

Bài 3. Khái niệm vector

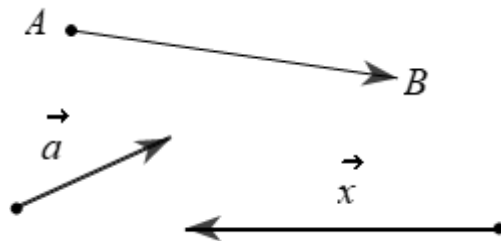
A. Lý thuyết

1. Khái niệm vector

Cho đoạn thẳng AB. Nếu ta chọn điểm A làm điểm đầu, điểm B là điểm cuối thì đoạn thẳng AB có hướng từ A đến B. Khi đó ta nói AB là một đoạn thẳng có hướng.

Định nghĩa: Vector là một đoạn thẳng có hướng.

Vector có điểm đầu A, điểm cuối B được kí hiệu là \overrightarrow{AB} và đọc là “vector AB”. Để vẽ được vector \overrightarrow{AB} ta vẽ đoạn thẳng AB và đánh dấu mũi tên ở đầu nút B.



Đối với vector \overrightarrow{AB} , ta gọi:

- Đường thẳng d đi qua hai điểm A và B là giá của vector \overrightarrow{AB} .
- Độ dài đoạn thẳng AB là độ dài của vector \overrightarrow{AB} , kí hiệu là $|\overrightarrow{AB}|$.

Vector còn được kí hiệu là \vec{a} , \vec{b} , \vec{x} , \vec{y} khi không cần chỉ rõ điểm đầu và điểm cuối của nó. Độ dài của vector \vec{a} được kí hiệu là $|\vec{a}|$.

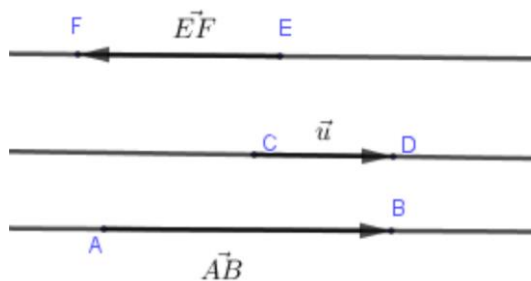
Ví dụ: Vector \overrightarrow{AB} có độ dài là 5, ta có thể viết như sau: $|\overrightarrow{AB}| = 5$.

2. Vector cùng phương, vector cùng hướng

Định nghĩa:

- Hai vector cùng phương: Hai vector được gọi là cùng phương nếu giá của chúng song song hoặc trùng nhau.

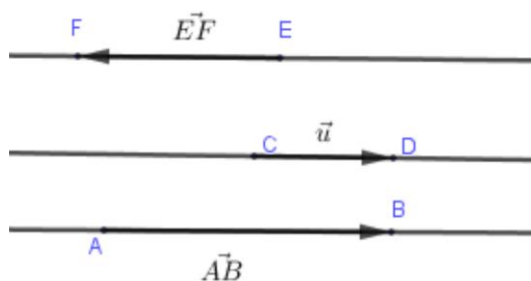
Ví dụ:



Trên hình vẽ các vector \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{CD} , \overrightarrow{EF} cùng phương với nhau.

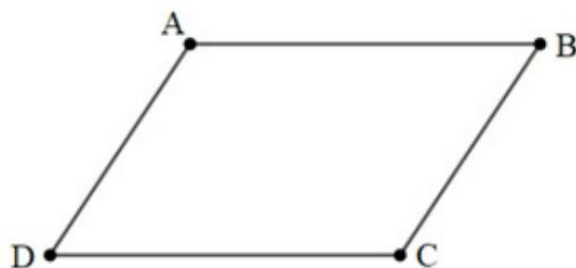
Nhận xét: Hai vector cùng phương có thể cùng hướng hoặc ngược hướng.

Ví dụ:



Hai vector \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{CD} cùng phương và có cùng hướng đi từ trái sang phải. Ta nói hai vector \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{CD} cùng hướng. Hai vector \overrightarrow{CD} và \overrightarrow{EF} cùng phương nhưng ngược hướng nhau. Ta nói hai vector \overrightarrow{CD} và \overrightarrow{EF} là hai vector ngược hướng.

