

8 ĐỀ THI HỌC KÌ 2

ĐỀ SỐ 1

SỞ GD & ĐT NAM ĐỊNH

ĐỀ THI HỌC KÌ 2 NĂM HỌC 2019 - 2020

TRƯỜNG THPT

Môn thi: TOÁN - KHỐI 10

Thời gian làm bài: 90 phút,

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM (3 điểm) Chọn *đáp án đúng trong mỗi câu sau:*

Câu 1 (TH). Tập nghiệm của bất phương trình $-x^2 + x + 12 \geq 0$ là:

A. $(-\infty; -3] \cup [4; +\infty)$.

B. \emptyset .

C. $(-\infty; -4] \cup [3; +\infty)$.

D. $[-3; 4]$.

Lời giải

$$-x^2 + x + 12 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 12 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (x+3)(x-4) \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 4$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[-3; 4]$.

Chọn D

Câu 2 (TH). Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x+1}{2-x} < 0$ là:

A. $[-1; 2]$.

B. $(-1; 2)$

C. $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

D. $[-1; 2)$.

Lời giải

$$\text{ĐKXĐ: } 2 - x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$$

Đặt $f(x) = \frac{x+1}{2-x}$. Ta có bảng:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$x+1$		0	+	+

$2-x$	+	+	0	-
$f(x)$	-	0	+	-

Vậy $f(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 2 \end{cases}$ nên tập nghiệm của phương trình là $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$

Chọn C

Câu 3 (VD). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để với mọi $x \in R$, biểu thức $f(x) = x^2 + (m+2)x + 8m+1$ luôn nhận giá trị dương?

A. 27

B. 28

C. Vô số

D. 26

Lời giải

Ta có: $f(x) = x^2 + (m+2)x + 8m+1 > 0$ với mọi x

$$\Leftrightarrow \Delta = (m+2)^2 - 4.(8m+1) < 0 \Leftrightarrow m^2 - 28m < 0$$

$$\Leftrightarrow m(m-28) < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 28$$

$$\Rightarrow m \in Z \Rightarrow m = \{1; 2; 3; \dots; 27\}$$

Vậy có 27 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Chọn A

Câu 4 (NB). Cho bảng số liệu thống kê điểm kiểm tra 1 tiết môn Toán của 40 học sinh như sau:

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10	Cộng
Số học sinh	2	3	7	18	3	2	4	1	40

Số trung vị (M_e) và môđ (M_o) của bảng số liệu thống kê trên là:

A. $M_e = 8; M_o = 40$. B. $M_e = 6; M_o = 18$.

C. $M_e = 6,5; M_o = 6$. D. $M_e = 7; M_o = 6$.

Lời giải

Dựa vào bảng số liệu thống kê ta thấy $M_e = \frac{6+7}{2} = 6,5; M_o = 6$

Chọn C.

Câu 5 (TH). Biểu thức $P = \sin(\pi + x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cot(2\pi - x) + \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$

có biểu thức rút gọn là:

A. $P = 2\sin x$

B. $P = -2\sin x$

C. $P = 0$

D. $P = -2\cot x$

Lời giải

$$P = \sin(\pi + x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cot(2\pi - x) + \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$$

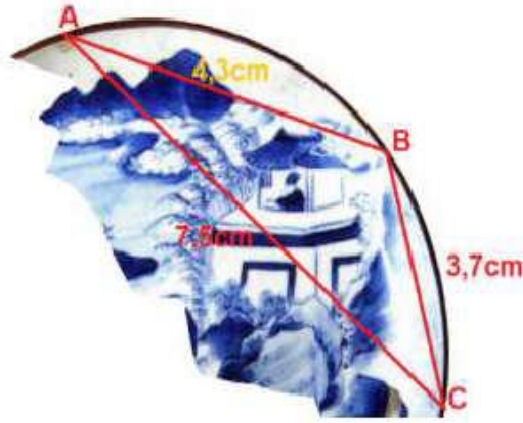
$$= \sin(-x) - \sin x + \cot(-x) + \tan\left(\pi + \frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$= -\sin x - \sin x - \cot x - \cot(\pi - x)$$

$$= -2\sin x - \cot x + \cot x = -2\sin x$$

Chọn B

Câu 6 (VD). Trong khi khai quật một ngôi mộ cổ, các nhà khảo cổ học đã tìm được một chiếc đĩa cổ hình tròn bị vỡ, các nhà khảo cổ muốn khôi phục lại hình dạng chiếc đĩa này. Để xác định bán kính của chiếc đĩa, các nhà khảo cổ lấy 3 điểm trên chiếc đĩa và tiến hành đo đạc thu được kết quả như hình vẽ ($AB = 4,3cm$; $BC = 3,7cm$; $CA = 7,5cm$). Bán kính của chiếc đĩa này bằng (kết quả làm tròn tới hai chữ số sau dấu phẩy)



