

## Chuyên đề Cấp số cộng - Toán 11

### A. Lý thuyết

#### I. Định nghĩa.

- **Cấp số cộng** là một dãy số (hữu hạn hoặc vô hạn), trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng số hạng đứng ngay trước nó cộng với một số không đổi  $d$ .

Số  $d$  được gọi là **công sai** của cấp số cộng.

- Nếu  $(u_n)$  là cấp số cộng với công sai  $d$ , ta có công thức truy hồi:

$$u_{n+1} = u_n + d \text{ với } n \in \mathbb{N}^* \quad (1)$$

- Đặc biệt, khi  $d = 0$  thì cấp số cộng là một dãy số không đổi (tất cả các số hạng đều bằng nhau).

- **Ví dụ 1.** Dãy số hữu hạn: 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19 là một cấp số cộng với số hạng đầu  $u_1 = 1$ ; công sai  $d = 3$ .

#### II. Số hạng tổng quát

- **Định lý:** Nếu cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  thì số hạng tổng quát  $u_n$  được xác định bởi công thức:

$$u_n = u_1 + (n - 1)d \text{ với } n \geq 1.$$

- **Ví dụ 2.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ , biết  $u_1 = 1$ ;  $d = 5$ .

a) Tìm  $u_{10}$ .

b) Số 106 là số hạng thứ bao nhiêu?

**Lời giải:**

a) Số hạng thứ 10 là  $u_{10} = u_1 + (10 - 1)d = 1 + 9.5 = 46$ .

b) Ta có:  $u_n = u_1 + (n - 1)d$ . Vì  $u_n = 106$  nên:

$$106 = 1 + (n - 1).5$$

$$105 = (n - 1).5$$

$$21 = n - 1 \text{ nên } n = 22.$$

Vậy 106 là số hạng thứ 22.

### III. Tính chất các số hạng của cấp số cộng.

#### - Định lí 2:

Trong một cấp số cộng, mỗi số hạng (trừ số hạng đầu và số cuối) đều là trung bình cộng của hai số đứng kề với nó, nghĩa là:

$$u_k = u_{k-1} + u_{k+1} ; k \geq 2$$

### IV. Tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng

- **Định lí:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ . Đặt  $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$ .

$$\text{Khi đó: } S_n = n(u_1 + u_n)/2.$$

- **Chú ý:** vì  $u_n = u_1 + (n - 1)d$  nên ta có:  $S_n = nu_1 + n(n - 1)d/2$ .

**Ví dụ 3.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_n = 2n + 5$ .

a) Tìm  $u_1$  và  $d$ .

b) Tính tổng 40 số hạng đầu tiên.

c) Biết  $S_n = 187$ , tìm  $n$ .

**Lời giải:**

a) Ta có:  $u_1 = 2.1 + 5 = 7$ ;  $u_2 = 2.2 + 5 = 9$ .

Suy ra,  $d = u_2 - u_1 = 2$ .

b) Tổng 40 số hạng đầu tiên là:

$$\begin{aligned} S_{40} &= 40.7 + \frac{40(40-1)}{2}.2 \\ &= 1840 \end{aligned}$$

c) Ta có:  $S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$  nên:

$$187 = 7n + \frac{n(n-1)}{2}.2$$

$$\Leftrightarrow 187 = 7n + n^2 - n$$

$$\Leftrightarrow n^2 + 6n - 187 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 11 \\ n = -17 \end{cases}$$

Vì  $n$  là nguyên dương nên  $n = 11$ .

## B. Bài tập

### I. Bài tập trắc nghiệm

**Bài 1:** Cho hai cấp số cộng (un): 4, 7, 10, 13, 16, ... và (vn): 1, 6, 11, 16, 21, ... Hỏi trong 100 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số cộng, có bao nhiêu số hạng chung?

A.10

B. 20

C. 30

D. 40

**Lời giải:**

Ta có:

$$u_n = 4 + (n - 1).3 = 3n + 1, 1 \leq n \leq 100$$

$$v_k = 1 + (k - 1).5 = 5k - 4, 1 \leq k \leq 100$$

Để một số là số hạng chung của hai cấp số cộng

Ta phải có:

$$3n + 1 = 5k - 4 \Leftrightarrow 3n = 5(k - 1) \Rightarrow n \vdots 5 \text{ tức là } n = 5t.$$

Khi đó:

$$3.5t = 5(k - 1) \text{ hay } 3t = k - 1$$

$$\text{Nên } k = 1 + 3t, t \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Vì } 1 \leq n \leq 100 \text{ nên } 1 \leq t \leq 20.$$

$$\text{Mà } t \in \mathbb{Z} \Rightarrow t \in \{1; 2; 3; \dots; 19; 20\}$$

Ứng với 20 giá trị của t cho 20 giá trị của n và 20 giá trị của k.

