# Digitalni prijemnik i predajnik za 4-QAM i 16-QAM modulacije

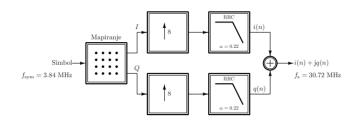
1<sup>st</sup> Emir Kačapor *Elektrotehnički fakultet* Beograd, Srbija ke150474d@student.etf.bg.ac.rs 2<sup>nd</sup> Ivan Džambasanović *Elektrotehnički fakultet* Beograd, Srbija di160579d@student.etf.bg.ac.rs

Sažetak—U ovom radu predstavljen je predlog realizacije digitalnog prijemnika i predajnika za 4-QAM( Quadrature amplitude modulation) i 16-QAM modulacije koja ispunjavaja zahteve prve faze projektnog zadatka iz predmeta Hardversko-softverska obrada signala. Prikazana je i analizirana arhitektura samog sistema kao i degradacija performansi usled prisustva šuma. Za simulacije, potvrdu rezultata i generisanje relevatnih dijagrama korišćen je softverski paket MATLAB2015a.

Ključne reči—4-QAM, 16-QAM, RRC, NCO, CORDIC, prijemnik, predajnik

#### I. Uvod

Brz razvoj komunikacionih tehnologija uslovio je i porast brzina prenosa podataka, čime su tehnike modulacije postale izuzetno bitne. Razne tehnike modulacije omogućavaju slanje više bita po simbolu i na taj način efikasnije koriste raspoloživi opseg. QAM je jedna od popularnih tehnika modulacije koja se koristi jer obezbeđuje snagu i propusni opseg na efikasne načine. U zavisnosti od toga koliko bita podatka se istovremeno šalje, govorimo o različitim stepenima QAM modulacije (4-QAM, 16-QAM, 64-QAM). U slučaju 4-QAM modulacije simbol je širine reči od dva bita i bira se iz skupa  $\{0, 1, 2, 3\}$ , dok je u slučaju 16-QAM modulacije simbol širine reči od četiri bita i bira se iz skupa  $\{0, 1, 2, \cdots, 14, 15\}$ .

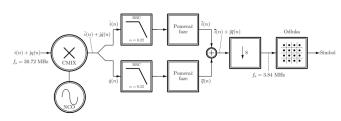


Slika 1. Blok dijagram predajnika

Na ulazu predajnika, slika 1, vrši se mapiranje simbola koji se generišu učestanošću  $f_{sym}=3.84$  MHz. Mapirane vrednosti se zatim dele u dva niza kojima se modulišu I(In-phase) i Q(Quadrature) komponente signala. Komponente se dalje vode na expander učestanosti čime učestanost odabiranja postaje  $f_s=30.72$  MHz. Usled pojave spektralnih replika potrebno je izvršiti filtriranje odbiraka RRC(Root raised cosine) filtrom i izdvojiti osnovni opseg signala. Filtar ima dvostruku ulogu,

pored izdvajanja osnovnog opsega, takođe vrši uobličavanje odbiraka. Na izlazu predajnika se na osnovu odbiraka formira kompleksan signal i(n)+jq(n) koji se prenosi do prijemnog dela sistema.

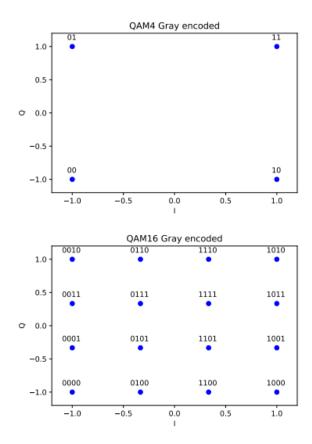
Na ulazu prijemnog dela sistema, slika 2, nalaze se kompleksni mešač i numerički kontrolisan oscilator NCO(Numerically-controlled oscillator) koji poništitavaju frekvencijski ofset nastao usled tolerancija referentnog takta na prijemnoj i predajnoj strani. Signal na izlazu CMIX-a je centriran oko f = 0 i uobličava se RRC filtrima. Programabilni pomerač faze se koristi kako bi se trenutak odabiranja kompresora poklopio sa optimalnim trenutkom odabiranja u sredini dijagrama oka. Odabrani signal se poredi sa konstelacijom signala i donosi se odluka koji simbol je primljen. Konstelacije i mapiranje simbola za 4-QAM 16-QAM modulaciju je prikazano na slici 3. Simboli se mapiraju u vrednosti kodovane Grejovim kodom. Susedni simboli se na ovaj način razlikuju samo u jednom bitu što olakšava detekciju i ispravljanje greške primenom algoritama za ispravljanje samo jednog bita, a ne dva ili više, koji su složeniji i morali bi biti korišćeni pri drugim kodovanjma.



