

Лабораторная работа №1 по предмету “Линейная алгебра и вычислительные модели”

Содержит 5 поверхностей, заданных параметрической функцией:

- Спиральная поверхность
- Поверхность Мёбиуса
- Тор с изменяемой формой
- Винтовая поверхность
- Поверхность “ракушка”

Описание реализации

Графический интерфейс

Графический интерфейс лабораторной работы был написан с использованием набора инструментов Tk, его биндингов для ЯП Python (tkinter)

3D-графика

Абстракция

В качестве абстракции вывода двумерных примитивов был использован виджет Canvas, его встроенные методы:

- `create_line` для вывода линий
- `create_polygon` для вывода закрашенных многоугольников

Положение камеры

Положение камеры можно изменять вдаль-вблизи (клавиши W-S), вращать вокруг осей OX (стрелочки влево-вправо), OY (стрелочки вверх-вниз). Это реализовано с помощью матрицы линейных преобразований: поворота и увеличения. Заметим, что эту матрицу нужно посчитать единожды для фиксированного положения камеры, это помогает минимизировать количество вычислений тригонометрических функций.

Алгоритм построения списка полигонов

В зависимости от параметра PRECISION в коде программы, выбирается количество параметров u , v , используемых для получения точек параметрического уравнения плоскости. Далее по соседним точкам строится треугольник или четырёхугольник (см. `tortus-quad.py`), заносится в список.

Алгоритм рисования полигонов

Сначала полигоны сортируются от наиболее дальних от камеры к ближайшим, затем рисуются двумерные примитивы с точки зрения камеры, Z-координата просто игнорируется, ведь вычисленная матрица линейных преобразований перемещает точки нужным образом.

Освещение

Интенсивность заливки цвета определяется по отдалённости от “камеры”, что есть Z-координата одной из вершин полигона после его линейного преобразования.

Математическое описание

Матрица камеры по-умолчанию⁽¹⁾

$$C = \begin{pmatrix} 64 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 64 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 64 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 64 \end{pmatrix}$$

Поворот вокруг оси OX

$$R_x(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C' = R_x(\phi) \cdot C^{(2)}$$

Поворот вокруг оси OY

$$R_y(\phi) = \begin{pmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C' = R_y(\phi) \cdot C$$

Поворот вокруг оси OZ

$$R_z(\phi) = \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C' = R_z(\phi) \cdot C$$

Приближение/отдаление камеры

$$C' = 1.1C$$

$$C' = \frac{1}{1.1}C$$

⁽¹⁾Число 64 было выбрано для большего масштаба по-умолчанию

⁽²⁾Матрица камеры

Проецирование полигона (треугольника)

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & 0 \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & 0 \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$P' = C \cdot P$$

