

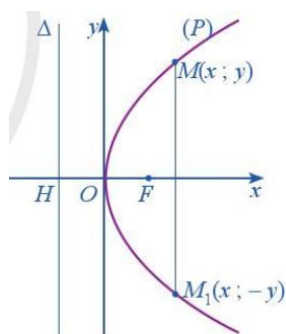
## CHUYÊN ĐỀ III. BA ĐƯỜNG CONIC VÀ ỨNG DỤNG

### BÀI 1. PARABOL.

**Trang 57, 58**

#### Hoạt động 1 trang 57 Chuyên đề Toán 10:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, ta xét parabol (P) có phương trình chính tắc  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) (Hình 19).



Hình 19

- Tìm tọa độ tiêu điểm F của parabol (P).
- Tìm tọa độ điểm H và viết phương trình đường chuẩn  $\Delta$  của parabol (P).
- Cho điểm  $M(x; y)$  nằm trên parabol (P). Gọi  $M_1$  là điểm đối xứng của M qua trục Ox. Điểm  $M_1$  có nằm trên parabol (P) hay không? Tại sao?

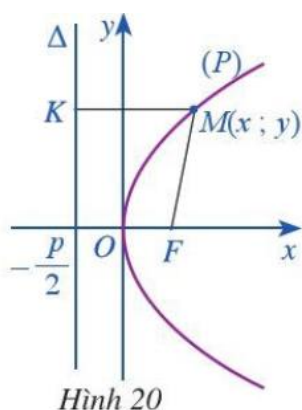
**Lời giải:**

- Toạ độ tiêu điểm F của parabol (P) là  $\left(\frac{p}{2}; 0\right)$ .
- Toạ độ điểm H là  $\left(-\frac{p}{2}; 0\right)$ . Phương trình đường chuẩn của parabol là  $\Delta: x = -\frac{p}{2}$ .
- $M_1$  là điểm đối xứng của M qua trục Ox thì  $M_1$  có tọa độ là  $(x; -y)$ .

Ta có  $(-y)^2 = y^2 = 2px$ . Vậy  $M_1$  cũng nằm trên parabol (P).

#### Hoạt động 2 trang 58 Chuyên đề Toán 10:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, ta xét parabol (P) có phương trình chính tắc là  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) (Hình 20).



Hình 20

- So sánh khoảng cách MF từ điểm M đến tiêu điểm F và khoảng cách MK từ điểm M đến đường chuẩn Δ.
- Tính độ dài đoạn thẳng MK. Từ đó, tính độ dài đoạn thẳng MF.

**Lời giải:**

- Khoảng cách MF từ điểm M đến tiêu điểm F bằng khoảng cách MK từ điểm M đến đường chuẩn Δ.

- Ta viết lại phương trình Δ:  $x = -\frac{p}{2} \Leftrightarrow x + 0.y + \frac{p}{2} = 0$ .

Khoảng cách MK từ điểm M đến đường chuẩn Δ là:

$$MK = \frac{\left| x + 0.y + \frac{p}{2} \right|}{\sqrt{1^2 + 0^2}} = \left| x + \frac{p}{2} \right| = x + \frac{p}{2}.$$

$$\text{Vậy } MF = MK = x + \frac{p}{2}.$$

**Luyện tập 1 trang 58 Chuyên đề Toán 10:**

- Lập phương trình chính tắc của parabol (P), biết phương trình đường chuẩn là  $x = -2$ .
- Tìm tọa độ tiêu điểm của parabol (P).
- Tìm tọa độ điểm M thuộc parabol (P), biết khoảng cách từ M đến tiêu điểm bằng 6.

**Lời giải:**

- Gọi phương trình chính tắc của (P) là  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ).

Theo đề bài, phương trình đường chuẩn của (P) là  $x = -2 \Rightarrow \frac{p}{2} = 2 \Rightarrow p = 4$ .

Vậy phương trình chính tắc của (P) là  $y^2 = 8x$ .

b) Toạ độ tiêu điểm của (P) là  $F(2;0)$ .

c) Gọi toạ độ của M là  $(x; y)$ .

