

Công thức về mệnh đề và mệnh đề phủ định chi tiết nhất

I. Lý thuyết tổng hợp.

- Mệnh đề: Là câu khẳng định có thể xác định được tính đúng hoặc sai của nó. Một mệnh đề không thể vừa đúng, vừa sai.
- Mệnh đề chứa biến: Là câu khẳng định mà sự đúng đắn, hay sai của nó còn tùy thuộc vào một hay nhiều yếu tố biến đổi.
- Mệnh đề phủ định: Mệnh đề phủ định của mệnh đề P là mệnh đề trái ngược với P , kí hiệu là \bar{P} . Nếu P đúng thì \bar{P} sai, nếu P sai thì \bar{P} đúng.
- Mệnh đề kéo theo: Có dạng "Nếu A thì B " (A và B là hai mệnh đề), kí hiệu là $A \Rightarrow B$. Tính đúng, sai của mệnh đề kéo theo: Mệnh đề $A \Rightarrow B$ chỉ sai khi A đúng và B sai.
- Mệnh đề đảo: Mệnh đề $B \Rightarrow A$ là mệnh đề đảo của mệnh đề $A \Rightarrow B$.
- Mệnh đề tương đương: Nếu $A \Rightarrow B$ là một mệnh đề đúng và mệnh đề $B \Rightarrow A$ cũng là một mệnh đề đúng thì ta nói A tương đương với B , kí hiệu: $A \Leftrightarrow B$. Khi $A \Leftrightarrow B$, ta cũng nói A là điều kiện cần và đủ để có B hoặc A khi và chỉ khi B hay A nếu và chỉ nếu B .
- Kí hiệu \forall : Đọc là “với mọi”.
- Kí hiệu \exists : Đọc là “có một” (“tồn tại một”) hoặc “có ít nhất một” (“tồn tại ít nhất một”).

II. Các công thức.

- Với mệnh đề \bar{P} là mệnh đề phủ định của P thì:
 - + P sai $\Leftrightarrow \bar{P}$ đúng
 - + P đúng $\Leftrightarrow \bar{P}$ sai
- Mệnh đề $A \Rightarrow B$ chỉ sai khi A đúng và B sai.
- Mệnh đề đảo của mệnh đề $A \Rightarrow B$ là mệnh đề $B \Rightarrow A$
- Nếu $A \Rightarrow B$ và $B \Rightarrow A$ đồng thời là hai mệnh đề đúng thì $A \Leftrightarrow B$.
- Cho $P(x)$ là mệnh đề chứa biến, x thuộc tập hợp X . Với bất kì x thì $P(x)$ là mệnh đề đúng, tức là: $\forall x \in X : P(x)$

- Cho $P(x)$ là mệnh đề chứa biến, x thuộc tập hợp X . Có ít nhất một giá trị x để $P(x)$ là mệnh đề đúng, tức là: $\exists x \in X : P(x)$

- Mệnh đề phủ định của mệnh đề $\forall x \in X : P(x)$ là $\exists x \in X : \overline{P(x)}$

III. Ví dụ minh họa.

Bài 1: Cho mệnh đề A : “Phương trình $x^2 - 4x + 3 = 0$ có hai nghiệm trái dấu”. Xét tính đúng sai của mệnh đề \overline{A} .

Lời giải:

Xét mệnh đề A : “Phương trình $x^2 - 4x + 3 = 0$ có hai nghiệm trái dấu”.

Xét phương trình $x^2 - 4x + 3 = 0$ có: $1 - 4 + 3 = 0 \Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm: $x_1 = 1; x_2 = 3$ (cùng dấu)

\Rightarrow Mệnh đề A là mệnh đề sai.

Mà mệnh đề \overline{A} là mệnh đề phủ định của A nên khi A là mệnh đề sai thì \overline{A} là mệnh đề đúng.

Vậy mệnh đề \overline{A} là mệnh đề đúng.

Bài 2: Cho mệnh đề A : “Biểu thức A lớn hơn không”, mệnh đề B : “Biểu thức A nhỏ hơn không” và mệnh đề C : “Biểu thức $A + 1$ lớn hơn 1”. Với $A = 1$, hãy xét tính đúng sai của mệnh đề $A \Rightarrow B$ và chứng minh rằng $A \Leftrightarrow C$.

Lời giải:

Dễ thấy mệnh đề B : “Biểu thức A nhỏ hơn không” là mệnh đề phủ định của mệnh đề A : “Biểu thức A lớn hơn không”. Mà theo đề bài, ta có: mệnh đề A với $A = 1 > 0$ là đúng \Rightarrow mệnh đề B sai.

Khi đó, mệnh đề $A \Rightarrow B$ là mệnh đề sai vì A là mệnh đề đúng và B là mệnh đề sai.

Ta có: $A = 1 \Rightarrow A > 0 \Rightarrow A + 1 > 0 + 1 \Rightarrow A + 1 > 1$.

Từ đó ta thấy $A \Rightarrow C$ là mệnh đề đúng. (1)

Ta có: $A = 1 \Rightarrow A + 1 > 1 \Rightarrow A + 1 - 1 > 1 - 1 \Rightarrow A > 0$

Từ đó ta thấy $C \Rightarrow A$ là mệnh đề đúng. (2)

Từ (1) và (2) ta có: $A \Leftrightarrow C$

Bài 3: Cho mệnh đề chứa biến $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$. Xét tính đúng sai và viết mệnh đề phủ định của nó.

Lời giải:

Ta có: $x = 0 \Rightarrow x^2 = 0$ nên $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$ là mệnh đề sai.

Mệnh đề phủ định của mệnh đề $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$ là $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 \leq 0$

IV. Bài tập tự luyện.

Bài 1: Cho mệnh đề A: “ $4 + 5 = 9$ ”. Xét tính đúng sai của mệnh đề \overline{A} .

Bài 2: Cho mệnh đề $\forall x \in \mathbb{R} : \frac{x+5}{3} \geq 5$. Xét tính đúng sai của mệnh đề phủ định của nó.