Slika 2. Blok dijagram prijemnika

Rad je organizovan tako da naredna poglavlja redom prate zahteve projektnog zadatka tako da sekcija II predstavlja projektovanje RRC filtra, sekcija III određivanje odnosa vršne i srednje snage signala i EVM-a, sekcija IV uticaj šuma na odlučivanje, sekcija V određivanje minimalne rezolucije A/D konvertora, sekcija VI određivanje minimalne frekvencijske rezolucije NCO-a, dok sekcije VII i VIII predstavljaju predložene arhitetkure RRC interpolatora u predajniku i NCO-a i kompleksnog mešača (CMIX) u prijemniku, respektivno. Sekcija IX predstavlja analizu predložene arhitekture RRC

interpolatora i pomerača faze u prijemniku dok se u sekciji X nalazi zaključak.



Slika 3. Konstelacije 4-QAM i 16-QAM

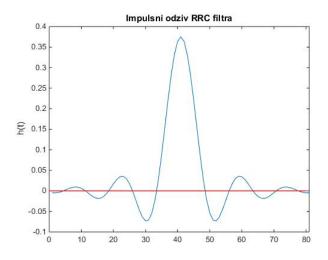
# II. PROJEKTOVANJE RRC FILTRA

Kao što je napomenuto u uvodnoj sekciji, RRC filtar ima dvostruku ulogu. Najpre, usled ekspanzije/kompresije dolazi do stvaranja spektralnih replika i potrebno ih je ukloniti radi izdvajanja osnovnog opsega signala i rekonstrukcije. Pored toga, neizbežan, neželjeni efekat jeste ISI (*Intersymbol interference*). U telekomunikacionim sistemima, ISI su oblik izobličenja signala u kojem jedan simbol ometa ostale simbole. Ovo čini sistem manje pouzdanim, jer u trenutku odlučivanja koji simbol je poslat, osim same vrednosti simbola postoje i superponirane vrednosti ostalih simbola koje mogu biti od presudnog značaja u donošenju odluke šta je poslato. RRC filtar minimizuje ISI, jer njegov impulsni odziv ispunjava kriterijum *Nyquist*-ovog impulsa [2] i dat je izrazom:

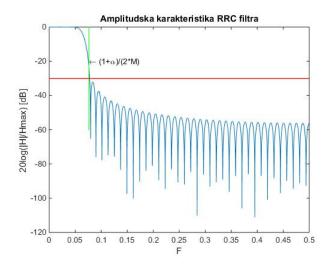
$$h[n] = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sin(\frac{\pi n(1-\alpha)}{M}) + 4\alpha \cdot \frac{n}{M} \cdot \cos(\frac{\pi n(1+\alpha)}{M})}{\pi \cdot n(1 - (4 \cdot \alpha \cdot \frac{n}{M})^2}, & n \neq 0\\ \frac{1 + \alpha \cdot (\frac{4}{\pi} - 1)}{M}, & n = 0 \end{array} \right\}$$
(1)

gde je M faktor interpolacije, a  $\alpha$  *roll-off* faktor. Impulsni odziv filtra prikazan je na slici 4. Zahtev projektnog zadatka je bio odrediti red RRC filtra N = kM za vrednost parametra  $\alpha$  = 0.22

tako da je amplituda najvećeg bočnog luka u nepropusnom opsegu  $F > (1 + \alpha)/(2M)$ , gde je M = 8, manja od 30 dB i EVM(*Error Vector Magnitude*) < 1%. Red filtra koji zadovoljava zahtev, za oba tipa modulacije, iznosi 80, odnosno vrednost parametra k = 10. Na slici 5 prikazana je amplitudska karakteristika RRC filtra, gde se vidi da je amplituda najvećeg bočnog luka u nepropusnom opsegu manja od 30dB, čime je ispunjen projektni zahtev.



