Bài tập cuối chương 2

A. Trắc nghiệm

Bài 1 trang 34 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Bạn Danh để dành được 900 nghìn đồng. Trong một đợt ủng hộ trẻ em mồ côi, bạn Danh đã lấy ra x tờ tiền loại 50 nghìn đồng, y tờ tiền loại 100 nghìn đồng để trao tặng. Một bất phương trình mô tả điều kiện ràng buộc đối với x, y là:

A. $50x + 100y \le 900$;

B. $50x + 100y \ge 900$;

C. $100x + 50y \le 900$;

D. $x + y = 900$.

Hướng dẫn giải

Đáp án đúng là: A

Ta có x tờ tiền loại 50 nghìn đồng thì có giá trị là 50x (nghìn đồng).

y tờ tiền loại 100 nghìn đồng thì có giá trị là 100y (nghìn đồng).

Tổng số tiền bạn Danh trao tặng là: $50x + 100y$ (nghìn đồng).

Mà bạn Danh có 900 nghìn đồng nên $50x + 100y \le 900$.

Vậy bất phương trình mô tả điều kiện ràng buộc đối với x, y là $50x + 100y \le 900$.

Bài 2 trang 34 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào không phải là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $2x – 3y – 2022 \le 0$;

B. $5x + y \ge 2x + 11$;

C. $x + 2025 > 0$;

D. $\frac{x}{y}+1>0$.

Hướng dẫn giải

Đáp án đúng là: D

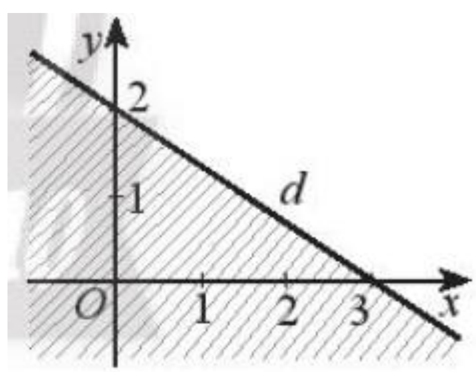
Xét đáp án A, 2x – 3y – 2022 ≤ 0 ⇔ 2x – 3y ≤ 2022, đây là một bất phương trình bậc nhất hai ẩn có dạng ax + by ≤ c (a, b, c là các số thực, a, b không đồng thời bằng 0).

Xét đáp án B, 5x + y ≥ 2x + 11 ⇔ 3x + y ≥ 11, đây là một bất phương trình bậc nhất hai ẩn có dạng ax + by ≥ c (a, b, c là các số thực, a, b không đồng thời bằng 0).

Xét đáp án C, x + 2025 > 0 ⇔ x + 0y > – 2025, đây là một bất phương trình bậc nhất hai ẩn có dạng ax + by > c (a, b, c là các số thực, a, b không đồng thời bằng 0).

Xét đáp án D, $\frac{x}{y}+1>0$, đây không phải là một bất phương trình bậc nhất hai ẩn vì nó không có một trong các dạng ax + by < c, ax + by > c, ax + by ≤ c, ax + by ≥ c với a, b, c là các số thực, a, b không đồng thời bằng 0.

Bài 3 trang 34 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Miền không bị gạch chéo (không kể bờ d) trong Hình 1 là miền nghiệm của bất phương trình nào trong các bất phương trình dưới đây?



Hình 1

A. 2x + 3y < 6;

B. 2x + 3y > 6;

C. $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}>0$;

D. $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}<1$.

Hướng dẫn giải

Đáp án đúng là: B

Đường thẳng d có dạng: y = ax + b.

Từ Hình 1, ta thấy đường thẳng d đi qua hai điểm có tọa độ (3; 0) và (0; 2).

