Dạng 3: Các dạng bài tập về hàm số bậc hai

Hàm số bậc hai lớp 10 và cách giải các dạng bài tập – Toán lớp 10

1. Lý thuyết:

Xét hàm số $y = ax^2 + bx + c\ (a \neq 0)$:

+) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

+) Đồ thị:

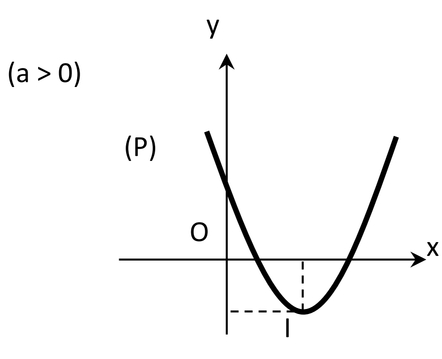
Đồ thị $y = ax^2 + bx + c\ (a \neq 0)$ là 1 parabol (P) có:

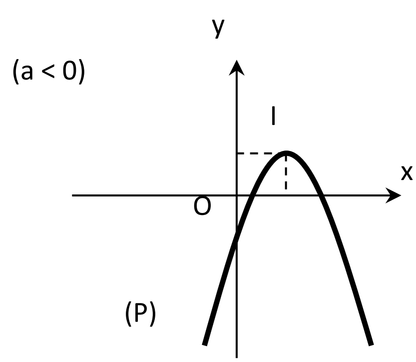
- Đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$ với $\Delta = b^2 - 4ac$.

- Trục đối xứng: $x = -\frac{b}{2a}$.

- Với a > 0 parabol có bề lõm quay lên trên.

- Với a < 0 parabol có bề lõm quay xuống dưới.





+) Sự biến thiên:

Với a > 0, hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$. Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{2a}$		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\dfrac{\Delta}{4a}$	$\nearrow$	$+\infty$

Với a < 0, hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{b}{2a}\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(-\dfrac{b}{2a};+\infty\right)$. Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{2a}$		$+\infty$
y	$-\infty$	$\nearrow$	$-\dfrac{\Delta}{4a}$	$\searrow$	$-\infty$

2. Các dạng bài tập:

Dạng 3.1: Xác định hệ số a, b, c của hàm số bậc hai

a. Phương pháp giải:

* Giả sử hàm số cần tìm có dạng $y = ax^2 + bx + c\ (a \neq 0)$. Căn cứ theo giả thiết bài toán để thiết lập và giải hệ phương trình với ẩn a, b, c từ đó suy ra hàm số cần tìm.

* Một số kiến thức cần nhớ:

- Một điểm $(x_0; y_0)$ thuộc đồ thị hàm số y = f(x) khi và chỉ khi $y_0 = f(x_0)$.

- Đồ thị hàm số có đỉnh là $I(x_1;y_1) \Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{b}{2a} = x_1 \\ y_1 = ax_1^2 + bx_1 + c\ (\text{hay } y_1 = -\dfrac{\Delta}{4a}) \end{cases}$

b. Ví dụ minh họa:

Ví dụ 1: Cho hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P). Tìm hàm số đó biết:

a. (P) đi qua A(8; 0) và có đỉnh I(6; -12)

b. (P) có đỉnh I(2; 0) và cắt trục Oy tại điểm M(0; -1).

Hướng dẫn:

a. Giả sử hàm số bậc hai cần tìm có dạng: $y = ax^2 + bx + c\ (a \neq 0)$

Do (P) có đỉnh I(6; -12) nên ta có: $-\frac{b}{2a} = 6 \Leftrightarrow 12a + b = 0 \quad (1)$

(P) đi qua A(8; 0) và I(6; -12) nên ta có:

$$\begin{cases} 0 = a.8^2 + b.8 + c \\ -12 = a.6^2 + b.6 + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 64a + 8b + c = 0 \\ 36a + 6b + c = -12 \end{cases} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có : $\begin{cases} 12a + b = 0 \\ 36a + 6b + c = -12 \\ 64a + 8b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -36 \\ c = 96 \end{cases}.$

