

Công thức tính công bội của cấp số nhân

1. Lý thuyết

Dãy số (u_n) là một cấp số nhân khi $\frac{u_{n+1}}{u_n} = q$ không phụ thuộc vào n và q là công bội.

2. Công thức

- Tính công bội dựa vào định nghĩa: $q = \frac{u_{n+1}}{u_n}$ hoặc $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{u_3}{u_2} = \dots$

- Đề bài cho các dữ kiện khác: Lập hệ phương trình hai ẩn u_1 và q . Tìm u_1 và q .

3. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1:

a) Cho cấp số nhân (u_n) với $u_n = 2 \cdot 3^{n+1}$. Tìm q ?

b) Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -\frac{1}{2}$; $u_7 = -32$. Tìm q ?

Lời giải

a) Cách 1: Ta có: $u_{n+1} = 2 \cdot 3^{n+1+1} = 2 \cdot 3^{n+2}$.

Công bội của cấp số nhân: $q = \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2 \cdot 3^{n+2}}{2 \cdot 3^{n+1}} = 3$

Cách 2: Công bội của cấp số nhân: $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{2 \cdot 3^{2+1}}{2 \cdot 3^{1+1}} = 3$

b) Ta có:
$$\begin{cases} u_1 = -\frac{1}{2} \\ u_7 = -32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -\frac{1}{2} \\ u_1 q^6 = -32 \end{cases} \Rightarrow q^6 = 64 = 2^6 \Leftrightarrow q = \pm 2.$$

Vậy công bội của cấp số nhân là $q = 2$ hoặc $q = -2$.

Ví dụ 2: Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn:
$$\begin{cases} u_4 = \frac{2}{27} \\ u_3 = 243u_8 \end{cases}.$$

Tìm u_1 và q ?

Lời giải

Gọi q là công bội của cấp số. Theo giả thiết ta có:

$$\begin{cases} u_4 = \frac{2}{27} \\ u_3 = 243u_8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1q^3 = \frac{2}{27} \\ u_1q^2 = 243.u_1q^7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1q^3 = \frac{2}{27} \\ q^5 = \frac{1}{243} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = \frac{1}{3} \\ u_1 = 2 \end{cases}$$

Vậy $u_1 = 2; q = \frac{1}{3}$.