Slika 4. Impulsni odziv RRC filtra



Slika 5. Amplitudska karakteristika RRC filtra

# III. PAR I EVM

PAR(*Peak-to-average ratio*) predstavlja odnos vršne i srednje snage signala i izražava se u dB. Potrebno je odrediti odnos vršne i srednje snage za 4-QAM i 16-QAM koji su uobličeni projektovanim RRC filtrom na uzorku od 1024 slučajnih

simbola. U slučaju 4-QAM modulacije PAR = **5.0926 dB**, dok je za 16-QAM dobijena vrednost **6.1685 dB**. Jednačina na osnovu koje su dobijene vrednosti PAR-a ima sledeći oblik:

$$PAR = 10 \log_{10} \left( \frac{max\{x^{2}[i]\}}{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} (x^{2}[i])} \right)$$
 (2)

EVM predstavlja meru koja se koristi za kvantifikovanje performansi digitalnog prijemnika ili predajnika. U idealnom slučaju, signal koji šalje digitalni predajnik ili prima digitalni prijemnik imao bi sve konstelacione tačke precizno na idealnim lokacijama. Usled šuma i nesavršenosti komponenti ove tačke odstupaju od idealnih lokacija i EVM predstavlja njihovu udaljenost od idealne lokacije. Za računanje EVM-a korišćen je sledeći izraz:

$$EVM = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (I_{err}^2 + Q_{err}^2)}{\sum_{i=0}^{N-1} (|(I+j \cdot Q|)^2)}}$$
(3)

gde su  $I_{err}$  i  $Q_{err}$  greške primljenog simbola u odnosu na referentnu tacku konstelacije, a I+jQ primljeni simboli. Na uzorku od 1024 slučajnih simbola, EVM iznosi približno, za oba tipa modulacije, 0.3%.

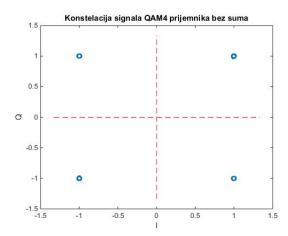
# IV. UTICAJ ŠUMA NA ODLUČIVANJE

Kao što je napomenuto u prethodnoj sekciji, uticaj šuma koji potiče od kanala prenosa i samih komponenti sistema na odlučivanje je ogroman i dovodi do degradacije kvaliteta prenosa. Zahtev zadatka je ponoviti analizu iz prošle sekcije u prisustvu aditivnog belog Gausovog šuma (AWGN) koji se dodaje između predajnika i prijemnika, za vrednosti SNR(*Signalto-noise ratio*) = {30, 20, 10} dB. U tabeli I prikazane su dobijene vrednosti EVM-a za odgovarajuće vrednosti SNR-a:

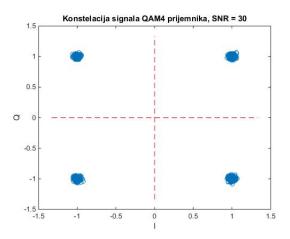
Tabela I Dobijene vrednosti za EVM

4-QAM		16-QAM	
SNR[dB]	EVM[%]	SNR[dB]	EVM[%]
30	2.2598	30	3.0070
20	6.8390	20	9.1389
10	21.5759	10	29.0130

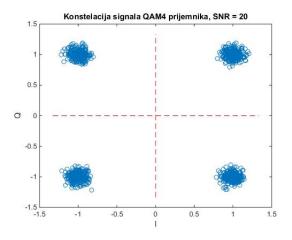
, s tim da su rezultati provereni i računanjem SNR-a iz aproskimativne  $EVM \approx SNR^{-1/2}$ , čime su potvrđeni su dobijeni rezultati. Sa povećanjem šuma povećava se i odstupanje konstelacionih tačaka od idealnih pozicija što rezultira i većim vrednostima EVM-a. Na slikama 6-13 prikazani su konstelacioni dijagrami čime su ilustrovane i potvrđene prethodne tvrdnje.



