ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ II MÔN TOÁN 10

Thời gian làm bài: *90 phút*

Đề số 1.

I. Trắc nghiệm (2 điểm)

Câu 1:

Cho 2 đường thẳng Δ và Δ' lần lượt có phương trình là $\sqrt{3}x - y + 1 - \sqrt{3} = 0$ và $x - \sqrt{3}y - 1 + \sqrt{3} = 0$. Góc giữa 2 đường thẳng Δ và Δ' là:

A. $60°$ **B.** $30°$ **C.** $0°$ **D.** $120°$

Câu 2: Điều kiện xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{1-x}{x}}$ là

A. $0 \le x < 1$ **B.** $0 \le x \le 1$ **C.** $0 < x \le 1$ **D.** $0 < x < 1$

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{3x^2 + 2x - 5}{(x+1)^2} \le 0$ là

A. $(-1;1) \cup \left(1;\frac{5}{3}\right)$ **B.** $\left[-\frac{5}{3};-1\right) \cup (-1;1]$

C. $[-1;1) \cup \left(1;\frac{5}{3}\right]$ **D.** $\left[-1;\frac{5}{3}\right]$

Câu 4: Giá trị của m để bất phương trình $(1-m)x^2 + x - 2 \le 0$ luôn đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ là

A. $\left[\frac{9}{8};+\infty\right)$ **B.** $\left(\frac{9}{8};1\right) \cup (1;+\infty)$ **C.** $(1;+\infty)$ **D.** $\left(\frac{9}{8};1\right)$

II. Tự luận (8 điểm)

Câu 5: (4 điểm)

Giải các bất phương trình sau:

1) $2x^2 + x - |2x+1| < 0$

2) $\sqrt{2x^2 - 3x - 5} \ge x + 1$

Câu 6: (1 điểm)

Tìm tất cả các giá trị của tham số a để bất phương trình $-x^2 + 4x + 5 - a < 0$ với $\forall x < 1$

Câu7: (2 điểm)

Cho 2 điểm M(1;1), N(-2;3) và đường thẳng Δ có phương trình: $2x+y-10=0$

1) Xác định tọa độ điểm I thuộc đường thẳng Δ sao cho tam giác MNI vuông tại M.

2) Xác định tọa độ điểm K thuộc đường thẳng Δ sao cho diện tích tam giác MNK bằng $\frac{29}{2}$ đvdt.

<u>Câu 8:</u> (1điểm) Cho $a \ge -\frac{1}{2}$ và $\frac{a}{b} > 1$. Chứng minh rằng $\frac{2a^3+1}{4b(a-b)} \ge 3$.

Đáp án và thang điểm

I. Phần trắc nghiệm khách quan: (2 điểm - Mỗi câu 0,5 điểm)

Câu 1: Chọn B

Ta có: $\cos(\Delta;\Delta') = \frac{\left|\sqrt{3}.1+(-1).(-\sqrt{3})\right|}{2.2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Vậy góc giữa hai đường thẳng $\Delta;\Delta'$ là $30°$.

Câu 2: Chọn C

Hàm số $y=\sqrt{\frac{1-x}{x}}$ có nghĩa khi và chỉ khi $\begin{cases} x \ne 0 \\ \frac{1-x}{x} \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ne 0 \\ 0 < x \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \le 1$

Câu 3: Chọn B

Ta có: $\frac{3x^2+2x-5}{(x+1)^2} \le 0 \ (1)$

ĐKXĐ: $x \ne -1$

Vì $(x+1)^2 > 0 \ \forall x \ne -1$

Nên BPT (1) $\Leftrightarrow 3x^2+2x-5 \le 0 \Leftrightarrow \frac{-5}{3} \le x \le 1$

Kết hợp điều kiện, Vậy tập nghiệm của BPT đã cho là $\left[-\frac{5}{3};-1\right) \cup (-1;1]$.

Câu 4: Chọn A

Bất phương trình $(1-m)x^2+x-2 \le 0$ luôn đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-m<0 \\ \Delta \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>1 \\ 9-8m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>1 \\ m \ge \dfrac{9}{8} \end{cases} \Leftrightarrow m \ge \dfrac{9}{8}$$

Vậy $m \in \left[\dfrac{9}{8};+\infty\right)$ thì thỏa mãn yêu cầu bài toán.

II. Phần tự luận

Câu 5.

1) Giải bất phương trình $2x^2 + x - |2x+1| < 0 \quad (1)$

Nếu $2x+1 \ge 0 \Leftrightarrow x \ge -\dfrac{1}{2} \ (*)$ thì (1) $\Leftrightarrow 2x^2 - x - 1 < 0 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2} < x < 1$

Kết hợp với điều kiện (*) ta có nghiệm của (1) là $-\dfrac{1}{2} < x < 1$ (0,75 điểm)

Nếu $2x+1<0 \Leftrightarrow x < -\dfrac{1}{2} \ (**)$ thì $(1) \Leftrightarrow 2x^2 + x + 2x + 1 < 0$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 3x + 1 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < -\dfrac{1}{2}$$

Kết hợp với điều kiện (**) thì (1) có nghiệm là $-1 < x < -\dfrac{1}{2}$ (0,75 điểm)

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là $\left(-1;-\dfrac{1}{2}\right) \cup \left(-\dfrac{1}{2};1\right)$. (0,5 điểm)

2) Giải bất phương trình $\sqrt{2x^2 - 3x - 5} \ge x+1$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+1<0 \\ 2x^2-3x-5 \ge 0 \end{cases} \quad (1) \\ \begin{cases} x+1 \ge 0 \\ 2x^2-3x-5 \ge x^2+2x+1 \end{cases} \quad (2) \end{array}\right.$$ (0,5 điểm)

Giải (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ \left[\begin{array}{l} x \le -1 \\ x \ge \dfrac{5}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x < -1$ (0,5 điểm)

Giải (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -1 \\ x^2 - 5x - 6 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -1 \\ \left[\begin{array}{l} x \le -1 \\ x \ge 6 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x \ge 6$ (0,5 điểm)

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(-\infty;-1) \cup [6;+\infty)$. (0,5 điểm)

Câu 6.

Bất phương trình đã cho $\Leftrightarrow -x^2 + 4x + 5 < a \quad (*)$ với mọi x < 1

Gọi $f(x) = -x^2 + 4x + 5$ và g(x) = a thì $f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	8	9	$-\infty$

(0,5 điểm)

Dựa vào bảng biến thiên nhận thấy (*) nghiệm đúng khi $f(1) < a \Leftrightarrow 8 < a$ (0,25 điểm)

Vậy với a > 8 thì BPT đã cho có nghiệm. (0,25 điểm)

Câu 7.

1) *Do ΔMNI vuông tại M(1; 1) nên điểm I thuộc đường thẳng đi qua M và nhận $\overrightarrow{MN}(-3;2)$ làm véc tơ pháp tuyến và có phương trình

$-3(x-1) + 2(y-1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y - 1 = 0$ (0,5 điểm)

*Mặt khác: Do điểm $I \in \Delta$ nên toạ độ của I là nghiệm của hệ phương trình

$\begin{cases} 2x + y - 10 = 0 \\ 3x - 2y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$ (0,25 điểm)

Vậy I(3;4). (0,25 điểm)

2) Do $S_{\Delta MNK}=\frac{1}{2}MN.d_{(K;MN)}$: Trong đó $K\in\Delta\Rightarrow K\left(b;-2b+10\right)$

Đường thẳng MNcó véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{MN}\left(-3;2\right)$ và đi qua $M(1;1)\Rightarrow$phương trình của đường thẳng MN là $2x+3y-5=0$ (0,25 điểm)

$\Rightarrow d_{(K;MN)}=\frac{\left|-4b+25\right|}{\sqrt{13}}$; $MN=\left|\overrightarrow{MN}\right|=\sqrt{13}$, $S_{\Delta MNK}=\frac{29}{2}$

Ta có $\frac{29}{2}=\frac{1}{2}\sqrt{13}\frac{\left|-4b+25\right|}{\sqrt{13}}\Leftrightarrow\left|-4b+25\right|=29\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=-1\\ b=\frac{27}{2}\end{array}\right.$ (0,25 điểm)

Với $b=-1\Rightarrow$ $K(-1;12)$

Với $b=\frac{27}{2}\Rightarrow$ $K\left(\frac{27}{2};-17\right)$ (0,25 điểm)

Vậy có 2 điểm K thỏa mãn bài ra là K(-1;12) và $K\left(\frac{27}{2};-17\right)$. (0,25 điểm)

Câu 8.

Do $\frac{a}{b}>1\Leftrightarrow\frac{a-b}{b}>0\Rightarrow b\left(a-b\right)>0$

Và $\left(a-2b\right)^2\geq 0\Leftrightarrow a^2-4ab+4b^2\geq 0\Leftrightarrow 4b\left(a-b\right)\leq a^2$ (1) (0,25 điểm)

$a\geq-\frac{1}{2}\Leftrightarrow 2a+1\geq 0\Leftrightarrow\left(2a+1\right)\left(a-1\right)^2\geq 0\Leftrightarrow 2a^3+1-3a^2\geq 0\Leftrightarrow\frac{2a^3+1}{3}\geq a^2\left(2\right)$
(0,25 điểm)

Từ (1) và (2)$\Rightarrow 4b\left(a-b\right)\leq a^2\leq\frac{2a^3+1}{3}\Rightarrow$ $4b\left(a-b\right)-3\leq\frac{2b^3+1}{3}$ (0,25 điểm)

$\Leftrightarrow\frac{2a^3+1}{4b(a-b)}\geq 3$ (đpcm). (0,25 điểm)

Đề số 2.

I. Trắc nghiệm (2 điểm)

Hãy chọn phương án trả lời đúng cho mỗi câu sau:

Câu 1: Cho 2 đường thẳng Δ và Δ' lần lượt có phương trình là x + 2y - 1 = 0 và 3x + y + 6 = 0. Góc giữa 2 đường thẳng Δ và Δ' là:

A. $60°$ **B.** $45°$ **C.** $0°$ **D.** $135°$

Câu 2: Điều kiện xác định của hàm số $y=\sqrt{\dfrac{x}{1-x}}$ là

A. $0\le x<1$ **B.** $0\le x\le 1$ **C.** $0<x\le 1$ **D.** $0<x<1$

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $\dfrac{3x^2-2x-5}{(x-1)^2}\le 0$ là

A. $(-1;1)\cup\left(1;\dfrac{5}{3}\right)$ **B.** $\left(1;\dfrac{5}{3}\right]$

C. $[-1;1)\cup\left(1;\dfrac{5}{3}\right]$ **D.** $\left[-1;\dfrac{5}{3}\right]$

Câu 4: Giá trị của m để bất phương trình $(m-2)x^2+2x+2\ge 0$ luôn đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$ là

A. $\left[\dfrac{5}{2};+\infty\right)\cup\{2\}$ **B.** $[2;+\infty)$

C. $\left[\dfrac{5}{2};+\infty\right)$ **D.** $\left[1;\dfrac{3}{2}\right)\cup(2;+\infty)$

II. Tự luận (8 điểm)

Câu 5: *(4* điểm)

Giải các bất phương trình sau:

1) $x^2+2x-|x+2|<0$

2) $\sqrt{2x^2-5x+3}\ge x-1$

Câu 6: (1 điểm)

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $x^2+4x+3-m\ge 0$ với $\forall x>1$.

Câu 7: (2 điểm)

Cho 2 điểm A(-1;1), B(3;7) và đường thẳng d có phương trình: $x+2y+1=0$

1) Xác định tọa độ điểm C thuộc đường thẳng d sao cho tam giác ABC vuông tại A.

2) Xác định tọa độ điểm D thuộc đường thẳng d sao cho diện tích tam giác ABD bằng 50.

<u>Câu 8:</u> (1điểm)

Cho $b \ge -\frac{1}{2}$ và $\frac{b}{a} > 1$. Chứng minh rằng $\frac{2b^3+1}{4a(b-a)} \ge 3$.

Đáp án và thang điểm

I. Phần trắc nghiệm khách quan: (2 điểm - Mỗi câu 0,5 điểm)

Câu 1: Chọn B

Ta có: $\cos(\Delta_1;\Delta_2) = \frac{|1.3+2.1|}{\sqrt{1+2^2}.\sqrt{1+3^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Suy ra góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1;\Delta_2$ là $45°$.

Câu 2: Chọn A

Hàm số $y=\sqrt{\frac{x}{1-x}}$ có nghĩa khi $\begin{cases} 1-x \ne 0 \\ \frac{x}{1-x} \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ne 1 \\ 0 \le x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \le x < 1$

Câu 3: Chọn C

Ta có: $\frac{3x^2-2x-5}{(x-1)^2} \le 0$ (1)

ĐKXĐ: $x \ne 1$

Vì $(x-1)^2 > 0$ với mọi $x \ne 1$

Nên BPT (1) $\Leftrightarrow 3x^2-2x-5 \le 0 \Leftrightarrow -1 \le x \le \frac{5}{3}$

Kết hợp điều kiện, Vậy tập nghiệm của BPT đã cho là $S = [-1;1) \cup \left(1;\frac{5}{3}\right]$.

Câu 4: Chọn C

Bất phương trình $(m-2)x^2+2x+2 \ge 0$ luôn đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m-2>0 \\ \Delta' \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>2 \\ 1^2-(m-2).2 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>2 \\ m \ge \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m \ge \frac{5}{2}$$

Vậy $m \in \left[\frac{5}{2};+\infty\right)$ thì thỏa mãn yêu cầu bài toán.

II. Phần tự luận

Câu 5.

1) Giải bất phương trình $x^2+2x-|x+2|<0 \quad (1)$

Nếu $x+2\ge 0 \Leftrightarrow x\ge -2\ (*)$ thì $(1)\Leftrightarrow x^2+2x-x-2<0$

$$\Leftrightarrow x^2+x-2<0 \Leftrightarrow -2<x<1$$

Kết hợp với điều kiện (*) ta có: $-2<x<1$ (0,75 điểm)

Nếu $x+2<0 \Leftrightarrow x<-2\ (**)$ thì $(1)\Leftrightarrow x^2+2x+x+2<0$

$$\Leftrightarrow x^2+3x+2<0 \Leftrightarrow -2<x<-1$$

Kết hợp với điều kiện (**) thì (1) vô nghiệm (0,75 điểm)

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là $-2<x<1$. (0,5 điểm)

2) Giải bất phương trình $\sqrt{2x^2-5x+3}\ge x-1$

Ta có: $\sqrt{2x^2-5x+3}\ge x-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x-1<0\\ 2x^2-5x+3\ge 0\end{cases} \quad (1)\\ \begin{cases}x-1\ge 0\\ 2x^2-5x+3\ge x^2-2x+1\end{cases} \quad (2)\end{array}\right.$ (0,5 điểm)

Giải (1) $\Leftrightarrow \begin{cases}x<1\\ \left[\begin{array}{l}x\le 1\\ x\ge \frac{3}{2}\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow x<1$ (0,5 điểm)

Giải (2) $\Leftrightarrow \begin{cases}x\ge 1\\ x^2-3x+2\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\ge 1\\ \left[\begin{array}{l}x\le 1\\ x\ge 2\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\ x\ge 2\end{array}\right.$ (0,5 điểm)

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(-\infty;1]\cup[2;+\infty)$. (0,5 điểm)

Câu 6.

