

Bài tập Phép biến hình. Phép tịnh tiến - Toán 11

I. Bài tập trắc nghiệm

Bài 1: Trong mặt phẳng tọa độ, phép tịnh tiến theo vecto $\vec{v} \rightarrow (1;1)$ biến điểm $A(0;2)$ thành A' và biến điểm $B(-2;1)$ thành B' , khi đó:

A. $A'B' = \sqrt{5}$

B. $A'B' = \sqrt{10}$

C. $A'B' = \sqrt{11}$

D. $A'B' = \sqrt{12}$

Lời giải:

Đáp án: A

Phép tịnh tiến theo vecto $\vec{v}(1;1)$ biến $A(0; 2)$ thành $A'(1; 3)$ và biến $B(-2; 1)$ thành $B'(-1; 2) \Rightarrow A'B' = \sqrt{5}$

Bài 2: Trong mặt phẳng tọa độ, phép tịnh tiến theo vecto $\vec{v}(1;0)$ biến đường thẳng $d: x - 1 = 0$ thành đường thẳng d' có phương trình:

A. $x - 1 = 0$

B. $x - 2 = 0$

C. $x - y - 2 = 0$

D. $y - 2 = 0$

Lời giải:

Đáp án: B

Lấy $M(x; y)$ thuộc d ; gọi $M'(x'; y')$ là ảnh của M qua phép tịnh tiến theo vecto $\vec{v} \rightarrow (1; 0)$ thì

$$\begin{cases} x' - x = 1 \\ y' - y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = x' - 1 \\ y = y' \end{cases}$$

Thay vào phương trình d ta được $x' - 2 = 0$, hay phương trình d' là $x - 2 = 0$.

Bài 3: Trong mặt phẳng tọa độ, phép tịnh tiến theo vecto $\vec{v}(3; 1)$ biến đường thẳng $d: 12x - 36y + 101 = 0$ thành đường thẳng d' có phương trình:

A. $12x - 36y - 101 = 0$

B. $12x + 36y + 101 = 0$

C. $12x + 36y - 101 = 0$

D. $12x - 36y + 101 = 0$.

Lời giải:

Đáp án: D

Vecto chỉ phương của d có tọa độ $(3; 1)$ cùng phương với vecto \vec{v} nên phép tịnh tiến theo vecto $\vec{v}(3; 1)$ biến đường thẳng d thành chính nó.

Bình luận: Nếu không tinh ý nhận ra điều trên, cứ làm bình thường theo quy trình thì sẽ rất lãng phí thời gian.

Bài 4: Trong mặt phẳng tọa độ, phép tịnh tiến theo vecto $\vec{v}(-2; -1)$ biến thành parabol $(P): y = x^2$ thành parabol (P') có phương trình:

A. $y = x^2 + 4x - 5$

B. $y = x^2 + 4x + 4$

C. $y = x^2 + 4x + 3$

D. $y = x^2 - 4x + 5$

Lời giải:

Đáp án: C

Lấy $M(x; y)$ thuộc (P); gọi $M'(x'; y')$ là ảnh của M qua phép tịnh tiến theo vecto $\vec{v}(-2; -1)$ thì:

$$\begin{cases} x' - x = -2 \\ y' - y = -1 \end{cases}$$

thay vào phương trình (P) được $y' + 1 = (x' + 2)^2 \Rightarrow y' = x'^2 + 4x' + 3$ hay $y = x^2 + 4x + 3$.

Bài 5: Trong mặt phẳng tọa độ, phép tịnh tiến theo vecto $\vec{v}(-3; -2)$ biến đường tròn có phương trình (C): $x^2 + (y - 1)^2 = 1$ thành đường tròn (C') có phương trình:

A. $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 1$

B. $(x + 3)^2 + (y + 1)^2 = 1$

C. $(x + 3)^2 + (y + 1)^2 = 4$

D. $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 4$

Lời giải:

Đáp án: B

Đường tròn (C) có tâm I(0; 1) và bán kính $R = 1$.

Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}(-3;-2)$ biến tâm $I(0; 1)$ của (C) thành tâm I' của (C') có cùng bán kính $R' = R = 1$

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_{I'} = x_I + a = 0 + (-3) = -3 \\ y_{I'} = y_I + b = 1 + (-2) = -1 \end{cases}$$

\Rightarrow phương trình (C') là $(x + 3)^2 + (y + 1)^2 = 1$.

