

## Biểu đồ

### A. Lí thuyết.

#### 1. Cách vẽ biểu đồ tần suất hình cột:

- + Ta vẽ hai đường thẳng vuông góc với nhau. Trên đường thẳng nằm ngang (dùng làm trục số) ta đánh dấu các khoảng xác định các lớp.
- + Tại mỗi khoảng ta dựng lên một hình cột chữ nhật, với đáy là khoảng đó, còn chiều cao bằng tần suất của lớp mà khoảng đó xác định.

#### 2. Cách vẽ biểu đồ đường gấp khúc tần suất:

- + Gọi  $c_i$  là giá trị trung bình cộng của hai mút của lớp  $i$ ,  $f_i$  là tần suất của lớp  $i$ .
- + Xác định các điểm  $(c_i; f_i)$  với  $1 \leq i \leq n$
- + Vẽ các đoạn thẳng nối điểm  $(c_i; f_i)$  với điểm  $(c_{i+1}; f_{i+1})$  ta thu được đường gấp khúc gọi là đường gấp khúc tần suất.

#### 3. Cách vẽ biểu đồ hình quạt:

- + Ta vẽ hình tròn, chia hình tròn thành những hình quạt, mỗi lớp tương ứng với một hình quạt mà diện tích của nó tỉ lệ với tần suất của lớp đó.

- Chú ý:

- + Có thể mô tả bảng phân bố tần số ghép lớp bằng biểu đồ tần số hình cột hoặc đường gấp khúc tần số. Cách vẽ tương tự như vẽ biểu đồ tần suất hình cột hoặc đường gấp khúc tần suất (thay cột tần suất bằng cột tần số)
- + Có thể mô tả bảng phân bố tần suất ghép lớp bằng biểu đồ hình quạt

### B. Các dạng bài.

**Dạng 1:** Vẽ biểu đồ tần suất, tần số hình cột.

#### Phương pháp giải:

- + Ta vẽ hai đường thẳng vuông góc với nhau. Trên đường thẳng nằm ngang (dùng làm trục số) ta đánh dấu các khoảng xác định các lớp.
- + Tại mỗi khoảng ta dựng lên một hình cột chữ nhật, với đáy là khoảng đó, còn chiều cao bằng tần suất của lớp mà khoảng đó xác định.

+ Có thể mô tả bảng phân bố tần số ghép lớp bằng biểu đồ tần số hình cột. Cách vẽ tương tự như vẽ biểu đồ tần suất hình cột (thay cột tần suất bằng cột tần số)

### Ví dụ minh họa:

**Bài 1:** Thống kê điểm toán của 20 học sinh của một lớp người ta thu được mẫu số liệu ban đầu như sau:

|     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 6,3 | 7,6 | 8,6 | 5,9 | 5,4 | 7,5 | 8,2 | 5,9 | 6,3 | 7,1 |
| 8,9 | 6,1 | 5,5 | 7,4 | 8,7 | 8,8 | 6,9 | 7,5 | 8,1 | 8,9 |

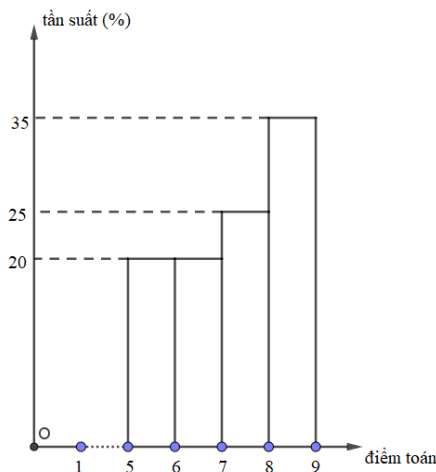
Hãy lập bảng phân bố tần số và tần suất ghép lớp với các lớp như sau:  $[5; 6)$ ,  $[6; 7)$ ,  $[7; 8)$ ,  $[8; 9)$ . Và vẽ biểu đồ tần suất hình cột.