Vậy hàm số cần tìm là : $y = 3x^2 - 36x + 96$.

b. Giả sử hàm số bậc hai cần tìm có dạng: $y = ax^2 + bx + c\ (a \neq 0)$

Theo bài ra, (P) có đỉnh $I(2;0) \Rightarrow \begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ b^2 = 4ac \end{cases}$ (1)

Lại có (P) cắt Oy tại điểm $M(0;-1)$ suy ra $y(0) = -1 \Leftrightarrow c = -1$ (2)

Từ (1), (2) suy ra:

$$\begin{cases} b = -4a \\ b^2 = 4ac \\ c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ b^2 = -4a \\ c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ b^2 = b \\ c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ b(b-1) = 0 \\ c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = 1 \\ c = -1 \end{cases}$$

(vì với $b=0\Rightarrow a=0$ loại)

Vậy hàm số cần tìm là : $y=-\frac{1}{4}x^2+x-1$.

Ví dụ 2: Xác định parabol $(P): y=mx^2+2mx+m^2+2m\,(m\neq 0)$ biết parabol có đỉnh nằm trên đường thẳng $y=x+7$.

Hướng dẫn:

Với $m\neq 0$ thì $(P): y=mx^2+2mx+m^2+2m$ có đỉnh là:

$I\left(-\frac{b}{2a};-\frac{\Delta}{4a}\right)\Rightarrow I\left(-1;m^2+m\right)$

Vì đỉnh nằm trên đường thẳng $y=x+7$ nên ta có:

$$m^2+m=-1+7\Leftrightarrow m^2+m-6=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-3 \end{array}\right.$$

Vậy parabol cần tìm là: $y=2x^2+4x+8$ hoặc $y=-3x^2-6x+3$.

Dạng 3.2: Xét sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số

a. Phương pháp giải:

Cho hàm số bậc hai $y=ax^2+bx+c\,(a\neq 0)$

* Sự biến thiên của hàm số:

- Với a > 0, hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a};+\infty\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-\frac{b}{2a}\right)$. Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$ $\quad\quad -\frac{b}{2a} \quad\quad$ $+\infty$
y	$+\infty \searrow -\frac{\Delta}{4a} \nearrow +\infty$

- Với a < 0, hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-\frac{b}{2a}\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a};+\infty\right)$. Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
y	$-\infty$ ↗	$-\frac{\Delta}{4a}$	↘ $-\infty$

* Cách vẽ đồ thị hàm số:

Bước 1: Xác định tọa độ đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a};-\frac{\Delta}{4a}\right)$.

Bước 2: Vẽ trục đối xứng $x=-\frac{b}{2a}$. Đây là đường thẳng đi qua điểm $\left(-\frac{b}{2a};0\right)$ và song song với trục Oy.

Bước 3: Xác định thêm một số điểm thuộc đồ thị như: giao điểm với trục tung, trục hoành,…

Bước 4: Vẽ parabol.

b. Ví dụ minh họa:

Ví dụ 1: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y=3x^2-4x+1$

Hướng dẫn:

+) Xét hàm số $y=3x^2-4x+1$ có: a = 3; b = -4; c = 1; $-\frac{b}{2a}=\frac{2}{3}$; $\Delta=b^2-4ac=4$; $-\frac{\Delta}{4a}=-\frac{1}{3}$

+) Parabol có đỉnh $I\left(\frac{2}{3};-\frac{1}{3}\right)$

+) Trục đối xứng: $x = \frac{2}{3}$

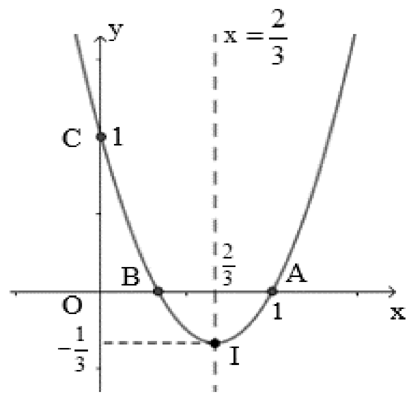
+) Giao điểm với trục Oy là C(0; 1)

