Dạng 3: Bất phương trình bậc hai và cách giải bài tập

1. Lý thuyết

- Bất phương trình bậc hai ẩn x là bất phương trình dạng $ax^2+bx+c<0$ (hoặc $ax^2+bx+c>0; ax^2+bx+c\le 0; ax^2+bx+c\ge 0$), trong đó a, b, c là những số thực đã cho, $a\ne 0$.

- Giải bất phương trình bậc hai $ax^2+bx+c<0$ thực chất là tìm các khoảng mà trong đó $f(x)=ax^2+bx+c$ cùng dấu với hệ số a (trường hợp a < 0) hay trái dấu với hệ số a (trường hợp a > 0).

2. Các dạng toán

Dạng 3.1: Dấu của tam thức bậc hai

a. Phương pháp giải:

- Tam thức bậc hai (đối với x) là biểu thức dạng ax^2+bx+c. Trong đó a, b, c là những số cho trước với $a\ne 0$.
- Định lý về dấu của tam thức bậc hai:

Cho $f(x)=ax^2+bx+c$ $(a\ne 0)$, $\Delta=b^2-4ac$.

Nếu $\Delta<0$ thì f(x) luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Nếu $\Delta=0$ thì f(x) luôn cùng dấu với hệ số a trừ khi $x=-\dfrac{b}{2a}$.

Nếu $\Delta>0$ thì f(x) cùng dấu với hệ số a khi $x<x_1$ hoặc $x>x_2$, trái dấu với hệ số a khi $x_1<x<x_2$ trong đó $x_1,x_2(x_1<x_2)$ là hai nghiệm của f(x).

Lưu ý: Có thể thay biệt thức $\Delta=b^2-4ac$ bằng biệt thức thu gọn $\Delta'=(b')^2-ac$.

Ta có bảng xét dấu của tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c$ $(a\ne 0)$ trong các trường hợp như sau:

$\Delta<0$:

x	$-\infty$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$

f(x)	Cùng dấu với a

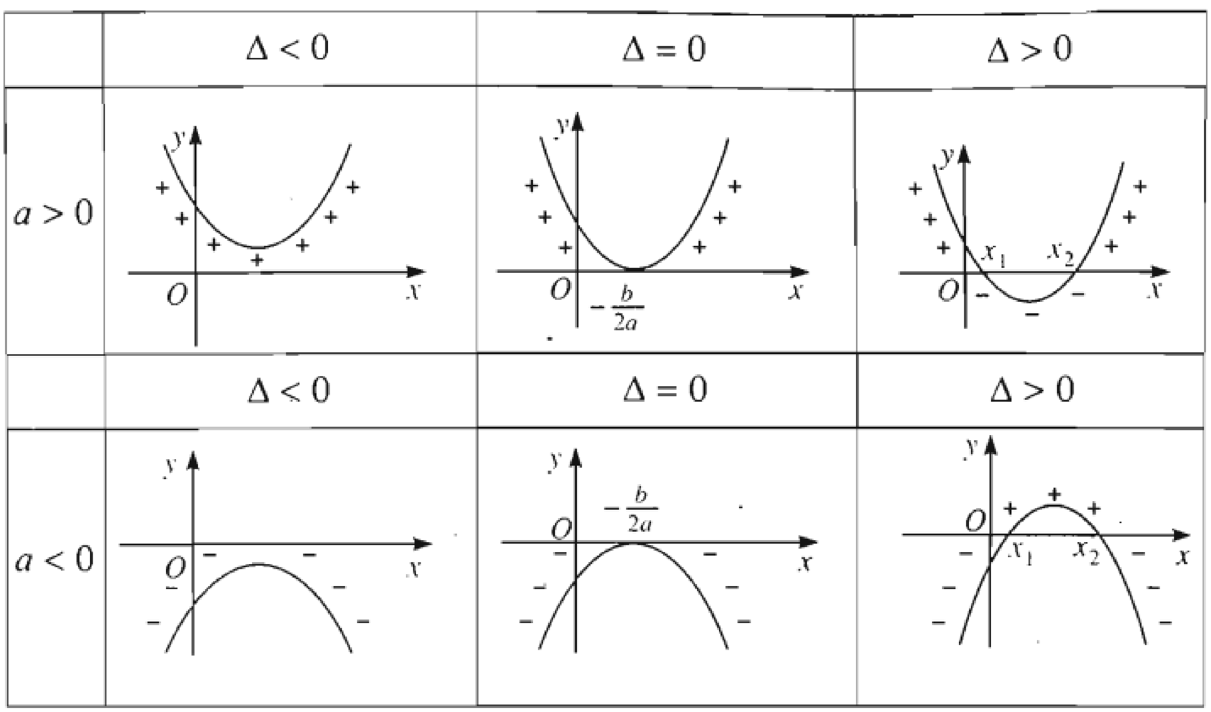
$\Delta = 0$:

