

Laboverslag Signaalverwerking

Opgave1: Analyse van een actieve filtertrap

Van Dessel Stijn

May 16, 2018

1 Specificaties

Type filter	Band Pass (Akerberg-Mossberg)-invertig (Schema 21)
Amplituderesponsie	$ H _{max} = 6\text{dB}$ $ H(10\text{KHz}) = -26\text{dB}$
Kwaliteitsfactor polen	$Q_p = 4$

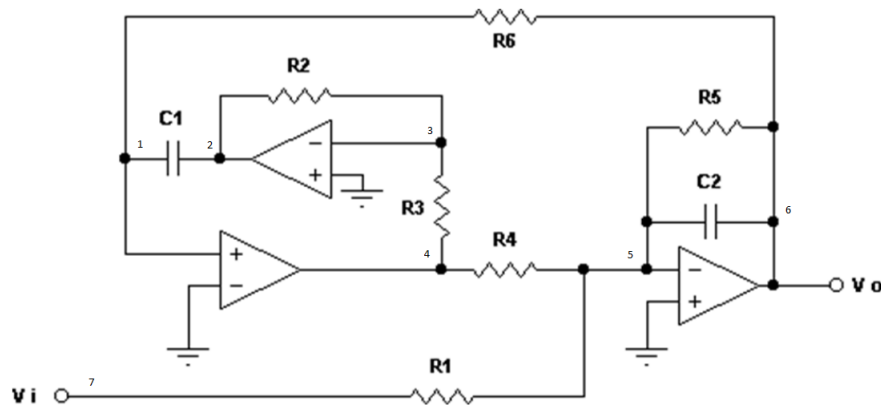


Figure 1: Band Pass (Akerberg-Mossberg)-invertig

2 Analyse

Bepalen HF en DC weergave

DC

Bij DC vormen de condensatoren een open verbinding. Dit resulteert in volgend principeschema. Doordat C1 voor een open verbinding zorgt, zal deze feedback loop wegvallen en zal er uiteindelijk een verzwakking optreden.

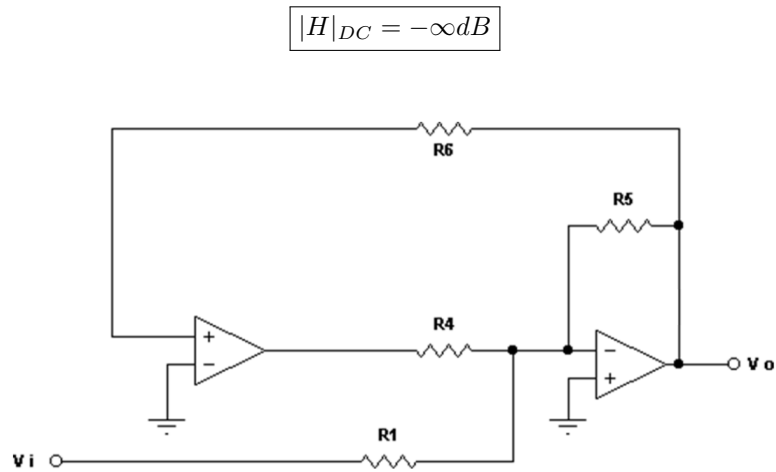


Figure 2: Principeschema DC-weergave $H(0)$

HF

Bij HF zullen de condensatoren een doorverbinding of kortsluiting vormen. Dit resulteert in onderstaand principeschema. De condensator C2 zorgt hier bij de terugkoppeling voor een zeer kleine weerstand. Hierdoor kunnen we stellen dat de uiteindelijke versterking bij HF kleiner dan 1 zal zijn. Hierdoor zal er dan ook een grote verzwakking optreden bij HF.

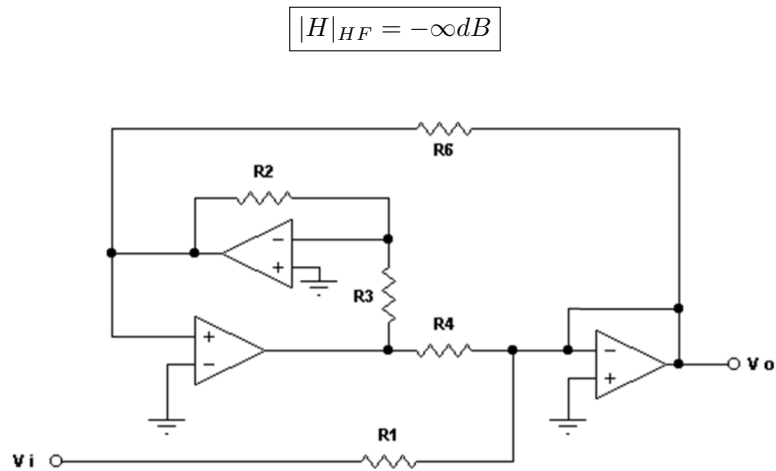


Figure 3: Principeschema DC-weergave $H(0)$

Berekenen transferfunctie

De correcte transferfunctie wordt niet bekomen.

