

## Bài 2: Hàm số bậc hai

**Bài 1 trang 54 SBT Toán 10 Tập 1:** Hàm số nào trong các hàm sau đây không phải là hàm số bậc hai?

a)  $y = 3x^2 + x - \sqrt{3}$ ;

b)  $y = x^2 + |x + 1|$ ;

c)  $y = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{khi } x \geq 0 \\ -2x^2 - x & \text{khi } x < 0; \end{cases}$

d)  $y = 2(x^2 + 1) + 3x - 1$ .

**Lời giải:**

+ Hàm số a) có dạng  $y = ax^2 + bx + c$  với  $a = 3 \neq 0$ ,  $b = 1$  và  $c = -\sqrt{3}$  nên đây là hàm số bậc hai.

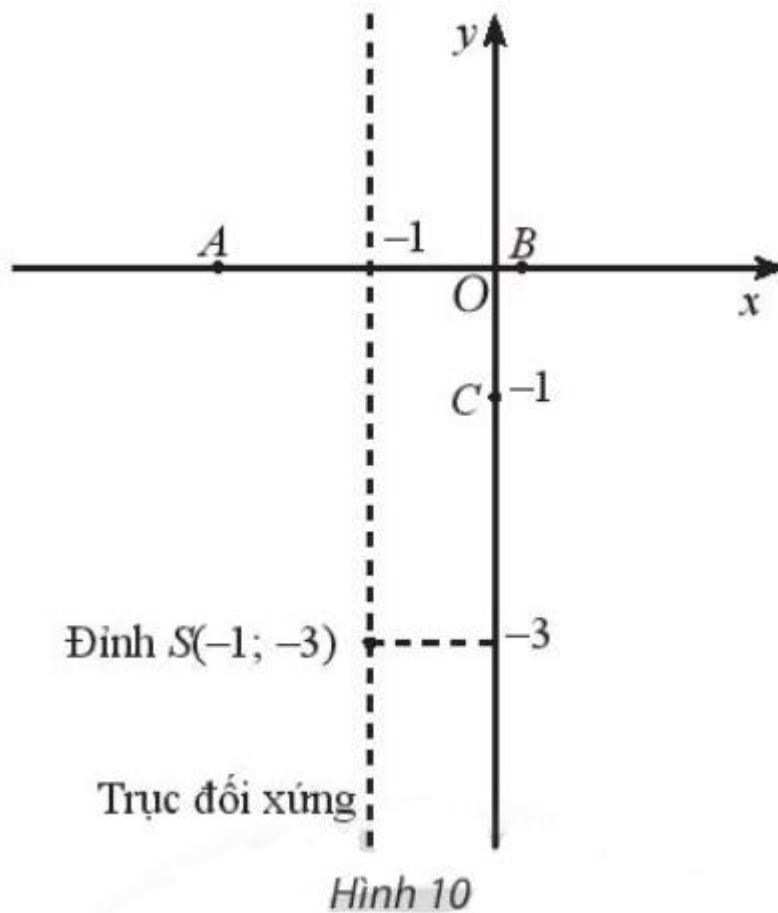
+ Hàm số b) không phải là hàm số bậc hai vì công thức của hàm số có chứa dấu giá trị tuyệt đối.

+ Hàm số c) không phải là hàm số bậc hai vì hàm số này được cho bởi hai công thức.

+ Ta có  $y = 2(x^2 + 1) + 3x - 1$  hay  $y = 2x^2 + 3x + 1$  nên hàm số d) là hàm số bậc hai vì nó có dạng  $y = ax^2 + bx + c$  với  $a = 2 \neq 0$ ,  $b = 3$  và  $c = 1$ .

Vậy trong các hàm số đã cho, hàm số b) và hàm số c) không phải là hàm số bậc hai.

**Bài 2 trang 55 SBT Toán 10 Tập 1:** Cho hàm số bậc hai có đồ thị là parabol có đỉnh S, đi qua các điểm A, B, C(0; -1) được cho trong Hình 10.