### Lời giải:

Bảng phân bố tần số và tần suất ghép lớp với các lớp:

| Lớp điểm toán | Tần số | Tần suất (%) |
|---------------|--------|--------------|
| $[5; 6)$      | 4      | 20           |
| $[6; 7)$      | 4      | 20           |
| $[7; 8)$      | 5      | 25           |
| $[8; 9)$      | 7      | 35           |
| Tổng          | 20     | 100          |

Biểu đồ tần suất hình cột:



**Bài 2:** Thống kê nhiệt độ của 20 tỉnh trong mùa hè (đơn vị:  $^{\circ}\text{C}$ ) người ta thu được mẫu số liệu ban đầu như sau:

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 35,4 | 32,6 | 32,9 | 35,4 | 32,1 | 32,5 | 35,7 | 34,9 | 33,6 | 33,9 |
| 35   | 32,4 | 33,7 | 33,6 | 34,9 | 32,5 | 35,9 | 33,2 | 34,2 | 32,9 |

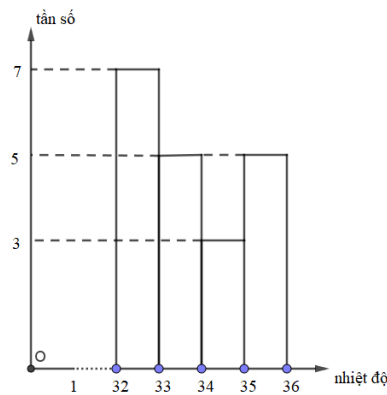
Hãy lập bảng phân bố tần số ghép lớp và vẽ biểu đồ tần số hình cột với các lớp sau: [32; 33), [33; 34), [34; 35), [35; 36).

### Lời giải:

Bảng phân bố tần số:

| Nhiệt độ ( $^{\circ}\text{C}$ ) | Tần số |
|---------------------------------|--------|
| [32; 33)                        | 7      |
| [33; 34)                        | 5      |
| [34; 35)                        | 3      |
| [35; 36)                        | 5      |
| Tổng                            | 20     |

Biểu đồ tần số hình cột:



### Dạng 2: Vẽ đường gấp khúc tần suất, tần số

#### Phương pháp giải:

- + Gọi  $c_i$  là giá trị trung bình cộng của hai mút của lớp  $i$ ,  $f_i$  là tần suất của lớp  $i$ .
- + Xác định các điểm  $(c_i; f_i)$  với  $1 \leq i \leq n$
- + Vẽ các đoạn thẳng nối điểm  $(c_i; f_i)$  với điểm  $(c_{i+1}; f_{i+1})$  ta thu được đường gấp khúc gọi là đường gấp khúc tần suất.
- + Có thể mô tả bảng phân bố tần số ghép lớp bằng đường gấp khúc tần số. Cách vẽ tương tự như vẽ đường gấp khúc tần suất (thay cột tần suất bằng cột tần số)

#### Ví dụ minh họa:

**Bài 1:** Thời gian chạy 50 mét của các học sinh nữ lớp 7 được thầy giáo dạy Thể dục ghi lại trong bảng sau (đơn vị: giây). Hãy lập bảng phân bố tần số và tần suất ghép lớp với các lớp sau: [8; 9), [9; 10), [10; 11), [11; 12). Vẽ đường gấp khúc tần suất.

|      |      |     |     |      |      |      |     |      |     |
|------|------|-----|-----|------|------|------|-----|------|-----|
| 8,5  | 9,3  | 8,7 | 9,6 | 10,2 | 11,4 | 8,2  | 9,7 | 10,3 | 11  |
| 11,2 | 10,6 | 8,2 | 9,1 | 9    | 10   | 11,3 | 8,4 | 8,1  | 9,2 |

**Lời giải:**

Bảng phân bố tần số và tần suất ghép lớp:

| Lớp thời gian (s) | Tần số | Tần suất (%) |
|-------------------|--------|--------------|
| [8; 9)            | 6      | 30           |
| [9; 10)           | 6      | 30           |
| [10; 11)          | 4      | 20           |
| [11; 12)          | 4      | 20           |
| Tổng              | 20     | 100          |

Đường gấp khúc tần suất:

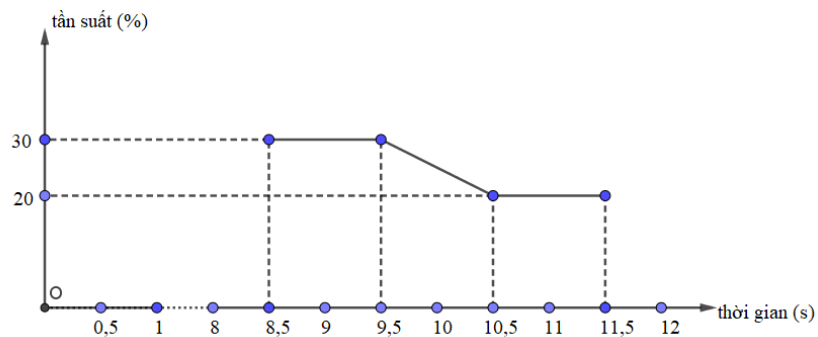
Ta có các điểm

$$c_1 = \frac{8+9}{2} = 8,5 \Rightarrow (8,5; 30)$$

$$c_2 = \frac{9+10}{2} = 9,5 \Rightarrow (9,5; 30)$$

$$c_3 = \frac{10+11}{2} = 10,5 \Rightarrow (10,5; 20)$$

$$c_4 = \frac{11+12}{2} = 11,5 \Rightarrow (11,5; 20)$$



**Bài 2:** Bảng số liệu thống kê về số cây trồng được của các trường thuộc tỉnh A. Lập bảng phân bố tần số ghép lớp và vẽ đường gấp khúc tần số với các lớp sau:  $[638; 642)$  ,  $[642; 646)$  ,  $[646; 650)$  ,  $[650; 654)$ .

|     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 640 | 650 | 645 | 650 | 643 | 645 | 650 | 650 | 642 |
| 640 | 650 | 645 | 650 | 641 | 650 | 650 | 649 | 645 |
| 640 | 645 | 650 | 650 | 644 | 650 | 650 | 645 | 640 |

**Lời giải:**

Bảng phân bố tần số ghép lớp:

| Lớp số lượng cây | Tần số |
|------------------|--------|
| $[638; 642)$     | 5      |
| $[642; 646)$     | 9      |
| $[646; 650)$     | 1      |
| $[650; 654)$     | 12     |
| Tổng             | 27     |

Đường gấp khúc tần số:

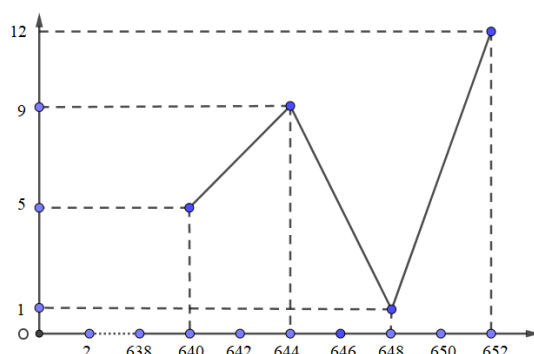
Ta có các điểm

$$c_1 = \frac{638 + 642}{2} = 640 \Rightarrow (640; 5)$$

$$c_2 = \frac{642 + 646}{2} = 644 \Rightarrow (644; 9)$$

$$c_3 = \frac{646 + 650}{2} = 648 \Rightarrow (648; 1)$$

$$c_4 = \frac{650 + 654}{2} = 652 \Rightarrow (652; 12)$$



### Dạng 3: Vẽ biểu đồ hình quạt

#### Phương pháp giải:

- Vẽ hình tròn.

- Chia hình tròn thành các hình quạt ứng với các lớp, mỗi lớp được vẽ tương ứng với một hình quạt mà diện tích của nó tỉ lệ với tần suất của lớp đó, hoặc tỉ lệ với tỉ số phần trăm của cơ cấu của mỗi thành phần. Số đo góc ứng với lớp được tính bằng cách lấy số giá trị tần suất của lớp (%) nhân với 3,6.

#### Ví dụ minh họa:

**Bài 1:** Vẽ biểu đồ hình quạt thống kê chiều cao của 36 học sinh ( đơn vị: cm) nam của một trường trung học phổ thông được cho bởi bảng phân bố tần số - tần suất sau:

| Nhóm | Lớp        | Tần số | Tần suất |
|------|------------|--------|----------|
| 1    | [160; 162] | 6      | 16.7     |
| 2    | [163; 165] | 12     | 33.3     |
| 3    | [166; 168] | 10     | 27.8     |
| 4    | [169; 171] | 5      | 13.9     |
| 5    | [172; 174] | 3      | 8.3      |
|      |            | N=36   | 100%     |

#### Lời giải:

Ứng với nhóm 1, số đo góc là:  $16,7 \cdot 3,6 = 60,12^\circ$

Ứng với nhóm 2, số đo góc là:  $33,3 \cdot 3,6 = 119,88^\circ$

Ứng với nhóm 3, số đo góc là:  $27,8 \cdot 3,6 = 100,08^\circ$

Ứng với nhóm 4, số đo góc là:  $13,9 \cdot 3,6 = 50,04^\circ$

Ứng với nhóm 5, số đo góc là:  $8,3 \cdot 3,6 = 29,88^\circ$



**Bài 2:** Cho số liệu thống kê trong bảng sau là điểm tra môn sử của học sinh lớp B. Hãy lập bảng phân bố tần suất ghép lớp và vẽ biểu đồ hình quạt với các lớp như sau: [6; 7), [7; 8), [8; 9).