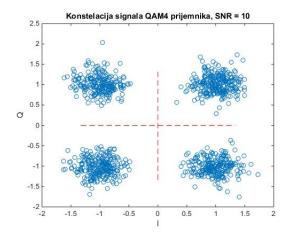
Slika 6. Konstelacija signala 4-QAM prijemnika, bez šuma



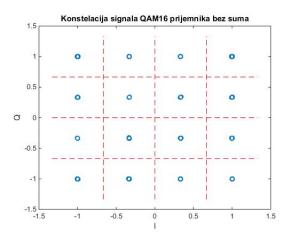
Slika 7. Konstelacija signala 4-QAM prijemnika, SNR=30dB



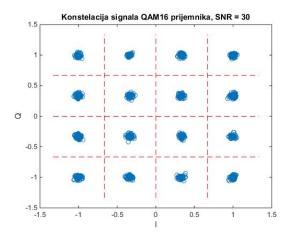
Slika 8. Konstelacija signala 4-QAM prijemnika, SNR=20dB



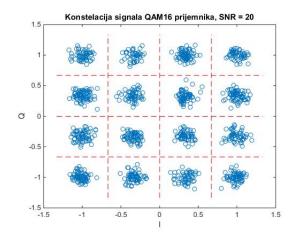
Slika 9. Konstelacija signala 4-QAM prijemnika, SNR=10dB



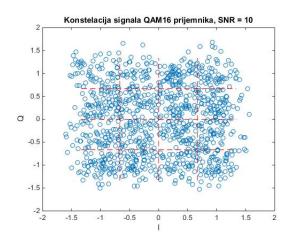
Slika 10. Konstelacija signala 16-QAM prijemnika, bez šuma



Slika 11. Konstelacija signala 16-QAM prijemnika, SNR=30dB



Slika 12. Konstelacija signala 16-QAM prijemnika, SNR=20dB



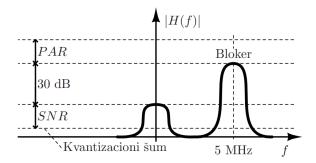
Slika 13. Konstelacija signala 16-QAM prijemnika, SNR=10dB

# V. A/D KONVERTOR

Pri prijemu digitalnog signala, u susednom kanalu se može pojaviti signal koji je "bliži" od onog koga želimo da slušamo, ili ima veću predajnu snagu. Analogni filtar nije dovoljno selektivan da poništi taj signal pre A/D konverzije. S' toga je potrebno odrediti rezoluciju A/D konvertora koja omogućava konverziju željenog signala sa dovoljnim SNR-om. Zahtev projektnog zadatka je odrediti minimalnu rezoluciju A/D konvertora za koju se obezbeđuje minimalni SNR od 15 dB za 4-QAM, odnosno 18 dB za 16-QAM, ukoliko je u susednom kanalu prisutan bloker istog tipa modulacije i snage 30 dB veće od željenog signala, slika 14, uz pretpostavku da je maksimalna trenutna vrednost signala jednaka naponu pune skale A/D konvertora. Korišćenjem dobijenih vrednosti PAR-a iz prethodne sekcije za oba tipa modulacije, moguće je izračunati snagu kvantizacionog šuma a iz njega i samu rezoluciju A/D konvertora. Snaga kvantizacionog šuma data je izrazom:

$$P_n = N_f \cdot ENBW \tag{4}$$

gde  $N_f$  predstavlja spektralnu snagu kvantizacionog šuma , a ENBW(Equivalent Noise Bandwidth) ekvivalenti propusni opseg šuma.



