

Bài 2. Tập hợp

Bài 1 trang 13 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Viết các tập hợp sau đây dưới dạng liệt kê các phần tử:

a) $A = \{x \mid x^2 - 2x - 15 = 0\};$

b) $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x \leq 2\};$

c) $C = \left\{ \frac{n}{n^2 - 1} \mid n \in \mathbb{N}, 1 < n \leq 4 \right\};$

d) $D = \{(x; y) \mid x \leq 2, y < 2, x, y \in \mathbb{N}\}.$

Hướng dẫn giải

a) Giải phương trình $x^2 - 2x - 15 = 0$ ta được hai nghiệm là $x = -3$ và $x = 5$.

Do đó, $A = \{-3; 5\}.$

b) Vì $x \in \mathbb{Z}$ và $-3 < x \leq 2$ nên x là các số nguyên lớn hơn -3 và nhỏ hơn hoặc bằng 2 , đó là các số: $-2; -1; 0; 1; 2$.

Do đó, $B = \{-2; -1; 0; 1; 2\}.$

c) Ta có n là số tự nhiên lớn hơn 1 và nhỏ hơn hoặc bằng 4 , đó là các số: $2; 3; 4$.

Với $n = 2$, ta có $\frac{n}{n^2 - 1} = \frac{2}{2^2 - 1} = \frac{2}{4 - 1} = \frac{2}{3}.$

Với $n = 3$, ta có $\frac{n}{n^2 - 1} = \frac{3}{3^2 - 1} = \frac{3}{9 - 1} = \frac{3}{8}.$

Với $n = 4$, ta có $\frac{n}{n^2 - 1} = \frac{4}{4^2 - 1} = \frac{4}{16 - 1} = \frac{4}{15}.$

Do đó, $C = \left\{ \frac{2}{3}; \frac{3}{8}; \frac{4}{15} \right\}$.

d) Ta có x và y là các số tự nhiên, x nhỏ hơn hoặc bằng 2 nên x là các số 0; 1; 2, y nhỏ hơn 2 nên y là các số 0; 1.

Vậy ta có các cặp số $(x; y)$ thỏa mãn D là: (0; 0); (0; 1); (1; 0); (1; 1); (2; 0); (2; 1).

Do đó, $D = \{(0; 0); (0; 1); (1; 0); (1; 1); (2; 0); (2; 1)\}$.

Bài 2 trang 13 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Viết các tập hợp sau đây bằng cách chỉ ra tính chất đặc trưng của các phần tử:

a) $A = \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$;

b) $B = \{0; 2; 4; 6; 8; 10\}$;

c) $C = \left\{ 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5} \right\}$;

d) Tập hợp D các số thực lớn hơn hoặc bằng 3 và bé hơn 8.

Hướng dẫn giải

a) Các số $-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4$ là các số nguyên lớn hơn hoặc bằng -4 và bé hơn hoặc bằng 4.

Do đó, $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -4 \leq x \leq 4\}$.

Ngoài ra, ta có thể viết tập hợp A bằng các cách như sau:

$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 4\}$ hoặc $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 5\}$.

b) Các số 0; 2; 4; 6; 8; 10 là các số tự nhiên chẵn nhỏ hơn hoặc bằng 10.

Do đó, $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \text{ chẵn}, x \leq 10\}$ hoặc $B = \{x \mid x = 2k, k = 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.

c) Ta có: $1 = \frac{1}{1}$.

Do đó, $C = \left\{ \frac{1}{n} \mid n = 1; 2; 3; 4; 5 \right\}$ hoặc $C = \left\{ x \mid x = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}, 1 \leq n \leq 5 \right\}$.

d) D là tập hợp các số thực lớn hơn hoặc bằng 3 và bé hơn 8.

Do đó, $D = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 \leq x < 8\}$.

Bài 3 trang 13 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Điền kí hiệu (\in , \notin , \subset , $\not\subset$, $=$) thích hợp vào chỗ chấm.

a) $0 \dots \{0; 1; 2\}$;

b) $\{0; 1\} \dots \mathbb{Z}$;

c) $0 \dots \{x \mid x^2 = 0\}$;

d) $\{0\} \dots \{x \mid x^2 = x\}$;

e) $\emptyset \dots \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 4 = 0\}$;

g) $\{4; 1\} \dots \{x \mid x^2 - 5x + 4 = 0\}$;

h) $\{n; a; m\} \dots \{m; a; n\}$;

i) $\{\text{nam}\} \dots \{n; a; m\}$.

Hướng dẫn giải

Kí hiệu \in (thuộc), \notin (không thuộc) dùng để chỉ mối quan hệ giữa phần tử và tập hợp.

Kí hiệu \subset (tập con), $\not\subset$ (không là tập con) dùng để chỉ mối quan hệ giữa hai tập hợp.