|     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 6,3 | 6,2 | 6,5 | 6,8 | 6,9 | 8,2 | 8,6 |
| 6,6 | 6,7 | 7,0 | 7,1 | 7,2 | 8,3 | 8,5 |
| 7,4 | 7,3 | 7,2 | 7,1 | 7,0 | 8,4 | 8,1 |
| 7,1 | 7,3 | 7,5 | 7,5 | 7,6 | 8,7 |     |
| 7,6 | 7,7 | 7,8 | 7,5 | 7,7 | 7,8 |     |

**Lời giải:**

Bảng phân bố tần suất ghép lớp:

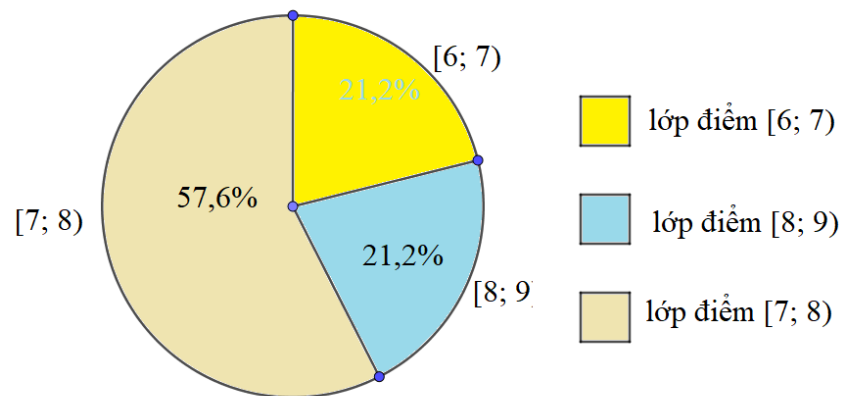
| Lớp điểm | Tần suất (%) |
|----------|--------------|
| [6; 7)   | 21,2         |
| [7; 8)   | 57,6         |
| [8; 9)   | 21,2         |
| Tổng     | 100          |

Ứng với lớp [6; 7), số đo góc là:  $21,2 \cdot 3,6 = 76,32^\circ$

Ứng với lớp [8; 9), số đo góc là:  $21,2 \cdot 3,6 = 76,32^\circ$

Ứng với lớp [7; 8), số đo góc là:  $360^\circ - (76,32^\circ + 76,32^\circ) = 207,36^\circ$

Biểu đồ hình quạt:

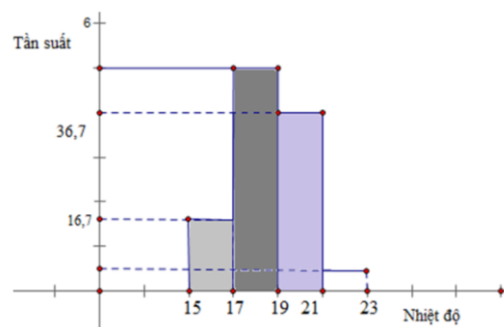


### C. Bài tập tự luyện.

**Bài 1:** Cho bảng phân bố tần suất ghép lớp sau về nhiệt độ trung bình của tháng 12 tại thành phố Vinh từ 1961 đến 1990 (30 năm). Hãy vẽ biểu đồ tần suất hình cột.

| Lớp nhiệt độ (°C) | Tần suất (%) |
|-------------------|--------------|
| [15; 17]          | 16,7         |
| [17; 19)          | 43,3         |
| [19; 21)          | 36,7         |
| [21; 23]          | 3,3          |
| Cộng              | 100 (%)      |

**Đáp án:**

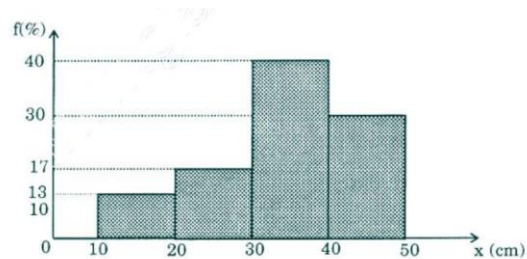




**Bài 2:** Cho bảng phân bố tần suất ghép lớp chiều dài của lá dương xỉ. Hãy vẽ biểu đồ tần suất hình cột.

| Lớp của chiều dài (cm) | Tần suất |
|------------------------|----------|
| [10; 20)               | 13,0     |
| [20; 30)               | 30,0     |
| [30; 40)               | 40,0     |
| [40; 50]               | 17,0     |
| Cộng                   | 100 (%)  |