Chú ý: Phép tịnh tiến biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

Bài 6: Phép biến hình biến điểm M thành điểm M' thì với mỗi điểm M có:

- A. Ít nhất một điểm M' tương ứng
- B. Không quá một điểm M' tương ứng
- C. Vô số điểm M' tương ứng
- D. Duy nhất một điểm M' tương ứng

Lời giải:

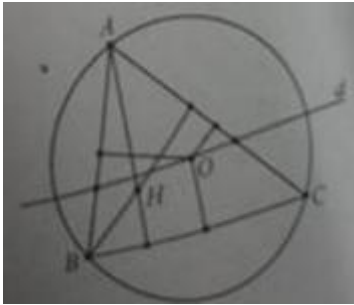
Đáp án: D

Hướng dẫn giải: quy tắc đặt tương ứng mỗi điểm M của mặt phẳng với một điểm xác định duy nhất M' của mặt phẳng đó gọi là phép biến hình trong mặt phẳng.

Bài 7: Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) . Qua O kẻ đường thẳng d . Quy tắc nào sau đây là một phép biến hình.

- A. Quy tắc biến O thành giao điểm của d với các cạnh tam giác ABC
- B. Quy tắc biến O thành giao điểm của d với đường tròn O
- C. Quy tắc biến O thành hình chiếu của O trên các cạnh của tam giác ABC

D. Quy tắc biến O thành trục tâm H, biến H thành O và các điểm khác H và O thành chính nó.



Lời giải:

Đáp án: D

Các quy tắc A, B, C đều biến O thành nhiều hơn một điểm nên đó không phải là phép biến hình. Quy tắc D biến O thành điểm H duy nhất nên đó là phép biến hình. Chọn đáp án D

Bài 8: Cho hình vuông ABCD có M là trung điểm của BC. Phép tịnh tiến theo

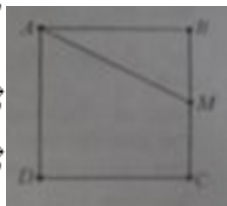
vecto \vec{v} biến M thành A thì \vec{v} bằng:

A. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}$

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

C. $\frac{1}{2}\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB}$

D. $\frac{1}{2}\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB}$



Lời giải:

Đáp án: C

$$\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB}$$

Bài 9: Cho tam giác ABC có trực tâm H, nội tiếp đường tròn (O), BC cố định, I là trung điểm của BC. Khi A di động trên (O) thì quỹ tích H là đường tròn (O') là ảnh của O qua phép tịnh tiến theo vectơ \mathbf{v} bằng:

- A. \vec{IH}
- B. \vec{AO}
- C. $2\vec{OI}$
- D. $\frac{1}{2}\vec{BC}$



Lời giải:

Đáp án: C

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua O. Ta có: BH // A'C suy ra BHCA' là hình bình hành do đó HA' cắt BC tại trung điểm I của BC. Mà O là trung điểm của AA' suy ra OI là đường trung bình của tam giác AHA' suy ra $\vec{AH} = 2\vec{OI}$

Cách 2: Gọi B' là điểm đối xứng với B qua O, chứng minh AHCB' là hình bình hành rồi suy ra $\vec{AH} = \vec{BC} = 2\vec{OI}$

Bài 10: Mặt phẳng tọa độ, phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}(2; -3)$ biến đường thẳng d: $2x + 3y - 1 = 0$ thành đường thẳng d' có phương trình

- A. $3x + 2y - 1 = 0$

B. $2x + 3y + 4 = 0$

C. $3x + 2y + 1 = 0$

D. $2x + 3y + 1 = 0$

Lời giải:

Đáp án: B

Phép tịnh tiến theo vecto $\vec{v}(2; -3)$ biến điểm M (x; y) thành điểm M'(x'; y') thì:

$$\begin{cases} x' - x = 2 \\ y' - y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' - 2 \\ y = y' + 3 \end{cases}$$

hay vào phương trình d được:

$$2(x' - 2) + 3(y' + 3) - 1 = 0 \Rightarrow 2x' + 3y' + 4 = 0$$

hay $2x + 3y + 4 = 0$.

II. Bài tập tự luận có lời giải

Bài 1: Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. phép tịnh tiến theo vecto \vec{v} biến M thành M' thì $\vec{v} = \overrightarrow{M'M}$

B. Phép tịnh tiến là phép đồng nhất khi vecto tịnh tiến là $\vec{0}$

C. Phép tịnh tiến theo vecto \vec{v} biến M thành M' và N thành N' thì tứ giác MNM'N' là hình bình hành

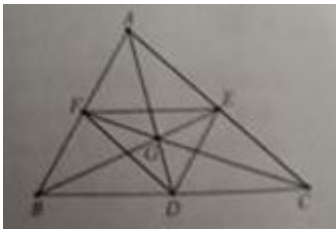
D. Phép tịnh tiến theo vecto \vec{v} biến đường tròn (O;R) thành đường tròn (O;R)

Lời giải:

Đáp án: B

Phương án A. $\vec{v} = \overrightarrow{MM'}$ mới đúng nghĩa. Phương án C. Tứ giác MNN'M' mới là hình bình hành. Phương án D. phép tịnh tiến theo vectơ \vec{v} chỉ biến đường tròn (O; R) thành đường tròn (O'; R) khi vectơ tịnh tiến bằng vectơ không.

