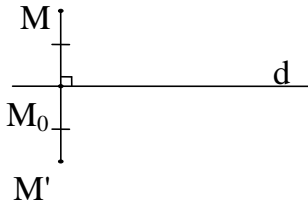


## Công thức về phép đối xứng trục

### 1. Lý thuyết

Cho đường thẳng  $d$ . Phép biến hình biến mỗi điểm  $M$  thuộc  $d$  thành chính nó, biến mỗi điểm  $M$  không thuộc  $d$  thành  $M'$  sao cho  $d$  là đường trung trực của đoạn thẳng  $MM'$  được gọi là phép đối xứng qua đường thẳng  $d$  hay phép đối xứng trục  $d$ .



Phép đối xứng trục  $d$  thường được kí hiệu là  $\mathcal{D}_d$ .

\* Tính chất

- Phép đối xứng trục bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm.
- Biến đường thẳng thành đường thẳng.
- Biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.
- Biến tam giác thành tam giác bằng nó.
- Biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

### 2. Công thức

Cho đường thẳng  $d$ , điểm  $M'(x'; y')$  đối xứng với  $M(x; y)$  qua  $d$ . Gọi  $M_0(x_0; y_0)$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  trên đường thẳng  $d$ . Khi đó  $M' = \mathcal{D}_d(M) \Leftrightarrow \overrightarrow{M_0M'} = -\overrightarrow{M_0M}$ .

$$\Rightarrow \begin{cases} x' = 2x_0 - x \\ y' = 2y_0 - y \end{cases}$$

- Nếu  $d \equiv Ox$ . Gọi  $M'(x'; y') = \mathcal{D}_{Ox}[M(x; y)]$  thì  $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$ .

- Nếu  $d \equiv Oy$ . Gọi  $M'(x'; y') = \mathcal{D}_{Oy}[M(x; y)]$  thì  $\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$ .

- Nếu  $d: Ax + By + C = 0$  với  $A^2 + B^2 \neq 0$ . Gọi  $M'(x'; y') = \mathcal{D}_d[M(x; y)]$  thì

$$\begin{cases} x' = x - \frac{2A(Ax + By + C)}{A^2 + B^2} \\ y' = -y - \frac{2B(Ax + By + C)}{A^2 + B^2} \end{cases}$$

### 3. Ví dụ minh họa

**Ví dụ 1:** Cho điểm  $M(2; 4)$ .

a) Tìm tọa độ  $M'$  là ảnh của  $M$  qua phép đối xứng trục  $Oy$ .

b) Tìm tọa độ của  $M''$  là ảnh của  $M'$  qua phép đối xứng trục  $Ox$ .

**Lời giải**

$$a) D_{Oy}(M)=M' \Rightarrow \begin{cases} x' = -x = -2 \\ y' = y = 4 \end{cases} \Rightarrow M'(-2; 4)$$

$$b) D_{Ox}(M')=M'' \Rightarrow \begin{cases} x'' = x' = -2 \\ y'' = -y' = -4 \end{cases} \Rightarrow M''(-2; -4)$$

**Ví dụ 2:** Cho đường tròn (C):  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$ . Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép đối xứng trục  $Ox$ .

**Lời giải**

Ta có: Đường tròn (C) có tâm  $I(2; 3)$  và bán kính  $R = 3$ .

Đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép đối xứng trục  $Ox$ .

Khi đó (C') có bán kính  $R = 3$  và tâm  $I'$  là ảnh của  $I$  qua phép đối xứng trục  $Ox$ .

$$\text{Ta có: } I' = D_{Ox}(I) \Rightarrow \begin{cases} x_{I'} = x_I = 2 \\ y_{I'} = -y_I = -3 \end{cases} \Rightarrow I'(2; -3)$$

Vậy phương trình đường tròn (C') là:  $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 9$ .

#### 4. Bài tập tự luyện

**Câu 1.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm  $M(2; 3)$ . Hỏi trong bốn điểm sau điểm nào là ảnh của  $M$  qua phép đối xứng trục  $Ox$ ?

- A.**  $M'_1(3; 2)$       **B.**  $M'_2(2; -3)$       **C.**  $M'_3(3; -2)$       **D.**  $M'_4(-2; 3)$

**Câu 2.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với  $A(1; 5)$ ,  $B(-1; 2)$ ,  $C(6; -4)$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác ABC. Phép đối xứng trục  $D_{Oy}$  biến điểm  $G$  thành điểm  $G'$  có tọa độ là:

- A.**  $G'(-2; -1)$       **B.**  $G'(2; -4)$       **C.**  $G'(0; -3)$       **D.**  $G'(-2; 1)$

**Câu 3.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng  $d: x + y - 2 = 0$ . Ảnh của đường thẳng  $d$  qua phép đối xứng trục  $Ox$  có phương trình là:

- A.**  $x - y - 2 = 0$ .      **B.**  $x + y + 2 = 0$       **C.**  $x + y - 2 = 0$       **D.**  $x - y + 2 = 0$

Đáp án: 1B, 2D, 3A