Vậy có 20 số hạng chung của hai dãy

Chọn đáp án B

**Bài 2:** Cho cấp số cộng (un) thỏa mãn: 
$$\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases}.$$

a. Tính số hạng thứ 100 của cấp số ;

A. - 243

B. - 295

C. - 231

D. - 294

b. Tính tổng 15 số hạng đầu của cấp số ;

A. - 244

B. - 274

C. - 253

D. - 285

**Lời giải:**

Từ giả thiết bài toán, ta có:

$$\begin{cases} u_1 + 4d + 3(u_1 + 2d) - (u_1 + d) = -21 \\ 3(u_1 + 6d) - 2(u_1 + 3d) = -34 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3u_1 + 9d = -21 \\ u_1 + 12d = -34 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = -7 \\ u_1 + 12d = -34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = -3 \end{cases}.$$

a. Số hạng thứ 100 của cấp số:

$$u_{100} = u_1 + 99d = 2 + 99.(-3) = -295$$

Chọn đáp án B

b. Tổng của 15 số hạng đầu:

$$S_{15} = \frac{15}{2} [2u_1 + 14d] = -285$$

Chọn đáp án D

**Bài 3:** Ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng có tổng bằng -9 và tổng các bình phương của chúng bằng 29. Tìm số hạng đầu tiên

A. -3 hoặc -6

B. -4 hoặc -2

C. -1 hoặc -5

D. -4 hoặc -7

**Lời giải:**

Gọi ba số hạng liên tiếp của cấp số cộng là  $a - 2x$ ;  $a$ ;  $a + 2x$  với công sai  $d = 2x$ .

Theo giả thiết ta có:

$$\begin{cases} a - 2x + a + a + 2x = -9 \\ (a - 2x)^2 + a^2 + (a + 2x)^2 = 29 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = -9 \\ 3a^2 + 8x^2 = 29 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ 8x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ x = \pm \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$* \text{ Với } x = \frac{1}{2} \Rightarrow u_1 = a - 2x = -3 - 2 \cdot \frac{1}{2} = -4$$

$$* \text{ với } x = -\frac{1}{2} \Rightarrow u_1 = a - 2x = -3 - 2 \cdot \frac{-1}{2} = -2$$

Vậy số hạng đầu tiên là  $-4$  hoặc  $-2$

Chọn đáp án B

**Bài 4:** Cho tam giác ABC biết 3 góc của tam giác lập thành một cấp số cộng và có góc nhỏ nhất bằng  $25^\circ$ . Tìm 2 góc còn lại?

A.  $65^\circ$ ;  $90^\circ$ .

B.  $75^\circ$ ;  $80^\circ$ .

C.  $60^\circ$ ;  $95^\circ$ .

D.  $55^\circ$ ;  $100^\circ$ .

**Lời giải:**

Gọi số đo ba góc ba góc lập thành cấp số cộng là:  
25; 25+ d ; 25 +2d có công sai d.

Tổng ba góc trong một tam giác bằng  $180^0$  nên:

$$u_1 + u_2 + u_3 = 180 \Leftrightarrow 25 + 25 + d + 25 + 2d = 180$$

$$\Leftrightarrow 3d = 105 \Leftrightarrow d = 35$$

$$\text{Vậy } u_2 = 25 + 35 = 60; u_3 = 25 + 2.35 = 95.$$

Chọn đáp án C

**Bài 5:** Cho a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng, đẳng thức nào sau đây là đúng?

A.  $a^2 + c^2 = 2ab + 2bc$ .

B.  $a^2 - c^2 = 2ab - 2bc$ .

C.  $a^2 + c^2 = 2ab - 2bc$ .

D.  $a^2 - c^2 = ab - bc$ .

**Lời giải:**

Đề 3 số a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng

Khi và chỉ khi:

$$b - a = c - b \Leftrightarrow (b - a)^2 = (c - b)^2$$

$$\Leftrightarrow b^2 - 2ab + a^2 = c^2 - 2bc + b^2 \Leftrightarrow a^2 - c^2 = 2ab - 2bc$$

