

Bài 1. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn

A. Các câu hỏi trong bài

Câu hỏi khởi động trang 20 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Nhân dịp Tết Trung thu, một doanh nghiệp dự định sản xuất hai loại bánh: bánh nướng và bánh dẻo. Lượng đường cần cho mỗi chiếc bánh nướng, bánh dẻo lần lượt là 60 g, 50 g. Doanh nghiệp đã nhập về 500 kg đường.



(Nguồn: <https://shutterstock.com>)

Số bánh nướng và số bánh dẻo doanh nghiệp dự định sản xuất cần thỏa mãn điều kiện ràng buộc gì để lượng đường sản xuất bánh không vượt quá lượng đường đã nhập về?

Lời giải:

Sau bài học này ta sẽ giải quyết đc bài toán này như sau:

Gọi số bánh nướng mà doanh nghiệp dự định sản xuất là x (bánh) và số bánh dẻo mà doanh nghiệp dự định sản xuất là y (bánh) ($x, y \in \mathbb{N}^*$).

Lượng đường cần cho x chiếc bánh nướng là: $50x$ (g)

Lượng đường cần cho y chiếc bánh dẻo là: $60y$ (g)

Tổng lượng đường cần dùng là: $50x + 60y$ (g)

Lượng đường công ty đã nhập là: $500 \text{ kg} = 500\,000 \text{ g}$.

Để lượng đường sản xuất bánh không vượt quá số đường doanh nghiệp đã nhập về, ta có: $50x + 60y \leq 500\,000$.

Vậy điều kiện ràng buộc đối với x và y là: $0,06x + 0,05y \leq 500$. Đây được gọi là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Hoạt động 1 trang 20 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Trong bài toán ở phần mở đầu, ta gọi x, y lần lượt là số bánh nướng và số bánh dẻo doanh nghiệp dự định sản xuất (x, y là số tự nhiên). Nêu điều kiện ràng buộc đối với x và y để lượng đường sản xuất bánh không vượt quá lượng đường đã nhập về.

Lời giải:

Quan sát bài toán mở đầu, ta thấy số lượng đường nhập về và lượng đường cần để làm cho mỗi chiếc bánh chưa đưa về cùng đơn vị, do đó ta cần đổi đơn vị đo khối lượng.

Đổi: $60 \text{ g} = 0,06 \text{ kg}$; $50 \text{ g} = 0,05 \text{ kg}$.

Lượng đường cần dùng để làm x chiếc bánh nướng là: $0,06x \text{ (kg)}$.

Lượng đường cần dùng để làm y chiếc bánh dẻo là: $0,05y \text{ (kg)}$.

Tổng số đường để làm số bánh nướng và bánh dẻo mà công ty dự định sản xuất là: $0,06x + 0,05y \text{ (kg)}$

Vì doanh nghiệp nhập về 500 kg đường, nên tổng số đường cần để làm các loại bánh theo dự định phải không quá 500 kg .

Vậy điều kiện ràng buộc đối với x và y là: $0,06x + 0,05y \leq 500$.

Luyện tập 1 trang 21 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Tìm bất phương trình bậc nhất hai ẩn trong các bất phương trình sau và chỉ ra một nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn đó:

a) $5x + 3y < 20$;

b) $3x - \frac{5}{y} > 2$.

Lời giải:

+ Bất phương trình a) $5x + 3y < 20$ có dạng $ax + by < 20$ với $a = 5$, $b = 3$ và $c = 20$ nên là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

+ Để chỉ ra nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên, ta chỉ cần chọn cặp số $(x_0; y_0)$ thỏa mãn $5x_0 + 3y_0 < 20$.

Chọn $x_0 = -2$, $y_0 = 3$, ta có: $5 \cdot (-2) + 3 \cdot 3 = -1 < 20$ (thỏa mãn)

Vậy $(-2; 3)$ là một nghiệm của của bất phương trình bậc nhất hai ẩn $5x + 3y < 20$.

Hoạt động 2 trang 21 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, xác định các điểm $M(x; y)$ mà:

a) $x > 0$ (1);

b) $y < 1$ (2).

Lời giải:

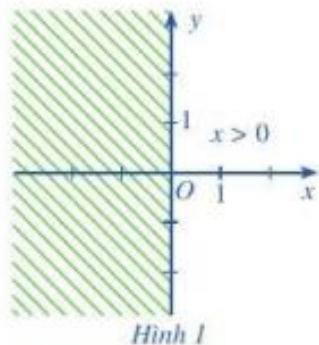
Để xác định điểm $M(x; y)$ trong mặt phẳng tọa độ thỏa mãn điều kiện đã cho, ta làm như sau:

a) Đường thẳng $x = 0$ chính là trục tung.