A. 5,73 cm

B. 6,01 cm

C. 5,85 cm

D. 4,57 cm

Lời giải

Dễ thấy bán kính của chiếc đĩa là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

Tam giác ABC có nửa chu vi $p = \frac{4,3 + 3,7 + 7,5}{2} = 7,75$

$$S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{abc}{4\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}$$

$$= \frac{4,3 \cdot 3,7 \cdot 7,5}{4\sqrt{7,75(7,75-4,3)(7,75-3,7)(7,75-7,5)}} \approx 5,73 \text{ cm}$$

Chọn A

Câu 7 (TH). Phương trình tham số của đường thẳng đi qua 2 điểm $A(3;-1)$, $B(-6;2)$ là:

A. $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -1 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -6 - t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -1 + t \end{cases}$

Lời giải

$$\overrightarrow{AB} = (-9;3) = -3 \cdot (3;-1) \Rightarrow \overrightarrow{AB} // \vec{u} = (3;-1)$$

Đường thẳng đi qua 2 điểm $A(3;-1), B(-6;2)$ nên nhận \vec{u} làm VTCP

Phương trình tham số của đường thẳng AB là:
$$\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -1 - t \end{cases}$$

Chọn B.

Câu 8 (TH). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$ là phương trình đường tròn.

A. $1 < m < 2$

B. $m < -2$ hoặc $m > -1$

C. $m < -2$ hoặc $m > 1$

D. $m < 1$ hoặc $m > 2$

Lời giải

Phương trình $x^2 + y^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$ là phương trình đường tròn

$$\Leftrightarrow (m+2)^2 + (2m)^2 - (19m-6) > 0$$

$$\Leftrightarrow 5m^2 - 15m + 10 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases}$$

Chọn D

II. PHẦN TỰ LUẬN (7 điểm)

Câu 1 (VD). Giải các bất phương trình sau

a) $\frac{x^2 - 3x - 4}{x-1} \leq 0$

b) $\sqrt{x^2 + 2017} \leq \sqrt{2018}x$

Lời giải

a) $\frac{x^2 - 3x - 4}{x-1} \leq 0$

ĐKXD: $x \neq 1$

Ta có: $x^2 - 3x - 4 = (x+1)(x-4)$

Đặt $f(x) = \frac{x^2 - 3x - 4}{x-1}$. Ta có bảng:

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$	
x^2-3x-4	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$x-1$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$

Vậy $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ 1 < x \leq 4 \end{cases}$ Tập nghiệm của phương trình là $(-\infty; -1] \cup (1; 4]$.

$$\text{b) } \sqrt{x^2 + 2017} \leq \sqrt{2018}x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 + 2017 \leq 2018x^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \geq 1 \\ x \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $[1; +\infty)$

Câu 2 (VD) (1,5 điểm).

Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}}$. Tính giá trị của biểu thức

$$A = \tan \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4} \right).$$

Lời giải

$$\text{Vì } \alpha \text{ thỏa mãn } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \frac{\pi}{4} < \frac{\alpha}{2} < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \frac{\alpha}{2} > 0.$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \sqrt{1 - \frac{4}{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

Do

$$\Rightarrow \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{5}}}{\frac{1}{\sqrt{5}}} = 2$$

$$\Rightarrow A = \tan \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\tan \frac{\alpha}{2} - \tan \frac{\pi}{4}}{1 + \tan \frac{\alpha}{2} \cdot \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{2 - 1}{1 + 2 \cdot 1} = \frac{1}{3}$$

Câu 3 (VD) . Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho điểm $A(3;1)$, đường thẳng $\Delta: 3x + 4y + 1 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$

a) Tìm tọa độ tâm, tính bán kính của đường tròn (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng Δ .

b) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm A và cắt đường tròn (C) tại hai điểm B, C sao cho $BC = 2\sqrt{2}$.

c) Tìm tọa độ điểm $M(x_0; y_0)$ nằm trên đường tròn (C) sao cho biểu thức $T = x_0 + y_0$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.

lời giải

a)

+) Đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$ có tâm $I(1;2)$, bán kính

$$R = \sqrt{1^2 + 2^2 - 3} = \sqrt{2}$$

+) Gọi Δ_1 là tiếp tuyến của đường tròn (C) song song với đường thẳng Δ

$$\Rightarrow \Delta_1 \text{ có phương trình dạng } 3x + 4y + m = 0 \quad (m \neq 1)$$

