

## Công thức viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn

### I. Lý thuyết tổng hợp.

- Định nghĩa tiếp tuyến của đường tròn: Nếu một đường thẳng đi qua một điểm của đường tròn và vuông góc với bán kính tại điểm đó thì đường thẳng đó là tiếp tuyến của đường tròn.
- Nếu khoảng cách từ tâm của một đường tròn đến đường thẳng bằng bán kính của đường tròn thì đường thẳng đó là tiếp tuyến của đường tròn.
- Từ một điểm trên đường tròn ta có duy nhất một tiếp tuyến đi qua điểm đó. Từ một điểm ngoài đường tròn, ta có hai tiếp tuyến với đường tròn đi qua điểm đó.

### II. Các công thức.

- Cho đường tròn (C):  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$  hoặc  $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ .  
Điểm  $M(x_0; y_0)$  thuộc đường tròn (C).

+ Nếu phương trình đường tròn có dạng  $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$  thì phương trình tiếp tuyến là:  $xx_0 + yy_0 - a(x + x_0) - b(y + y_0) + c = 0$ .

+ Nếu phương trình đường tròn có dạng  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$  thì phương trình tiếp tuyến là:  $(x - a)(x_0 - a) + (y - b)(y_0 - b) = R^2$

- Cho đường tròn (C):  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$  hoặc  $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ .  
Điểm  $N(x_0; y_0)$  nằm ngoài đường tròn (C).

+ Viết phương trình của đường thẳng đi qua điểm N:

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Leftrightarrow mx - y - mx_0 + y_0 = 0 \quad (1)$$

+ Có  $d(I, d) = R$  ta tính được m thay m vào phương trình (1) ta được phương trình tiếp tuyến. Ta luôn tìm được hai đường tiếp tuyến.

### III. Ví dụ minh họa.

**Bài 1:** Cho đường tròn (C):  $(x - 1)^2 + y^2 = 18$ . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm  $A(-2; 3)$ .

**Lời giải:**

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm  $A(-2; 3)$  là:

$$(x-1)(-2-1) + (y-0)(3-0) = 18$$

$$\Leftrightarrow -3x + 3 + 3y = 18$$

$$\Leftrightarrow -3x + 3y = 15$$

$$\Leftrightarrow -x + y - 5 = 0$$

**Bài 2:** Cho đường tròn (C):  $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 5$ . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm B(-1; 2).

**Lời giải:**

Phương trình tiếp tuyến của (C) là:

$$(x-1)(-1-1) + (y-1)(2-1) = 5$$

$$\Leftrightarrow -2x + 2 + y - 1 = 5$$

$$\Leftrightarrow -2x + y - 4 = 0$$

**Bài 3:** Cho đường tròn (C):  $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 2$ . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) đi qua điểm C(4; 0).

**Lời giải:**

Gọi tiếp tuyến của (C) cần tìm là đường thẳng d

Ta có điểm C không thuộc đường tròn (C)

Phương trình đường thẳng đi qua điểm C là:

$$y - 0 = m(x - 4)$$

$$\Leftrightarrow mx - 4m - y = 0$$

Tâm của đường tròn (C) là I(4; -3) và bán kính  $R = \sqrt{2}$

$$d(I, d) = R$$

$$\Leftrightarrow \frac{|m \cdot 4 - 4m - (-3)|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{m^2 + 1}} = \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{m^2 + 1} = 2$$

$$\Leftrightarrow 9 = 2m^2 + 2$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 = 7$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{\sqrt{14}}{2} \\ m = -\frac{\sqrt{14}}{2} \end{cases}$$

Với  $m = \frac{\sqrt{14}}{2}$ , có phương trình tiếp tuyến là:  $\frac{\sqrt{14}}{2}x - 4 \cdot \frac{\sqrt{14}}{2} - y = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{14}}{2}x - y - 2\sqrt{14} = 0$$

Với  $m = -\frac{\sqrt{14}}{2}$ , có phương trình tiếp tuyến là:  $-\frac{\sqrt{14}}{2}x - 4 \cdot \left(-\frac{\sqrt{14}}{2}\right) - y = 0$

$$\Leftrightarrow -\frac{\sqrt{14}}{2}x - y + 2\sqrt{14} = 0$$

#### IV. Bài tập tự luyện

**Bài 1:** Cho đường tròn (C):  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 16$ . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm B(2; 7).

**Bài 2:** Cho đường tròn (C):  $(x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 25$ . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) đi qua điểm C(2; 3).