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i}$$

Stroom door $C_1 = R_6$ en stroom door $R_3 = R_2$

Stroom knooppunt 1

$$0 = \frac{V_2 - 0}{R_3} + \frac{V_3 - 0}{R_2} = \frac{V_2}{R_3} + \frac{V_3}{R_2}$$

Stroom knooppunt 2

$$0 = \frac{V_3 - 0}{\frac{1}{sC_1}} + \frac{V_1 - 0}{R_6} = sC_1 V_3 + \frac{V_1}{R_6}$$

Stroom knooppunt 3

$$0 = \frac{V_1}{R_5} + \frac{V_1}{\frac{1}{sC_2}} + \frac{V_2}{R_4} + \frac{V_i}{R_1} = \frac{V_1}{R_5} + sC_2 V_1 + \frac{V_2}{R_4} + \frac{V_i}{R_1}$$

Vergelijken transfer functie met de algemene transferfunctie

Algemene transferfunctie

$$H(\omega) = K \frac{\left(\frac{s}{\omega_{nz}}\right)^2 + \frac{1}{Q_z}\left(\frac{s}{\omega_{nz}}\right) + 1}{\left(\frac{s}{\omega_{np}}\right)^2 + \frac{1}{Q_p}\left(\frac{s}{\omega_{np}}\right) + 1}$$

Transferfunctie

$$H(\omega) = -\frac{R_5}{R_1} \frac{sC_1 R_2 R_4 R_6 / R_3 R_5}{s^2 C_1 C_2 R_2 R_4 R_6 / R_3 + sC_1 R_2 R_4 R_6 / R_3 R_5 + 1}$$

Karakteriseren

$$K = -\frac{R_5}{R_1}$$

$$\left(\frac{1}{\omega_{np}}\right)^2 = \left(\frac{1}{\omega_{nz}}\right)^2 = \frac{C_1 C_2 R_2 R_4 R_6}{R_3}$$

$$\frac{1}{\omega_{np}Q_p} = \frac{1}{\omega_{nz}Q_z} = \frac{C_1R_2R_4R_6}{R_3R_5}$$

Pole-zero plot

Na analyse van de transfer functie kunnen we besluiten dat de filter beschikt over:

- 1 Zero
- 2 Polen

Ligging zero's bepalen

$$\frac{s}{\omega_{nz}Q_z} = \frac{s}{4 \times 2\pi \times 1000} = \frac{s}{4000\pi} = 0$$

$$s = 0 = \text{transmissienulpunt(oorsprong)}$$

Ligging polen bepalen

$$\left(\frac{s}{\omega_{np}}\right)^2 + \left(\frac{s}{Q_p\omega_{np}}\right) + 1 = 0$$

$$\frac{s^2}{(1000 \times 2\pi)^2} + \frac{s}{4 \times 1000 \times 2\pi} + 1 = 0$$

$$\frac{s^2}{(2000\pi)^2} + \frac{s}{8000\pi} + 1 = 0$$

$$s = 250(-1 \pm 3i\sqrt{7})\pi = 2 \text{ Complexe polen}$$

$$s = 785 \pm 6234i$$

$$s = 6283 \angle \pm 97^\circ$$

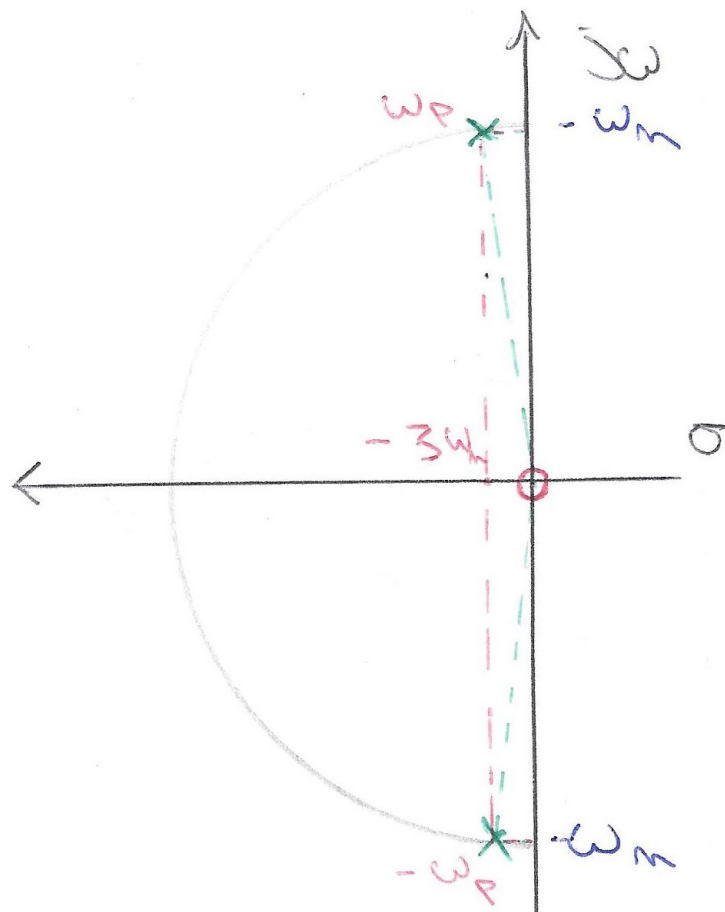


Figure 4: Schets pole-zero map

Bodediagram

Als we het verband tussen het bodediagram en de pole-zero bekijken zien we de eigenschappen terug keren. Zo zien we dat de pole-zero map een 1 transmissie nulpunt heeft. Dit zal her voor zorgen da het bode diagram begint te stijgen vanaf DC met een helling van "+1". Als we hoger in frequentie kijken zien we 2 polen. Deze 2 samen zullen zorgen voor een helling van "-2", wat resulteert in een helling vanaf dit punt van "-1" of -20dB/dec.