Bất phương trình đã cho $\Leftrightarrow x^2+4x+3\geq m \quad (*)$ với mọi $x>1$

Gọi $f(x)=x^2+4x+3$ và g(x) = m thì g(x) có đồ thị là đường thẳng

còn $f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2	1		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1		$\nearrow$	$+\infty$

(0,5 điểm)

Dựa vào bảng biến thiên nhận thấy (*) đúng khi f(1) > m $\Leftrightarrow m<8$ (0,25 điểm)

Vậy với $m<8$ thì BPT đã cho có nghiệm. (0,25 điểm)

Câu 7.

1) Cho 2 điểm A(-1;1), B(3;7) và đường thẳng d có phương trình: $x+2y+1=0$. Xác định tọa độ điểm C thuộc đường thẳng d sao cho tam giác ABC vuông tại A.

*Do ΔABC vuông tại A(-1; 1) nên điểm C thuộc đường thẳng đi qua A và nhận $\overrightarrow{AB}(4;6)$ làm véc tơ pháp tuyến và có phương trình $4(x+1)+6(y-1)=0$

$\Leftrightarrow 2x+3y-1=0$ (0,5 điểm)

*Mặt khác: Do điểm $C\in d$ nên toạ độ của C là nghiệm của hệ phương trình

$\begin{cases}2x+3y-1=0\\x+2y+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=5\\y=-3\end{cases}$ (0,25 điểm)

Vậy C(5;-3). (0,25 điểm)

2) Cho 2 điểm A(-1; 1), B(3; 7) và đường thẳng d có phương trình: $x+2y+1=0$. Xác định tọa độ điểm D thuộc đường thẳng d sao cho diện tích tam giác ABD bằng 50.

Do $S_{ABD}=\frac{1}{2}AB.d_{(D;AB)}$

Trong đó $D\in d\Rightarrow D(-1-2a;a)$

Đường thẳng AB có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}(4;6)$ và đi qua A(-1;1)

$\Rightarrow$ phương trình của đường thẳng AB là $3x-2y+5=0$ (0,25 điểm)

$$\Rightarrow d_{(D;AB)}=\frac{|-8a+2|}{\sqrt{13}} \;;\quad AB=\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{52},\ S_{\Delta ABD}=50$$

Ta có $50=\frac{1}{2}.\sqrt{52}.\frac{|-8a+2|}{\sqrt{13}}\Leftrightarrow|-8a+2|=50\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=-6\\ a=\frac{13}{2}\end{array}\right.$ (0,25 điểm)

Với $a=-6\Rightarrow$ $D(11;-6)$ (0,25 điểm)

Với $a=\frac{13}{2}\Rightarrow$ $D\left(-14;\frac{13}{2}\right)$ (0,25 điểm)

Câu 8. Cho $b\ge-\frac{1}{2}$ và $\frac{b}{a}>1$. Chứng minh rằng $\frac{2b^3+1}{4a(b-a)}\ge3$.

Giải:

Do $\frac{b}{a}>1\Leftrightarrow\frac{b-a}{a}>0\Rightarrow a(b-a)>0$

Và $(b-2a)^2\ge0\Leftrightarrow b^2-4ba+4a^2\ge0\Leftrightarrow4a(b-a)\le b^2$ (1) (0,25 điểm)

$b\ge-\frac{1}{2}\Leftrightarrow2b+1\ge0\Leftrightarrow(2b+1)(b-1)^2\ge0\Leftrightarrow2b^3+1-3b^2\ge0\Leftrightarrow\frac{2b^3+1}{3}\ge b^2$ (2)
(0,25 điểm)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow4a(b-a)\le b^2\le\frac{2b^3+1}{3}\Rightarrow$ $4a(b-a)\le\frac{2b^3+1}{3}$ (0,25 điểm)

$$\Leftrightarrow\frac{2b^3+1}{4a(b-a)}\ge3\ \text{(đpcm)}$$ (0,25 điểm)

Đề số 3.

I. Đề bài

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\frac{x^2+1}{1-x}}$ là

A. $D=(1;+\infty)$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

C. $D=(-\infty;1)$. **D.** $D=(-\infty;1]$.

Câu 2: Phương trình $\frac{x-m}{x+1}=\frac{x-2}{x-1}$ có nghiệm duy nhất khi:

A. $m\neq 0$ và $m\neq -1$. **B.** $m\neq -1$. **C.** $m\neq 0$. **D.** Không có m.

Câu 3: Với giá trị nào của m thì phương trình $(m-1)x^2-2(m-2)x+m-3=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 và $x_1+x_2+x_1x_2<1$?

A. $1<m<3$. **B.** $0<m<1$. **C.** $m>2$. **D.** $m>3$.

Câu 4: Phương trình $x+\frac{1}{x-1}=\frac{2x-1}{x-1}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 5: Tập nghiệm của phương trình: $\frac{x^2}{3-x}+\frac{3x}{x-3}=0$ là

A. $S=\{3\}$. **B.** $S=\varnothing$. **C.** $S=\{0\}$. **D.** $S=\{0;3\}$.

Câu 6: Phương trình $|2x-8|+|x-6|=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** Vô số.

Câu 7: Tính tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2-4x-4}=\sqrt{2x+5}$

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 8: Tích các nghiệm của phương trình $x^2+2x\sqrt{x-\frac{1}{x}}=3x+1$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -1.

Câu 9: Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau

A. $|x|-|y|\le|x-y|$. **B.** $|x|\ge x$.

C. $|x|\ge -x$. **D.** $|x|<2\Leftrightarrow x<-2$ hoặc $x>2$.

Câu 10: Tìm điều kiện của bất phương trình $\sqrt{x+2}>\frac{12x}{x-2}$.

A. $\begin{cases}x+2>0\\x-2\neq 0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x+2\ge 0\\x-2\neq 0\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x+2\neq 0\\x-2\ge 0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x+2\neq 0\\x-2>0\end{cases}$.

Câu 11: Hệ bất phương trình $\begin{cases} mx \le m-3 \\ (m+3)x \ge m-9 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi

A. $m=1$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=2$.

Câu 12: Số -2 thuộc tập nghiệm của bất phương trình nào?

A. $3x+2>0$. **B.** $-2x-1<0$. **C.** $4x-5<0$. **D.** $3x-1>0$.

Câu 13: Cho nhị thức bậc nhất $f(x)=2-3x$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. $f(x)<0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; \dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $f(x)<0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; \dfrac{2}{3}\right)$.

C. $f(x)>0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; \dfrac{3}{2}\right)$. **D.** $f(x)>0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; \dfrac{2}{3}\right)$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $|5x-4| \ge 6$ có dạng $S=(-\infty;a] \cup [b;+\infty)$. Tính tổng $P=5a+b$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình $|2x-3| \le x+12$

A. $S=[-3;15]$. **B.** $S=(-\infty;-3]$.

C. $S=(-\infty;15]$. **D.** $S=(-\infty;-3] \cup [15;+\infty)$.

Câu 16: Bất phương trình $ax+b>0$ có tập nghiệm là R khi và chỉ khi

A. $\begin{cases} a>0 \\ b>0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a=0 \\ b>0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} a=0 \\ b \ne 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a=0 \\ b \le 0 \end{cases}$.

Câu 17: Bất phương trình $\dfrac{2-x}{2x+1}>0$ có tập nghiệm là

A. $S=\left[-\dfrac{1}{2};2\right]$. **B.** $S=\left(-\dfrac{1}{2};2\right)$.

C. $S=\left(\dfrac{1}{2};2\right)$. **D.** $S=\left(-\dfrac{1}{2};2\right]$.

Câu 18: Cho tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c$ $(a \ne 0)$ có $\Delta=b^2-4ac>0$. Gọi $x_1;x_2\ (x_1<x_2)$ là hai nghiệm phân biệt của $f(x)$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a khi $x_1<x<x_2$.

B. $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a khi $x<x_1$ hoặc $x>x_2$.

C. $f(x)$ luôn âm với mọi $x \in \mathbb{R}$.

D. $f(x)$ luôn dương với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 19: Bảng xét dấu sau là của biểu thức nào?

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

A. $f(x)=x^2+3x+2$. **B.** $f(x)=(x-1)(-x+2)$.

C. $f(x)=-x^2-3x+2$. **D.** $f(x)=x^2-3x+2$.

Câu 20: Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $f(x)=3x^2+2x-5$ là tam thức bậc hai.

B. $f(x)=3x^3+2x-5$ là tam thức bậc hai.

C. $f(x)=x^4-x^2+1$ là tam thức bậc hai.

D. $f(x)=2x-4$ là tam thức bậc hai.

Câu 21: Cho các mệnh đề

I với mọi $x\in 1;4$ thì $-x^2+4x+5\geq 0$.

II với mọi $x\in -\infty;4 \cup 5;10$ thì $x^2+9x-10>0$.

III với mọi $x\in 2;3$ thì $x^2-5x+6\leq 0$.

A. Mệnh đề I, III đúng. **B.** Chỉ mệnh đề I đúng.

C. Chỉ mệnh đề III đúng. **D.** Cả ba mệnh đề đều sai.

Câu 22: Bất phương trình có tập nghiệm $S=(2;10)$ là

A. $(x-2)^2\sqrt{10-x}>0$. **B.** $x^2-12x+20>0$.

C. $x^2-3x+2>0$. **D.** $x^2-12x+20<0$.

Câu 23: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2-8x+7\geq 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào **không** là tập con của S?

A. $(-\infty;0]$. **B.** $(-\infty;-1]$. **C.** $[8;+\infty)$. **D.** $[6;+\infty)$.

Câu 24: Với x thuộc tập nào dưới đây thì $f(x)=x(5x+2)-x(x^2+6)$ không dương

A. $(1;4)$. **B.** $[1;4]$.

C. $[0;1]\cup[4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1]\cup[4;+\infty)$.

Câu 25: Tổng bình phương các nghiệm nguyên của bất phương trình $\dfrac{(x^2-1)(2x^2+3x-5)}{4-x^2}\geq 0$ là

A. 5. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 26: Tập nghiệm của hệ $\begin{cases} x^2-7x+6\leq 0 \\ x^2-8x+15\leq 0 \end{cases}$

A. $S=[5;6]$. **B.** $S=[1;6]$. **C.** $S=[1;3]$. **D.** $S=[3;5]$.

Câu 27: Bất phương trình $\left|x^4-2x^2-3\right|\le x^2-5$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 0. **B.** 1.
C. 2. **D.** Nhiều hơn 2 nhưng hữu hạn

Câu 28: Tìm m để mọi $x\in\left[0;+\infty\right)$ đều là nghiệm của bất phương trình $\left(m^2-1\right)x^2-8mx+9-m^2\ge 0$

A. $m\in\varnothing$. **B.** $m\in\left[-3;-1\right]$.
C. $m\in\left(-3;-1\right)$. **D.** $m\in\left\{-3;-1\right\}$.

Câu 29: Tìm m để $f\left(x\right)=\left(m^2+2\right)x^2-2\left(m+1\right)x+1$ luôn dương với mọi x.

A. $m<\dfrac{1}{2}$. **B.** $m\ge\dfrac{1}{2}$. **C.** $m>\dfrac{1}{2}$. **D.** $m\le\dfrac{1}{2}$

Câu 30: Tập nghiệm của bất phương trình $x+\sqrt{x-2}\le 2+\sqrt{x-2}$ là

A. $S=[2;+\infty)$. **B.** $S=\{2\}$. **C.** $S=(-\infty;2)$. **D.** $S=\varnothing$.

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x-2019}>\sqrt{2019-x}$ là:

A. $\text{S}=\left(-\infty;2018\right)$. **B.** $\text{S}=\left(2018;+\infty\right)$.
C. $\text{S}=\varnothing$. **D.** $\text{S}=\left\{2018\right\}$.

Câu 32: Tính tổng các nghiệm nguyên thuộc $\left[-5;5\right]$ của bất phương trình $\sqrt{x^2-9}\left(\dfrac{3x-1}{x+5}\right)\le x\sqrt{x^2-9}(*)$

A. 2. **B.** 12. **C.** 0. **D.** 5.

Câu 33: Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{2x+4}-2\sqrt{2-x}>\dfrac{12x-8}{\sqrt{9x^2+16}}$ là

A. $S=\left(-\infty;\dfrac{2}{3}\right)\cup\left(\dfrac{4\sqrt{2}}{3};+\infty\right)$. **B.** $S=\left[-2;1\right)\cup\left(\dfrac{4\sqrt{2}}{3};3\right]$.

C. $S=\left[-2;\dfrac{2}{3}\right)\cup\left(\dfrac{4\sqrt{2}}{3};2\right]$. **D.** $S=\left(-2;\dfrac{2}{3}\right)\cup\left(\dfrac{4\sqrt{2}}{3};2\right)$.

Câu 34: Cho tam giác ABC có $AB=4,\ AC=6,\ BAC=60°$. Cạnh BC bằng

A. $\sqrt{24}$. **B.** $2\sqrt{7}$. **C.** 28. **D.** $\sqrt{52}$.

Câu 35: Cho tam giác ABC có $BC=5, AB=9, \cos C=-\dfrac{1}{10}$. Tính độ dài đường cao hạ từ đỉnh A của tam giác ABC.

A. $\dfrac{21\sqrt{11}}{40}$. **B.** $\dfrac{21\sqrt{11}}{10}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{462}}{40}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{462}}{10}$.

Câu 36: Cho tam giác ABC có $BC=a$; $A=\alpha$ và hai đường trung tuyến BM, CN vuông góc với nhau. Diện tích tam giác ABC là:.

A. $a^2\cos\alpha$. **B.** $a^2\cos\alpha$.

C. $a^2\sin\alpha$. **D.** $a^2\tan\alpha$.

Câu 37: Cho ΔABC có $AB=c, BC=a, CA=b$, bán kính đường tròn ngoại tiếp là R. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $b=2R\sin A$. **B.** $c=2R\sin C$.

C. $\dfrac{a}{\sin A}=2R$. **D.** $b=\dfrac{a.\sin B}{\sin A}$.

Câu 38: Cho tam giác ABC có $AB=8, BC=10, CA=6$, M là trung điểm của BC. Độ dài trung tuyến AM bằng:

A. 5. **B.** $\sqrt{24}$. **C.** 25. **D.** $\sqrt{26}$.

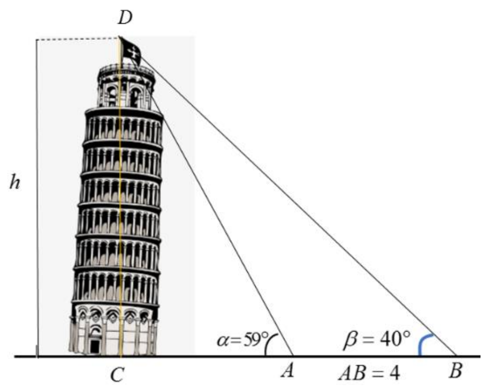
Câu 39: Cho tam giác ABC có $AB=8$, $AC=18$ và diện tích bằng 64. Tính $\sin A$?

A. $\dfrac{3}{8}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{4}{5}$. **D.** $\dfrac{8}{9}$.

Câu 40: Cho tam giác ABC có $AB=5$, $BC=7$, $CA=8$. Bán kính đường tròn nội tiếp ΔABC bằng

A. 2. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 41: Với các số đo trên hình vẽ sau, chiều cao h của tháp nghiêng Pisa gần với giá trị nào nhất?