Vì Δ_1 là tiếp tuyến của đường tròn (C) nên $d(I; \Delta_1) = R$

$$\Leftrightarrow \frac{|3.1+4.2+m|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow |m+11| = 5\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+11=5\sqrt{2} \\ m+11=-5\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-11+5\sqrt{2} \\ m=-11-5\sqrt{2} \end{cases} \quad (tm)$$

Vậy có hai đường thẳng thỏa mãn đề bài là $3x+4y-11-5\sqrt{2}=0$ và $3x+4y-11+5\sqrt{2}=0$

b)

Nhận thấy $BC = 2\sqrt{2} = 2R \Rightarrow BC$ là đường kính $\Rightarrow I \in d$.

Ta có: $\overrightarrow{AI} = (-2; 1)$

Đường thẳng d đi qua 2 điểm A và I nên nhận $\vec{n} = (1; 2)$ làm VTPT

Phương trình tổng quát của đường thẳng d là:

$$1(x-3)+2(y-1)=0 \Leftrightarrow x+2y-5=0$$

c)

Vì điểm $M(x_0; y_0)$ nằm trên đường tròn (C) nên ta có: $x_0^2 + y_0^2 - 2x_0 - 4y_0 + 3 = 0$

(*)

$T = x_0 + y_0 \Rightarrow y_0 = T - x_0$. Thế vào (*) ta được:

$$x_0^2 + (T - x_0)^2 - 2x_0 - 4(T - x_0) + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x_0^2 + 2(1-T)x_0 + T^2 - 4T + 3 = 0 \quad (**)$$

Vì cần tồn tại điểm $M(x_0; y_0) \in (C)$ nên phương trình (**) phải có nghiệm

$$\Leftrightarrow \Delta' = (1-T)^2 - 2(T^2 - 4T + 3) \geq 0 \Leftrightarrow T^2 - 6T + 5 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq T \leq 5$$

$$+) \text{ Với } T = 1 \Rightarrow (**) \Leftrightarrow 2x_0^2 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = T - x_0 = 1 \Rightarrow M_1(0; 1)$$

$$+) \text{ Với } T = 5 \Rightarrow (**) \Leftrightarrow 2x_0^2 - 8x_0 + 8 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = T - x_0 = 3 \Rightarrow M_2(2; 3)$$

Vậy $\min T = 1$ khi $M(0; 1)$, $\max T = 5$ khi $M(2; 3)$.

Câu 4 (VDC) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y = 4x^2 + \sqrt{2x^2 + 3x + 2} + 6x + 2018 \text{ trên đoạn } [0; 2].$$

Lời giải

Ta có hàm số:

$$y = 4x^2 + \sqrt{2x^2 + 3x + 2} + 6x + 2018 = 2(2x^2 + 3x + 2) + \sqrt{2x^2 + 3x + 2} + 2014$$

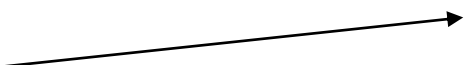
$$\text{Đặt } t = \sqrt{2x^2 + 3x + 2} (t \geq 0) \Rightarrow t^2 = 2x^2 + 3x + 2$$

$$\text{Khi đó ta có hàm số: } y = f(t) = 2t^2 + t + 2014$$

$$\text{Xét } g(x) = 2x^2 + 3x + 2 \text{ với } x \in [0; 2]$$

Ta có bảng:

x	0	2
		2
$g(x)$	2	16



$$\Rightarrow \text{Với } x \in [0; 2] \text{ thì } g(x) \in [2; 16]$$

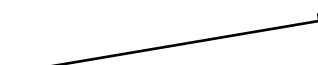
$$\Rightarrow t = \sqrt{2x^2 + 3x + 2} = \sqrt{g(x)} \in [\sqrt{2}; 4]$$

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$f(t) = 2t^2 + t + 2014 \text{ trên đoạn } [\sqrt{2}; 4].$$

Ta có bảng;

t	$\sqrt{2}$	4
$f(t)$	$2018 + \sqrt{2}$	2050



Vậy GTNN của hàm số bằng $2018 + \sqrt{2}$ đạt được khi $t = \sqrt{2}$ hay $x = 0$.

Vậy GTLN của hàm số bằng 2050 đạt được $t = 4$ hay $x = 2$.