Slika 14. Prikaz spektra signala na prijemu

Normalizovana vrednost spektralne snage kvantizacionog šuma može se računati kao:

$$N_f = \frac{\Delta^2}{12} \tag{5}$$

gde  $\Delta$  predstavlja korak kvantizacije i iznosi:

$$\Delta = \frac{V_{FS}}{2^N} \tag{6}$$

a N predstavlja traženi broj bita. ENBW predstavlja koliki je ekvivalentni propusni opseg idealnog filtra koji propušta istu snagu šuma kao realizovani filtar i može se izračunati direktno iz odbiraka filtra na sledećci način:

$$ENBW = \frac{\sum_{n=0}^{N} |b[n]|^2}{\left|\sum_{n=0}^{N} b[n]\right|^2}$$
 (7)

Pretpostavljajući vrednost napona pune skale  $V_{FS}=1V$  i znajući vrednosti za PAR = 5.0926 dB u slučaju 4-QAM modulacije , odnosno PAR= 6.1685 dB u slučaju 16-QAM modulacije  $P_n$  iznosi:

$$P_n = 20\log_{10} V_{FS} - PAR - 30dB - SNR \tag{8}$$

odakle sledi vrednost za potreban broj bita N=6 za oba tipa modulacije, tj N=7 u slučaju kada se jedan bit koristi za znak.

#### VI. MINIMALNA FREKVENCIJSKA REZOLUCIJA NCO-A

U uvodonoj sekciji napomenuto je da se centralne učestanosti RF signala predajnika i prijemnika mogu razlikovati usled tolerancija referentnog takta. Usled toga je primljeni digitalni signal na razlici centralnih učestanosti i potrebno je poništiti frekvencijski ofset za šta se koriste NCO i CMIX koji čine IQ modulator. Zahtevom projektnog zadatka je potrebno odrediti minimalnu frekvencijsku rezoluciju numerički kontrolisanog oscilatora tako da u vremenskom intervalu od 1000 simbola greška faze, odnosno pomeranje primljenih simbola u konstelaciji, usled rezidualne greške frekvencije bude manja od 1°, što se matematički predstavlja na sledeći način:

$$2\pi f_{NCO} \cdot T_{sym} < \frac{\pi}{180} \tag{9}$$

gde  $f_{NCO}$  predstavlja traženu frekvencijsku rezoluciju, a  $T_{sym}$  predstavlja vremenski interval od 1000 simbola i iznosi:

$$T_{sym} = \frac{1000}{f_{sym}} \tag{10}$$

Iz jednačina 9 i 10 sledi uslov:

$$f_{NCO} < \frac{f_{sym}}{2 \cdot 1000 \cdot 180} < 10.67Hz \tag{11}$$

Takođe, potrebno je bilo odrediti maksimalnu razliku učestanosti predajnika i prijemnika ukoliko su tolerancije izvora referentnih učestanosti ±20 ppm i centralna učestanost RF signala 5 GHz. Za navedene brojne vrednosti ta razlika iznosi:

$$\Delta f = 5 \text{GHz} \cdot 40 \text{ppm} = 200 \text{kHz} \tag{12}$$

# VII. ARHITEKTURA RRC INTERPOLATORA U PREDAJNIKU

Sam proces interpolacije signala podrazumeva povećanje učestanosti odabiranja I puta i filtriranje spektralnih replika nastalih usled tog povećanja, principska šema prikazana je na slici 15. U zavisnosti od načina realizacije filtra, kao i položaja filtra i ekspandera razlikujemo više arhitektura. Predložena arhitektura RRC interpolatora, slika 16, koristi polifaznu dekompoziciju RRC filtra, kao efikasniji način izračunavanja odbiraka filtra u pogledu složenosti i brzine u odnosu na direktnu realizaciju filtra. Ideja je da se impulsni odziv filtra podeli na M polifaznih komponenti:

$$H(z) = z^{0} H_{0}(z^{M})$$

$$+ z^{-1} H_{1}(z^{M})$$

$$+ z^{-2} H_{2}(z^{M}) (13)$$

$$+ \vdots \vdots \vdots H_{M-1}(z^{M})$$

, pri čemu je potrebno impulsnom odzivu dodati određeni broj nula ukoliko broj koeficijenata nije deljiv sa M. Prenosna funkcija ima oblik:

