Bài 2. Tập hợp. Các phép toán trên tập hợp

A. Các câu hỏi trong bài

Câu hỏi khởi động trang 12 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Khái niệm tập hợp thường gặp trong toán học và trong đời sống. Chẳng hạn:

Tập hợp A các học sinh của lớp 10D.

Tập hợp B các học sinh tổ I của lớp đó.

Làm thế nào để diễn tả quan hệ giữa tập hợp A và tập hợp B?

Lời giải:

Sau bài học này, ta sẽ biết để diễn tả quan hệ giữa tập hợp A và tập hợp B ta có: Tập con, tập hợp bằng nhau, giao của hai tập hợp, hợp của hai tập hợp, phần bù và hiệu của hai tập hợp.

Ở bài toán này tập hợp A là tập con của tập hợp B.

Thật vậy, các học sinh tổ I của lớp 10D đều là các học sinh của lớp 10D. Nghĩa là các phần tử của tập B đều là các phần tử của tập hợp A.

Khi đó, tập hợp B là tập con của tập hợp A, kí hiệu B \subset A.

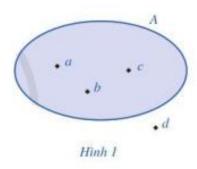
Hoạt động 1 trang 12 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Ở lớp 6, ta đã làm quen với khái niệm tập hợp, kí hiệu và cách viết tập hợp, phần tử thuộc tập hợp. Hãy nêu cách cho một tập hợp.

Lời giải:

Ở lớp 6, ta đã được giới thiệu hai cách cho một tập hợp:

- + Liệt kê các phần tử của tập hợp;
- + Chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp.

Hoạt động 2 trang 12 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Người ta còn minh họa tập hợp bằng một vòng kín, mỗi phần tử của tập hợp được biểu diễn bởi một chấm bên trong vòng kín, còn phần tử không thuộc tập hợp đó được biểu diễn bởi một chấm bên ngoài vòng kín (Hình 1). Cách minh họa tập hợp như vậy được gọi là biểu đồ Ven.



- a) Viết tập hợp A trong Hình 1 bằng cách liệt kê các phần tử của tập hợp đó.
- b) Nêu phần tử không thuộc tập hợp A.

Lời giải:

a) Quan sát Hình 1:

Bên trong vòng kín ta thấy có ba chấm biểu diễn 3 phần tử a, b, c.

Ta viết tập hợp A bằng cách liệt kê các phần tử như sau: $A = \{a; b; c\}$.

b) Có một chấm biểu diễn phần tử d nằm ngoài vòng kín, do đó phần tử d không thuộc tập hợp A, ta viết d $\notin A$.

Hoạt động 3 trang 12 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Nêu số phần tử của mỗi tập hợp sau:

$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 < 0\}, D = \{a\}, E = \{b; c; d\}, N = \{0; 1; 2; ...\}.$$

Lời giải:

+ C =
$$\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 < 0\}$$

Vì $x^2 \ge 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ nên không tồn tại số thực x để $x^2 < 0$

Do đó C không có phần tử nào.

$$+D = \{a\}$$

Tập hợp D có 1 phần tử duy nhất là a.

$$+ E = \{b; c; d\}$$

Tập hợp E có 3 phần tử gồm b; c; d.

+
$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; ...\}.$$

Tập hợp \mathbb{N} là tập hợp các số tự nhiên nên tập hợp này có vô số phần tử.

Luyện tập 1 trang 13 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Nêu số phần tử của mỗi tập hợp sau:

$$G = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 1 = 0\}, \ \mathbb{N}^* = \{1; 2; 3; \ldots\}.$$

Lời giải:

$$+G = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 1 = 0\}$$

Xét phương tình $x^2 + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow$$
 $x^2 = -1$

Vì $x^2 \ge 0$, với mọi $x \in \mathbb{R}$ mà -1 < 0 nên không tồn tại x thỏa mãn $x^2 =$ -1

Vậy tập hợp G không có phần tử nào.

$$+ \mathbb{N}^* = \{1; 2; 3; ...\}.$$

Ta có \mathbb{N}^* là tập hợp các số tự nhiên khác 0 nên tập hợp này có vô số phần tử.

Hoạt động 4 trang 13 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Cho hai tập hợp:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x < 3\}, B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \le x \le 3\}.$$

- a) Viết tập hợp A, B bằng cách liệt kê các phần tử của tập hợp.
- b) Mỗi phần tử của tập hợp A có thuộc tập hợp B không?