+) Giao điểm với trục Ox là A(1; 0); $B\left(\frac{1}{3};0\right)$

+) Vì a = 1 > 0 nên hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{2}{3};+\infty\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\frac{2}{3}\right)$.Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
y	$+\infty$ ↘	$-\frac{1}{3}$	↗ $+\infty$

+) Vẽ đồ thị:



Ví dụ 2: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x - 3$

Hướng dẫn:

+) Xét hàm số $y=-x^2+4x-3$ có: a = -1; b = 4; c = -3; $-\frac{b}{2a}=2$; $\Delta=b^2-4ac=4$; $-\frac{\Delta}{4a}=1$

+) Parabol có đỉnh $I\left(2;1\right)$

+) Trục đối xứng: x = 2

+) Giao điểm với trục Oy là C(0; -3)

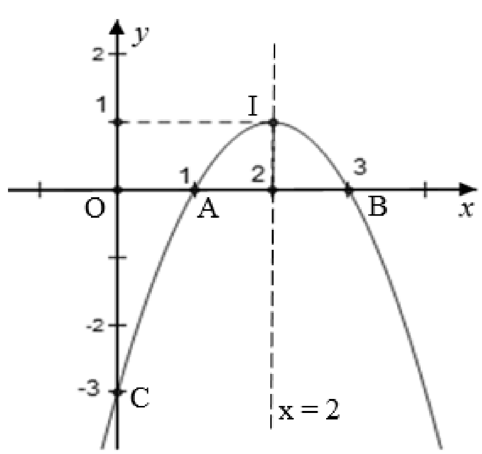
+) Giao điểm với trục Ox là A(1; 0); B(3; 0)

+) Vì a = -1 < 0 nên hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;2\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(2;+\infty\right)$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y		1	
	$-\infty$		$-\infty$

+) Vẽ đồ thị:



Dạng 3.3: Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị

a. Phương pháp giải:

Muốn tìm giao điểm của hai đồ thị y = f(x) và y = g(x). Ta xét phương trình hoành độ giao điểm f(x) = g(x) (1).

-Nếu phương trình (1) có n nghiệm thì hai đồ thị có n điểm chung.

-Để tìm tung độ giao điểm ta thay nghiệm x vào y = f(x) hoặc y = g(x).

b. Ví dụ minh họa:

Ví dụ 1: Tìm tọa độ giao điểm của parabol $(P): y = x^2 - 3x + 2$ và đường thẳng d: $y = x - 1$

Hướng dẫn:

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là :

$$x^2 - 3x + 2 = x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right..$$

Với $x = 1 \Rightarrow y = x - 1 = 1 - 1 = 0$

Với $x = 3 \Rightarrow y = x - 1 = 3 - 1 = 2$

Vậy tọa độ giao điểm cần tìm là: (1; 0); (3; 2).

Ví dụ 2: Cho hai parabol có phương trình $y = x^2 + x + 1$ và $y = 2x^2 - x - 2$. Biết hai parabol cắt nhau tại hai điểm A và B ($x_A < x_B$). Tính độ dài đoạn thẳng AB.

Hướng dẫn:

Phương trình hoành độ giao điểm của hai parabol:

$$2x^2 - x - 2 = x^2 + x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3 \end{array}\right..$$

Thay x = -1 và x = 3 vào $y = x^2 + x + 1$ ta được:

$x = -1 \Rightarrow y = 1;\ x = 3 \Rightarrow y = 13$

Do đó hai giao điểm của hai parabol là $A\left(-1;1\right)$ và $B\left(3;13\right)$.

Từ đó $AB = \sqrt{(3+1)^2 + (13-1)^2} = 4\sqrt{10}$.

Dạng 3.4: Tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số

a. Phương pháp giải:

Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c\ (a \neq 0)$ có đồ thị là parabol.

* Để tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn [a; b], ta thực hiện các bước sau:

Bước 1: Xác định tọa độ đỉnh của parabol và dấu của hệ số a.