Иллюстрации

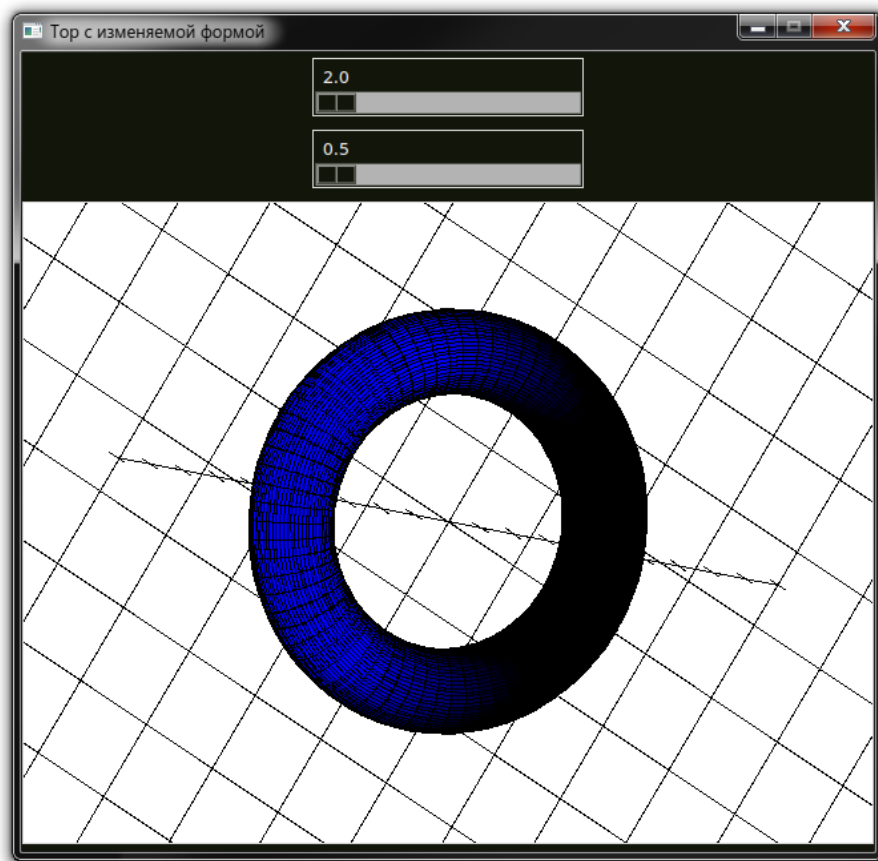


Рис. 1: Тор (полигоны прямоугольные)