Khoảng cách từ M đến tiêu điểm bằng 6

$$\Rightarrow x + \frac{p}{2} = 6 \Rightarrow x + \frac{4}{2} = 6 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow y^2 = 8.4 = 32 \Rightarrow y = \pm 4\sqrt{2}.$$

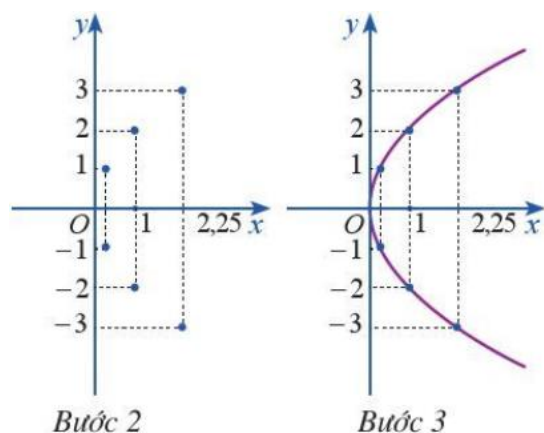
Vậy  $M(4; 4\sqrt{2})$  hoặc  $M(4; -4\sqrt{2})$ .

### Hoạt động 3 trang 58 Chuyên đề Toán 10:

Vẽ parabol (P):  $y^2 = 4x$ .

**Lời giải:**

Để vẽ parabol  $y^2 = 4x$ , ta có thể làm như sau:



Bước 1. Lập bảng giá trị

x	0	0,25	0,25	1	1	2,25	2,25
y	0	-1	1	2	-2	-3	3

Chú ý rằng ứng với mỗi giá trị dương của x có hai giá trị của y đối nhau.

Bước 2. Vẽ các điểm cụ thể mà hoành độ và tung độ được xác định như trong bảng giá trị.

Bước 3. Vẽ parabol bên phải trục Oy, đỉnh O, trục đối xứng là Ox, parabol đi qua các điểm được vẽ ở Bước 2.

## Trang 59

### Luyện tập 2 trang 59 Chuyên đề Toán 10:

Vẽ parabol  $y^2 = 2px$  biết tiêu điểm của parabol là  $F\left(\frac{1}{4}; 0\right)$ .

#### Lời giải:

Parabol có tiêu điểm  $F\left(\frac{1}{4}; 0\right) \Rightarrow \frac{p}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow p = \frac{1}{2} \Rightarrow (P): y^2 = x$ .

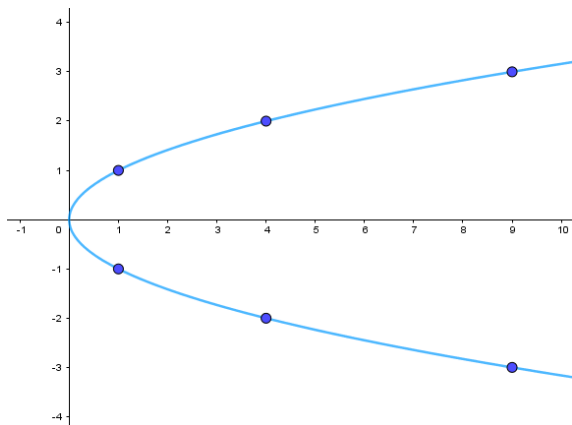
#### Bước 1. Lập bảng giá trị

x	0	1	1	4	4	9	9
y	0	-1	1	-2	2	-3	3

Chú ý rằng ứng với mỗi giá trị dương của x có hai giá trị của y đối nhau.

Bước 2. Vẽ các điểm cụ thể mà hoành độ và tung độ được xác định như trong bảng giá trị.

Bước 3. Vẽ parabol bên phải trục Oy, đỉnh O, trục đối xứng là Ox, parabol đi qua các điểm được vẽ ở Bước 2.



### Bài 1 trang 59 Chuyên đề Toán 10:

Viết phương trình chính tắc của parabol trong mỗi trường hợp sau:

- Tiêu điểm là  $F_2(5; 0)$ ;
- Phương trình đường chuẩn là  $x = -4$ ;
- Parabol đi qua điểm  $A(4; 9)$ .

**Lời giải:**

a) Gọi phương trình chính tắc của parabol cần tìm là  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ).

Theo đề bài, ta có: Parabol có tiêu điểm là  $F_2(5; 0) \Rightarrow \frac{p}{2} = 5 \Rightarrow p = 10$ .

Vậy phương trình chính tắc của parabol cần tìm là  $y^2 = 20x$ .

b) Gọi phương trình chính tắc của parabol cần tìm là  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ).

Theo đề bài, ta có: Parabol có đường chuẩn là  $x = -4 \Rightarrow \frac{p}{2} = 4 \Rightarrow p = 8$ .

Vậy phương trình chính tắc của parabol cần tìm là  $y^2 = 16x$ .

c) Gọi phương trình chính tắc của parabol cần tìm là  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ).

Theo đề bài, ta có: Parabol đi qua điểm A (4; 9)  $\Rightarrow 9^2 = 2p \cdot 4 \Rightarrow p = \frac{81}{8}$ .

Vậy phương trình chính tắc của parabol cần tìm là  $y^2 = \frac{81}{4}x$ .

**Bài 2 trang 59 Chuyên đề Toán 10:**

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol có phương trình chính tắc  $y^2 = 8x$ .

a) Xác định tọa độ tiêu điểm và phương trình đường chuẩn của parabol.

b) Vẽ parabol.

**Lời giải:**

a) Parabol có phương trình chính tắc  $y^2 = 8x \Rightarrow 2p = 8 \Rightarrow p = 4 \Rightarrow \frac{p}{2} = 2$ .

Do đó:

– Tọa độ tiêu điểm của parabol là  $F(2; 0)$ .

– Phương trình đường chuẩn của parabol là  $x = -2$ .

b)

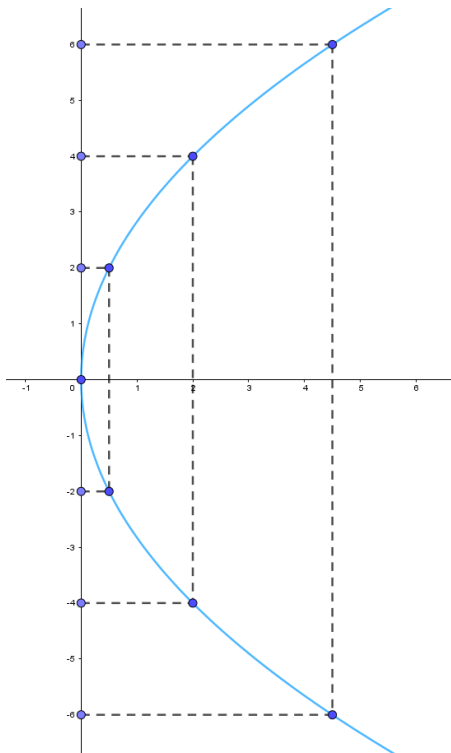
Bước 1. Lập bảng giá trị

x	0	0,5	0,5	2	2	4,5	4,5
y	0	-2	2	-4	4	-6	6

Chú ý rằng ứng với mỗi giá trị dương của x có hai giá trị của y đối nhau.

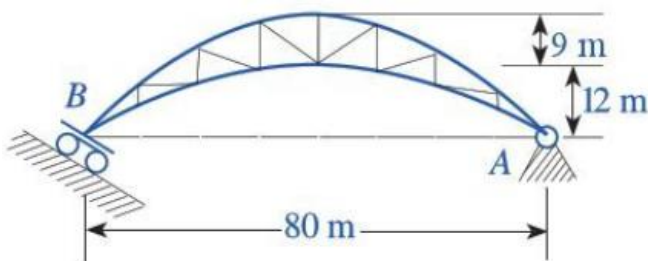
Bước 2. Vẽ các điểm cụ thể mà hoành độ và tung độ được xác định như trong bảng giá trị.

Bước 3. Vẽ parabol bên phải trục Oy, đỉnh O, trục đối xứng là Ox, parabol đi qua các điểm được vẽ ở Bước 2.



### Bài 3 trang 59 Chuyên đề Toán 10:

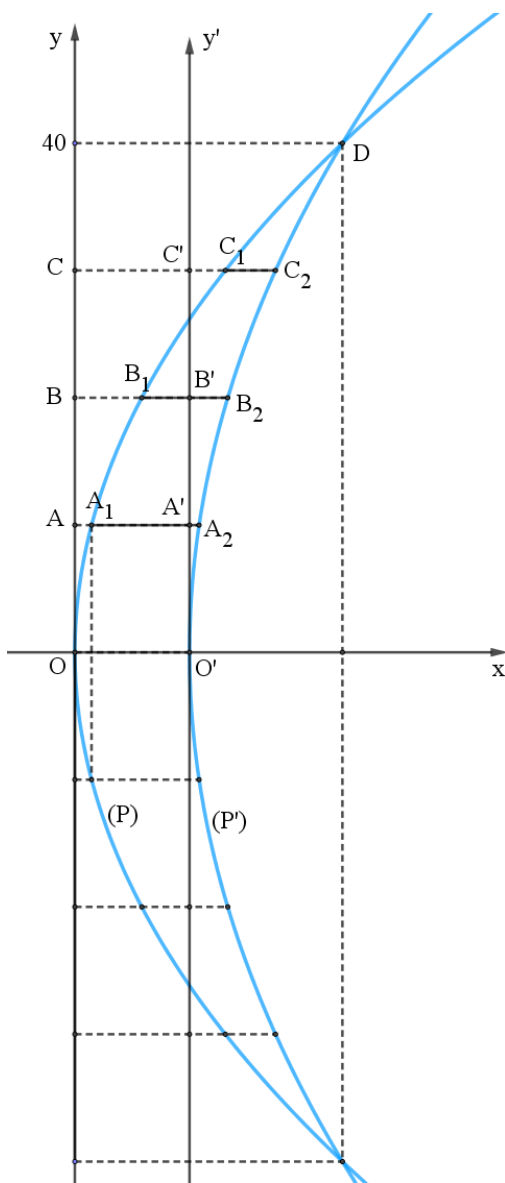
Các vật liệu xây dựng đều có hệ số giãn nở. Vì thế, khi đặt dầm cầu, người ta thường đặt cố định một đầu dầm, đầu còn lại đặt trên một con lăn có thể di động được nhằm giải quyết sự giãn nở của vật liệu. Hình 21 minh họa một dầm cầu được đặt ở hai bờ kênh, giới hạn bởi hai cung parabol có cùng trục đối xứng. Người ta thiết kế các thanh giằng nối hai cung parabol đó sao cho các thanh giằng theo phương thẳng đứng cách đều nhau và cách đều hai đầu dầm.