Chọn đáp án B

**Bài 6:** Tìm x để 3 số :  $1 - x$ ;  $x^2$  ;  $x + 1$  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng?

A. Không có giá trị nào của x.

B.  $x = \pm 2$  .



C.  $x = \pm 1$  .

D.  $x = 0$

**Lời giải:**

Ba số:

$1 - x; x^2; x + 1$

Lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi:

$$x^2 = 2.(1 - x + x + 1) \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$$

Chọn đáp án B

**Bài 7:** Dãy số (un) có phải là cấp số cộng không ? Nếu phải hãy xác định số công sai d, biết rằng

a.  $u_n = 2n + 3$

A.  $d = -2$

B.  $d = 3$

C.  $d = 5$

D.  $d = 2$

b.  $u_n = -3n + 1$

A.  $d = -2$

B.  $d = 3$

C.  $d = -3$

D.  $d = 1$

c.  $u_n = n^2 + 1$

A.  $d = \emptyset$

B.  $d = 3$

C.  $d = -3$

D.  $d = 1$

d.  $u_n = 2/n$

A.  $d = \emptyset$

B.  $d = 1/2$

C.  $d = -3$

D.  $d = 1$

**Lời giải:**

a. Ta có:

$$u_{n+1} - u_n = 2(n+1) + 3 - (2n+3) = 2$$

là hằng số

Suy ra dãy  $(u_n)$  là cấp số cộng với công sai  $d=2$ .

Chọn D

b. Ta có:

$$u_{n+1} - u_n = -3(n+1) + 1 - (-3n+1) = -3$$

là hằng số

Suy ra dãy  $(u_n)$  là cấp số cộng với công sai  $d=-3$ .

Chọn C

c. Ta có:

$$u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 + 1 - (n^2 + 1) = 2n+1$$

phụ thuộc vào  $n$ .

Suy ra dãy  $(u_n)$  không phải là cấp số cộng.

d. Ta có:

$$u_{n+1} - u_n = \frac{2}{n+1} - \frac{2}{n} = \frac{2n - 2(n+1)}{n(n+1)} = \frac{-2}{n(n+1)}$$

phụ thuộc vào  $n$

Vậy dãy  $(u_n)$  không phải là cấp số cộng.

**Bài 8:** Cho cấp số cộng có 8 số hạng. Số hạng đầu bằng 3 số hạng cuối bằng 24. Tính tổng các số hạng này

A. 105

B. 27

C. 108

D. 111

**Lời giải:**

Ta có:  $u_1 = 3; u_8 = 24, n = 8$ .

$$S_8 = \frac{8}{2}(3+24) = 108$$

Chọn đáp án C

**Bài 9:** Cho một cấp số cộng có  $u_1 = -3; u_6 = 27$ . Tìm  $d$  ?

A.  $d = 5$

B.  $d = 7$

C.  $d = 6$

D.  $d = 8$

**Lời giải:**

Ta có:

$$u_6 = 27 \Leftrightarrow u_1 + 5d = 27$$

$$\Leftrightarrow -3 + 5d = 27 \Leftrightarrow 5d = 30 \Leftrightarrow d = 6$$

Chọn đáp án C

**Bài 10:** Cho 4 số lập thành cấp số cộng. Tổng của chúng bằng 22. Tổng các bình phương của chúng bằng 166. Tổng các lập phương của chúng bằng :

A. 22

B. 166

C. 1752

D. 1408

**Lời giải:**

Gọi 4 số lập thành cấp số cộng là  $u_1, u_2, u_3, u_4$

Và công sai là  $d$

Ta có:

$$u_2 = u_1 + d; \quad u_3 = u_1 + 2d; \quad u_4 = u_1 + 3d$$

Theo giả thiết ta có:

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 22 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = 166 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 + d + u_1 + 2d + u_1 + 3d = 22 \\ u_1^2 + (u_1 + d)^2 + (u_1 + 2d)^2 + (u_1 + 3d)^2 = 166 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4u_1 + 6d = 22 \\ 4u_1^2 + 12u_1d + 14d^2 = 166 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 3d = 11 & (1) \\ 2u_1^2 + 6u_1d + 7d^2 = 83 & (2) \end{cases}$$

