

## Tất tần tật về phương trình bậc nhất đối với hàm số lượng giác

### 1. Lý thuyết

Nhắc lại công thức nghiệm phương trình lượng giác

$$\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + 2k\pi \\ x = \pi - \alpha + 2k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + 2k\pi \\ x = -\alpha + 2k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$\tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

$$\cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

### 2. Các dạng bài tập

**Dạng 1: Phương trình lượng giác sử dụng phân tích đa thức thành nhân tử đưa về phương trình tích**

*Phương pháp giải:*

Sử dụng các biến đổi thích hợp để xuất hiện nhân tử chung như công thức nhân đôi, công thức nhân ba...

- Công thức nhân đôi:

$$\sin 2a = 2\sin a \cdot \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$$

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$$

- Công thức nhân ba:

$$\sin 3a = 3\sin a - 4\sin^3 a$$

$$\cos 3a = 4\cos^3 a - 3\cos a$$

*Ví dụ minh họa:*

**Ví dụ 1:** Giải các phương trình sau:

a)  $\cos x - 2\sin 2x = 0$

b)  $6\sin 4x + 5\sin 8x = 0$

c)  $\cos^2 x - \sin 2x = 0$

**Lời giải**

a)  $\cos x - 2\sin 2x = 0$

$$\Leftrightarrow \cos x - 2 \cdot 2 \cdot \sin x \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos x(1 - 4\sin x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ 1 - 4\sin x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \arcsin \frac{1}{4} + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin \frac{1}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy họ nghiệm của phương trình là

$$x = \frac{\pi}{2} + k\pi; x = \arcsin \frac{1}{4} + k2\pi; x = \pi - \arcsin \frac{1}{4} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$$

$$b) 6\sin 4x + 5\sin 8x = 0$$

$$\Leftrightarrow 6\sin 4x + 5 \cdot 2 \cdot \sin 4x \cos 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\sin 4x(3 + 5\cos 4x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 4x = 0 \\ 3 + 5\cos 4x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 4x = 0 \\ \cos 4x = -\frac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = k\pi \\ 4x = \pm \arccos\left(-\frac{3}{5}\right) + k2\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{4} \\ x = \pm \frac{1}{4} \arccos\left(-\frac{3}{5}\right) + \frac{k\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Vậy họ nghiệm của phương trình là } x = \frac{k\pi}{4}; x = \pm \frac{1}{4} \arccos\left(-\frac{3}{5}\right) + \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}.$$

$$c) \cos^2 x - \sin 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 x - 2\sin x \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos x(\cos x - 2\sin x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x - 2\sin x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \\ 2\sin x = \cos x (*) \end{cases}$$

Giải phương trình (\*)

Trường hợp 1:  $\cos x = 0$ . Thay vào (\*) ta được  $\sin x = 0$

Ta thấy  $\sin^2 x + \cos^2 x = 0^2 + 0^2 = 0$  (Vô lí) (Loại).

Trường hợp 2:  $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$

Chia hai vế của phương trình cho  $\cos x$ , ta được

$$(*) \Rightarrow 2 \cdot \frac{\sin x}{\cos x} = 1 \Leftrightarrow \tan x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \arctan \frac{1}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \text{ (Thỏa mãn)}$$

Vậy họ nghiệm của phương trình là:  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; x = \arctan \frac{1}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$ .

**Ví dụ 2:** Giải phương trình:  $\sin x \cdot \cos 3x - \sin x + 2\cos 3x - 2 = 0$ .

### Lời giải

Ta có:  $\sin x \cdot \cos 3x - \sin x + 2\cos 3x - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow \sin x (\cos 3x - 1) + 2(\cos 3x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\cos 3x - 1)(\sin x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 3x - 1 = 0 \\ \sin x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 3x = 1 \\ \sin x = -2 \text{ (Loại)} \end{cases} \Leftrightarrow 3x = k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{k2\pi}{3}; k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy họ nghiệm của phương trình là:  $x = \frac{k2\pi}{3}; k \in \mathbb{Z}$ .

### Dạng 2: Sử dụng công thức biến đổi tổng thành tích và tích thành tổng

*Phương pháp giải:*

- Công thức biến đổi tổng thành tích

$$\cos a + \cos b = 2\cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$$

$$\cos a - \cos b = -2\sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$$

$$\sin a + \sin b = 2\sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$$

$$\sin a - \sin b = 2\cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$$

- Công thức biến đổi tích thành tổng

$$\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

$$\sin a \cdot \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$$

$$\sin a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$

Ví dụ minh họa:

**Ví dụ 1:** Giải các phương trình sau:

a)  $\sin 2x \cdot \sin 5x = \sin 3x \cdot \sin 4x$

b)  $\sin 5x \cdot \cos 3x = \sin 4x \cdot \cos 2x$

**Lời giải**

a)  $\sin 2x \cdot \sin 5x = \sin 3x \cdot \sin 4x$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} [\cos(5x-2x) - \cos(5x+2x)] = \frac{1}{2} [\cos(4x-3x) - \cos(4x+3x)]$$

$$\Leftrightarrow \cos 3x - \cos 7x = \cos x - \cos 7x$$

$$\Leftrightarrow \cos 3x = \cos x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = x + k2\pi \\ 3x = -x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = k2\pi \\ 4x = k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{k\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy họ nghiệm của phương trình là:  $x = \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$ .

