

## Bài tập cuối chương IV

### A. Trắc nghiệm

**Bài 1 trang 80 SBT Toán 10 Tập 1:** Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$ ;

B.  $\cos \alpha = \cos(180^\circ - \alpha)$ ;

C.  $\tan \alpha = \tan(180^\circ - \alpha)$ ;

D.  $\cot \alpha = \cot(180^\circ - \alpha)$ ;

**Lời giải**

**Đáp án đúng là A**

Ta có sin của hai góc bù nhau thì bằng nhau. Cosin, tan và cotan của hai góc bù nhau thì đối nhau. Vậy khẳng định đúng là A.

**Bài 2 trang 80 SBT Toán 10 Tập 1:** Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào sai?

A.  $\cos 45^\circ = \sin 45^\circ$ ;

B.  $\cos 45^\circ = \sin 135^\circ$ ;

C.  $\cos 30^\circ = \sin 120^\circ$ ;

D.  $\sin 60^\circ = \cos 120^\circ$ .

**Lời giải**

**Đáp án đúng là D**

$\cos 45^\circ = \sin(90^\circ - 45^\circ) = \sin 45^\circ$ . Khẳng định A đúng.

$\cos 45^\circ = \sin(90^\circ - 45^\circ) = \sin 45^\circ = \sin(180^\circ - 45^\circ) = \sin 135^\circ$ . Khẳng định B đúng.

$\cos 30^\circ = \sin(90^\circ - 30^\circ) = \sin 60^\circ = \sin(180^\circ - 60^\circ) = \sin 120^\circ$ . Khẳng định C đúng.

Có  $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ \neq \cos 120^\circ$ . Khẳng định D sai.

Vậy chọn đáp án D.

**Bài 3 trang 80 SBT Toán 10 Tập 1:** Bất đẳng thức nào dưới đây là đúng?

A.  $\sin 90^\circ < \sin 150^\circ$ ;

B.  $\sin 90^\circ 15' < \sin 90^\circ 30'$ ;

C.  $\cos 90^\circ 30' > \cos 100^\circ$ ;

D.  $\cos 150^\circ > \cos 120^\circ$ .

**Lời giải**

**Đáp án đúng là C**

Ta có:

$$\sin 90^\circ = 1 \text{ mà } \sin 150^\circ = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin 90^\circ > \sin 150^\circ. \text{ Vì vậy A sai.}$$

$$\sin 90^\circ 15' = 0,99999, \sin 90^\circ 30' = 0,99996 \Rightarrow \sin 90^\circ 15' > \sin 90^\circ 30'. \text{ Vì vậy B sai.}$$

$$\cos 90^\circ 30' \approx -8,72 \cdot 10^{-3}, \cos 100^\circ \approx -0,17 \Rightarrow \cos 90^\circ 30' > \cos 100^\circ. \text{ Vì vậy C đúng.}$$

$$\cos 150^\circ = \frac{-\sqrt{3}}{2}, \cos 120^\circ = \frac{-1}{2} \Rightarrow \cos 150^\circ < \cos 120^\circ. \text{ Vì vậy D sai.}$$

Chọn đáp án C.

**Bài 4 trang 80 SBT Toán 10 Tập 1:** Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào là đúng?

A.  $\sin 150^\circ = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ ;

B.  $\cos 150^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;

C.  $\tan 150^\circ = \frac{-1}{\sqrt{3}};$

D.  $\cot 150^\circ = \sqrt{3}.$

**Lời giải**

**Đáp án đúng là C**

Sử dụng máy tính cầm tay ta tính được

$$\sin 150^\circ = \frac{1}{2}, \cos 150^\circ = \frac{-\sqrt{3}}{2}, \tan 150^\circ = \frac{-1}{\sqrt{3}}, \cot 150^\circ = -\sqrt{3}.$$

Vậy khẳng định C đúng.