A. 8. **B.** 7.5. **C.** 6.5. **D.** 7.

Câu 42: Cho đường thẳng Δ có phương trình $\begin{cases} x=5t \\ y=3-3t \end{cases}$. Trong các điểm sau đây điểm nào không thuộc Δ

A. $M(-5;6)$. **B.** $M(5;3)$. **C.** $M(0;3)$. **D.** $M(5;0)$.

Câu 43: Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{-1}$ có môt véc tơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_4}=(1;3)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(1;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;-1)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}=(-1;-3)$.

Câu 44: Cho đường thẳng $\Delta: x-3y+2=0$. Vectơ nào sau đây **không** phải vectơ pháp tuyến của Δ?

A. $\overrightarrow{n_2}=(-2;6)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(1;-3)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=\left(\frac{1}{3};-1\right)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(3;1)$.

Câu 45: Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A\ 3;-1$ và $B\ -6;2$ là

A. $\begin{cases}x=-1+3t\\y=2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=-1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=-6-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=-1-t\end{cases}$

.

Câu 46: Đường thẳng đi qua $M(2;0)$, song song với đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=-4+5t\\y=1-t\end{cases}$ có phương trình tổng quát là

A. $x+5y-2=0$. **B.** $5x-y-10=0$.

C. $x+5y+1=0$. **D.** $2x+10y-13=0$.

Câu 47: Cho tam giác ABC có $A(1;1), B(0;-2), C(4;2)$. Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác là

A. $2x+y-3=0$. **B.** $x+y-2=0$. **C.** $x+2y-3=0$. **D.** $x+y=0$.

Câu 48: Cho tam giác ABC có trực tâm $H\ 1;1$, phương trình cạnh $AB:5x-2y+6=0$, phương trình cạnh $AC:4x+7y-21=0$ thì phương trình cạnh BC là

A. $x-2y-14=0$. **B.** $x-2y+14=0$.

C. $x+2y-14=0$. **D.** $4x+2y+1=0$.

Câu 49: Cho đường thẳng d_1 có phương trình $\begin{cases}x=2+t\\y=-3t\end{cases}$ và d_2 có phương trình $2x+y-5=0$. Biết $d_1\cap d_2=M$ thì tọa độ điểm M là:

A. $M(-1;-3)$. **B.** $M(3;1)$. **C.** $M(3;-3)$. **D.** $M(1;3)$.

Câu 50: Cho $A(-1;2), B(-3;2)$ và đường thẳng $\Delta:2x-y+3=0$, điểm $C\in\Delta$ sao cho tam giác ABC cân ở C. Tọa độ của điểm C là

A. $C(0;3)$. **B.** $C(-2;5)$. **C.** $C(-2;-1)$. **D.** $C(1;1)$.

II. Đáp án và thang điểm

A. Bảng đáp án: 0,2 x 50 = 10 điểm

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	A	A	C	C	C	D	D	D	B
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	C	D	D	A	B	B	B	B	A
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	D	D	C	B	D	A	C	A	B
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	C	C	B	B	D	A	A	D	C
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

D	**B**	**C**	**D**	**D**	**A**	**B**	**A**	**D**	**C**

B. Lời giải chi tiết

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\dfrac{x^2+1}{1-x}}$ là

A. $D=(1;+\infty)$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

C. $D=(-\infty;1)$. **D.** $D=(-\infty;1]$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi $\begin{cases}\dfrac{x^2+1}{1-x}\geq 0\\ x\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow x<1$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D=(-\infty;1)$.

Câu 2: Phương trình $\dfrac{x-m}{x+1}=\dfrac{x-2}{x-1}$ có nghiệm duy nhất khi:

A. $m\neq 0$ và $m\neq -1$. **B.** $m\neq -1$. **C.** $m\neq 0$. **D.** Không có m.

Lời giải

Chọn A

Phương trình xác định khi $\begin{cases}x-1\neq 0\\ x+1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow x\neq \pm 1$.

Phương trình $\dfrac{x-m}{x+1}=\dfrac{x-2}{x-1}\Leftrightarrow (x-m)(x-1)=(x+1)(x-2)$

$\Leftrightarrow x^2-x-mx+m=x^2-2x+x-2$

$\Leftrightarrow mx=m+2$.

Để phương trình có nghiệm duy nhất thì

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\ \dfrac{m+2}{m}\neq -1\\ \dfrac{m+2}{m}\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\ m+2\neq -m\\ m+2\neq m\quad (tm)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\ m\neq -1\end{cases}.$$

Câu 3: Với giá trị nào của m thì phương trình $(m-1)x^2-2(m-2)x+m-3=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 và $x_1+x_2+x_1x_2<1$?

A. $1<m<3$. **B.** $0<m<1$. **C.** $m>2$. **D.** $m>3$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 khi $\begin{cases} m-1\neq 0 \\ (m-2)^2-(m-1)(m-3)\geq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 1 \\ 1\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m\neq 1$.

Khi đó $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{2(m-2)}{m-1} \\ x_1x_2=\dfrac{m-3}{m-1} \end{cases}$.

Theo đề, ta có $x_1+x_2+x_1x_2<1 \Rightarrow \dfrac{2(m-2)}{m-1}+\dfrac{m-3}{m-1}<1 \Leftrightarrow \dfrac{3m-7}{m-1}-1>0$

$\Leftrightarrow \dfrac{2m-6}{m-1}<0 \Leftrightarrow 1<m<3$.

So với điều kiện, ta có $1<m<3$.

Câu 4: Phương trình $x+\dfrac{1}{x-1}=\dfrac{2x-1}{x-1}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định $x\neq 1$.

Với điều kiện đó, phương trình đã cho tương đương

$x(x-1)+1=2x-1$

$\Leftrightarrow x^2-3x+2=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$

Đối chiếu điều kiện ta có $x=2$ là nghiệm duy nhất của phương trình.

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Câu 5: Tập nghiệm của phương trình: $\dfrac{x^2}{3-x}+\dfrac{3x}{x-3}=0$ là

A. $S=\{3\}$. **B.** $S=\varnothing$. **C.** $S=\{0\}$. **D.** $S=\{0;3\}$.

Lời giải

Chọn C

PT $\Leftrightarrow \dfrac{-x^2}{x-3}+\dfrac{3x}{x-3}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 3 \\ -x^2+3x=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=0$.

Vậy tập nghiệm phương trình là $S=\{0\}$.

Câu 6: Phương trình $|2x-8|+|x-6|=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn C

$\left|2x-8\right|+\left|x-6\right|=0\ (1)$

Vì $\begin{cases}\left|2x-8\right|\ge 0\\ \left|x-6\right|\ge 0\end{cases}$, $\forall x\in\mathbb{R}$ nên phương trình (1) $\Leftrightarrow\begin{cases}2x-8=0\\ x-6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\ x=6\end{cases}\Leftrightarrow x\in\varnothing$.

Vậy phương trình (1) vô nghiệm.

Câu 7: Tính tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2-4x-4}=\sqrt{2x+5}$

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

$\sqrt{3x^2-4x-4}=\sqrt{2x+5}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+5\ge 0\\ 3x^2-4x-4=2x+5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -\dfrac{5}{2}\\ 3x^2-6x-9=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -\dfrac{5}{2}\\ \left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=3\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=3\end{array}\right.$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình đã cho là: $-1+3=2$.

Câu 8: Tích các nghiệm của phương trình $x^2+2x\sqrt{x-\dfrac{1}{x}}=3x+1$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -1.

Lời giải

Chọn D.

Xét phương trình: $x^2+2x\sqrt{x-\dfrac{1}{x}}=3x+1\ (1)$

Điều kiện: $\begin{cases}x\ne 0\\ x-\dfrac{1}{x}\ge 0\end{cases}$

Chia hai vế phương trình cho $x\ne 0$ ta được:

$(1)\Leftrightarrow x-\dfrac{1}{x}+2\sqrt{x-\dfrac{1}{x}}-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{x-\dfrac{1}{x}}=1\\ \sqrt{x-\dfrac{1}{x}}=-3\,(loai)\end{array}\right.$.

Với $\sqrt{x-\dfrac{1}{x}}=1\Leftrightarrow x-\dfrac{1}{x}=1\Leftrightarrow x^2-x-1=0$. Vì $ac=-1<0$ nên phương trình này có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn điều kiện và có tích là $x_1x_2=-1$.

Câu 9: Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau

A. $\left|x\right|-\left|y\right|\le\left|x-y\right|$. **B.** $\left|x\right|\ge x$.

C. $|x| \ge -x$.

D. $|x| < 2 \Leftrightarrow x < -2$ hoặc $x > 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $|x| < 2 \Leftrightarrow -2 < x < 2$, suy ra khẳng định D sai.

Câu 10: Tìm điều kiện của bất phương trình $\sqrt{x+2} > \dfrac{12x}{x-2}$.

A. $\begin{cases} x+2>0 \\ x-2 \ne 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x+2 \ge 0 \\ x-2 \ne 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x+2 \ne 0 \\ x-2 \ge 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x+2 \ne 0 \\ x-2 > 0 \end{cases}$

.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định của BPT: $\begin{cases} x+2 \ge 0 \\ x-2 \ne 0 \end{cases}$.

Câu 11: Hệ bất phương trình $\begin{cases} mx \le m-3 \\ (m+3)x \ge m-9 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi

A. $m=1$.

B. $m=-2$.

C. $m=-1$.

D. $m=2$.

Lời giải

Chọn A

Hệ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $\begin{cases} m(m+3)>0 \\ \dfrac{m-3}{m} = \dfrac{m-9}{m+3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-\infty;-3) \cup (0;+\infty) \\ m=1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m=1$.

Câu 12: Số -2 thuộc tập nghiệm của bất phương trình nào?

A. $3x+2>0$.

B. $-2x-1<0$.

C. $4x-5<0$.

D. $3x-1>0$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Thay $x=-2$ lần lượt vào phương án A, B, C, D thì phương án C là đúng.

Cách 2:

$+ 3x+2>0 \Leftrightarrow x > -\dfrac{2}{3}$ và $-2 > -\dfrac{2}{3}$

$+ -2x-1<0 \Leftrightarrow x > -\dfrac{1}{2}$ và $-2 > -\dfrac{1}{2}$

$+ 4x-5<0 \Leftrightarrow x < \dfrac{5}{4}$ và $-2 < \dfrac{5}{4}$

$+ 3x-1>0 \Leftrightarrow x > \dfrac{1}{3}$ và $-2 > \dfrac{1}{3}$

Câu 13: Cho nhị thức bậc nhất $f(x) = 2-3x$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. $f(x)<0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right)$.

B. $f(x)<0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;\dfrac{2}{3}\right)$.

C. $f(x)>0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right)$.

D. $f(x)>0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;\dfrac{2}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Nhị thức bậc nhất $f(x)=2-3x$ có nghiệm $x=\dfrac{2}{3}$ và hệ số $a=-3<0$, suy ra

$f(x)>0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;\dfrac{2}{3}\right)$ và $f(x)<0 \Leftrightarrow x\in\left(\dfrac{2}{3};+\infty\right)$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $|5x-4|\geq 6$ có dạng $S=(-\infty;a]\cup[b;+\infty)$. Tính tổng $P=5a+b$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

$$|5x-4|\geq 6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}5x-4\geq 6\\ 5x-4\leq -6\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\geq 2\\ x\leq -\dfrac{2}{5}\end{array}\right. \Rightarrow S=\left(-\infty;\dfrac{-2}{5}\right]\cup[2;+\infty)$$

$$\Rightarrow \begin{cases}a=-\dfrac{2}{5}\\ b=2\end{cases} \Rightarrow P=5a+b=0$$

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình $|2x-3|\leq x+12$

A. $S=[-3;15]$. **B.** $S=(-\infty;-3]$.

C. $S=(-\infty;15]$. **D.** $S=(-\infty;-3]\cup[15;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$|2x-3|\leq x+12 \Leftrightarrow -x-12\leq 2x-3\leq x+12 \Leftrightarrow -3\leq x\leq 15$.

Vậy $S=[-3;15]$.

Câu 16: Bất phương trình $ax+b>0$ có tập nghiệm là R khi và chỉ khi

A. $\begin{cases}a>0\\ b>0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a=0\\ b>0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a=0\\ b\neq 0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a=0\\ b\leq 0\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

+ Với $\begin{cases}a>0\\ b>0\end{cases}$ thì $ax+b>0$ có tập nghiệm $T=\left(-\dfrac{b}{a};+\infty\right)$, đáp án A sai.

+ Với $\begin{cases}a=0\\ b>0\end{cases}$ thì $b>0$ có tập nghiệm $T=R$, đáp án B đúng.

+ Với $\begin{cases} a=0 \\ b\neq 0 \end{cases}$ thì $ax>0$ có tập nghiệm $T=(0;+\infty)$, đáp án C sai.

+ Với $\begin{cases} a=0 \\ b\leq 0 \end{cases}$ thì $b>0$ vô nghiệm, đáp án D sai.

Câu 17: Bất phương trình $\dfrac{2-x}{2x+1}>0$ có tập nghiệm là

A. $S=\left[-\dfrac{1}{2};2\right]$. **B.** $S=\left(-\dfrac{1}{2};2\right)$.

C. $S=\left(\dfrac{1}{2};2\right)$. **D.** $S=\left(-\dfrac{1}{2};2\right]$.

Lời giải

Chọn B

Ta có dấu của bất phương trình $\dfrac{2-x}{2x+1}>0$ cũng là dấu của bất phương trình $(2-x)(2x+1)>0$

$(2-x)(2x+1)>0 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}<x<2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=\left(-\dfrac{1}{2};2\right)$.

Câu 18: Cho tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c$ $(a\neq 0)$ có $\Delta=b^2-4ac>0$. Gọi $x_1;x_2$ $(x_1<x_2)$ là hai nghiệm phân biệt của $f(x)$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a khi $x_1<x<x_2$.

B. $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a khi $x<x_1$ hoặc $x>x_2$.

C. $f(x)$ luôn âm với mọi $x\in\mathbb{R}$.

D. $f(x)$ luôn dương với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Theo định lí về dấu của tam thức bậc hai.

Câu 19: Bảng xét dấu sau là của biểu thức nào?

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

A. $f(x)=x^2+3x+2$. **B.** $f(x)=(x-1)(-x+2)$.

C. $f(x)=-x^2-3x+2$. **D.** $f(x)=x^2-3x+2$.

Lời giải

Chọn B

Câu 20: Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $f\left(x\right)=3x^2+2x-5$ là tam thức bậc hai.

B. $f\left(x\right)=3x^3+2x-5$ là tam thức bậc hai.

C. $f\left(x\right)=x^4-x^2+1$ là tam thức bậc hai.

D. $f\left(x\right)=2x-4$ là tam thức bậc hai.

Lời giải

Chọn A

Câu 21: Cho các mệnh đề

I với mọi $x\in 1;4$ thì $-x^2+4x+5\geq 0$.

II với mọi $x\in -\infty;4 \cup 5;10$ thì $x^2+9x-10>0$.

III với mọi $x\in 2;3$ thì $x^2-5x+6\leq 0$.