Bước 2: Lập bảng biến thiên của hàm số và xác định đoạn [a; b] trên bảng biến thiên

Bước 3: Dựa vào bảng biến thiên để đưa ra kết luận.

* Trong trường hợp tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$, ta có:

+) Với a < 0, hàm số chỉ có giá trị lớn nhất bằng $f\left(-\frac{b}{2a}\right) = -\frac{\Delta}{4a}$ và không tồn tại giá trị nhỏ nhất

+) Với a > 0, hàm số chỉ có giá trị nhỏ nhất bằng $f\left(-\frac{b}{2a}\right) = -\frac{\Delta}{4a}$ và không tồn tại giá trị lớn nhất

b. Ví dụ minh họa:

Ví dụ 1: Tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của các hàm số sau:

a. $f(x) = 2x^2 + x - 3$

b. $f(x) = -3x^2 + x + 2$

Hướng dẫn:

a. Xét hàm số $f(x) = 2x^2 + x - 3$ có a = 2; b = 1; c = -3.

Do a = 2 > 0 nên hàm số chỉ có giá trị nhỏ nhất.

Suy ra $\min f(x) = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = f\left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{25}{8}$.

Vậy hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất là $-\frac{25}{8}$ tại $x = -\frac{1}{4}$.

b. Xét hàm số $f(x) = -3x^2 + x + 2$ có a = -3; b = 1; c = 2.

Do a = -3 < 0 nên hàm số chỉ có giá trị lớn nhất.

Suy ra $\max f(x) = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = f\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{25}{12}$.

Vậy hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất là $\frac{25}{12}$ tại $x = \frac{1}{6}$.

Ví dụ 2: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 5x^2 + 2x + 1$ trên đoạn $\left[-2;2\right]$

Hướng dẫn:

Xét hàm số $y = 5x^2 + 2x + 1$ có a = 5 > 0; b = 2; c = 1; $-\frac{b}{2a} = -\frac{1}{5}$;

$-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = \frac{4}{5}$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	$-\frac{1}{5}$	2	$+\infty$
y	$+\infty$		$\frac{4}{5}$		$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[-2;2\right]$ là $\frac{4}{5}$.

3. Bài tập tự luyện:

a. Tự luận

Câu 1: Tìm khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số $y = x^2 - 4x + 3$.

Hướng dẫn:

Hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ có $a = 1 > 0$ nên đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a};+\infty\right)$, nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-\frac{b}{2a}\right)$.

Vì vậy hàm số đồng biến trên $(2;+\infty)$ và nghịch biến trên $(-\infty;2)$.

Câu 2: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = x^2 - 2(m+1)x - 3$ đồng biến trên khoảng $(4;2018)$?

Hướng dẫn:

Hàm số có a = 1 > 0, $\frac{-b}{2a} = m+1$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(m+1;+\infty)$.

Do đó để hàm số đồng biến trên khoảng $(4;2018)$ thì ta phải có

$(4;2018) \subset (m+1;+\infty) \Leftrightarrow m+1 \le 4 \Leftrightarrow m \le 3$.

Vậy có ba giá trị nguyên dương của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là 1; 2; 3.

Câu 3: Xác định các hệ số a và b để parabol $(P): y = ax^2 + 4x - b$ có đỉnh $I(-1;-5)$.

Hướng dẫn:

Ta có đỉnh I(-1; -5) $\Rightarrow -\frac{4}{2a} = -1 \Rightarrow a = 2$.

Hơn nữa $I \in (P)$ nên $-5 = a - 4 - b \Rightarrow b = 3$.

Câu 4: Biết đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ $(a \ne 0)$ đi qua điểm $A(2;1)$ và có đỉnh $I(1;-1)$. Tính giá trị biểu thức $T = a^3 + b^2 - 2c$.