Ví dụ: Cho hình bình hành ABCD. Liệt kê các cặp vector cùng hướng và ngược hướng trong hình bình hành ABCD.



Hướng dẫn giải:

Do ABCD là hình bình hành nên ta có: $AB \parallel DC$ và $AD \parallel BC$.

Các cặp vector cùng hướng: \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{DC} , \overrightarrow{AD} và \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{BA} và \overrightarrow{CD} , \overrightarrow{DA} và \overrightarrow{CB} .

Các cặp vector ngược hướng: \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{CD} , \overrightarrow{AD} và \overrightarrow{CB} , \overrightarrow{BA} và \overrightarrow{DC} , \overrightarrow{DA} và \overrightarrow{BC} .

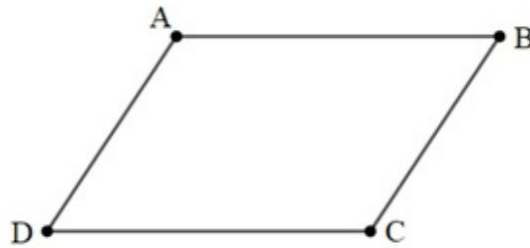
3. Hai vector bằng nhau

Hai vector \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{CD} bằng nhau nếu chúng cùng hướng và cùng độ dài, kí hiệu: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Nhận xét:

- Hai vector \vec{a} và \vec{b} được gọi là bằng nhau nếu chúng cùng hướng và có cùng độ dài, kí hiệu $\vec{a} = \vec{b}$.
- Khi cho trước vector \vec{a} và điểm O, thì ta luôn tìm được một điểm A duy nhất sao cho $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$.

Ví dụ: Cho hình bình hành ABCD, khi đó:



Do ABCD là hình bình hành nên ta có:

$$\begin{cases} AB \parallel DC \text{ và } AD \parallel BC \\ AB = DC \text{ và } AD = BC \end{cases}$$

Ta lại có: \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{DC} ; \overrightarrow{AD} và \overrightarrow{BC} là hai cặp vector cùng hướng nên $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \\ \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \end{cases}$.

4. Vector–không

Ta biết rằng mỗi vector có một điểm đầu và một điểm cuối và hoàn toàn được xác định khi biết điểm đầu và điểm cuối của nó.

Bây giờ với một điểm A bất kì ta quy ước có một vector đặc biệt mà điểm đầu và điểm cuối đều là A. Vector này được kí hiệu là \overrightarrow{AA} và được gọi là vector – không.

Định nghĩa: Vector–không là vector có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau, kí hiệu là $\vec{0}$.

Ta quy ước $\vec{0}$ cùng phương và cùng hướng với mọi vector và $|\vec{0}| = 0$.

Nhận xét: Hai điểm A, B trùng nhau khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = \vec{0}$.

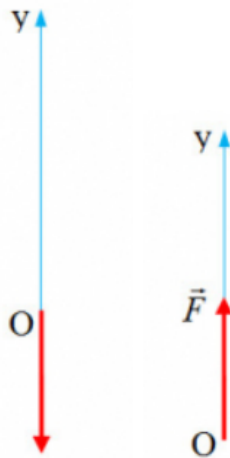
Ví dụ: Vector \overrightarrow{BB} là vector – không và $|\overrightarrow{BB}| = 0$.

5. Biểu thị một số đại lượng có hướng bằng vector

Trong vật lý, một số đại lượng như trọng lực, vận tốc,... là đại lượng có hướng. Người ta dùng vector để biểu thị các đại lượng đó.

Ví dụ: Chọn trục tọa độ là trục Oy có chiều hướng lên trên, biểu diễn vector lực \vec{F} có điểm đặt tại gốc O trong hai trường hợp sau:

- a) \vec{F} có phương thẳng đứng chiều hướng xuống
- b) \vec{F} có phương thẳng đứng hướng lên trên

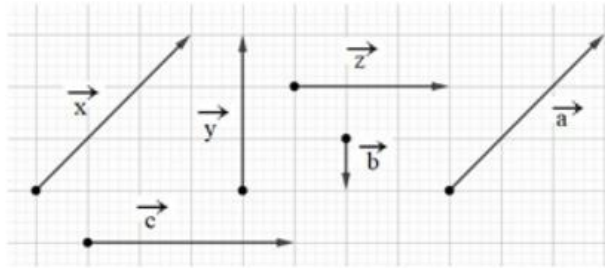


Ta thấy vector lực \vec{F} ở hai trường hợp cùng phương nhưng ngược hướng với nhau.