Từ (1) suy ra:  $u_1 = \frac{11-3d}{2}$  thế vào (2) ta được:

$$2 \cdot \left( \frac{11-3d}{2} \right)^2 + 6 \cdot \frac{11-3d}{2} \cdot d + 7d^2 = 83$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} d = 3 \Rightarrow u_1 = 1 \\ d = -3 \Rightarrow u_1 = 10 \end{cases}$$

Vậy 4 số đó là 1, 4, 7, 10 hoặc 10, 7, 4, 1

Tổng các lập phương của chúng:

$$1^3 + 4^3 + 7^3 + 10^3 = 1408$$

Chọn đáp án D

## II. Bài tập tự luận có lời giải

**Bài 1.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn  $u_1 = 12$ ;  $u_6 = -18$ . Tìm  $u_8$ .

**Lời giải:**

Theo đề bài ta có;

$$u_1 = 12, u_6 = -18 \Leftrightarrow u_1 = 12, u_1 + 5d = -18 \Leftrightarrow 5d = -30 \Rightarrow d = -6$$

$$\text{Suy ra: } u_8 = u_1 + 7d = 12 + 7 \cdot (-6) = -30.$$

**Bài 2.** Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng sau biết:

$$\text{a) } \begin{cases} u_3 + u_6 = 21 \\ u_4 + u_9 = 30 \end{cases};$$

$$\text{b) } \begin{cases} u_3 + u_5 = 14 \\ u_2 \cdot u_4 = 21 \end{cases}$$

**Lời giải:**

$$a) \begin{cases} u_3 + u_6 = 21 \\ u_4 + u_9 = 30 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d + u_1 + 5d = 21 \\ u_1 + 3d + u_1 + 8d = 30 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 7d = 21 \\ 2u_1 + 11d = 30 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{21}{8} \\ d = \frac{9}{4} \end{cases}$$

Vậy số hạng đầu  $u_1 = 218$  và công sai  $d = 94$ .

b)

$$u_3 + u_5 = 14 \quad u_2 \cdot u_4 = 21 \Leftrightarrow u_1 + 2d + u_1 + 4d = 14 \quad (u_1 + d) \cdot (u_1 + 3d) = 21 \Leftrightarrow 2u_1 + 6d = 14 \quad (1) \quad (u_1 + d) \cdot (u_1 + 3d) = 21 \quad (2)$$

Từ (1) suy ra:  $u_1 = 7 - 3d$  thay vào (2) ta được:

$$(7 - 3d + d) \cdot (7 - 3d + 3d) = 21$$

$$(7 - 2d) \cdot 7 = 21$$

$$7 - 2d = 3 \text{ nên } d = 2$$

$$\text{Suy ra: } u_1 = 7 - 3 \cdot 2 = 1.$$

Vậy  $u_1 = 1$  và công sai  $d = 2$ .

**Bài 3.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_n = 3n + 1$ .

a) Tìm  $u_1$  và  $d$ .

b) Tính tổng 20 số hạng đầu tiên.

c) Biết  $S_n = 209$ , tìm  $n$ .

**Lời giải:**

a) Ta có:  $u_1 = 3.1 + 1 = 4$ ;  $u_2 = 3.2 + 1 = 7$ .

Suy ra,  $d = u_2 - u_1 = 3$ .

b) Tổng 20 số hạng đầu tiên là:

$$S_{20} = 20.4 + \frac{20(20-1)}{2}.3 = 650$$

c) Ta có:  $S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$  nên:

$$209 = 4n + \frac{n(n-1)}{2}.3$$

$$\Leftrightarrow 418 = 8n + 3n^2 - 3n$$

$$\Leftrightarrow 3n^2 + 5n - 418 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 11 \\ n = -\frac{38}{3} \end{cases}$$

Vì  $n$  là nguyên dương nên  $n = 11$ .