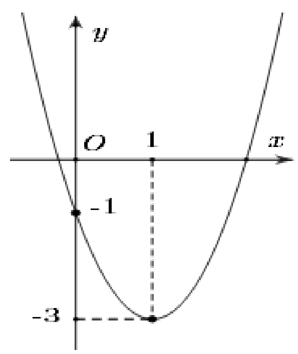
Hướng dẫn:

Đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $A\left(2;1\right)$ và có đỉnh $I\left(1;-1\right)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 4a + 2b + c = 1 \\ -\dfrac{b}{2a} = 1 \\ a + b + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b + c = 1 \\ b = -2a \\ a + b + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ b = -2a \\ -a + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ b = -4 \\ a = 2 \end{cases}.$$

Vậy $T = a^3 + b^2 - 2c = 22$.

Câu 5: Xác định hàm số $y = ax^2 + bx + c$ biết hàm số có đồ thị là một parabol như hình sau :



Hướng dẫn:

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm (0; -1) nên $c = -1$.

Tọa độ đỉnh là I(1; -3) nên ta có phương trình:

$$\begin{cases} -\dfrac{b}{2a} = 1 \\ a.1^2 + b.1 - 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \end{cases}.$$

Vậy hàm số cần tìm là: $y = 2x^2 - 4x - 1$.

Câu 6: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 4x + 1$.

Hướng dẫn:

Hàm số bậc hai $y = x^2 - 4x + 1$ có a = 1 > 0

Suy ra $\min f(x) = f\left(-\frac{-4}{2.1}\right) = f(2) = -3$

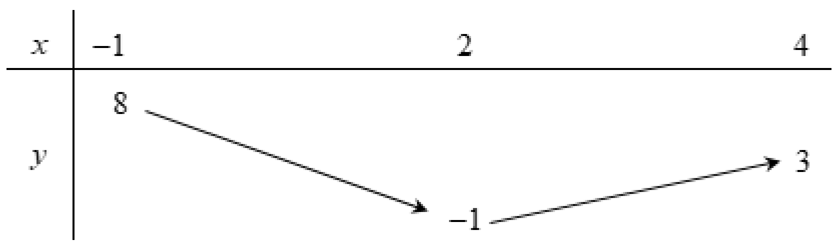
Vậy hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất là -3 tại x = 2.

Câu 7: Tìm tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ trên đoạn $\left[-1;4\right]$

Hướng dẫn:

Ta có: $-\frac{b}{2a} = 2 \in [-1;4]$; a = 1 > 0

Xét trên đoạn $\left[-1;4\right]$ thì hàm số có bảng biến thiên là:



Từ bảng biến thiên suy ra: Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 8 và giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -1 nên tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất là 8+(-1) = 7.

Câu 8: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 2mx + 5$ bằng 1 khi giá trị của tham số m bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn:

Hàm số $y = x^2 + 2mx + 5$ có $a = 1 > 0$ nên hàm số đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = -\frac{b}{2a}$.

Theo đề bài ta có:

$$y\left(-\frac{b}{2a}\right) = 1 \Leftrightarrow y\left(-m\right) = 1 \Leftrightarrow m^2 - 2m^2 + 5 = 1 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2.$$

Câu 9: Tìm tọa độ giao điểm của parabol $\left(P\right): y = x^2 - 4x$ với đường thẳng $d: y = -x - 2$

Hướng dẫn:

Hoành độ giao điểm của (P) và d là nghiệm của phương trình:

$$x^2 - 4x = -x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right..$$

Với x = 1 suy ra y = -3

Với x = 2 suy ra y = -4

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và d là $M(1;-3)$, $N(2;-4)$.

Câu 10: Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để đường thẳng d: $y = mx - 3$ không có điểm chung với parabol (P): $y = x^2 + 1$?

Hướng dẫn:

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là:

$x^2 + 1 = mx - 3 \Leftrightarrow x^2 - mx + 4 = 0$ (*)

Đường thẳng $y = mx - 3$ không có điểm chung với parabol $y = x^2 + 1$

$\Leftrightarrow$ Phương trình (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta < 0$ $\Leftrightarrow m^2 - 16 < 0$ $\Leftrightarrow -4 < m < 4$.

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3;-2;-1;0;1;2;3\}$.

b. Trắc nghiệm:

Câu 1: Hàm số $y = ax^2 + bx + c$, $(a > 0)$ đồng biến trong khoảng nào sau đây?

