

Bài 3: Phương trình quy về phương trình bậc hai

C. BÀI TẬP

Bài 1 trang 18 SBT Toán 7 tập 1: Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{4x^2 + 15x - 19} = \sqrt{5x^2 + 23x - 14};$

b) $\sqrt{8x^2 + 10x - 3} = \sqrt{29x^2 - 7x - 1};$

c) $\sqrt{-4x^2 - 5x + 8} = \sqrt{2x^2 + 2x - 2};$

d) $\sqrt{5x^2 + 25x + 13} = \sqrt{20x^2 - 9x + 28};$

e) $\sqrt{-x^2 - 2x + 7} = \sqrt{-x - 13}$

Lời giải

a) $\sqrt{4x^2 + 15x - 19} = \sqrt{5x^2 + 23x - 14}$

Bình phương hai vế của phương trình đã cho, ta được:

$$4x^2 + 15x - 19 = 5x^2 + 23x - 14$$

$$\Rightarrow x^2 + 8x + 5 = 0$$

$$\Rightarrow x = -4 + \sqrt{11} \text{ hoặc } x = -4 - \sqrt{11}$$

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có $-4 - \sqrt{11}$ thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $-4 - \sqrt{11}$.

b) $\sqrt{8x^2 + 10x - 3} = \sqrt{29x^2 - 7x - 1}$

Bình phương hai vế của phương trình đã cho, ta được:

$$8x^2 + 10x - 3 = 29x^2 - 7x - 1$$

$$\Rightarrow 21x^2 - 17x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{3} \text{ hoặc } x = \frac{1}{7}$$

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có $\frac{2}{3}$ thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $\frac{2}{3}$.

$$c) \sqrt{-4x^2 - 5x + 8} = \sqrt{2x^2 + 2x - 2}$$

Bình phương hai vế của phương trình đã cho, ta được:

$$-4x^2 - 5x + 8 = 2x^2 + 2x - 2$$

$$\Rightarrow 6x^2 + 7x - 10 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{6} \text{ hoặc } x = -2$$

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy $x = \frac{5}{6}$ và $x = -2$ đều thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = \frac{5}{6}$ và $x = -2$.

$$d) \sqrt{5x^2 + 25x + 13} = \sqrt{20x^2 - 9x + 28}$$

Bình phương hai vế của phương trình đã cho, ta được:

$$5x^2 + 25x + 13 = 20x^2 - 9x + 28$$

$$\Rightarrow 15x^2 - 34x + 15 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{3} \text{ hoặc } x = \frac{3}{5}$$

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy $x = \frac{5}{3}$ hoặc $x = \frac{3}{5}$ đều thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = \frac{5}{3}$ và $x = \frac{3}{5}$.

$$e) \sqrt{-x^2 - 2x + 7} = \sqrt{-x - 13}$$

$$\Rightarrow -x^2 - 2x + 7 = -x - 13$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 20 = 0$$

$$\Rightarrow x = 4 \text{ hoặc } x = -5$$

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy $x = 4$ hoặc $x = -5$ đều không thỏa mãn.

Vậy phương trình vô nghiệm.

Bài 2 trang 18 SBT Toán 7 tập 1: Giải các phương trình sau:

$$a) 2\sqrt{x^2 + 4x - 7} = \sqrt{-4x^2 + 38x - 43};$$

$$b) \sqrt{6x^2 + 7x - 1} - \sqrt{-29x^2 - 41x + 10} = 0.$$

Lời giải

$$a) 2\sqrt{x^2 + 4x - 7} = \sqrt{-4x^2 + 38x - 43}$$

Bình phương hai vế của phương trình đã cho, ta được:

$$4(x^2 + 4x - 7) = -4x^2 + 38x - 43$$

$$\Rightarrow 8x^2 - 22x + 15 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{4} \text{ hoặc } x = \frac{3}{2}$$

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có $x = \frac{3}{2}$ thỏa

mãn. Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = \frac{3}{2}$.

$$b) \sqrt{6x^2 + 7x - 1} - \sqrt{-29x^2 - 41x + 10} = 0.$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{6x^2 + 7x - 1} = \sqrt{-29x^2 - 41x + 10}$$

Bình phương hai vế của phương trình đã cho, ta được:

$$6x^2 + 7x - 1 = -29x^2 - 41x + 10$$

$$\Rightarrow 35x^2 + 48x - 11 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{5} \text{ hoặc } x = \frac{-11}{7}.$$

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy $x = \frac{1}{5}$ hoặc $x = \frac{-11}{7}$ đều thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = \frac{1}{5}$ và $x = \frac{-11}{7}$.