x	$-\infty$	$-\dfrac{b}{2a}$	$+\infty$
f(x)	Cùng dấu với a	0	Cùng dấu với a

$\Delta > 0$:

x	$-\infty$	x_1		x_2	$+\infty$
f(x)	Cùng dấu với a	0	Trái dấu với a	0	Cùng dấu với a

Minh họa bằng đồ thị



b. Ví dụ minh họa:

Ví dụ 1: Xét dấu tam thức $f\left(x\right) = -x^2 - 4x + 5$

Hướng dẫn:

Ta có f(x) có hai nghiệm phân biệt $x=1,\ x=-5$ và hệ số a = -1 < 0 nên:

f(x) > 0 khi $x\in(-5;1)$; f(x) < 0 khi $x\in(-\infty;-5)\cup(1;+\infty)$.

Ví dụ 2: Xét dấu biểu thức $f\left(x\right)=\left(3x^2-10x+3\right)\left(4x-5\right)$.

Hướng dẫn:

Ta có: $3x^2-10x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=\dfrac{1}{3}\end{array}\right.$ và $4x-5=0\Leftrightarrow x=\dfrac{5}{4}$.

Lập bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$\frac{5}{4}$		3		$+\infty$
$3x^2-10x+3$		+	0	–	|	–	0	+	
$4x-5$		–	|	–	0	+	|	+	
f(x)		–	0	+	0	–	0	+	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy:

$f\left(x\right)\le0\Leftrightarrow x\in\left(-\infty;\frac{1}{3}\right]\cup\left[\frac{5}{4};3\right]$; $f\left(x\right)\ge0\Leftrightarrow x\in\left[\frac{1}{3};\frac{5}{4}\right]\cup\left[3;+\infty\right)$.

Dạng 3.2: Giải và biện luận bất phương trình bậc hai

a. Phương pháp giải:

Giải và biện luận bất phương trình bậc hai

Ta xét hai trường hợp:

+) Trường hợp 1: a = 0 (nếu có).

+) Trường hợp 2: a $\neq$ 0, ta có:

Bước 1: Tính Δ (hoặc Δ')

Bước 2: Dựa vào dấu của Δ (hoặc Δ') và a, ta biện luận số nghiệm của bất phương trình

Bước 3: Kết luận.

b. Ví dụ minh họa:

Ví dụ 1: Giải và biện luận bất phương trình $x^2+2x+6m>0$.

Hướng dẫn:

Đặt $f(x)=x^2+2x+6m$

Ta có Δ' = 1 - 6m; a = 1. Xét ba trường hợp:

+) Trường hợp 1: Nếu $\Delta'<0 \Leftrightarrow m>\frac{1}{6} \Rightarrow f(x)>0\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $S=\mathbb{R}$.

+) Trường hợp 2: Nếu $\Delta'=0 \Leftrightarrow m=\frac{1}{6} \Rightarrow f(x)>0\ \forall x\in\mathbb{R}\backslash\{-1\}$.

Suy ra nghiệm của bất phương trình là $S=\mathbb{R}\backslash\{-1\}$.

+) Trường hợp 3: Nếu $\Delta'>0 \Leftrightarrow m<\frac{1}{6}$.

