

Bài 01. (5đ) Cho X là biến ngẫu nhiên có phân phối nhị thức $\mathcal{B}(n, p)$ có hàm mật độ được cho bởi

$$\mathbb{P}(X = k) = C_n^k p^k (1 - p)^{n-k}, k = 0, 1, 2, \dots, n$$

Nhắc lại,

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

(1.1) (0.5đ) Viết hàm `nCk` với hai tham số `n`, `k`, tính giá trị C_n^k .

(1.2) (0.5đ) Viết hàm `BinomMass` với 3 tham số `k`, `n`, `p`, tính $\mathbb{P}(X = k)$ với $X \sim B(n, p)$.

(1.3) (1.5đ) Viết hàm `BinomCDF` với 3 tham số `x`, `n`, `p`, tính

$$\mathbb{P}(X \leq x) = \sum_{k \in \mathbb{N}, 0 \leq k \leq x} \mathbb{P}(X = k)$$

(1.4) (1đ) Vẽ đồ thị biểu diễn hàm mật độ của phân phối $\mathcal{B}(100, 0.65)$, với tham số `type = 'h'`.

(1.5) (1.5đ) Dùng các hàm đã viết trong hai câu trên, tính các tổng sau

$$\mathbb{E}(X) = \sum_{k=0}^n k \cdot \mathbb{P}(X = k)$$

và

$$\text{Var}(X) = \sum_{k=0}^n [k - \mathbb{E}(X)]^2 \cdot \mathbb{P}(X = k)$$

với $X \sim B(10, 0.75)$. Giá trị tính được phải bằng giá trị đã tính trong lớp lý thuyết, tức $\mathbb{E}(Y) = np$, $\text{Var}(Y) = np(1 - p)$ nếu $Y \sim \mathcal{B}(n, p)$.

Bài 02. (5đ) Điểm thi giữa kì và điểm thi cuối kì của 9 sinh viên được cho bởi bảng sau:

Điểm thi giữa kì	77	50	71	72	81	94	96	99	67
Điểm thi cuối kì	82	66	78	34	47	85	99	99	68

- (2.1) (1đ) Tạo dataframe với tên `DiemThi` có hai cột có tên lần lượt là `GiuaKi`, `CuoiKi`, chứa điểm giữa kì và cuối kì trong bảng trên.
- (2.2) (1đ) Tạo ma trận M có kích thước 9×2 với cột đầu tiên là 9 số 1, cột thứ hai chứa điểm thi giữa kì. Tạo vecto y chứa điểm thi cuối kì.
- (2.3) (2đ) Dùng các phép toán trên ma trận trong \mathbb{R} , tìm $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ sao cho

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = (M^T M)^{-1} M^T y$$

- (2.4) (i) (0.5đ) Vẽ biểu đồ phân tán với trục hoành là điểm thi giữa kì, và trục tung là điểm thi cuối kì
- (ii) (0.5đ) Trên cùng biểu đồ đã vẽ ở câu (i), vẽ phương trình đường thẳng $y = \alpha + \beta x$, với tham số `col = 'red'`, `lwd = 2`

----- ■ -----