Bài 2: Cho tam giác ABC có trọng tâm G, Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB. Mệnh đề nào sau đây là sai.



A. $T_{1/2} BC \rightarrow (F) = E$

B. $T_{DE} \rightarrow (B) = F$

C. $T_{2DG} \rightarrow (A) = G$

D. $T_{1/2} GA \rightarrow (D) = G$

Lời giải:

Đáp án: C

Bài 3: Trong mặt phẳng tọa độ, phép tịnh tiến theo $\vec{v}(1;2)$ biến điểm M (-1; 4) thành điểm M' có tọa độ là?

Lời giải:

Thay vào công thức:

$$\begin{cases} x' = x + a = 0 \\ y' = y + b = 6 \end{cases}$$

Bài 4: Trong mặt phẳng tọa độ cho điểm $M(-10;1)$ và điểm $M'(3;8)$. Phép tịnh tiến theo vecto $\vec{v} \rightarrow$ biến M thành M' , thì tọa độ vecto \vec{v} là:

Lời giải:

Ta có: $x' - x = 13$; $y' - y = 7$

Bài 5: Trong mặt phẳng tọa độ, phép tịnh tiến theo vecto $\vec{v}(0;0)$ biến điểm $A(0;2)$ thành điểm A' có tọa độ:

Lời giải:

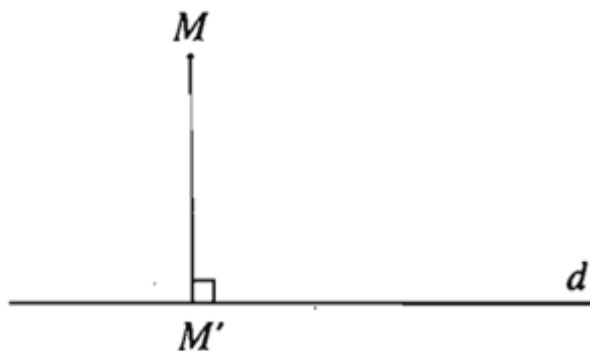
Đáp án: D

Bài 6: Trong mặt phẳng cho đường thẳng d và M . Dựng hình chiếu vuông góc M' của điểm M lên đường thẳng d .

Lời giải:

Từ M kẻ đường thẳng vuông góc với d cắt d tại M'

$\Rightarrow M'$ là hình chiếu của M trên đường thẳng d

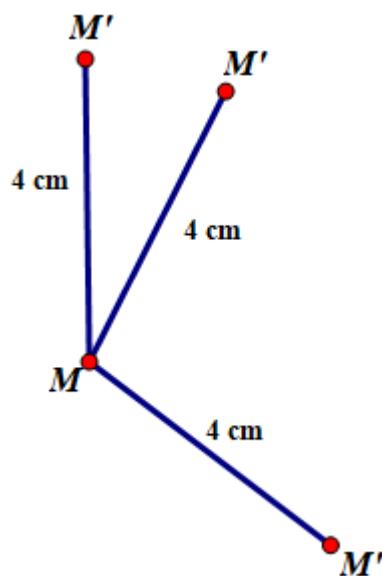


Bài 7 Cho trước số a dương, với mỗi điểm M trong mặt phẳng, gọi M' là điểm sao cho $MM' = a$. Quy tắc đặt tương ứng điểm M với điểm M' nêu trên có phải là một phép biến hình không?

Lời giải:

Quy tắc đặt tương ứng điểm M với điểm M' nêu trên không phải là một phép biến hình vì M' không phải là điểm duy nhất được xác định trên mặt phẳng

Ví dụ minh họa: $a = 4 \text{ cm}$



Bài 8 Chứng minh rằng $M' = T_{\vec{v}}(M) \Leftrightarrow T_{-\vec{v}}(M') = M$

Lời giải:

$$\begin{aligned} M' = T_{\vec{v}}(M) &\Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v} \text{ (theo định nghĩa)} \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{M'M} = -\vec{v} \text{ (vector đối)} \\ &\Leftrightarrow M = T_{-\vec{v}}(M') \end{aligned}$$

Bài 9 Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Dựng ảnh của tam giác ABC qua phép tịnh tiến theo vector \overrightarrow{AG} . Dựng điểm D sao cho phép tịnh tiến theo vector \overrightarrow{AG} biến D thành A .

