

Công thức tính độ dài đường trung tuyến chi tiết nhất

I. Lí thuyết tổng hợp.

- Đường trung tuyến của một tam giác là một đoạn thẳng nối từ đỉnh của tam giác tới trung điểm của cạnh đối diện.
- Các đường trung tuyến của tam giác giao nhau tại trọng tâm của tam giác.
- Trong tam giác ABC cân tại A và M là trung điểm của BC thì đường trung tuyến AM cũng là đường cao, đường phân giác và đường trung trực.
- Trong một tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh huyền.
- Độ dài đường trung tuyến: Gọi m_a, m_b, m_c là độ dài đường trung tuyến lần lượt vẽ từ đỉnh A, B, C của tam giác ABC, ta có:

$$m_a^2 = \frac{AC^2 + AB^2}{2} - \frac{BC^2}{4}$$

$$m_b^2 = \frac{BC^2 + AB^2}{2} - \frac{AC^2}{4}$$

$$m_c^2 = \frac{AC^2 + BC^2}{2} - \frac{AB^2}{4}$$

II. Các công thức.

Cho tam giác ABC vuông tại A, M là trung điểm của BC ta có: $AM = \frac{1}{2}BC$.

Gọi m_a, m_b, m_c là độ dài đường trung tuyến lần lượt vẽ từ đỉnh A, B, C của tam giác ABC, ta có:

$$m_a^2 = \frac{AC^2 + AB^2}{2} - \frac{BC^2}{4}$$

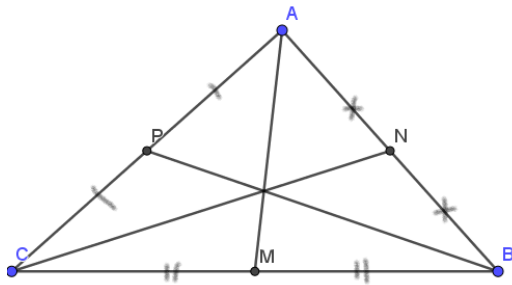
$$m_b^2 = \frac{BC^2 + AB^2}{2} - \frac{AC^2}{4}$$

$$m_c^2 = \frac{AC^2 + BC^2}{2} - \frac{AB^2}{4}$$

$$m_a = \frac{3}{2}AG; m_b = \frac{3}{2}BG; m_c = \frac{3}{2}CG \text{ (với } G \text{ là trọng tâm của tam giác } ABC).$$

III. Ví dụ minh họa.

Bài 1: Cho tam giác ABC có AB = 5cm, AC = 4cm và BC = 4cm. Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, AB, AC. Tính độ dài AM, BP và CN.



Lời giải:

Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, AB, AC.

\Rightarrow AM, BP, CN là các đường trung tuyến của tam giác ABC.

Xét tam giác ABC ta có:

$$AM^2 = \frac{AC^2 + AB^2}{2} - \frac{BC^2}{4} = \frac{4^2 + 5^2}{2} - \frac{4^2}{4} = 16,5$$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{16,5} = \frac{\sqrt{66}}{2} \text{ (cm)}$$

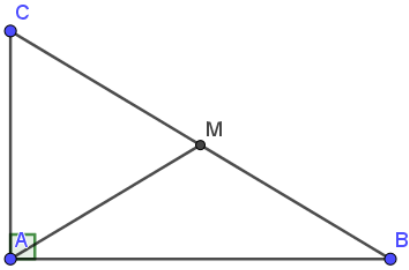
$$BP^2 = \frac{BA^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4} = \frac{5^2 + 4^2}{2} - \frac{4^2}{4} = 16,5$$

$$\Rightarrow BP = \sqrt{16,5} = \frac{\sqrt{66}}{2} \text{ (cm)}$$

$$CN^2 = \frac{AC^2 + BC^2}{2} - \frac{AB^2}{4} = \frac{4^2 + 4^2}{2} - \frac{5^2}{4} = 9,75$$

$$\Rightarrow CN = \sqrt{9,75} = \frac{\sqrt{39}}{2} \text{ (cm)}$$

Bài 2: Cho tam giác ABC vuông tại A. Có $BC = 10\text{cm}$. Điểm M là trung điểm của BC. Tính độ dài AM.



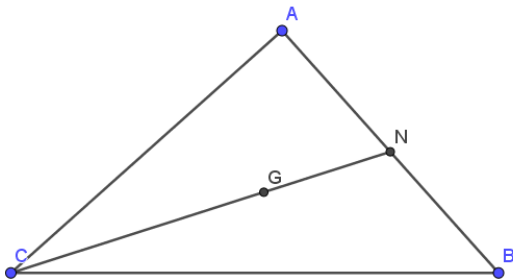
Lời giải:

Xét tam giác ABC vuông tại A có:

M là trung điểm của BC \Rightarrow AM là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền BC.

$$\Rightarrow AM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5 \text{ (cm)}$$

Bài 3: Cho tam giác ABC có trọng tâm G, N là trung điểm của AB. Tính độ dài CN biết $CG = 4\text{cm}$.



Lời giải:

Xét tam giác ABC có trọng tâm G ta có:

N là trung điểm BC \Rightarrow CN là đường trung tuyến, điểm G nằm trên CN

$$\text{Ta có: } CG = \frac{2}{3}CN \Rightarrow CN = \frac{3}{2}CG = \frac{3}{2} \cdot 4 = 6 \text{ (cm)}$$