**Bài 4:** Cho dãy số  $(u_n)$  có  $u_1 = -1$ ;  $d = 2$ ;  $S_n = 483$  Tính số các số hạng của cấp số cộng?



**Lời giải:**

$$\begin{aligned}\text{Ta có: } S_n &= \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} \\ \Leftrightarrow 2.483 &= n[2.(-1) + (n-1).2] \\ \Leftrightarrow 966 &= n(2n-4) \\ \Leftrightarrow 2n^2 - 4n - 966 &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 23 \\ n = -21 \end{cases} \\ \text{Do } n \in N^* &\Rightarrow n = 23.\end{aligned}$$

**Bài 5:** Bốn số hạng liên tiếp của một cấp số cộng biết tổng của chúng bằng 20 và tổng các bình phương của chúng bằng 120. Tính tổng của hai số hạng đầu tiên?

**Lời giải:**

Giả sử bốn số hạng đó là:

$a-3x; a-x; a+x; a+3x$  với công sai là  $d=2x$ .

Khi đó, ta có:

$$\begin{cases} (a-3x) + (a-x) + (a+x) + (a+3x) = 20 \\ (a-3x)^2 + (a-x)^2 + (a+x)^2 + (a+3x)^2 = 120 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 4a = 20 \\ 4a^2 + 20x^2 = 120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Vậy bốn số cần tìm là 2; 4; 6; 8.

Tổng của 2 số hạng đầu tiên là:  $2+4=6$ .

**Bài 6:** Cho a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng, đẳng thức nào sau đây là đúng?

**Lời giải:**

Đề a; b; c theo thứ tự lập thành cấp số cộng

Khi và chỉ khi

$$\begin{aligned}b - a = c - b &\Leftrightarrow (b - a)^2 = (c - b)^2 \\&\Leftrightarrow b^2 - 2ab + a^2 = c^2 - 2bc + b^2 \Leftrightarrow a^2 - c^2 = 2ab - 2bc \\&\Leftrightarrow a^2 + c^2 = 2c^2 + 2ab - 2bc = 2ab + 2c(c - b) \\&= 2ab + 2c(b - a) = 2ab + 2bc - 2ac\end{aligned}$$

**Bài 7:** Tìm x biết  $x^2 + 1$ ,  $x - 2$ ,  $1 - 3x$  lập thành cấp số cộng ;

**Lời giải:**

Ta có:

$x^2 + 1, x - 2, 1 - 3x$  lập thành cấp số cộng

$$\Leftrightarrow x^2 + 1 + 1 - 3x = 2(x - 2) \Rightarrow x^2 + 2 - 3x = 2x - 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = 2; x = 3$$

Vậy  $x = 2; x = 3$  là những giá trị cần tìm.

**Bài 8:** Tìm m để phương trình  $x^3 - 3x^2 - 9x + m = 0$  có ba nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

**Lời giải:**

\* Điều cần cần:

Giả sử phương trình có ba nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

Khi đó:  $x_1 + x_3 = 2x_2$ ,

$$\text{Lại có : } x_1 + x_2 + x_3 = \frac{-b}{a} = 3 \Rightarrow x_2 = 1$$

Thay vào phương trình ta được:

$$1^3 - 3 \cdot 1^2 - 9 \cdot 1 + m = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 11$$

\* Điều kiện đủ:

Với  $m = 11$  phương trình trở thành :

$$x^3 - 3x^2 - 9x + 11 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - 11) = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1 = 1 - \sqrt{12}, x_2 = 1, x_3 = 1 + \sqrt{12}$$

Ba nghiệm này lập thành cấp số cộng.

Vậy  $m = 11$  là giá trị cần tìm.

**Bài 9:** Phương trình  $x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m+1 = 0$  (1) có bốn nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

**Lời giải:**

Đặt  $t = x^2, t \geq 0$ .

Phương trình trở thành:

$$t^2 - 2(m+1)t + 2m+1 = 0 \quad (2)$$

Phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt

Khi và chỉ khi

PT (2) có hai nghiệm dương phân biệt

$$t_2 > t_1 > 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)^2 - (2m+1) > 0 \\ 2m+1 > 0 \\ 2(m+1) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2} < m \neq 0$$

Khi đó PT (2) có bốn nghiệm là:

$$-\sqrt{t_2}; -\sqrt{t_1}; \sqrt{t_1}; \sqrt{t_2}$$

Bốn nghiệm này lập thành cấp số cộng khi:

$$\begin{cases} -\sqrt{t_2} + \sqrt{t_1} = -2\sqrt{t_1} \\ -\sqrt{t_1} + \sqrt{t_2} = 2\sqrt{t_1} \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{t_2} = 3\sqrt{t_1} \Leftrightarrow t_2 = 9t_1$$