Do đó ta có: $\begin{cases} 0 = 3a + b \\ 2 = 0.a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{3} \\ b = 2 \end{cases}$

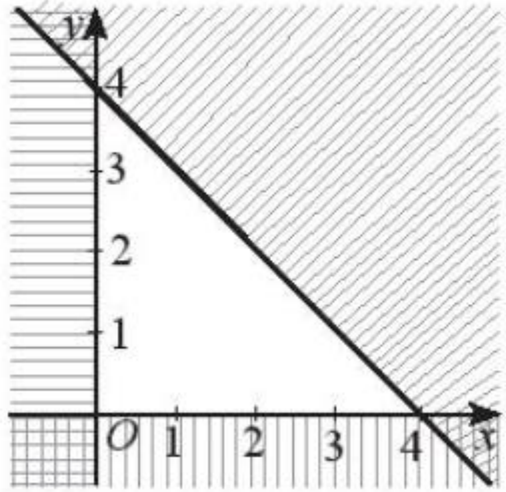
Do đó d: y = $-\frac{2}{3}$x + 2 ⇔ 3y = – 2x + 6 ⇔ 2x + 3y = 6.

Xét điểm O(0; 0) thuộc miền bị gạch chéo, ta có: 2 . 0 + 3 . 0 = 0 < 6.

Mà điểm O(0; 0) không thuộc miền nghiệm của bất phương trình ở Hình 1 nên bất phương trình cần tìm là 2x + 3y > 6 (không lấy dấu = vì miền nghiệm không kể bờ d).

Bài 4 trang 34 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Miền tam giác không gạch chéo trong Hình 2 là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong các hệ bất phương trình dưới đây?

Bài này đề sai, chờ sách bản cứng



Hình 2

A. $\begin{cases} x + y - 4 \ge 0 \\ x \le 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$;

B. $\begin{cases} x + y - 4 \ge 0 \\ x \ge 0 \\ y \le 0 \end{cases}$;

C. $\begin{cases} x + y \ge 4 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$;

D. $\begin{cases} x + y - 4 \ge 0 \\ x \le 0 \\ y \le 0 \end{cases}$

Hướng dẫn giải

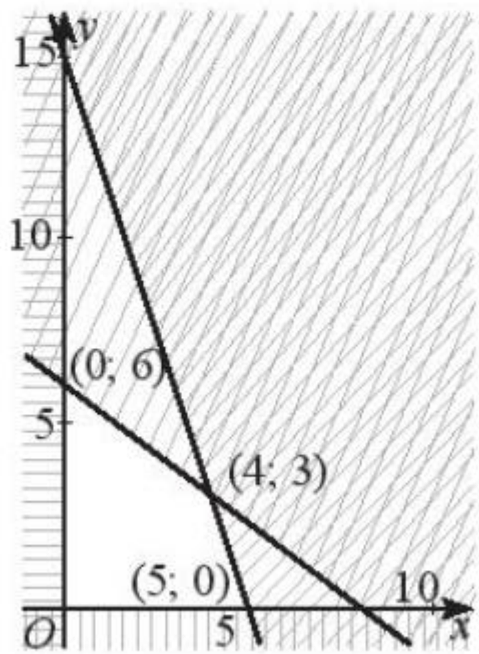
Đáp án đúng là:

Từ Hình 2 ta thấy, miền tam giác không bị gạch chéo nằm phía trên trục Ox và bên phải trục Oy nên hệ phương trình có miền nghiệm như trên sẽ chứa hai bất phương trình $x \ge 0$

và y ≥ 0. Hơn nữa đường thẳng đi qua hai điểm (0; 4) và (4; 0) có dạng x + y = 4 và điểm (1; 1) thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình cần tìm, mà 1 + 1 = 2 < 4, do đó ta có bất phương trình x + y ≤ 4.

Vậy ta có hệ bất phương trình cần tìm là $\begin{cases} x + y \le 4 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$.

Bài 5 trang 35 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Biểu thức F = 2x – 8y đạt GTNN bằng bao nhiêu trên miền đa giác không gạch chéo trong Hình 3?



Hình 3

A. – 48;

B. 0;

C. – 160;

D. – 40.

Hướng dẫn giải

Đáp án đúng là: A

Miền đa giác không gạch chéo trong Hình 3 có tọa độ các đỉnh là (0; 0), (0; 6), (4; 3), (5; 0).

Người ta chứng minh được rằng biểu thức F = 2x – 8y đạt GTNN tại các đỉnh của đa giác.

