

Công thức tính độ dài vector chi tiết nhất

I. Lí thuyết tổng hợp.

- Định nghĩa: Mỗi vectơ đều có một độ dài, đó là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vectơ đó. Độ dài của vectơ \overrightarrow{AB} chính bằng độ dài đoạn thẳng AB.

Kí hiệu: $|\overrightarrow{AB}|$

- Độ dài của vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2)$ được tính theo công thức: $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$.

II. Các công thức.

$$|\overrightarrow{AB}| = AB$$

Cho vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2)$, ta có: $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$

$$|k\vec{a}| = |k| \cdot |\vec{a}|; |\vec{0}| = 0$$

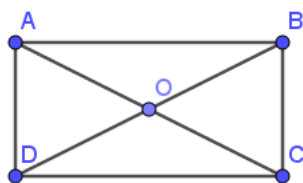
Cho ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ có:

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{c}|$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{c} \Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{c}|$$

III. Ví dụ minh họa.

Bài 1: Cho hình chữ nhật ABCD tâm O. Biết $AB = 2a$ và $AD = a$. Tính độ dài $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}|$.



Lời giải:

Do ABCD là hình chữ nhật nên ta có: $BC = AD = a$

Xét tam giác ABC vuông tại B (do ABCD là hình chữ nhật)

Áp dụng định lí Py-ta-go ta có:

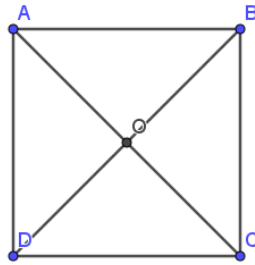
$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = (2a)^2 + a^2 = 5a^2$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{5a^2} = a\sqrt{5}$$

Mặt khác ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = a\sqrt{5}.$$

Bài 2: Cho hình vuông ABCD cạnh a, tâm O. Tính độ dài $\left| \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} \right|$.



Lời giải:

Xét tam giác ABC vuông cân tại B (do ABCD là hình vuông) :

Áp dụng định lí Py-ta-go ta có:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$$

$$\text{Ta có: } \left| \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} \right| = \left| \frac{1}{2} \right| |\overrightarrow{AC}| = \frac{1}{2} \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Bài 3: Cho vector $\vec{a} = (1; 6m)$. Tìm m để độ dài $|\vec{a}| = 5$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } |\vec{a}| = 5$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1^2 + (6m)^2} = 5$$

$$\Leftrightarrow 1^2 + (6m)^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow 1 + 36m^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow 36m^2 = 24$$

$$\Leftrightarrow m^2 = \frac{24}{36} = \frac{2}{3} \Rightarrow m = \pm \frac{\sqrt{6}}{3}$$

Vậy khi $m = \pm \frac{\sqrt{6}}{3}$ thì $|\vec{a}| = 5$.