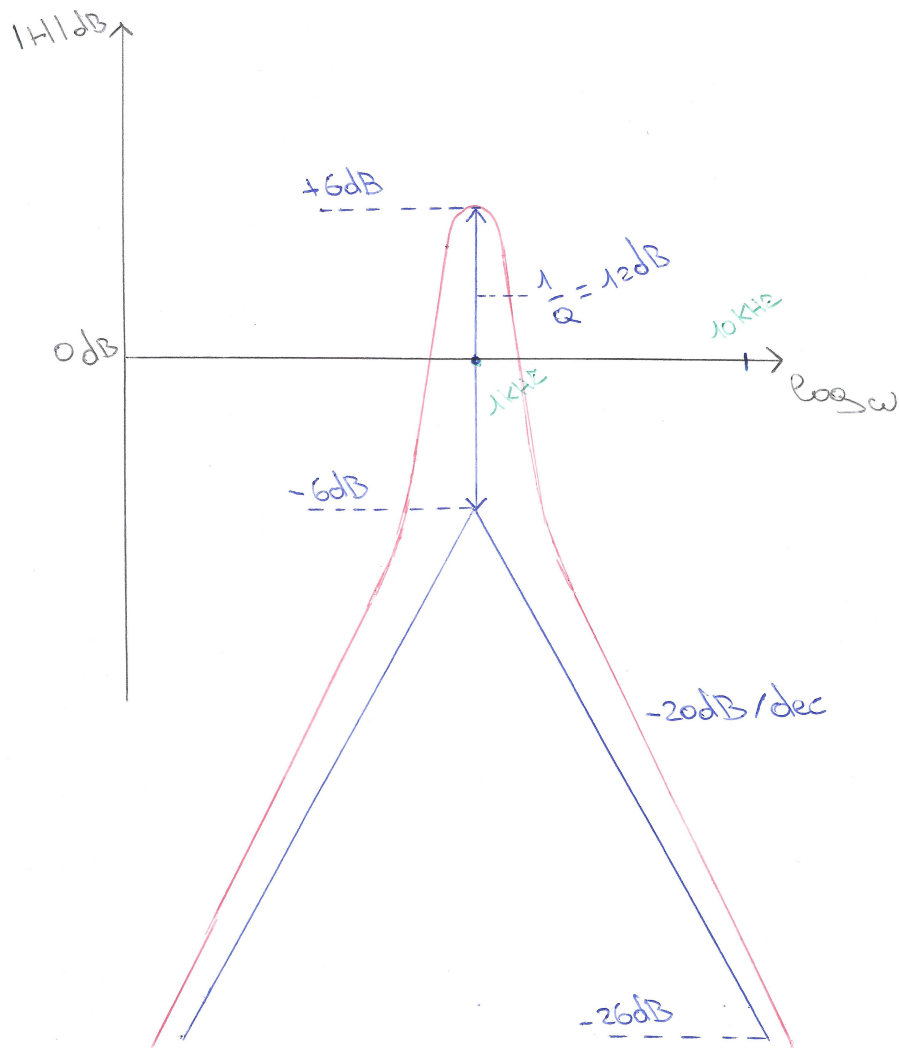


Figure 5: Schets bode diagram

Stapresponsie

Als we de stapresponsie analyseren zien we dat deze zal starten op 0V. Dit doordat $|H|_{HF} = -\infty$ dB. Ook zal de stap uittrillen op 0V doordat $|H|_{DC} = -\infty$ dB. De gedempte sinus start naar beneden door het minteken voor de transferfunctie. De frequentie van het uittrillen zal gelijk zijn aan:

$$f_p = \frac{\omega_p}{2\pi}$$

Des te dichter dat een nulpunt tegen de $j\omega$ as liggen des de groter de damping van het systeem zal zijn. ω_p bepaald dan weer de frequentie van de uitslingering. De nulpunten in deze filter liggen dicht tegen de $j\omega$ as en zullen dus een grote damping hebben.

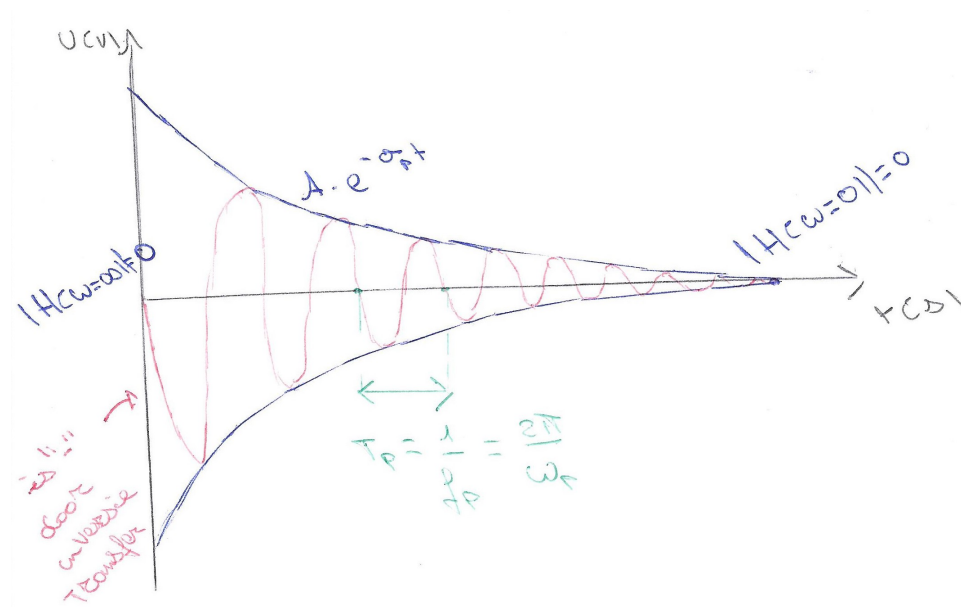


Figure 6: Schets stapresponsie

3 Synthese

Opstellen Ontwerpvergelijkingen

Bij het opstellen van de ontwerpvergelijkingen worden enkel componentwaarden aan elkaar gelijk gesteld om zo het aantal vrijheidsgraden te beperken. Volgende veronderstellingen worden genomen:

$$C_1 = 1$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_6 = R$$

$$R_5 = ?$$

$$C_2 = ?$$

Algemene transferfunctie

$$H(\omega) = K \frac{\left(\frac{s}{\omega_{nz}}\right)^2 + \frac{1}{Q_z} \left(\frac{s}{\omega_{nz}}\right) + 1}{\left(\frac{s}{\omega_{np}}\right)^2 + \frac{1}{Q_p} \left(\frac{s}{\omega_{np}}\right) + 1}$$

