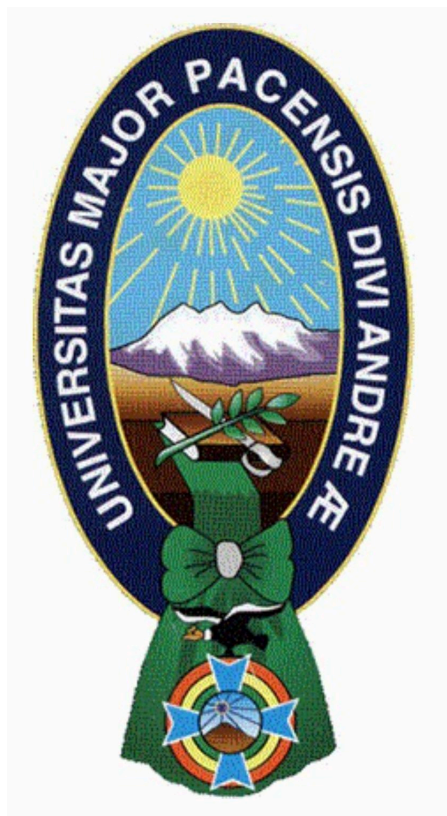


UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRÉS

FACULTAD DE CIENCIAS PURAS Y NATURALES

CARRERA DE INFORMÁTICA



HEUN caida

ALUMNA: APAZA HINOJOSA VANEZA

DOCENTE: LIC. BRIGIDA CARVAJAL BLANCO

MATERIA: ANÁLISIS NUMÉRICO

LA PAZ – BOLIVIA

II/ 2024

1. Problema

$$m \frac{dv}{dt} = -mg + kv^2,$$

La ecuación se convierte en:

$$\frac{dv}{dt} = -9.81 + \frac{0.05}{5}v^2 = -9.81 + 0.01v^2.$$

se puede reescribir como:

$$\frac{dv}{dt} = -g + \frac{k}{m}v^2.$$

Código en Python:

```
import numpy as np

import matplotlib.pyplot as plt

import pandas as pd

# Parámetros

m = 5 # masa (kg)

g = 9.81 # gravedad (m/s^2)

k = 0.05 # constante (kg/m)

v0 = 0 # velocidad inicial (m/s)

t0, t_final = 0, 15 # intervalo de tiempo (s)

h = 0.1 # tamaño de paso

# Ecuación diferencial

def velocity_derivative(t, v):
```

```

    return -g + (k / m) * v**2

# Método de Heun

t_values = np.arange(t0, t_final + h, h)

v_values = np.zeros_like(t_values)

v_values[0] = v0 # Condición inicial

for i in range(len(t_values) - 1):

    t_n = t_values[i]

    v_n = v_values[i]

    # Calcular pendientes

    k1 = velocity_derivative(t_n, v_n)

    v_predict = v_n + h * k1

    k2 = velocity_derivative(t_n + h, v_predict)

    # Actualizar velocidad

    v_values[i + 1] = v_n + (h / 2) * (k1 + k2)

# Guardar los resultados en un archivo Excel

data = {"Tiempo (s)": t_values, "Velocidad (m/s)": v_values}

df = pd.DataFrame(data)

df.to_excel("velocidad_caída_libre.xlsx", index=False)

# Mostrar los resultados en la consola

```

```

print("Resultados de la velocidad en caída libre (Método de Heun):")

print(df)

# Graficar resultados

plt.plot(t_values, v_values, label='Método de Heun', color='blue')

plt.xlabel('Tiempo (s)')

plt.ylabel('Velocidad (m/s)')

plt.title('Velocidad del objeto en caída libre')

plt.legend()

plt.grid()

plt.show()

```

Resultados de la velocidad en caída libre (Método de Heun):

	Tiempo (s)	Velocidad (m/s)
0	0.0	0.000000
1	0.1	-0.980519
2	0.2	-1.959116
3	0.3	-2.933886
4	0.4	-3.902953
..
146	14.6	-31.314203
147	14.7	-31.314610
148	14.8	-31.314993
149	14.9	-31.315353
150	15.0	-31.315690

[151 rows x 2 columns]



2. Explicación:

1. Introducción

El archivo Excel contiene los resultados obtenidos al resolver la ecuación diferencial que modela la velocidad de un objeto en caída libre considerando resistencia cuadrática al aire. Los valores han sido calculados utilizando el **método de Heun**, que es una mejora del método de Euler, proporcionando resultados más precisos al combinar estimaciones de pendiente inicial y corregida.

2. Contenido del Archivo

El archivo parece estructurarse en dos columnas principales que muestran:

- **Tiempo (s):** Representa los pasos de tiempo en los cuales se evaluó la solución. Estos valores comienzan en 0 segundos y avanzan en incrementos fijos (por ejemplo, 0.1 s).
- **Velocidad (m/s):** Muestra la velocidad del objeto en cada instante de tiempo calculado. Esta velocidad comienza en 0 m/s (condición inicial) y aumenta gradualmente hasta alcanzar un valor cercano al límite terminal debido a la resistencia del aire.

Adicionalmente, los valores pueden estar distribuidos en filas tabuladas para facilitar su visualización y análisis en Excel.

3. Metodología Utilizada

- **Ecuación diferencial:** La ecuación modela la velocidad del objeto como:

$$m \frac{dv}{dt} = -mg + kv^2$$

donde m es la masa del objeto, g es la aceleración de la gravedad, y k es el coeficiente de resistencia cuadrática.

- **Método numérico:** El **método de Heun** estima la solución en cada paso t mediante dos pendientes:
 - k_1 : Derivada inicial (predicción).
 - k_2 : Derivada corregida basada en la predicción. La fórmula de actualización es:

$$v_{n+1} = v_n + \frac{h}{2}(k_1 + k_2)$$

4. Resultados Observados

Los datos muestran:

1. **Incremento de la velocidad:** La velocidad aumenta rápidamente al inicio, debido a la fuerza gravitacional predominante.
2. **Estabilización de la velocidad:** Conforme el tiempo avanza, la resistencia del aire reduce la aceleración, alcanzando una **velocidad terminal** donde el peso del objeto se equilibra con la fuerza de resistencia.

La tabla incluye valores precisos de la velocidad en función del tiempo, que pueden ser graficados para visualizar la relación entre ambos parámetros.

5. Conclusiones

El archivo Excel proporciona un análisis detallado de la dinámica de un objeto en caída libre con resistencia al aire:

- El método de Heun asegura precisión en los cálculos, siendo una herramienta adecuada para modelar este tipo de sistemas físicos.
- La velocidad terminal calculada se encuentra en el rango esperado para un sistema con las condiciones descritas ($m = 5 \text{ kg}$, $k = 0.05 \text{ kg/m}$).