

Bài 2. Tập hợp

A. Lý thuyết

1. Nhắc lại về tập hợp

- Trong toán học, người ta dùng từ **tập hợp** để chỉ một nhóm đối tượng nào đó hoàn toàn xác định. Mỗi đối tượng trong nhóm gọi là một phần tử của tập hợp đó.

- Người ta thường kí hiệu tập hợp bằng các chữ cái in hoa A, B, C, \dots và kí hiệu phần tử của tập hợp bằng các chữ cái in thường a, b, c, \dots

Chú ý: Đôi khi, để ngắn gọn, người ta dùng từ “tập” thay cho “tập hợp”.

- Để chỉ a là một phần tử của tập hợp A , ta viết $a \in A$ (đọc là “ a thuộc A ”). Để chỉ a không là phần tử của tập hợp A , ta viết $a \notin A$ (đọc là “ a không thuộc A ”).

Ví dụ 1.

+ Để chỉ 5 là phần tử của tập số tự nhiên \mathbb{N} , ta viết $5 \in \mathbb{N}$.

+ Để chỉ -1 không là phần tử của tập số tự nhiên \mathbb{N} , ta viết $-1 \notin \mathbb{N}$.

- Một tập hợp có thể không chứa phần tử nào. Tập hợp như vậy gọi là tập rỗng, kí hiệu \emptyset .

- Người ta thường kí hiệu các tập hợp số như sau: \mathbb{N} là tập hợp các số tự nhiên, \mathbb{Z} là tập hợp các số nguyên, \mathbb{Q} là tập hợp các số hữu tỉ, \mathbb{R} là tập hợp các số thực.

Ví dụ 2. Muốn kí hiệu phần tử 5 thuộc tập số tự nhiên, ta kí hiệu: $5 \in \mathbb{N}$.

*Cách xác định tập hợp

Cách 1. Liệt kê các phần tử của tập hợp;

Cách 2. Chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp.

Chú ý: Khi liệt kê các phần tử của tập hợp, ta có một số chú ý sau đây:

- + Các phần tử có thể được viết theo thứ tự tùy ý.
- + Mỗi phần tử chỉ được liệt kê một lần.
- + Nếu quy tắc xác định các phần tử đủ rõ thì người ta dùng “...” mà không nhất thiết viết ra tất cả các phần tử của tập hợp.
- Có những tập hợp ta có thể đếm hết các phần tử của chúng. Những tập hợp như vậy được gọi là tập hợp hữu hạn.

Ví dụ 3. Cho tập hợp D các số tự nhiên chia hết cho 3 và lớn hơn 3 nhưng nhỏ hơn 10. Mô tả tập hợp D theo hai cách:

Cách 1: Liệt kê phần tử tập hợp: $D = \{6; 9\}$.

Cách 2: Chỉ ra tính chất đặc trưng của các phần tử: $D = \{n \in \mathbb{N} \mid n : 3, 3 < n < 10\}$.

2. Tập con và hai tập hợp bằng nhau

- Cho hai tập hợp A và B. Nếu mọi phần tử của A đều là phần tử của B thì ta nói tập hợp A là tập con của tập hợp B và kí hiệu $A \subset B$ (đọc là A chứa trong B), hoặc $B \supset A$ (đọc là B chứa A).

Nhận xét:

- + $A \subset A$ và $\emptyset \subset A$ với mọi tập hợp A.
- + Nếu A không phải là tập con của B thì ta kí hiệu $A \not\subset B$ (đọc là A không chứa trong B hoặc B không chứa A).
- + Nếu $A \subset B$ hoặc $B \subset A$ thì ta nói A và B có quan hệ bao hàm.

- Trong toán học, người ta thường minh họa một tập hợp bằng một hình phẳng được bao quanh bởi một đường cong kín, gọi là biểu đồ Ven.

Chú ý: Giữa các tập hợp số quen thuộc (tập số tự nhiên, tập số nguyên, tập số hữu tỉ, tập số thực), ta có quan hệ bao hàm: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

Ví dụ 4. Cho tập hợp $T = \{2; 3; 5\}$; $S = \{2; 3; 5; 7; 9\}$; $M = \{2; 3; 4; 5\}$.

+ Tập hợp T là tập con của tập hợp S vì tất cả phần tử của T đều có trong phần tử của S .

+ Tập hợp M không là tập hợp con của tập hợp S vì tập M có phần tử 4 không thuộc S .




- Hai tập hợp A và B được gọi là bằng nhau, kí hiệu $A = B$, nếu $A \subset B$ và $B \subset A$.