Ta có: F(0; 0) = 2 . 0 – 8 . 0 = 0

F(0; 6) = 2 . 0 – 8 . 6 = – 48

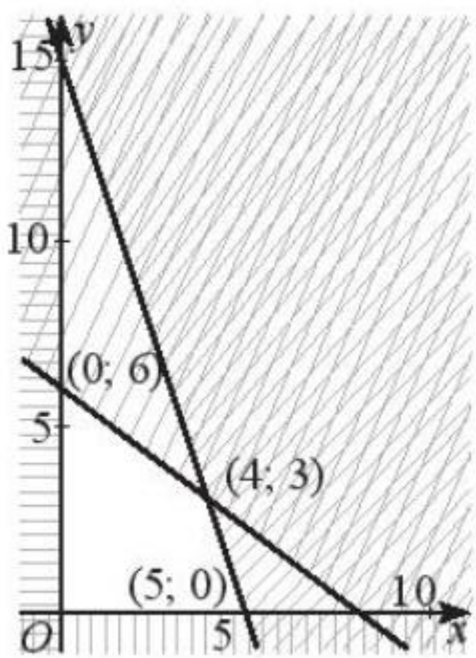
F(4; 3) = 2 . 4 – 8 . 3 = – 16

F(5; 0) = 2 . 5 – 8 . 0 = 10

Vì – 48 < – 16 < 0 < 10.

Do đó, F đạt GTNN bằng – 48 tại đỉnh có tọa độ (0; 6).

Bài 6 trang 35 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Biểu thức F = 5x + 2y đạt GTLN bằng bao nhiêu trên miền đa giác không gạch chéo trong Hình 3?



Hình 3

A. 30;

B. 12;

C. 25;

D. 26.

Hướng dẫn giải

Đáp án đúng là: D

Miền đa giác không gạch chéo trong Hình 3 có tọa độ các đỉnh là (0; 0), (0; 6), (4; 3), (5; 0).

Người ta chứng minh được rằng biểu thức F = 5x + 2y đạt GTLN tại các đỉnh của đa giác.

Ta có: F(0; 0) = 5 . 0 + 2 . 0 = 0

F(0; 6) = 5. 0 + 2 . 6 = 12

F(4; 3) = 5 . 4 + 2 . 3 = 26

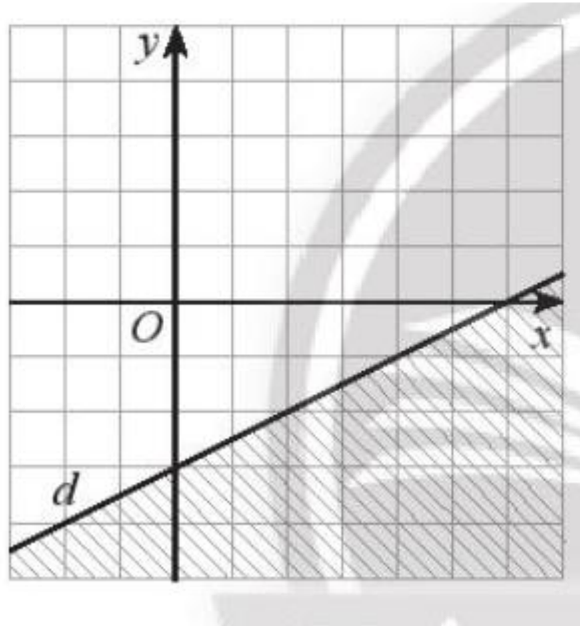
F(5; 0) = 5 . 5 + 2. 0 = 25

Vì 0 < 12 < 25 < 26.

Vậy F đạt GTLN bằng 26 tại đỉnh có tọa độ (4; 3).