Kí hiệu $=$ dùng để chỉ hai phần tử bằng nhau hoặc hai tập hợp bằng nhau.

a) 0 là một phần tử của tập $\{0; 1; 2\}$.

Do đó, $0 \in \{0; 1; 2\}$.

b) $\{0; 1\}$ là một tập hợp gồm hai phần tử là các số nguyên 0; 1 nên $\{0; 1\}$ là tập con của tập số nguyên \mathbb{Z} .

Do đó, $\{0; 1\} \subset \mathbb{Z}$.

c) Ta có: $x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ nên $\{x \mid x^2 = 0\} = \{0\}$.

Do đó, $0 \in \{x \mid x^2 = 0\}$.

d) Ta có: $x^2 = x \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x(x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 1$.

Suy ra $\{x \mid x^2 = x\} = \{0; 1\}$.

Tập hợp $\{0\}$ chứa phần tử 0 là một phần tử của tập hợp $\{0; 1\}$.

Do đó, $\{0\} \subset \{x \mid x^2 = x\}$.

e) Với mọi số thực x , ta có $x^2 + 4 > 0$ nên phương trình $x^2 + 4 = 0$ vô nghiệm.

Suy ra $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 4 = 0\} = \emptyset$.

Hay $\emptyset = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 4 = 0\}$.

g) Ta có: $x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 4x + 4 = 0$

$\Leftrightarrow x(x - 1) - 4(x - 1) = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x - 4) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 4$.

Suy ra $\{x \mid x^2 - 5x + 4 = 0\} = \{1; 4\}$.

Hay $\{4; 1\} = \{x \mid x^2 - 5x + 4 = 0\}$.

h) Hai tập hợp $\{m; a; n\}$ và $\{m; a; n\}$ đều có các phần tử giống nhau nên đây là hai tập hợp bằng nhau.

Do đó, $\{n; a; m\} = \{m; a; n\}$.

i) Tập hợp $\{\text{nam}\}$ gồm một phần tử là nam, tập hợp $\{n; a; m\}$ gồm ba phần tử là n, a, m, khác phần tử nam.

Do đó, $\{\text{nam}\} \not\subset \{n; a; m\}$.

Bài 4 trang 13 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Điền kí hiệu (\subset , \supset , $=$) thích hợp vào chỗ chấm.

a) $\{x \mid x(x-1)(x+1)=0\} \dots \{x \mid |x| < 2, x \in \mathbb{Z}\};$

b) $\{3; 6; 9\} \dots \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ là ước của } 18\};$

c) $\{x \mid x = 5k, k \in \mathbb{N}\} \dots \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ là bội của } 5\};$

d) $\{4k \mid k \in \mathbb{N}\} \dots \{x \mid x = 2m, m \in \mathbb{N}\}.$

Hướng dẫn giải

a) Ta có: $x(x-1)(x+1)=0 \Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=1$ hoặc $x=-1$.

Do đó, $\{x \mid x(x-1)(x+1)=0\} = \{-1; 0; 1\}.$ (1)

Lại có: các số nguyên x , sao cho $|x| < 2$ thì $|x|=0$, $|x|=1$ hay $x=0$, $x=1$, $x=-1$.

Do đó, $\{x \mid |x| < 2, x \in \mathbb{Z}\} = \{-1; 0; 1\}.$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\{x \mid x(x-1)(x+1)=0\} = \{x \mid |x| < 2, x \in \mathbb{Z}\}.$

b) Các số tự nhiên là ước của 18 là: 0; 2; 3; 6; 9; 18.

Do đó, $\{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ là ước của } 18\} = \{0; 2; 3; 6; 9; 18\}.$

Vậy $\{3; 6; 9\} \subset \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ là ước của } 18\}.$

c) Ta có: $x = 5k$, $k \in \mathbb{N}$, do đó x là các số tự nhiên chia hết cho 5 hay x là bội của 5.

Do đó, $\{x \mid x = 5k, k \in \mathbb{N}\} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ là bội của } 5\}.$

d) Tập hợp $\{4k \mid k \in \mathbb{N}\}$ gồm các số tự nhiên chia hết cho 4, tập hợp $\{x \mid x = 2m, m \in \mathbb{N}\}$ gồm các số tự nhiên chia hết cho 2. Một số tự nhiên chia hết cho 4 thì chia hết cho 2, nhưng một số tự nhiên chia hết cho 2 thì chưa chắc đã chia hết cho 4.

Do đó, $\{4k \mid k \in \mathbb{N}\} \subset \{x \mid x = 2m, m \in \mathbb{N}\}$.