Khi đó f(x) = 0 có hai nghiệm phân biệt $x_1=-1-\sqrt{1-6m}$; $x_2=-1+\sqrt{1-6m}$ (dễ thấy $x_1<x_2$) $\Rightarrow f(x)>0$ khi $x<x_1$ hoặc $x>x_2$. Suy ra nghiệm của bất phương trình là $S=\left(-\infty;x_1\right)\cup\left(x_2;+\infty\right)$.

Vậy:

Với $m>\frac{1}{6}$ tập nghiệm của bất phương trình là $S=\mathbb{R}$.

Với $m=\frac{1}{6}$ tập nghiệm của bất phương trình là $S=\mathbb{R}\backslash\{-1\}$.

Với $m<\frac{1}{6}$ tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(-\infty;x_1\right)\cup\left(x_2;+\infty\right)$ với $x_1=-1-\sqrt{1-6m}$, $x_2=-1+\sqrt{1-6m}$.

Ví dụ 2: Giải và biện luận bất phương trình $12x^2+2\left(m+3\right)x+m\le 0.$

Hướng dẫn:

Đặt $f(x)=12x^2+2\left(m+3\right)x+m$, ta có a = 12 và $\Delta'=(m-3)^2\ge 0$

Khi đó, ta xét hai trường hợp:

+) Trường hợp 1: Nếu $\Delta'=0\Leftrightarrow m=3$, suy ra $f(x)\ge 0\ \forall x\in\mathbb{R}$. Do đó, nghiệm của bất phương trình là $x=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{1}{2}$.

+) Trường hợp 2: Nếu $\Delta'>0\Leftrightarrow m\ne 3$, suy ra f(x) = 0 có hai nghiệm phân biệt $x_1=-\dfrac{1}{2};x_2=-\dfrac{m}{6}$

Xét hai khả năng sau:

Khả năng 1: Nếu $x_1<x_2\Leftrightarrow m<3$

Khi đó, theo định lý về dấu của tam thức bậc hai, tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left[-\dfrac{1}{2};-\dfrac{m}{6}\right]$

Khả năng 2: Nếu $x_1>x_2\Leftrightarrow m>3$

Khi đó, theo định lý về dấu của tam thức bậc hai, tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left[-\dfrac{m}{6};-\dfrac{1}{2}\right]$

Vậy: Với m = 3 tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$.

Với m < 3 tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left[-\dfrac{1}{2};-\dfrac{m}{6}\right]$.

Với m > 3 tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left[-\dfrac{m}{6};-\dfrac{1}{2}\right]$.

Dạng 3.3: Bất phương trình chứa căn thức

a. Phương pháp giải:

Sử dụng các công thức:

+) $\sqrt{f(x)} \le g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \ge 0 \\ g(x) \ge 0 \\ f(x) \le g^2(x) \end{cases}$

+) $\sqrt{f(x)} \ge g(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} g(x) < 0 \\ f(x) \ge 0 \end{cases} \\ \begin{cases} g(x) \ge 0 \\ f(x) \ge g^2(x) \end{cases} \end{array}\right.$

b. Ví dụ minh họa:

Ví dụ 1: Giải bất phương trình $\sqrt{x^2+2} \le x-1$.

Hướng dẫn:

Ta có $\sqrt{x^2+2} \le x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \ge 0 \\ x^2+2 \ge 0 \\ x^2+2 \le x^2-2x+1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 1 \\ 2x \le -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 1 \\ x \le -\frac{1}{2} \end{cases}$ (vô lý).

Vậy bất phương trình vô nghiệm.

Ví dụ 2: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\sqrt{x^2-2x-15} > 2x+5$.

Hướng dẫn:

Ta có: $\sqrt{x^2-2x-15} > 2x+5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2-2x-15 \ge 0 \\ 2x+5 < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 2x+5 \ge 0 \\ x^2-2x-15 > (2x+5)^2 \end{cases} \end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \le -3 \\ x \ge 5 \end{array}\right. \\ x < -\dfrac{5}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x \ge -\dfrac{5}{2} \\ 3x^2+22x+40 < 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \le -3 \\ \begin{cases} x \ge -\dfrac{5}{2} \\ -4 < x < -\dfrac{10}{3} \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow x \le -3.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $S = (-\infty; -3]$.