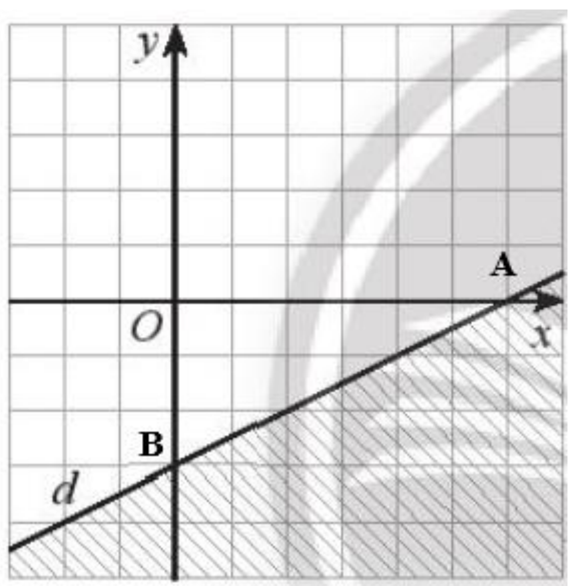
B. Tự luận

Bài 1 trang 35 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Tìm bất phương trình có miền nghiệm là miền không gạch chéo (kể cả bờ d) trong Hình 4 (mỗi ô vuông có cạnh là 1 đơn vị).



Hình 4

Hướng dẫn giải



Gọi dạng đường thẳng d: y = ax + b.

Ta có đường thẳng d đi qua hai điểm A và B. Điểm A nằm trên tia Ox và cách O một khoảng bằng 6 cạnh ô vuông, do đó tọa độ A là A(6; 0). Điểm B nằm trên Oy và nằm phía dưới điểm O, cách O một khoảng 3 cạnh ô vuông nên B(0; – 3).

Khi đó ta có: $\begin{cases} 0 = 6.a + b \\ -3 = 0.a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{2} \\ b = -3 \end{cases}$.

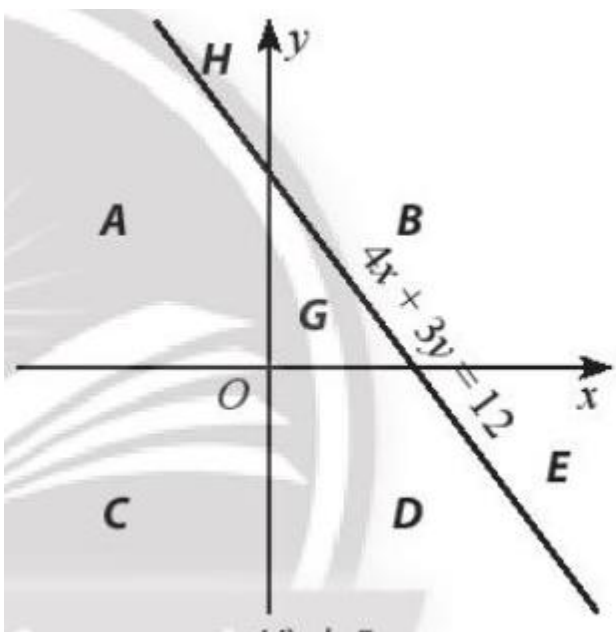
Do đó d: y = $\frac{1}{2}$x – 3 hay d: x – 2y – 6 = 0.

Xét điểm O(0; 0) thuộc miền nghiệm của bất phương trình cần tìm.

Ta có: 0 – 2 . 0 – 6 = – 6 < 0.

Do đó, bất phương trình cần tìm có dạng x – 2y – 6 ≤ 0 (do miền nghiệm bao gồm cả bờ d).

Bài 2 trang 35 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Đường thẳng 4x + 3y = 12 và hai trục tọa độ chia mặt phẳng Oxy thành các miền như Hình 5. Hãy tìm hệ bất phương trình có miền nghiệm là miền B (kể cả bờ).



Hình 5

Hướng dẫn giải

Quan sát Hình 5, ta thấy miền B (kể cả bờ) nằm bên trên trục Ox (là miền nghiệm của bất phương trình y ≥ 0), bên phải trục Oy (là miền nghiệm của bất phương trình x ≥ 0) và không chứa điểm O(0; 0), lại có 4 . 0 + 3 . 0 = 0 < 12, do đó miền B nằm trong miền nghiệm của bất phương trình 4x + 3y ≥ 12.

Do đó, hệ bất phương trình có miền nghiệm là miền B là $\begin{cases} 4x + 3y \geq 12 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$.