A. $\left(-\infty;-\frac{b}{2a}\right)$.

B. $\left(-\frac{b}{2a};+\infty\right)$.

C. $\left(-\frac{\Delta}{4a};+\infty\right)$.

D. $\left(-\infty;-\frac{\Delta}{4a}\right)$.

Hướng dẫn:

Chọn B.

Với a > 0, hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a};+\infty\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-\frac{b}{2a}\right)$.

Câu 2: Cho hàm số $y=-x^2+6x-1$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;3)$.

B. $(-\infty;6)$.

C. $(3;+\infty)$.

D. $(6;+\infty)$.

Hướng dẫn:

Chọn C.

Ta có a = -1 <0, $\frac{-b}{2a}=\frac{-6}{2.(-1)}=3$. Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

Câu 3: Cho parabol $(P): y=3x^2-2x+1$. Điểm nào sau đây là đỉnh của (P)?

A. $I(0;1)$.

B. $I\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$.

C. $I\left(-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$.

D. $I\left(\frac{1}{3};-\frac{2}{3}\right)$.

Hướng dẫn:

Chọn B.

Hoành độ đỉnh của $(P): y = 3x^2 - 2x + 1$ là $x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{3}$. Suy ra tung độ đỉnh của (P) là: $y = 3\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 2.\frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}$.

Vậy $I\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Câu 4: Cho parabol $(P): y = x^2 + mx + n$ (m; n tham số). Xác định m; n để (P) nhận $I(2;-1)$ là đỉnh.

A. m = 4; n = -3

B. m = 4; n = 3

C. m = -4; n = -3

D. m = -4; n = 3

Hướng dẫn:

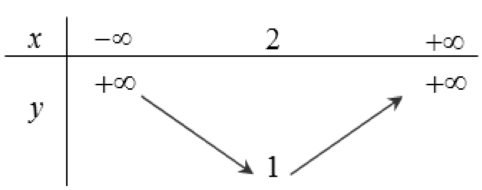
Chọn D.

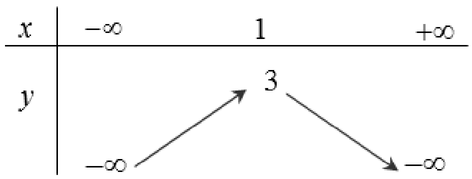
Parabol $(P): y = x^2 + mx + n$ nhận $I(2;-1)$ là đỉnh, khi đó ta có

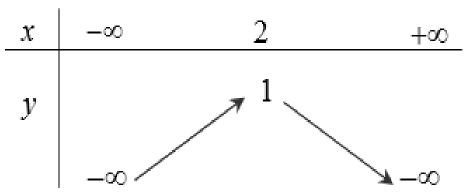
$$\begin{cases} 4 + 2m + n = -1 \\ -\frac{m}{2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m + n = -5 \\ m = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 3 \\ m = -4 \end{cases}.$$

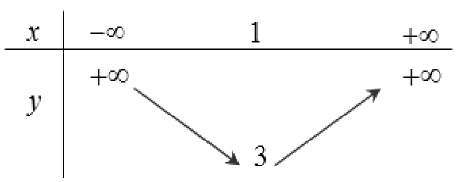
Vậy $m = -4, n = 3$.

Câu 5: Bảng biến thiên của hàm số $y = -2x^2 + 4x + 1$ là bảng nào sau đây?

A. 

B. 

C. 

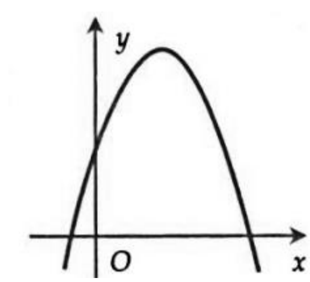
D. 

Hướng dẫn:

Chọn B.

Hàm số $y = -2x^2 + 4x + 1$ có đỉnh $I(1;3)$, hệ số $a = -2 < 0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$, nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 6: Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. a < 0; b > 0; c < 0.