Đường thẳng $x = 0$ chia mặt phẳng tọa độ thành 2 nửa: nửa mặt phẳng bên trái và nửa mặt phẳng bên phải trục tung.

Lấy điểm M bất kì nằm ở nửa mặt phẳng bên phải, ta thấy hoành độ của điểm M luôn thỏa mãn lớn hơn 0 nên tọa độ điểm M là nghiệm bất phương trình (1).

Vì vậy, miền nghiệm của bất phương trình (1) là nửa mặt phẳng bên phải trục tung (không kể trục tung) phần nửa mặt phẳng còn lại không phải miền nghiệm của bất phương trình (1) nên ta sẽ gạch bỏ như hình vẽ.

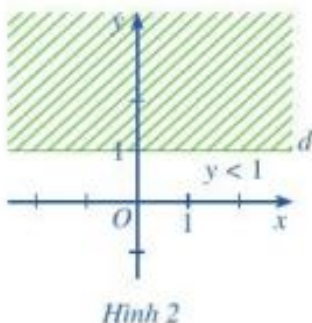


b) Vẽ đường thẳng $y = 1$.

Đường thẳng $d: y = 1$ chia mặt phẳng thành hai nửa: nửa mặt phẳng bên trên và nửa mặt phẳng bên dưới đường thẳng d (không kể đường thẳng d).

Lấy điểm M bất kì nằm ở nửa mặt phẳng bên dưới đường thẳng d , ta thấy tung độ của điểm M luôn thỏa mãn nhỏ hơn 1 nên tọa độ điểm M là nghiệm bất phương trình (2).

Vì vậy, miền nghiệm của bất phương trình (2) là nửa mặt phẳng bên dưới đường thẳng d (không kể đường thẳng d) phần nửa mặt phẳng còn lại không phải miền nghiệm của bất phương trình (2) nên ta sẽ gạch bỏ như hình vẽ.



Hoạt động 3 trang 22 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Cho bất phương trình $2x - y > 2$ (3).

a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, vẽ đường thẳng $d: 2x - y = 2 \Leftrightarrow y = 2x - 2$.

b) Xét điểm $M(2; -1)$. Chứng tỏ $(2; -1)$ là nghiệm của bất phương trình (3).

c) Đường thẳng d chia mặt phẳng tọa độ thành hai nửa mặt phẳng. Gạch đi nửa mặt phẳng không chứa điểm $M(2; -1)$.

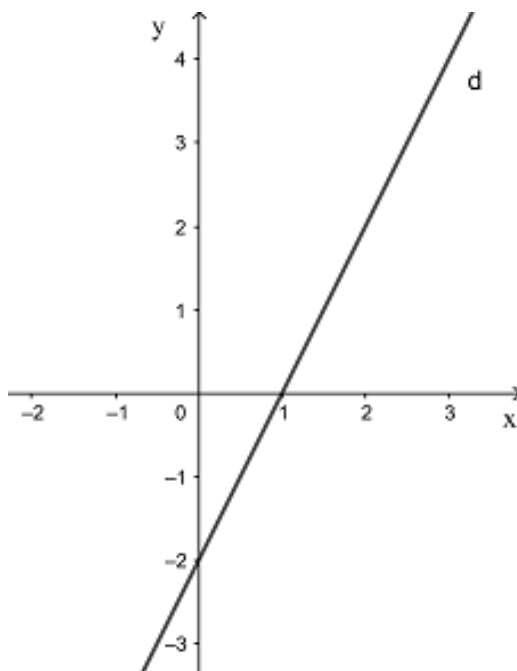
Lời giải:

a) Đường thẳng d : $y = 2x - 2$

Ta có bảng sau:

x	0	1
$y = 2x - 2$	-2	0

Đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng d đi qua hai điểm $(0; -2)$ và $(1; 0)$:

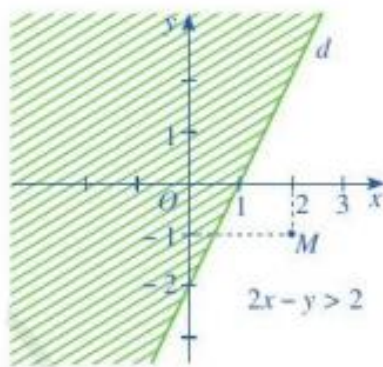


b) Xét điểm $M(2; -1)$.

Thay $x = 2$ và $y = -1$ vào bất phương trình (3) ta được: $2 \cdot 2 - (-1) > 2 \Leftrightarrow 5 > 2$ (luôn đúng).