A. Mệnh đề I , III đúng.

B. Chỉ mệnh đề I đúng.

C. Chỉ mệnh đề III đúng.

D. Cả ba mệnh đề đều sai.

Lời giải

Chọn A

Ta có $-x^2+4x+5\geq 0\Leftrightarrow -1\leq x\leq 5$. Vậy I đúng.

$x^2+9x-10>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-10\\x>1\end{array}\right.$. Vậy II sai.

$x^2-5x+6\leq 0\Leftrightarrow 2\leq x\leq 3$. Vậy III đúng.

Câu 22: Bất phương trình có tập nghiệm $S=\left(2;10\right)$ là

A. $\left(x-2\right)^2\sqrt{10-x}>0$.

B. $x^2-12x+20>0$.

C. $x^2-3x+2>0$.

D. $x^2-12x+20<0$.

Lời giải

Chọn D

• Xét đáp án A: $\left(x-2\right)^2\sqrt{10-x}>0$

Ta thấy $\left(x-2\right)^2>0$, $\forall x\neq 2$ và $\sqrt{10-x}>0$ với mọi $x<10$.

$\Rightarrow$ Tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(-\infty;10\right)\setminus\left\{2\right\}$.

• Xét đáp án B: $x^2-12x+20>0\Leftrightarrow\left(x-2\right)\left(x-10\right)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<2\\x>10\end{array}\right.$

$\Rightarrow$ Tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(-\infty;2\right)\cup\left(10;+\infty\right)$.

• Xét đáp án C: $x^2-3x+2>0\Leftrightarrow\left(x-1\right)\left(x-2\right)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<1\\x>2\end{array}\right.$

$\Rightarrow$ Tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(-\infty;1\right)\cup\left(2;+\infty\right)$.

• Xét đáp án D: $x^2-12x+20<0\Leftrightarrow\left(x-2\right)\left(x-10\right)<0\Leftrightarrow 2<x<10$.

$\Rightarrow$ Tập nghiệm của bất phương trình là $S=(2;10)$

Câu 23: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2-8x+7\ge 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào **không** là tập con của S?

A. $(-\infty;0]$. **B.** $(-\infty;-1]$. **C.** $[8;+\infty)$. **D.** $[6;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$x^2-8x+7\ge 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\le 1\\ x\ge 7\end{array}\right.$.

Suy ra $S=(-\infty;1]\cup[7;+\infty)$. Do đó $[6;+\infty)\not\subset S$.

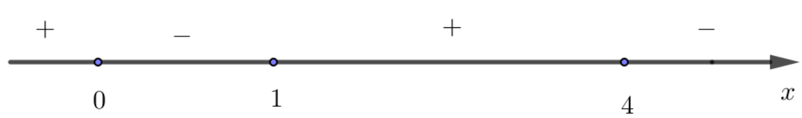
Câu 24: Với x thuộc tập nào dưới đây thì $f(x)=x(5x+2)-x(x^2+6)$ không dương

A. $(1;4)$. **B.** $[1;4]$.

C. $[0;1]\cup[4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1]\cup[4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C.



$f(x)\le 0 \Leftrightarrow x(5x+2-x^2-6)\le 0 \Leftrightarrow x(-x^2+5x-4)\le 0$ (2)

Có $x(-x^2+5x-4)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\\ x=1\\ x=4\end{array}\right.$

$(2)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0\le x\le 1\\ x\ge 4\end{array}\right.$.

Vậy $f(x)\le 0\Leftrightarrow x\in[0;1]\cup[4;+\infty)$.

Câu 25: Tổng bình phương các nghiệm nguyên của bất phương trình $\dfrac{(x^2-1)(2x^2+3x-5)}{4-x^2}\ge 0$ là

A. 5. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

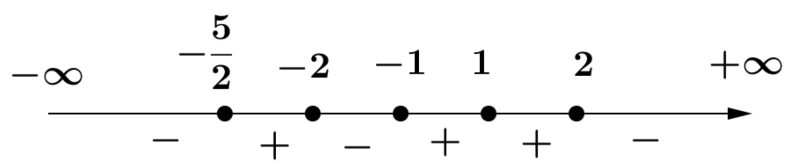
Ta có:

$x^2-1=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\\ x=-1\end{array}\right.$.

$2x^2+3x-5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-\dfrac{5}{2} \end{array}\right.$.

$4-x^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Trục xét dấu:



Tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left[-\dfrac{5}{2};-2\right)\cup[-1;2)$

Tổng bình phương các nghiệm nguyên bất phương trình là: $(-1)^2+(0)^2+(1)^2=2$.

Câu 26: Tập nghiệm của hệ $\begin{cases} x^2-7x+6\le 0 \\ x^2-8x+15\le 0 \end{cases}$

A. $S=[5;6]$. **B.** $S=[1;6]$. **C.** $S=[1;3]$. **D.** $S=[3;5]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} x^2-7x+6\le 0 \\ x^2-8x+15\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1\le x\le 6 \\ 3\le x\le 5 \end{cases} \Leftrightarrow 3\le x\le 5$.

Câu 27: Bất phương trình $\left|x^4-2x^2-3\right|\le x^2-5$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 0. **B.** 1.

C. 2. **D.** Nhiều hơn 2 nhưng hữu hạn

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=x^2\ (t\ge 0)$.

Khi đó bất phương trình trở thành $\left|t^2-2t-3\right|\le t-5$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases} t^2-2t-3\ge 0\\ t^2-2t-3\le t-5\end{cases}\\ \begin{cases} t^2-2t-3<0\\ -t^2+2t+3\le t-5\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases} t^2-2t-3\ge 0\\ t^2-3t+2\le 0\end{cases}\\ \begin{cases} t^2-2t-3<0\\ -t^2+t+8\le 0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}\left[\begin{array}{l} t\le -1\\ t\ge 3\end{array}\right.\\ 1\le t\le 2\end{cases}\\ \begin{cases} -1<t<3\\ \left[\begin{array}{l} t\le \dfrac{1-\sqrt{33}}{2}\\ t\ge \dfrac{1+\sqrt{33}}{2}\end{array}\right.\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow \text{Vô nghiệm.}$$

Vậy bất phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 28: Tìm m để mọi $x\in[0;+\infty)$ đều là nghiệm của bất phương trình $\left(m^2-1\right)x^2-8mx+9-m^2\ge 0$

A. $m\in\varnothing$. **B.** $m\in[-3;-1]$.

C. $m\in(-3;-1)$. **D.** $m\in\{-3;-1\}$.

Lời giải

Chọn C

$\left(m^2-1\right)x^2-8mx+9-m^2\ge 0 \ (1)$

+) $m^2-1=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1\\ m=-1\end{array}\right.$

Với $m=1$ bất phương trình có dạng $-8x+8\ge 0\Leftrightarrow x\le 1$. Do đó $m=1$ không thoả mãn.
Với $m=-1$ bất phương trình có dạng $8x+8\ge 0\Leftrightarrow x\ge -1$. Do đó $m=-1$ là một giá trị cần tìm.

+) $m^2-1\ne 0\Leftrightarrow m\ne \pm 1$. Khi đó vế trái là tam thức bậc hai có
$\Delta'=m^4+6m^2+9>0\ \forall m$ nên
tam thức luôn có 2 nghiệm $x_1<x_2$.

Suy ra mọi $x\in[0;+\infty)$ đều là nghiệm của bất phương trình $\left(m^2-1\right)x^2-8mx+9-m^2\ge 0$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m^2-1>0\\ x_1<x_2\le 0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-1>0\\ x_1+x_2=\dfrac{8m}{m^2-1}<0\\ x_1x_2=\dfrac{9-m^2}{m^2-1}\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l} m>1\\ m<-1\end{array}\right.\\ \left[\begin{array}{l} 0<m<1\\ m<-1\end{array}\right.\\ \left[\begin{array}{l} -3\le m<-1\\ 1<m\le 3\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow -3\le m<-1.$$

Từ đó suy ra $m\in[-3;-1]$.

Câu 29: Tìm m để $f(x)=\left(m^2+2\right)x^2-2(m+1)x+1$ luôn dương với mọi x.

A. $m < \dfrac{1}{2}$. **B.** $m \ge \dfrac{1}{2}$. **C.** $m > \dfrac{1}{2}$. **D.** $m \le \dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Nhận thấy $m^2 + 2 > 0$ với mọi m nên $f\left(x\right)$ là một tam thức bậc 2.

Để $f\left(x\right) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = m^2 + 2 > 0 \\ \Delta = \left[-2\left(m+1\right)\right]^2 - 4\left(m^2+2\right) < 0 \end{cases}$.

$\Leftrightarrow 8m - 4 < 0 \Leftrightarrow m < \dfrac{1}{2}$.

Câu 30: Tập nghiệm của bất phương trình $x + \sqrt{x-2} \le 2 + \sqrt{x-2}$ là

A. $S = [2;+\infty)$. **B.** $S = \{2\}$. **C.** $S = (-\infty;2)$. **D.** $S = \varnothing$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $x + \sqrt{x-2} \le 2 + \sqrt{x-2}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 \ge 0 \\ x \le 2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 2 \\ x \le 2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x = 2$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S = \{2\}$.

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x-2019} > \sqrt{2019-x}$ là:

A. $\text{S}=\left(-\infty;2018\right)$. **B.** $\text{S}=\left(2018;+\infty\right)$. **C.** $\text{S}=\varnothing$. **D.** $\text{S}=\left\{2018\right\}$

.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} x - 2019 \ge 0 \\ x - 2019 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2019.$

$\sqrt{x-2019} > \sqrt{2019-x} \Leftrightarrow x - 2019 > 2019 - x \Leftrightarrow x > 2019$ không thỏa điều kiện.

Vậy $\text{S}=\varnothing$.

Câu 32: Tính tổng các nghiệm nguyên thuộc $\left[-5;5\right]$ của bất phương trình

$\sqrt{x^2-9}\left(\dfrac{3x-1}{x+5}\right) \le x\sqrt{x^2-9} (*)$

A. 2. **B.** 12. **C.** 0. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

$\sqrt{x^2-9}\left(\dfrac{3x-1}{x+5}\right) \le x\sqrt{x^2-9} (*)$

Điều kiện: $\begin{cases} x^2-9\ge 0 \\ x+5\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x\ge 3 \\ x\le -3 \end{array}\right. \\ x\ne -5 \end{cases}$.

- Nếu $\sqrt{x^2-9}=0 \Leftrightarrow x=\pm 3$, bất phương trình đúng.

- Nếu $\sqrt{x^2-9}>0$, $\Leftrightarrow \dfrac{3x-1}{x+5}\le x \Leftrightarrow \dfrac{-x^2-2x-1}{x+5}\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ \dfrac{-1}{x+5}\le 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x>-5 \end{array}\right.$

Mà $x\in[-5;5]$.

Nên $x\in(-5;-3]\cup[3;5)$.

Do đó tổng tất cả các nghiệm nguyên thuộc $[-5;5]$ của bất phương trình là:

$-4+(-3)+3+4=0$.

Câu 33: Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{2x+4}-2\sqrt{2-x}>\dfrac{12x-8}{\sqrt{9x^2+16}}$ là

A. $S=\left(-\infty;\dfrac{2}{3}\right)\cup\left(\dfrac{4\sqrt{2}}{3};+\infty\right)$.

B. $S=[-2;1)\cup\left(\dfrac{4\sqrt{2}}{3};3\right]$.

C. $S=\left[-2;\dfrac{2}{3}\right)\cup\left(\dfrac{4\sqrt{2}}{3};2\right]$.

D. $S=\left(-2;\dfrac{2}{3}\right)\cup\left(\dfrac{4\sqrt{2}}{3};2\right)$.

Lời giải

Chọn C

Bất phương trình: $\sqrt{2x+4}-2\sqrt{2-x}>\dfrac{12x-8}{\sqrt{9x^2+16}}$.

Điều kiện: $-2\le x\le 2$.

Bất phương trình tương đương: $\dfrac{6x-4}{\sqrt{2x+4}+2\sqrt{2-x}}>\dfrac{12x-8}{\sqrt{9x^2+16}}$. $(*)$

+ Với $x=\dfrac{2}{3}$ không thỏa mãn.

+ Với $x\in\left(\dfrac{2}{3};2\right]$, ta có:

$(*)\Leftrightarrow \dfrac{1}{\sqrt{2x+4}+2\sqrt{2-x}}>\dfrac{2}{\sqrt{9x^2+16}} \Leftrightarrow \sqrt{9x^2+16}>2\left(\sqrt{2x+4}+2\sqrt{2-x}\right)$

$\Leftrightarrow 9x^2+16>4\left(2x+4+8-4x+4\sqrt{(2x+4)(2-x)}\right) \Leftrightarrow 9x^2-32>8\left(2\sqrt{8-2x^2}-x\right)$

$\Leftrightarrow 9x^2-32>8\dfrac{32-9x^2}{2\sqrt{8-2x^2}+x} \Leftrightarrow \left(9x^2-32\right)\left(1+\dfrac{8}{2\sqrt{8-2x^2}+x}\right)>0 \Leftrightarrow 9x^2-32>0$

$\Leftrightarrow x<-\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$ hoặc $x>\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$.

Suy ra $S_1 = \left(\dfrac{4\sqrt{2}}{3}; 2\right]$.

+ Với $x \in \left[-2; \dfrac{2}{3}\right)$, ta có: $(*) \Leftrightarrow \dfrac{1}{\sqrt{2x+4} + 2\sqrt{2-x}} < \dfrac{2}{\sqrt{9x^2+16}}$

$\Leftrightarrow \sqrt{9x^2+16} < 2\left(\sqrt{2x+4} + 2\sqrt{2-x}\right)$, đúng với $\forall x \in \left[-2; \dfrac{2}{3}\right)$

$\Leftrightarrow 9x^2 + 16 < 4\left(2x+4+8-4x+4\sqrt{(2x+4)(2-x)}\right) \Leftrightarrow 9x^2 - 32 < 8\left(2\sqrt{8-2x^2} - x\right)$

$\Leftrightarrow 9x^2 - 32 < 8\dfrac{32-9x^2}{2\sqrt{8-2x^2}+x} \Leftrightarrow \left(9x^2-32\right)\left(1 + \dfrac{8}{2\sqrt{8-2x^2}+x}\right) < 0 \Leftrightarrow 9x^2 - 32 < 0$

$\Leftrightarrow -\dfrac{4\sqrt{2}}{3} < x < \dfrac{4\sqrt{2}}{3}$.

Suy ra $S_2 = \left[-2; \dfrac{2}{3}\right)$.

Vậy bất phương trình có tập nghiệm $S = S_1 \cup S_2 = \left[-2; \dfrac{2}{3}\right) \cup \left(\dfrac{4\sqrt{2}}{3}; 2\right]$.

Câu 34: Cho tam giác ABC có $AB = 4,\ AC = 6,\ \widehat{BAC} = 60°$. Cạnh BC bằng

A. $\sqrt{24}$. **B.** $2\sqrt{7}$. **C.** 28. **D.** $\sqrt{52}$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng định lý cosin cho tam giác ABC, ta có:

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2.AB.AC.\cos BAC$

$= 4^2 + 6^2 - 2.4.6.\cos 60°$

$= 28$

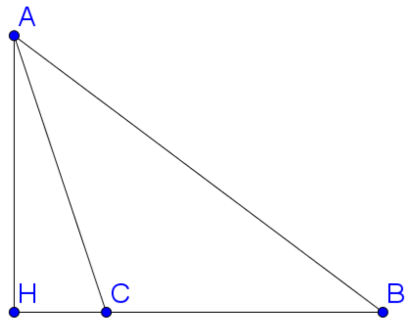
$\Rightarrow BC = 2\sqrt{7}.$

Câu 35: Cho tam giác ABC có $BC = 5, AB = 9, \cos C = -\dfrac{1}{10}$. Tính độ dài đường cao hạ từ đỉnh A của tam giác ABC.

