

## Riešenie zadania č.16

### ANALÝZA KOMBINAČNÝCH OBVODOV

#### Zadanie:

Urobte analýzu kombinačného logického obvodu, ktorého štruktúra je daná na obrázku.

1. Zo známej štruktúry obvodu:

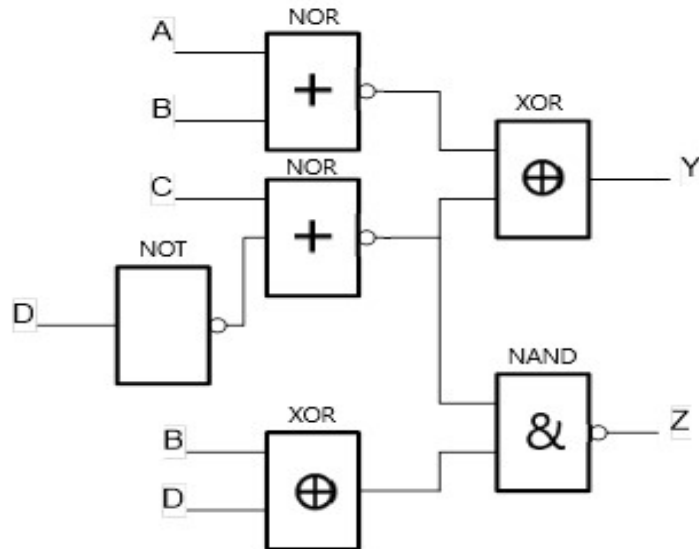
- Odvodte boolovské funkcie zodpovedajúce výstupom Y a Z obvodu,
- Boolovské funkcie s použitím pravidiel boolovskej algebry upravte na minimálnu DNF a zapíšte do Karnaughových máp (najskôr do máp, v ktorých vystupujú všetky vstupné premenné obvodu a potom do najmenších máp),
- Boolovské funkcie s použitím pravidiel boolovskej algebry upravte na minimálnu KNF a zapíšte do Karnaughových máp (najskôr do máp, v ktorých vystupujú všetky vstupné premenné obvodu a potom do najmenších máp).

2. Pomocou systému LOGISIM (príp. LOG/FITBOARD):

- Vytvorte schému zadaného obvodu a simuláciou overte správnosť mapových zápisov boolovských funkcií (pre jednotlivé kombinácie hodnôt na vstupoch porovnajte výstupy s hodnotami v mapách),
- Vytvorte schému obvodu z rovníc, ktoré ste získali pri úprave na DNF formu,
- Vytvorte schému obvodu z rovníc, ktoré ste získali pri úprave na KNF formu,
- Všetky tri vytvorené schémy pripojte na spoločné vstupy a zodpovedajúce si výstupy obvodov umiestnite vedľa seba (viď. obrázok príkladu).

## Zadanie 16: NOR – NOR – XOR – XOR – NAND

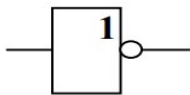
### 1. Schéma zadaného obvodu



Typy použitých logických členov: NOR – NOR – XOR – XOR – NAND

#### NOT Funkcia

$$C = \bar{A}$$



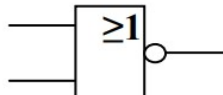
Schéma

A	C
0	1
1	0

Tabuľka  
pravdivostných hodnôt

#### NOR Funkcia

$$C = \overline{A + B}$$



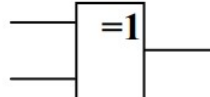
Schéma

A	B	C
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Tabuľka  
pravdivostných hodnôt

#### XOR Funkcia

$$C = A \oplus B$$



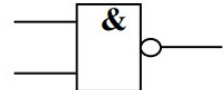
Schéma

A	B	C
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Tabuľka  
pravdivostných hodnôt

#### NAND Funkcia

$$C = \overline{A \cdot B}$$



Schéma

A	B	C
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Tabuľka  
pravdivostných hodnôt

### Odvodenie výrazov pre výstupné funkcie Y a Z

1) Vyjdeme zo štruktúry obvodu a zostavíme výrazy zodpovedajúce výstupom Y a Z:

$$Y = \left( \overline{(A+B)} \times \overline{(C+D)} \right) + \left( (A+B) \times \overline{(C+D)} \right)$$

$$Z = \overline{(C+D)} \cdot (\overline{B} \times D + B \times \overline{D})$$

2) Výrazy prepíšeme na ekvivalentné normálne formy typu DNF:

Funkcia Y:

$$Y = 1 \oplus 2 \quad 1 = \overline{A+B} \quad 2 = \overline{C+D}$$

$$Y = (\overline{1} \times 2) + (1 \times \overline{2}) \quad \text{Dosadenie za 1 a 2}$$

$$= \left( \overline{(\overline{A+B})} \times \overline{(C+D)} \right) + \left( (A+B) \times \overline{(C+D)} \right) \quad \text{Pravidlo o dvojnásobnej a viacnásobnej negácii}$$

$$= \left( (A+B) \times \overline{(C+D)} \right) + \left( (\overline{A+B}) \times (C+D) \right) \quad \text{De Morganovo pravidlo}$$

$$= \left( (A+B) \times (\overline{C} \times \overline{D}) \right) + \left( (\overline{A} \times \overline{B}) \times (C+D) \right) \quad \text{Pravidlo o dvojnásobnej a viacnásobnej negácii}$$

$$= \left( (A+B) \times (\overline{C} \times D) \right) + \left( (\overline{A} \times \overline{B}) \times (C+D) \right) \quad \text{Odstránenie nepotrebných zátvoriek}$$

$$= (A+B) \times \overline{C} \times D + \overline{A} \times \overline{B} \times (C+D) \quad \text{Distributívnosť}$$

$$= A\overline{C}D + B\overline{C}D + \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}\overline{B}\overline{D}$$

Počet použitých logických členov: 9 (4xNOT, 4xAND, 1xOR)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 20 (4x1 do NOTov, 4x3 do ANDov, 4 do OR)

Funkcia Z:

$$Z = \overline{2.3} \quad 2 = \overline{C+D} \quad 3 = B \oplus D = \overline{B} \times D + B \times \overline{D}$$

$$Z = \overline{2.3} \quad \text{Dosadenie za 2 a 3}$$

$$= \overline{(\overline{C+D}) \cdot (\overline{B} \times D + B \times \overline{D})} \quad \text{De Morganovo pravidlo}$$

$$= \overline{(\overline{C+D})} + \overline{(\overline{B} \times D + B \times \overline{D})} \quad \text{De Morganovo pravidlo}$$

$$= \overline{(\overline{C+D})} + (\overline{(\overline{B} \times D)} \times \overline{(B \times \overline{D})}) \quad \text{De Morganovo pravidlo}$$

$$= \overline{(\overline{C+D})} + ((\overline{\overline{B}} + \overline{D}) \times (\overline{B} + \overline{\overline{D}})) \quad \text{Pravidlo o dvojnásobnej a viacnásobnej negácii}$$

$$= C + \overline{D} + ((B + \overline{D}) \times (\overline{B} + D)) \quad \text{Odstránenie nepotrebných zátvoriek}$$

$$= C + \overline{D} + (B + \overline{D}) \times (\overline{B} + D) \quad \text{Distributívnosť}$$

$$= C + \overline{D} + BD + \overline{B}\overline{D} \quad \text{Pravidla absorpcie}$$

$$= C + \overline{D} + B + \overline{B}\overline{D} \quad \text{Pravidla absorpcie}$$

$$= C + \overline{D} + B + \overline{D} \quad \text{Distributívnosť}$$

$$= B + C + \overline{D}$$

Počet použitých logických členov: 2 (1xNOT, 1xOR)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 4 (1 do NOT, 3 do OR)

Sumár obvodu:

Počet použitých logických členov: 10 (4xNOT, 4xAND, 2xOR)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 23 (4x1 do NOTov, 4x3 do ANDov, 4 do OR, 3 do OR)

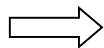
3) Zostavíme mapové zápisy funkcií, ktoré zodpovedajú výrazom Y a Z:

		<u>          C          </u>			
		<u>          D          </u>			
A	B	1	0	1	1
	B	0	1	0	0
	B	0	1	0	0
	B	0	1	0	0

Y

		<u>          C          </u>			
		<u>          D          </u>			
A	B	1	0	1	1
	B	1	1	1	1
	B	1	1	1	1
	B	1	0	1	1

Z



		<u>          C          </u>			
		<u>          D          </u>			
B	B	1	0	1	1
	B	1	1	1	1

Z

4) Výrazy prepíšeme na ekvivalentné normálne formy typu KNF:

$$\begin{aligned}
 Y &= A\bar{C}D + B\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}\bar{D} && \text{Distributívnosť} \\
 &= \bar{C}D(A + B) + \bar{A}\bar{B}(C + \bar{D}) && \text{Pravidlá o dvojnásobnej a viacnásobnej negácii} \\
 &= \overline{\bar{C}D(A + B) + \bar{A}\bar{B}(C + \bar{D})} && \text{de Morganovo pravidlo} \\
 &= (\overline{\bar{C}D(A + B)}) \times (\overline{\bar{A}\bar{B}(C + \bar{D})}) && \text{de Morganovo pravidlo} \\
 &= \overline{(\bar{C}D) + (A + B)} \times \overline{(\bar{A}\bar{B}) + (C + \bar{D})} && \text{de Morganovo pravidlo} \\
 &= \overline{((\bar{C} + \bar{D}) + (\bar{A} \times \bar{B}))} \times \overline{((\bar{A} + \bar{B}) + (\bar{C} \times \bar{D}))} && \text{Pravidlá o dvojnásobnej a viacnásobnej negácii} \\
 &= \overline{((C + D) + (\bar{A} \times \bar{B}))} \times \overline{((A + B) + (\bar{C} \times D))} && \text{Distributívnosť, pravidla o komplemente} \\
 &= \overline{AC + BC + A\bar{D} + B\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}} && \text{de Morganovo pravidlo} \\
 &= (\overline{AC}) \times (\overline{BC}) \times (\overline{A\bar{D}}) \times (\overline{B\bar{D}}) \times (\overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}}) && \text{de Morganovo pravidlo} \\
 &= (\bar{A} + \bar{C}) \times (\bar{B} + \bar{C}) \times (\bar{A} + \bar{D}) \times (\bar{B} + \bar{D}) \times (\bar{\bar{A}} + \bar{\bar{B}} + \bar{\bar{C}} + \bar{\bar{D}}) && \text{Pravidlá o dvojnásobnej negácii...} \\
 &= (\bar{A} + \bar{C}) \times (\bar{B} + \bar{C}) \times (\bar{A} + D) \times (\bar{B} + D) \times (A + B + C + \bar{D}) && \text{Komutatívnosť} \\
 &= (A + B + C + \bar{D}) \times (\bar{B} + D) \times (\bar{B} + \bar{C}) \times (\bar{A} + D) \times (\bar{A} + \bar{C})
 \end{aligned}$$

Počet použitých logických členov: 10 (4xNOT, 1xAND, 5xOR)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 21 (4x1 do NOTov, 4 do OR, 4x2 do OR, 5 do AND)

$$Z = B + C + \bar{D}$$

Počet použitých logických členov: 2 (1xNOT, 1xOR)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 4 (1 do NOT, 3 do OR)

Sumár obvodu:

Počet použitých logických členov: 11 (4xNOT, 1xAND, 6xOR)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 24 (4x1 do NOTov, 4 do OR, 4x2 do OR, 3 do OR, 5 do AND)

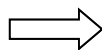
5) Zostavíme mapové zápisy funkcií, ktoré zodpovedajú výrazom Y a Z:

		<u>D</u>		<u>C</u>
A	B	1	0	1
	B	0	1	0
	B	0	1	0
	B	0	1	0

Y

		<u>D</u>		<u>C</u>
A	B	1	0	1
	B	1	1	1
	B	1	1	1
	B	1	0	1

Z



		<u>D</u>		<u>C</u>
B		1	0	1
		1	1	1

Z

### Zhodnotenie:

Zo zadaných logických členov sme si nakreslili schému podľa zadania, ďalej sme si odvodili boolovské funkcie zodpovedajúce výstupom Y a Z obvodu. Následnou úpravou týchto funkcií na MDNF formu a vytvorením Karnaughových máp pre výstupy, do ktorých sme postupne dosadzovali podľa kombinácií výslednú hodnotu sme zistili, že funkcie pre DNF sa viac nedajú zjednodušiť a výsledné hodnoty sme overili s nakresleným obvodom pre DNF v logisime.

DNF funkciu pre výstup Y sme postupnými krokmi upravili na MKNF, funkciu pre Z sme nemuseli lebo už na pohľad bolo jasné, že bude rovnaká aj pre KNF. Z výsledných KNF funkcií sme si spravili Karnaughové mapy, dosadili výstupnú hodnotu pre každú kombináciu a výsledok overili znova v logisime. Pri porovnaní DNF s KNF sa nám oplatí realizovať funkciu Y cez DNF, kde je obvod menší o 1 logický člen a 1 vstup. Pri funkcii Z na tom nezáleží pretože tu je DNF a KNF rovnaké.