ĐỀ SỐ 2

SỞ GD & ĐT BẮC GIANG

TRƯỜNG THPT

ĐỀ THI HỌC KÌ 2 NĂM HỌC 2019 - 2020

Môn thi: TOÁN - KHỐI 10

Thời gian làm bài: 90 phút

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM (5 điểm) Chọn đáp án đúng trong mỗi câu sau:

Câu 1 (NB). Cho $\tan x = 2$. Giá trị của biểu thức $P = \frac{4 \sin x + 5 \cos x}{2 \sin x - 3 \cos x}$ là

A. 2.

B. 13.

C. -9.

D. -2.

Lời giải

Ta có : $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \Rightarrow 2 = \frac{\sin x}{\cos x} \Leftrightarrow \sin x = 2 \cos x$ thế vào P

$$\Rightarrow P = \frac{4.2 \cos x + 5 \cos x}{2.2 \cos x - 3 \cos x} = \frac{13 \cos x}{\cos x} = 13$$

Chọn B.

Câu 2 (VD). Bất phương trình $(16 - x^2)\sqrt{x - 3} \leq 0$ có tập nghiệm là

A. $(-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$

B. $[3; 4]$.

C. $[4; +\infty)$.

D. $\{3\} \cup [4; +\infty)$.

Lời giải

$$\text{ĐKXD: } x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 3$$

Đặt $f(x) = (16 - x^2)\sqrt{x - 3}$. Ta có bảng:

X	3	4	$+\infty$
$16 - x^2$		+	0 -

$\sqrt{x-3}$	0	+		+
$f(x)$	0	+	0	-

Vậy $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x \geq 4 \end{cases} \Rightarrow$ Tập nghiệm của phương trình là $\{3\} \cup [4; +\infty)$.

Chọn D.

Câu 3 (NB). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho elíp (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Tiêu cự của (E) là.

A. 8.

B. 4.

C. 2.

D. 16.

Lời giải

$$a^2 = 25; b^2 = 9$$

$$c^2 = a^2 - b^2 = 16 \Rightarrow c = 4$$

Ta có: Tiêu cự của (E) là $2c = 2.4 = 8$

Chọn A.

Câu 4 (TH). Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 2 \\ x^2 y + xy^2 = 2m^2 \end{cases}$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để hệ trên có nghiệm.

A. $m \in [-1; 1]$.

B. $m \in [1; +\infty)$.

C. $m \in [-1; 2]$.

D. $m \in (-\infty; -1]$.

Lời giải

Phương pháp:

+) Biến đổi hệ phương trình sử dụng phương pháp rút thế.

+) Phương trình bậc 2 có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0$

Cách giải:

$$\begin{cases} x+y=2 \\ x^2y+xy^2=2m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=2 \\ xy(x+y)=2m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=2 \\ xy=m^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2-y \\ (2-y)y=m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2-y \\ y^2-2y+m^2=0 \end{cases} \quad (1)$$

Để hệ phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow (1)$ có nghiệm

$$\Leftrightarrow \Delta' = 1^2 - m^2 = 1 - m^2 \geq 0 \Leftrightarrow m^2 \leq 1 \Leftrightarrow m \in [-1; 1]$$

Chọn A.

Câu 5 (VD). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho $A(-3; 5)$; $B(1; 3)$ và đường thẳng $d: 2x - y - 1 = 0$, đường thẳng AB cắt d tại I . Tính tỷ số $\frac{IA}{IB}$.

A. 6.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; -2) = 2(2; -1)$ đường thẳng d có VTCP là $\vec{u} = (1; 2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \perp \vec{u}$

\Rightarrow Đường thẳng (AB) vuông góc với đường thẳng (d)

Đường thẳng AB cắt d tại I nên IA ; IB lần lượt là khoảng cách từ A và B đến đường thẳng d

$$\Rightarrow IA = d(A; d) = \frac{|-6 - 5 - 1|}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{12}{\sqrt{5}};$$

$$IB = d(B; d) = \frac{|-2 - 3 - 1|}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{IA}{IB} = 6.$$

Chọn A

Câu 6 (VD). Cho đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 19 = 0$ và đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 25$. Biết đường thẳng Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B , khi đó độ dài đoạn thẳng AB là