Transferfunctie

$$H(\omega) = -\frac{R_5}{R_1} \frac{s C_1 R_2 R_4 R_6 / R_3 R_5}{s^2 C_1 C_2 R_2 R_4 R_6 / R_3 + s C_1 R_2 R_4 R_6 / R_3 R_5 + 1}$$

1ste Ontwerpvergelijking

$$\left(\frac{1}{\omega_{np}}\right)^2 = \frac{C_1 C_2 R_2 R_4 R_6}{R_3}$$

$$\left(\frac{1}{\omega_{np}}\right)^2 = \frac{C_1 C_2 R_2 R_4 R_6}{R_3}$$

$$\left(\frac{1}{\omega_{np}}\right)^2 = \frac{C_2 R^3}{R}$$

$$\left(\frac{1}{\omega_{np}}\right)^2 = C_2 R^2$$

$$\boxed{\omega_{np} = \sqrt{\frac{1}{C_2 R^2}}} \quad (1)$$

$$\boxed{R = \sqrt{\frac{1}{\omega_{np}^2 C_2}}} \quad (2)$$

$$\boxed{C_2 = \frac{1}{\omega_{np}^2 R^2}} \quad (3)$$

2de Ontwerpvergelijking

$$\frac{1}{\omega_{np} Q_p} = \frac{C_1 R_2 R_4 R_6}{R_3 R_5}$$

$$\frac{1}{\omega_{np} Q_p} = \frac{R^3}{R_5 R}$$

$$\frac{1}{\omega_{np} Q_p} = \frac{R^2}{R_5}$$

$$\boxed{Q_p = \frac{R_5}{R^2 \omega_{np}}} \quad (4)$$

3de Ontwerpvergelijking

$$K = \frac{R_5}{R}$$

$$\boxed{R_5 = K R} \quad (5)$$

4de Ontwerpvergelijking (5 in 4)

$$Q_p = \frac{R_5}{\omega_{np} R^2}$$

$$R^2 = \frac{R_5}{\omega_{np} Q_p}$$

$$R^2 = \frac{K R}{\omega_{np} Q_p}$$

$$\boxed{R = \frac{K}{\omega_{np} Q_p}} \quad (6)$$

5de Ontwerpvergelijking (6 in 3)

$$C_2 = \frac{1}{\omega_{np}^2 R^2}$$

$$C_2 = \frac{1}{\omega_{np}^2 \left(\frac{K}{\omega_{np} Q_p}\right)^2}$$

$$C_2 = \frac{1}{\omega_{np}^2 \frac{K^2}{\omega_{np}^2 Q_p^2}}$$

$$C_2 = \frac{1}{\frac{K^2}{Q_p^2}}$$

$$C_2 = \frac{Q_p^2}{K^2}$$

$$\boxed{C_2 = \left(\frac{Q_p}{K}\right)^2} \quad (7)$$

Berekenen componentwaarden

Met de bekomen ontwerpvergelijkingen uit vorige paragraaf kunnen nu de componentwaarden berekend worden. De berekende waarden zijn theoretische waarden die geschaald zullen worden naar realistische waarden. Zoals aangegeven maken we gebruik van volgende stellingen:

$$C_1 = 1$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_6 = R$$

$$R_5 = ?$$

Berekeningen componentwaarden

$$C_2 = \left(\frac{Q_p}{K}\right)^2 = \left(\frac{4}{2}\right)^2 = 2^2 = 4$$

$$R = \sqrt{\frac{1}{\omega_{np}^2 C_2}} = \sqrt{\frac{1}{(2\pi \times 1000)^2 \times 4}} = 7.9577 \times 10^{-5}$$

$$R_5 = K R = 2 \times 7.9577 \times 10^{-5} = 1.5915 \times 10^{-4}$$

Impedatieschaling

Er wordt een impedantieschaling toegepast van factor 10^8 . Dit levert realistische componentwaarden op met weerstanden in de orde grootte van enkele kilo-ohm en condensatoren waarde van enkele tientallen nanofarad.

$$\boxed{ISF = 10^8}$$

$$C1 = C1/ISF = 1 \times 10^{-8} = 10nF$$

$$C2 = C2/ISF = 4 \times 10^{-8} = 40nF$$

$$R = R * ISF = 7.9577 \times 10^3 = 7.9577K\Omega$$

$$R5 = R5 * ISF = 1.5915 \times 10^4 = 15.915K\Omega$$

Simulatie op basis van transferfunctie(MATHLAB)

Analyse specificaties

$$\omega_{np} = \omega_{nz} = 2\pi f_n = 2\pi \times 1000 = 6283.2 \text{ rad/s}$$

$$Q_z = Q_p = 4$$

$$\zeta_z = \zeta_p = \frac{1}{2Q_p} = \frac{1}{8} = 0.125$$

$$K = 10^{\left(\frac{|H|_{max}}{20}\right)} = 10^{\left(\frac{6}{20}\right)} = 2$$

Transferfunctie H(s)