Bài 3 trang 35 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Tìm giá trị của F và G tương ứng với các giá trị x, y được cho trong bảng dưới đây.

x	0	0	1	1	2	2	4
y	2	4	0	1	0	1	0
F = 4x + 5y							
G = 5x – 3y							

Trong các giá trị tìm được:

a) tìm GTLN của F.

b) tìm GTNN của G.

Hướng dẫn giải

+ Với x = 0, y = 2, ta có: F = 4 . 0 + 5 . 2 = 10, G = 5 . 0 – 3 . 2 = – 6.

+ Với x = 0, y = 4, ta có: F = 4 . 0 + 5 . 4 = 20, G = 5 . 0 – 3 . 4 = – 12.

+ Với x = 1, y = 0, ta có: F = 4 . 1 + 5 . 0 = 4, G = 5 . 1 – 3 . 0 = 5.

+ Với x = 1, y = 1, ta có: F = 4 . 1 + 5 . 1 = 9, G = 5 . 1 – 3 . 1 = 2.

+ Với x = 2, y = 0, ta có: F = 4 . 2 + 5 . 0 = 8, G = 5 . 2 – 3 . 0 = 10.

+ Với x = 2, y = 1, ta có: F = 4 . 2 + 5 . 1 = 13, G = 5 . 2 – 3 . 1 = 7.

+ Với x = 4, y = 0, ta có: F = 4 . 4 + 5 . 0 = 16, G = 5 . 4 – 3 . 0 = 20.

Vậy ta hoàn thành được bảng như sau:

x	0	0	1	1	2	2	4
y	2	4	0	1	0	1	0
F = 4x + 5y	10	20	4	9	8	13	16
G = 5x – 3y	– 6	– 12	5	2	10	7	20

Từ bảng trên ta có:

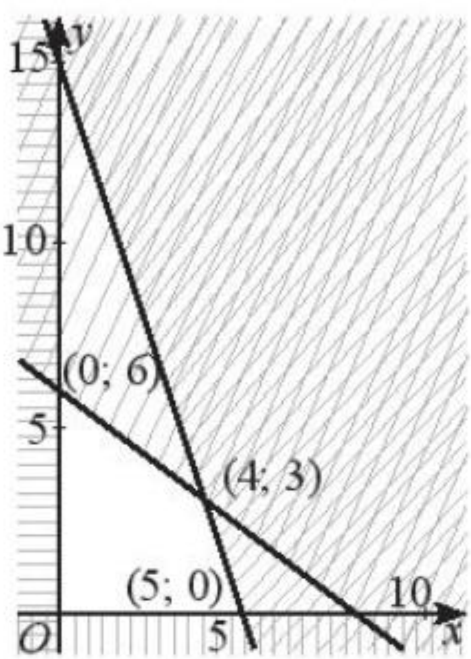
a) GTLN của F là 20.

b) GTNN của G là – 12.

Bài 4 trang 36 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Trên miền đa giác không gạch chéo ở Hình 6, hãy:

a) tìm GTLN của F = 2x + 3y;

b) tìm GTNN của G = x – 4y.



Hình 6

Hướng dẫn giải

Miền đa giác không gạch chéo ở Hình 6 có tọa độ các đỉnh là (0; 0), (0; 6), (4; 3) và (5; 0).

a) Người ta chứng minh được rằng biểu thức F = 2x + 3y đạt GTLN tại các đỉnh của đa giác không bị gạch trên Hình 6.

Ta có: F(0; 0) = 2 . 0 + 3 . 0 = 0

F(0; 6) = 2 . 0 + 3 . 6 = 18

F(4; 3) = 2 . 4 + 3 . 3 = 14

F(5; 0) = 2 . 5 + 3 . 0 = 10.

Vì 0 < 10 < 14 < 18 nên GTLN của F là 18 tại đỉnh có tọa độ (0; 6).

b) Người ta chứng minh được rằng biểu thức G = x – 4y đạt GTNN tại các đỉnh của đa giác không bị gạch trên Hình 6.