A. $\dfrac{21\sqrt{11}}{40}$. **B.** $\dfrac{21\sqrt{11}}{10}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{462}}{40}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{462}}{10}$.

Lời giải

Chọn B



Do $\cos ACB = -\frac{1}{10} \Rightarrow ACB > 90^o$.

$\Rightarrow \Delta ABC$ như hình vẽ.

Áp dụng hệ quả ĐL cosin cho tam giác ABC ta có:

$\cos ACB = \frac{AC^2 + BC^2 - AB^2}{2AC.BC} \Leftrightarrow -\frac{1}{10} = \frac{AC^2 + 5^2 - 9^2}{2AC.5} \Rightarrow AC = 7$.

Khi đó: $\cos ABC = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB.BC} = \frac{9^2 + 5^2 - 7^2}{2.9.5} = \frac{19}{30}$.

Mà $\sin^2 ABC + \cos^2 ABC = 1 \Rightarrow \sin ABC = \frac{7\sqrt{11}}{30}$.

Xét ΔAHB vuông tại H, ta có: $\sin ABH = \frac{AH}{AB} \Rightarrow \frac{7\sqrt{11}}{30} = \frac{AH}{9} \Rightarrow AH = \frac{21\sqrt{11}}{10}$.

Câu 36: Cho tam giác ABC có $BC = a$; $A = \alpha$ và hai đường trung tuyến BM, CN vuông góc với nhau. Diện tích tam giác ABC là:.

A. $a^2 \cos\alpha$. **B.** $a^2 \cos\alpha$.

C. $a^2 \sin\alpha$. **D.** $a^2 \tan\alpha$.

Lời giải

Chọn D

Trong tam giác ABC với $BC = a$; $AC = b$, $AB = c$.

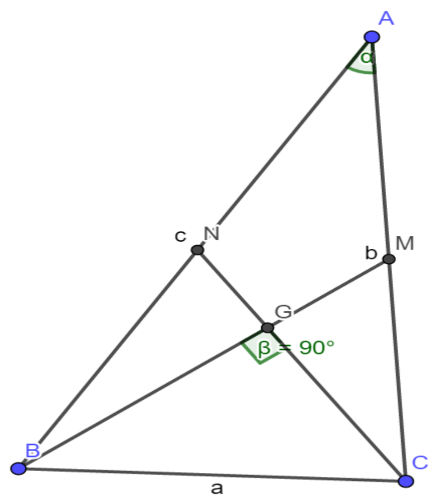
Tam giác ABC có hai đường trung tuyến BM, CN vuông góc với nhau khi và chỉ khi $b^2 + c^2 = 5a^2$ (1).

Mặt khác theo định lí cô sin trong tam giác, ta có $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $a^2 = 5a^2 - 2bc\cos A \Leftrightarrow bc = \frac{2a^2}{\cos A}$.

Diện tích tam giác $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}.bc.\sin A = \frac{1}{2}.\frac{2a^2}{\cos A}.\sin A = a^2.\tan A = a^2 \tan\alpha$.

Chứng minh bài toán: Tam giác ABC có hai đường trung tuyến BM, CN vuông góc với nhau khi và chỉ khi $b^2 + c^2 = 5a^2$ (1).



Ta có: $CG^2=\frac{4}{9}CN^2=\frac{4}{9}\left(\frac{a^2+b^2}{2}-\frac{c^2}{4}\right)=\frac{2a^2+2b^2-c^2}{9}$.

Tương tự, ta có $BG^2=\frac{2a^2+2c^2-b^2}{9}$.

Do $BM\perp CN\Leftrightarrow BG^2+CG^2=BC^2\Rightarrow\frac{2a^2+2b^2-c^2}{9}+\frac{2a^2+2c^2-b^2}{9}=a^2$

$\Leftrightarrow b^2+c^2=5a^2$.

Câu 37: Cho ΔABC có $AB=c,BC=a,CA=b$, bán kính đường tròn ngoại tiếp là R. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $b=2R\sin A$. **B.** $c=2R\sin C$.

C. $\frac{a}{\sin A}=2R$. **D.** $b=\frac{a.\sin B}{\sin A}$.

Lời giải

Chọn A

Theo định lý sin ta có: $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R\ (1)$.

Từ công thức $(1)\Rightarrow b=2R\sin B$ nên phương án A sai.

Từ công thức $(1)\Rightarrow c=2R\sin C$ nên phương án B đúng.

Từ công thức $(1)\Rightarrow\frac{a}{\sin A}=2R$ nên phương án C đúng.

Từ công thức $(1)\Rightarrow b=\frac{a.\sin B}{\sin A}$ nên phương án D đúng.

Câu 38: Cho tam giác ABC có $AB=8,BC=10,CA=6$, M là trung điểm của BC. Độ dài trung tuyến AM bằng:

A. 5. **B.** $\sqrt{24}$. **C.** 25. **D.** $\sqrt{26}$.

Lời giải

Chọn A

Trong tam giác ABC ta có,

$$AM^2=\frac{AB^2+AC^2}{2}-\frac{BC^2}{4}=\frac{8^2+6^2}{2}-\frac{10^2}{4}=25\Rightarrow AM=5.$$

Câu 39: Cho tam giác ABC có $AB=8$, $AC=18$ và diện tích bằng 64. Tính $\sin A$?

A. $\frac{3}{8}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{8}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức tính diện tích ΔABC:

$$S=\frac{1}{2}AB.AC.\sin A\Rightarrow \sin A=\frac{2S}{AB.AC}=\frac{2.64}{8.18}=\frac{8}{9}.$$

Câu 40: Cho tam giác ABC có $AB=5$, $BC=7$, $CA=8$. Bán kính đường tròn nội tiếp ΔABC bằng

A. 2. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

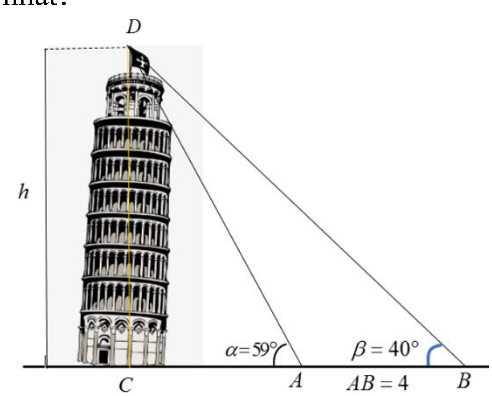
Chọn C

Đặt $c=AB$, $a=BC$, $b=CA$, $p=\frac{a+b+c}{2}=10$.

Diện tích tam giác ABC bằng $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}=10\sqrt{3}$.

Bán kính đường tròn nội tiếp ΔABC $r=\frac{S}{p}=\sqrt{3}$.

Câu 41: Với các số đo trên hình vẽ sau, chiều cao h của tháp nghiêng Pisa gần với giá trị nào nhất?



A. 8. **B.** 7.5. **C.** 6.5. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Xét tam giác ABD ta có: $BAD=121°\Rightarrow ADB=19°$.

Lại có: $\frac{AD}{\sin 40°}=\frac{AB}{\sin 19°}\Rightarrow AD=\frac{4.\sin 40°}{\sin 19°}\approx 7,9$.

Xét tam giác CAD vuông tại C có: $h=CD=AD.\sin 59°\approx 6.8$.

Câu 42: Cho đường thẳng Δ có phương trình $\begin{cases} x = 5t \\ y = 3 - 3t \end{cases}$. Trong các điểm sau đây điểm nào không thuộc Δ

A. $M(-5;6)$. **B.** $M(5;3)$. **C.** $M(0;3)$. **D.** $M(5;0)$.

Lời giải

Chọn B

Với $M(-5;6)$ thay $x = -5, y = 6$ vào phương trình $\begin{cases} x = 5t \\ y = 3 - 3t \end{cases}$ ta có:

$\begin{cases} -5 = 5t \\ 6 = 3 - 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -1 \end{cases} \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow M \in d.$

Với $M(5;3)$ thay $x = 5, y = 3$ vào phương trình $\begin{cases} x = 5t \\ y = 3 - 3t \end{cases}$ ta có:

$\begin{cases} 5 = 5t \\ 3 = 3 - 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 0 \end{cases} (VN) \Rightarrow M \notin d.$

Với $M(0;3)$ thay $x = 0, y = 3$ vào phương trình $\begin{cases} x = 5t \\ y = 3 - 3t \end{cases}$ ta có:

$\begin{cases} 0 = 5t \\ 3 = 3 - 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow M \in d.$

Với $M(5;0)$ thay $x = 0, y = 5$ vào phương trình $\begin{cases} x = 5t \\ y = 3 - 3t \end{cases}$ ta có:

$\begin{cases} 5 = 5t \\ 0 = 3 - 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 1 \end{cases} \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow M \in d.$

Câu 43: Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1}$ có môt véc tơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_4} = (1;3)$. **B.** $\overrightarrow{u_1} = (1;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (2;-1)$. **D.** $\overrightarrow{u_2} = (-1;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1}$ có một véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_3} = (2;-1)$.

Câu 44: Cho đường thẳng $\Delta : x - 3y + 2 = 0$. Vectơ nào sau đây **không** phải vectơ pháp tuyến của Δ?

A. $\overrightarrow{n_2} = (-2;6)$. **B.** $\overrightarrow{n_1} = (1;-3)$. **C.** $\overrightarrow{n_3} = \left(\frac{1}{3};-1\right)$. **D.** $\overrightarrow{n_4} = (3;1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có, vectơ pháp tuyến của Δ có dạng $k\vec{n} = (k;-3k)$ với $k \neq 0$.

Đối chiếu các đáp án suy ra D sai.

Câu 45: Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A\ 3;-1$ và $B\ -6;2$ là

A. $\begin{cases} x=-1+3t \\ y=2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-6-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-1-t \end{cases}$

.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng AB đi qua hai điểm $A\ 3;-1$ và $B\ -6;2$ nên đường thẳng AB nhận $\overrightarrow{AB}=\ -9;3$ làm véc tơ chỉ phương hay nhận $\vec{u}=\ 3;-1$ làm véc tơ chỉ phương.

Vậy đường thẳng AB đi qua $A\ 3;-1$ và nhận $\vec{u}=\ 3;-1$ làm véc tơ chỉ phương có phương trình tham số là $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-1-t \end{cases}$.

Câu 46: Đường thẳng đi qua $M\left(2;0\right)$, song song với đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=-4+5t \\ y=1-t \end{cases}$ có phương trình tổng quát là

A. $x+5y-2=0$. **B.** $5x-y-10=0$.

C. $x+5y+1=0$. **D.** $2x+10y-13=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi d là đường thẳng đi qua $M\left(2;0\right)$ và song song với đường thẳng Δ.

Đường thẳng Δ có VTCP $\vec{u}=\left(5;-1\right)$, thì đường thẳng d có VTCP $\vec{u}=\left(5;-1\right)$.

Suy ra đường thẳng d có VTPT $\vec{n}=\left(1;5\right)$.

Phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua $M\left(2;0\right)$, VTPT $\vec{n}=\left(1;5\right)$ có dạng:

$\left(x-2\right)+5\left(y-0\right)=0 \Leftrightarrow x+5y-2=0$.

Câu 47: Cho tam giác ABC có $A\left(1;1\right), B\left(0;-2\right), C\left(4;2\right)$. Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác là

A. $2x+y-3=0$. **B.** $x+y-2=0$. **C.** $x+2y-3=0$. **D.** $x+y=0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi M là trung điểm của cạnh $BC \Rightarrow M\left(2;0\right)$.

$\overrightarrow{AM}=\left(1;-1\right)$.

Đường thẳng AM đi qua điểm $A\left(1;1\right)$ nhận $\vec{n}=\left(1;1\right)$ làm một vectơ pháp tuyến có phương trình là:

$1.\left(x-1\right)+1.\left(y-1\right)=0 \Leftrightarrow x+y-2=0$.

Câu 48: Cho tam giác ABC có trực tâm $H\ 1;1$, phương trình cạnh $AB: 5x-2y+6=0$, phương trình cạnh $AC: 4x+7y-21=0$ thì phương trình cạnh BC là

A. $x-2y-14=0$. **B.** $x-2y+14=0$.

C. $x+2y-14=0$. **D.** $4x+2y+1=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $A=AB\cap AC$ nên tọa độ của A là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}5x-2y+6=0\\4x+7y-21=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=3\end{cases}\Rightarrow A\ \ 0;3\ \ \Rightarrow\overrightarrow{AH}=\ \ 1;-2\ \ .$$

Ta có đường thẳng $BH\perp AC$ nên phương trình đường thẳng $BH:7x-4y+a=0$.

$H\in BH\Leftrightarrow 7-4+a=0\Leftrightarrow a=-3\Rightarrow BH:7x-4y-3=0$.

Ta có $B=AB\cap BH$ nên tọa độ của A là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}5x-2y+6=0\\7x-4y-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-5\\y=-\dfrac{19}{2}\end{cases}\Rightarrow B\left(-5;-\frac{19}{2}\right).$$

Đường thẳng BC đi qua điểm B nhận $\overrightarrow{AH}$ là VTPT có phương trình

$$x+5-2\left(y+\frac{19}{2}\right)=0\Leftrightarrow x-2y-14=0.$$

Câu 49: Cho đường thẳng d_1 có phương trình $\begin{cases}x=2+t\\y=-3t\end{cases}$ và d_2 có phương trình $2x+y-5=0$.

Biết $d_1\cap d_2=M$ thì tọa độ điểm M là:

A. $M(-1;-3)$. **B.** $M(3;1)$. **C.** $M(3;-3)$. **D.** $M(1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Do $d_1\cap d_2=M$ nên tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases}x=2+t\\y=-3t\\2x+y-5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2+t\\y=-3t\\2(2+t)-3t-5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-1\\x=1\\y=3\end{cases}\Rightarrow M(1;3).$$

Câu 50: Cho $A(-1;2)$, $B(-3;2)$ và đường thẳng $\Delta:2x-y+3=0$, điểm $C\in\Delta$ sao cho tam giác ABC cân ở C. Tọa độ của điểm C là

A. $C(0;3)$. **B.** $C(-2;5)$. **C.** $C(-2;-1)$. **D.** $C(1;1)$.

Lời giải

Chọn C

$C\in\Delta\Rightarrow C(t;2t+3)$.

Do tam giác ABC cân ở C nên

$CA=CB\Leftrightarrow CA^2=CB^2\Leftrightarrow(-1-t)^2+(-1-2t)^2=(-3-t)^2+(-1-2t)^2$

$\Leftrightarrow t^2+2t+1=t^2+6t+9\Leftrightarrow 4t=-8\Leftrightarrow t=-2$.

Suy ra $C(-2;-1)$.

Đề số 4.

I. Trắc nghiệm (7 điểm)

Câu 1: Tam thức bậc hai $f\left(x\right)=x^2-mx+3$. Với giá trị nào của m thì $f\left(x\right)$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m\in\left(-\infty;-2\sqrt{3}\right)\cup\left(2\sqrt{3};+\infty\right)$.