Vậy $(2; -1)$ là nghiệm của bất phương trình (3).

c) Gạch đi nửa mặt không chứa điểm $M(2; -1)$, ta được hình vẽ sau:



Miền nghiệm của bất phương trình (3) là nửa mặt phẳng không bị gạch trong hình trên.

Luyện tập 2 trang 24 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình sau:

a) $x - 2y < 4$;

b) $x + 3y \leq 6$.

Lời giải:

a)

+ Vẽ đường thẳng $d: x - 2y = 4 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x - 2$

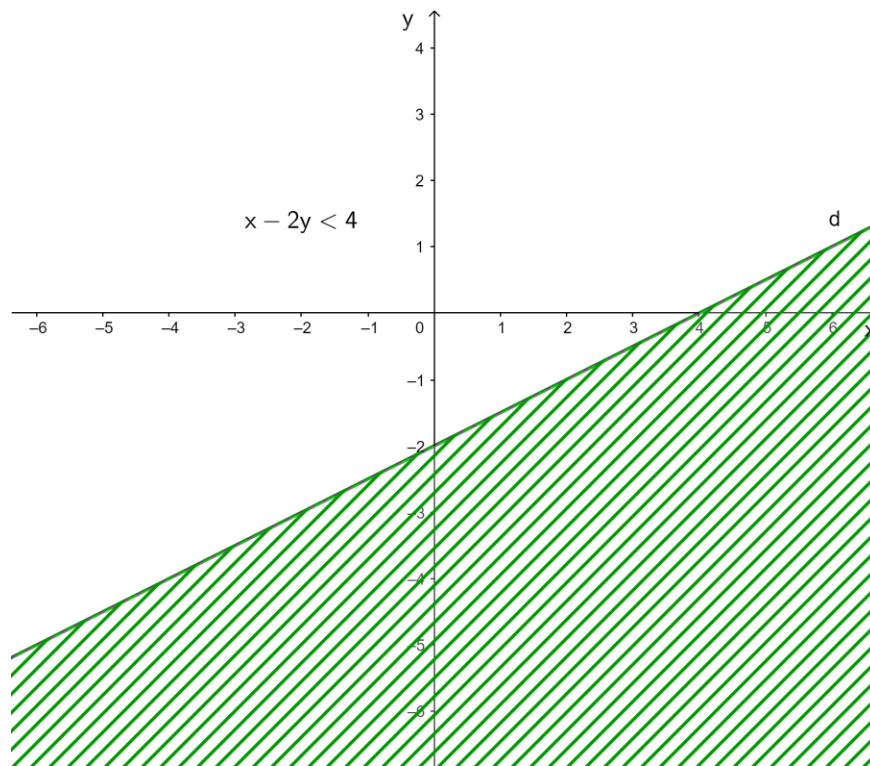
Ta có bảng sau:

x	0	4
$y = \frac{1}{2}x - 2$	-2	0

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x - 2$ là đường thẳng d đi qua 2 điểm $(0; -2)$ và $(4; 0)$.

+ Lấy điểm $O(0; 0)$. Ta có: $0 - 2.0 = 0 < 4$.

Vậy miền nghiệm của bất phương trình $x - 2y < 4$ là nửa mặt phẳng không bị gạch ở hình trên chứa điểm $O(0; 0)$ không kẻ đường thẳng d .



b)

+ Vẽ đường thẳng d: $x + 3y = 6 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{3}x + 2$.