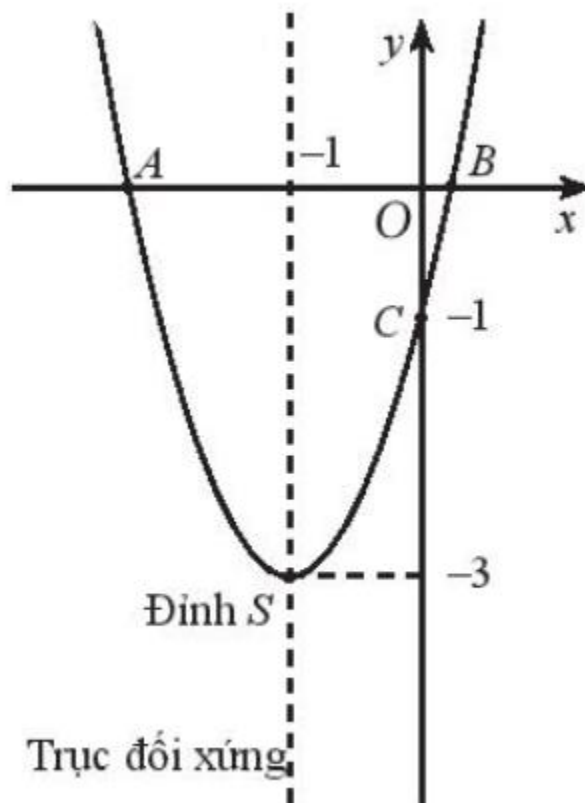


a) Vẽ đồ thị hàm số đã cho;

b) Tìm tập giá trị của hàm số và chỉ ra các khoảng biến thiên của hàm số.

**Lời giải:**

a) Ta vẽ parabol có bề lõm hướng lên trên và đi qua các điểm A, S, C, B, ta được đồ thị của hàm số đã cho như sau:



b) Đồ thị hàm số đã cho là parabol quay bề lõm lên trên nên hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng tung độ đỉnh của parabol.

Từ đồ thị, ta có đỉnh S có tọa độ  $(-1; -3)$ . Suy ra hàm số có tập giá trị là  $[-3; +\infty)$ .

Quan sát đồ thị ta thấy đồ thị đi xuống từ trái qua phải trên khoảng  $(-\infty; -1)$  nên hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$  và đồ thị đi lên từ trái qua phải trên khoảng  $(-1; +\infty)$  nên hàm số đồng biến trên khoảng  $(-1; +\infty)$ .

**Bài 3 trang 55 SBT Toán 10 Tập 1:** Tìm công thức của hàm số có đồ thị vẽ được ở Bài tập 2.

**Lời giải:**

Hàm số bậc hai có công thức tổng quát:  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ).

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng  $-1$  nên  $c = -1$ .

Hoành độ đỉnh là  $x_S = -1$  nên  $-\frac{b}{2a} = -1$ . Suy ra  $b = 2a$ .

Do đó công thức của hàm số là:  $y = ax^2 + 2ax - 1$ .

Lại có đồ thị đi qua đỉnh  $S(-1; -3)$  nên ta có:  $-3 = a \cdot (-1)^2 + 2a \cdot (-1) - 1$ .

Suy ra  $a = 2$  (t/m) và  $b = 2 \cdot 2 = 4$ .

Vậy hàm số cần tìm là  $y = 2x^2 + 4x - 1$ .

**Bài 4 trang 55 SBT Toán 10 Tập 1:** Tìm công thức hàm số bậc hai biết:

a) Đồ thị hàm số đi qua 3 điểm  $A(1; -3)$ ,  $B(0; -2)$ ,  $C(2; -10)$ .

b) Đồ thị hàm số có trục đối xứng là đường thẳng  $x = 3$ , cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng  $-16$  và một trong hai giao điểm với trục hoành có hoành độ là  $-2$ .

**Lời giải:**

Hàm số bậc hai có công thức tổng quát:  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ).

a) Đồ thị hàm số đi qua điểm  $A(1; -3)$  nên:  $-3 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c$  hay  $a + b + c = -3$ . (1)

Đồ thị hàm số đi qua điểm  $B(0; -2)$  nên:  $-2 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c$  hay  $c = -2$ .

Đồ thị hàm số đi qua điểm  $C(2; -10)$  nên:  $-10 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c$  hay  $4a + 2b + c = -10$ . (2).

