

Dạng 7: Các bài toán liên quan đến số gần đúng và sai số.

1. Lý thuyết:

a. Số gần đúng:

Số \bar{a} biểu thị giá trị thực của một đại lượng gọi là số đúng. Số a có giá trị ít nhiều sai lệch với số đúng \bar{a} gọi là số gần đúng của số \bar{a} .

b. Sai số tuyệt đối

Nếu a là số gần đúng của số đúng \bar{a} thì $\Delta_a = |\bar{a} - a|$ gọi là sai số tuyệt đối của số gần đúng a .

c. Độ chính xác của một số gần đúng

Nếu $\Delta_a = |\bar{a} - a| \leq d$ thì $a - d \leq \bar{a} \leq a + d$. Ta nói a là số gần đúng của \bar{a} với độ chính xác d và qui ước viết gọn là $\bar{a} = a \pm d$.

d. Qui tròn số gần đúng

- Nếu chữ số ngay sau hàng qui tròn nhỏ hơn 5 thì ta chỉ việc thay thế chữ số đó và các chữ số bên phải nó bởi số 0.
- Nếu chữ số ngay sau hàng qui tròn lớn hơn hay bằng 5 thì ta thay thế chữ số đó và các chữ số bên phải nó bởi số 0 và cộng thêm một đơn vị vào chữ số ở hàng qui tròn.

2. Phương pháp giải:

- Sai số tuyệt đối của số a là: $\Delta_a = |\bar{a} - a|$ với a là số gần đúng của số đúng \bar{a} .
- Nếu độ chính xác của phép đo đến hàng phần nghìn thì ta phải quy tròn đến hàng phần trăm; độ chính xác đến hàng phần trăm thì ta phải quy tròn đến hàng phần chục; ...
- Nếu độ chính xác của phép đo đến hàng trăm thì ta phải quy tròn đến hàng nghìn; độ chính xác đến hàng nghìn thì ta phải quy tròn đến hàng chục nghìn; ...

3. Ví dụ minh họa:

Ví dụ 1:

a. Cho giá trị gần đúng của π là $a = 3,141592653589$ với độ chính xác là 10^{-10} .
Hãy viết số quy tròn của a .

b. Cho $b = 3,14$ và $c = 3,1416$ là những giá trị gần đúng của π . Hay ước lượng sai số tuyệt đối của b và c .

Hướng dẫn:

a. Vì độ chính xác lên đến hàng phần chục tỉ 10^{-10} (10 chữ số thập phân sau dấu phẩy) nên ta quy tròn đến hàng phần tỉ 10^{-9} (9 chữ số thập phân sau dấu phẩy).

Mà sau chữ số 3 ở hàng phần tỉ là chữ số 5 nên theo quy tắc làm tròn số, số quy tròn của a là: 3,141592654.

b. Ta có $b = 3,14$

Sai số tuyệt đối của b là: $\Delta = |\pi - b| < |3,142 - 3,14| = 0,002$.

Ta có $c = 3,1416$

Sai số tuyệt đối của c là: $\Delta = |\pi - c| < |3,14159 - 3,1416| = 0,00001$.

Ví dụ 2: Hãy viết số quy tròn của số a với độ chính xác d trong các trường hợp sau:

a. $\bar{a} = 15,318 \pm 0,056$.

b. $\bar{a} = 374529 \pm 200$.

Hướng dẫn:

a. Vì độ chính xác đến hàng phần nghìn nên ta quy tròn đến hàng phần trăm. Mà đứng sau số 1 ở hàng phần trăm là số $8 > 5$ nên theo quy tắc làm tròn số, số quy tròn của a là: 15,32.

b. Vì độ chính xác đến hàng trăm nên ta quy tròn đến hàng nghìn. Mà đứng sau số 4 ở hàng nghìn là số 5 nên theo quy tắc làm tròn số, số quy tròn của a là: 375000.

Ví dụ 3: Tính đường chéo của một hình vuông có cạnh bằng 3 cm và xác định độ chính xác của kết quả tìm được. Cho biết $\sqrt{2} = 1,4142135...$

Hướng dẫn:

Ta có đường chéo hình vuông có cạnh bằng 3 cm là: $3\sqrt{2}$ cm.

Ta có: $\bar{a} = 3\sqrt{2}$; $a = 3.1,414 = 4,242$ (với \bar{a} là số đúng, a là số gần đúng)

Sai số tuyệt đối là: $\Delta = |\bar{a} - a| = |3\sqrt{2} - 4,242| < 0,00064$

Suy ra độ chính xác là $d = 0,00064$.

Vậy độ dài đường chéo là 4,242 cm với độ chính xác là 0,00064.

4. Bài tập tự luyện:

Câu 1: Cho giá trị gần đúng của $\frac{8}{17}$ là 0,47. Sai số tuyệt đối của số 0,47 là:

A. 0,001.

B. 0,002.

C. 0,003.

D. 0,004.

Hướng dẫn:

Chọn A.