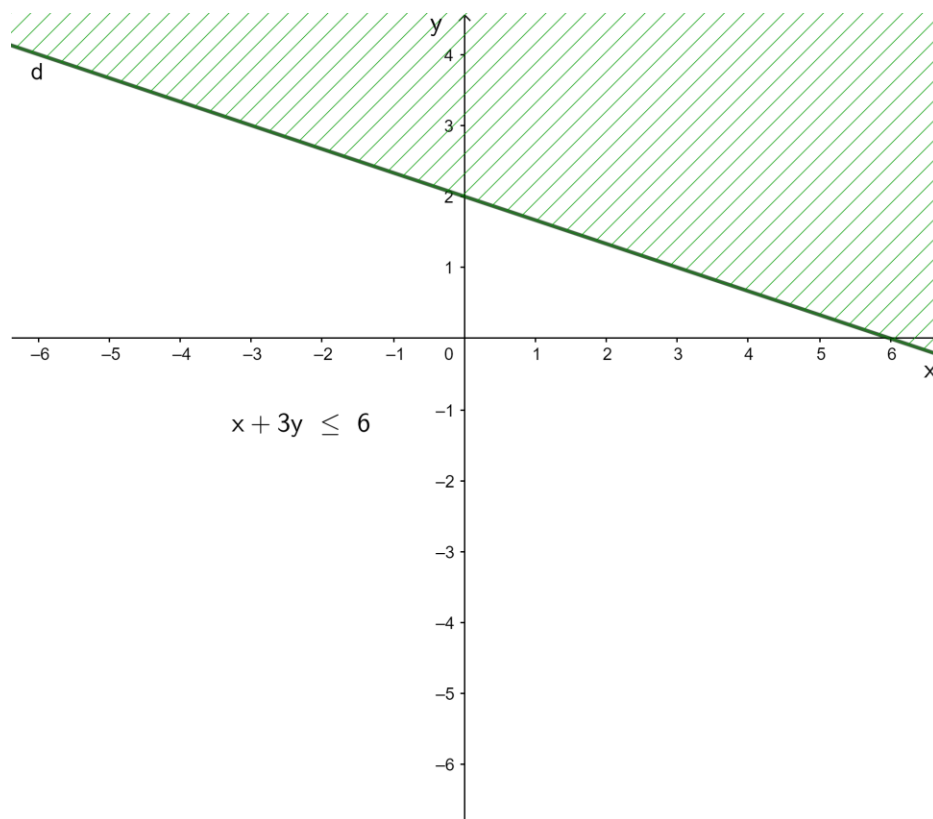
Ta có bảng sau:

x	0	6
$y = -\frac{1}{3}x + 2$	2	0

Đồ thị của hàm số là đường thẳng d đi qua hai điểm (0; 2) và (6; 0).

+ Lấy điểm O(0; 0). Ta có: $0 + 3.0 = 0 < 6$.

Vậy miền nghiệm của bất phương trình $x + 3y \leq 6$ là nửa mặt phẳng không bị gạch ở hình trên chứa điểm O(0; 0) kể cả đường thẳng d.



B. Bài tập

Bài 1 trang 24 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Cặp số nào sau đây là nghiệm của bất phương trình $2x - 3y < 3$?

- a) $(0; -1)$;
- b) $(2; 1)$;
- c) $(3; 1)$.

Lời giải:

a) Thay $x = 0$, $y = -1$ vào vế trái của bất phương trình đã cho, ta được:

$$2.0 - 3.(-1) = 0 + 3 = 3$$

Mà $3 = 3$ do đó cặp số $(0; -1)$ không thỏa mãn bất phương trình đã cho hay cặp số $(0; -1)$ không là nghiệm của bất phương trình $2x - 3y < 3$.

Vậy cặp số $(0; -1)$ không là nghiệm của bất phương trình $2x - 3y < 3$.

b) Thay $x = 2, y = 1$ vào vế trái của bất phương trình đã cho, ta được:

$$2.2 - 3.1 = 4 - 3 = 1$$

Mà $1 < 3$ do đó cặp số $(2; 1)$ thỏa mãn bất phương trình đã cho hay cặp số $(2; 1)$ là nghiệm của bất phương trình $2x - 3y < 3$.

Vậy cặp số $(2; 1)$ là nghiệm của bất phương trình $2x - 3y < 3$.

c) Thay $x = 3, y = 1$ vào vế trái của bất phương trình đã cho, ta được:

$$2.3 - 3.1 = 6 - 3 = 3$$

Mà $3 = 3$ do đó cặp số $(3; 1)$ thỏa mãn bất phương trình đã cho hay cặp số $(3; 1)$ là nghiệm của bất phương trình $2x - 3y < 3$.

Vậy cặp số $(3; 1)$ là nghiệm của bất phương trình $2x - 3y < 3$.

Bài 2 trang 24 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình sau:

a) $x + 2y < 3$;

b) $3x - 4y \geq -3$;

c) $y \geq -2x + 4$;

d) $y < 1 - 2x$.

Lời giải:

a)

+ Vẽ đường thẳng $d_1: x + 2y = 3 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$.