Ta có: G(0; 0) = 0 – 4 . 0 = 0

G(0; 6) = 0 – 4 . 6 = – 24

G(4; 3) = 4 – 4 . 3 = – 8

G(5; 0) = 5 – 4 . 0 = 5

Vì – 24 < – 8 < 0 < 5 nên GTNN của G là – 24 tại đỉnh có tọa độ (0; 6).

Bài 5 trang 36 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Bác Dũng dự định quy hoạch x sào đất trồng cà tím và y sào đất trồng cà chua. Bác chỉ có không quá 9 triệu đồng để mua hạt giống. Cho biết tiền mua hạt giống cà tím là 200 000 đồng/sào và cà chua là 100 000 đồng/sào. Viết hệ bất phương trình mô tả điều kiện ràng buộc đối với x, y.

Hướng dẫn giải

Do x và y lần lượt là số sào đất bác Dũng dự định quy hoạch để trồng cà tím và cà chua nên $x \geq 0$, $y \geq 0$.

Để trồng x sào đất cà tím, cần số tiền mua hạt giống là 200 000x đồng.

Để trồng y sào đất cà chua, cần số tiền mua hạt giống là 100 000y đồng.

Vì bác Dũng chỉ có không quá 9 triệu đồng để mua hạt giống nên $200\,000x + 100\,000y \leq 9\,000\,000 \Leftrightarrow 2x + y \leq 90$.

Vậy ta có hệ bất phương trình mô tả điều kiện ràng buộc đối với x, y là $\begin{cases} 2x + y \leq 90 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$.

Bài 6 trang 36 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Một phân xưởng lắp ráp máy tính dự định ráp x chiếc máy tính cá nhân và y chiếc máy tính bảng trong một ngày. Do hạn chế về nhân công nên mỗi ngày chỉ có thể xuất xưởng tổng hai loại máy tính trên không quá 150 chiếc. Viết hệ bất phương trình mô tả điều kiện ràng buộc đối với x, y.

Hướng dẫn giải

Vì x và y lần lượt là số chiếc máy tính cá nhân và máy tính bảng mà phân xưởng lắp ráp được trong một ngày nên $x \geq 0$, $y \geq 0$.

Do hạn chế về nhân công nên mỗi ngày chỉ có thể xuất xưởng tổng hai loại máy tính trên không quá 150 chiếc, do đó $x + y \leq 150$.

Vậy ta có hệ bất phương trình mô tả điều kiện ràng buộc đối với x, y là $\begin{cases} x + y \leq 150 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$.

Bài 7 trang 36 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Bạn Hoàng dự định mua x con cá vàng và y con cá Koi từ một trang trại cá giống. Cho biết mỗi con cá vàng có giá 35 nghìn đồng và mỗi con cá Koi có giá 150 nghìn đồng. Hoàng chỉ để dành được 1,7 triệu đồng và trại cá chỉ bán mỗi loại cá từ 10 con trở lên. Hãy viết hệ bất phương trình mô tả điều kiện ràng buộc đối với x, y.

Hướng dẫn giải

Vì x và y lần lượt là số cá vàng và cá Koi bạn Hoàng dự định mua và trại cá chỉ bán mỗi loại cá từ 10 con trở lên nên $x \geq 10$ và $y \geq 10$.

Số tiền mua x con cá vàng là 35x (nghìn đồng).

Số tiền mua y con cá Koi là 150y (nghìn đồng).

Do Hoàng chỉ có 1,7 triệu đồng hay 1700 nghìn đồng nên $35x + 150y \leq 1700 \Leftrightarrow 7x + 30y \leq 340$.

Vậy ta có hệ bất phương trình mô tả điều kiện ràng buộc đối với x, y là $\begin{cases} 7x + 30y \leq 340 \\ x \geq 10 \\ y \geq 10 \end{cases}$.

