Bài 1

A. Lý thuyết

I. Số gần đúng

Trong đo đạc và tính toán, ta thường chỉ nhận được các số gần đúng.

Ví dụ: Dân số Việt Nam năm 2017 ước tính là 93,7 triệu người. Khi đó con số 93,7 triệu người là số gần đúng.

II. Sai số của số gần đúng

1. Sai số tuyệt đối

Nếu a là số gần đúng của số đúng $\overline{a}$ thì $\Delta_a = \left|\overline{a} - a\right|$ được gọi là sai số tuyệt đối của số gần đúng a (Hình vẽ).

Chú ý: Sai số tuyệt đối của số gần đúng nhận được trong một phép đo đạc, tính toán càng bé thì kết quả của phép đo đạc, tính toán đó càng chính xác.

Ví dụ: Hai bạn Nam và Long muốn tính chu vi của một đường tròn có bán kính 1 cm. Bạn Nam lấy π là 3,14 còn Long lấy π là 3,1. Hỏi kết quả của bạn nào chính xác hơn.

Hướng dẫn giải

Gọi chu vi đường tròn bán kính r = 1 cm là C = 2πr (cm).

Bạn Nam tính được chu vi của đường tròn khi lấy π = 3,14 là:

$C_1 = 2\pi r = 2.3,14.1 = 6,28$ (cm).

Bạn Long tính được chu vi của đường tròn khi lấy π = 3,1 là:

$C_2 = 2\pi r = 2.3,1.1 = 6,2$ (cm).

Ta thấy $3,1 < 3,14 < \pi$ nên $2.3,1.1 < 2.3,14.1 < 2.\pi.1$

Tức là $C_2 < C_1 < C$.

Suy ra $\Delta_{C_1} = |C - C_1| < |C - C_2| = \Delta_{C_2}$.

$\Rightarrow \Delta_{C_1} < \Delta_{C_2}$.

⇒ Kết quả của bạn Nam chính xác hơn kết quả của bạn Long.

Vậy kết quả tính chu vi đường tròn của bạn Nam chính xác hơn kết quả của bạn Long.

2. Độ chính xác của một số gần đúng

Nhận xét:

- Giả sử a là số gần đúng của số đúng $\bar{a}$ sao cho $\Delta_a = |\bar{a} - a| \le d$.

Khi đó $\Delta_a = |\bar{a} - a| \le d \Leftrightarrow -d \le \bar{a} - a \le d \Leftrightarrow a - d \le \bar{a} \le a + d$.

- Ta nói a là số gần đúng của số đúng $\bar{a}$ với độ chính xác d nếu $\Delta_a = |\bar{a} - a| \le d$ và quy ước viết gọn là $\bar{a} = a \pm d$.

- Nếu $\Delta_a \le d$ thì số đúng $\bar{a}$ nằm trong đoạn $[a - d; a + d]$. Bởi vậy, d càng nhỏ thì độ sai lệch của số gần đúng a so với số đúng $\bar{a}$ càng ít. Điều đó giải thích vì sao d được gọi là độ chính xác của số gần đúng.

Ví dụ: Tính độ chính xác của kết quả phép tính chu vi đường tròn bán kính 1 cm khi lấy π là 3,14.

Hướng dẫn giải

Khi lấy π là 3,14 ta có chu vi đường tròn bán kính r = 1 cm là

$C_1 = 2.3,14.1 = 6,28$ (cm).

Vì $3,14 < \pi < 3,15$ nên $2.3,14.1 < 2\pi.1 < 2.3,15.1$

$\Rightarrow 6,28 < C < 6,3$

$\Delta_{C_1} = |C - 6,28| < 6,3 - 6,28 = 0,02$.

Vậy độ chính xác của phép tính này là 0,02.

3. Sai số tương đối

Tỉ số $\delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|}$ được gọi là sai số tương đối của số gần đúng a.

Nhận xét:

- Nếu $\overline{a} = a \pm d$ thì $\Delta_a \le d$. Do đó $\delta_a \le \frac{d}{|a|}$. Vì vậy, nếu $\frac{d}{|a|}$ càng bé thì chất lượng của phép đo đạc, tính toán càng cao.

- Người ta thường viết sai số tương đối dưới dạng phần trăm.

Chẳng hạn, trong phép đo thời gian Trái Đất quay một vòng quanh Mặt Trời thì sai số tương đối không vượt quá $\frac{\frac{1}{4}}{365} = \frac{1}{1\,460} \approx 0,068\%$.

Ví dụ: Trong phép đo chiều dài của một đoạn đường thu được kết quả là 13,1 m với độ chính xác là 0,1 m. Hãy đánh giá sai số tương đối của số gần đúng này.

Hướng dẫn giải

Ta có số gần đúng a = 13,1 m và độ chính xác d = 0,1 m.

Do đó sai số tương đối là: $\delta_a \le \frac{d}{|a|} = \frac{0,1}{13,1} \approx 0,76\%$.

Vậy sai số tương đối không vượt quá 0,76%.

III. Số quy tròn. Quy tròn số đúng và số gần đúng

1. Số quy tròn

Khi quy tròn một số nguyên hoặc một số thập phân đến một hàng nào đó thì số nhận được gọi là số quy tròn của số ban đầu.

Ví dụ: Quy tròn số 5,123 đến hàng phần trăm ta được số 5,12. Khi đó số 5,12 được gọi là số quy tròn của số 5,123.

2. Quy tròn số đến một hàng cho trước

Nhận xét: Khi quy tròn số nguyên hoặc số thập phân đến một hàng cho trước thì sai số tuyệt đối của số quy tròn không vượt quá nửa đơn vị của hàng quy tròn. Như vậy, ta có thể lấy độ chính xác của số quy tròn bằng nửa đơn vị của hàng quy tròn.