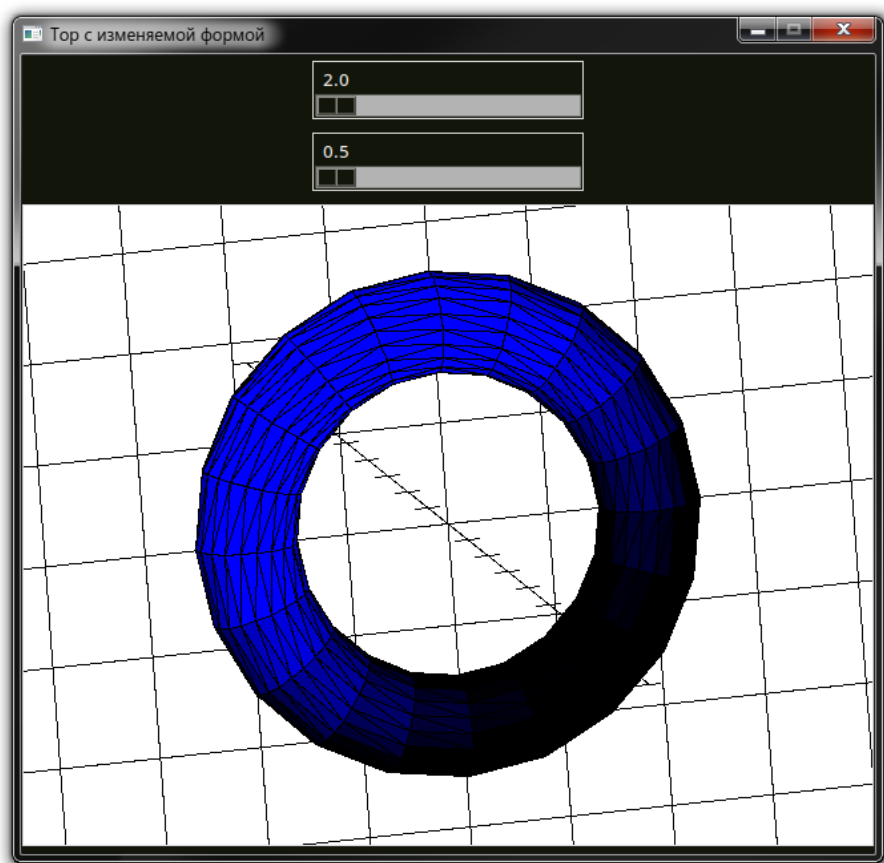


Рис. 2: Тор

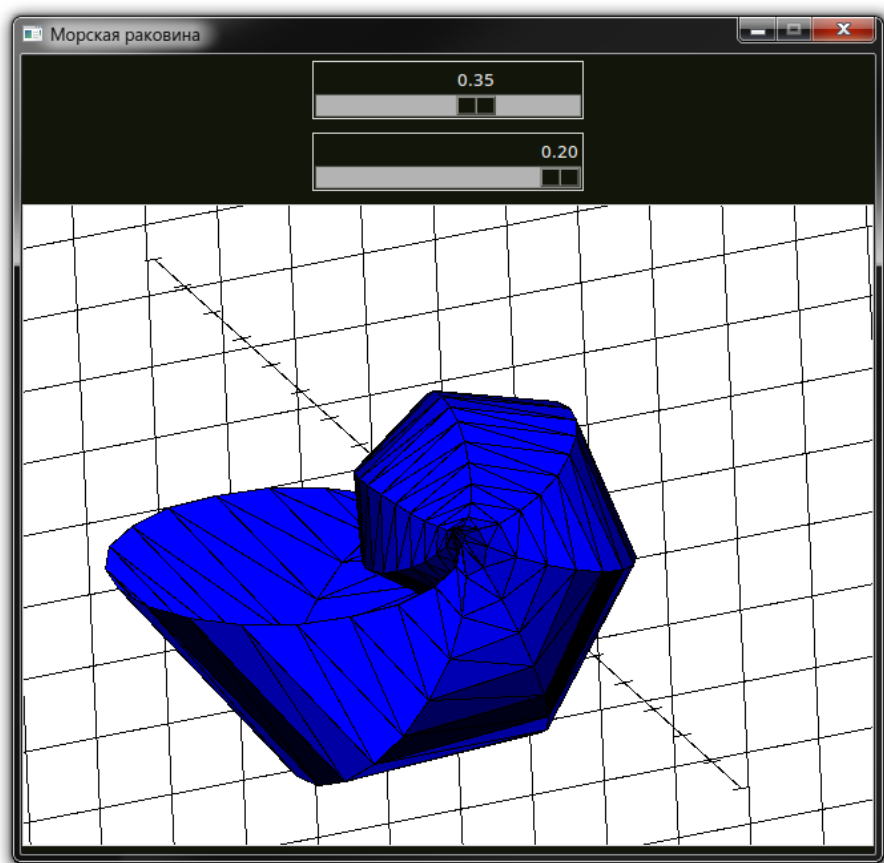


Рис. 3: Морская раковина

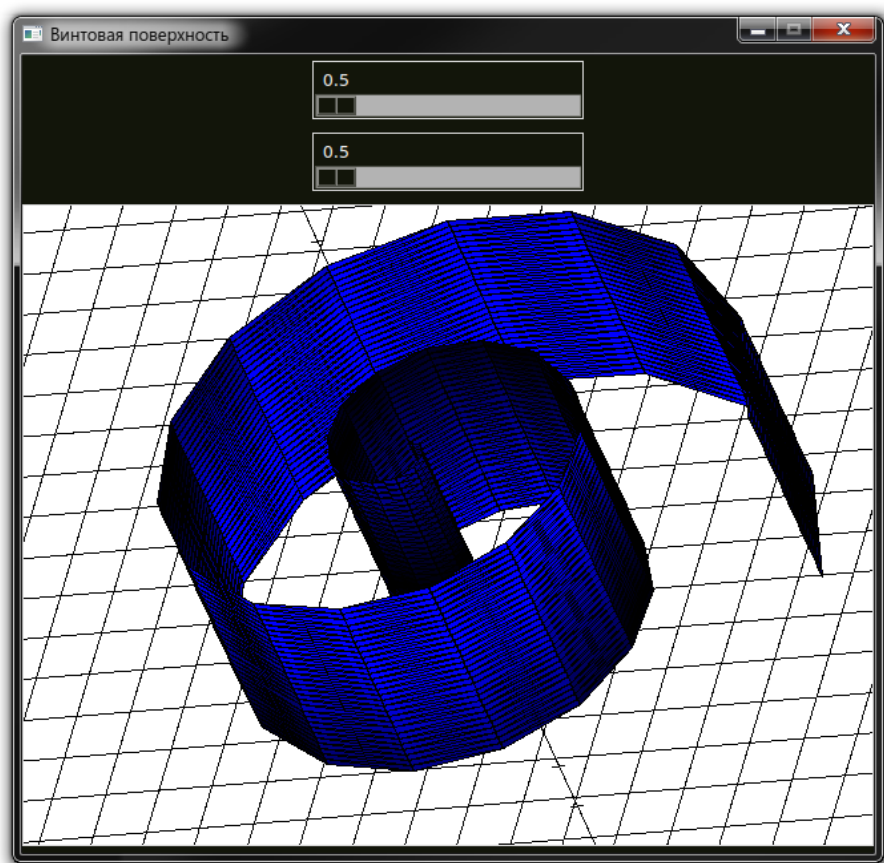


