

Câu 1:

- Viết thủ tục tô màu $\text{Fill}(x,y,bc,c)$ bằng thuật toán tô tràn, với x,y là tọa độ thuộc miền tô màu. bc là màu viền còn c là màu vùng cần tô.
- Nêu các hạn chế của thuật toán trên và cách giải quyết.

Câu 2:

- Trình bày các bước vẽ đường cong C_n, \dots (mấy cái đường cong là thì hết đó, mỗi đề mỗi phần)
- Viết chương trình nhập 2 số n, D, L sau đó vẽ đường cong đó

Câu 3:

- Nêu định nghĩa phép affine 2 chiều
- Chứng minh phép affine 2 chiều bảo toàn tỷ lệ chia đoạn thẳng (mỗi đề chứng minh 1 cái)

Thời gian 60 phút.

Đề không cho phép sử dụng tài liệu

Giáo viên coi thi không giải thích gì thêm.

Bài giải

Câu 1:

a.)

```
void TFloodfill(int x,int y,int bc,int c){
    if (getpixel(x,y)!=bc){
        putpixel(x,y,c);
        TFloodfill(x-1,y,bc,c);
        TFloodfill(x+1,y,bc,c);
        TFloodfill(x,y-1,bc,c);
        TFloodfill(x,y+1,bc,c);
    }
}
```

b)

Hạn chế:

- + Gọi đệ quy nhiều lần gây tràn stack
- + 1 điểm bị gọi lặp nhiều lần bởi các điểm kề nó \rightarrow tô bị chậm

Cách giải quyết:

- + Hạn chế số lần gọi đệ quy (tô 3 điểm kề)
- + Không gọi đệ quy mà tô theo từng dòng

Câu 2:

a)

Các bước vẽ đường cong: (trúng đề nào thì viết phần đó

- + Koch: k_n độ dài l hướng d
 - Vẽ K_{n-1} độ dài $l/3$
 - Quay trái 60°
 - Vẽ K_{n-1} độ dài $l/3$
 - Quay phải 120°
 - Vẽ K_{n-1} độ dài $l/3$
 - Quay trái 60°
 - Vẽ K_{n-1} độ dài $l/3$
- + C: C_n độ dài l hướng d
 - Quay trái 45°
 - Vẽ C_{n-1} độ dài $l*\sqrt{2}/2$
 - Quay phải 90°
 - Vẽ C_{n-1} độ dài $l*\sqrt{2}/2$
 - Quay trái 45° để trả hướng
- + Ròng: C_n độ dài l hướng d và dấu s (-1 hoặc 1)
 - Quay trái $s*45^\circ$
 - Vẽ C_{n-1} độ dài $l*\sqrt{2}/2$
 - Quay phải $s*90^\circ$
 - Vẽ C_{n-1} độ dài $l*\sqrt{2}/2$

b) Chương trình: Trúng đề nào thì chép phần đó

```
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <graphics.h>
#include <math.h>
#define Rad 0.017452
#define vuong 0.7071
// Duong cong Koch
void K(int n,float l,float d){
    if(n>0){
        K(n-1,l/3,d);d+=60;
        K(n-1,l/3,d);d-=120;
        K(n-1,l/3,d);d+=60;
        K(n-1,l/3,d);
    }
    else
        linerel(int(l*cos(d*Rad)),int(l*sin(d*Rad)));
}
// Duong cong C
void C(int n,float l,float d){
    if(n>0){
        d+=45;
        C(n-1,l*vuong,d);
        d-=90;
        C(n-1,l*vuong,d);
    }
```

```
        d+=45;
    }
    else
        linerel(int(l*cos(d*Rad)),int(l*sin(d*Rad)));
}
// Duong cong Dragon
void CDragon(int n,float l,float d,int s){
    if(n>0){
        d+=45*s;
        CDragon(n-1,l*vuong,d,-1);
        d-=90*s;
        CDragon(n-1,l*vuong,d,1);
        d+=45;
    }
    else
        linerel(int(l*cos(d*Rad)),int(l*sin(d*Rad)));
}
// duong cong L
void L(int n,float l,float d){
    if(n>0){
        L(n-1,l/3,d);d+=90;
        L(n-1,l/3,d);d-=90;
        L(n-1,l/3,d);d-=90;
        L(n-1,l/3,d);d+=90;
        L(n-1,l/3,d);
    }
    else linerel(int(l*cos(d*Rad)),int(l*sin(d*Rad)));
}
}
void main(){
    int gd=0,gm=0;
    initgraph(&gd,&gm,"F:\\learn\\TC\\BGI");
    setcolor(LIGHTRED);
    // Koch
    outtextxy(10,0,"Cong Koch: ");
    moveto(100,0);
    K(4,200,0);
    setcolor(LIGHTBLUE);
    // C
    outtextxy(10,100,"Cong C: ");
    moveto(200,100);
    C(10,100,0);
    setcolor(LIGHTGREEN);
    // Dragon
    outtextxy(10,200,"Cong Dragon: ");
    moveto(400,200);
```

```
CDragon(10,100,0,1);
setcolor(LIGHTGRAY);
// Cong L
outtextxy(10,300,"Cong L ");
moveto(400,300);
L(4,200,0);
getch();
closegraph();
}
```

