

Các dạng bài tập về đường thẳng song song với mặt phẳng

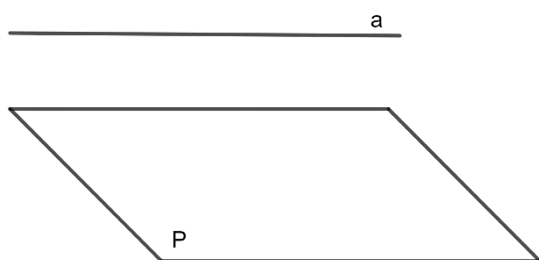
I. Lý thuyết ngắn gọn

1. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng

Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) . Căn cứ vào số điểm chung của đường thẳng và mặt phẳng ta có ba trường hợp sau:

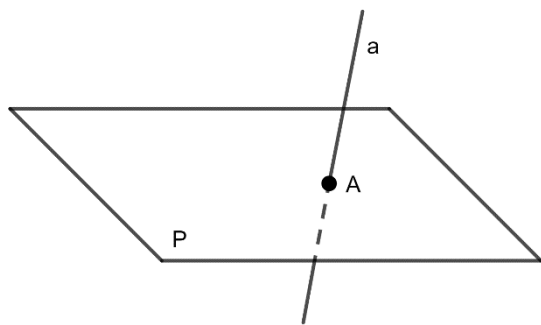
a. Đường thẳng a và mặt phẳng (P) không có điểm chung, tức là:

$$a \cap (P) = \emptyset \Leftrightarrow a // (P)$$



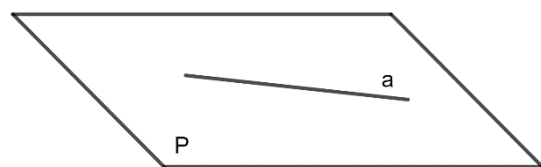
b. Đường thẳng a và mặt phẳng (P) chỉ có một điểm chung, tức là:

$$a \cap (P) = A \Leftrightarrow a \text{ cắt } (P) \text{ tại } A$$



c. Đường thẳng a và mặt phẳng (P) có hai điểm chung, tức là:

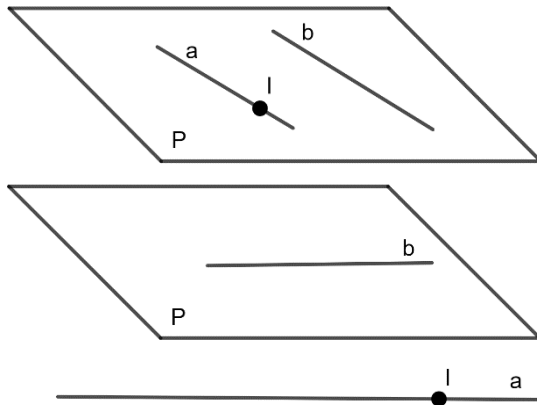
$$a \cap (P) = \{A, B\} \Leftrightarrow a \subset (P) \text{ (Đường thẳng } a \text{ nằm trong mặt phẳng (P))}$$



2. Điều kiện để một đường thẳng song song với một mặt phẳng

Nhận xét: Cho đường thẳng b nằm trong mặt phẳng (P) và một đường thẳng a song song với b . Lấy một điểm I tùy ý trên a . Khi đó:

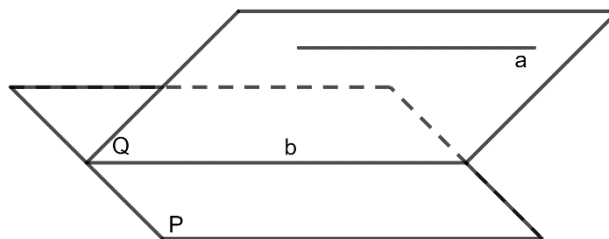
- Nếu I thuộc (P) thì a nằm trong (P)
- Nếu I không thuộc (P) thì a song song với (P)



Định lý 1: Nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (P) và song song với một đường thẳng nào đó trong (P) thì a song song với (P) .

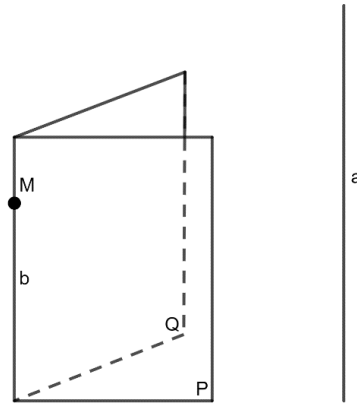
3. Tính chất

Định lý 2: Nếu đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) thì mọi mặt phẳng (Q) chứa a mà cắt (P) thì cắt theo giao tuyến song song với a .

