же выводит на экран полученную АЧХ.

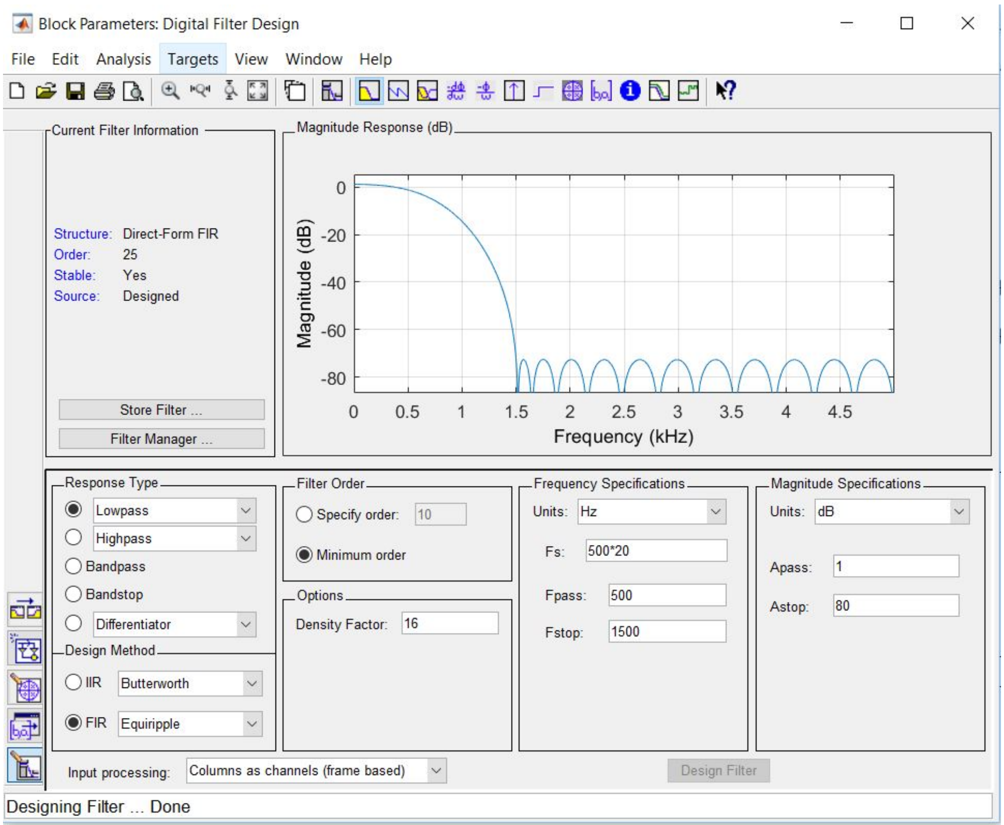


Рис. 6: Настройка фильтра в блоке Filter Designer

Синусоида имеет частоту равную 500 Гц и частоту дискретизации в 20 раз больше.