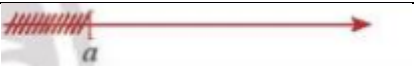
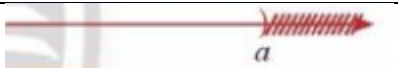

Ví dụ 5. Cho 2 tập hợp: $T = \{n \in \mathbb{N} \mid n : 9, 7 < n < 14\}$ và $S = \{n \in \mathbb{N} \mid n : 3, 8 < n < 10\}$.

Tìm các phần tử của T và S ta có $T = \{9\}$ và $S = \{9\}$ nên $T = S$.

3. Một số tập con của tập hợp số thực

- Ta thường sử dụng các tập con của tập số thực sau đây (a và b là các số thực, $a < b$):

Tên gọi và kí hiệu	Tập hợp	Biểu diễn trên trục số
Tập số thực $(-\infty; +\infty)$	\mathbb{R}	
Đoạn $[a; b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$	
Khoảng $(a; b)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$	

Nửa khoảng $[a; b)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$	
Nửa khoảng $(a; b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$	
Nửa khoảng $(-\infty; a]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}$	
Nửa khoảng $[a; +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$	
Khoảng $(-\infty; a)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$	
Khoảng $(a; +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$	

- Trong các kí hiệu trên, kí hiệu $-\infty$ đọc là âm vô cực (âm vô cùng), kí hiệu $+\infty$ đọc là dương vô cực (dương vô cùng).

Ví dụ 6.

Cho x thỏa mãn $2 < x \leq 6$ thì ta kí hiệu $x \in (2; 6]$.

Cho x thỏa mãn $x \geq 7$ thì ta kí hiệu $x \in [7; +\infty)$.

B. Bài tập tự luyện

Bài 1. Hãy viết tập hợp sau bằng cách nêu tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp:

a) $A = \{0; 4; 8; 12\}$.

b) $B = \{15; 24; 35; 48\}$.

Hướng dẫn giải

a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x : 4, x < 13\}$.

b) $B = \{n \in \mathbb{N} \mid n^2 - 1, 3 < n < 8\}$.

Bài 2. Hãy viết tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử:

a) $A = \{x^2 - 1 \mid x \in \mathbb{Z}, -1 < x < 2\};$

b) $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x : 5, x < 50\}.$

Hướng dẫn giải

a) $A = \{1; 0\}.$

b) $B = \{0; 5; 10; 15; 20; 25; 30; 35; 40; 45\}.$

Bài 3. Cho $A = \{2; 6; 4; 5\}$, $B = \{2; x\}$, $C = \{6; y\}$, $D = \{m, n\}$. Tìm x, y, m, n (nếu có) để:

a) $B = C = D.$

b) $C = D \subset A$ và $y > 3.$

c) $B = D \not\subset A$ và $1 < x < 7.$

Hướng dẫn giải

a) Để $B = C$ thì tập B phải có phần tử 6 và tập C phải có phần tử 2.

Do đó $x = 6$ và $y = 2$. Khi đó $B = C = \{2; 6\}.$

Để $D = B = C$ thì $D = \{2; 6\}$. Vậy $m = 6, n = 2$ hoặc $m = 2, n = 6.$

b) Để $C \subset A$ thì tập C có các phần tử giống phần tử nằm trong tập A .

Suy ra y có thể bằng 2; 4; 5. Mà $y > 3$ nên y chỉ có thể bằng 4 hoặc 5.

+ Nếu $y = 4$ thì để $D = C$ thì $C = D = \{4; 6\}$. Vậy $m = 4, n = 6$ hoặc $m = 6, n = 4.$

+ Nếu $y = 5$ thì để $D = C$ thì $C = D = \{5; 6\}$. Vậy $m = 5, n = 6$ hoặc $m = 6, n = 5.$

c) Để $B \not\subset A$ thì x phải khác các phần tử 2; 6; 5; 4. Mà $1 < x < 7.$

Suy ra $x = 3$. Khi đó $B = \{2; 3\}.$

Ta có $D = B = \{2; 3\}$. Vậy $m = 2, n = 3$ hoặc $m = 3, n = 2.$

Bài 4. Dùng kí hiệu đoạn, khoảng, nửa khoảng viết tập hợp sau và vẽ chúng trên trục số:

a) $\{x \in \mathbb{R} \mid 7 < x \leq 12\}$.

b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -5\}$.

Hướng dẫn giải

a) Kí hiệu: $(7; 12]$. Biểu diễn trên trục số:



b) Kí hiệu: $(-\infty; -5]$. Biểu diễn trên trục số:

