

Bài 1. Mệnh đề

Bài 1 trang 8 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề, câu nào là mệnh đề chứa biến?

a) Số 2^{100} có 50 chữ số khi viết trong hệ thập phân;

b) 0,0001 là số rất bé;

c) $2\sqrt{5} > 5$;

d) $2x + 1 > 0$;

e) Virus SARS-CoV-2 rất nguy hiểm, đúng không?

Hướng dẫn giải

a) Câu “Số 2^{100} có 50 chữ số khi viết trong hệ thập phân” là một câu khẳng định, chắc chắn chỉ có thể đúng hoặc sai nên nó là một mệnh đề.

b) Câu “0,0001 là số rất bé” là một câu khẳng định, nhưng không có tính chất đúng hoặc sai, do không rõ tiêu chí thế nào là số bé. Do đó, nó không phải là mệnh đề.

c) Câu “ $2\sqrt{5} > 5$ ” là một khẳng định sai, do đó “ $2\sqrt{5} > 5$ ” là một mệnh đề.

d) “ $2x + 1 > 0$ ” là một mệnh đề chứa biến.

e) Câu “Virus SARS-CoV-2 rất nguy hiểm, đúng không?” là một câu nghi vấn nên nó không là mệnh đề.

Bài 2 trang 8 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Hãy viết ba câu là mệnh đề, ba câu không phải là mệnh đề.

Hướng dẫn giải

- Ba câu là mệnh đề:

- + Số 15 là một số nguyên tố.
- + Hình chữ nhật ABCD có $AB = CD$.
- + Tam giác đều có ba cạnh bằng nhau.
- Ba câu không là mệnh đề:
- + 2^{2022} là số rất lớn.
- + Hôm nay trời đẹp lắm!
- + Bạn đã ăn cơm chưa?

Bài 3 trang 8 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Phát biểu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau đây và xét tính đúng sai của các mệnh đề phủ định đó.

- a) P: “Năm 2020 là năm nhuận”;
- b) Q: “ $\sqrt{2}$ không phải là số vô tỉ”;
- c) R: “Phương trình $x^2 + 1 = 0$ có nghiệm”;

Hướng dẫn giải

a) Mệnh đề phủ định của mệnh đề P là mệnh đề \bar{P} : “Năm 2020 không là năm nhuận”.

Do 2020 chia hết cho 4 nên năm 2020 là năm nhuận, do đó \bar{P} là mệnh đề sai.

b) Mệnh đề phủ định của mệnh đề Q là mệnh đề \bar{Q} : “ $\sqrt{2}$ là số vô tỉ”.

Mệnh đề \bar{Q} này là mệnh đề đúng.

c) Mệnh đề phủ định của mệnh đề R là mệnh đề \bar{R} : “Phương trình $x^2 + 1 = 0$ không có nghiệm” hoặc “Phương trình $x^2 + 1 = 0$ vô nghiệm”.

Ta có: $x^2 \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$, do đó $x^2 + 1 \geq 0 + 1 = 1 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Vậy phương trình $x^2 + 1 = 0$ vô nghiệm hay mệnh đề \overline{R} là mệnh đề đúng.

Bài 4 trang 8 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Với mỗi cặp mệnh đề P và Q sau đây, hãy phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và xét tính đúng sai của nó.

a) P: “Hai tam giác ABC và DEF bằng nhau”;

Q: “Hai tam giác ABC và DEF đồng dạng”.

b) P: “ $b^2 \geq 4ac$ ”;

Q: “Phương trình $ax^2 + bx + x = 0$ vô nghiệm” (a, b, c là ba số thực nào đó, $a \neq 0$).

Hướng dẫn giải

a) Mệnh đề $P \Rightarrow Q$: “Nếu hai tam giác ABC và DEF bằng nhau thì hai tam giác ABC và DEF đồng dạng”.

Mệnh đề này là mệnh đề đúng.