Bài 8 trang 36 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Một học sinh dự định làm các bình hoa bằng giấy để bán trong một hội chợ gây quỹ từ thiện. Cần 1 giờ để làm một bình hoa loại nhỏ và sẽ bán với giá 100 nghìn đồng, 90 phút để làm một bình hoa loại lớn và sẽ bán với giá 200 nghìn đồng. Học sinh này chỉ thu xếp được 15 giờ nghỉ để làm và ban tổ chức yêu cầu phải làm ít nhất là 12 bình hoa. Hãy cho biết bạn ấy cần làm bao nhiêu bình hoa mỗi loại để gây quỹ từ thiện được nhiều tiền nhất.

Hướng dẫn giải

Gọi x và y lần lượt là số bình hoa loại nhỏ và loại lớn mà bạn học sinh có thể làm được ($x \geq 0$, $y \geq 0$).

Đổi 90 phút = 1,5 giờ.

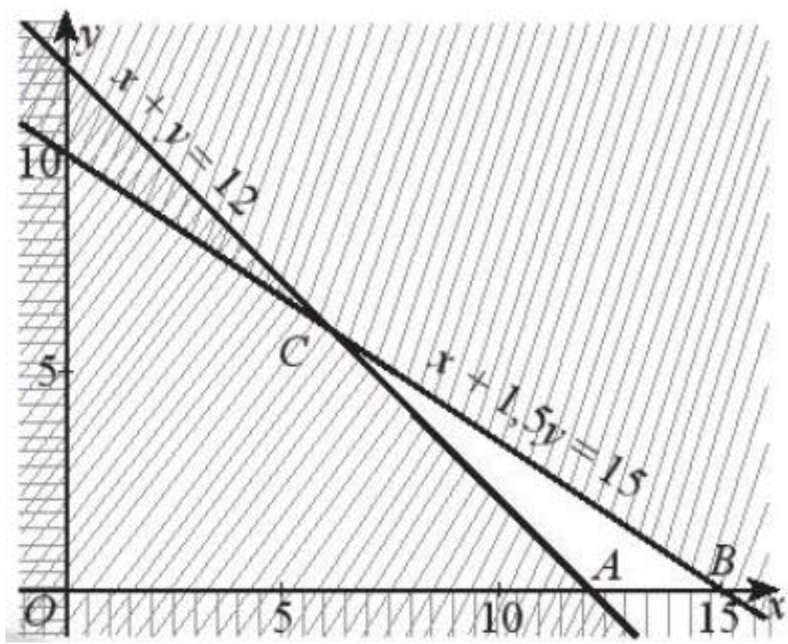
Ban tổ chức yêu cầu phải làm ít nhất 12 bình hoa nên $x + y \geq 12$.

Số giờ để làm x bình hoa loại nhỏ là x (giờ), số giờ để làm y bình hoa loại lớn là 1,5y (giờ).

Vì học sinh này chỉ thu xếp được 15 giờ nghỉ để làm nên x + 1,5y ≤ 15.

Do đó, ta có hệ bất phương trình sau: $\begin{cases} x + y \geq 12 \\ x + 1,5y \leq 15 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$.

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình ta được miền tam giác ABC có tọa độ các đỉnh là A(12; 0), B(15; 0), C(6; 6) (phần không gạch chéo kể cả bờ trong hình dưới).



Số tiền gây quỹ là F = 100x + 200y.

Người ta chứng minh được rằng F đạt GTLN tại các đỉnh của tam giác ABC.

Ta có: F(12; 0) = 100 . 12 + 200 . 0 = 1 200

F(15; 0) = 100 . 15 + 200 . 0 = 1 500

F(6; 6) = 100 . 6 + 200 . 6 = 1 800.

Do đó, F đạt GTLN là 1 800 nghìn đồng tại đỉnh C(6; 6).

Vậy bạn đó cần làm 6 cái bình hoa mỗi loại để gây được quỹ nhiều tiền nhất.

Bài 9 trang 36 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Một xưởng sản xuất có 12 tấn nguyên liệu A và 8 tấn nguyên liệu B để sản xuất hai loại sản phẩm X, Y. Để sản xuất một tấn sản phẩm X cần dùng 6 tấn nguyên liệu A và 2 tấn nguyên liệu B, khi bán lãi được 10 triệu đồng. Để sản xuất một tấn sản phẩm Y cần dùng 2 tấn nguyên liệu A và 2 tấn nguyên liệu B, khi bán lãi được 8 triệu đồng. Hãy lập kế hoạch sản xuất cho xưởng nói trên sao cho có tổng số tiền lãi cao nhất.