Thay  $c = -2$  vào (1) ta được:  $a + b - 2 = -3 \Leftrightarrow a + b = -1 \Leftrightarrow a = -1 - b$ . (3)

Thay  $c = -2$  vào (2) ta được:  $4a + 2b - 2 = -10 \Leftrightarrow 4a + 2b = -8 \Leftrightarrow 2a + b = -4$ . (4)

Thay (3) vào (4) ta được:  $2 \cdot (-1 - b) + b = -4 \Leftrightarrow -2 - 2b + b = -4 \Leftrightarrow b = 2$ .

Thay  $b = 2$  vào (3) ta được:  $a = -1 - 2 = -3$  (t/m).

Vậy công thức hàm số là  $y = -3x^2 + 2x - 2$ .

b) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng  $-16$  nên  $c = -16$ .

Khi đó, công thức hàm số là  $f(x) = ax^2 + bx - 16$ .

Một trong hai giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành có hoành độ bằng  $-2$  nên ta có  $a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) - 16 = 0$  hay  $2a - b - 8 = 0$ . (\*)

Đồ thị hàm số có trục đối xứng là đường thẳng  $x = 3$  nên  $-\frac{b}{2a} = 3$  hay  $b = -6a$ .

Thay  $b = -6a$  vào (\*) ta có:  $2a - (-6a) - 8 = 0 \Leftrightarrow 8a = 8 \Leftrightarrow a = 1$ .

Suy ra:  $b = -6 \cdot 1 = -6$ .

Vậy công thức hàm số là  $y = x^2 - 6x - 16$ .

**Bài 5 trang 55 SBT Toán 10 Tập 1:** Tìm khoảng biến thiên và tập giá trị của các hàm số sau:

a)  $y = f(x) = -2x^2 - 4x + 7$ ;

b)  $y = f(x) = x^2 - 6x + 1$ .

**Lời giải:**

a) Hàm số  $y = f(x) = -2x^2 - 4x + 7$  có  $a = -2 < 0$  và đồ thị của hàm số là parabol có tọa độ đỉnh S là  $x_S = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot (-2)} = -1$ ,  $y_S = -2 \cdot (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 7 = 9$  hay

$S(-1; 9)$ .

Ta có bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$9$	$-\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên  $(-\infty; -1)$  và nghịch biến trên  $(-1; +\infty)$ .

Hàm số có tập giá trị là  $T = (-\infty; 9]$ .

b) Hàm số  $y = f(x) = x^2 - 6x + 1$  có  $a = 1 > 0$  và đồ thị hàm số là parabol có tọa độ đỉnh S là  $x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2 \cdot 1} = 3$ ,  $y_s = 3^2 - 6 \cdot 3 + 1 = -8$  hay  $S(3; -8)$ .

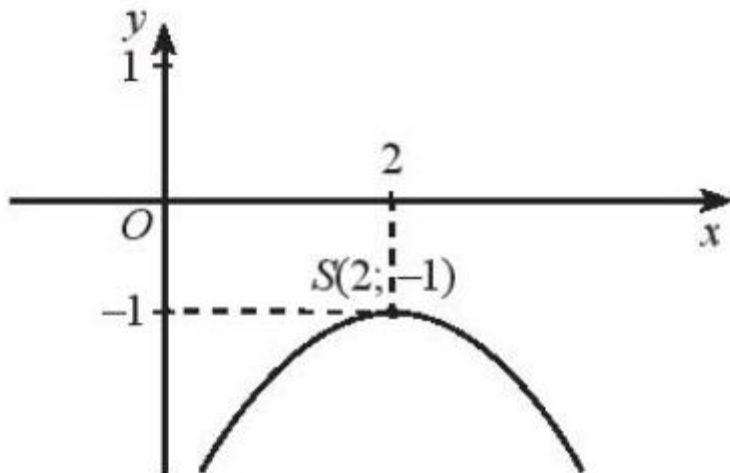
Ta có bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	$3$	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$-8$	$+\infty$

Vậy hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; 3)$  và đồng biến trên  $(3; +\infty)$ .