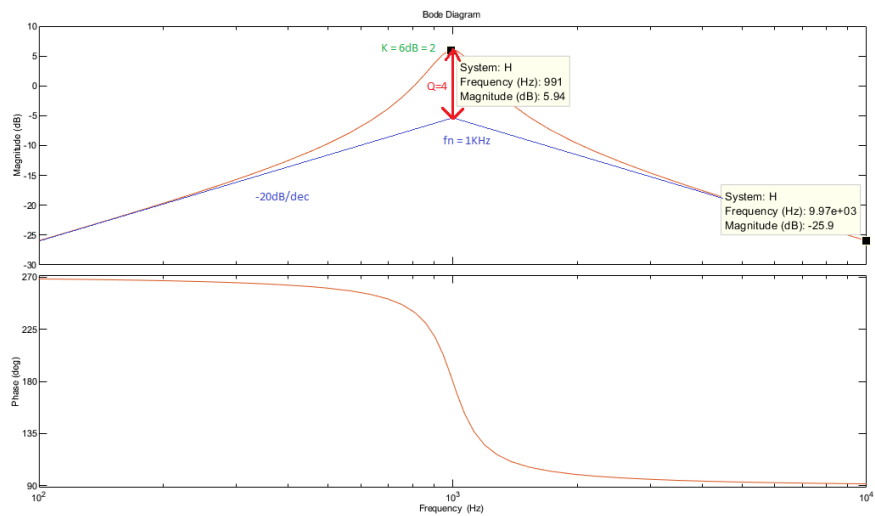


Figure 7: Transferfunctie H(s) en Frequentiearakteristiek

Pole-Zero plot

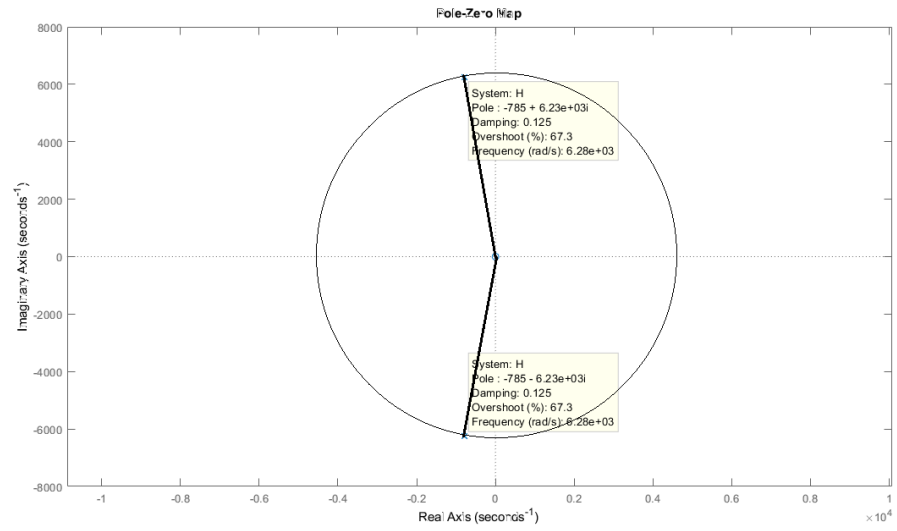


Figure 8: Pole-Zero plot

Stapresponsie

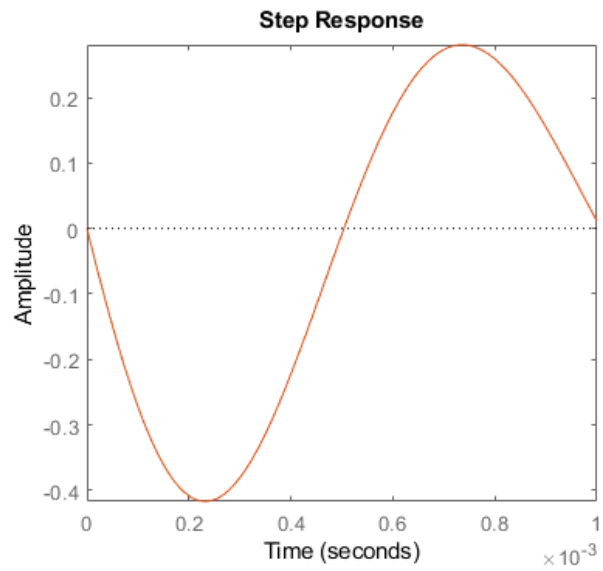


Figure 9: Stapresponsie 1s

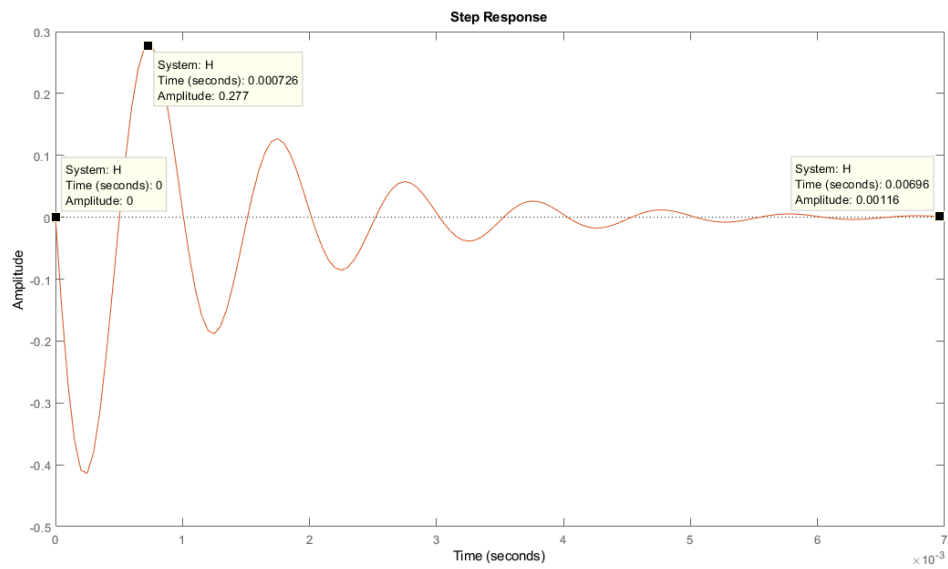


Figure 10: Stapresponsie 7s

4 Simulatie op basis van de netlijst (SPICE)

Ideaal Opampmodel

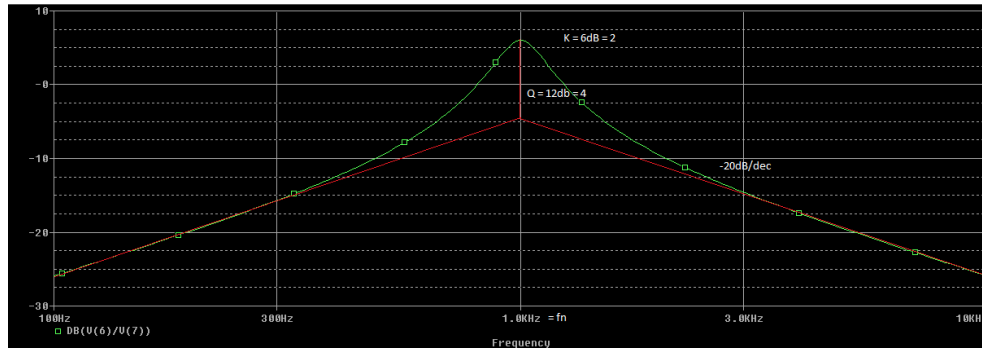


Figure 11: Bode diagram ideal opamp model

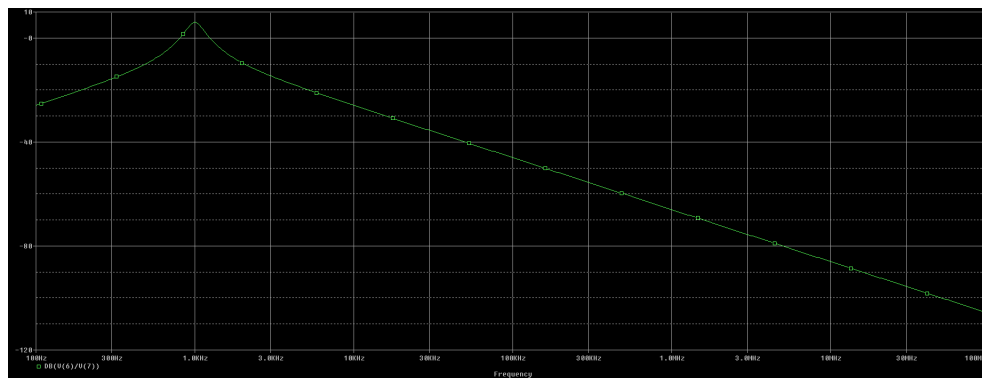


Figure 12: Bode diagram ideal opamp model HF

