

## Bài tập Giới hạn của hàm số - Toán 11

### I. Bài tập trắc nghiệm

#### Bài 1:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x^2+x+1}}{x} \text{ bằng:}$$

A. 0

B. -1

C.  $-\frac{1}{2}$

D.  $-\infty$

#### Lời giải:

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x^2+x+1}}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1 - x^2 - x - 1}{x(\sqrt{x+1} + \sqrt{x^2+x+1})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x^2+x+1}} = \frac{0}{2} = 0 \end{aligned}$$

Chọn đáp án A

#### Bài 2:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{1 - x^2} \text{ bằng:}$$

A.  $\frac{1}{4}$

B.  $\frac{1}{6}$

C.  $\frac{1}{8}$

D.  $\frac{-1}{8}$

**Lời giải:**

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{1 - x^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{4 - x - 3}{(1 - x^2)(2 + \sqrt{x+3})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{(1+x)(2 + \sqrt{x+3})} = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

**Chọn đáp án C**

**Bài 3:**

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^3 - 2x + 3}{x^2 + 2x} \text{ bằng}$$

A.  $+\infty$

B.  $\frac{1}{8}$

C.  $-\frac{9}{8}$

D.  $-\infty$

**Lời giải:**

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} (x^3 - 2x + 3) = (-2)^3 - 2 \cdot (-2) + 3 = -1 ;$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} (x^2 + 2x) = (-2)^2 + 2 \cdot (-2) = 0$$

Và khi  $x < -2$  thì  $x^2 + 2x > 0$ .

$$\text{Do đó, } \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^3 - 2x + 3}{x^2 + 2x} = -\infty$$

**Chọn đáp án D**

**Bài 4:** Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+1}{1+x} & \text{với } x < 1 \\ \sqrt{2x+2} & \text{với } x \geq 1 \end{cases}$$

Khi đó:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \text{ bằng}$$

A. -1

B. 0

C. 1

D.  $+\infty$

**Lời giải:**

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2+1}{1+x} = \frac{1^2+1}{1+1} = 1 .$$

**Chọn đáp án C**

**Bài 5:** Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x \leq 3 \\ ax + b & 3 < x < 5 \\ 7 & x \geq 5 \end{cases} . \text{Xác định } a; b \text{ để hàm số có giới hạn tại } x = 3 \text{ và } x = 5 .$$

A.  $a = 3, b = -8$ .                      B.  $a = -3, b = 8$ .

C.  $a = -3, b = -8$ .                      D.  $a = -3, b = 8$ .

**Lời giải:**

+ Tại  $x = 3$ :

$$\text{Ta có : } \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} 1 = 1$$

$$\text{và } \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (ax + b) = 3a + b .$$

Do đó hàm số có giới hạn tại  $x = 3$

Khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) \Leftrightarrow 3a + b = 1 \quad (1) .$$

+ Tại  $x = 5$

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = 5a + b \text{ và } \lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = 7 .$$

Do đó hàm số có giới hạn tại  $x = 5$

Khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) \Leftrightarrow 5a + b = 7 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } \begin{cases} 3a + b = 1 \\ 5a + b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -8 \end{cases} .$$

**Chọn đáp án A**

**Bài 6:** Tìm  $\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 3x^2 + 4)$

A. 0

B. 2

C.  $+\infty$

D.  $-\infty$

**Lời giải:**

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 3x^2 + 4) = 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 4 = 8 - 3 \cdot 4 + 4 = 0$$

**Chọn đáp án A**

**Bài 7:** Tìm  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 1}$  bằng:

A.  $\frac{23}{3}$

B.  $+\infty$

C.  $-\frac{23}{3}$

D.  $-\infty$

**Lời giải:**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 4}{x - 6} = \frac{3 \cdot 3^2 - 4}{3 - 6} = \frac{-23}{3}$

**Chọn đáp án C**

**Bài 8:** Tìm  $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x^3 + 3x + 12}$

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

**Lời giải:**

$$\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x^3 + 3x + 12} = \sqrt{1^3 + 3 \cdot 1 + 12} = 4$$

**Chọn đáp án D**

**Bài 9:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 3} (x - 3)\sqrt{x^2 + 3x}$

A. 0

B. 1

C. 2

D.  $3\sqrt{2}$

**Lời giải:**

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x-3)\sqrt{x^2+3x} = (3-3).\sqrt{3^2+3.3} = 0.\sqrt{18} = 0$$

**Chọn đáp án A**

**Bài 10:** Giá trị đúng của  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4+7}{x^4+1}$  là:

A. - 1

B. 1

C. 7

D.  $+\infty$

**Lời giải:**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4+7}{x^4+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+\frac{7}{x^4}}{1+\frac{1}{x^4}} = \frac{1+0}{1+0} = 1$$

**Chọn đáp án B**

## II. Bài tập tự luận có lời giải

**Bài 1:**

$\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 3)$  bằng:

**Lời giải:**

$$\begin{aligned}
 & \lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 2x + 3) \\
 &= \lim_{x \rightarrow -1} (x^2) - \lim_{x \rightarrow -1} (2x) + \lim_{x \rightarrow -1} (3) \\
 &= (-1)^2 - 2 \cdot (-1) + 3 = 6
 \end{aligned}$$

**Bài 2:**

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^4 - 2x^5}{5x^4 + 3x^6 + 1} \text{ bằng số nào sau đây?}$$

**Lời giải:**

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^4 - 2x^5}{5x^4 + 3x^6 + 1} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} 3x^4 - \lim_{x \rightarrow 1} 2x^5}{\lim_{x \rightarrow 1} 5x^4 + \lim_{x \rightarrow 1} 3x^6 + \lim_{x \rightarrow 1} 1} = \frac{3 - 2}{5 + 3 + 1} = \frac{1}{9}$$

**Bài 3:**

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^3 - x^2 + x}{x - 2} \text{ bằng:}$$

**Lời giải:**

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^3 - x^2 + x}{x - 2} = \frac{-3 - 1 - 1}{-1 - 2} = \frac{-5}{-3} = \frac{5}{3}$$

**Bài 4:**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 - 2x + 3}{5x^4 + 3x + 1} \text{ bằng:}$$

**Lời giải:**

Chia cả tử và mẫu của phân thức cho  $x^4$  ta có



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 - 2x + 3}{5x^4 + 3x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - \frac{2}{x^3} + \frac{3}{x^4}}{5 + \frac{3}{x^3} + \frac{1}{x^4}} = \frac{3 - 2.0 + 3.0}{5 + 3.0 + 1.0} = \frac{3}{5}$$

**Bài 5:**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^4 + x^3 - 2x^2 - 3}{x - 2x^4} \text{ bằng:}$$

**Lời giải:**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^4 + x^3 - 2x^2 - 3}{x - 2x^4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} - \frac{3}{x^4}}{\frac{1}{x^3} - 2} = -1$$

**Bài 6:**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 - 2x^5}{5x^4 + 3x^6 + 2} \text{ bằng:}$$

**Lời giải:**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 - 2x^5}{5x^4 + 3x^6 + 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{3}{x^2} - \frac{2}{x}}{\frac{5}{x^2} + 3 + \frac{2}{x^4}} = \frac{0}{3} = 0$$

**Bài 7:**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{3x^4 + 4x^5 + 2}{9x^5 + 5x^4 + 4}} \text{ bằng:}$$

**Lời giải:**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{3x^4 + 4x^5 + 2}{9x^5 + 5x^4 + 4}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{\frac{3}{x} + 4 + \frac{2}{x^5}}{9 + \frac{5}{x} + \frac{4}{x^5}}} = \frac{2}{3}$$

**Bài 8:**

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + x} \text{ bằng:}$$

**Lời giải:**

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + x} = \frac{1^3 + 1}{1^2 + 1} = \frac{2}{2} = 1$$

**Bài 9:**

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 1} \text{ bằng:}$$

**Lời giải:**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x^2 + x + 1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 2}{x^2 + x + 1} = \frac{-1}{3} \end{aligned}$$

**Bài 10:**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x + 5} - \sqrt{x - 7}) \text{ bằng:}$$

**Lời giải:**

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+5} - \sqrt{x-7}) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+5 - x+7}{\sqrt{x+5} + \sqrt{x-7}} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{12}{\sqrt{x+5} + \sqrt{x-7}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{12}{\sqrt{x}}}{\sqrt{1+\frac{5}{x}} + \sqrt{1-\frac{7}{x}}} = 0\end{aligned}$$

### III. Bài tập vận dụng

**Bài 1**  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^3 - x^2}}{\sqrt{x-1} + 1-x}$  bằng?

**Bài 2** Giá trị đúng của  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x-3|}{x-3}$  ?

**Bài 3** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{x^3-1} - \frac{1}{x-1}$ . Chọn kết quả đúng của  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  ?

**Bài 4** Giới hạn của hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2-x} - \sqrt{4x^2+1}$  khi  $x \rightarrow -\infty$  bằng?

**Bài 5** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{1-x}{(x-4)^2}$  bằng?

**Bài 6** Giả sử  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+ax}-1}{2x} = L$ . Hệ số a bằng bao nhiêu để  $L = 3$  ?

**Bài 7** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2-x} - \sqrt{4x^2+1}}{2x+3}$  bằng?

**Bài 8** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} \left( \frac{1}{x+1} - 1 \right)$  bằng?

**Bài 9** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) \sqrt{\frac{x}{x^2-4}}$  bằng?

**Bài 10** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left( \frac{1}{x^2 - 4} - \frac{1}{x - 2} \right)$  bằng?