b)  $\sin 5x \cdot \cos 3x = \sin 4x \cdot \cos 2x$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} [\sin(5x+3x) + \sin(5x-3x)] = \frac{1}{2} [\sin(4x+2x) + \sin(4x-2x)]$$

$$\Leftrightarrow \sin 8x + \sin 2x = \sin 6x + \sin 2x$$

$$\Leftrightarrow \sin 8x = \sin 6x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8x = 6x + k2\pi \\ 8x = \pi - 6x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = k2\pi \\ 14x = \pi + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{14} + \frac{k\pi}{7} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy họ nghiệm của phương trình là:  $x = k\pi; x = \frac{\pi}{14} + \frac{k\pi}{7}; k \in \mathbb{Z}$ .

**Ví dụ 2:** Giải các phương trình sau:

a)  $\sin 3x + \sin 2x = \sin x$

b)  $\sin x + \sin 3x = \cos 2x + \cos 4x$

**Lời giải**

a)  $\sin 3x + \sin 2x = \sin x$

$$\Leftrightarrow \sin 3x - \sin x + \sin 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos \frac{3x+x}{2} \cdot \sin \frac{3x-x}{2} + \sin 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos 2x \sin x + 2\sin x \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\sin x (\cos 2x + \cos x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\sin x \cdot 2\cos \frac{2x+x}{2} \cdot \cos \frac{2x-x}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 4\sin x \cdot \cos \frac{3x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos \frac{3x}{2} = 0 \\ \cos \frac{x}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ \frac{3x}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ \frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy họ nghiệm của phương trình là:  $x = k\pi; x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$ .

b)  $\sin x + \sin 3x = \cos 2x + \cos 4x$

$$\Leftrightarrow 2\sin \frac{x+3x}{2} \cos \frac{x-3x}{2} = 2\cos \frac{2x+4x}{2} \cos \frac{2x-4x}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2\sin 2x \cos(-x) = 2\cos 3x \cos(-x)$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x \cos x - \cos 3x \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos x (\sin 2x - \cos 3x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin 2x = \cos 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin 2x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ 2x = \frac{\pi}{2} - 3x + k2\pi \\ 2x = \pi - \frac{\pi}{2} + 3x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ 5x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ -x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{10} + \frac{k2\pi}{5} \\ x = -\frac{\pi}{2} - k2\pi \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{10} + \frac{k2\pi}{5} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})
\end{aligned}$$

Vậy họ nghiệm của phương trình là:  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; x = \frac{\pi}{10} + \frac{k2\pi}{5}; k \in \mathbb{Z}$ .

### Dạng 3: Sử dụng công thức hạ bậc

*Phương pháp giải:*

Công thức hạ bậc hai:

$$\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$$

$$\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$$

*Ví dụ minh họa:*

**Ví dụ 1:** Giải phương trình sau:  $\sin^2 x + \sin^2 3x = 2\sin^2 2x$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\sin^2 x + \sin^2 3x = 2\sin^2 2x$

$$\Leftrightarrow \frac{1 - \cos 2x}{2} + \frac{1 - \cos 6x}{2} = 2 \cdot \frac{1 - \cos 4x}{2}$$

$$\Leftrightarrow -\cos 2x - \cos 6x = -2\cos 4x$$

$$\Leftrightarrow \cos 6x + \cos 2x - 2\cos 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos \frac{6x + 2x}{2} \cos \frac{6x - 2x}{2} - 2\cos 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos 4x \cos 2x - 2\cos 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos 4x (\cos 2x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 4x = 0 \\ \cos 2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ 2x = k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4} \\ x = k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy họ nghiệm của phương trình là:  $x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4}; x = k\pi; k \in \mathbb{Z}$ .

**Ví dụ 2:** Giải phương trình sau:  $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 4x = 2$

### Lời giải

Ta có:  $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 4x = 2$

$$\Leftrightarrow \frac{1 + \cos 2x}{2} + \frac{1 + \cos 4x}{2} + \frac{1 + \cos 6x}{2} + \frac{1 + \cos 8x}{2} = 2$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x + \cos 4x + \cos 6x + \cos 8x = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos 8x + \cos 2x + \cos 6x + \cos 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos \frac{8x+2x}{2} \cdot \cos \frac{8x-2x}{2} + 2\cos \frac{6x+4x}{2} \cdot \cos \frac{6x-4x}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos 5x \cos 3x + 2\cos 5x \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos 5x (\cos 3x + \cos x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos 5x \cdot 2\cos \frac{3x+x}{2} \cdot \cos \frac{3x-x}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 4\cos 5x \cos 2x \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 5x = 0 \\ \cos 2x = 0 \\ \cos x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{10} + \frac{k\pi}{5} \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy họ nghiệm của phương trình là  $x = \frac{\pi}{10} + \frac{k\pi}{5}; x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}; x = \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$ .