Bài 3 trang 18 SBT Toán 7 tập 1: Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{-x^2 + 7x + 13} = 5;$

b) $\sqrt{-x^2 + 3x + 7} = 3;$

c) $\sqrt{69x^2 - 52x + 4} = -6x + 4;$

d) $\sqrt{-x^2 - 4x + 22} = -2x + 5;$

e) $\sqrt{4x + 30} = 2x + 3;$

g) $\sqrt{-57x + 139} = 3x - 11.$

Lời giải

a) $\sqrt{-x^2 + 7x + 13} = 5$

Bình phương hai vế của phương trình đã cho, ta được:

$$-x^2 + 7x + 13 = 25$$

$$\Rightarrow -x^2 + 7x - 12 = 0$$

$$\Rightarrow x = 4 \text{ hoặc } x = 3.$$

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy $x = 4$ hoặc $x = 3$ đều thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = 4$ và $x = 3$.

b) $\sqrt{-x^2 + 3x + 7} = 3;$

Bình phương hai vế của phương trình đã cho, ta được:

$$-x^2 + 3x + 7 = 9$$

$$\Rightarrow -x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ hoặc } x = 1.$$

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy $x = 2$ hoặc $x = 1$ đều thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = 2$ và $x = 1$.

$$c) \sqrt{69x^2 - 52x + 4} = -6x + 4;$$

Bình phương hai vế của phương trình đã cho, ta được:

$$69x^2 - 52x + 4 = 36x^2 - 48x + 16$$

$$\Rightarrow 33x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{3} \text{ hoặc } x = \frac{-6}{11}.$$

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy $x = \frac{2}{3}$ hoặc $x = \frac{-6}{11}$ đều thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = \frac{2}{3}$ và $x = \frac{-6}{11}$.

$$d) \sqrt{-x^2 - 4x + 22} = -2x + 5$$

Bình phương hai vế của phương trình đã cho, ta được:

$$-x^2 - 4x + 22 = 4x^2 - 20x + 25$$

$$\Rightarrow 5x^2 - 16x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ hoặc } x = \frac{1}{5}.$$

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có $x = \frac{1}{5}$ thỏa

mãn. Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = \frac{1}{5}$.

$$e) \sqrt{4x+30} = 2x+3$$

Bình phương hai vế của phương trình đã cho, ta được:

$$4x+30 = 4x^2 + 12x + 9$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 8x - 21 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{2} \text{ hoặc } x = \frac{-7}{2}.$$

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có $x = \frac{3}{2}$ thỏa

mãn. Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = \frac{3}{2}$.

$$g) \sqrt{-57x+139} = 3x-11$$

Bình phương hai vế của phương trình đã cho, ta được:

$$-57x+139 = 9x^2 - 66x + 121$$

$$\Rightarrow 9x^2 - 9x - 18 = 0$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ hoặc } x = -1.$$

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy không có giá trị nào thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Bài 4 trang 18 SBT Toán 7 tập 1: Giải các phương trình sau:

$$a) \sqrt{-7x^2 - 60x + 27} + 3(x-1) = 0;$$

$$b) \sqrt{3x^2 - 9x - 5} + 2x = 5;$$

$$c) \sqrt{-2x+8} - x + 6 = x.$$

Lời giải

$$a) \sqrt{-7x^2 - 60x + 27} = -3(x-1)$$

Bình phương hai vế của phương trình đã cho, ta được:

$$-7x^2 - 60x + 27 = 9(x^2 - 2x + 1)$$

$$\Rightarrow 16x^2 + 42x - 18 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{8} \text{ hoặc } x = -3.$$

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy $x = \frac{3}{8}$ hoặc $x = -3$ đều thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = \frac{3}{8}$ và $x = -3$.