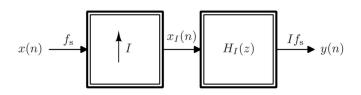
$$H(z) = \sum_{i=0}^{M-1} H_i(z^M) z^{-i}$$
 (14)

, gde H<sub>i</sub> predstavlja polifaznu komponentu i računa se kao:

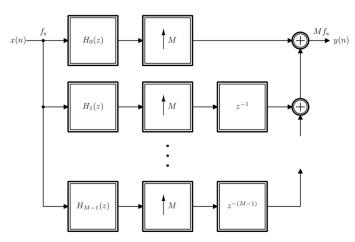
$$H_{i}(z) = \sum_{n=0}^{N/M} h(nM+i)z^{-n}$$

$$H_{i}(z) = \sum_{n=0}^{N/M} h_{i}(n)z^{-n}$$

$$h_{i}(n) = h(nM+i)$$
(15)

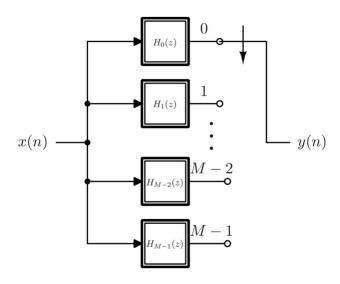


Slika 15. Principska šema interpolatora



Slika 16. Polifazna implementacija interpolatora

Zarad veće efikasnosti ekspanderi i blokovi za kašnjenje su zamenjeni komutatorom, koji sa periodom M prosleđuje odbirke na izlaz kao što je prikazano na slici 17.



Slika 17. Interpolator sa komutatorom

## VIII. ARHITEKTURA NCO I CMIX-A U PRIJEMNIKU

IQ modulator se sastoji iz numerički kontrolisanog oscilatora i kompleksnog mešača, slika 18. Skaliranjem kompleksnog signala x = I + jQ na centralnu učestanost  $\omega_0$  i razdvajanjem realnog i imaginarnog dela se dobija:

$$xe^{j\omega_0 t} = \Re\{xe^{j\omega_0 t}\} + j\Im\{xe^{j\omega_0 t}\}$$

$$\Re\{xe^{j\omega_0 t}\} = I\cos w_0 t - Q\sin w_0 t$$

$$\Im\{xe^{j\omega_0 t}\} = I\sin w_0 t + Q\cos w_0 t$$
(16)

Za CORDIC(COordinate Rotation DIgital Computer) algoritam u rotacionom modu važi:

$$x_n \stackrel{n \gg 1}{\approx} K(n)^{-1} [x_0 \cos \theta - y_0 \sin \theta]$$

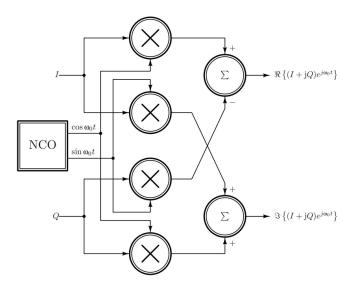
$$y_n \stackrel{n \gg 1}{\approx} K(n)^{-1} [x_0 \sin \theta + y_0 \cos \theta]$$
(17)

odakle sledi da se IQ modulator može realizovati pomoću CORDIC-a [1]. CORDIC zamenjuje četiri množača i kvadraturni NCO, slika 19. Multiplikativni faktor K(L) se računa kao:

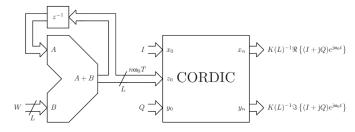
$$K(L) = \prod_{i=0}^{L-1} \frac{1}{\sqrt{1+2^{-2i}}}$$
 (18)