B. $m\in\left(2\sqrt{3};+\infty\right)$.

C. $m\in\left(-2\sqrt{3};2\sqrt{3}\right)$.

D. $m\in\left(-\infty;-2\sqrt{3}\right]\cup\left[2\sqrt{3};+\infty\right)$.

Câu 2: Tìm tất cả các giá trị x thỏa mãn điều kiện của bất phương trình $\sqrt[3]{2x+1}+|x|>\frac{x}{\sqrt{2-x}}$

.

A. $x\in\left[\frac{-1}{2};2\right)$ **B.** $x\in\left(0;2\right)$ **C.** $x\in\left(-\infty;2\right]$ **D.** $x\in\left(-\infty;2\right)$

Câu 3: Cặp bất phương trình nào sau đây là tương đương?

A. $2x-1>0$ và $2x-1+\frac{1}{x-2}>\frac{1}{x-2}$.

B. $2x-1>0$ và $2x-1+\frac{1}{x+2}>\frac{1}{x+2}$.

C. $2x-1>0$ và $\left(2x-1\right)\left(x-3\right)^2>0$.

D. $2x-1>0$ và $\left(2x-1\right)^2>0$.

Câu 4: Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

A. $3x+x^2-6>0$. **B.** $x-\frac{1}{x}>0$.

C. $x<0$. **D.** $\left(x-1\right)\left(3x+1\right)<0$.

Câu 5: Hệ bất phương trình sau $\begin{cases}3\left(x-3\right)\le 2x-1\\ \frac{1-x}{2}<x-10\\ x-3\ge 4\end{cases}$ có tập nghiệm là

A. $\varnothing$. **B.** $\left[7;+\infty\right)$. **C.** $\left(7;8\right]$. **D.** $\left[7;8\right]$.

Câu 6: Bảng xét dấu sau là của biểu thức nào?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f\left(x\right)$		+	0	$-$	

A. $f\left(x\right)=-x-2$. **B.** $f\left(x\right)=x-2$. **C.** $f\left(x\right)=16-8x$. **D.** $f\left(x\right)=2-4x$.

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $-3x-6>0$ là:

A. $\left(-\infty;-2\right)$. **B.** $\left(2;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;2\right)$. **D.** $\left(-2;+\infty\right)$.

Câu 8: $f(x)=ax+b\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

A. $\begin{cases} a \neq 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} a < 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} a = 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} a > 0 \\ b = 0 \end{cases}$

Câu 9: Tìm số các giá trị nguyên của m để mọi x thuộc đoạn $[-1;2]$ đều là nghiệm của bất phương trình $(2m+1)x - 3m + 2 \geq 0(1)$

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3

Câu 10: Miền nghiệm của bất phương trình $2(x+3) - 7 < 5 - x - 2y$ không chứa điểm nào trong các điểm sau?

A. $M(2;3)$. **B.** $N(2;-1)$. **C.** $P(0;0)$. **D.** $Q(-2;1)$.

Câu 11: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - \dfrac{3}{2}y \geq 1(1) \\ 4x - 3y \leq 2\ (2) \end{cases}$ có tập nghiệm là S. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

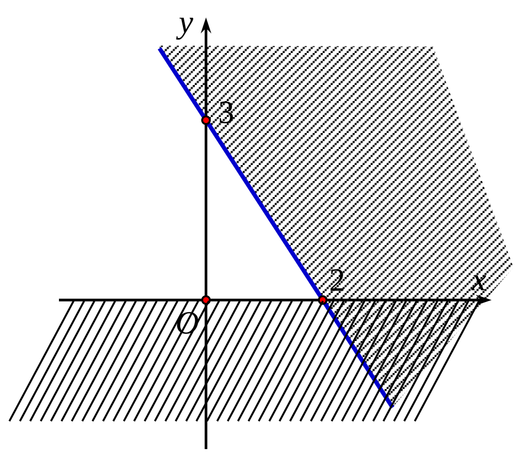
A. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng chứa gốc tọa độ kể cả bờ d, với d là đường thẳng $4x - 3y = 2$.

B. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng không chứa gốc tọa độ kể cả bờ d, với d là đường thẳng $4x - 3y = 2$.

C. $S = \{(x;y) \mid 4x - 3y = 2\}$.

D. $\left(-\dfrac{1}{4};-1\right) \notin S$.

Câu 12: Phần không gạch chéo ở hình sau đây là biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ sau?



A. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y > -6 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < -6 \end{cases}$.

Câu 13: Một người nông dân dự định trồng mía và ngô trên diện tích 8 sào đất (1 sào bằng $360m^2$). Nếu trồng mía thì trên mỗi sào cần 10 công và thu lãi 1500000 đồng, nếu trồng ngô thì trên mỗi sào cần 15 công và thu lãi 2000000 đồng. Biết tổng số công cần dùng không vượt quá 90 công. Tính tổng số tiền lãi cao nhất mà người nông dân có thể thu được.

A. 14 (triệu đồng) **B.** 12 (triệu đồng)

C. 16 (triệu đồng) **D.** 13 (triệu đồng)

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - x - 6 < 0$ là:

A. $(-2;3)$. **B.** $(-3;2)$

C. $(-\infty;-2)\cup(3;+\infty)$ **D.** $(-\infty;-3)\cup(2;+\infty)$.

Câu 15: Tam thức bậc hai $y = x^2 - 2x - 3$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

A. $x < -2$ hoặc $x > 6$. **B.** $-1 < x < 3$. **C.** $x < -1$ hoặc $x > 3$. **D.** $x < -3$ hoặc $x > -1$.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình: $\dfrac{x^2 + 2x - 8}{x+1^{\;2}} < 0$ là:

A. $(-4;-1)\cup(-1;2)$. **B.** $(-4;-1)\cup(2;+\infty)$. **C.** $(-4;2)$. **D.** $(-1;2)$.

Câu 17: Gọi M, m lần lượt là nghiệm nguyên lớn nhất và nhỏ nhất của bất phương trình $\dfrac{x^2 - x - 10}{x^2 + 2x - 3} \geq 2$. Tính $M + m$.

A. -4. **B.** -3. **C.** -5. **D.** -2.

Câu 18: Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 + 6x + 8 \leq 0 \\ x^2 + 4x + 3 \leq 0 \end{cases}$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 19: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x - m \leq 0 \\ x^2 - x - 24 \leq 1 - x \end{cases}$. Hệ đã cho có nghiệm khi và chỉ khi

A. $-5 < m < 5$. **B.** $m > -5$. **C.** $m > 5$. **D.** $m \geq -5$.

Câu 20: Bất phương trình $\left|x^2 - 4\right| \geq 4 - x^2$ có tập nghiệm là:

A. $S = (-\infty;+\infty)$ ***B.*** $S = \{\pm 2\}$

C. $S = (-\infty;-2] \cup [2;+\infty)$. ***D.*** $S = [-2;2]$

Câu 21: Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$. Điều kiện cần và đủ để $f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là:

A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a \leq 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.

Câu 22: Cho tam thức bậc hai $f(x) = -2x^2 + (m+2)x + m - 4$. Tìm m để $f(x)$ luôn âm với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $-14 \leq m \leq 2$. **B.** $-14 < m < 2$.

C. $-2 < m < 14$. **D.** $m < -14$ hoặc $m > 2$

Câu 23: Bất phương trình $\sqrt{x^2+x-2}\left(x^2-2mx+m^2-1\right)<0$ có nghiệm khi và chỉ khi $m\in(-\infty;a)\cup(b;+\infty)$. Tính a^2+b.

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 24: Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x+1}<2x-1$ là :

A. $[-1;0)\cup\left(\frac{5}{4};+\infty\right)$. **B.** $(-1;0)\cup\left(\frac{5}{4};+\infty\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};\frac{5}{4}\right)$. **D.** $\left(\frac{5}{4};+\infty\right)$.

Câu 25: Tam giác ABC có $BC=a, AC=b, AB=c$, góc $A=120^\circ$. Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

A. $a^2=b^2+c^2-3bc$. **B.** $a^2=b^2+c^2-bc$.

C. $a^2=b^2+c^2+3bc$. **D.** $a^2=b^2+c^2+bc$.

Câu 26: Cho ΔABC có $B=30^\circ, AB=a, BC=a\sqrt{3}$, trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $5BM=2BC$.

Tính độ dài đoạn AM.

A. $\frac{a\sqrt{17}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{7}}{5}$.

Câu 27: Cho tam giác ABC có $AB=c,\ AC=b,\ BC=a$. Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\sin A=\frac{a}{2R}$. **B.** $a=R\sin A$.

C. $R=\frac{a}{\sin A}$. **D.** $a=2R\cos A$.

Câu 28: Muốn đo khoảng cách từ người A trên bờ đến chiếc thuyền C neo đậu trên sông, người ta chọn một điểm B trên bờ và đo được $AB=160\,(m)$, $CAB=45^\circ$, $CBA=70^\circ$. Tính độ dài đoạn AC (xấp xỉ đến hàng phần trăm)

A. $74{,}87$ (m) **B.** $74{,}88$ (m)

C. $165{,}93$ (m) **D.** $165{,}89$ (m)

Câu 29: Cho tam giác ABC có $AB=c,\ BC=a,\ AC=b$. Gọi M là trung điểm của BC. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $AM=\frac{b^2+c^2}{2}-\frac{a^2}{4}$. **B.** $AM=\frac{b^2+c^2-2a^2}{4}$.

C. $AM=\frac{a}{2}$. **D.** $AM=\sqrt{\frac{b^2+c^2}{2}-\frac{a^2}{4}}$.

Câu 30: Cho một tam giác có độ dài ba cạnh lần lượt là $13, 14, 15$. Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó.

A. 2. **B.** 4. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 3.

Câu 31: Cho tam giác ABC có $BC=a$, góc A bằng α và hai đường trung tuyến BM, CN vuông góc với nhau. Diện tích $\triangle ABC$ là

A. $2a^2\sin\alpha$. **B.** $a^2\sin\alpha$. **C.** $2a^2\tan\alpha$. **D.** $a^2\tan\alpha$.

Câu 32: Cho tam giác ABC có $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$. Nhận dạng tam giác ABC biết $\frac{1+\cos B}{\sin B}=\frac{2a+c}{\sqrt{4a^2-c^2}}$.

A. Tam giác cân. **B.** Tam giác vuông.
C. Tam giác đều. **D.** Tam giác có góc $60°$.

Câu 33: Tam giác ABC có $\sin^2 A=\sin B.\sin C$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\cos A=\frac{1}{2}$. **B.** $\cos A>\frac{1}{2}$. **C.** $\cos A<\frac{1}{2}$. **D.** $\cos A\ge\frac{1}{2}$.

Câu 34: Trong các cặp bất phương trình dưới đây, cặp bất phương trình nào tương đương?

A. $\sqrt{1-x}\le x$ và $1-x\le x^2$. **B.** $\frac{1}{x}\le 1$ và $x\ge 1$.

C. $2x-3-\frac{1}{x}<x-4-\frac{1}{x}$ và $2x-3<x-4$. **D.** $x^2\ge x$ và $x\ge 1$.

Câu 35: Bất phương trình $\sqrt{3-x}+\sqrt{x+5}\ge -10$ có bao nhiêu nghiệm?

A. Hai nghiệm. **B.** Vô số nghiệm.
C. Vô nghiệm. **D.** Có một nghiệm.

II. Tự luận (3 điểm)

Câu 36. Giải bất phương trình $\frac{3x-1}{x+1}\ge 2$.

Câu 37. Tìm m để $f\left(x\right)=mx^2-2mx+3>0\ \forall x\in R$.

Câu 38. Cho tam giác ABC có $AB=2, AC=3, BAC=60^\circ$. Tính độ dài BC và $\sin B$.

Đáp án và thang điểm

I. Trắc nghiệm

A. Bảng đáp án: 0,2 x 35 = 7 điểm

1	2	3	4	5	6	7
A	D	B	C	C	C	D
8	9	10	11	12	13	14
C	C	D	C	B	D	A
15	16	17	18	19	20	21
C	A	A	C	D	A	A
22	23	24	25	26	27	28
B	B	D	A	D	A	D
29	30	31	32	33	34	35
D	B	D	A	D	C	B

B. Lời giải chi tiết

Câu 1: Tam thức bậc hai $f\left(x\right)=x^2-mx+3$. Với giá trị nào của m thì $f\left(x\right)$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m\in\left(-\infty;-2\sqrt{3}\right)\cup\left(2\sqrt{3};+\infty\right)$. **B.** $m\in\left(2\sqrt{3};+\infty\right)$.

C. $m\in\left(-2\sqrt{3};2\sqrt{3}\right)$. **D.** $m\in\left(-\infty;-2\sqrt{3}\right]\cup\left[2\sqrt{3};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

Để $f\left(x\right)$ có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta>0\Leftrightarrow m^2-12>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<-2\sqrt{3}\\m>2\sqrt{3}\end{array}\right.$

Câu 2: Tìm tất cả các giá trị x thỏa mãn điều kiện của bất phương trình $\sqrt[3]{2x+1}+|x|>\dfrac{x}{\sqrt{2-x}}$.

A. $x\in\left[\dfrac{-1}{2};2\right)$ **B.** $x\in\left(0;2\right)$ **C.** $x\in\left(-\infty;2\right]$ **D.** $x\in\left(-\infty;2\right)$

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $2-x>0\Leftrightarrow x<2$

Vậy $x\in\left(-\infty;2\right)$

Câu 3: Cặp bất phương trình nào sau đây là tương đương?

A. $2x-1>0$ và $2x-1+\dfrac{1}{x-2}>\dfrac{1}{x-2}$. **B.** $2x-1>0$ và $2x-1+\dfrac{1}{x+2}>\dfrac{1}{x+2}$.

C. $2x-1>0$ và $\left(2x-1\right)\left(x-3\right)^2>0$. **D.** $2x-1>0$ và $\left(2x-1\right)^2>0$.

Lời giải

Chọn B

Bất phương trình $2x-1>0\Leftrightarrow x>\dfrac{1}{2}$.

Bất phương trình $2x-1+\dfrac{1}{x-2}>\dfrac{1}{x-2}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 2\\x>\dfrac{1}{2}\end{cases}$. Đáp án A sai.

Bất phương trình $2x-1+\dfrac{1}{x+2}>\dfrac{1}{x+2}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq -2\\x>\dfrac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow x>\dfrac{1}{2}$. Đáp án B đúng.

Bất phương trình $\left(2x-1\right)\left(x-3\right)^2>0\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 3\\x>\dfrac{1}{2}\end{cases}$. Đáp án C sai.

Bất phương trình $\left(2x-1\right)^2>0\Leftrightarrow\begin{cases}x<\dfrac{1}{2}\\x>\dfrac{1}{2}\end{cases}$. Đáp án D sai.

Ghi nhớ: Hai bất phương trình (cùng ẩn) được gọi là tương đương nếu chúng có cùng tập nghiệm.

Câu 4: Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

A. $3x+x^2-6>0$. **B.** $x-\dfrac{1}{x}>0$. **C.** $x<0$. **D.** $(x-1)(3x+1)<0$.

Lời giải

Chọn C

Ghi nhớ:Bất phương trình bậc nhất một ẩn x có dạng tổng quát là: $ax+b>0$; $ax+b\le 0$; $ax+b\ge 0$; $ax+b<0$. Trong đó, a,b là các hằng số, $a\ne 0$ và x là ẩn số.