Câu 3:

a.

Đ/n:

Một phép biến đổi hai chiều sẽ biến đổi điểm P trong mặt phẳng thành điểm có tọa độ mới Q theo một quy luật nào đó. Về mặt bản chất, một phép biến đổi điểm là một ánh xạ T được định nghĩa :

$$T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$P(P_x, P_y) \rightarrow Q(Q_x, Q_y).$$

Có phương trình

$$\begin{cases} Q_x = aP_x + cP_y + Tr_x \\ Q_y = bP_x + dP_y + Tr_y \end{cases} \quad ad-bc \neq 0$$

b)

Tỉ lệ chia đoạn thẳng:

Phương trình tham số của đường thẳng đi qua 2 điểm A và B, với điểm C chia AB theo tỉ lệ t là:

$$P = (1-t)A + tB$$

Xét phép $T = (M, Tr): P \rightarrow Q$, ta có:

$T(C)$:

$$\begin{aligned} Q &= PM + Tr \\ &= C \cdot M + Tr \\ &= [(1-t)A + tB]M + Tr \\ &= (1-t)AM + tBM + Tr \\ &= (1-t)(AM + Tr) + t(BM + Tr) \end{aligned}$$

Nếu gọi A', B', C' lần lượt là ảnh của A, B, C qua phép biến đổi T, ta sẽ có $C' = (1-t)A' + tB'$

Vậy, điểm C' cũng chia A', B' theo tỉ lệ t hay phép affine bảo toàn tỉ lệ chia đoạn thẳng.

Tính thẳng hàng:

Phương trình tham số của đường thẳng đi qua 2 điểm A và B

$$P = (1-t)A + tB$$

Xét phép $T = (M, Tr): P \rightarrow Q$, ta có:

$$Q(t) = P(t) * M = [(1-t)A + tB] * M = (1-t)AM + tBM$$

Nếu gọi A' , B' lần lượt là ảnh của A , B qua phép biến đổi T , ta sẽ có

$$A' = AM, B' = BM.$$

$$\text{Lúc này } Q(t) = (1-t)A' + tB'.$$

Đây chính là dạng của phương trình tham số đoạn thẳng qua A' , B' .

Từ kết quả trên, để biến đổi một đoạn thẳng đi qua hai điểm A và B , ta chỉ cần áp dụng phép biến đổi cho hai điểm A , B rồi vẽ lại đoạn thẳng qua hai điểm mới.

Tính song song:

Pt đường thẳng qua A có vector chỉ phương $t\beta$

$$L1: P = A + t\beta$$

$$L2: P = B + t\beta$$

$T = (M, Tr): P \rightarrow Q$

$$T(L1): Q = P * M + Tr$$

$$Q = A * M + Tr + t\beta * M$$

$$Q = T(A) + t\beta * M. (1) \quad (\text{Vì } A * M + Tr \text{ là ảnh của } A \text{ qua phép biến đổi } T)$$

Từ đó suy ra:

$$T(L2):$$

$$Q = T(B) + t\beta * M. (2)$$

Từ (1)(2) suy ra $T(L1) // T(L2)$

Nên phép Affine bảo toàn tính song song