Ta có bảng sau:

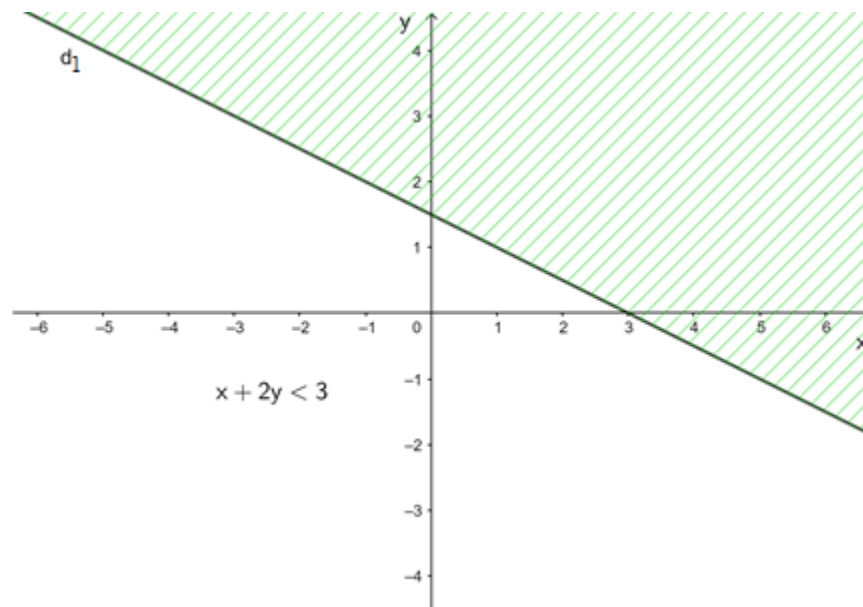
x	1	3
---	---	---

$y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$	1	0
-----------------------------------	---	---

Đồ thị hàm số là đường thẳng d_1 đi qua điểm $(1; 1)$ và $(3; 0)$.

+ Lấy điểm $O(0; 0)$. Ta có: $0 + 2.0 = 0 < 3$.

Vậy miền nghiệm của bất phương trình $x + 2y < 3$ là nửa mặt phẳng không bị gạch ở hình trên chứa điểm $O(0; 0)$ không kể đường thẳng d_1 .



b)

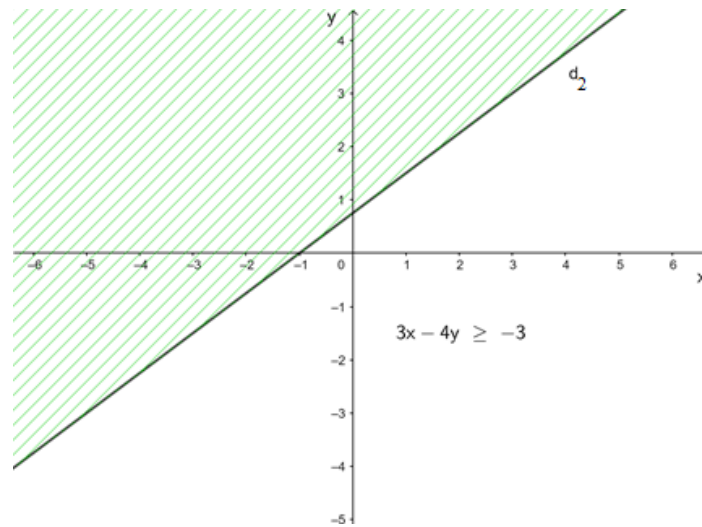
+ Vẽ đường thẳng $d_2: 3x - 4y = -3 \Leftrightarrow y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}$.

Ta có bảng sau:

x	-1	0
$y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}$	0	$\frac{3}{4}$

+ Lấy điểm $O(0; 0)$. Ta có: $3.0 - 4.0 = 0 > -3$.

+ Vậy miền nghiệm của bất phương trình $3x - 4y \geq -3$ là nửa mặt phẳng không bị gạch ở hình trên chứa điểm $O(0; 0)$ kể cả đường thẳng d_2 .



c) $y \geq -2x + 4 \Leftrightarrow 2x + y \geq 4$

+ Vẽ đường thẳng $d_3: 2x + y = 4 \Leftrightarrow y = -2x + 4$

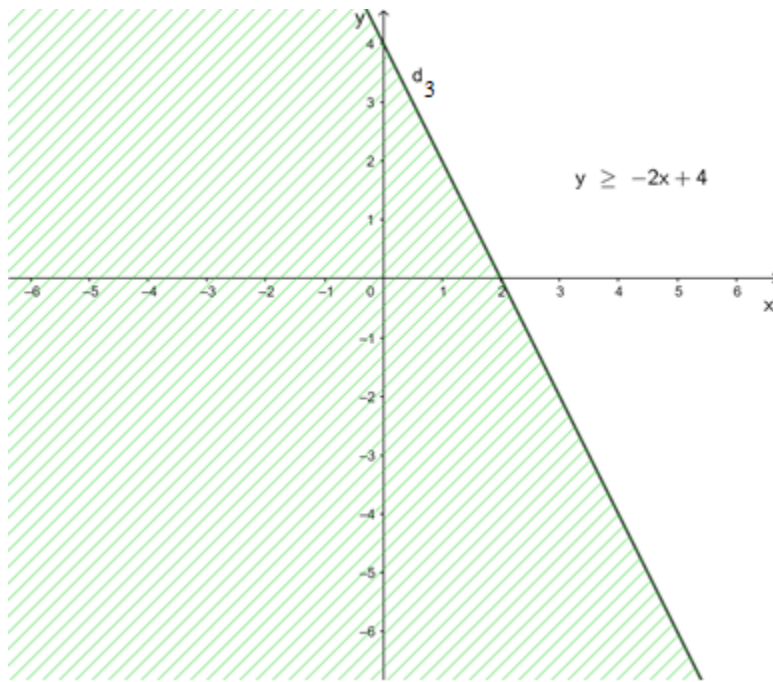
Ta có bảng sau:

x	0	2
$y = -2x + 4$	4	0

Đồ thị hàm số là đường thẳng d_3 đi qua các điểm có tọa độ $(0;4)$ và $(2;0)$.

+ Lấy điểm $O(0; 0)$. Ta có: $2 \cdot 0 + 0 = 0 < 4$.

Vậy miền nghiệm của bất phương trình $2x + y \geq 4$ hay chính là $y \geq -2x + 4$ là nửa mặt phẳng không bị gạch ở hình trên không chứa điểm $O(0; 0)$ kể cả đường thẳng d_3 .



d) $y < 1 - 2x \Leftrightarrow 2x + y < 1$

+ Vẽ đường thẳng d_4 : $2x + y = 1 \Leftrightarrow y = -2x + 1$

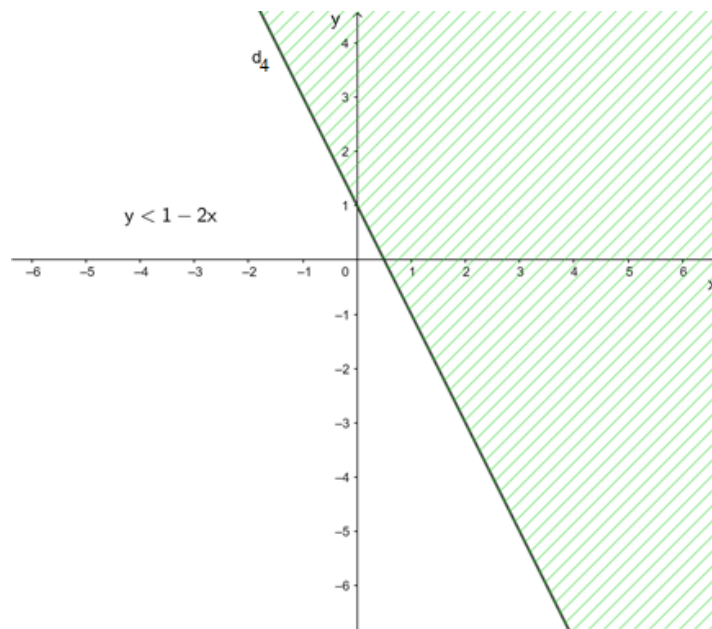
Ta có bảng sau:

x	0	1
$y = -2x + 1$	1	-1

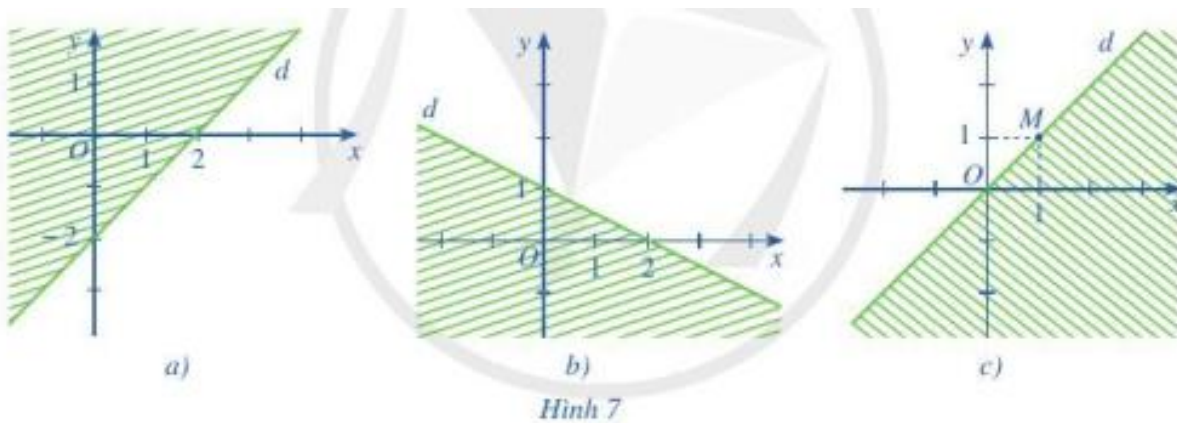
Đồ thị hàm số là đường thẳng d_4 đi qua các điểm có tọa độ $(0; 1)$ và $(1; -1)$.