Câu 5: Hệ bất phương trình sau $\begin{cases} 3(x-3)\le 2x-1 \\ \dfrac{1-x}{2}<x-10 \\ x-3\ge 4 \end{cases}$ có tập nghiệm là

A. $\varnothing$. **B.** $[7;+\infty)$. **C.** $(7;8]$. **D.** $[7;8]$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\begin{cases} 3(x-3)\le 2x-1 \\ \dfrac{1-x}{2}<x-10 \\ x-3\ge 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-9\le 2x-1 \\ 1-x<2x-20 \\ x\ge 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 8 \\ x>7 \\ x\ge 7 \end{cases} \Leftrightarrow 7<x\le 8.$

Vậy tập nghiệm của hệ bất phương trình $S=[7;8]$.

Câu 6: Bảng xét dấu sau là của biểu thức nào?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$		+	0	−	

A. $f(x)=-x-2$. **B.** $f(x)=x-2$. **C.** $f(x)=16-8x$. **D.** $f(x)=2-4x$.

Lời giải

Chọn C

* Ta có:

$$\left[\begin{array}{l} f(x)=16-8x=0\Leftrightarrow x=2 \\ f(x)=16-8x>0\Leftrightarrow x<2 \\ f(x)=16-8x<0\Leftrightarrow x>2 \end{array}\right.$$

* Hoặc nhận dạng bảng xét dấu của nhị thức bậc nhất "phải cùng trái khác với a".

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $-3x-6>0$ là:

A. $\left(-\infty;-2\right)$. **B.** $\left(2;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;2\right)$. **D.** $\left(-2;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn D

$-3x-6>0 \Leftrightarrow x<-2$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(-\infty;-2\right)$.

Câu 8: $f(x)=ax+b\geq 0, \forall x\in\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

A. $\begin{cases} a\neq 0 \\ b\geq 0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} a<0 \\ b\geq 0 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} a=0 \\ b\geq 0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} a>0 \\ b=0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

* Với $a>0$ ta có: $ax+b\geq 0 \Leftrightarrow x\geq \frac{-b}{a}$ (không thỏa mãn yêu cầu bài toán là $f(x)\geq 0, \forall x\in\mathbb{R}$)

* Với $a<0$ ta có: $ax+b\geq 0 \Leftrightarrow x\leq \frac{-b}{a}$ (không thỏa mãn yêu cầu bài toán là $f(x)\geq 0, \forall x\in\mathbb{R}$)

* Với $a=0$ ta có $f(x)=b$ khi đó $f(x)\geq 0 \Leftrightarrow b\geq 0, \forall x\in\mathbb{R}$

Vậy $f(x)=ax+b\geq 0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b\geq 0 \end{cases}$

Câu 9: Tìm số các giá trị nguyên của m để mọi x thuộc đoạn $\left[-1;2\right]$ đều là nghiệm của bất phương trình $\left(2m+1\right)x-3m+2\geq 0\left(1\right)$

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3

Lời giải

Chọn C.

***)** Nếu $m=\frac{-1}{2}$ ta được bất phương trình $\left(1\right)$ trở thành $0\text{x}+\frac{7}{2}\geq 0$, bất phương trình này đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$

*) Nếu $m>\frac{-1}{2}$ ta được bất phương trình $\left(1\right)$ có tập nghiệm $x\in\left[\frac{3m-2}{2m+1};+\infty\right)$ khi đó yêu cầu bài toán xảy ra khi $\frac{3m-2}{2m+1}\leq -1 \Leftrightarrow 3m-2\leq -2m-1\left(do: m>-\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow m\leq \frac{1}{5}$. Kết hợp với $m>\frac{-1}{2}$ nên $\frac{-1}{2}<m\leq \frac{1}{5}$

*) Nếu $m<\frac{-1}{2}$ ta được bất phương trình $\left(1\right)$ có tập nghiệm $x\in\left(-\infty;\frac{3m-2}{2m+1}\right]$ khi đó yêu cầu bài toán xảy ra khi $\frac{3m-2}{2m+1}\geq 2 \Leftrightarrow 3m-2\leq 4m+2\left(do: m<-\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow m\geq -4$. Kết hợp với $m<\frac{-1}{2}$ nên $-4\leq m<\frac{-1}{2}$

Kết hợp cả 3 trường hợp ta có: m thuộc đoạn $\left[-4;\frac{1}{5}\right]$ sẽ thỏa mãn. Do m nguyên nên $m \in \{-4;-3;-2;-1;0\}$

Có 5 giá rị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 10: Miền nghiệm của bất phương trình $2(x+3)-7<5-x-2y$ không chứa điểm nào trong các điểm sau?

A. $M(2;3)$. **B.** $N(2;-1)$. **C.** $P(0;0)$. **D.** $Q(-2;1)$.

Lời giải

Chọn D

$2(x+3)-7<5-x-2y \Leftrightarrow 2x+6-7<5-x-2y \Leftrightarrow 3x+2y<6$.

Ta có $3.2+2.3=12<6$, vô lý.

Vậy miền nghiệm của bất phương trình $2(x+3)-7<5-x-2y$ không chứa điểm $M(2;3)$.

Câu 11: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x-\frac{3}{2}y \geq 1 (1) \\ 4x-3y \leq 2\ (2) \end{cases}$ có tập nghiệm là S. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng chứa gốc tọa độ kể cả bờ d, với d là đường thẳng $4x-3y=2$.

B. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng không chứa gốc tọa độ kể cả bờ d, với d là đường thẳng $4x-3y=2$.

C. $S=\{(x;y) \mid 4x-3y=2\}$.

D. $\left(-\frac{1}{4};-1\right) \notin S$.

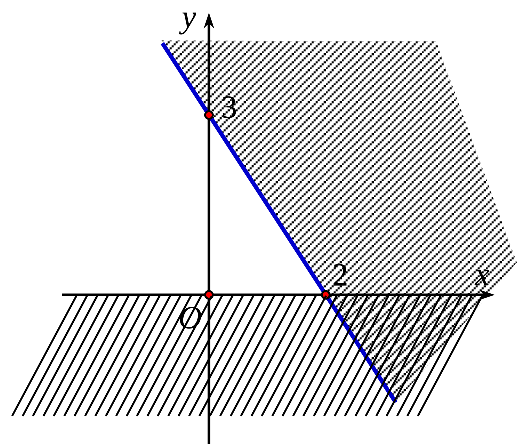
Lời giải

Chọn C

Ta có: $\begin{cases} 2x-\frac{3}{2}y \geq 1 \\ 4x-3y \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x-3y \geq 2 \\ 4x-3y \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow 4x-3y=2$.

Vậy tập nghiệm của hệ bất phương trình là $S=\{(x;y) \mid 4x-3y=2\}$.

Câu 12: Phần không gạch chéo ở hình sau đây là biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ sau?



A. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y > -6 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < -6 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình vẽ ta thấy đồ thị gồm hai đường thẳng $(d_1): y = 0$ và đường thẳng $(d_2): 3x + 2y = 6.$

Miền nghiệm gồm phần phía trên trục hoành nên y nhận giá trị dương.

Lại có $(0\,;\,0)$ thỏa mãn bất phương trình $3x + 2y < 6.$

Câu 13: Một người nông dân dự định trồng mía và ngô trên diện tích 8 sào đất (1 sào bằng $360m^2$). Nếu trồng mía thì trên mỗi sào cần 10 công và thu lãi 1500000 đồng, nếu trồng ngô thì trên mỗi sào cần 15 công và thu lãi 2000000 đồng. Biết tổng số công cần dùng không vượt quá 90 công. Tính tổng số tiền lãi cao nhất mà người nông dân có thể thu được.

A. 14 (triệu đồng) **B.** 12 (triệu đồng) **C.** 16 (triệu đồng) **D.** 13 (triệu đồng)

Lời giải

Chọn D

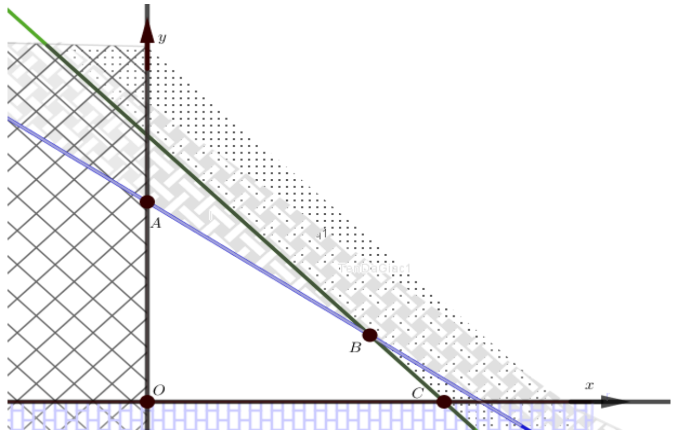
Gọi diện tích trồng mía là x, (đơn vị: sào, đk: $0 \le x \le 8$)

Gọi diện tích trồng ngô là y, (đơn vị: sào, đk: $0 \le y \le 8$)

Diện tích trồng mía và ngô dự định là 8 sào nên ta có bpt: $x + y \le 8$

Tổng số công cần dùng cho cả hai loại không vượt quá 90 nên ta có bpt: $10x + 15y \le 90$

Tổng số tiền lãi thu được là: $F = \dfrac{3}{2}x + 2y$ (đơn vị: triệu đồng)



Khi đó, ta đưa về bài toán tìm $(x;y)$ thỏa mãn hbpt: $\begin{cases} x+y\le 8 \\ 10x+15y\le 90 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{cases}$ để

$F=\dfrac{3}{2}x+2y$ đạt giá trị lớn nhất.

Biểu diễn hình học tập nghiệm hbpt ta được miền nghiệm cuả hbpt là tứ giác $OABC$ kể cả biên,

với $\begin{cases} O(0;0) \\ A(0;6) \\ B(6;2) \\ C(8;0) \end{cases}$

$\Rightarrow Max\ F=$ F(6;2) = 13

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2-x-6<0$ là:

A. $(-2;3)$. **B.** $(-3;2)$

C. $(-\infty;-2)\cup(3;+\infty)$ **D.** $(-\infty;-3)\cup(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $x^2-x-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$ -2 3 $+\infty$
x^2-x-6	$+$ 0 $-$ 0 $+$

Dựa vào bảng xét dấu ta có: $x^2-x-6<0\Leftrightarrow -2<x<3$.

Câu 15: Tam thức bậc hai $y=x^2-2x-3$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

A. $x<-2$ hoặc $x>6$. **B.** $-1<x<3$.

C. $x<-1$ hoặc $x>3$. **D.** $x<-3$ hoặc $x>-1$.

Lời giải

Chọn C

$$x^2-2x-3>0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x+1>0\\ x-3>0\end{cases}\\ \begin{cases}x+1<0\\ x-3<0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>-1\\ x>3\end{cases}\\ \begin{cases}x<-1\\ x<3\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x>3\\ x<-1\end{array}\right..$$

Vậy $x<-1$ hoặc $x>3$.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình: $\dfrac{x^2+2\text{x}-8}{x+1^{\,2}}<0$ là:

A. $(-4;-1)\cup(-1;2)$. **B.** $(-4;-1)\cup(2;+\infty)$. **C.** $(-4;2)$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Chọn A

ĐKXĐ: $x\neq -1$ khi đó $(x+1)^2>0, \forall x\neq -1$ nên bất phương trình đã cho tương đương với BPT: $x^2+2\text{x}-8<0 \Leftrightarrow -4<x<2$. Kết hợp đk ta được tập nghiệm: $S=(-4;-1)\cup(-1;2)$.

Câu 17: Gọi M, m lần lượt là nghiệm nguyên lớn nhất và nhỏ nhất của bất phương trình $\dfrac{x^2-x-10}{x^2+2x-3}\geq 2$. Tính M + m .

A. -4. **B.** -3. **C.** -5. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

$$\frac{x^2-x-10}{x^2+2x-3}\geq 2 \Leftrightarrow \frac{x^2-x-10}{x^2+2x-3}-2\geq 0 \Leftrightarrow \frac{-x^2-5x-4}{x^2+2x-3}\geq 0$$

BXD:

x	$-\infty$		-4		-3		-1		1		$+\infty$
$VT(*)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	

Tập nghiệm của bất phương trình: $S=[-4;-3)\cup[-1;1)$

Nghiệm nguyên nhỏ nhất: $m=-4$; nghiệm nguyên lớn nhất: $M=0$

$M+m=-4+0=-4$.

Câu 18: Hệ bất phương trình $\begin{cases}x^2+6x+8\leq 0\\ x^2+4x+3\leq 0\end{cases}$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\begin{cases}x^2+6x+8\leq 0\\ x^2+4x+3\leq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-4\leq x\leq -2\\ -3\leq x\leq -1\end{cases} \Leftrightarrow -3\leq x\leq -2$. Vì $x\in\mathbb{Z}$ nên $x\in\{-3;-2\}$.

Vậy hệ bất phương trình có hai nghiệm nguyên thoả mãn.

Ghi nhớ: nắm kĩ qui tắc xét dấu nhị thức bậc nhất và tam thức bậc hai đồng thời nhớ cách tìm giao- hợp- hiệu của các tập hợp số.

Câu 19: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x-m\le 0 \\ x^2-x-24\le 1-x \end{cases}$. Hệ đã cho có nghiệm khi và chỉ khi

A. $-5<m<5$. **B.** $m>-5$. **C.** $m>5$. **D.** $m\ge -5$.

Lời giải

Chọn D

Hệ tương đương: $\begin{cases} x\le m \\ -5\le x\le 5 \end{cases}$. Hệ có nghiệm $\Leftrightarrow m\ge -5$.

Câu 20: Bất phương trình $\left|x^2-4\right|\ge 4-x^2$ có tập nghiệm là:

A. $S=(-\infty;+\infty)$ ***B.*** $S=\{\pm 2\}$

C. $S=(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$. ***D.*** $S=[-2;2]$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left|x^2-4\right|\ge 4-x^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-4\ge 4-x^2 \\ x^2-4\le x^2-4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\in(-\infty;-2]\cup[2;+\infty) \\ x\in(-\infty;+\infty) \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow x\in(-\infty;+\infty)$

Ghi nhớ : $\left|f(x)\right|\ge g(x)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)\ge g(x) \\ f(x)\le -g(x) \end{array}\right.$

Câu 21: Cho tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c,(a\ne 0)$. Điều kiện cần và đủ để $f(x)\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$ là:

A. $\begin{cases} a<0 \\ \Delta\le 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a<0 \\ \Delta<0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} a<0 \\ \Delta\ge 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a\le 0 \\ \Delta\le 0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 22: Cho tam thức bậc hai $f(x)=-2x^2+(m+2)x+m-4$. Tìm m để $f(x)$ luôn âm với mọi $x\in\mathbb{R}$.

A. $-14\le m\le 2$. **B.** $-14<m<2$. **C.** $-2<m<14$. **D.** $m<-14$ hoặc $m>2$

Lời giải

Chọn B

$f(x)<0,\ \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2<0 \\ \Delta<0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2+12m-28<0 \Leftrightarrow -14<m<2$.