Lời giải:

$$T_{\vec{AG}} \begin{cases} A \rightarrow G \\ B \rightarrow B_1 \text{ sao cho } \overline{BB_1} = \overline{AG} \\ C \rightarrow C_1 \text{ sao cho } \overline{CC_1} = \overline{AG} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \triangle ABC \xrightarrow{T_{\vec{AG}}} \triangle GB_1C_1$$

***Điểm D**

$$D \xrightarrow{T_{\vec{AG}}} A \Leftrightarrow \overline{DA} = \overline{AG}$$

\Leftrightarrow A là trung điểm của đoạn thẳng DG

Bài 10 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho vector $\vec{v} = (-1; 2)$, A(3; 5), B(-1; 1) và đường thẳng d có phương trình $x - 2y + 3 = 0$.

- Tìm tọa độ của các điểm A', B' theo thứ tự là ảnh của A, B qua phép tịnh tiến theo vectơ v.
- Tìm tọa độ của điểm C sao cho A là ảnh của C qua phép tịnh tiến theo vectơ \vec{v} .
- Tìm phương trình của đường thẳng d' là ảnh của d qua phép tịnh tiến theo v.

Lời giải:

a. Gọi tọa độ của A' là (x', y'). Theo công thức tọa độ của phép tịnh tiến, ta có:

$$\text{vecto } v = (-1; 2), A(3; 5); A' = T_v(A) \Rightarrow x' = -1 + 3 \Rightarrow x' = 2$$

$$y' = 2 + 5 \Rightarrow y' = 7 \Rightarrow A'(2, 7)$$

Tương tự, ta tính được B'(-2 ; 3).

b. Gọi tọa độ của C là (x; y). A(3; 5) là ảnh của C qua phép tịnh tiến theo vectơ

c. Vì $d' = Tv.(d)$ nên $d' \parallel d$, do đó để viết phương trình của d' , ta tìm một điểm $M \in d$ và ảnh M' của nó qua phép tịnh tiến theo **vector** \vec{v} và sau đó viết phương trình đường thẳng đi qua M' và song song với d .

Trong phương trình $x - 2y + 3 = 0$, cho $y = 0$ thì $x = -3$. Vậy ta được điểm $M(-3; 0)$ thuộc d .

Đường thẳng d có phương trình: $x - 2y + 3 = 0$

Đường thẳng d' song song với d có phương trình $x - 2y + m = 0$, d' đi qua M' nên:

$$(-4) - 2 \cdot 2 + m = 0 \Leftrightarrow m = 8.$$

Vậy phương trình của d' là: $x - 2y + 8 = 0$

III. Bài tập vận dụng

Bài 1 Cho hai đường thẳng a và b song song với nhau. Hãy chỉ ra một phép tịnh tiến biến a thành b . Có bao nhiêu phép tịnh tiến như thế?

Bài 2 Trong mặt phẳng tọa độ, phép tịnh tiến theo **vector** $\vec{v}(1;0)$ biến đường thẳng $d: x - 1 = 0$ thành đường thẳng d' có phương trình?

Bài 3 Trong mặt phẳng tọa độ, phép tịnh tiến theo **vector** $\vec{v}(3;1)$ biến đường thẳng $d: 12x - 36y + 101 = 0$ thành đường thẳng d' có phương trình?

Bài 4 Trong mặt phẳng tọa độ, phép tịnh tiến theo **vector** $\vec{v}(-3;-2)$ biến đường tròn có phương trình (C): $x^2 + (y - 1)^2 = 1$ thành đường tròn (C') có phương trình?

Bài 5 Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O). Qua O kẻ đường thẳng d . Quay tất cả các hình quanh d là một phép biến hình?

Bài 6 Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Xác định ảnh của tam giác ABC qua phép tịnh tiến theo **vector** \vec{AG} biến D thành A.

Bài 7 Cho hai đường thẳng a và b song song với nhau. Hãy chỉ ra một phép tịnh tiến biến a thành b . Có bao nhiêu phép tịnh tiến như thế?

Bài 8 Cho hình vuông $ABCD$ có M là trung điểm của BC . Phép tịnh tiến theo vectơ \vec{v} biến M thành A thì \vec{v} bằng?

Bài 9 Mặt phẳng tọa độ, phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}(2; -3)$ biến đường thẳng $d: 2x + 3y - 1 = 0$ thành đường thẳng d' có phương trình

Bài 10 Cho tam giác ABC có trọng tâm G , Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Mệnh đề nào sau đây là sai.