+ Lấy $O(0; 0)$. Ta có: $2 \cdot 0 + 0 = 0 < 1$.

+ Vậy miền nghiệm của bất phương trình $2x + y < 1$ hay chính là $y < 1 - 2x$ là nửa mặt phẳng không bị gạch ở hình trên chứa điểm $O(0; 0)$ không kể đường thẳng d_4 .



Bài 3 trang 24 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Phần không gạch (không kể d) ở mỗi Hình 7a, 7b, 7c là miền nghiệm của bất phương trình nào?



Lời giải:

a) Gọi phương trình đường thẳng d có dạng: $y = ax + b$ (1) ($a \neq 0$)

Quan sát Hình 7a, ta thấy đường thẳng d đi qua hai điểm $(0; -2)$ và $(2; 0)$.

Thay $x = 0, y = -2$ vào (1) ta được: $-2 = a \cdot 0 + b$ hay $b = -2$

Thay $x = 2, y = 0$ vào (1) ta được: $0 = 2a + b$

Mà $b = -2$ nên $0 = 2a - 2 \Leftrightarrow a = 1$ (thỏa mãn)

$$\Rightarrow d: y = x - 2 \Leftrightarrow x - y = 2$$

Ta thấy miền nghiệm của bất phương trình cần tìm không chứa điểm $O(0; 0)$

Mặt khác khi thay tọa độ của điểm $O(0; 0)$ vào vế trái của phương trình đường thẳng d ta thấy $0 - 0 = 0 < 2$.

Hơn nữa miền nghiệm không kể đường thẳng d nên ta có bất phương trình: $x - y > 2$.

Vậy phần không gạch (không kể d) là miền nghiệm của bất phương trình $x - y > 2$.

b) Gọi phương trình đường thẳng d có dạng: $y = ax + b$ (2) ($a \neq 0$)

Quan sát Hình 7b, ta thấy đường thẳng d đi qua 2 điểm $(0; 1)$ và $(2; 0)$.

Thay $x = 0, y = 1$ vào (2), ta được: $1 = a.0 + b \Leftrightarrow b = 1$.

Thay $x = 2, y = 0$ vào (2), ta được: $2a + b = 0$

$$\text{Mà } b = 1 \text{ nên } 2a + 1 = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2} \text{ (t/m)}$$

$$\Rightarrow d: y = -\frac{1}{2}x + 1 \Leftrightarrow x + 2y = 2$$

Ta thấy miền nghiệm của bất phương trình cần tìm không chứa điểm $O(0; 0)$

Mặt khác khi thay tọa độ của điểm $O(0; 0)$ vào vế trái của phương trình đường thẳng d ta thấy $0 + 2.0 = 0 < 2$.

Hơn nữa miền nghiệm không kể đường thẳng d nên ta có bất phương trình: $x + 2y > 2$.

Vậy phần không gạch sọc (không kể d) là miền nghiệm của bất phương trình $x + 2y > 2$.

c) Gọi phương trình đường thẳng d có dạng: $y = ax + b$ ($a \neq 0$) (3)

Quan sát Hình 7c, ta thấy đường thẳng d đi qua gốc tọa độ và đi qua điểm $M(1; 1)$:

Thay $x = 0, y = 0$ vào (3), ta được: $0 = a.0 + b \Leftrightarrow b = 0$.

Thay $x = 1, y = 1$ vào (3), ta được: $1 = a.1 + b$

Mà $b = 0$ nên $1 = a$ hay $a = 1$ (t/m)

$$\Rightarrow d: y = x \Leftrightarrow x - y = 0$$

Xét điểm có tọa độ $(0; 1)$. Ta có: $= 0 - 1 = -1 < 0$.

Lại có trên Hình 7c điểm $(0; 1)$ nằm trên miền nghiệm của bất phương trình nên bất phương trình cần tìm là $x - y < 0$.

Vậy phần không gạch sọc (không kể d) là miền nghiệm của bất phương trình $x - y < 0$.