Hàm số có tập giá trị là  $T = [-8; +\infty)$ .

**Bài 6 trang 55 SBT Toán 10 Tập 1:** Tìm tập xác định, giá trị lớn nhất của hàm số, tập giá trị và các khoảng biến thiên của hàm số biết đồ thị hàm số là một parabol có đỉnh S như Hình 11.



Hình 11

**Lời giải:**

- Hàm số có đồ thị là parabol nên là hàm số bậc hai, do đó hàm số này có tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .
- Parabol có bề lõm hướng xuống dưới, có đỉnh  $S(2; -1)$  nên hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
f(x)	$-\infty$	-1	$-\infty$

Từ đó, ta thấy hàm số có giá trị lớn nhất là  $-1$  nên có tập giá trị là  $T = (-\infty; -1]$  và hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 2)$ , nghịch biến trên khoảng  $(2; +\infty)$ .

**Bài 7 trang 56 SBT Toán 10 Tập 1:** Giả sử hàm số bậc hai mô phỏng vòm phía trong một trụ của cầu Nhật Tân là

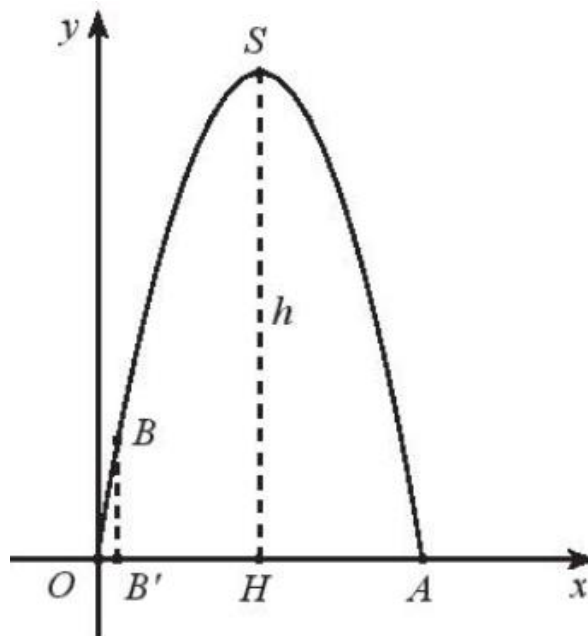
$$y = f(x) = -\frac{187}{856}x^2 + \frac{8041}{856}x \text{ (đơn vị đo: mét).}$$

a) Hãy tính chiều dài đoạn dây dọi sử dụng nếu khoảng cách từ chân của trụ cầu đến quả nặng là 30 cm.

b) Hãy tính khoảng cách từ chân trụ cầu đến quả nặng nếu biết chiều dài đoạn dây dọi sử dụng là 15 m.

**Lời giải:**

Từ Bài 4 phần Bài tập mẫu, ta có đồ thị hàm số  $y = f(x) = -\frac{187}{856}x^2 + \frac{8041}{856}x$  như hình sau:



Ta xét điểm B trên hình.

a) Đổi 30 cm = 0,3 m.

Chiều dài  $l$  của đoạn dây dọi sử dụng là tung độ của điểm B trên parabol có  $x_B = 0,3$ .



Nên ta có:  $l = BB' = f(0,3) = -\frac{187}{856} \cdot (0,3)^2 + \frac{8041}{856} \cdot 0,3 \approx 2,8 \text{ (m)}$ .

Vậy chiều dài dây dọi khoảng 2,8 m.

b) Khoảng cách từ chân trụ đến quả nặng là hoành độ điểm B trên parabol với  $y_B = 15$ .

$$\text{Ta có: } -\frac{187}{856}x_B^2 + \frac{8041}{856}x_B = 15.$$

$$\Leftrightarrow -187x_B^2 + 8041x_B - 12840 = 0$$

Suy ra  $x_1 \approx 41,34$  và  $x_2 \approx 1,66$ .

Vậy khoảng cách từ chân trụ cầu bên trái đến quả nặng là khoảng 1,66 m, khoảng cách từ chân trụ cầu bên phải đến quả nặng là khoảng 41,34 m.

Theo đề bài, ta chọn kết quả 1,66 m.