B. a < 0; b < 0; c < 0.

C. a < 0; b > 0; c > 0.

D. a < 0; b < 0; c > 0.

Hướng dẫn:

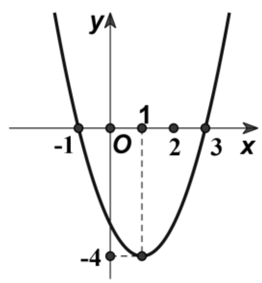
Chọn C.

Parabol quay bề lõm xuống dưới $\Rightarrow a < 0$.

Parabol cắt Oy tại điểm có tung độ dương $\Rightarrow c > 0$.

Đỉnh của parabol có hoành độ dương $\Rightarrow \frac{-b}{2a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{a} < 0$ mà $a < 0$ nên suy ra $b > 0$.

Câu 7: Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình dưới đây. Khi đó $2a + b + 2c$ có giá trị là:



A. -9.

B. 9.

C. -6.

D. 6.

Hướng dẫn:

Chọn C.

Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ đi qua các điểm $A(-1;\ 0)$, $B(1;\ -4)$, $C(3;\ 0)$ nên có hệ phương trình: $\begin{cases} a - b + c = 0 \\ a + b + c = -4 \\ 9a + 3b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -3 \end{cases}$.

Khi đó: $2a + b + 2c = 2.1 - 2 + 2(-3) = -6$.

Câu 8: Tìm m để hàm số $y = x^2 - 2x + 2m + 3$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[2;5]$ bằng -3.

A. m = 0.

B. m = -9.

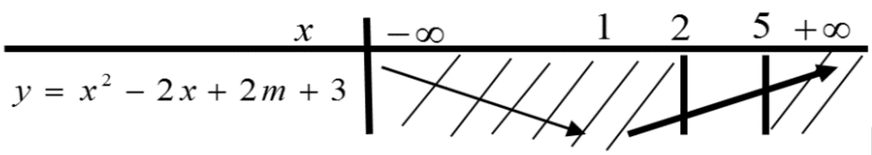
C.m = 1.

D. m = -3.

Hướng dẫn:

Chọn D.

Ta có hàm số $y = x^2 - 2x + 2m + 3$ có hệ số $a = 1 > 0, b = -2$, trục đối xứng là đường thẳng $x = -\frac{b}{2a} = 1$ nên có bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên đoạn $[2;5]$ suy ra giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[2;5]$ bằng $f(2)$. Theo giả thiết $f(2) = -3 \Leftrightarrow 2m + 3 = -3 \Leftrightarrow m = -3$.

Câu 9: Tọa độ giao điểm của đường thẳng d: $y = -x + 3$ và parabol (P): $y = -x^2 - 4x + 1$ là:

A. $(-1;4)$, $(-2;5)$.

B. $(2;0)$, $(-2;0)$.

C. $\left(1;-\frac{1}{2}\right)$, $\left(-\frac{1}{5};\frac{11}{50}\right)$.

D. $\left(\frac{1}{3};-1\right)$.

Hướng dẫn:

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng d là:

$$-x^2-4x+1=-x+3 \Leftrightarrow x^2+3x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \Rightarrow y=4 \\ x=-2 \Rightarrow y=5 \end{array}\right.$$

Vậy giao điểm của parabol (P) và đường thẳng d có tọa độ $\left(-1;4\right)$ và $\left(-2;5\right)$.

Câu 10: Tìm tất cả các giá trị m để đường thẳng $y=mx+3-2m$ cắt parabol $y=x^2-3x-5$ tại 2 điểm phân biệt có hoành độ trái dấu.

A. $m<-3$.

B. $-3<m<4$.

C. $m<4$.

D. $m\le 4$.

Hướng dẫn:

Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y=mx+3-2m$ và parabol $y=x^2-3x-5$ là:

$x^2-3x-5=mx+3-2m \Leftrightarrow x^2-\left(m+3\right)x+2m-8=0$ (*).

Đường thẳng cắt parabol tại hai điểm phân biệt có hoành độ trái dấu khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow a.c<0$ (theo định lý Vi-et)

$\Leftrightarrow 2m-8<0 \Leftrightarrow m<4$.