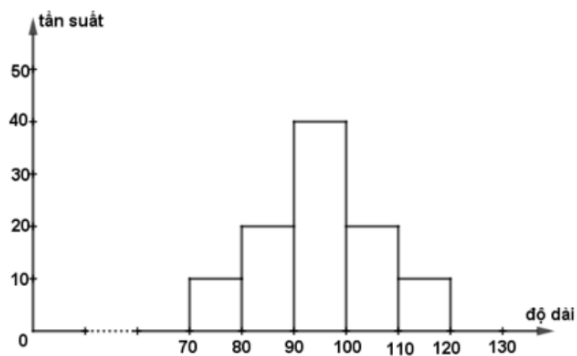
**Đáp án:**



**Bài 3:** Cho bảng phân bố tần số và tần suất của số liệu thống kê về độ dài quãng đường học sinh chạy được trong 2 giây (đơn vị: m) như sau. Vẽ biểu đồ tần suất hình cột.

| Lớp của khối lượng | Tần số | Tần suất |
|--------------------|--------|----------|
| [70; 80)           | 3      | 10%      |
| [80; 90)           | 6      | 20%      |
| [90; 100)          | 12     | 40%      |
| [100; 110)         | 6      | 20%      |
| [110; 120)         | 3      | 10%      |
| Cộng               | 30     | 100%     |

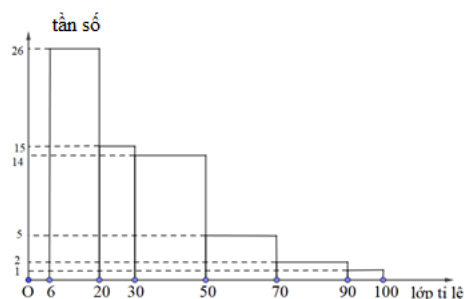
**Đáp án:**



**Bài 4:** Cho bảng phân bố tần số ghép lớp: Tỷ lệ % các trường mầm non đạt chuẩn Quốc gia trong năm học 2013 – 2014 của 63 tỉnh, thành phố. Vẽ biểu đồ tần số hình cột

| Lớp các tỷ lệ (%) | Tần số<br>(Số các tỉnh, thành phố) |
|-------------------|------------------------------------|
| [6 ; 20)          | 26                                 |
| [20 ; 30)         | 15                                 |
| [30 ; 50)         | 14                                 |
| [50 ; 70)         | 5                                  |
| [70 ; 90)         | 2                                  |
| [90 ; 100)        | 1                                  |
| Cộng              | 63                                 |

**Đáp án:**



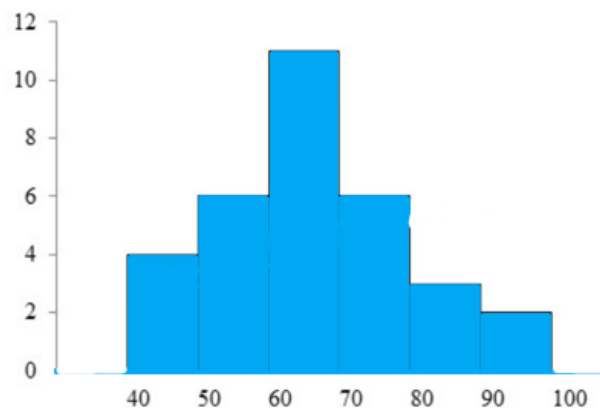
**Bài 5:** Kết quả của một kì thi môn Tiếng Anh của 32 học sinh được cho trong mẫu số liệu sau (thang điểm 100):

|    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 68 | 52 | 49 | 56 | 69 | 74 | 41 | 59 |
| 79 | 61 | 42 | 57 | 60 | 88 | 87 | 47 |
| 65 | 55 | 68 | 65 | 50 | 78 | 61 | 90 |
| 86 | 65 | 66 | 72 | 63 | 95 | 72 | 74 |

Lập bảng phân bố tần số – tần suất ghép lớn, sử dụng sáu lớp [40 ; 50) , [50 ; 60), [60; 70), [70; 80), [80; 90) , [90 ; 100). Vẽ biểu đồ tần số hình cột.