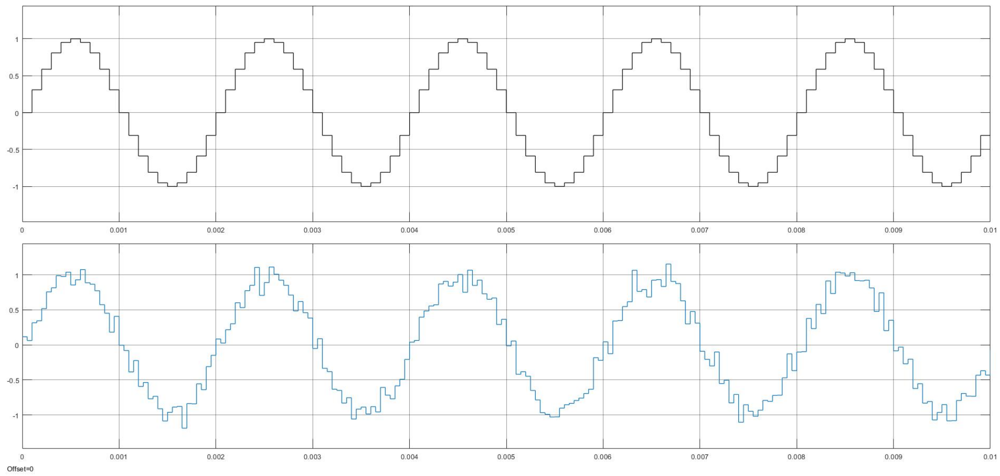


Рис. 7: Не зашумленный и зашумленный дискретные сигналы, полученный в Simulink

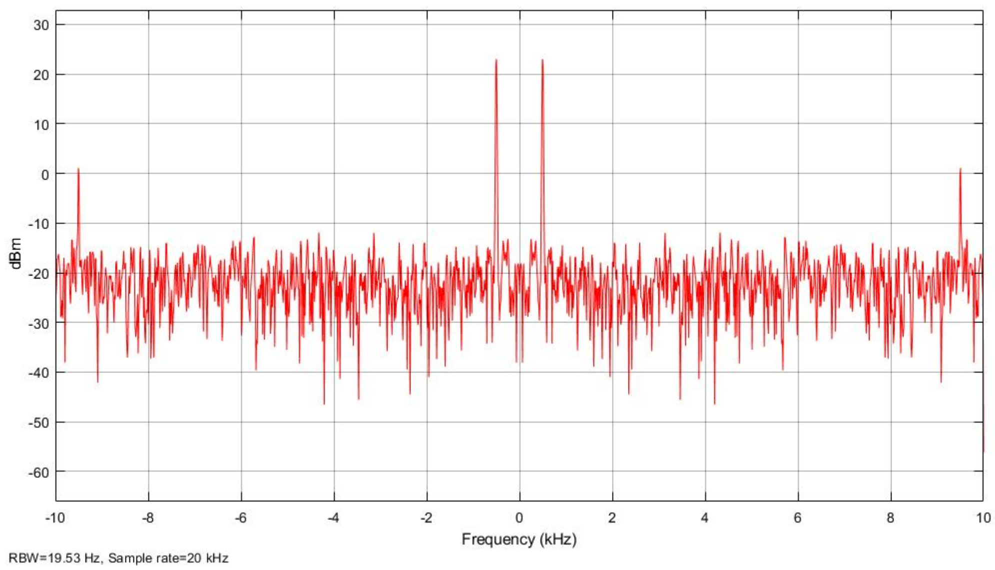


Рис. 8: Спектр зашумленного сигнала в Simulink

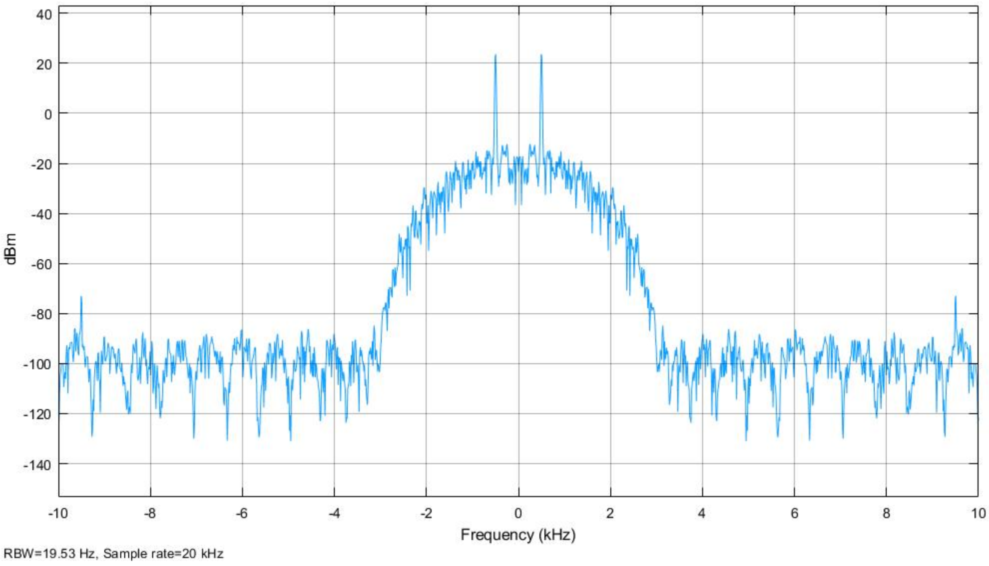


Рис. 9: Спектр отфильтрованного сигнала в Simulink

Из последнего рисунка видно что спектр соответствующий исходному сигналу сохранился, а шумы которые имеют большую частоту были подавлены.

## 5. Вывод

В данной лабораторной работе мы изучили как работает линейная фильтрация на примере фильтра нижних частот.

ФНЧ это ни что иное, как линейная стационарная система. Рассмотрим как она работает. Если на вход цепи подается некоторое произвольное воздействие $x(t)$ , оно может быть разложено на гармонические составляющие с помощью преобразования Фурье:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j2\pi ft} df.$$

Некоторая гармоника $x_f(t)$ частоты $f$, входящая в этот сигнал, имеет вид

$$x_f(t) = X(f) df e^{j2\pi ft}.$$

Пройдя через линейную цепь, имеющую ЧХ $G(f)$, гармоника преобразуется в гармонику выходного сигнала

$$y_f(t) = x_f(t) G(f) = X(f) G(f) df e^{j2\pi ft}.$$

Из этого следует, что спектр выходного сигнала $Y(f)$ равен произведению спектра входного сигнала цепи и ее частотной характеристики

$$Y(f) = X(f) G(f).$$

В нашем примере мы не смогли удалить все шумы, т.к. сгенерированный нами шум действовал на всю полосу спектра, а мы использовали фильтр нижних частот, для того чтобы отфильтровать сигнал полностью нам нужно пропустить сигнал еще раз через фильтр верхних частот, либо через полостно-пропускающий фильтр.