

## Các công thức tính diện tích tam giác đầy đủ, chi tiết nhất

### I. Các công thức

Cho tam giác ABC có  $BC = a$ ,  $AC = b$ ,  $AB = c$  với:

- $h_a, h_b, h_c$  là độ dài đường cao lần lượt tương ứng với các cạnh BC, CA, AB
- R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác;
- r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác;
- $p = \frac{a+b+c}{2}$  là nửa chu vi tam giác;
- S là diện tích tam giác.

Khi đó ta có các công thức tính diện tích tam giác ABC như sau:

$$S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c$$

$$S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C$$

$$S = \frac{abc}{4R}$$

$$S = pr$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad (\text{Công thức Hê – rông})$$

+ **Phương pháp giải:** Dựa vào dữ kiện bài ra để sử dụng linh hoạt một trong các công thức ở trên.

### II. Ví dụ minh họa

**Bài 1.** Cho tam giác ABC có  $AB = 3$ ,  $AC = 6$ ,  $\angle BAC = 60^\circ$ . Tính diện tích tam giác ABC.

**Lời giải:**

Diện tích tam giác ABC là:

$$S = \frac{1}{2}AB.AC.\sin \angle BAC = \frac{1}{2}.3.6.\sin 60^\circ = \frac{9\sqrt{3}}{2} \text{ (đvdt)}.$$

**Bài 2.** Tam giác ABC có  $AC = 4$ ,  $BAC = 30^\circ$ ,  $ACB = 75^\circ$ . Tính diện tích tam giác ABC.

**Lời giải:**

Theo định lý tổng 3 góc trong tam giác ABC, ta có:

$$ABC + BAC + ACB = 180^\circ$$

$$\text{Suy ra: } ABC = 180^\circ - 30^\circ - 75^\circ = 75^\circ$$

$$\text{Do đó: } ABC = ACB (= 75^\circ)$$

Khi đó tam giác ABC cân tại A.

$$\Rightarrow AB = AC = 4$$

Vậy diện tích tam giác ABC là:

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin BAC = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \sin 30^\circ = 4 \text{ (đvdt)}.$$

**Bài 3.** Tam giác ABC có  $a = 21$ ,  $b = 17$ ,  $c = 10$ . Diện tích của tam giác ABC bằng:

**Lời giải:**

Nửa chu vi tam giác ABC là:

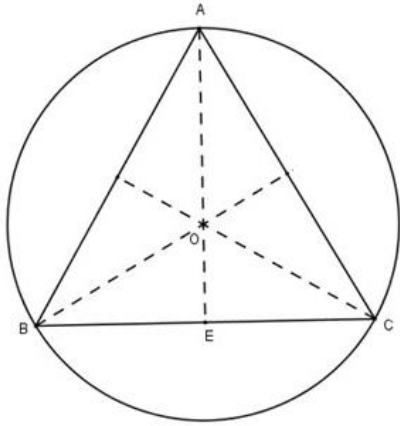
$$p = \frac{a + b + c}{2} = \frac{21 + 17 + 10}{2} = 24 \text{ (đvdd)}$$

Theo công thức Hê – rông, ta có diện tích tam giác ABC là:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{24(24-21)(24-17)(24-10)} = 84 \text{ (đvdt)}.$$

**Bài 4.** Tam giác đều nội tiếp đường tròn bán kính  $R = 4$  cm có diện tích bằng bao nhiêu?

**Lời giải:**



Giả sử tam giác thỏa mãn yêu cầu đề bài là tam giác ABC đều có cạnh  $a$  (cm,  $a > 0$ ).

Theo đề bài ta có, đường tròn có bán kính  $R = 4$  cm là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, khi đó tâm O của đường tròn chính là giao của ba đường trung trực của tam giác.

Mà tam giác ABC đều nên O đồng thời là trực tâm của tam giác.

Gọi E là trung điểm của BC

Khi đó ta có:  $AE = \frac{3}{2}AO$  (tính chất trọng tâm)

Mà  $AO = R = 4$  cm

Do đó:  $AE = 6$  cm

Tam giác ABC đều nên trung tuyến AE cũng là đường cao.

Theo định lý Py – ta – go trong tam giác vuông ABE ta có:

$$AB^2 = AE^2 + BE^2$$

$$\text{Suy ra: } a^2 = 6^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Rightarrow a = 4\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\text{Vậy diện tích tam giác đều ABC là: } S = \frac{AB.AC.BC}{4R} = \frac{(4\sqrt{3})^3}{4.4} = 12\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}.$$