3. Bài tập tự luyện

3.1 Tự luận

Câu 1: Tìm tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $2x^2-3x-15 \le 0$

Hướng dẫn:

Xét $f(x) = 2x^2-3x-15$.

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{3 \pm \sqrt{129}}{4}$.

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$\frac{3-\sqrt{129}}{4}$		$\frac{3+\sqrt{129}}{4}$		$+\infty$
f(x)		+	0	−	0	+	

Tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left[\dfrac{3-\sqrt{129}}{4}; \dfrac{3+\sqrt{129}}{4}\right]$.

Do đó bất phương trình có 6 nghiệm nguyên là: -2; -1; 0; 1; 2; 3.

Câu 2: Xét dấu biểu thức: $f(x) = x^2 - 4$.

Hướng dẫn:

Ta có f(x) có hai nghiệm phân biệt x = -2, x = 2 và hệ số a = 1 > 0 nên:

f(x) < 0 khi $x \in (-2;2)$; f(x) > 0 khi $x \in (-\infty;-2) \cup (2;+\infty)$.

Câu 3: Xét dấu biểu thức: $f(x) = x^2 - 4x + 4$.

Hướng dẫn:

$x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$. Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$x^2 - 4x + 4$		+	0	+	

Vậy f(x) > 0 với $\forall x \in \mathbb{R} \backslash \{2\}$.

Câu 4: Giải bất phương trình $x(x+5) \le 2(x^2+2)$.

Hướng dẫn:

Bất phương trình $x(x+5) \le 2(x^2+2) \Leftrightarrow x^2 + 5x \le 2x^2 + 4 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 \ge 0$

Xét phương trình $x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-4) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 4 \end{array}\right.$.

Lập bảng xét dấu:

x	$-\infty$		1		4		$+\infty$
$x^2 - 5x + 4$		+	0	−	0	+	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $x^2 - 5x + 4 \ge 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty;1] \cup [4;+\infty)$.

Câu 5: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của x thỏa mãn $\dfrac{x+3}{x^2-4} - \dfrac{1}{x+2} < \dfrac{2x}{2x-x^2}$?

Hướng dẫn:

Điều kiện: $\begin{cases} x^2-4\neq 0 \\ x+2\neq 0 \\ 2x-x^2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 0 \\ x\neq \pm 2 \end{cases}$.

Bất phương trình:

$$\frac{x+3}{x^2-4}-\frac{1}{x+2}<\frac{2x}{2x-x^2} \Leftrightarrow \frac{x+3}{x^2-4}-\frac{1}{x+2}+\frac{2x}{x^2-2x}<0 \Leftrightarrow \frac{2x+9}{x^2-4}<0.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$-\frac{9}{2}$		-2		2		$+\infty$
2x + 9		–	0	+	|	+	|	+	
x^2-4		+	|	+	0	–	0	+	
f(x)		–	0	+	||	–	||	+	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $\frac{2x+9}{x^2-4}<0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;-\frac{9}{2}\right)\cup(-2;2)$.

Vậy chỉ có duy nhất một giá trị nguyên dương của x (x = 1) thỏa mãn yêu cầu.

Câu 6: Tìm các giá trị của m để biểu thức
$f(x)=x^2+(m+1)x+2m+7>0 \ \ \forall x\in\mathbb{R}$.

Hướng dẫn:

Ta có: $f(x)>0,\forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1>0 \\ (m+1)^2-4(2m+7)<0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m^2-6m-27<0 \Leftrightarrow -3<m<9$.

Câu 7: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình:
$(m+1)x^2-2(m+1)x+4\geq 0\,(1)$ có tập nghiệm $S=\mathbb{R}$?

Hướng dẫn:

+) Trường hợp 1: $m+1=0 \Leftrightarrow m=-1$

Bất phương trình (1) trở thành $4 \geq 0\ \forall x \in R$ (Luôn đúng) (*)

+) Trường hợp 2: $m+1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$

Bất phương trình (1) có tập nghiệm $S=\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1>0 \\ \Delta' = m^2-2m-3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1<m\leq 3(**)$$

Từ (*) và (**) ta suy ra với $-1 \leq m \leq 3$ thì bất phương trình có tập nghiệm $S=\mathbb{R}$.