B. Bài tập tự luyện

B.1 Bài tập tự luận

Bài 1. Cho hình vẽ sau. Hãy liệt kê các cặp vector cùng hướng và các cặp vector ngược hướng.

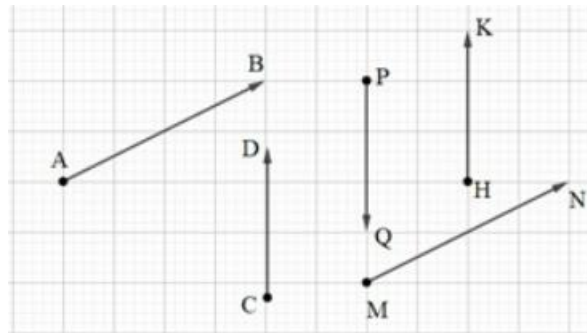


Hướng dẫn giải:

Ta có:

- Giá của vector \vec{a} và \vec{x} song song với nhau, đồng thời hai vector cùng chiều nên \vec{a} và \vec{x} là hai vector cùng hướng.
- Giá của vector \vec{c} và \vec{z} song song với nhau, đồng thời hai vector cùng chiều từ trái sang phải nên \vec{c} và \vec{z} là hai vector cùng hướng.
- Vector \vec{b} và \vec{y} song song với nhau nhưng ngược chiều nhau nên \vec{b} và \vec{y} là hai vector ngược hướng.

Bài 2. Trên hình vẽ sau cho các đoạn thẳng $AB = 9$, $CD = 7$, $MN = 9$, $PQ = 7$, $HK = 7$. Các vector nào bằng nhau?



Hướng dẫn giải:

Ta có:

- Vector \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{MN} có giá song song và cùng chiều nên hai vector \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{MN} cùng hướng, đồng thời $AB = MN = 9$ nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MN}$.

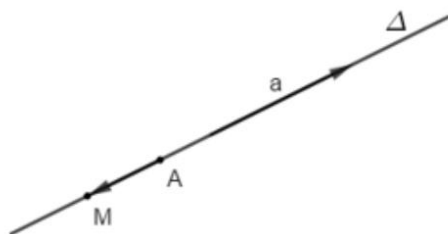
– Vector \overrightarrow{CD} và \overrightarrow{HK} có giá song song và cùng chiều nên hai vector \overrightarrow{CD} và \overrightarrow{HK} cùng hướng, mà $HK = CD = 7$ nên $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{HK}$.

Bài 3. Cho điểm A và vector \vec{a} khác vector $\vec{0}$. Xác định điểm M sao cho vector \overrightarrow{AM} cùng phương với vector \vec{a} .

Hướng dẫn giải:

Gọi giá của vector \vec{a} là đường thẳng Δ .

TH1: Điểm A thuộc đường thẳng Δ .



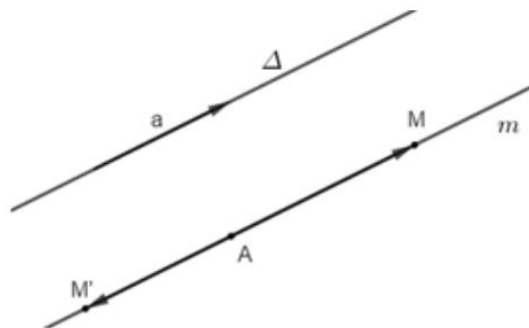
Lấy điểm M bất kỳ thuộc đường thẳng Δ .

Khi đó đường thẳng AM nằm trên đường thẳng Δ .

Suy ra vector \overrightarrow{AM} cùng phương với vector \vec{a} .

Vậy M thuộc đường thẳng Δ với Δ đi qua điểm A và Δ là giá của vector \vec{a} .

TH2: Điểm A không thuộc đường thẳng Δ .



+ Qua A, dựng đường thẳng m song song với đường thẳng Δ .

+ Lấy điểm M bất kỳ thuộc đường thẳng m, khi đó $AM \parallel \Delta$.