Theo định lý Viet thì:

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = 2(m+1) \\ t_1 t_2 = 2m+1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 + 9t_1 = 2(m+1) \\ t_1 9t_1 = 2m+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10t_1 = 2(m+1) & (*) \\ 9t_1^2 = 2m+1 & (**) \end{cases}.$$

Từ (\*) suy ra:  $5t_1 = m+1 \Leftrightarrow m = 5t_1 - 1$

Thay vào (\*\*) ta được:

$$9t_1^2 = 2(5t_1 - 1) + 1 \Leftrightarrow 9t_1^2 - 10t_1 + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{1}{9} \Rightarrow m = \frac{-4}{9} \\ t_1 = 1 \Rightarrow m = 4 \end{cases}$$

**Bài 10:** Một tam giác vuông có chu vi bằng 3 và độ dài các cạnh lập thành một cấp số cộng. Độ dài các cạnh của tam giác đó là:

**Lời giải:**

Ba cạnh  $a, b, c$  ( $a < b < c$ ) của một tam giác theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng thỏa mãn yêu cầu thì:

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = c^2 \\ a + b + c = 3 \\ a + c = 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = c^2 \\ 3b = 3 \\ a + c = 2b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = c^2 \\ b = 1 \\ a = 2b - c = 2 - c \end{cases}$$

Ta có:

$$a^2 + b^2 = c^2 \xrightarrow[a=2-c]{b=1} (2-c)^2 + 1 = c^2$$

$$\Leftrightarrow -4c + 5 = 0 \Leftrightarrow c = \frac{5}{4} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = 1 \\ c = \frac{5}{4} \end{cases}$$

### III. Bài tập vận dụng

**Bài 1:** Một rạp hát có 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 25 ghế. Mỗi dãy sau có hơn dãy trước 3 ghế. Hỏi rạp hát có tất cả bao nhiêu ghế?

**Bài 2** Cho các dãy số  $(u_n)$  sau :

$$1. u_n = 3n + 1$$

$$2. u_n = 4 - 5n$$

$$3. u_n = \frac{2n+3}{5}$$

$$4. u_n = \frac{n+1}{n}$$

Hỏi có bao nhiêu dãy số là cấp số cộng ?

**Bài 3** Viết ba số xen giữa các số 2 và 22 để được cấp số cộng có 5 số hạng. Tính tổng của ba số viết xen giữa đó ?

**Bài 4** Cho tứ giác ABCD biết 4 góc của tứ giác lập thành một cấp số cộng và góc A bằng  $30^\circ$ . Tìm công sai d ?

**Bài 5** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn 
$$\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$$

**Bài 6** Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là cấp số cộng? Tính số hạng đầu và công sai của nó:

a)  $u_n = 5 - 2n$

b)  $u_n = n^2 - 1$

c)  $u_n = 3n$

d)  $u_n = 7 - 3n^2$

**Bài 7** Tìm số hạng đầu và công sai của các cấp số cộng sau, biết:

a)  $\{u_1 - u_3 + u_5 = 10, u_1 + u_6 = 17,$

b)  $\{u_7 - u_3 = 8, u_2 \cdot u_7 = 75.$

**Bài 8** Trong các bài toán về cấp số cộng, ta thường gặp năm đại lượng  $u_1, n, d, u_n, S_n$ .

a) Hãy viết các hệ thức liên hệ giữa các đại lượng để có thể tìm được các đại lượng còn lại?

b) Lập bảng theo mẫu sau và điền vào chỗ trống thích hợp:

$u_1$	$d$	$u_n$	$n$	$S_n$
-2		55	20	
	-4		15	120
3	$\frac{4}{27}$	7		
		17	12	72
2	-5			-205

**Bài 9** Mặt sàn tầng một của một ngôi nhà cao hơn mặt sân 0,5m. Cầu thang đi từ tầng một lên tầng 2 gồm 21 bậc, mỗi bậc cao 18cm.

a) Hãy viết công thức để tìm độ cao của một bậc tùy ý so với mặt sân.

b) Tính độ cao của sàn tầng hai so với mặt sân.

**Bài 10** Từ giờ đến giờ trưa, đồng hồ đánh bao nhiêu tiếng, nếu nó chỉ đánh chuông báo giờ và số tiếng chuông bằng số giờ