Hình 21

Tính tổng độ dài của các thanh giằng theo phương thẳng đứng.

**Lời giải:**



Ta chọn hai hệ trục tọa độ Oxy và O'xy' sao cho đỉnh của mỗi parabol trùng với O và O' (như hình vẽ, đơn vị trên các trục là mét).

Ta cần tính các đoạn OO', A<sub>1</sub>A<sub>2</sub>, B<sub>1</sub>B<sub>2</sub>, C<sub>1</sub>C<sub>2</sub>.

Để thấy OO' = AA' = BB' = CC' = 9.

– Xét trong hệ trục tọa độ Oxy:

Giả sử parabol (P) có phương trình:  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ).

Khi đó D có tọa độ (21; 40) thuộc (P) nên  $40^2 = 2p \cdot 21 \Rightarrow 2p = \frac{1600}{21}$ .

Vậy phương trình của (P) là  $y^2 = \frac{1600}{21}x$ .

+) Với  $y = 10$  ta có  $10^2 = \frac{1600}{21}x \Rightarrow x = 1,3125 \Rightarrow AA_1 = 1,3125$ .

+) Với  $y = 20$  ta có  $20^2 = \frac{1600}{21}x \Rightarrow x = 5,25 \Rightarrow BB_1 = 5,25$ .

+) Với  $y = 30$  ta có  $30^2 = \frac{1600}{21}x \Rightarrow x = 11,8125 \Rightarrow CC_1 = 11,8125$ .

– Xét trong hệ trục tọa độ  $O'xy'$ :

Giả sử parabol  $(P')$  có phương trình:  $y'^2 = 2px$  ( $p > 0$ ).

Khi đó  $D$  có tọa độ  $(12; 40)$  thuộc  $(P')$  nên  $40^2 = 2p \cdot 12 \Rightarrow 2p = \frac{400}{3}$ .

Vậy phương trình của  $(P')$  là  $y'^2 = \frac{400}{3}x$ .

+) Với  $y' = 10$  ta có  $10^2 = \frac{400}{3}x \Rightarrow x = 0,75 \Rightarrow A'A_2 = 0,75$ .

+) Với  $y' = 20$  ta có  $20^2 = \frac{400}{3}x \Rightarrow x = 3 \Rightarrow B'B_2 = 3$ .

+) Với  $y' = 30$  ta có  $30^2 = \frac{400}{3}x \Rightarrow x = 6,75 \Rightarrow C'C_2 = 6,75$ .

– Tính các đoạn  $A_1A_2$ ,  $B_1B_2$ ,  $C_1C_2$ :

$$A_1A_2 = AA_2 - AA_1 = (AA' + A'A_2) - AA_1 = (9 + 0,75) - 1,3125 = 8,3475.$$

$$B_1B_2 = BB_2 - BB_1 = (BB' + B'B_2) - BB_1 = (9 + 3) - 5,25 = 6,75.$$

$$C_1C_2 = CC_2 - CC_1 = (CC' + C'C_2) - CC_1 = (9 + 6,75) - 11,8125 = 3,9375.$$

Tổng độ dài của các thanh giằng theo phương thẳng đứng là:

$$OO' + 2A_1A_2 + 2B_1B_2 + 2C_1C_2$$

$$= 9 + 2 \cdot 8,3475 + 2 \cdot 6,75 + 2 \cdot 3,9375$$

$$= 47,07.$$

Vậy tổng độ dài của các thanh giằng theo phương thẳng đứng là 47,07 mét.