Suy ra vector \overrightarrow{AM} cùng phương với vector \vec{a} .

Vậy điểm M thuộc đường thẳng m đi qua A và $m \parallel \Delta$ thì vector \overrightarrow{AM} cùng phương với vector \vec{a} .

B.2 Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$;

B. $\vec{0}$ cùng hướng với mọi vector.

C. $|\overrightarrow{AB}| > 0$;

D. $\vec{0}$ cùng phương với mọi vector.

Hướng dẫn giải

Đáp án đúng là : C

Vì có thể xảy ra trường hợp $|\overrightarrow{AB}| = 0 \Leftrightarrow A \equiv B$.

Câu 2. Vector có điểm đầu là D, điểm cuối là E được kí hiệu là

A. DE ;

B. $|\overrightarrow{DE}|$;

C. \overrightarrow{ED} ;

D. \overrightarrow{DE} .

Hướng dẫn giải

Đáp án đúng là: D

Theo định nghĩa vector: Vector có điểm đầu A, điểm cuối B được kí hiệu là \overrightarrow{AB} và

đọc là "vector \overrightarrow{AB} ". Để vẽ vector \overrightarrow{AB} ta vẽ đoạn thẳng AB và đánh dấu mũi tên ở đầu mút B.

Do đó, với điểm đầu là D và điểm cuối là E ta có vector \overrightarrow{DE} .

Câu 3. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC của tam giác đều ABC. Hỏi cặp vector nào sau đây cùng hướng?

A. \overrightarrow{MN} và \overrightarrow{CB} ;

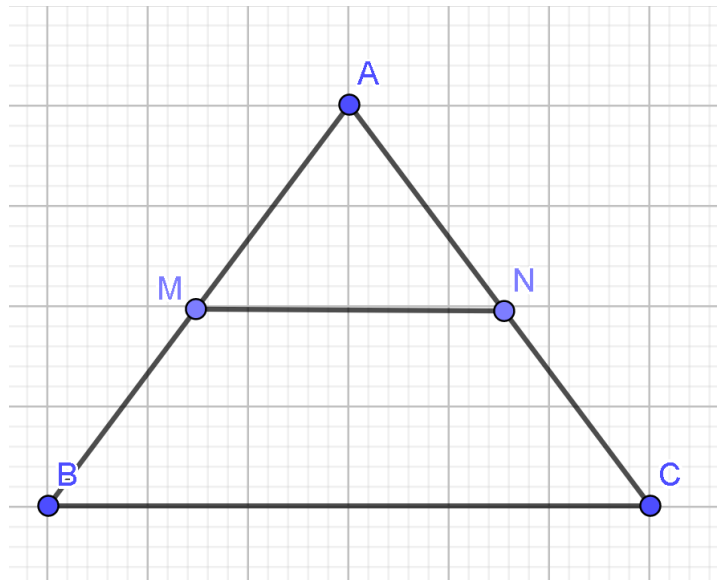
B. \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{MB} ;

C. \overrightarrow{MA} và \overrightarrow{MB} ;

D. \overrightarrow{AN} và \overrightarrow{CA} .

Hướng dẫn giải

Đáp án đúng là: B



+ Vì M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC của tam giác đều ABC nên MN là đường trung bình của tam giác ABC, do đó $MN \parallel BC$.

Khi đó ta có hai vectơ \overrightarrow{MN} và \overrightarrow{CB} cùng phương.

Lại có vectơ \overrightarrow{MN} có hướng đi từ trái qua phải, còn vectơ \overrightarrow{CB} có hướng đi từ phải qua trái. Do đó hai vectơ \overrightarrow{MN} và \overrightarrow{CB} ngược hướng.

+ Do M thuộc AB hay A, M, B thẳng hàng, khi đó hai vectơ \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{MB} cùng phương, lại có hai vectơ này cùng chiều nên chúng cùng hướng. Tương tự hai vectơ \overrightarrow{MA} và \overrightarrow{MB} cùng phương nhưng ngược chiều nên chúng ngược hướng.

+ Do A, N, C cùng nằm trên một đường thẳng nên hai vectơ \overrightarrow{AN} và \overrightarrow{CA} cùng phương, tuy nhiên hai vectơ này ngược chiều nên chúng ngược hướng.