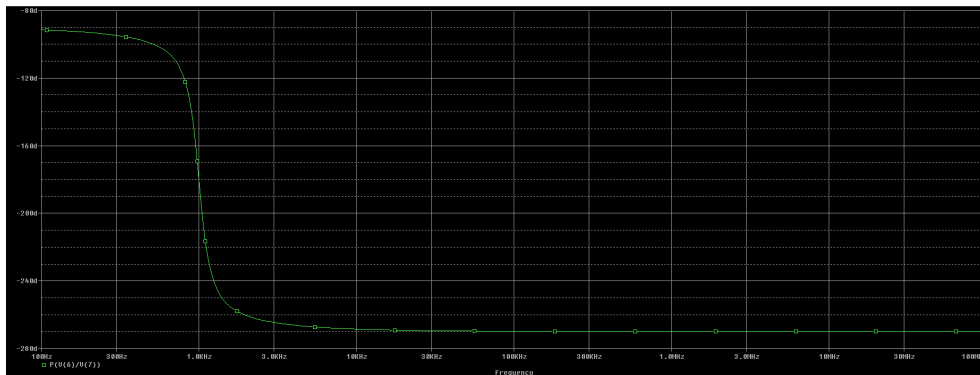


Figure 13: Fase diagram ideal opamp model HF

VCVS

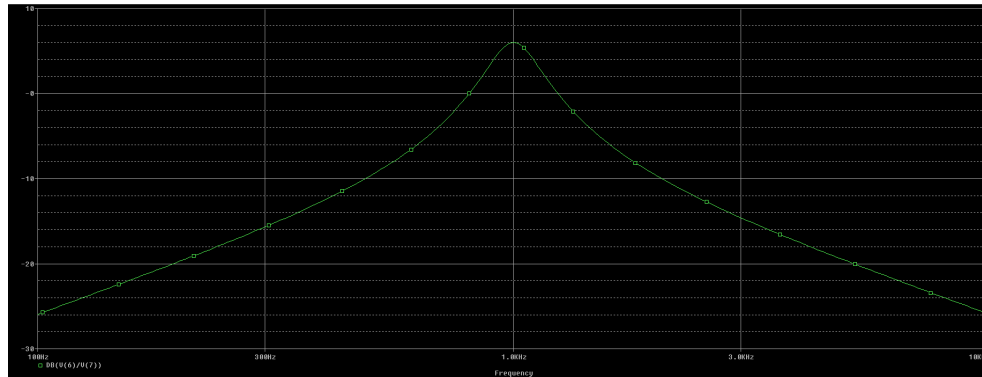


Figure 14: Bode diagram vcvs opamp model

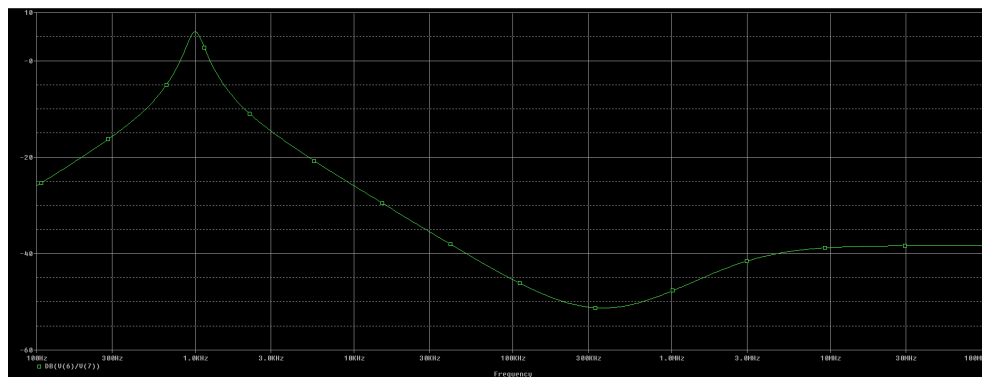


Figure 15: Bode diagram vcvs opamp model HF

Wanneer we het bodediagram verder in het frequentiedomein bekijken zien we dat de niet ideale opamp modellen vanaf een frequentie van 300KHz niet meer het verwachte filterpatroon vormen. Dit doordat we buiten het werkingsgebied van de opamp komen en er spanningsverliezen en faseverschuivingen optreden.