A. 6.

B. 3.

C. 4.

D. 8.

Lời giải

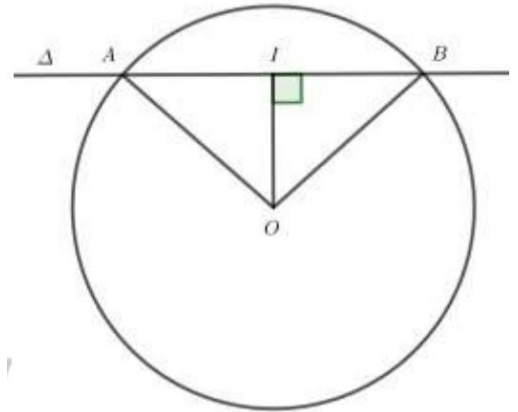
Đường tròn (C) có:

tâm $O(1; 1)$ bán kính $R = OA = OB = 5$

Gọi I là hình chiếu của O trên AB .

$$\Rightarrow OI = d(O; \Delta) = \frac{|3 - 4 - 19|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{20}{5} = 4$$

$$\Rightarrow AB = 2.AI = 2.\sqrt{OA^2 - OI^2} = 2\sqrt{25 - 16} = 6$$



Chọn A.

Câu 7 (VDC). Cho a, b, c, d là các số thực thay đổi thỏa mãn

$a^2 + b^2 = 2, c^2 + d^2 + 25 = 6c + 8d$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = 3c + 4d - (ac + bd)$

A. $25 + 4\sqrt{2}$. **B.** $25 + 5\sqrt{2}$. **C.** $25 - 5\sqrt{2}$. **D.** $25 + \sqrt{10}$.

Lời giải:

Ta có: $a^2 + b^2 = 2 \Rightarrow \left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{b}{\sqrt{2}}\right)^2 = 1 \Rightarrow$ Gọi α là góc có $\sin \alpha = \frac{a}{\sqrt{2}}; \cos \alpha = \frac{b}{\sqrt{2}}$

Lại có: $\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1 \Rightarrow$ Gọi β là góc có $\sin \beta = \frac{3}{5}; \cos \beta = \frac{4}{5}$

$$\Rightarrow \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3}{5} + \frac{b}{\sqrt{2}} \cdot \frac{4}{5} = \sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta = \cos(\alpha - \beta) \geq -1$$

$$\Rightarrow 3a + 4b \geq -5\sqrt{2}.$$

Ta

có:

$$c^2 + d^2 + 25 = 6c + 8d \Leftrightarrow (c^2 - 6c + 9) + (d^2 - 8d + 16) = 0 \Leftrightarrow (c - 3)^2 + (d - 4)^2 = 0 \quad (*)$$

$$\text{Mà } \begin{cases} (c - 3)^2 \geq 0 \forall c \\ (d - 4)^2 \geq 0 \forall d \end{cases} \Rightarrow (*) \Leftrightarrow c - 3 = d - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = 3 \\ d = 4 \end{cases}$$

Khi đó $P = 9 + 16 - (3a + 4b) = 25 - (3a + 4b) \leq 25 - (-5\sqrt{2}) = 25 + 5\sqrt{2}$

Chọn B.

Câu 8 (NB). Cho đường thẳng $d: 7x + 3y - 1 = 0$. Vector nào sau đây là vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u} = (7; 3)$. B. $\vec{u} = (3; 7)$. C. $\vec{u} = (-3; 7)$. D. $\vec{u} = (2; 3)$.

Lời giải

Đường thẳng d có VTPT $\vec{n}(7; 3)$ nên nhận $\vec{u}(-3; 7)$ là 1 VTCP

Chọn C.

Câu 9 (TH). Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{2x-1} \geq \frac{1}{2x+1}$ là

- A. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
C. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. D. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

ĐKXĐ: $x \neq \pm \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2x-1} \geq \frac{1}{2x+1} &\Leftrightarrow \frac{1}{2x-1} - \frac{1}{2x+1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2}{4x^2-1} \geq 0 \Leftrightarrow 4x^2-1 \geq 0 \\ &\Leftrightarrow x^2 \geq \frac{1}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x \leq -\frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Kết hợp ĐKXĐ nên tập nghiệm của bất phương trình là $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Chọn D.

Câu 10 (TH). Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5} (90^\circ < \alpha < 180^\circ)$. Tính $\cot \alpha$.

A. $\cot \alpha = \frac{3}{4}$.

B. $\cot \alpha = \frac{4}{3}$.

C. $\cot \alpha = -\frac{4}{3}$.

D. $\cot \alpha = -\frac{3}{4}$.

Lời giải

Cách giải:

Ta có: $\sin \alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{9}{25} \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$

Do $90^\circ < \alpha < 180^\circ \Rightarrow \cos \alpha < 0 \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5} \Rightarrow \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = -\frac{4}{3}$

Chọn C.

Câu 11. (TH). Tập nghiệm của bất phương trình $\begin{cases} x + 3 < 4 + 2x \\ 5x - 3 < 4x - 1 \end{cases}$ là

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-4; -1)$.

