

## 5. Скалярно произведение с координатами

(Вспомогательно: Если  $\vec{a}(a_1, a_2, a_3)$  и  $\vec{b}(b_1, b_2, b_3)$ , то  $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 = \sum_{i=1}^3 a_i b_i$

[1] Да се намери:  $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$ ,  $|\vec{a}|$ ,  $|\vec{b}|$ ,  $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = ?$ , ако:

а)  $\vec{a}(1, 0, 3)$  и  $\vec{b}(-4, 15, 1)$

д)  $\vec{a}(2, 1, 5)$  и  $\vec{b}(7, -9, -1)$

б)  $\vec{a}(-3, 5)$  и  $\vec{b}(-7, -2)$

а)  $|\vec{a}| = \sqrt{1^2 + 0^2 + 3^2} = \sqrt{10}$

$|\vec{b}| = \sqrt{(-4)^2 + 15^2 + 1^2} = 11\sqrt{2}$

$\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = 1 \cdot (-4) + 0 \cdot 15 + 3 \cdot 1 = -1$

$\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{-1}{\sqrt{10} \cdot 11\sqrt{2}} = \frac{-1}{22\sqrt{5}} = \frac{-\sqrt{5}}{110} \Rightarrow \arccos\left(\frac{-\sqrt{5}}{110}\right)$

д)  $|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 1^2 + 5^2} = \sqrt{30}$

$|\vec{b}| = \sqrt{7^2 + (-9)^2 + (-1)^2} = \sqrt{131}$

$\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = 2 \cdot 7 + 1 \cdot (-9) + 5 \cdot (-1) = 0$

$\rightarrow \cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = 0 \Rightarrow \angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$

б)  $|\vec{a}| = \sqrt{(-3)^2 + 5^2} = \sqrt{34}$

$|\vec{b}| = \sqrt{(-7)^2 + (-2)^2} = \sqrt{53}$

$\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = -3 \cdot (-7) + 5 \cdot (-2) = 21 - 10 = 11$

$\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{11}{\sqrt{34} \sqrt{53}} \rightarrow \arccos\left(\frac{11\sqrt{34}\sqrt{53}}{34 \cdot 53}\right)$

[2] Да се намери дължината на  $\overline{AB}$ , ако:

а)  $A(5, 2, 7)$  и  $B(0, 1, 6)$

д)  $A(-1, 3)$  и  $B(-5, -9)$

а)  $\overrightarrow{AB}(-5, -1, -1) \parallel B - A$

$\rightarrow AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-5)^2 + (-1)^2 + (-1)^2} = 3\sqrt{3}$

д)  $\overrightarrow{AB}(-4, -12)$

$\Rightarrow AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-4)^2 + (-12)^2} = 4\sqrt{10}$