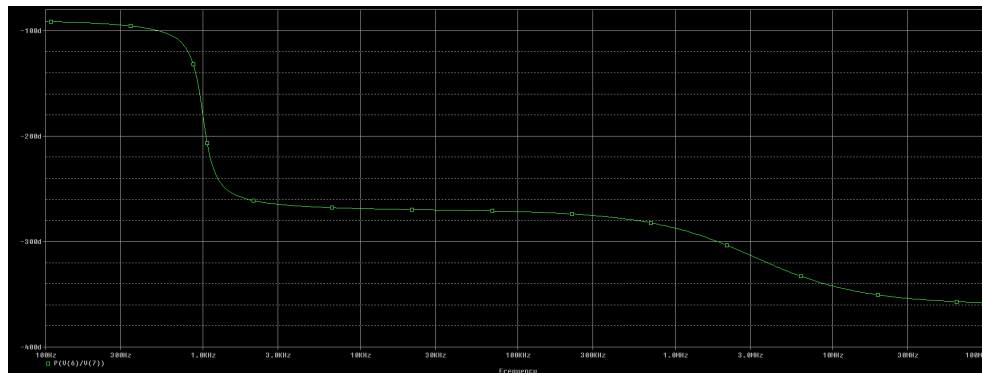


Figure 16: Fase diagram vcvs opamp model HF

TL084

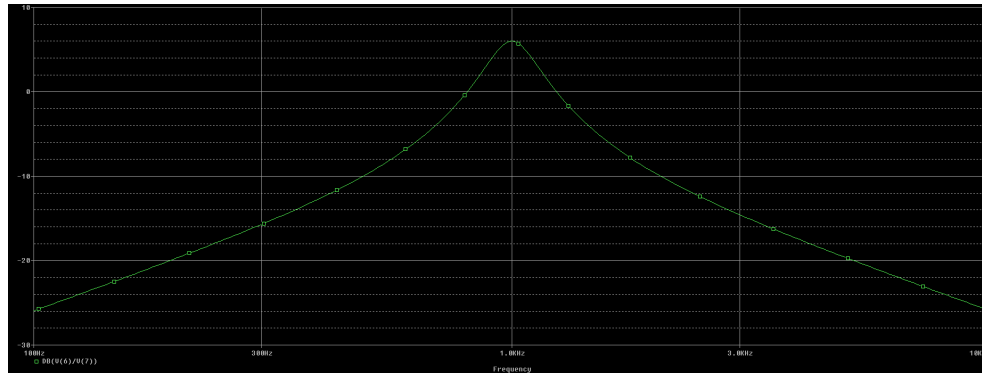


Figure 17: Bode diagram TL084 opamp model

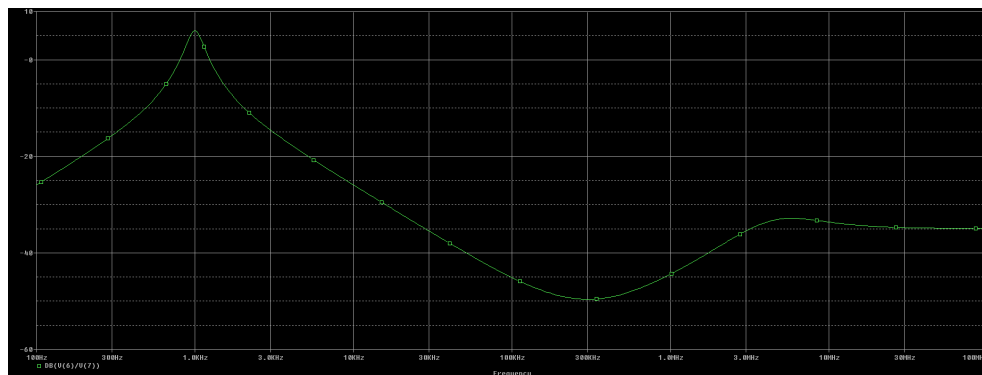


Figure 18: Bode diagram TL084 opamp model HF

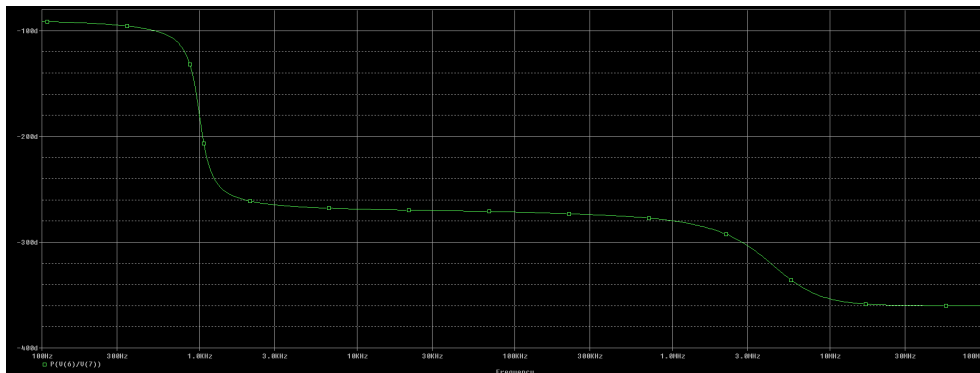


Figure 19: Fase diagram TL084 opamp model HF

Monte Carlo Anlayse

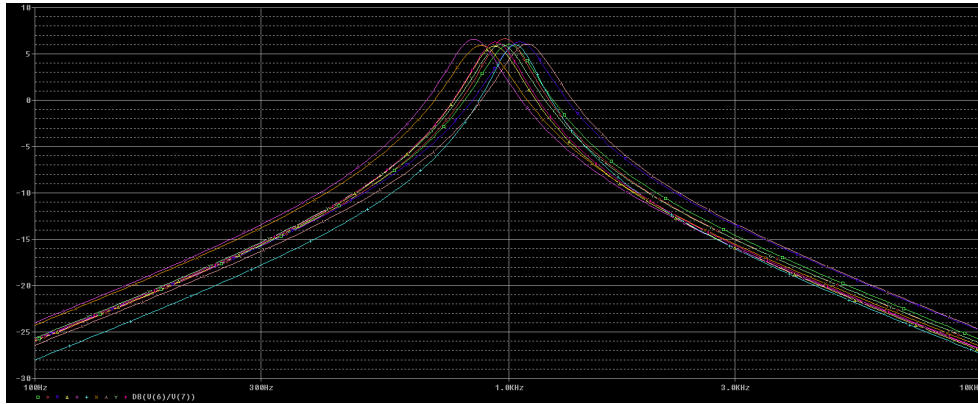


Figure 20: Monte Carlo Analyse R=5% C=20%

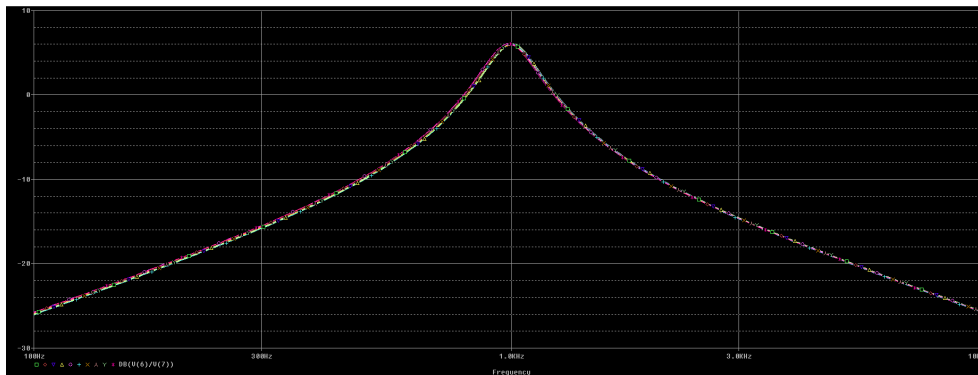


Figure 21: Monte Carlo Analyse R=1% C=1%

Ingangsimpedantie