C. $(-\infty; 2)$.

D. $(-1; 2)$.

Lời giải

$$\begin{cases} x + 3 < 4 + 2x \\ 5x - 3 < 4x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 2$$

Tập nghiệm của bất phương trình là $(-1 ; 2)$

Chọn D.

Câu 12 (NB). Cho tam giác ABC , có độ dài ba cạnh là $BC = a$; $AC = b$; $AB = c$. Gọi m_a là độ dài đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A , R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác và S là diện tích tam giác đó. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

$$\mathbf{A.} \quad m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}.$$

B.

$$a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A.$$

$$\mathbf{C.} \quad S = \frac{abc}{4R}.$$

$$\mathbf{D.} \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R.$$

Lời giải

Cho tam giác ABC , có độ dài ba cạnh là $BC = a$; $AC = b$; $AB = c$

Áp dụng hệ thức hàm số \cos của tam giác ta có: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$

\Rightarrow đáp B sai.

Chọn B.

Câu 13 (TH). Bất phương $\frac{2x-5}{3} > \frac{x-3}{2}$ có tập nghiệm là

A. $(2; +\infty).$

B. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty).$

C. $(1; +\infty).$

D. $\left(-\frac{1}{4}; +\infty\right).$

Lời giải

$$\frac{2x-5}{3} > \frac{x-3}{2} \Leftrightarrow \frac{2x-5}{3} - \frac{x-3}{2} > 0 \Leftrightarrow \frac{4x-10-3x+9}{6} > 0$$

$$\Leftrightarrow x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$$

Tập nghiệm của bất phương trình là $(1; +\infty).$

Chọn C.

Câu 14. Tam thức $f(x) = x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 3m + 4$ không âm với mọi giá trị của x khi

A. $m < 3$

B. $m \geq 3$

C. $m \leq -3$

D. $m \leq 3$

Lời giải

Tam thức $f(x) = x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 3m + 4$ không âm với mọi giá trị của x

$$\Leftrightarrow \Delta' = (m-1)^2 - (m^2 - 3m + 4) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 - m^2 + 3m - 4 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow m - 3 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq 3.$$

Chọn D.

Câu 15 (VD). Tập nghiệm của bất phương trình $|4 - 3x| \leq 8$ là

A. $(-\infty; 4]$. **B.** $\left[-\frac{4}{3}; +\infty\right)$.

C. $\left[-\frac{4}{3}; 4\right]$. **D.** $\left(-\infty; -\frac{4}{3}\right] \cup [4; +\infty)$.

Lời giải

$$|4 - 3x| \leq 8 \Leftrightarrow -8 \leq 4 - 3x \leq 8$$

$$\Leftrightarrow -4 \leq 3x \leq 12 \Leftrightarrow -\frac{4}{3} \leq x \leq 4$$

Tập nghiệm của bất phương trình là $\left[-\frac{4}{3}; 4\right]$.

Chọn C.

Câu 16 (NB). Xác định tâm và bán kính của đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$.

A. Tâm I(-1; 2), bán kính R = 3

B. Tâm I(-1; 2), bán kính R = 9

C. Tâm I(1; -2), bán kính R = 3

D. Tâm I(1; -2), bán kính R = 9

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm I (-1; 2), bán kính R = 3

Chọn A.

Câu 17 (VD). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình

$$x^2 - (m+2)x + 8m + 1 \leq 0 \text{ vô nghiệm.}$$

A. $m \in [0; 28]$.

B. $m \in (-\infty; 0) \cup (28; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; 0] \cup [28; +\infty)$.

D. $m \in (0; 28)$.

Lời giải

Bất phương trình $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m+1 \leq 0$ vô nghiệm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = (m+2)^2 - 4(8m+1) < 0 \\ f(0) = 8m+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 4m + 4 - 32m - 4 < 0 \\ m \neq \frac{-1}{8} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 28m < 0 \\ m \neq \frac{-1}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m < 28 \\ m \neq \frac{-1}{8} \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 28$$

Chọn D.

Câu 18 (TH). Khẳng định nào sau đây **Sai**?

A. $x^2 \geq 3x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 0 \end{cases}$.

B. $\frac{x-3}{|x-4|} \geq 0 \Leftrightarrow x-3 \geq 0$.

C. $x + |x| \geq 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$.

D. $x^2 < 1 \Leftrightarrow |x| < 1$.

Lời giải

$$\frac{x-3}{|x-4|} \geq 0 \quad (1); \quad x-3 \geq 0 \quad (2)$$

Vì $x = 4$ là nghiệm BPT (2) nhưng không là nghiệm BPT (1) nên hai BPT trên không tương đương.

