

Công thức xác định vector chỉ phương của đường thẳng

I. Lý thuyết tổng hợp.

- Định nghĩa vector chỉ phương: Vector \vec{u} ($\vec{u} \neq \vec{0}$) là vector chỉ phương của đường thẳng Δ nếu giá của vector \vec{u} song song hoặc trùng với đường thẳng Δ .

- Chú ý:

+ Nếu \vec{u} là vector chỉ phương của Δ thì $k\vec{u}$ ($k \neq 0$) cũng là vector chỉ phương của Δ .

+ Nếu đường thẳng Δ có vector pháp tuyến $\vec{n} = (a; b)$ thì đường thẳng đó có các vector chỉ phương là $\vec{u} = (b; -a)$, $\vec{u}' = (-b; a)$

II. Các công thức.

- Cho đường thẳng Δ đi qua hai điểm A và B có: \overrightarrow{AB} là vector chỉ phương của Δ

- Cho \vec{u} là vector chỉ phương của $\Delta \Rightarrow k\vec{u}$ ($k \neq 0$) là vector chỉ phương của Δ .

- Cho đường thẳng Δ : $\begin{cases} x = x_0 + u_1 t \\ y = y_0 + u_2 t \end{cases} \Rightarrow$ Vector chỉ phương của Δ là $\vec{u} = (u_1; u_2)$

- Cho đường thẳng Δ có vector pháp tuyến $\vec{n} = (a; b)$ thì đường thẳng đó có các vector chỉ phương là $\vec{u} = (b; -a)$, $\vec{u}' = (-b; a)$

- Cho đường thẳng d và d' . Biết $d \perp d'$: Nếu d' có vector pháp tuyến $\vec{n}' = (a; b)$ thì vector chỉ phương của d là $\vec{u} = (a; b)$

- Cho đường thẳng d và d' . Biết $d // d'$: Nếu d' có vector pháp tuyến $\vec{n}' = (a; b)$ thì vector chỉ phương của d là $\vec{u} = (-b; a), \vec{u}' = (b; -a)$

III. Ví dụ minh họa.

Bài 1: Cho đường thẳng d đi qua hai điểm A(1; 3) và B(4; 5). Xác định 3 vector chỉ phương của đường thẳng d .

Lời giải:

Do đường thẳng d đi qua hai điểm A(1; 3) và B(4; 5) nên ta có:

$\overrightarrow{AB} = (4 - 1; 5 - 3) = (3; 2)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng d.

$k\overrightarrow{AB}$ ($k \neq 0$) cũng là vector chỉ phương của đường thẳng d.

Chọn $k = 2$, ta có vector chỉ phương : $\overrightarrow{u_2} = 2\overrightarrow{AB} = (6; 4)$

Chọn $k = 3$, ta có vector chỉ phương: $\overrightarrow{u_3} = 3\overrightarrow{AB} = (9; 6)$

Bài 2: Cho đường thẳng d: $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = -2 - 5t \end{cases}$. Xác định vector chỉ phương của đường thẳng d.

Lời giải:

Gọi $\vec{u} = (u_1; u_2)$ là vector chỉ phương của d.

$$\text{Ta có d: } \begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = -2 - 5t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ u_2 = -5 \end{cases}$$

Vậy vector chỉ phương của d là $\vec{u} = (3; -5)$

Bài 3: Cho đường thẳng d có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2)$. Tìm 2 vector chỉ phương của đường thẳng d.

Lời giải:

Đường thẳng d có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2)$

\Rightarrow Vector chỉ phương $\vec{u} = (2; -1)$ và $\vec{u} = (-2; 1)$

Bài 4: Cho hai đường thẳng d và d'. Tìm vector chỉ phương của d. Biết $d \perp d'$ và vector pháp tuyến của d' là $\vec{n}' = (1; 5)$.

Lời giải:

Do $d \perp d'$ và vector pháp tuyến của d' là $\vec{n}' = (1; 5)$ nên ta có:

Vector chỉ phương của d là $\vec{u} = (1; 5)$

IV. Bài tập tự luyện.

Bài 1: Cho đường thẳng d' trong các trường hợp sau. Tìm vector chỉ phương của d' trong các trường hợp đó.

a) d' đi qua điểm $A(0; 1)$ và $B(2; 7)$.

b) d' trùng với trục hoành.

Bài 2: Cho đường thẳng d có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (-3; 4)$. Tìm vector chỉ phương của đường thẳng d .