Bài 5 trang 13 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Hãy chỉ ra các quan hệ bao hàm giữa các tập hợp sau và vẽ biểu đồ Ven để biểu diễn các quan hệ đó:

$A = \{x \mid x \text{ là tứ giác}\};$

$B = \{x \mid x \text{ là hình vuông}\};$

$C = \{x \mid x \text{ là hình chữ nhật}\};$

$D = \{x \mid x \text{ là hình bình hành}\}.$

Hướng dẫn giải

Ta có hình vuông, hình chữ nhật, hình bình hành đều là các tứ giác nên các tập hợp B, C, D đều là tập con của tập A.

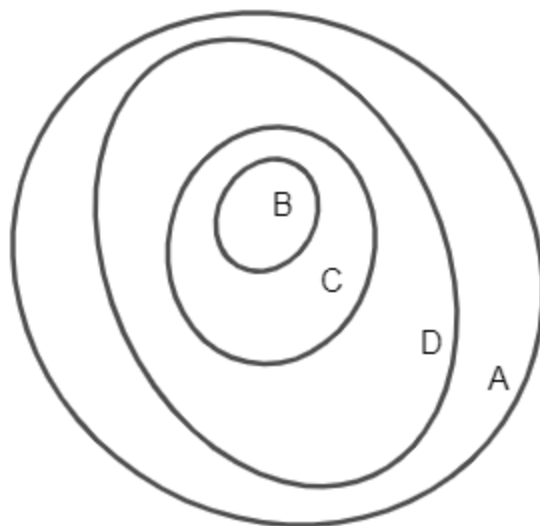
Do đó ta có các quan hệ bao hàm, $B \subset A, C \subset A, D \subset A$. (1)

Lại có hình chữ nhật là hình bình hành nên các phần tử của tập hợp C đều là phần tử của tập hợp D, do đó $C \subset D$. (2).

Mà hình vuông là hình chữ nhật nên các phần tử của tập hợp B đều là các phần tử của tập hợp C, do đó $B \subset C$. (3)

Từ (1), (2), (3) và theo tính chất bắc cầu, ta suy ra quan hệ bao hàm: $B \subset C \subset D \subset A$.

Ta vẽ biểu đồ Ven như sau:



Bài 6 trang 13 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Tìm tất cả các tập hợp A thỏa mãn điều kiện $\{a; b\} \subset A \subset \{a; b; c; d\}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\{a; b\} \subset A$ nên tập hợp $\{a; b\}$ là tập con của tập hợp A , do đó các phần tử của tập $\{a; b\}$ đều là phần tử của tập A hay a, b là các phần tử của tập A .

Mà $A \subset \{a; b; c; d\}$ nên tập A là tập con của tập $\{a; b; c; d\}$, do đó các phần tử của tập A đều là các phần tử của tập $\{a; b; c; d\}$, mà tập $\{a; b; c; d\}$ gồm các phần tử là a, b, c, d , trong đó có a, b là các phần tử của tập A , do đó c, d có thể là các phần tử của tập A .

Vậy ta có các tập hợp A thỏa mãn điều kiện của bài toán là:

$\{a; b\}, \{a; b; c\}, \{a; b; d\}, \{a; b; c; d\}$.

Bài 7 trang 13 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Cho các tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ và $B = \{1; 3; 5; 7; 9\}$. Hãy tìm tập hợp M có nhiều phần tử nhất thỏa mãn $M \subset A$ và $M \subset B$.

Hướng dẫn giải

Do $M \subset A$ nên các phần tử của tập hợp M đều là các phần tử của tập A .

Do $M \subset B$ nên các phần tử của tập hợp M đều là các phần tử của tập B .

Các phần tử vừa thuộc tập A vừa thuộc tập B là 1; 3; 5.

Do đó tập hợp M có nhiều phần tử nhất thỏa mãn $M \subset A$ và $M \subset B$ là tập hợp các phần tử vừa thuộc A vừa thuộc B .

Vậy $M = \{1; 3; 5\}$.

Bài 8 trang 13 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Viết các tập hợp sau đây dưới dạng liệt kê các phần tử:

a) $A = \{y \in \mathbb{N} \mid y = 10 - x^2, x \in \mathbb{N}\};$

b) $B = \left\{x \in \mathbb{Q} \mid \frac{6}{6-x} \in \mathbb{Q}\right\};$

c) $C = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x - 3 \geq 0 \text{ và } 7 - x \geq 2\};$

d) $D = \{(x; y) \mid x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}, x + 2y = 8\}.$

Hướng dẫn giải

a) Do x, y đều là các số tự nhiên nên ta lần lượt thay các giá trị x bởi các số tự nhiên 0; 1; 2; ... vào $y = 10 - x^2$ để tìm các số y thỏa mãn là số tự nhiên.