Bài 4 trang 24 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Một gian hàng trưng bày bàn và ghế rộng 60 m^2 . Diện tích để kê một chiếc ghế là $0,5 \text{ m}^2$, một chiếc bàn là $1,2 \text{ m}^2$. Gọi x là số chiếc ghế, y là số chiếc bàn được kê.

a) Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y cho phần mặt sàn để kê bàn và ghế biết diện tích mặt sàn dành cho lưu thông tối thiểu là 12 m^2 .

b) Chỉ ra ba nghiệm của bất phương trình trên.

Lời giải:

a) Vì x là số chiếc ghế và y là số chiếc bàn được kê nên ta có điều kiện: $x, y \in \mathbb{N}$

Vì diện tích mặt sàn dành cho lưu thông tối thiểu là 12 m^2 , do đó diện tích phần mặt sàn để kê bàn và ghế tối đa là: $60 - 12 = 48 \text{ (m}^2\text{)}$.

Diện tích để kê x chiếc ghế là $0,5x \text{ (m}^2\text{)}$.

Diện tích để kê y chiếc bàn là $1,2y \text{ (m}^2\text{)}$.

Tổng diện tích cho phần mặt sàn để kê x chiếc ghế và y chiếc bàn là: $0,5x + 1,2y \text{ (m}^2\text{)}$.

Vì tổng diện tích mặt sàn để kê bàn và ghế tối đa là 48 m^2 nên ta có bất phương trình: $0,5x + 1,2y \leq 48$.

Vậy bất phương trình cần tìm là: $0,5x + 1,2y \leq 48$.

b) Gọi cặp số $(x_0; y_0)$ là nghiệm của bất phương trình $0,5x + 1,2y \leq 48$ (x_0, y_0 là các số tự nhiên).

$$\Rightarrow 0,5x_0 + 1,2y_0 \leq 48$$

Ba cặp số $(x_0; y_0)$ thỏa mãn điều kiện $0,5x_0 + 1,2y_0 \leq 48$ là:

+ Chọn $x_0 = 1, y_0 = 4$, ta có: $0,5 \cdot 1 + 1,2 \cdot 4 = 0,5 + 4,8 = 5,3 < 48$.

+ Chọn $x_0 = 10, y_0 = 10$, ta có: $0,5 \cdot 10 + 1,2 \cdot 10 = 5 + 12 = 17 < 48$.

+ Chọn $x_0 = 20, y_0 = 5$, ta có: $0,5 \cdot 20 + 1,2 \cdot 5 = 10 + 6 = 16 < 48$.

Vậy ba cặp số $(1; 4), (10; 10), (20; 5)$ là ba nghiệm của bất phương trình $0,5x + 1,2y \leq 48$.

Bài 5 trang 24 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Trong 1 lạng (100 g) thịt bò chứa khoảng 26 g protein, 1 lạng cá rô phi chứa khoảng 20 g protein. Trung bình trong một ngày, một người phụ nữ cần tối thiểu 46 g protein. (Nguồn: <https://vinmec.com> và <https://thanhnien.vn>) Gọi x, y lần lượt là số lạng thịt bò và số lạng cá rô phi mà một người phụ nữ nên ăn trong một ngày. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết cho một người phụ nữ trong một ngày và chỉ ra ba nghiệm của bất phương trình đó.

Lời giải:

Vì x, y là số lạng thịt bò và số lạng cá rô phi cần tối thiểu trong một ngày nên điều kiện $x, y \geq 0$.

Trong x lạng thịt bò chứa khoảng $26x$ (g protein).

Trong y lạng cá rô phi chứa khoảng $20y$ (g protein).

Tổng số lượng protein mà một người phụ nữ nên ăn trong một ngày là: $26x + 20y$ (g protein).

Vì trung bình mỗi ngày, một người phụ nữ cần tối thiểu 46 g protein nên ta có bất phương trình là: $26x + 20y \geq 46$.

Vậy bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết cho một người phụ nữ trong một ngày là: $26x + 20y \geq 46$.

Cặp số $(x_0; y_0)$ là nghiệm của bất phương trình $26x + 20y \geq 46$ nếu thỏa mãn $26x_0 + 20y_0 \geq 46$ và $x_0, y_0 \geq 0$.

+ Chọn $x_0 = 0, y_0 = 3$, ta có: $26 \cdot 0 + 20 \cdot 3 = 60 > 46$

+ Chọn $x_0 = 1,5, y_0 = 1$, ta có: $26 \cdot 1,5 + 20 \cdot 1 = 59 > 46$

+ Chọn $x_0 = 2,2, y_0 = 1,3$, ta có: $26 \cdot 2,2 + 20 \cdot 1,3 = 83,2 > 46$

Vậy ba cặp số $(0; 3), (1,5; 1), (2,2; 1,3)$ là ba nghiệm của bất phương trình $26x + 20y \geq 46$.