L predstavlja dužinu bita faznog akumulatora. Veza između kontrolne reči faznog akumulatora W, frekvencije numerički kontrolisanog oscilatora  $f_{NCO}$  i dužine bita L data je preko:

$$f_{NCO} = \frac{W}{2^L} f_s \tag{19}$$



Slika 18. Blok dijagram IQ modulatora

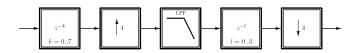


Slika 19. Arhitektura IQ modulatora

# IX. ARHITEKTURA RRC INTERPOLATORA I POMERAČA FAZE U PRIJEMNIKU

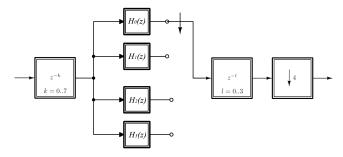
Sa blok dijagrama predloženog programabilnog pomerača faze, slika 20, se može uočiti da je takva realizacija suboptimalna i da ga je moguće pođednostaviti.

Blokove ekspandera i NF filtra možemo posmatrati kao interpolator koji je moguće polifazno dekomponovati i takva realizacija je slična onoj iz sekcije VII, ali za faktor interpolacije M=4. Takvom realizacijom dobijamo interpolator sa komutatorom u pomeraču faze kao na slici 21, gde je kombinovana uloga bloka za kašnjenje i decimatora biranje jednog od 4 izlaza interpolatora i odbacivanje ostalih, što se kontroliše parametrom  $l, l \in \{0, 1, 2, 3\}$ .



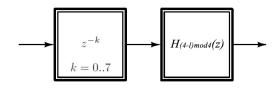
Slika 20. Blok dijagrama predloženog programabilnog pomerača faze

Zbog opisane uloge bloka za kašnjenje i decimatora shvatamo da ih je moguće odbaciti i na mestu interpolatora ostaviti samo onu polifaznu komponentu filtra koja je odabrana parametrom l. Za l=0 ne unosi se kašnjenje i biraju se odbirci signala filtrirani nultom polifaznom komponentom



Slika 21. Pomerač faze sa polifazno dekomponovanim filtrom

 $H_0(z)$  pa je ona jedina koja se koristi, dok se za l=1 biraju odbirci zakašnjeni za 1 što predstavlja izlaz bloka polifazne komponente  $H_3(z)$  i analogno se za l=2 bira izlaz polifazne komponente  $H_2(z)$  i konacno izlaz  $H_1(z)$  za l=3. Tom logikom, odbirci se filtriraju samo odabranom polifaznom koponentom  $\mathbf{H}_{(4-l)mod4}(\mathbf{z})$  i finalni izgled blok dijagrama programabilnog pomerača faze prikazan je na slici 22. Što se tiče samog NF filtra, projektovan je kao RC (*Raised-cosine*) zbog dostupnosti korena ovog filtra korišćenog u prethodnim sekcijama. Impulsni odziv RC filtra je dobijen konvolucijom funkcije impulsnog odziva RRC filtra sa samom sobom.



Slika 22. Blok dijagram programabilnog pomerača faze nakon optimizacije

### X. ZAKLJUČAK

Projektovani RRC filtar, reda N = 80, je moguće koristiti za oba tipa modulacije jer zadovoljava uslov EVM < 1% u oba slučaja. Pri povećanju odnosa signal-šum EVM raste a za iste vrednosti SNR pri modulaciji 4-QAM dobijaju se manje vrednosti za parametra EVM nego kod 16-QAM modulacije. Moguće je iskoristiti AD konvertor iste rezolucije, N=7, za oba tipa modulacije. Odstupanje učestanosti predajnika i prijemnika sa predloženim izvorom referentne učestanosti može biti veliko, i do 200 kHz. U predloženim arhitekturama se koriste polifazne dekompozicije FIR filtara koje predstavljaju efikasnije implementacije u odnosu na direktnu.

# LITERATURA

- [1] D. N. Grujić, "Hardversko softverska obrada signala", predavanja i vezbe, Univerzitet u Beogradu, Elektrotehni ki fakultet.
- [2] F. Harris, "Multirate Signal Processing for Communication Systems," Prentice Hall, 2004.