Chọn B.

Câu 19 (TH). Cho $f(x)$; $g(x)$ là các hàm số xác định trên \mathbb{R} , có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$		
$f(x)$		+	0	-	-	0	+
$g(x)$		-	-	0	+	+	

Khi đó tập nghiệm của bất phương trình $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$ là

- A.** $[1; 2] \cup [3; +\infty)$. **B.** $[1; 2) \cup [3; +\infty)$. **C.** $[1; 2) \cup (3; +\infty)$. **D.** $[1; 2]$

Lời giải

Cho $f(x); g(x)$ là các hàm số xác định trên \mathbb{R} thì $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0 (g(x) \neq 0) \Leftrightarrow f(x)$ và

$g(x)$ cùng dấu hoặc $f(x) = 0 \Leftrightarrow x \in [1; 2) \cup [3; +\infty)$

Chọn B.

Câu 20 (VD). Cho a, b là các số thực dương, khi đó tập nghiệm của bất phương trình $(x - a)(ax + b) \geq 0$ là

- A.** $(-\infty; a) \cup \left(\frac{b}{a}; +\infty\right)$. **B.** $\left[-\frac{b}{a}; a\right]$.
C. $\left(-\infty; -\frac{b}{a}\right] \cup [a; +\infty)$. **D.** $(-\infty; -b) \cup (a; +\infty)$.

Lời giải

Đặt $f(x) = (x - a)(ax + b)$. Ta có a, b là các số thực dương $\Rightarrow -\frac{b}{a} < 0 < a$

Ta có bảng:

X	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	a	$+\infty$
$x - a$	-	-	0	+
$ax + b$	-	0	+	+

$f(x)$	+	0	-	0	+
--------	---	---	---	---	---

Vậy $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\frac{b}{a} \\ x \geq a \end{cases} \Rightarrow$ Tập nghiệm của phương trình là $\left(-\infty; -\frac{b}{a}\right] \cup [a; +\infty)$.

Chọn C.

II. PHẦN TỰ LUẬN (5 điểm)

Câu I (VD) (3,0 điểm).

1) Giải phương trình $\sqrt{x^2 - x - 12} = 7 - x$.

2) Giải hệ bất phương trình $\begin{cases} x - \frac{1}{2} \geq \frac{x}{4} + 1 \\ x^2 - 4x + 3 \leq 0 \end{cases}$.

Lời giải

1) Giải phương trình $\sqrt{x^2 - x - 12} = 7 - x$. (1)

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 7 - x \geq 0 \\ x^2 - x - 12 = (7 - x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 7 \\ x^2 - x - 12 = 49 - 14x + x^2 \end{cases}$$

Ta có

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 7 \\ x = \frac{61}{13} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{61}{13}.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{61}{13}$.

2) Giải hệ bất phương trình $\begin{cases} x - \frac{1}{2} \geq \frac{x}{4} + 1 & (1) \\ x^2 - 4x + 3 \leq 0 & (2) \end{cases} \quad (I)$

Ta có (1) $\Leftrightarrow 4x - 2 \geq x + 4 \Leftrightarrow 3x \geq 6 \Leftrightarrow x \geq 2$

(2) $\Leftrightarrow 1 \leq x \leq 3$

$$\Rightarrow (I) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ 1 \leq x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 3$$

Vậy hệ bất phương trình có tập nghiệm là $S = [2; 3]$

Câu II (VD) (1,5 điểm). Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-4)^2 = 4$. Viết phương trình tiếp tuyến với đường tròn (C) biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $\Delta: 4x - 3y + 2 = 0$

Lời giải

Đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-4)^2 = 4$ có tâm $I(1; 4)$, bán kính $R = 2$.

Gọi d là tiếp tuyến cần tìm, do d song song với $\Delta: 4x - 3y + 2 = 0 \Rightarrow d$ có dạng $4x - 3y + m = 0 (m \neq 2)$

d là tiếp tuyến với đường tròn $(C) \Leftrightarrow d_{(I,d)} = R = 2$

$$\Leftrightarrow \frac{|4 - 12 + m|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 2 \Leftrightarrow |m - 8| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 & (tm) \\ m = 18 & (tm) \end{cases}$$

Với $m = -2 \Rightarrow d: 4x - 3y - 2 = 0$

Với $m = 18 \Rightarrow d: 4x - 3y + 18 = 0$

Vậy đường thẳng $4x - 3y - 2 = 0$ và đường thẳng $4x - 3y + 18 = 0$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu III (VDC) (0,5 điểm). Cho hai số thực x, y thỏa mãn: $x - 3\sqrt{x+1} = 3\sqrt{y+2} - y$

. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = x + y$

Lời giải

Điều kiện: $x \geq -1; y \geq -2$.