Рис. 4: Спиральная поверхность

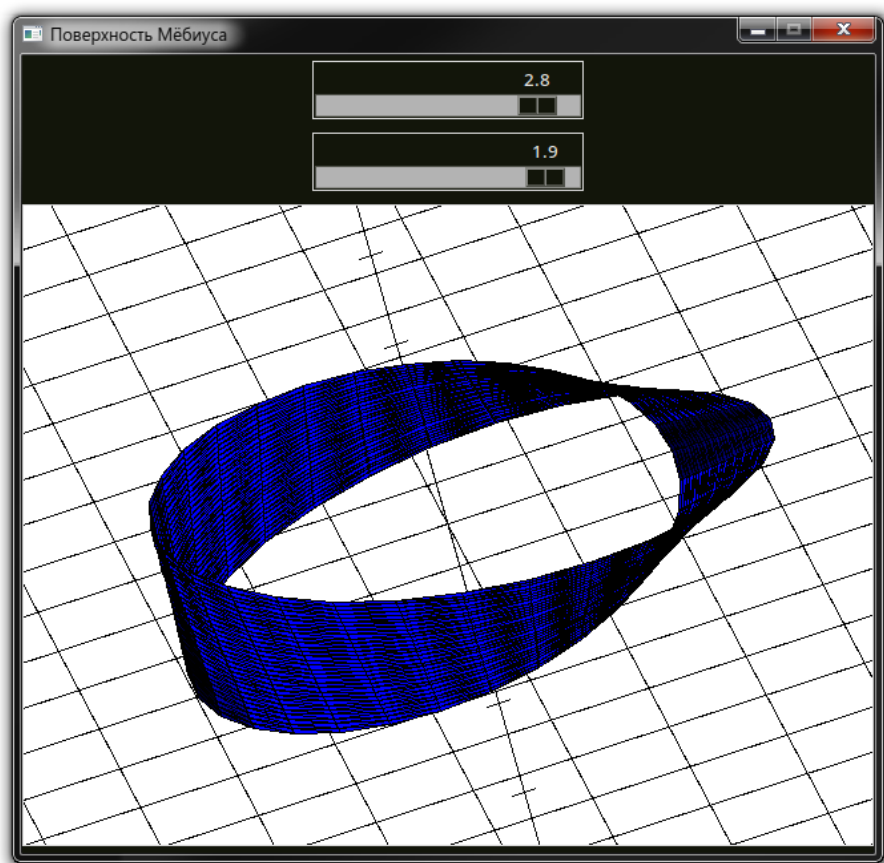


Рис. 5: Поверхность Мёбиуса

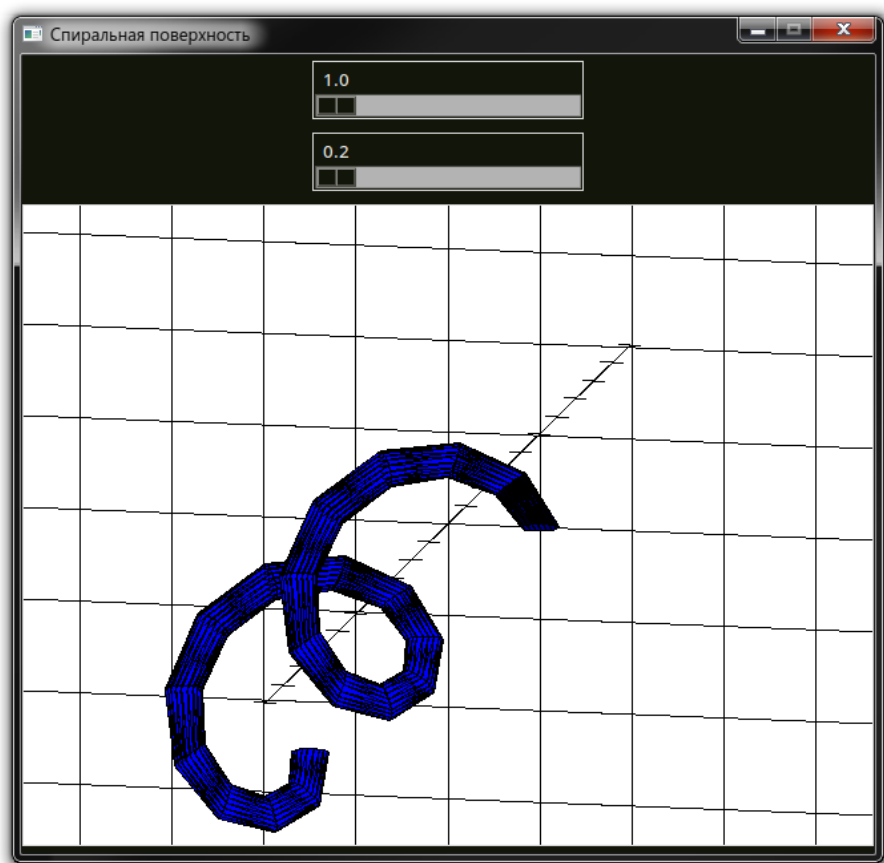


Рис. 6: Спираль