

**Билет 8: Теорема о преобразовании периодических  
последовательностей ограниченно-детерминированными  
функциями**

Пусть  $A = \{\alpha(1), \dots, \alpha(k)\}, B = \{b(1), \dots, b(k)\}$  – конечные алфавиты.

**Определение.** Функция  $f : A^* \rightarrow B^*$  называется *детерминированной* (д.функцией), если выполняются следующие условия:

- а) если  $\alpha \in A^*$  и длина слова  $\alpha$  равна  $l$ , то длина слова  $f(\alpha)$  также равна  $l$ ;
- б) если  $\alpha_1 = \alpha(1)\dots\alpha(k), \alpha_2 = \alpha'(1)\dots\alpha'(k): \alpha(i) = \alpha'(i), i = \overline{1, s}, s \in [1, k]$ , а  $f(\alpha_1) = b(1)\dots b(k), f(\alpha_2) = b'(1)\dots b'(k) \Rightarrow b(i) = b'(i), i = \overline{1, s}$ .

**Определение.** Функции  $f'$  называются *остаточными функциями* д.функции  $f$ , если для различных слов  $\alpha \in A^*$  удовлетворяют тождеству:

$$f(\alpha\gamma) = f(\alpha)f'(\gamma),$$

где  $\alpha$  – фиксированное слово из  $A^*$ ,  $\gamma$  – произвольное слово из  $A^*$ .

**Определение.** Функция  $f : A^* \rightarrow B^*$  называется *ограниченно-детерминированной* (о.-д.функция), если имеет ограниченное количество остаточных функций.

$A^\infty$  – множество сверхслов.

**Определение.**  $\alpha = (\alpha(1), \alpha(2), \dots) \in A^\infty$  – периодическое с длиной периода  $\tau$  и с длиной предпериода  $\tau'$  ( $\tau, \tau' \in \mathbb{N}$ ), если  $\forall i : i > \tau' \Rightarrow \alpha(i) = \alpha(\tau + i)$ .

**Теорема.** О.-д.функции  $f$  веса  $n$  ( $n$  – количество не эквивалентных остаточных функций) преобразуют периодические сверхслова  $\alpha_1, \dots, \alpha_k$  с длинами периодов  $\tau_1, \dots, \tau_k$  в периодическое сверхслово с длиной периода  $\theta \cdot \text{НОК}(\tau_1, \dots, \tau_k)$ , где  $\theta \in [1, n], \theta \in \mathbb{N}$ .

**Доказательство.** Через  $\text{НОК}(\tau_1, \dots, \tau_k)$  повторится входной набор. Так как состояний всего  $n$ , то через  $\theta \cdot \text{НОК}(\tau_1, \dots, \tau_k)$ , где  $\theta \in [1, n]$  повторится и состояние ( $\theta$  – индекс состояния с которого начались повторы).