**Bài 5 trang 80 SBT Toán 10 Tập 1:** Cho tam giác ABC có  $BC = a$ ,  $AC = b$ ,  $AB = c$ .

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Nếu  $b^2 + c^2 - a^2 > 0$  thì góc A nhọn;

B. Nếu  $b^2 + c^2 - a^2 > 0$  thì góc A tù;

C. Nếu  $b^2 + c^2 - a^2 < 0$  thì góc A nhọn;

D. Nếu  $b^2 + c^2 - a^2 < 0$  thì góc A vuông.

**Lời giải**

**Đáp án đúng là A**

Theo định lí côsin ta có:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bccosA$

Nếu  $b^2 + c^2 - a^2 > 0$  hay  $b^2 + c^2 > a^2$  thì  $2bccosA > 0$  hay  $cosA > 0$  (  $b, c$  là cạnh tam giác nên  $b, c > 0$  ). Khi đó  $A < 90^\circ$  hay góc A nhọn.

Nếu  $b^2 + c^2 - a^2 < 0$  hay  $b^2 + c^2 < a^2$  thì  $2bccosA < 0$  hay  $cosA < 0$  (  $b, c$  là cạnh tam giác nên  $b, c > 0$  ). Khi đó  $A > 90^\circ$  hay góc A tù.

Như vậy đáp án đúng là A.

**Bài 6 trang 80 SBT Toán 10 Tập 1:** Cho tam giác ABC có  $AB = 4$  cm,  $BC = 7$  cm,  $CA = 9$  cm. Giá trị  $\cos A$  là:

A.  $\frac{2}{3}$ ;

B.  $\frac{1}{3}$ ;

C.  $\frac{-2}{3}$ ;

D.  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

**Đáp án đúng là A**

Áp dụng hệ quả định lí côsin ta có:

$$\cos A = \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2AB.AC} = \frac{4^2 + 9^2 - 7^2}{2.4.9} = \frac{2}{3}.$$

Vậy chọn đáp án A.

**Bài 7 trang 80 SBT Toán 10 Tập 1:** Cho tam giác ABC có  $AB = 8$  cm,  $AC = 18$  cm và có diện tích bằng  $64\text{cm}^2$ . Giá trị  $\sin A$  là:

A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ;

B.  $\frac{3}{8}$ ;

C.  $\frac{4}{5}$ ;

D.  $\frac{8}{9}$ .

**Lời giải**

**Đáp án đúng là D**

Ta có:  $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A \Rightarrow \sin A = \frac{2S}{AB \cdot AC} = \frac{64.2}{18.8} = \frac{8}{9}$ .

Vậy đáp án đúng là D.

**Bài 8 trang 80 SBT Toán 10 Tập 1:** Cho tam giác ABC vuông cân tại A có  $AB = AC = 30$  cm. Hai đường trung tuyến BF và CE cắt nhau tại G. Diện tích tam giác GFC là:

A.  $50 \text{ cm}^2$ ;

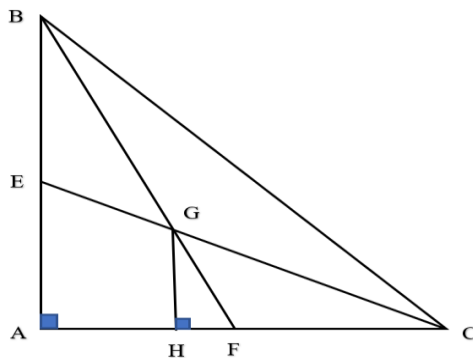
B.  $50\sqrt{2} \text{ cm}^2$ ;

C.  $75 \text{ cm}^2$ ;

D.  $15\sqrt{105} \text{ cm}^2$ .

**Lời giải**

**Đáp án đúng là C**



Kẻ GH vuông góc với AC.

G là trọng tâm tam giác ABC  $\Rightarrow GF = \frac{1}{3}BF$ .

Xét tam giác GFH và tam giác BFA:

$$GHF = BAF = 90^\circ$$

$$GFH = BFA \text{ (hay chung GFH)}$$

$\Rightarrow$  tam giác GFH và tam giác BFA đồng dạng (g.g)

$$\Rightarrow \frac{GH}{AB} = \frac{GF}{BF} = \frac{1}{3} \text{ ( Tính chất hai tam giác đồng dạng)}$$

$$\Rightarrow GH = 10 \text{ cm}$$

$$\text{Lại có } FC = \frac{1}{2}AC = 15 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow S_{GFC} = 10.15. \frac{1}{2} = 75 \text{ cm}^2$$

Vậy đáp án C đúng.