Câu 8: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để tam thức bậc hai f(x) sau đây thỏa mãn $f(x)=-x^2+2x+m-2018<0,\ \forall x \in \mathbb{R}$.

Hướng dẫn:

Vì tam thức bậc hai f(x) có hệ số a = -1 < 0 nên $f(x)<0, \forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$\Delta' < 0 \Leftrightarrow 1-(-1)(m-2018)<0 \Leftrightarrow m-2017<0 \Leftrightarrow m<2017$.

Câu 9: Bất phương trình $\sqrt{2x-1} \leq 2x-3$ có bao nhiêu nghiệm nguyên thuộc khoảng (0; 7)?

Hướng dẫn:

Ta có: $\sqrt{2x-1} \leq 2x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ 2x-3 \geq 0 \\ 2x-1 \leq (2x-3)^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \dfrac{1}{2} \\ x \geq \dfrac{3}{2} \\ 4x^2-14x+10 \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \dfrac{3}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x \le 1 \\ x \ge \dfrac{5}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x \ge \frac{5}{2}$$

Kết hợp điều kiện: $\begin{cases} x \in (0;7) \\ x \in \mathbb{Z} \end{cases}$, suy ra $x \in \{3;4;5;6\}$.

Vậy bất phương trình có 4 nghiệm nguyên thuộc khoảng (0; 7).

Câu 10: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2 + 2017} \le \sqrt{2018}x$.

Hướng dẫn:

$$\sqrt{x^2 + 2017} \le \sqrt{2018}x \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2017 \ge 0 \\ x \ge 0 \\ x^2 + 2017 \le 2018x^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ x^2 - 1 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} x \le -1 \\ x \ge 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x \ge 1$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $T = [1;+\infty)$.

3.2 Trắc nghiệm

Câu 1: Cho tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c \ (a \ne 0)$, $\Delta = b^2 - 4ac$. Ta có $f(x) \le 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \le 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} a \le 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$.

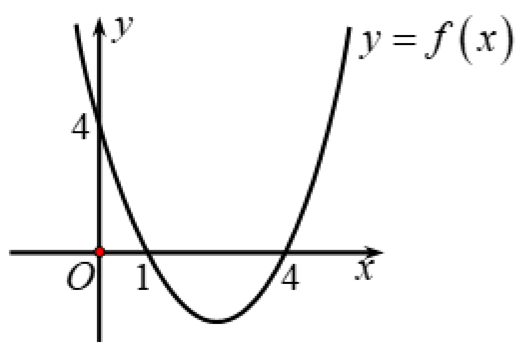
D. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.

Hướng dẫn:

Chọn A.

Áp dụng định lý về dấu của tam thức bậc hai ta có: $f\left(x\right) \leq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f\left(x\right) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $\Delta = b^2 - 4ac$, tìm dấu của a và Δ.



A. a > 0, $\Delta > 0$.

B. a < 0, $\Delta > 0$.

C. a > 0, $\Delta = 0$.

D. a < 0, $\Delta = 0$.

Hướng dẫn:

Chọn A.

Đồ thị hàm số là một parabol có bề lõm quay lên nên a > 0 và đồ thị hàm số cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt nên $\Delta > 0$.

Câu 3: Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c\ (a \neq 0)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Nếu $\Delta > 0$ thì f(x) luôn cùng dấu với hệ số a, với mọi $x \in \mathbb{R}$.

B. Nếu $\Delta < 0$ thì f(x) luôn trái dấu với hệ số a, với mọi $x \in \mathbb{R}$.

C. Nếu $\Delta = 0$ thì f(x) luôn cùng dấu với hệ số a, với mọi $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{b}{2a}\right\}$.

D. Nếu $\Delta < 0$ thì f(x) luôn cùng dấu với hệ số b, với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Hướng dẫn:

Chọn C. Theo định lý về dấu tam thức bậc hai

Câu 4: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 8x + 7 \geq 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào không là tập con của S?

A. $(-\infty; 0]$.

B. $[6; +\infty)$.

C. $[8; +\infty)$.

D. $(-\infty; -1]$.

Hướng dẫn:

Chọn B.

