

### Bài 3. Dấu của tam thức bậc hai

#### A. Lý thuyết

##### 1. Dấu của tam thức bậc hai

Cho tam thức bậc hai  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ),  $\Delta = b^2 - 4ac$ .

+ Nếu  $\Delta < 0$  thì  $f(x)$  cùng dấu với hệ số  $a$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$

+ Nếu  $\Delta = 0$  thì  $f(x)$  cùng dấu với hệ số  $a$  với mọi  $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{-b}{2a} \right\}$

+ Nếu  $\Delta > 0$  thì  $f(x)$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ ). Khi đó:

–  $f(x)$  cùng dấu với hệ số  $a$  với mọi  $x$  thuộc các khoảng  $(-\infty; x_1); (x_2; +\infty)$

–  $f(x)$  trái dấu với hệ số  $a$  với mọi  $x$  thuộc khoảng  $(x_1; x_2)$ .

#### 2. Ví dụ

##### 2.1. Ví dụ 1

Xét dấu của tam thức bậc hai

a)  $f(x) = 4x^2 - x + 1$ ;

b)  $f(x) = x^2 + 2x + 1$ .

##### Hướng dẫn giải

a) Tam thức bậc hai  $f(x) = 4x^2 - x + 1$  có  $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4.4.1 = -15 < 0$ , hệ số

$a = 4 > 0$  nên  $f(x) > 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

b) Tam thức bậc hai  $f(x) = x^2 + 2x + 1$  có  $\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4.1.1 = 0$ , hệ số  $a = 1 > 0$ , nghiệm kép  $x_0 = -1$  nên  $f(x) > 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

##### 2.2. Ví dụ 2

Lập bảng xét dấu của tam thức bậc hai  $f(x) = x^2 - 4x + 3$ .

### Hướng dẫn giải

Tam thức bậc hai  $f(x) = x^2 - 4x + 3$  có  $\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4.1.3 = 4 > 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1 = 1$ ;  $x_2 = 3$ ; hệ số  $a = 1 > 0$ .

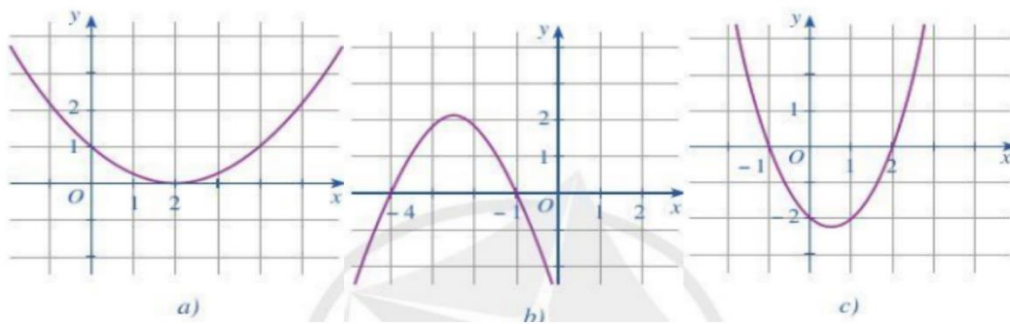
Ta có bảng xét dấu như sau:

<b>x</b>	<b><math>-\infty</math></b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b><math>+\infty</math></b>	
<b>f(x)</b>	<b>+</b>	<b>0</b>	<b>-</b>	<b>0</b>	<b>+</b>

## B. Bài tập tự luyện

### B.1 Bài tập tự luận

**Bài 1.** Tìm nghiệm và lập bảng xét dấu của tam thức bậc hai với đồ thị được cho ở mỗi hình.



### Hướng dẫn giải

a)

Ta thấy đồ thị cắt trục Ox tại điểm  $(2; 0)$  nên phương trình  $f(x) = 0$  có duy nhất nghiệm  $x = 2$ .

Ta thấy đồ thị nằm trên trục hoành nên ta có bảng xét dấu:

$x$	$-\infty$	$2$	$+\infty$
$f(x)$	$+$	$0$	$+$

b)

Ta thấy đồ thị cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt  $(-4; 0)$  và  $(-1; 0)$  nên phương trình  $f(x) = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1 = -4; x_2 = -1$ .