**Bài 9 trang 81 SBT Toán 10 Tập 1:** Tam giác ABC có diện tích S. Nếu tăng cạnh BC lên 2 lần đồng thời tăng cạnh CA lên 3 lần và giữ nguyên độ lớn của góc C thì khi đó diện tích của tam giác mới được tạo nên bằng:

A. 2S;

B. 3S;

C. 4S;

D. 6S.

**Lời giải**

**Đáp án đúng là D**

Diện tích tam giác ABC ban đầu là:  $S = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AC \cdot \sin C$

Diện tích tam giác ABC lúc sau là:  $S_s = \frac{1}{2} \cdot 2BC \cdot 3AC \cdot \sin C = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AC \cdot \sin C = 6S$ .

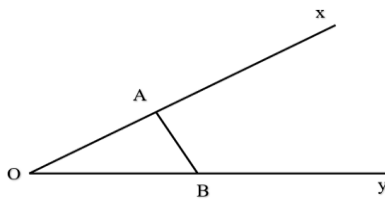
Vậy đáp án đúng là D.

**Bài 10 trang 81 SBT Toán 10 Tập 1:** Cho  $\angle xOy = 30^\circ$ . Gọi A và B là hai điểm di động lần lượt trên Ox và Oy sao cho  $AB = 1$ . Độ dài lớn nhất của đoạn OB bằng:

- A. 1,5;
- B.  $\sqrt{3}$ ;
- C.  $2\sqrt{2}$ ;
- D. 2.

**Lời giải**

**Đáp án đúng là D**



Theo định lí sin ta có:

$$\frac{AB}{\sin O} = \frac{OB}{\sin A} = \frac{1}{\sin 30^\circ} = 2$$

$$OB = 2\sin A.$$

Ta có  $-1 \leq \sin A \leq 1$  nên OB lớn nhất khi  $\sin A = 1 \Leftrightarrow A = 90^\circ$ .

Khi đó  $OB = 2$ .

Đáp án đúng là D.

## B. Tự luận

**Bài 1 trang 81 SBT Toán 10 Tập 1:** Cho tam giác ABC với ba cạnh a, b, c. Chứng minh

$$\text{rằng: } \frac{\cos A}{a} + \frac{\cos B}{b} + \frac{\cos C}{c} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2abc}.$$

### Lời giải

Theo định lí côsin:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bccosA$

$$\Rightarrow \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos A}{a} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2abc}.$$

Tương tự ta có:

$$\frac{\cos B}{b} = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2abc} \text{ và } \frac{\cos C}{c} = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2abc}$$

$$\text{N như vậy: } \frac{\cos A}{a} + \frac{\cos B}{b} + \frac{\cos C}{c} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2abc} + \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2abc} + \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2abc}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos A}{a} + \frac{\cos B}{b} + \frac{\cos C}{c} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2abc}. \text{ ( ĐPCM ).}$$

**Bài 2 trang 81 SBT Toán 10 Tập 1:** Cho tam giác ABC. Biết  $a = 24$ ;  $b = 36$ ;  $C = 52^\circ$ .

Tính cạnh c và hai góc A, B.



### Lời giải

Áp dụng định lí côsin ta có:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

$$c^2 = 24^2 + 36^2 - 2.24.36.\cos 52^\circ$$

$$c = \sqrt{24^2 + 36^2 - 2.24.36.\cos 52^\circ}$$

$$c \approx 28,43.$$

Áp dụng định lí sin ta có:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = \frac{28,43}{\sin 52^\circ}$$

$$\Rightarrow \sin A = a : \frac{28,43}{\sin 52^\circ} = 24 : \frac{28,43}{\sin 52^\circ} \approx 0,665 \Rightarrow A \approx 41^\circ 40' 56''.$$

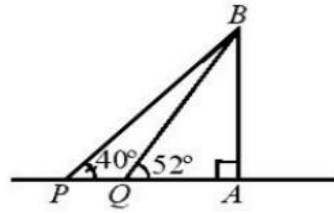
$$\Rightarrow \sin B = b : \frac{28,43}{\sin 52^\circ} = 36 : \frac{28,43}{\sin 52^\circ} \approx 0,998 \Rightarrow B \approx 86^\circ 22' 32''.$$

Vậy  $A \approx 41^\circ 40' 56''$  và  $B \approx 86^\circ 22' 32''$ .