Lời giải:

a) Tập hợp A là tập hợp các số nguyên thỏa mãn lớn hơn -3 và nhỏ hơn 3, bao gồm: -2, -1, 0, 1, 2.

Khi đó, bằng cách liệt kê các phần tử, tập hợp A được viết: $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$.

Tập hợp B là tập hợp các số nguyên thỏa mãn lớn hơn hoặc bằng -3 và nhỏ hơn hoặc bằng 3, bao gồm: -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3.

Bằng cách liệt kê các phần tử, tập hợp B được viết: $B = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

b) Mỗi phần tử của tập hợp A đều thuộc tập hợp B.

Luyện tập 2 trang 13 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Cho hai tập hợp:

 $A = \{ n \in \mathbb{N} \mid n \text{ chia h\'et cho 3} \},$

 $B = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ chia h\'et cho } 9\}.$

Chứng tỏ rằng $B \subset A$.

Lời giải:

Ta cần chứng minh $B \subset A$ hay tập hợp B là tập con của tập hợp A nghĩa là ta cần chứng minh mọi phần tử của tập hợp B đều thuộc tập hợp A.

Lấy n bất kì thuộc tập hợp B, khi đó n chia hết cho 9

Vì n chia hết cho 9 mà 9 chia hết cho 3 nên n chia hết cho 3

Do n là tùy ý nên mọi phần tử của tập hợp B đều thuộc tập hợp A hay $B \subset A$.

Vậy ta được điều phải chứng minh.

Hoạt động 5 trang 14 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Cho hai tập hợp:

 $A = \{ n \in \mathbb{N} \mid n \text{ là bội chung của } 2 \text{ và } 3 \}, B = \{ n \in \mathbb{N} \mid n \text{ là bội của } 6 \}.$

Các mệnh đề sau có đúng không?

- a) $A \subset B$;
- b) $B \subset A$.

Lời giải:

Ta có 2 = 2, 3 = 3

$$\Rightarrow$$
 BCNN(2,3) = 2.3 = 6

$$\Rightarrow$$
 BC(2,3) = B(6)

Do đó, nếu số tự nhiên n là bội chung của 2 và 3 thì n cũng là bội của 6, ngược lại nếu n là bội của 6 thì n cũng là bội chung của 2 và 3.

Suy ra mọi phần tử của tập hợp A đều thuộc tập hợp B và mọi phần tử thuộc tập hợp B đều thuộc tập hợp A.

Vậy $A \subset B$ và $B \subset A$ là các mệnh đề đúng.

Luyện tập 3 trang 14 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Cho hai tập hợp $E = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ chia hết cho 3 và 4} \}$ và $G = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ chia hết cho 12} \}$. Chứng tỏ rằng E = G.

+) Nếu $n \in E$ thì n là số tự nhiên thỏa mãn chia hết cho 3 và 4 hay $n \in BC(3; 4)$

Ta có 3 = 3, $4 = 2^2$ khi đó BCNN $(3,4) = 2^2.3 = 12$.

- \Rightarrow BCNN(3; 4) = B(12).
- \Rightarrow n \in B(12) hay n chia hết cho 12.
- \Rightarrow n \in G.
- \Rightarrow E \subset G (1)
- +) Nếu $n \in G$ thì n là số tự nhiên thỏa mãn chia hết cho 12

Mà 12 chia hết cho 3 và 4 nên n chia hết cho 3 và 4 hay $n \in E$.

$$\Rightarrow$$
 G \subset E (2)

Từ (1) và (2) suy ra E = G.

Vậy E = G.

Hoạt động 6 trang 14 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Lớp trưởng lập hai danh sách cách bạn đăng kí tham gia câu lạc bộ thể thao như sau (biết trong lớp không có hai bạn nào cùng tên):

- Bóng đá gồm: An, Bình, Chung, Dũng, Minh, Nam, Phương;
- Bóng rổ gồm: An, Chung, Khang, Phong, Quang, Tuấn.

Hãy liệt kê danh sách các bạn đăng kí tham gia cả hai câu lạc bộ.

Lời giải:

Ở cả hai danh sách đăng kí tham gia câu lạc bộ bóng đá và bóng rổ ta thấy có tên hai bạn An, Chung.

Vậy danh sách các bạn đăng kí tham gia cả hai câu lạc bộ là: An, Chung.