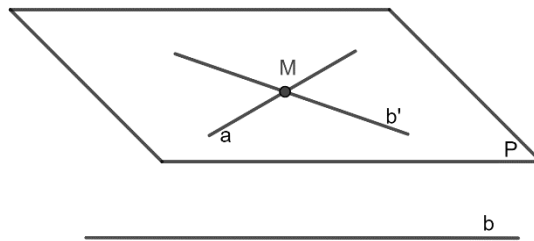


Hệ quả 1: Nếu một đường thẳng song song với một mặt phẳng thì nó song song với một đường thẳng nào đó trong mặt phẳng.

Hệ quả 2: Nếu hai mặt phẳng cắt nhau cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng song song với đường thẳng đó.



Hệ quả 3: Nếu a và b là hai đường thẳng chéo nhau thì có duy nhất một mặt phẳng chứa a và song song với b .



II. Các dạng bài tập

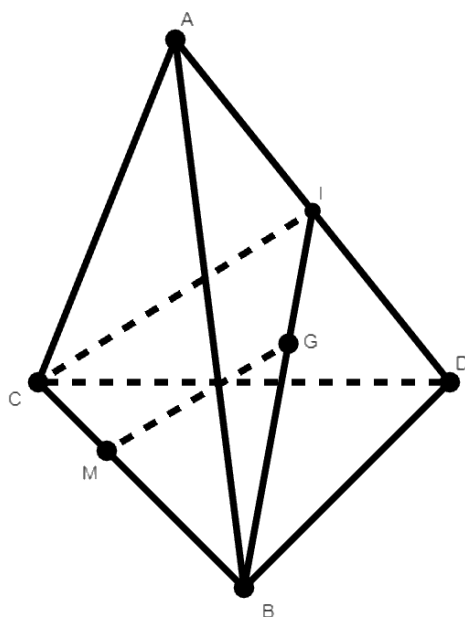
Dạng 1: Chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng

Phương pháp giải: Để chứng minh đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) , ta chứng minh d không nằm trong (α) và song song với đường thẳng a chứa trong (α)

$$\text{Tức: } \begin{cases} d \not\subset (\alpha) \\ a \subset (\alpha) \Rightarrow d // (\alpha) \\ d // a \end{cases}$$

Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD . Trên BC lấy M sao cho $MB = 2MC$. Chứng minh $MG // (ACD)$.



Lời giải:

Gọi I là trung điểm AD.

Trong tam giác CBI có: $\frac{BM}{BC} = \frac{BG}{BI} = \frac{2}{3}$ (theo giả thuyết và tính chất trọng tâm)

Nên $MG \parallel CI$ (Định lý Ta – lét)

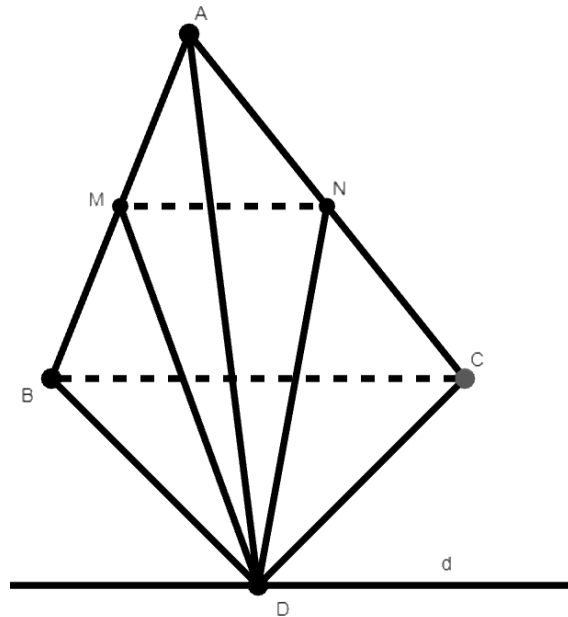
Mà CI nằm trong mặt phẳng (ACD)

Vậy $MG \parallel (ACD)$.

Ví dụ 2: Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC.

a. Chứng minh $MN \parallel (BCD)$.

b. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (DMN) và (DBC). Xét vị trí tương đối của d và mặt phẳng (ABC).