**Bài 3 trang 81 SBT Toán 10 Tập 1:** Hai chiếc tàu thủy P và Q cách nhau 50 m. Từ P và Q thẳng hàng với chân A của tháp hải đăng AB ở trên bờ biển, người ta nhìn chiều cao AB của tháp dưới các góc  $BPA = 40^\circ$  và  $BQA = 52^\circ$ . Tính chiều cao của tháp hải đăng đó.

### Lời giải

Ta có hình vẽ sau:



Hình 1

Ta có:  $BPA = 40^\circ$ ,  $BQA = 52^\circ$ ,  $BAP = 90^\circ$ ,  $PQ = 50$  m.

$BQP$  là góc kề bù với  $BQA \Rightarrow BQP = 180^\circ - 52^\circ = 128^\circ$

Xét tam giác  $PBQ$ :  $PBQ + BQP + BPQ = 180^\circ$

$$\Rightarrow PBQ = 180^\circ - 128^\circ - 40^\circ = 12^\circ.$$

Áp dụng định lí sin cho tam giác  $PBQ$  ta có:

$$\frac{PQ}{\sin B} = \frac{BQ}{\sin P} = \frac{50}{\sin 12^\circ} \Rightarrow BQ = \frac{50}{\sin 12^\circ} \cdot \sin P = \frac{50}{\sin 12^\circ} \cdot \sin 40^\circ \approx 154,58 \text{ m.}$$

Xét tam giác  $ABQ$  vuông tại  $A$ :  $AB = BQ \cdot \sin 52^\circ = 154,58 \cdot \sin 52^\circ \approx 121,81$  m.

Vậy chiều cao của tháp hải đăng khoảng 121,81 m.

**Bài 4 trang 81 SBT Toán 10 Tập 1:** Cho tam giác  $ABC$  có  $A = 99^\circ$ ,  $b = 6$ ,  $c = 10$ . Tính:

a) Diện tích tam giác  $ABC$ ;

b) Bán kính đường tròn ngoại tiếp và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$ .

**Lời giải**

a) Diện tích tam giác  $ABC$  là:

$$S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 10 \cdot \sin 99^\circ \approx 29,63 \text{ (đvdt)}.$$

Vậy diện tích tam giác ABC là 29,63 đvdt.

b) Áp dụng định lí côsin ta có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bccosA$$

$$a^2 = 6^2 + 10^2 - 2.6.10.cos99^\circ$$

$$a = \sqrt{6^2 + 10^2 - 2.6.10.cos99^\circ}$$

$$a \approx 12,44.$$

$$\text{Áp dụng định lí sin ta có: } \frac{a}{\sin A} = 2R$$

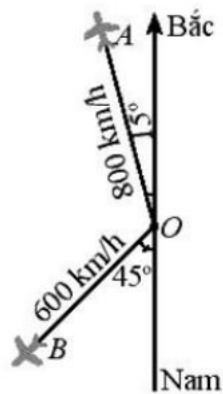
$$\Rightarrow R = \frac{a}{2\sin A} = \frac{12,44}{2.\sin 99^\circ} \approx 6,30.$$

$$\text{Nửa chu vi tam giác ABC là: } p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{12,44+6+10}{2} = 14,22.$$

$$\text{Lại có: } r = \frac{S}{p} = \frac{29,63}{14,22} \approx 2,08.$$

Vậy bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là 6,30 và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC là 2,08.

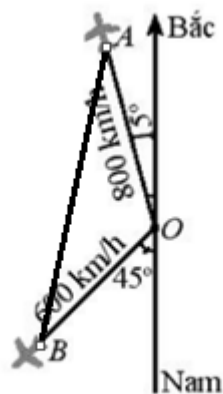
**Bài 5 trang 81 SBT Toán 10 Tập 1:** Hai máy bay rời một sân bay cùng một lúc. Một chiếc máy bay với vận tốc 800 km/h theo hướng lệch so với hướng bắc  $15^\circ$  về phía tây. Chiếc còn lại bay theo hướng lệch so với hướng nam  $45^\circ$  về phía tây với vận tốc 600 km/h (Hình 1). Hỏi hai máy bay đó cách nhau bao xa sau 3 giờ?



