



HUST

ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI
HANOI UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

ONE LOVE. ONE FUTURE.



ĐẠI HỌC
BÁCH KHOA HÀ NỘI
HANOI UNIVERSITY
OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

THUẬT TOÁN ỨNG DỤNG

THUẬT TOÁN TRÊN ĐỒ THỊ
DFS và ứng dụng

ONE LOVE. ONE FUTURE.

- Đường đi dài nhất trên cây
- Tổng đường đi trên cây

ĐƯỜNG ĐI DÀI NHẤT TRÊN CÂY

- Cho cây $T = (V, E)$, mỗi cạnh (u, v) có trọng số $w(u, v)$. Hãy tìm đường đi có tổng trọng số lớn nhất trên T
- Ký hiệu $A[v]$ là tập các đỉnh kề với đỉnh v trên T
- Thuật toán dựa trên duyệt theo chiều sâu
 - Chọn 1 đỉnh s bất kỳ trên T
 - Thực hiện DFS(s) để tìm đỉnh x cách xa s nhất
 - Thực hiện DFS(x) để tìm đỉnh y cách xa x nhất
 - Đường đi từ x đến y tìm được sẽ là đường đi dài nhất trên T

ĐƯỜNG ĐI DÀI NHẤT TRÊN CÂY

```
Init(V, A) {  
    for v in V do d[v] = -1;  
}  
DFS(u) {  
    for x in A[u] do {  
        if d[x] < 0 then {  
            d[x] = d[u] + w(u,x);  
            DFS(x);  
        }  
    }  
}
```

```
LongestPathOnTree(V, A){  
    Init(V, A);  
    s = select a node in V;  
    DFS(s);  
    x = select u in V such that d[u] is maximal;  
    Init(V, A);  
    DFS(x);  
    y = select u in V such that d[u] is maximal;  
    P = unique path between x and y in T;  
    return P;  
}
```

ĐƯỜNG ĐI DÀI NHẤT TRÊN CÂY

- Độ phức tạp tính toán $O(|V| + |E|)$



TỔNG ĐƯỜNG ĐI TRÊN CÂY

- Cho cây $T = (V, E)$, mỗi cạnh (u, v) có trọng số $w(u, v)$. Tập đỉnh V gồm n đỉnh
- Ký hiệu:
 - $A[v]$ là tập các đỉnh kề với đỉnh v trên T
 - $c(u, v)$ là độ dài đường đi duy nhất giữa 2 đỉnh u và v trên T
 - $f(u)$: tổng độ dài đường đi từ các đỉnh khác đến u trên T : $f(u) = \sum_{v \in V} c(v, u)$
- Tìm $f(u)$ với mọi $u \in V$

TỔNG ĐƯỜNG ĐI TRÊN CÂY

- Chọn một đỉnh s bất kỳ trên T làm gốc, thực hiện duyệt theo chiều sâu trên T xuất phát từ s :
 - $p(u)$: đỉnh cha của u (là đỉnh mà từ đó thuật toán thăm u)
 - $d(u)$: tổng độ dài đường đi từ các đỉnh con cháu của u đến u
 - $N(u)$: số lượng đỉnh con cháu của u (kể cả đỉnh u)

- $\text{DFS1}(u)$: duyệt theo chiều sâu ở pha thứ nhất
 - Mục đích: tính $d(x)$ và $N(x)$ với mọi đỉnh x là con cháu của u
 - Khi $\text{DFS1}(u)$ thực hiện xong thì $d(u)$ được tính xong và nó sẽ được dùng để tính $d(p(u))$
 - Thực hiện: với mỗi đỉnh $v \in A[u]$:
 - Gọi $\text{DFS1}(v)$
 - Cập nhật: $d(u) = d(u) + N(v) * d(v)$
 - $N(u) = N(u) + N(v)$

- DFS1(u): duyệt theo chiều sâu ở pha thứ nhất
 - Mục đích: tính $d(x)$ và $N(x)$ với mọi đỉnh x là con cháu của u
 - Khi DFS1(u) thực hiện xong thì $d(u)$ được tính xong và nó sẽ được dùng để tính $d(p(u))$
 - Thực hiện: với mỗi đỉnh $v \in A[u]$:
 - Gọi DFS1(v)
 - Cập nhật: $d(u) = d(u) + N(v) * d(v)$
 - $N(u) = N(u) + N(v)$
- DFS2(u): duyệt theo chiều sâu ở pha thứ hai
 - Mục đích: Khi DFS2(u) được gọi thì $f(u)$ đã được tính toán xong và ta sẽ tính toán $f(v)$ với mỗi đỉnh v là con của u
 - Thực hiện: với mỗi đỉnh $v \in A[u]$ mà chưa được thăm
 - $F = f(u) - (d(v) + w(u,v) * N(v))$
 - $f(v) = F + d(v) + w(u,v) * (n - N(v))$
 - Gọi DFS2(v)

TỔNG ĐƯỜNG ĐI TRÊN CÂY

```
DFS1(u){
  for v in A[u] do {
    if p(v) = 0 then {
      p(v) = u;
      DFS1(v);
      d(u) = d(u) + d(v) + N(v)*w(u,v);
      N(u) = N(u) + N(v);
    }
  }
}

Phase1(){
  for v in V do {
    p(v) = 0; d(v) = 0; N(v) = 1; f(v) = 0;
  }
  p(1) = 1; DFS1(1);
}
```

```
DFS2(u){
  for v in A[u] do {
    if p(v) = 0 then {
      F = f(u) - (d(v) + N(v)*w(u,v));
      f(v) = F + d(v) + w(u,v)*(n - N(v));
      p(v) = u; DFS2(v);
    }
  }
}

Phase2(){
  for v in V do { p(v) = 0; }
  f(1) = d(1); p(1) = 1; DFS2(1);
}

Main(){
  Phase1(); Phase2();
}
```

TỔNG ĐƯỜNG ĐI TRÊN CÂY

- Độ phức tạp tính toán $O(|V| + |E|)$





HUST

THANK YOU !