Câu 23: Bất phương trình $\sqrt{x^2+x-2}\left(x^2-2mx+m^2-1\right)<0$ có nghiệm khi và chỉ khi $m\in(-\infty;a)\cup(b;+\infty)$. Tính a^2+b.

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

$\sqrt{x^2+x-2}\left(x^2-2mx+m^2-1\right)<0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+x-2>0 \\ x^2-2mx+m^2-1<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\in\left(-\infty;-2\right)\cup\left(1;+\infty\right) \\ x\in\left(m-1;m+1\right) \end{cases}$

Bất phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow \left(\left(-\infty;-2\right)\cup\left(1;+\infty\right)\right)\cap\left(m-1;m+1\right)\neq\varnothing$ (*)

Ta có $\left(\left(-\infty;-2\right)\cup\left(1;+\infty\right)\right)\cap\left(m-1;m+1\right)=\varnothing \Leftrightarrow \begin{cases} -2\le m-1 \\ m+1\le 1 \end{cases} \Leftrightarrow -1\le m\le 0$

Do đó (*) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>0 \end{array}\right. \Rightarrow a=-1;b=0 \Rightarrow a^2+b=1$.

Câu 24: Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x+1}<2x-1$ là :

A. $\left[-1;0\right)\cup\left(\frac{5}{4};+\infty\right)$. **B.** $\left(-1;0\right)\cup\left(\frac{5}{4};+\infty\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};\frac{5}{4}\right)$. **D.** $\left(\frac{5}{4};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $\sqrt{x+1}<2x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1\ge 0 \\ 2x-1>0 \\ x+1<\left(2x-1\right)^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -1 \\ x>\frac{1}{2} \\ x+1<4x^2-4x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -1 \\ x>\frac{1}{2} \\ 4x^2-5x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -1 \\ x>\frac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x<0 \\ x>\frac{5}{4} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x>\frac{5}{4}$ hay $x\in\left(\frac{5}{4};+\infty\right)$

Ghi nhớ: Công thức được sử dụng:

1) $\sqrt{A}<B \Leftrightarrow \begin{cases} A\ge 0 \\ B>0 \\ A<B^2 \end{cases}$ 2) $\sqrt{A}\le B \Leftrightarrow \begin{cases} A\ge 0 \\ B\ge 0 \\ A\le B^2 \end{cases}$

3) $\sqrt{A}>B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} B<0 \\ A\ge 0 \end{cases} \\ \begin{cases} B\ge 0 \\ A>B^2 \end{cases} \end{array}\right.$ 4) $\sqrt{A}\ge B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} B<0 \\ A\ge 0 \end{cases} \\ \begin{cases} B\ge 0 \\ A\ge B^2 \end{cases} \end{array}\right.$

Câu 25: Tam giác ABC có $BC=a, AC=b, AB=c$, góc $A=120^\circ$. Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

A. $a^2=b^2+c^2-3bc$. **B.** $a^2=b^2+c^2-bc$.

C. $a^2 = b^2 + c^2 + 3bc$. **D.** $a^2 = b^2 + c^2 + bc$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng định lý cosin trong tam giác, ta có

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A = b^2 + c^2 - 2bc\cos 120^\circ = b^2 + c^2 + bc$.

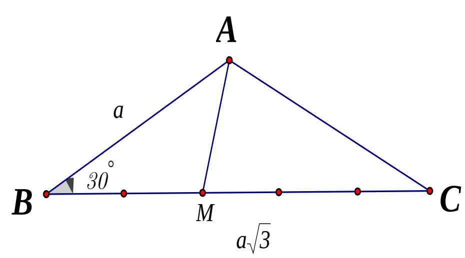
Câu 26: Cho ΔABC có $B = 30^\circ$, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $5BM = 2BC$.

Tính độ dài đoạn AM.

A. $\dfrac{a\sqrt{17}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{7}}{5}$.

Lời giải

Chọn D



$$BM = \frac{2}{5}BC = \frac{2a\sqrt{3}}{5}.$$

Áp dụng định lí cô sin cho tam giác ABM ta có:

$$AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2AB.BM.\cos ABM = a^2 + \left(\frac{2a\sqrt{3}}{5}\right)^2 - 2a.\frac{2a\sqrt{3}}{5}.\cos 30^\circ = \frac{7a^2}{25}.$$

$$AM = \frac{a\sqrt{7}}{5}.$$

Câu 27: Cho tam giác ABC có $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$. Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\sin A = \dfrac{a}{2R}$. **B.** $a = R\sin A$. **C.** $R = \dfrac{a}{\sin A}$. **D.** $a = 2R\cos A$.

Lời giải

Chọn A

Theo định lí hàm số sin ta có $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2R \Rightarrow \sin A = \dfrac{a}{2R}$.

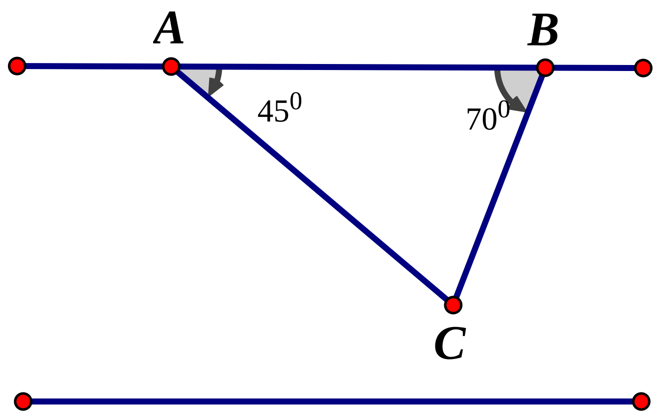
Câu 28: Muốn đo khoảng cách từ người A trên bờ đến chiếc thuyền C neo đậu trên sông, người ta chọn một điểm B trên bờ và đo được $AB = 160\,(m)$, $\widehat{CAB} = 45^\circ$, $\widehat{CBA} = 70^\circ$. Tính độ dài đoạn AC (xấp xỉ đến hàng phần trăm)

A. $74,87$ (m) **B.** $74,88$ (m)

C. $165,93$ (m) **D.** $165,89$ (m)

Lời giải

Chọn D



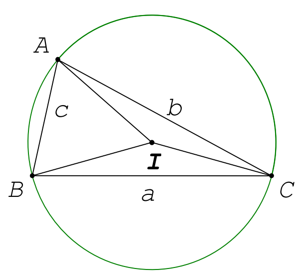
Ta có:

$\widehat{C} = 180^\circ - \widehat{A} - \widehat{B} = 180^\circ - 45^\circ - 70^\circ$

Áp dụng định lí hàm sin trong ΔABC ta có:

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow AC = \frac{AB}{\sin C}\sin B = \frac{160}{\sin 65^\circ}.\sin 70^\circ \approx 165,89.$$

Ghi nhớ: Cho tam giác ABC có $BC = a,\ AC = b,\ AB = c$ và R là bán kính đường tròn ngoại tiếp.



Ta có $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2R$.

Câu 29: Cho tam giác ABC có $AB = c,\ BC = a,\ AC = b$. Gọi M là trung điểm của BC. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $AM = \dfrac{b^2 + c^2}{2} - \dfrac{a^2}{4}$. **B.** $AM = \dfrac{b^2 + c^2 - 2a^2}{4}$.

C. $AM = \dfrac{a}{2}$. **D.** $AM = \sqrt{\dfrac{b^2 + c^2}{2} - \dfrac{a^2}{4}}$.

Lời giải

Chọn D

Theo công thức tính độ dài đường trung tuyến ta có:

$$AM^2=\frac{b^2+c^2}{2}-\frac{a^2}{4}\Rightarrow AM=\sqrt{\frac{b^2+c^2}{2}-\frac{a^2}{4}}$$

Câu 30: Cho một tam giác có độ dài ba cạnh lần lượt là $13, 14, 15$. Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó.

A. 2. **B.** 4. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$p=\frac{a+b+c}{2}=\frac{13+14+15}{2}=21.$$

$$S_\Delta=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}=\sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)}=84.$$

Lại có: $S_\Delta=p.r\ \Rightarrow r=\dfrac{S_\Delta}{p}=\dfrac{84}{21}=4$.

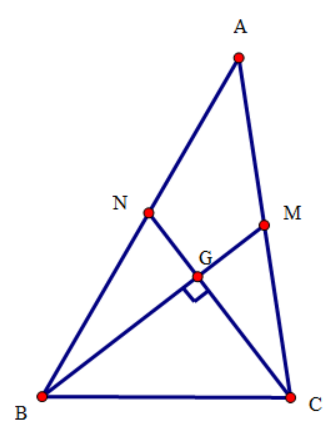
Vậy bán kính đường tròn nội tiếp tam giác $r=4$.

Câu 31: Cho tam giác ABC có $BC=a$, góc A bằng α và hai đường trung tuyến BM, CN vuông góc với nhau. Diện tích $\triangle ABC$ là

A. $2a^2\sin\alpha$. **B.** $a^2\sin\alpha$. **C.** $2a^2\tan\alpha$. **D.** $a^2\tan\alpha$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $\overrightarrow{BM}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\right)$, $\overrightarrow{CN}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}\right)$.

Do các đường trung tuyến BM, CN vuông góc với nhau nên

$$\overrightarrow{BM}.\overrightarrow{CN}=0\Leftrightarrow\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\right).\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}\right)=0\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}\left(\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{BA}\right)-\overrightarrow{BC}^2=0$$

$$\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{BC}^2=2a^2\Leftrightarrow AB.AC.\cos\alpha=2a^2\Leftrightarrow AB.AC=\frac{2a^2}{\cos\alpha}.$$

Diện tích tam giác ABC là $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}AB.AC.\sin\alpha=\dfrac{1}{2}.\dfrac{2a^2}{\cos\alpha}.\sin\alpha=a^2\tan\alpha$.

Câu 32: Cho tam giác ABC có $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$. Nhận dạng tam giác ABC biết $\frac{1+\cos B}{\sin B}=\frac{2a+c}{\sqrt{4a^2-c^2}}$.

A. Tam giác cân. **B.** Tam giác vuông.

C. Tam giác đều. **D.** Tam giác có góc $60°$.

Lời giải

Chọn A

$$\frac{1+\cos B}{\sin B}=\frac{2a+c}{\sqrt{4a^2-c^2}}\Rightarrow\frac{(1+\cos B)^2}{\sin^2 B}=\frac{(2a+c)^2}{4a^2-c^2}$$

$$\Rightarrow\frac{(1+\cos B)^2}{1-\cos^2 B}=\frac{2a+c}{2a-c}\Rightarrow\frac{1+\cos B}{1-\cos B}=\frac{2a+c}{2a-c}$$

$$\Rightarrow 1+\frac{2\cos B}{1-\cos B}=1+\frac{2c}{2a-c}\Rightarrow\frac{\cos B}{1-\cos B}=\frac{c}{2a-c}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{\cos B}-1=\frac{2a}{c}-1\Rightarrow\cos B=\frac{c}{2a}.$$

Mặt khác theo định lý cosin: $\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$, do vậy ta có:

$$\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{c}{2a}\Rightarrow a^2+c^2-b^2=c^2\Rightarrow a^2-b^2=0\Rightarrow a=b.$$

Vậy tam giác ABC cân tại C.

Câu 33: Tam giác ABC có $\sin^2 A=\sin B.\sin C$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\cos A=\frac{1}{2}$. **B.** $\cos A>\frac{1}{2}$. **C.** $\cos A<\frac{1}{2}$. **D.** $\cos A\ge\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng định lí sin: $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2\text{R}$. Suy ra

$\sin A=\frac{a}{2\text{R}},\sin B=\frac{b}{2\text{R}},\sin C=\frac{c}{2\text{R}}$.

Thay vào biểu thức $\sin^2 A=\sin B.\sin C$ ta được: $\left(\frac{a}{2\text{R}}\right)^2=\frac{b}{2\text{R}}\cdot\frac{c}{2\text{R}}\Leftrightarrow a^2=bc$.

Do đó $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{b^2+c^2-bc}{2bc}\ge\frac{2bc-bc}{2bc}=\frac{1}{2}$ (vì $b^2+c^2\ge 2bc$).

Câu 34: Trong các cặp bất phương trình dưới đây, cặp bất phương trình nào tương đương?

A. $\sqrt{1-x}\le x$ và $1-x\le x^2$. **B.** $\frac{1}{x}\le 1$ và $x\ge 1$.

C. $2x-3-\frac{1}{x}<x-4-\frac{1}{x}$ và $2x-3<x-4$. **D.** $x^2\ge x$ và $x\ge 1$.

Lời giải

Chọn C

+ $2x-3-\frac{1}{x}<x-4-\frac{1}{x}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 0\\x<-1\end{cases}\Rightarrow S_1=(-\infty;-1)$.

+ $2x-3<x-4\Leftrightarrow x<-1\Rightarrow S_2=(-\infty;-1)$.

Nên cặp bất phương trình này tương đương.

Câu 35: Bất phương trình $\sqrt{3-x}+\sqrt{x+5}\geq -10$ có bao nhiêu nghiệm?

A. Hai nghiệm. **B.** Vô số nghiệm. **C.** Vô nghiệm. **D.** Có một nghiệm.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $\begin{cases}3-x\geq 0\\x+5\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\leq 3\\x\geq -5\end{cases}\Leftrightarrow -5\leq x\leq 3$.

Ta có $\sqrt{3-x}+\sqrt{x+5}\geq 0$ với $\forall x\in[-5;3]\Rightarrow\sqrt{3-x}+\sqrt{x+5}\geq -10$, $\forall x\in[-5;3]$.

Vậy bất phương trình có vô số nghiệm.

II. Tự luận

Câu 36. **(1 điểm)** Giải bất phương trình $\frac{3x-1}{x+1}\geq 2$.

Lời giải

$\frac{3x-1}{x+1}\geq 2\Leftrightarrow\frac{3x-1}{x+1}-\frac{2(x+1)}{x+1}\geq 0\Leftrightarrow\frac{3x-1-2x-2}{x+1}\geq 0\Leftrightarrow\frac{x-3}{x+1}\geq 0\Leftrightarrow x<-1\vee x\geq 3$.

Câu 37. **(1 điểm)** Tìm m để $f(x)=mx^2-2mx+3>0\ \forall x\in R$.

Lời giải

Với $m=0$ thì bất phương trình trở thành $3>0$ luôn đúng với mọi $x\in R$ nên $m=0$ thỏa mãn.

Với $m\neq 0$ thì bất phương trình nghiệm đúng với $\forall x\in R$ khi và chỉ khi

$\begin{cases}m>0\\\Delta'<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\m^2-3m<0\end{cases}\Leftrightarrow 0<m<3$.

Kết luận: $0\leq m<3$ là điều kiện cần tìm.

Câu 38. **(1 điểm)** Cho tam giác ABC có $AB=2, AC=3, BAC=60^\circ$. Tính độ dài BC và $\sin B$.

Lời giải

Áp dụng định lý cosin ta có

$BC^2=AB^2+AC^2-2AB.AC.\cos A=4+9-2.2.3.\frac{1}{2}=7$

$\Rightarrow BC=\sqrt{7}$.

Áp dụng định lý sin ta có $\frac{AC}{\sin B}=\frac{BC}{\sin A}\Rightarrow\sin B=\frac{AC}{BC}\sin A$

$$\Rightarrow \sin B = \frac{3}{\sqrt{7}}\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{21}}{14}.$$