$$b) \sqrt{3x^2 - 9x - 5} + 2x = 5$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3x^2 - 9x - 5} = 5 - 2x$$

Bình phương hai vế của phương trình đã cho, ta được:

$$3x^2 - 9x - 5 = 25 - 20x + 4x^2$$

$$\Rightarrow x^2 - 11x + 30 = 0$$

$$\Rightarrow x = 6 \text{ hoặc } x = 5.$$

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy $x = 6$ hoặc $x = 5$ đều không thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

$$c) \sqrt{-2x + 8} - x + 6 = x.$$

$$\text{Suy ra } \sqrt{-2x + 8} = 2x - 6.$$

Bình phương hai vế của phương trình đã cho, ta được:

$$-2x + 8 = 36 - 24x + 4x^2$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 22x + 28 = 0$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ hoặc } x = \frac{7}{2}.$$

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có $x = \frac{7}{2}$ thỏa

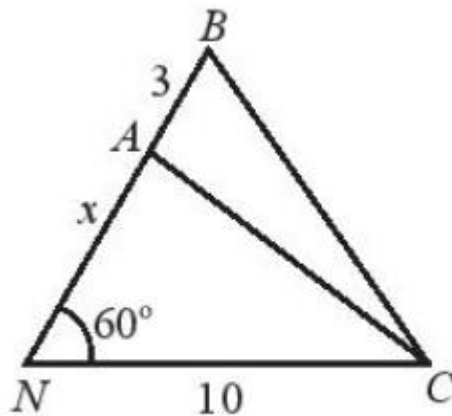
mãn. Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = \frac{7}{2}$.

Bài 5 trang 19 SBT Toán 7 tập 1: Khoảng cách từ nhà An ở vị trí N đến cột điện C là 10 m. Từ nhà, An đi x mét theo phương tạo với NC một góc 60° đến vị trí A sau đó đi tiếp 3m đến vị trí B như Hình 1.

a) Biểu diễn khoảng cách AC và BC theo x.

b) Tìm x để $AC = \frac{8}{9}BC$

c) Tìm x để khoảng cách $BC = 2AN$.



Hình 1

Lưu ý: Đáp số làm tròn đến hàng phần mười.

Lời giải

a) Vì x là khoảng cách AN nên $x > 0$

Áp dụng định lí côsin cho tam giác ANC:

$$AC^2 = AN^2 + NC^2 - 2 \cdot AN \cdot NC \cdot \cos 60^\circ$$

$$AC^2 = x^2 + 100 - 2 \cdot x \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = x^2 - 10x + 100$$

$$\text{Như vậy } AC = \sqrt{x^2 - 10x + 100}$$

Áp dụng định lí côsin cho tam giác BNC:

$$BC^2 = BN^2 + NC^2 - 2 \cdot AN \cdot NC \cdot \cos 60^\circ$$

$$BC^2 = (3 + x)^2 + 100 - 2 \cdot (3 + x) \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = x^2 + 6x + 9 + 100 - 30 - 10x$$

$$BC^2 = x^2 - 4x + 79$$

$$\text{Như vậy } BC = \sqrt{x^2 - 4x + 79}.$$

$$\text{b) Ta có } AC = \frac{8}{9}BC$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 - 10x + 100} = \frac{8}{9} \sqrt{x^2 - 4x + 79}$$

$$\Rightarrow 9 \sqrt{x^2 - 10x + 100} = 8 \sqrt{x^2 - 4x + 79}$$

$$\Rightarrow 81(x^2 - 10x + 100) = 64(x^2 - 4x + 79)$$

$$\Rightarrow 17x^2 - 554x + 3044 = 0$$

$$\Rightarrow x \approx 25,6 \text{ hoặc } x \approx 7$$

$$\text{Vậy } x \approx 25,6 \text{ hoặc } x \approx 7.$$

$$\text{c) Ta có } BC = 2AN$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 - 4x + 79} = 2x$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 79 = 4x^2$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 4x - 79 = 0$$

$$\Rightarrow x \approx 4,5 \text{ hoặc } x \approx -5,8 \text{ mà } x > 0 \text{ nên } x \approx 4,5.$$

$$\text{Vậy } x \approx 4,5.$$