Hình 1

### Lời giải

Ta có hình vẽ sau:



Hình 1

Ta có:  $\angle AOB = 180^\circ - 15^\circ - 45^\circ = 120^\circ$ .

Sau 3 giờ hai máy bay bay từ O đến A đi được quãng đường là:  $800 \cdot 3 = 2\,400$  km.

Hay  $OA = 2\,400$ .

Sau 3 giờ hai máy bay bay từ O đến B đi được quãng đường là:  $600 \cdot 3 = 1\,800$  km.

Hay  $OB = 1\,800$ .

Sau 3 giờ, hai máy bay A, B và điểm xuất phát O tạo thành tam giác OAB với  $OA = 2400$  và  $OB = 1800$ . Áp dụng định lí cosin cho tam giác OAB ta được:

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2.OA.OB.\cos AOB$$

$$AB^2 = 2400^2 + 1800^2 - 2.1800.2400.\cos 120^\circ$$

$$AB = \sqrt{2400^2 + 1800^2 - 2.1800.2400.\cos 120^\circ}$$

$$AB \approx 3650 \text{ km}$$

Vậy sau 3 giờ hai máy bay cách nhau khoảng 3650 km.

**Bài 6 trang 81 SBT Toán 10 Tập 1:** Cho tam giác ABC không vuông. Chứng minh rằng:

$$\frac{\tan A}{\tan B} = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{c^2 + b^2 - a^2}.$$

**Lời giải**

Theo định lí côsin ta có:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$$\Rightarrow \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\text{Tương tự: } \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

Theo định lí côsin ta có:  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = 2R$

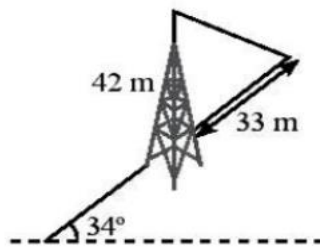
$$\Rightarrow \sin A = \frac{a}{2R} \text{ và } \sin B = \frac{b}{2R}$$

Ta có:

$$\frac{\tan A}{\tan B} = \frac{\sin A}{\cos A} \cdot \frac{\cos B}{\sin B} = \frac{a}{2R} \cdot \frac{2bc}{b^2 + c^2 - a^2} \cdot \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \cdot \frac{2R}{b} = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{c^2 + b^2 - a^2} \text{ (ĐPCM).}$$

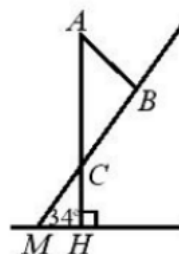
**Bài 7 trang 81 SBT Toán 10 Tập 1:** Một tháp viễn thông cao 42 m được dựng thẳng đứng trên một sườn dốc  $34^\circ$  so với phương ngang. Từ đỉnh tháp người ta neo một sợi cáp

xuống một điểm trên sườn dốc cách chân tháp 33 m như Hình 2. Tính chiều dài của sợi dây cáp đó.



Hình 2

### Lời giải



Hình 2

Ta biểu diễn lại hình như trên. AB là độ dài sợi dây cáp. AC là độ dài tháp. Như vậy  $AC = 42$  m,  $BC = 33$  m,  $\angle CMH = 34^\circ$ ,  $\angle MHC = 90^\circ$ .

Xét tam giác MCH:  $\angle MCH + \angle MHC + \angle CMH = 180^\circ$ .

$$\Rightarrow \angle MCH = 180^\circ - 90^\circ - 34^\circ = 56^\circ.$$

$\angle ACB$  và  $\angle MCH$  là hai góc đối đỉnh nên  $\angle ACB = 56^\circ$  ( tính chất hai góc đối đỉnh).

Áp dụng định lí côsin cho tam giác ABC:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos \angle ACB$$

$$AB^2 = 42^2 + 33^2 - 2 \cdot 42 \cdot 33 \cdot \cos 56^\circ$$

$$AB = \sqrt{42^2 + 33^2 - 2 \cdot 42 \cdot 33 \cdot \cos 56^\circ}$$

$$AB \approx 36,1 \text{ m}$$

Vậy chiều dài sợi dây cáp khoảng 36,1 m.