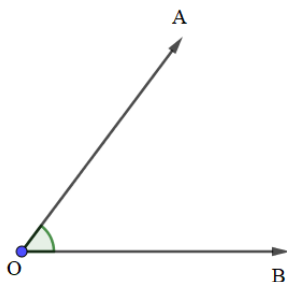


## Công thức góc giữa hai vector chi tiết nhất

### I. Lí thuyết tổng hợp

- **Định nghĩa:** Cho hai vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  đều khác vector  $\vec{0}$ . Từ một điểm O bất kì, ta vẽ hai vector  $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$  và  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ . Khi đó, góc AOB với số đo từ  $0^\circ$  đến  $180^\circ$  được gọi là góc giữa hai vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ .



- Kí hiệu góc giữa hai vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ :  $(\vec{a}, \vec{b})$

- Chú ý: Với hai vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  đều khác vector  $\vec{0}$ .

+ Nếu  $(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$  hoặc  $\vec{b} \perp \vec{a}$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

+ Nếu  $(\vec{a}, \vec{b}) = 0^\circ \Leftrightarrow$  Hai vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng hướng.

+ Nếu  $(\vec{a}, \vec{b}) = 180^\circ \Leftrightarrow$  Hai vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  ngược hướng.

### II. Các công thức.

- Cho hai vector  $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$  và  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$  đều khác vector  $\vec{0}$  ta có:

$$(\vec{a}, \vec{b}) = \text{AOB} \quad (0^\circ \leq \text{AOB} \leq 180^\circ)$$

- Cho hai vector  $\vec{a} = (a_1; a_2)$  và  $\vec{b} = (b_1; b_2)$  đều khác vector  $\vec{0}$  ta có:

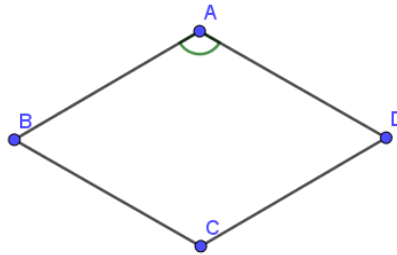
$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}}$$

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 = 0$$

- Lưu ý: Góc giữa hai vector luôn có số đo từ  $0^\circ$  đến  $180^\circ$ .

### III. Ví dụ minh họa.

**Bài 1:** Cho hình thoi ABCD biết  $\widehat{BAD} = 120^\circ$ . Tính góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{DC}$  và  $\overrightarrow{AD}$ .



**Lời giải:**

Ta có:  $AB \parallel DC$  và  $AB = DC$  (vì ABCD là hình thoi)  $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$$\Rightarrow (\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{AD}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$$

$$\text{Mà } (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \widehat{BAD} = 120^\circ \Rightarrow (\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{AD}) = 120^\circ.$$

**Bài 2:** Cho các vectơ  $\vec{a} = (1; 2)$ ,  $\vec{b} = (-2; 5)$  và  $\vec{c} = (-6; 3)$ . Tính góc giữa hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ , góc giữa hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{c}$ .

**Lời giải:**

Ta có:

$$+) \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{1 \cdot (-2) + 2 \cdot 5}{\sqrt{1^2 + 2^2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + 5^2}} \approx 0,664$$

Góc giữa hai vectơ có số đo từ  $0^\circ$  đến  $180^\circ \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) \approx 48^\circ 22'$

$$+) \cos(\vec{a}, \vec{c}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{c}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{c}|} = \frac{1 \cdot (-6) + 2 \cdot 3}{\sqrt{1^2 + 2^2} \cdot \sqrt{(-6)^2 + 3^2}} = 0$$

Góc giữa hai vectơ có số đo từ  $0^\circ$  đến  $180^\circ \Rightarrow (\vec{a}, \vec{c}) = 90^\circ$ .

**Bài 3:** Cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  có độ dài lần lượt là 6 và 8, tích vô hướng  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 24$ . Tính góc giữa hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ .

**Lời giải:**

Ta có:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 24$ ,  $|\vec{a}| = 6$  và  $|\vec{b}| = 8$

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{24}{6 \cdot 8} = \frac{1}{2}$$

Góc giữa hai vector có số đo từ  $0^\circ$  đến  $180^\circ \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$ .