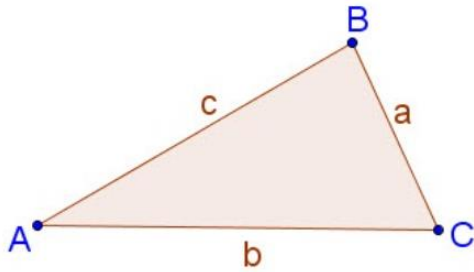


Tất tần tật về Định lí Côsin và hệ quả chi tiết nhất

I. Lí thuyết tổng hợp.

- Định lí Côsin:

Cho tam giác ABC bất kì với $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$.



Ta có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$$

- Hệ quả:

+ Tính góc:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

+ Tính diện tích:

$$S = \frac{1}{2} BC \cdot h_a = \frac{1}{2} AC \cdot h_b = \frac{1}{2} AB \cdot h_c. \quad (h_a, h_b, h_c \text{ là độ dài đường cao lần lượt kẻ từ đỉnh } A, B, C)$$

$$S = \frac{1}{2}ab\sin C = \frac{1}{2}ac\sin B = \frac{1}{2}bc\sin A$$

$$S = \frac{abc}{4R} \quad (\text{với } R \text{ là bán kính đường tròn ngoại tiếp})$$

$$S = pr \quad (\text{với } r \text{ là bán kính đường tròn nội tiếp, } p = \frac{a+b+c}{2})$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad (\text{với } p = \frac{a+b+c}{2}) \quad (\text{công thức Hê – rông})$$

II. Các công thức cần nhớ.

Cho tam giác ABC bất kì có diện tích S với $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$. Ta có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos C$$

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

$$S = \frac{1}{2}ab\sin C = \frac{1}{2}ac\sin B = \frac{1}{2}bc\sin A$$

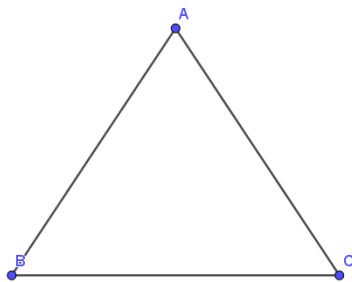
$$S = \frac{abc}{4R} \quad (\text{với } R \text{ là bán kính đường tròn ngoại tiếp})$$

$$S = pr \quad (\text{với } r \text{ là bán kính đường tròn nội tiếp, } p = \frac{a+b+c}{2})$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad (\text{với } p = \frac{a+b+c}{2}) \quad (\text{công thức Hê – rông})$$

III. Ví dụ minh họa.

Bài 1: Cho tam giác ABC cân tại A. Biết $A = 50^\circ$ và $AB = 4\text{cm}$. Tính độ dài BC.



Lời giải:

Ta có: $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$

Xét tam giác ABC cân tại A có: $b = c = 4\text{cm}$.

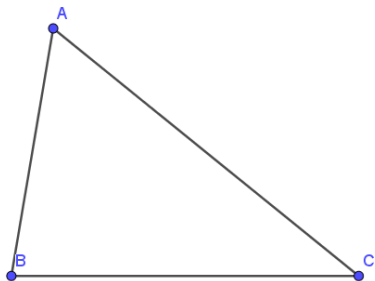
Áp dụng định lí Côsin ta có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A = 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos 50^\circ \approx 11,43$$

$$\Rightarrow a \approx \sqrt{11,43} \approx 3,38 \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow BC \approx 3,38 \text{ (cm)}$$

Bài 2: Cho tam giác ABC biết $AB = 5\text{cm}$, $BC = 7\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$. Tính số đo góc B, A và C.



Lời giải:

Ta có:

$$AB = c = 5\text{cm}$$

$$AC = b = 8\text{cm}$$

$$BC = a = 7\text{cm}$$

Áp dụng hệ quả của định lí Côsin ta có:

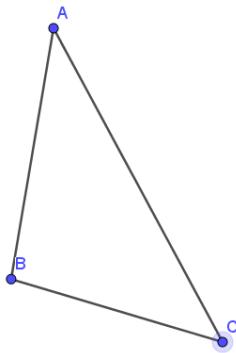
$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{7^2 + 5^2 - 8^2}{2 \cdot 7 \cdot 5} = \frac{1}{7} \Rightarrow B \approx 81^\circ 47'$$

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{8^2 + 5^2 - 7^2}{2 \cdot 8 \cdot 5} = \frac{1}{2} \Rightarrow A = 60^\circ$$

$$\text{Có : } B + A + C = 180^\circ$$

$$\Rightarrow C = 180^\circ - A - B = 180^\circ - 81^\circ 47' - 60^\circ = 38^\circ 13'$$

Bài 3: Cho tam giác ABC biết $AB = 4\text{cm}$, $AC = 9\text{cm}$, $BC = 7\text{cm}$. Tính diện tích tam giác ABC.



Lời giải:

Ta có:

$$AB = c = 4\text{cm}$$

$$AC = b = 9\text{cm}$$

$$BC = a = 7\text{cm}$$

$$\text{Ta có nửa chu vi tam giác: } p = \frac{a + b + c}{2} = \frac{7 + 9 + 4}{2} = 10 \text{ (cm)}$$

Theo công thức Hê – rông, diện tích tam giác ABC là:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{10(10-7)(10-9)(10-4)} = 6\sqrt{5} \text{ (cm}^2\text{)}.$$