Hoạt động 7 trang 15 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Hai trường dự định tổ chức giải thi đấu thể thao cho học sinh lớp 10. Trường thứ nhất đề xuất ba môn thi đấu là: Bóng bàn, Bóng đá, Bóng rổ. Trường thứ hai đề xuất ba môn thi đấu là: Bóng đá, Bóng rổ, Cầu lông. Lập danh sách những môn thi đấu mà cả hai trường đã đề xuất.

Lời giải:

Danh sách nhưng môn thi đấu mà cả hai trường đã đề xuất bao gồm: Bóng đá, Bóng rổ, Bóng bàn, Cầu lông.

Luyện tập 4 trang 15 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Cho hai tập hợp:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \le 0\}, B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \ge 0\}.$$

Tìm $A \cap B$ và $A \cup B$.

Lời giải:

Tập hợp A gồm các số thực nhỏ hơn hoặc bằng 0.

Tập hợp B gồm các số thực lớn hơn hoặc bằng 0.

Suy ra tập hợp A vừa thuộc tập hợp B có chung phần tử 0.

Do đó A
$$\cap$$
 B = $\{0\}$

Tập hợp gồm các phần tử thuộc A hoặc thuộc B gồm các số thự nhỏ hơn hoặc bằng 0 và các số thực nhỏ hơn hoặc bằng 0 hay nói các khác $A \cup B = \mathbb{R}$.

Vậy A
$$\cap$$
 B = {0} và A \cup B = \mathbb{R} .

Hoạt động 8 trang 15 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Gọi $\mathbb R$ là tập hợp các số thực, I là tập hợp các số vô tỉ. Khi đó I $\subset \mathbb R$. Tìm tập hợp những số thực không phải là số vô tỉ.

Tập số thực bao gồm số hữu tỉ và số vô tỉ nên những số thực không phải số vô tỉ thì là số hữu tỉ.

Vậy tập hợp những số thực không phải là số vô tỉ chính là tập hợp $\mathbb Q$ các số hữu tỉ.

Hoạt động 9 trang 16 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Cho hai tập hợp: $A = \{2; 3; 5; 7; 14\}$, $B = \{3; 5; 7; 9; 11\}$. Liệt kê các phần tử thuộc tập hợp A nhưng không thuộc tập hợp B.

Lời giải:

Ta thấy 2; 14 là các phần tử thuộc tập hợp A nhưng không thuộc tập hợp B.

Luyện tập 5 trang 16 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Cho hai tập hợp:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \le x \le 3\}, B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - x - 6 = 0\}.$$

Tìm $A \setminus B$ và $B \setminus A$.

Lời giải:

$$+ A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \le x \le 3\}$$

Tập hợp A là tập hợp các số nguyên lớn hơn hoặc bằng -2 và nhỏ hơn hoặc bằng 3, bao gồm: -2, -1, 0, 1, 2, 3.

Ta viết: $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}.$

$$+ B = \{ x \in \mathbb{R} \, | \, x^2 - x - 6 = 0 \}$$

$$X\acute{e}t\ x^2 - x - 6 = 0 \iff \begin{bmatrix} x = 3 \\ x = -2 \end{bmatrix}$$

Vậy
$$B = \{-2; 3\}.$$

+ Các phần tử thuộc A mà không thuộc B là: -1, 0, 1, 2.

Vì tập hợp A\B gồm những phần tử thuộc A mà không thuộc B nên A\B = $\{-1; 0; 1; 2\}$.

Vậy A \ B =
$$\{-1; 0; 1; 2\}$$
.

+ Mọi phần tử thuộc tập hợp B đều thuộc tập hợp A.

Vì tập hợp B \ A gồm những phần tử thuộc B mà không thuộc A nên B \ A = \varnothing . Vậy B \ A = \varnothing .

B. Bài tập

Bài 1 trang 18 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Cho tập hợp $X = \{a; b; c\}$. Viết tất cả các tập con của tập hợp X.

Lời giải:

Tập hợp con của tập X gồm 1 phần tử: {a}, {b}, {c}.

Tập hợp con của tập X gồm 2 phần tử: {a; b}, {a; c}, {b; c}.

Tập hợp con của tập X gồm 3 phần tử: $\{a; b; c\}$.

Tập \varnothing cũng là tập con của tập X.

Vậy các tập hợp con của tập hợp $X = \{a; b; c\}$

$$\emptyset$$
, X, {a}, {b}, {c}, {a; b}, {a; c}, {b; c}, {a; b; c}.