Trong các khoảng  $(-\infty; -4)$  và  $(-1; +\infty)$  thì đồ thị nằm dưới trục hoành nên  $f(x) < 0$ , trong khoảng  $(-4; -1)$  thì đồ thị nằm trên trục hoành nên  $f(x) > 0$ .

Bảng xét dấu:

$x$	$-\infty$	$-4$	$-1$	$+\infty$
$f(x)$	$-$	$0$	$+$	$-$

c)

Ta thấy đồ thị cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt  $(-1; 0)$  và  $(2; 0)$  nên phương trình  $f(x) = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1 = -1; x_2 = 2$

Trong các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(2; +\infty)$  thì đồ thị nằm trên trục hoành nên  $f(x) > 0$

Trong khoảng  $(-1; 2)$  thì đồ thị nằm dưới trục hoành nên  $f(x) < 0$ .

Bảng xét dấu:

$x$	$-\infty$	$-1$	$2$	$+\infty$
$f(x)$	$+$	$0$	$-$	$+$

**Bài 2.** Khi nào thì tam thức bậc hai  $f(x) = x^2 + (\sqrt{5} - 1)x - \sqrt{5}$  nhận giá trị dương.

**Hướng dẫn giải**

Ta có :  $f(x) = x^2 + (\sqrt{5} - 1)x - \sqrt{5} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\sqrt{5} \end{cases}$ .

Bảng xét dấu:

$x$	$-\infty$	$-\sqrt{5}$		$1$	$+\infty$	
$f(x)$		+	0	-	0	+

Dựa vào bảng xét dấu  $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -\sqrt{5}) \cup (1; +\infty)$ .

**Bài 3.** Tìm giá trị nguyên của  $x$  để tam thức  $f(x) = 2x^2 - 7x - 9$  nhận giá trị âm.

**Hướng dẫn giải**

Ta có :  $f(x) = 2x^2 - 7x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{9}{2} \end{cases}$ .

Bảng xét dấu

$x$	$-\infty$		$-1$		$\frac{9}{2}$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu  $f(x) < 0 \Leftrightarrow -1 < x < \frac{9}{2}$ . Mà  $x$  nguyên nên  $x \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$ .

Như vậy, với  $x$  nguyên  $x \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$  thì  $f(x) = 2x^2 - 7x - 9 < 0$ .

## B.2 Bài tập trắc nghiệm

**Câu 1.** Tam thức bậc hai  $f(x) = -x^2 + 3x - 2$  nhận giá trị không âm khi và chỉ khi

A.  $x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$ ;

B.  $x \in [1; 2]$  ;

C.  $x \in (-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$ .

D.  $x \in (1; 2)$ .

**Hướng dẫn giải**

**Đáp án đúng là: B**

Ta có :  $f(x) = -x^2 + 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$ .

Bảng xét dấu

$x$	$-\infty$	1		2		$+\infty$
$f(x)$		-	0	+	0	-

Dựa vào bảng xét dấu  $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2$ .

Do đó,  $x \in [1; 2]$ .

**Câu 2.** Tam thức bậc hai  $f(x) = -x^2 + 5x - 6$  nhận giá trị dương khi và chỉ khi

A.  $x \in (-\infty; 2)$ ;

B.  $(3; +\infty)$ ;

C.  $x \in (2; +\infty)$ ;

D.  $x \in (2; 3)$ .

**Hướng dẫn giải**

**Đáp án đúng là: D**

$$\text{Ta có : } f(x) = -x^2 + 5x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu

$x$	$-\infty$	$2$			$3$	$+\infty$
$f(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$

Dựa vào bảng xét dấu  $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (2; 3)$ .

**Câu 3.** Cho các tam thức  $f(x) = 2x^2 - 3x + 4$ ;  $g(x) = -x^2 + 3x - 4$ ;  $h(x) = 4 - 3x^2$ .

Số tam thức đổi dấu trên  $\mathbb{R}$  là:

A. 0;

B. 1;

C. 2;

D. 3.

**Hướng dẫn giải**

**Đáp án đúng là: B**

Vì  $f(x) = 0$  vô nghiệm,  $g(x) = 0$  vô nghiệm,  $h(x) = 0$  có hai nghiệm phân biệt nên chỉ có  $h(x)$  đổi dấu trên  $\mathbb{R}$ .