**Đáp án:**

| Lớp       | Tần số          | Tần suất (%) |
|-----------|-----------------|--------------|
| [40; 50)  | 4               | 12,50        |
| [50; 60)  | 6               | 18,75        |
| [60; 70)  | 11<br>Quảng cáo | 34,38        |
| [70; 80)  | 6               | 18,75        |
| [80; 90)  | 3               | 9,38         |
| [90; 100) | 2               | 6,25         |
|           | N = 32          |              |



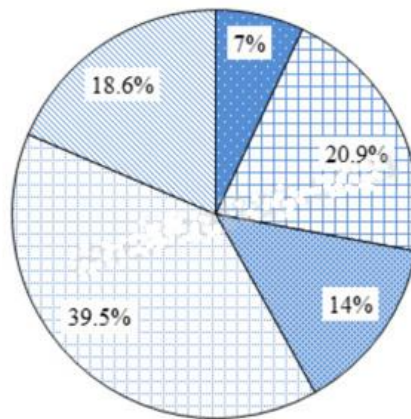
**Bài 6:** Với mỗi tỉnh , người ta ghi lại số phần trăm những trẻ em mới sinh có trọng lượng dưới 2500g. Sau đây là kết quả khảo sát ở 43 tỉnh (đơn vị :%).

5,1    5,2    5,2    5,8    6,4    7,3    6,5    6,9    6,6    7,6  
8,6    6,5    6,8    5,2    5,1    6,0    4,6    6,9    7,4    7,7  
7,0    6,7    6,4    7,4    6,9    5,4    7,0    7,9    8,6    8,1  
7,6    7,1    7,9    8,0    8,7    5,9    5,2    6,8    7,7    7,1  
6,2    5,4    7,4

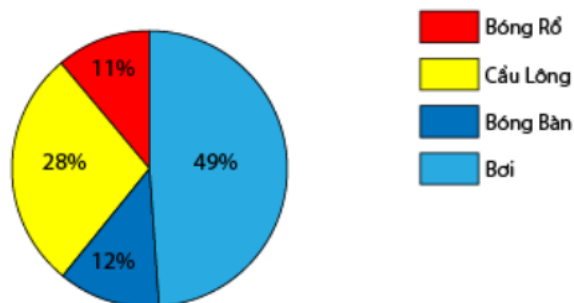
Hãy lập bảng phân số tần số – tần suất ghép lớp gồm 5 lớp: [4,5; 5,5), [5,5; 6,5), [6,5; 7,5), [7,5; 8,5), [8,5; 9,5). Vẽ biểu đồ tần suất hình quạt.

**Đáp án:**

| Lớp          | Tần số | Tần suất (%) |
|--------------|--------|--------------|
| [4, 5; 5, 5] | 9      | 20,93        |
| [5, 5; 6, 5] | 6      | 13,95        |
| [6, 5; 7, 5] | 17     | 39,53        |
| [7, 5; 8, 5] | 8      | 18,60        |
| [8, 5; 9, 5] | 3      | 6,98         |
|              | N = 43 |              |

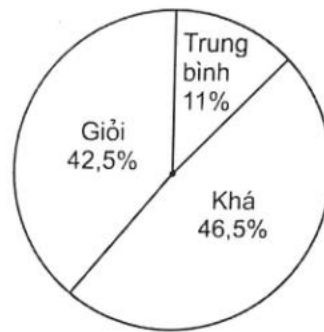


**Bài 7:** Biểu đồ hình quạt sau đây cho biết tỉ số phần trăm học sinh tham gia các môn thể thao của một trường tiểu học. Hãy cho biết tỉ số phần trăm của các môn thể thao đó, lần lượt là: Bóng Rổ, Cầu Lông, Bóng Bàn, Bơi.



**Đáp án:** Theo thứ tự: Bóng Rổ, Cầu Lông, Bóng Bàn, Bơi: 11%, 28%, 12%, 49%

**Bài 8:** Biểu đồ hình quạt bên cho biết kết quả học tập của 800 học sinh ở một trường tiểu học.



Hỏi trường tiểu học đó có bao nhiêu học sinh xếp loại học lực: giỏi, khá, trung bình.

**Đáp án:** Giỏi: 340 học sinh, Khá: 372 học sinh, Trung bình: 88 học sinh