Op onderstaande figuur zien we de ingangsimpedantie van het circuit. We merken op dat deze vrij constant is met een lichte variatie rond $7.96\text{K}\Omega$. Enkel rond de natuurlijke pulsatie zien we de ingangsimpedantie licht variëren, maar deze schommelingen zijn vrij klein. We kunnen dus zeggen dat de ingangsimpedantie over de volledige lijn resistief is. Het licht naar beneden gaan wijst op een capacitief karakter, het licht naar boven gaan op een inductief karakter. Echter zijn deze schommelingen te verwaarlozen.

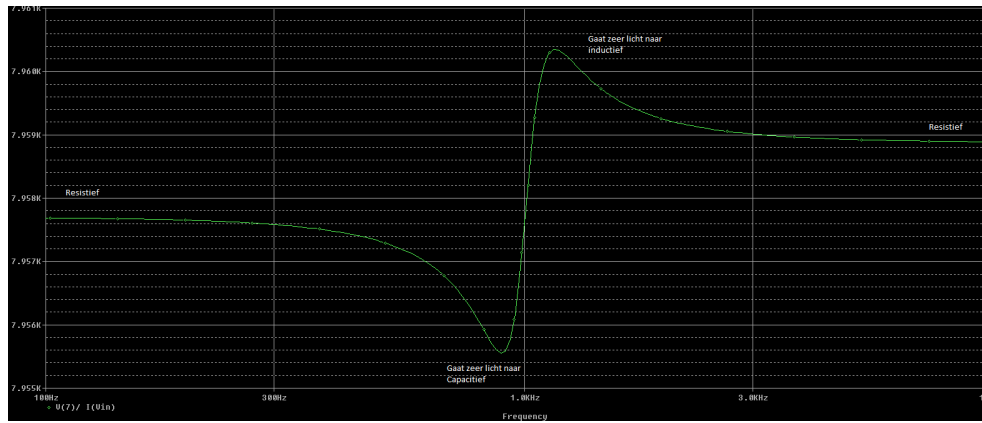


Figure 22: Ingangsimpedantie

Stapresponsie

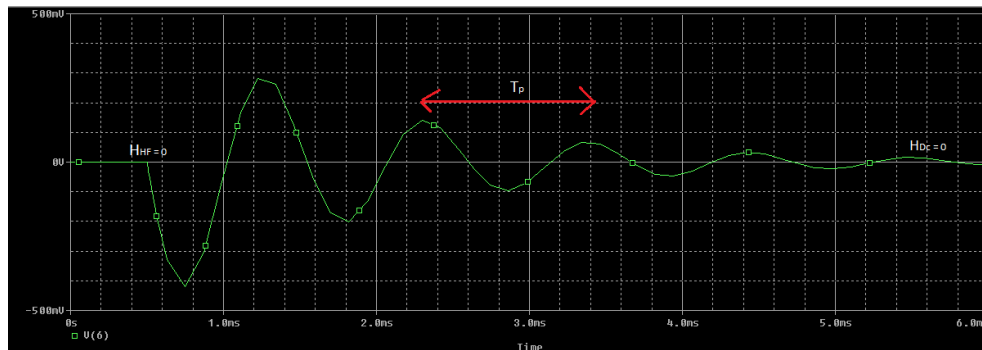


Figure 23: Stapresponsie