Do hai tam giác ABC và DEF bằng nhau thì $AB = DE$, $BC = EF$, $AC = DF$.

$$\text{Suy ra } \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = 1.$$

Nên tam giác ABC đồng dạng với tam giác DEF theo trường hợp cạnh – cạnh – cạnh.

b) Mệnh đề $P \Rightarrow Q$: “Nếu $b^2 \geq 4ac$ thì phương trình $ax^2 + bx + x = 0$ vô nghiệm”.

Mệnh đề này là mệnh đề sai.

Vì $b^2 \geq 4ac$ nên $b^2 - 4ac \geq 0$.

Khi đó: $\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$ nên phương trình $ax^2 + bx + x = 0$ có nghiệm.

Bài 5 trang 8 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Ta có phát biểu lại mệnh đề:

“Mỗi hình thoi là một hình bình hành”

thành mệnh đề kéo theo:

“Nếu một tứ giác là hình thoi thì nó là một hình bình hành”.

Hãy phát biểu lại mỗi mệnh đề sau thành mệnh đề kéo theo”

- a) Hình chữ nhật có hai đường chéo bằng nhau;
- b) Tổng của hai số hữu tỉ là một số hữu tỉ;
- c) Lập phương của một số âm là một số âm.

Hướng dẫn giải

- a) Nếu một tứ giác là hình chữ nhật thì nó có hai đường chéo bằng nhau.
- b) Nếu hai số nào đó đều là số hữu tỉ thì tổng của chúng cũng là một số hữu tỉ.
- c) Nếu một số nào đó là số âm thì lập phương của nó cũng là số âm.

Bài 6 trang 8 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Phát biểu mệnh đề đảo của các mệnh đề sau và xét tính đúng sai của mệnh đề đảo đó.

- a) Nếu một số chia hết cho 6 thì nó chia hết cho 3;
- b) Nếu tam giác ABC có $AB = AC$ thì tam giác ABC cân;
- c) Nếu tam giác ABC có hai góc bằng 60° thì tam giác ABC đều.

Hướng dẫn giải

Mệnh đề có dạng “Nếu P thì Q” thì mệnh đề đảo của nó là mệnh đề “Nếu Q thì P”.

- a) Mệnh đề đảo của mệnh đề “Nếu một số chia hết cho 6 thì nó chia hết cho 3” là mệnh đề “Nếu một số chia hết cho 3 thì nó chia hết cho 6”. Mệnh đề này là mệnh đề sai.

Thật vậy, giả sử chọn số 3, ta có 3 chia hết cho 3 nhưng 3 không chia hết cho 6.

b) Mệnh đề đảo của mệnh đề “Nếu tam giác ABC có $AB = AC$ thì tam giác ABC cân” là mệnh đề “Nếu tam giác ABC cân thì $AB = AC$ ”. Đây là mệnh đề đúng (theo tính chất của tam giác cân).

c) Mệnh đề đảo của mệnh đề “Nếu tam giác ABC có hai góc bằng 60° thì tam giác ABC đều” là mệnh đề “Nếu tam giác ABC đều thì nó có hai góc bằng 60° ”. Mệnh đề này là mệnh đề đúng.

Vì $\triangle ABC$ đều nên ba góc của tam giác bằng nhau và bằng 60° , do đó $\triangle ABC$ đều thì nó có hai góc bằng 60° .

Bài 7 trang 9 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Sử dụng các thuật ngữ “điều kiện cần”, “điều kiện đủ”, “điều kiện cần và đủ” và cặp mệnh đề P, Q sau đây để thành lập một mệnh đề đúng.

a) P: “ $a = b$ ”, Q: “ $a^2 = b^2$ ” (a, b là hai số thực nào đó).

b) P: “Tứ giác ABCD có hai đường chéo bằng nhau”;

Q: “Tứ giác ABCD là hình thang cân”.

c) P: “Tam giác ABC có hai góc bằng 45° ”, Q: “Tam giác ABC vuông cân”.

Hướng dẫn giải

a) Ta có khi P đúng thì Q cũng đúng. Do đó, mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là mệnh đề đúng.

Vậy ta có phát biểu: “Với a và b là hai số thực nào đó, $a = b$ là điều kiện đủ để $a^2 = b^2$ ” (hoặc “ $a^2 = b^2$ là điều kiện cần để $a = b$ ”).

b) Ta có khi Q đúng thì P đúng. Do đó, mệnh đề $Q \Rightarrow P$ là mệnh đề đúng.