Ta có $\frac{8}{17} = 0,470588235294\dots$ nên sai số tuyệt đối của 0,47 là:

$$\Delta = \left| \frac{8}{17} - 0,47 \right| < |0,471 - 0,47| = 0,001.$$

Câu 2: Cho giá trị gần đúng của $\frac{3}{7}$ là 0,429. Sai số tuyệt đối của số 0,429 là:

A. 0,0001.

B. 0,0002.

C. 0,0004.

D. 0,0005.

Hướng dẫn:

Chọn C.

Ta có $\frac{3}{7} = 0,428571\dots$ nên sai số tuyệt đối của 0,429 là:

$$\Delta = \left| \frac{3}{7} - 0,429 \right| < |0,4286 - 0,429| = 0,0004.$$

Câu 3: Nếu lấy 3,14 làm giá trị gần đúng của π thì sai số là:

- A. 0,001.
- B. 0,002.
- C. 0,003.
- D. 0,004.

Hướng dẫn:

Chọn B.

Ta có $\pi = 3,141592654\dots$ nên sai số tuyệt đối của 3,14 là

$$\Delta = |\pi - 3,14| < |3,142 - 3,14| = 0,002.$$

Câu 4: Khi sử dụng máy tính bỏ túi với 10 chữ số thập phân ta được:

$\sqrt{8} = 2,828427125$. Giá trị gần đúng của $\sqrt{8}$ chính xác đến hàng phần trăm là:

- A. 2,80.
- B. 2,81.
- C. 2,82.
- D. 2,83.

Hướng dẫn:

Chọn D.

Cần lấy chính xác đến hàng phần trăm nên ta phải lấy 2 chữ số thập phân. Vì đứng sau số 2 ở hàng phần trăm là số $8 > 5$ nên theo nguyên lý làm tròn ta được kết quả là 2,83.

Câu 5: Viết giá trị gần đúng của $\sqrt{10}$ chính xác đến hàng phần trăm (dùng máy tính bỏ túi):

- A. 3,16.
- B. 3,17.

C. 3,10.

D. 3,162.

Hướng dẫn:

Chọn A.

Ta có: $\sqrt{10} = 3,16227766$.

Cần lấy chính xác đến hàng phần trăm nên ta phải lấy 2 chữ số thập phân. Vì đứng sau số 6 ở hàng phần trăm là số $2 < 5$ nên theo nguyên lý làm tròn ta được kết quả là 3,16.

Câu 6: Hãy viết số quy tròn của số a với độ chính xác d được cho sau đây
 $\bar{a} = 17658 \pm 16$.

A. 18000.

B. 17800.

C. 17600.

D. 17700.

Hướng dẫn:

Chọn D.

Vì độ chính xác đến hàng chục nên ta quy tròn đến hàng trăm. Mà đứng sau số 6 ở hàng trăm là số 5 nên theo quy tắc làm tròn ta được kết quả là 17700.

Câu 7: Quy tròn số 7216,4 đến hàng đơn vị, được số 7216. Sai số tuyệt đối là:

A. 0,2.

B. 0,3.

C. 0,4.

D. 0,6.

Hướng dẫn:

Chọn C.

Quy tròn số 7216,4 đến hàng đơn vị, được số 7216. Sai số tuyệt đối là:

$$\Delta = |7216,4 - 7216| = 0,4.$$

Câu 8: Quy tròn số 2,654 đến hàng phần chục, được số 2,7. Sai số tuyệt đối là:.

- A. 0,05.
- B. 0,04.
- C. 0,046.
- D. 0,1.

Hướng dẫn:

Chọn C.

Quy tròn số 2,654 đến hàng phần chục, được số 2,7. Sai số tuyệt đối là:

$$|2,654 - 2,7| = 0,046.$$

Câu 9: Một hình chữ nhật có các cạnh: $x = 4,2\text{m} \pm 1\text{cm}$, $y = 7\text{m} \pm 2\text{cm}$. Chu vi của hình chữ nhật và độ chính xác của giá trị đó.

- A. 22,4 m và 3 cm.
- B. 22,4 m và 1 cm.
- C. 22,4 m và 2 cm.
- D. 22,4 m và 6 cm.

Hướng dẫn:

Chọn D.

Chu vi hình chữ nhật là: $P = 2.(x + y) = 2.[(4,2 + 7) \pm (1 + 2)] = 22,4\text{m} \pm 6\text{cm}$.

Vậy chu vi hình chữ nhật là 22,4 m và độ chính xác là 6 cm.

Câu 10: Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh đo được như sau $a = 12\text{cm} \pm 0,2\text{cm}$; $b = 10,2\text{cm} \pm 0,2\text{cm}$; $c = 8\text{cm} \pm 0,1\text{cm}$. Tính chu vi P của tam giác đã cho.

- A. $30,2\text{cm} \pm 0,2\text{cm}$.
- B. $30,2\text{cm} \pm 1\text{cm}$.
- C. $30,2\text{cm} \pm 0,5\text{cm}$

D. $30,2\text{cm} \pm 2\text{cm}$.

Hướng dẫn:

Chọn C.

Chu vi tam giác ABC là:

$$P = a + b + c = (12 + 10,2 + 8) \pm (0,2 + 0,2 + 0,1) = 30,2 \text{ cm} \pm 0,5 \text{ cm}.$$