Ví dụ: Quy tròn số 2,516 đến hàng phần trăm rồi ước lượng độ chính xác của số đó.

Hướng dẫn giải

Quy tròn số 2,516 đến hàng phần trăm ta được số 2,52.

Sai số tuyệt đối là |2,516 – 2,52| = 0,004 < 0,005.

Vậy số quy tròn 2,52 là số gần đúng của 2,516 với độ chính xác 0,005.

3. Quy tròn số gần đúng căn cứ vào độ chính xác cho trước

Quy ước: Cho a là số gần đúng với độ chính xác d. Giả sử a là số nguyên hoặc số thập phân. Khi được yêu cầu quy tròn số a mà không nói rõ quy tròn đến hàng nào thì ta quy tròn a đến hàng thấp nhất mà d nhỏ hơn một đơn vị của hàng đó.

Ví dụ: Viết số quy tròn của số 1 348 với d = 300.

Hướng dẫn giải

Vì độ chính xác d = 300 thỏa mãn 100 < d = 300 < 1 000 nên hàng thấp nhất mà d nhỏ hơn một đơn vị của hàng đó là hàng nghìn.

Vì vậy, ta quy tròn số 1 348 đến hàng nghìn.

Quy tròn số 1 348 đến hàng nghìn ta được số 1 000.

Vậy số quy tròn của số 1 348 với độ chính xác d = 300 là 1 000.

B. Bài tập tự luyện

B.1 Bài tập tự luận

Bài 1. Sử dụng máy tính cầm tay, tính và làm tròn kết quả của phép tính $\sqrt{15}:3-1$ (trong kết quả lấy ba chữ số ở phần thập phân).

Hướng dẫn giải

Để thực hiện phép tính $\sqrt{15}:3-1$ ra kết quả có ba chữ số ở phần thập phân, ta làm như sau :

Ta ấn liên tiếp $\boxed{\sqrt{\square}}\boxed{1}\boxed{5}\boxed{\triangleright}\boxed{\div}\boxed{3}\boxed{-}\boxed{1}\boxed{=}$

Tiếp tục ấn lần lượt phím $\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{\text{SETUP}}\boxed{3}$ thì màn hình hiện ra Fix 0 ~ 9?

Ấn tiếp $\boxed{3}$ ta thấy kết quả hiện ra là 0.291

Vậy kết quả làm tròn của $\sqrt{15}:3-1$ là 0,291.

Bài 2. Hãy viết số quy tròn của mỗi số gần đúng sau với độ chính xác d sau đó ước lượng sai số tương đối của số gần đúng đó.

a) a = 32 564 với d = 20;

b) a = 0,7612309 với d = 0,001.

Hướng dẫn giải

a) Vì độ chính xác d = 20 thỏa mãn 10 < d = 20 < 100 nên hàng thấp nhất mà d nhỏ hơn một đơn vị của hàng đó là hàng trăm.

Vì vậy, ta quy tròn số a = 32 564 đến hàng trăm.

Quy tròn số a = 32 564 đến hàng trăm ta được số quy tròn là 32 600.

Do đó sai số tương đối là: $\delta_a \le \frac{d}{|a|} = \frac{20}{32\,564} \approx 0,06\%$.

Suy ra, sai số tương đối không vượt quá 0,06%.

Vậy số quy tròn của số gần đúng a = 32 564 với độ chính xác d = 20 là 32 600 và sai số tương đối không vượt quá 0,06%.

b) Vì độ chính xác d = 0,001 thỏa mãn d = 0,001 < 0,01 nên hàng thấp nhất mà d nhỏ hơn một đơn vị của hàng đó là hàng phần trăm.

Vì vậy, ta quy tròn số 0,7612309 đến hàng phần trăm.

Quy tròn số a = 0,7612309 đến hàng phần trăm ta được số quy tròn là 0,76.

Do đó sai số tương đối là: $\delta_a \le \frac{d}{|a|} = \frac{0,001}{0,7612309} \approx 0,13\%$.

Suy ra, sai số tương đối không vượt quá 0,13%.

Vậy số quy tròn của số gần đúng a = 0,7612309 với độ chính xác d = 0,001 là 0,76 và sai số tương đối không vượt quá 0,13%.

B.2 Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Sử dụng máy tính bỏ túi, hãy viết giá trị gần đúng của π^2 chính xác đến hàng phần nghìn.

A. 9,873;

B. 9,870;

C. 9,872;

D. 9,871.

Hướng dẫn giải

Đáp án đúng là: B

Sử dụng máy tính cầm tay: π^2 = 9,8696044011… làm tròn đến hàng phần nghìn ta được kết quả: 9,870.

Câu 2. Đo độ cao một ngọn cây là h = 347,13 m ± 0,2 m. Hãy viết số quy tròn của số gần đúng 347,13.

A. 345;

B. 346;

C. 347;

D. 348.

Hướng dẫn giải

Đáp án đúng là: C

Ta có: h = 347,13 m ± 0, 2 m ⇒ d = 0,2, do đó ta làm tròn số h = 347,13 đến hàng đơn vị, kết quả là 347.

Câu 3. Cho giá trị gần đúng của $\frac{23}{7}$ là 3,28. Sai số tuyệt đối của số 3,28 là:

A. 0,04;

B. $\frac{0,04}{7}$;

C. 0,06.

D. Đáp án khác.

Hướng dẫn giải

Đáp án đúng là: B

Ta có : $\frac{23}{7}$ = 3,(285714)

⇒ Sai số tuyệt đối là: $\left|\frac{23}{7} - 3,28\right|$ = 0, 00(571428) = $\frac{0,04}{7}$.