Bài 2 trang 18 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Sắp xếp các tập hợp sau theo quan hệ "⊂":

Tập hợp [2; 5] là tập hợp gồm các số thực lớn hơn hoặc bằng 2 và nhỏ hơn hoặc bằng 5.

Tập hợp (2; 5) là tập hợp gồm các số thực lớn hơn 2 và nhỏ hơn 5.

Tập hợp [2;5) là tập hợp gồm các số thực lớn hơn hoặc bằng 2 và nhỏ hơn 5.

Tập hợp (1; 5] là tập hợp các số thực lớn hơn 1 và nhỏ hơn hoặc bằng 5.

Do đó ta sắp xếp các tập hợp như sau:

$$(2;5) \subset [2;5] \subset [2;5] \subset (1;5].$$

Bài 3 trang 18 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Xác định các tập hợp sau và biểu diễn chúng trên trục số:

- a) $[-3; 7] \cap (2; 5);$
- b) $(-\infty; 0] \cup (-1; 2);$
- c) $\mathbb{R} \setminus (-\infty; 3)$;
- d) $(-3; 2) \setminus [1; 3)$

Lời giải:

a) Ta có: (2; 5) =
$$\{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 5\}$$
 và $[-3; 7] = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \le x < 7\}$

Suy ra
$$[-3; 7] \cap (2; 5) = \{x \in \mathbb{R} | 2 < x < 3\}.$$

Biểu diễn trên trục số ta được:

b) Ta có:
$$(-\infty; 0] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \le 0\}$$

$$(-1; 2) = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 2\}$$

Khi đó $(-\infty; 0] \cup (-1; 2) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \le 0 \text{ hoặc} - 1 < x < 2\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\} = (-\infty; 2)$

Biểu diễn trên trục số ta được:



c) Ta có:
$$(-\infty; 3) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 3\}$$

Do đó tập hợp
$$\mathbb{R} \setminus (-\infty; 3) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \ge 3\} = [3; +\infty)$$

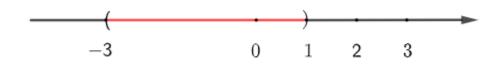
Biểu diễn trên trục số là:



d) Ta có:
$$(-3; 2) = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 2\} \text{ và } [1; 3) = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \le x < 3\}$$

Suy ra tập hợp
$$(-3; 2) \setminus [1; 3) = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 1\} = (-3; 1)$$

Biểu diễn trên trục số là:



Bài 4 trang 18 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Gọi A là tập nghiệm của phương trình $x^2 + x - 2 = 0$, B là tập nghiệm của phương trình $2x^2 + x - 6 = 0$.

Tìm
$$C = A \cap B$$
.

+ Giải phương trình $x^2 + x - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 - x + 2x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-1) + 2(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow$$
 $(x-1)(x+2)=0$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} x - 1 = 0 \\ x + 2 = 0 \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 1 \\ x = -2 \end{bmatrix}$$

Suy ra phương trình có hai nghiệm $x_1 = 1$ và $x_2 = -2$.

Suy ra $A = \{-2; 1\}.$

+ Tương tự, giải phương trình $2x^2 + x - 6 = 0$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 4x - 3x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x(x+2) - 3(x+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)(2x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} x+2=0\\ 2x-3=0 \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = -2 \\ x = \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

Suy ra phương trình có 2 nghiệm là $\frac{3}{2}$ và – 2.

Do đó ta viết được tập hợp B như sau: $B = \{-2; \frac{3}{2}\}.$

Hai tập hợp A và B có chung phần tử - 2. Do đó $A \cap B = \{-2\}.$

Vậy
$$C = \{-2\}$$
.

Bài 5 trang 18 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Tìm $D = E \cap G$ biết E và G lần lượt là tập nghiệm của hai bất phương trình trong mỗi trường hợp sau:

a)
$$2x + 3 \ge 0$$
 và $-x + 5 \ge 0$;

b)
$$x + 2 > 0$$
 và $2x - 9 < 0$.