### 3. Bài tập tự luyện

**Câu 1.** Nghiệm của phương trình  $\cos^2 x - \cos x = 0$  thuộc khoảng  $0 < x < \pi$  là:

**A.**  $x = \frac{\pi}{6}$

**B.**  $x = \frac{\pi}{2}$

**C.**  $x = \frac{\pi}{4}$

**D.**  $x = -\frac{\pi}{2}$

**Câu 2.** Giải phương trình  $\cos^2 x - \sin 2x = 0$

$$\text{A. } \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \arctan \frac{1}{3} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \arctan \frac{1}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \arctan \frac{1}{5} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \arctan \frac{1}{2} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

**Câu 3.** Nghiệm của phương trình  $\sin 2x - \sin x = 2 - 4\cos x$  là:

$$\text{A. } \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

**Câu 4.** Nghiệm của phương trình  $\sin x \cdot \cos x \cdot \cos 2x = 0$  là:

$$\text{A. } x = k\pi$$

$$\text{B. } x = \frac{k\pi}{2}$$

$$\text{C. } x = \frac{k\pi}{8}$$

$$\text{D. } x = \frac{k\pi}{4}$$

**Câu 5.** Nghiệm của phương trình  $\cos 3x - \cos 5x = \sin x$  là:

$$\text{A. } \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{24} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{5\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{5\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{5\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

**Câu 6.** Phương trình  $\cos 5x \cdot \cos 3x = \cos 4x \cdot \cos 2x$  có tập nghiệm trùng với tập nghiệm của phương trình nào sau đây?



**A.**  $\sin x = \cos x$

**B.**  $\cos x = 0$

**C.**  $\cos 8x = \cos 6x$

**D.**  $\sin 8x =$

$\cos 6x$

**Câu 7.** Phương trình  $\cos x + 3\cos 2x + \cos 3x = 0$  có nghiệm là:

**A.**  $x = -\frac{\pi}{16} + \frac{k\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$

**B.**  $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

**C.**  $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

**D.**  $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 8.** Nghiệm của phương trình  $\cos 3x - \cos 4x + \cos 5x = 0$  là:

**A.**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4} \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

**B.**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4} \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

**C.**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4} \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

**D.**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

**Câu 9.** Phương trình  $2\sin x + \cos x - \sin 2x - 1 = 0$  có nghiệm là:

**A.**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \\ x = k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**B.**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

**C.**  $\begin{cases} x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

**D.**  $\begin{cases} x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

**Câu 10.** Một họ nghiệm của phương trình  $\cos x \cdot \sin^2 3x - \cos x = 0$  là :

**A.**  $-\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}; k \in \mathbb{Z}.$

**B.**  $\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}; k \in \mathbb{Z}$

**C.**  $\frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$

**D.**  $\frac{k\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}$

**Câu 11.** Các nghiệm của phương trình  $\sin^2 x + \sin^2 3x = \cos^2 x + \cos^2 3x$  là:

**A.**  $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$

**B.**  $x = -\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$

C.  $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}$

D.  $x = \pm \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$

**Câu 12.** Các nghiệm của phương trình  $\cos x \cos 5x = \frac{1}{2} \cos 6x$  (với  $k \in \mathbb{Z}$ ) là:

A.  $x = \frac{\pi}{8} + k\pi$

B.  $x = \frac{k\pi}{2}$

C.  $x = \frac{k\pi}{4}$

D.

$x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4}$

**Câu 13.** Họ nghiệm của phương trình  $\sin^2 x + \cos^2 4x = 1$  là:

A.  $\begin{cases} x = \frac{k\pi}{13} \\ x = \frac{k\pi}{15} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

B.  $\begin{cases} x = \frac{k\pi}{23} \\ x = \frac{k\pi}{25} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

C.  $\begin{cases} x = \frac{k\pi}{3} \\ x = \frac{k\pi}{5} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

D.

$\begin{cases} x = \frac{k\pi}{33} \\ x = \frac{k\pi}{35} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**Câu 14.** Họ nghiệm của phương trình  $\cos x \cos 7x = \cos 3x \cos 5x$  là:

A.  $\frac{k\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}$

B.  $\frac{k\pi}{8}; k \in \mathbb{Z}$

C.  $\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}$

D.

$\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$

**Câu 15.** Phương trình  $\sin^2 3x - \cos^2 4x = \sin^2 5x - \cos^2 6x$  có các nghiệm là:

A.  $\begin{cases} x = \frac{k\pi}{12} \\ x = \frac{k\pi}{4} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

B.  $\begin{cases} x = \frac{k\pi}{9} \\ x = \frac{k\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

C.  $\begin{cases} x = \frac{k\pi}{6} \\ x = k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

D.

$\begin{cases} x = \frac{k\pi}{3} \\ x = k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

**Bảng đáp án**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
B	D	B	D	C	C	C	C	B	B	C	D	C	A	B