Vậy ta có phát biểu: “Tứ giác ABCD có hai đường chéo bằng nhau là điều kiện cần để nó là hình thang cân” (hoặc “Tứ giác ABCD là hình thang cân là điều kiện đủ để nó có hai đường chéo bằng nhau”).

c) Ta có khi P đúng thì Q đúng và ngược lại Q đúng thì P cũng đúng. Do đó, P và Q là hai mệnh đề tương đương.

Vậy ta có phát biểu: “Điều kiện cần và đủ để tam giác ABC vuông cân là tam giác ABC có hai góc bằng 45° ”.

Bài 8 trang 9 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Dùng kí hiệu \forall hoặc \exists để viết các mệnh đề sau và xét tính đúng sai của chúng.

a) Mọi số thực khác 0 nhân với nghịch đảo của nó bằng 1.

b) Có số tự nhiên mà bình phương của nó bằng 20.

c) Bình phương của mọi số thực đều dương.

d) Có ba số tự nhiên khác 0 sao cho tổng bình phương của hai số bằng bình phương của số còn lại.

Hướng dẫn giải

a) Mệnh đề “Mọi số thực khác 0 nhân với nghịch đảo của nó bằng 1” được viết là:

“ $\forall x \in \mathbb{R}, x \neq 0, x \cdot \frac{1}{x} = 1$ ”. Mệnh đề này là mệnh đề đúng.

b) Mệnh đề “Có số tự nhiên mà bình phương của nó bằng 20” được viết là: “ $\exists x \in \mathbb{N}, x^2 = 20$ ”. Mệnh đề này là mệnh đề sai do $(\sqrt{20})^2 = (-\sqrt{20})^2 = 20$, chỉ có hai số $\sqrt{20}, -\sqrt{20}$ bình phương lên mới bằng 20 nhưng hai số này không phải là số tự nhiên.

c) Mệnh đề “Bình phương của mọi số thực đều dương” được viết là: “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 0$ ”.

Mệnh đề này là mệnh đề sai, do tồn tại số thực 0 và $0^2 = 0$.

d) Mệnh đề “Có ba số tự nhiên khác 0 sao cho tổng bình phương của hai số bằng bình phương của số còn lại” được viết là: “ $\exists x, y, z \in \mathbb{N}^*, x^2 + y^2 = z^2$ ”. Mệnh đề này là mệnh đề đúng. Chẳng hạn ta có bộ ba số (3; 4; 5) với $3^2 + 4^2 = 5^2$.

Bài 9 trang 9 SBT Toán lớp 10 Tập 1: Xét tính đúng sai và viết mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau:

a) $\exists x \in \mathbb{N}, 2x^2 + x = 1$;

b) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 5 > 4x$.

Hướng dẫn giải

a) + Xét phương trình $2x^2 + x = 1 \Leftrightarrow 2x^2 + x - 1 = 0$.

Phương trình bậc hai này có hai nghiệm là $x = -1$ và $x = \frac{1}{2}$. Nhưng hai nghiệm đều không phải là số tự nhiên. Do đó mệnh đề “ $\exists x \in \mathbb{N}, 2x^2 + x = 1$ ” là mệnh đề sai.

+ Phủ định của \exists là \forall ; phủ định của $=$ là \neq .

Vậy mệnh đề phủ định của mệnh đề trên là: “ $\forall x \in \mathbb{N}, 2x^2 + x \neq 1$ ”.

b) + Với mọi số thực x , ta có $x^2 - 4x + 5 = x^2 - 4x + 4 + 1 = (x - 2)^2 + 1 > 0$.

Do đó, $x^2 - 4x + 5 > 0$ hay $x^2 + 5 > 4x$.

Suy ra mệnh đề “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 5 > 4x$ ” là mệnh đề đúng.

+ Phủ định của \forall là \exists ; phủ định của $>$ là \leq .

Vậy mệnh đề phủ định của mệnh đề trên là: “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 5 \leq 4x$ ”.