Hướng dẫn giải

Gọi x và y lần lượt là số tấn sản phẩm X và Y mà xưởng cần sản xuất ($x \geq 0, y \geq 0$) (1).

Để sản xuất x tấn sản phẩm X cần 6x tấn nguyên liệu A, 2x tấn nguyên liệu B.

Để sản xuất y tấn sản phẩm Y cần 2y tấn nguyên liệu A, 2y tấn nguyên liệu B.

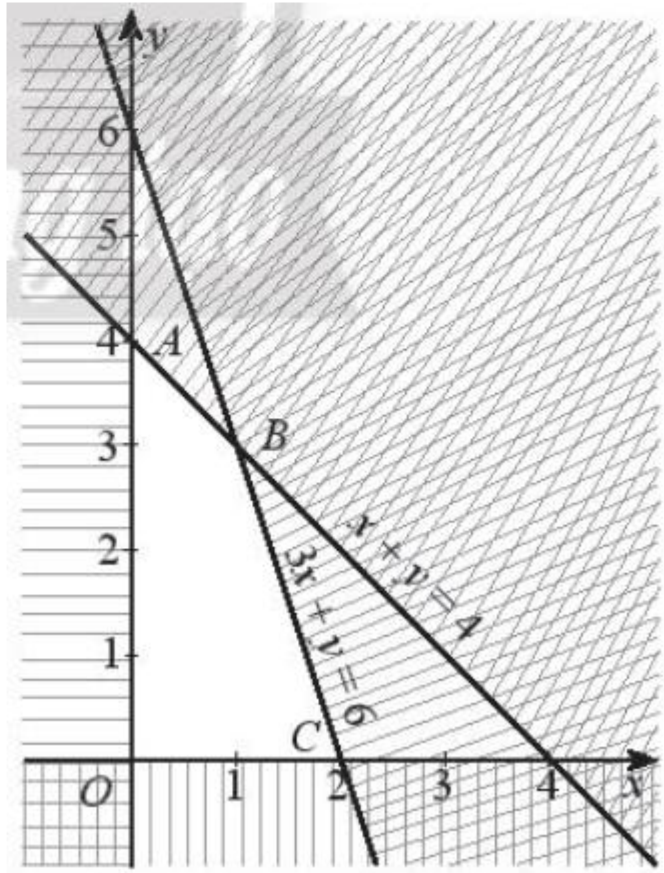
Do xưởng sản xuất có 12 tấn nguyên liệu A và 8 tấn nguyên liệu B nên $6x + 2y \leq 12$ và $2x + 2y \leq 8$.

Ta có $6x + 2y \leq 12 \Leftrightarrow 3x + y \leq 6$. (2)

$2x + 2y \leq 8 \Leftrightarrow x + y \leq 4$. (3)

Từ đó ta có hệ bất phương trình sau: $\begin{cases} 3x + y \leq 6 \\ x + y \leq 4 \\ x \leq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$.

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình ta được miền tứ giác OABC có tọa độ các đỉnh là: O(0; 0), A(0; 4), B(1; 3), C(2; 0) (miền không bị gạch trong hình sau kể cả bờ).



Số tiền lãi khi bán x sản phẩm X và y sản phẩm Y là F = 10x + 8y (triệu đồng).

Người ta chứng minh được rằng F đạt GTLN tại các đỉnh của tứ giác OABC.

Ta có: F(0; 0) = 10 . 0 + 8 . 0 = 0

F(0; 4) = 10 . 0 + 8 . 2 = 32

F(1; 3) = 10 . 1 + 8 . 3 = 34

F(2; 0) = 10 . 2 + 8 . 0 = 20

Do đó, F đạt GTLN là 34 triệu đồng tại đỉnh B(1; 3).

Vậy xưởng cần sản xuất 1 tấn sản phẩm X và 3 tấn sản phẩm Y thì sẽ có tổng tiền lãi cao nhất.