Ta có $x^2 - 8x + 7 \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \leq 1 \\ x \geq 7 \end{array}\right.$.

Suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; 1] \cup [7; +\infty)$.

Do đó $[6; +\infty) \not\subset S$.

Câu 5: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + mx + 4 = 0$ có nghiệm

A. $-4 \leq m \leq 4$.

B. $m \le -4$ hoặc $m \ge 4$.

C. $m \le -2$ hoặc $m \ge 2$.

D. $-2 \le m \le 2$.

Hướng dẫn:

Chọn B.

Phương trình $x^2 + mx + 4 = 0$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \ge 0 \Leftrightarrow m^2 - 16 \ge 0 \Leftrightarrow m \le -4$ hoặc $m \ge 4$.

Câu 6: Tam thức $f\left(x\right) = x^2 + 2\left(m-1\right)x + m^2 - 3m + 4$ không âm với mọi giá trị của x khi

A. $m < 3$.

B. $m \ge 3$.

C. $m \le -3$.

D. $m \le 3$.

Hướng dẫn:

Chọn D.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow f\left(x\right) \ge 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow x^2 + 2\left(m-1\right)x + m^2 - 3m + 4 \ge 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta' = \left(m-1\right)^2 - \left(m^2 - 3m + 4\right) \le 0$

$\Leftrightarrow m - 3 \le 0 \Leftrightarrow m \le 3$.

Vậy $m \le 3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 7: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $x^2 - \left(m+2\right)x + 8m + 1 \le 0$ vô nghiệm.

A. $m \in \left[0; 28\right]$.

B. $m \in \left(-\infty; 0\right) \cup \left(28; +\infty\right)$.

C. $m\in(-\infty;0]\cup[28;+\infty)$.

D. $m\in(0;28)$.

Hướng dẫn:

Chọn D.

Bất phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi $\Delta=(m+2)^2-4(8m+1)<0$

$\Leftrightarrow m^2-28m<0\Leftrightarrow 0<m<28$.

Câu 8: Bất phương trình $\sqrt{-x^2+6x-5}>8-2x$ có nghiệm là:

A. $-5<x\le -3$.

B. $3<x\le 5$.

C. $2<x\le 3$.

D. $-3\le x\le -2$.

Hướng dẫn:

Chọn B.

Ta có: $\sqrt{-x^2+6x-5}>8-2x\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}-x^2+6x-5\ge 0\\ 8-2x<0\end{cases}\\ \begin{cases}8-2x\ge 0\\ -x^2+6x-5>(8-2x)^2\end{cases}\end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}1\le x\le 5\\ x>4\end{cases}\\ \begin{cases}x\le 4\\ 3<x<\dfrac{23}{5}\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow 3<x\le 5.$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $3<x\le 5$.

Câu 9: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\sqrt{2(x^2+1)}\le x+1$ là:

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Hướng dẫn:

Chọn B.

Ta có: $\sqrt{2\left(x^2+1\right)} \le x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \ge 0 \\ 2\left(x^2+1\right) \ge 0 \\ 2\left(x^2+1\right) \le (x+1)^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \ge 0 \\ x^2-2x+1 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \ge 0 \\ (x-1)^2 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow x=1$

Vậy bất phương trình đã cho có 1 nghiệm nguyên.

Câu 10: Nghiệm của bất phương trình $\dfrac{3x-1}{\sqrt{x+2}} \le 0\,(1)$ là:

A. $x \le \dfrac{1}{3}$.

B. $-2 < x < \dfrac{1}{3}$.

C. $\begin{cases} x \le \dfrac{1}{3} \\ x \ne -2 \end{cases}$.

D. $-2 < x \le \dfrac{1}{3}$.

Hướng dẫn:

Chọn D.

Điều kiện xác định: x > -2.

$(1) \Leftrightarrow 3x - 1 \le 0 \Leftrightarrow x \le \frac{1}{3}$ (do $\sqrt{x+2} > 0$ với mọi x > -2)

Kết hợp điều kiện $x > -2$ suy ra nghiệm của bất phương trình là $-2 < x \le \frac{1}{3}$.