Với $x = 0$ thì $y = 10 - 0^2 = 10;$

Với $x = 1$ thì $y = 10 - 1^2 = 9;$

Với $x = 2$ thì $y = 10 - 2^2 = 6;$

Với $x = 3$ thì $y = 10 - 3^2 = 1;$

Với $x = 4$ thì $y = 10 - 4^2 = -6 \notin \mathbb{N}$, ta dừng lại.

Do đó các số tự nhiên y thỏa mãn tập A là 1; 6; 9; 10.

Vậy $A = \{1; 6; 9; 10\}$.

b) Vì $\frac{6}{6-x} \in \mathbb{N}$ nên 6 phải chia hết cho $(6-x)$ hay $(6-x)$ là ước tự nhiên của 6.

Mà các ước tự nhiên của 6 là: 1, 2, 3, 6.

Với $6-x=1$, suy ra $x=5 \in \mathbb{N}$ nên $x=5$ thỏa mãn.

Với $6-x=2$, suy ra $x=4 \in \mathbb{N}$ nên $x=4$ thỏa mãn.

Với $6-x=3$, suy ra $x=3 \in \mathbb{N}$ nên $x=3$ thỏa mãn.

Với $6-x=6$, suy ra $x=0 \in \mathbb{N}$ nên $x=0$ thỏa mãn.

Vậy $B = \{0; 3; 4; 5\}$.

c) Ta có: $2x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{3}{2}$.

Và $7 - x \geq 2 \Leftrightarrow x \leq 7 - 2 \Leftrightarrow x \leq 5$.

Do đó, $\frac{3}{2} \leq x \leq 5$.

Mà $x \in \mathbb{N}$ và $\frac{3}{2} = 1,5$ nên x là các số tự nhiên lớn hơn hoặc bằng 2 và nhỏ hơn hoặc bằng 5, đó là 2; 3; 4; 5.

Vậy $C = \{2; 3; 4; 5\}$.

d) Ta có: $x + 2y = 8 \Leftrightarrow x = 8 - 2y$.

Do $x \in \mathbb{N}$, $y \in \mathbb{N}$ nên ta có các trường hợp sau:

+ Với $y = 0$ thì $x = 8 - 2 \cdot 0 = 8$

+ Với $y = 1$ thì $x = 8 - 2 \cdot 1 = 6$

+ Với $y = 2$ thì $x = 8 - 2 \cdot 2 = 4$

+ Với $y = 3$ thì $x = 8 - 2 \cdot 3 = 2$

+ Với $y = 4$ thì $x = 8 - 2 \cdot 4 = 0$

+ Với $y = 5$ thì $x = 8 - 2 \cdot 5 = -2 \notin \mathbb{N}$, ta dừng lại.

Do đó ta có các cặp số $(x; y)$ thỏa mãn là: $(0; 4); (2; 3); (4; 2); (6; 1); (8; 0)$.

Vậy $D = \{(0; 4); (2; 3); (4; 2); (6; 1); (8; 0)\}$.

Bài 9 trang 13 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Cho hai tập hợp $A = \{2k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ và $B = \{6l + 3 \mid l \in \mathbb{Z}\}$. Chứng minh rằng $B \subset A$.

Hướng dẫn giải

Để chứng minh $B \subset A$, ta chứng minh mọi phần tử của B đều là phần tử của A .

Lấy phần tử x tùy ý của B , ta có: $x = 6l + 3, l \in \mathbb{Z}$.

Ta viết: $x = 2 \cdot 3l + 2 + 1 = 2(3l + 1) + 1 = 2k + 1$ với $k = 3l + 1 \in \mathbb{Z}$.

Suy ra $x \in A$.

Vậy, với mọi $x \in B$ ta đều có $x \in A$. Do đó, $B \subset A$.

Bài 10 trang 13 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Cho hai tập hợp $A = \{1; 2; a\}$ và $B = \{1; a^2\}$. Tìm tất cả các giá trị của a sao cho $B \subset A$.

Hướng dẫn giải

Ta có $B \subset A$ khi mọi phần tử của tập B đều là phần tử của tập A .

Tập A có ba phần tử là $1; 2; a$.

Tập B có hai phần tử là $1; a^2$.

Do $1 \in A$ nên để $B \subset A$ thì $a^2 \in A$ hay $a^2 = 1$ hoặc $a^2 = 2$ hoặc $a^2 = a$.

Với $a^2 = 1$ thì $a = 1$ hoặc $a = -1$.

Với $a^2 = 2$ thì $a = \sqrt{2}$ hoặc $a = -\sqrt{2}$.

Với $a^2 = a \Leftrightarrow a^2 - a = 0 \Leftrightarrow a(a - 1) = 0 \Leftrightarrow a = 0$ hoặc $a = 1$.

Vậy các giá trị của a để thỏa mãn yêu cầu là: $-\sqrt{2}; -1; 0; 1; \sqrt{2}$.