Lời giải:

a. Ta có: MN là đường trung bình của tam giác ABC

Suy ra: $MN \parallel BC$

Mà BC nằm trong mặt phẳng (BCD)

Vậy: $MN \parallel (BCD)$.

b. Vì $MN \parallel (BCD)$

Nên (DMN) đi qua MN cắt (BCD) theo giao tuyến d đi qua D và song song với MN.

Mà MN nằm trong (ABC)

Do đó: $d \parallel (ABC)$.

Dạng 2: Dựng thiết diện song song với một đường thẳng

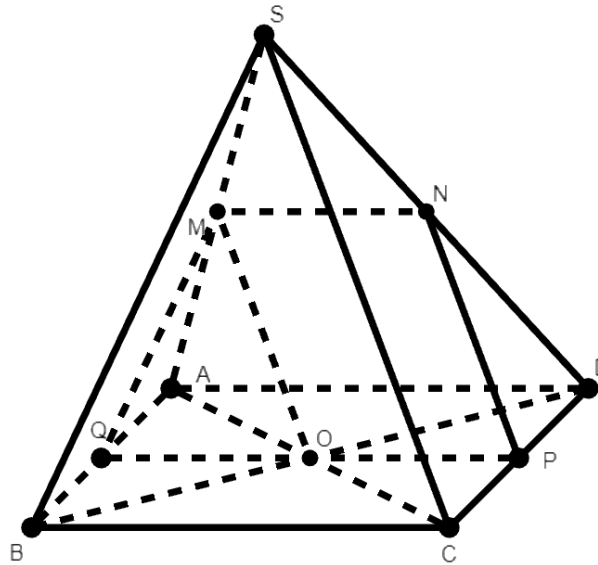
Phương pháp giải: Cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) . Nếu mặt phẳng (β) chứa d và cắt (α) theo giao tuyến d' thì d' song song với d.

$$\text{Nghĩa là: } \begin{cases} d \parallel (\alpha) \\ (\beta) \supset d \\ (\beta) \cap (\alpha) = d' \end{cases} \Rightarrow d \parallel d'$$

Thiết diện cắt bởi một mặt phẳng chứa một đường thẳng song song với đường thẳng đã cho trước được xác định bằng cách phối hợp hai cách xác định giao tuyến đã biết.

Ví dụ minh họa

Ví dụ 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$, O là giao điểm của AC và BD , M là trung điểm SA . Tìm thiết diện của mặt phẳng (α) với hình chóp $S.ABCD$ nếu (α) qua M và song song với SC và AD .



Lời giải:

Vì $(\alpha) \parallel AD$ nên (α) cắt hai mặt phẳng (SAD) và $(ABCD)$ theo hai giao tuyến song song với AD .

Tương tự $(\alpha) \parallel SC$ nên (α) cắt hai mặt phẳng (SAC) và (SCD) theo hai giao tuyến song song với SC .

Có: $OM \parallel SC$ (đường trung bình tam giác SAC)

Qua O kẻ đường thẳng song song với AD , cắt AB và CD tại Q và P

Qua M kẻ đường thẳng song song với AD cắt SD tại N

Theo nhận xét trên ta có: $MN \parallel PQ \parallel SC$

Vậy thiết diện là hình thang $MNPQ$.

Ví dụ 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng đi qua trung điểm M của cạnh AB , song song với BD và SA .

B. 1

C. 2

D. Vô số

Bài 2: Cho hai đường thẳng a và b cùng song song với mặt phẳng (P) . Khẳng định nào không sai?

A. $a // b$

B. a và b chéo nhau

C. a và b cắt nhau

D. Chưa đủ điều kiện để kết luận vị trí tương đối của a và b

Bài 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I là trung điểm SC . Khẳng định nào sai?

A. $IO // mp(SAB)$

B. $IO // mp(SAD)$

C. $mp(IBC)$ cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác

D. $(IBC) \cap (SAC) = IO$

Bài 4: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F là trọng tâm các tam giác BCD và ACD . Khẳng định nào sai?

A. $EF // (ABD)$

B. $EF // (ABC)$

C. BE, AF và CD đồng quy

D. $EF = \frac{2}{3}AB$

Bài 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt phẳng (α) qua BD và song song với SA , mặt phẳng (α) cắt SC tại K . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $SK = 2KC$

B. $SK = KC$

C. $SK = 3KC$

D. $2SK = KC$