Lời giải:

a) Xét bất phương trình: $2x + 3 \ge 0 \Leftrightarrow x \ge \frac{-3}{2}$

Suy ra
$$E = E = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \ge \frac{-3}{2} \right\} = \left[\frac{-3}{2}; +\infty \right].$$

Xét bất phương trình: $-x + 5 \ge 0 \Leftrightarrow x \le 5$

Khi đó
$$G = \{x \in \mathbb{R} \mid x \le 5\} = (-\infty; 5]$$

$$V\hat{a}y\ D=E\ \cap\ G=\left\lceil\frac{-3}{2};+\infty\right)\cap\left(-\infty;5\right]=\left\lceil\frac{-3}{2};5\right\rceil.$$

b) Xét bất phương trình: $x + 2 > 0 \Leftrightarrow x > -2$

Suy ra E =
$$\{x \in \mathbb{R} \mid x > -2\} = (-2; +\infty)$$

Xét bất phương trình: $2x - 9 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{9}{2}$

Suy ra
$$G = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x < \frac{9}{2} \right\} = \left(-\infty; \frac{9}{2} \right)$$

Vậy
$$D = E \cap G = (-2; +\infty) \cap \left(-\infty; \frac{9}{2}\right) = \left(-2; \frac{9}{2}\right).$$

Bài 6 trang 18 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Gọi A là tập nghiệm của đa thức P(x).

Viết tập hợp các số thực x sao cho biểu thức $\frac{1}{P(x)}$ xác định.

Lời giải:

A là tập nghiệm của đa thức P(x).

Suy ra
$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid P(x) = 0\}.$$

Biểu thức
$$\frac{1}{P(x)}$$
 xác định khi $P(x) \neq 0$.

Do đó tập hợp các số thực x sao cho biểu thức $\frac{1}{P(x)}$ xác định chính là tập hợp các số thực không thuộc A.

Gọi B là tập hợp các số thực x sao cho biểu thức $\frac{1}{P(x)}$ xác định.

$$V$$
ây $B = \mathbb{R} \setminus A = C_{\mathbb{R}} A$.

Bài 7 trang 18 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Lớp 10B có 28 học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao và 19 học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc. Biết rằng có 10 học sinh tham gia cả hai câu lạc bộ trên.

a) Có bao nhiều học sinh ở lớp 10B tham gia câu lạc bộ thể thao và không tham gia câu lạc bộ âm nhạc?

- b) Có bao nhiều học sinh ở lớp 10B tham gia ít nhất một trong hai câu lạc bộ trên?
- c) Biết lớp 10B có 40 học sinh. Có bao nhiều học sinh không tham giac câu lạc bộ thể thao? Có bao nhiều học sinh không tham gia cả hai câu lạc bộ?

Lời giải:

a) Có 10 bạn học sinh tham gia cả hai câu lạc bộ thể thao và âm nhạc, do đó trong 28 bạn học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao của lớp 10B thì có 10 bạn tham gia cả câu lạc bộ âm nhạc.

Vậy số học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao và không tham gia câu lạc bộ âm nhạc của lớp 10B là: 28 - 10 = 18 (học sinh).

b) Số học sinh tham gia ít nhất một trong hai câu lạc bộ là:

$$28 + 19 - 10 = 37$$
 (học sinh).

c) Lớp 10B có tất cả 40 học sinh, trong đó có 28 bạn tham gia câu lạc bộ thể thao, nên số học sinh không tham gia câu lạc bộ thể thao là:

$$40 - 28 = 12$$
 (học sinh)

* Tính số học sinh không tham gia cả hai câu lạc bộ

TH1: Theo câu b, ta thấy có 37 học sinh tham gia ít nhất một trong hai câu lạc bộ nên số học sinh không tham gia cả hai câu lạc bộ (không tham gia bất kì câu lạc bộ nào) là:

$$40 - 37 = 3$$
 (học sinh)

TH2: Học sinh không tham gia đồng thời cả hai câu lạc bộ thì số học sinh đó sẽ là:

$$40 - 10 = 30$$
 (học sinh)

Bài 8 trang 18 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Một nhóm có 12 học sinh chuẩn bị cho hội diễn văn nghệ. Trong danh sách đăng kí tham gia tiết mục múa và tiết mục hát của nhóm đó, có 5 học sinh tham gia tiết mục múa, 3 học sinh tham gia cả hai tiết mục. Hỏi có bao nhiều học sinh trong nhóm tham gia tiết mục hát? Biết 4 học sinh của nhóm không tham gia tiết mục nào?

Lời giải:

Số bạn trong nhóm tham gia vào cả hai tiết mục hát và múa là: 12 - 4 = 8 (bạn)

Số bạn chỉ tham gia múa là: 5 - 3 = 2 (bạn)

Số bạn chỉ tham gia tiết mục hát là: 8 - 2 - 3 = 3 (bạn)

Do vậy, số bạn trong nhóm tham gia tiết mục hát là: 3 + 3 = 6 (bạn)

Vậy có 6 học sinh tham gia tiết mục hát.