Với $\forall a, b$ ta có: $a^2 + b^2 \geq 2ab \Rightarrow 2(a^2 + b^2) \geq (a + b)^2$ (1)

Dấu “=” của (1) xảy ra khi $a = b$

Ta có:

$$x - 3\sqrt{x+1} = 3\sqrt{y+2} - y \Leftrightarrow x + y = 3(\sqrt{x+1} + \sqrt{y+2})$$

Áp dụng (1) ta được: $(\sqrt{x+1} + \sqrt{y+2})^2 \leq 2(x + y + 3)$

$$\Leftrightarrow (x + y)^2 = 9(\sqrt{x+1} + \sqrt{y+2})^2 \leq 18(x + y + 3)$$

$$\Leftrightarrow (x + y)^2 - 18(x + y) - 54 \leq 0 \Rightarrow x + y \leq 9 + 3\sqrt{15}$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 9 + 3\sqrt{15} \\ \sqrt{x+1} = \sqrt{y+2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 + \frac{3}{2}\sqrt{15} \\ y = 4 + \frac{3}{2}\sqrt{15} \end{cases}$$

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức P bằng $9 + 3\sqrt{15}$ đạt tại $\begin{cases} x = 5 + \frac{3}{2}\sqrt{15} \\ y = 4 + \frac{3}{2}\sqrt{15} \end{cases}$

ĐỀ SỐ 3

SỞ GD &ĐT HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT CHU VĂN AN

ĐỀ THI HỌC KÌ 2
NĂM HỌC 2019-2020
Môn thi: Toán- khối 10
Thời gian: 90 phút

Câu 1 (VD) (2,0 điểm). Cho bất phương trình $(m+2)x^2 - 2mx + 1 > 0$ (với m là tham số)

a) Giải bất phương trình khi $m = 2$

b) Tìm m để bất phương trình nghiệm đúng với mọi x.

Lời giải

a) Giải bất phương trình khi $m = 2$

Với $m = 2$ bất phương trình trở thành:

$$4x^2 - 4x + 1 > 0 \Leftrightarrow (2x - 1)^2 > 0 \Leftrightarrow 2x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{1}{2}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S = R \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$.

b) Tìm m để bất phương trình nghiệm đúng với mọi x.

+) Với $m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = -2$ ta có bất phương trình $\Leftrightarrow 4x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{4}$ (ktm)

+) Với $m + 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -2$ ta có bất phương trình nghiệm đúng với mọi

$$x \in R \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m + 2 > 0 \\ m^2 - m - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ (m + 1)(m - 2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ -1 < m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 2$$

Vậy với $m \in (-1; 2)$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 2 (VD) (2,5 điểm). Giải các bất phương trình và phương trình sau:

a) $|x^2 - x| \leq |x^2 - 1|$

b) $2x + \sqrt{-x^2 + 6x - 5} < 8$

c) $\sqrt{x - 2} + \sqrt{4 - x} = 2x^2 - 5x - 1$

Lời giải

a)

$$\begin{aligned}
|x^2 - x| &\leq |x^2 - 1| \Leftrightarrow (x^2 - x)^2 \leq (x^2 - 1)^2 \\
&\Leftrightarrow (x^2 - x)^2 - (x^2 - 1)^2 \leq 0 \Leftrightarrow (x^2 - x - x^2 + 1) \cdot (x^2 - x + x^2 - 1) \leq 0 \\
&\Leftrightarrow (1 - x)(2x^2 - x - 1) \leq 0
\end{aligned}$$

Đặt $f(x) = (1 - x)(2x^2 - x - 1)$

Có: $2x^2 - x - 1 = (2x + 1)(x - 1)$

Ta có bảng:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	1	$+\infty$	
$1-x$	+		+	0	-
$2x^2-x-1$	+	0	-	0	+
$f(x)$	+	0	-	0	-

Vậy $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{2}$

b) $2x + \sqrt{-x^2 + 6x - 5} < 8 \quad (1)$

ĐKXD: $-x^2 + 6x - 5 \geq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 5$

$(1) \Rightarrow \sqrt{-x^2 + 6x - 5} < 8 - 2x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8 - 2x > 0 \\ -x^2 + 6x - 5 < 64 - 32x + 4x^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 4 \\ 5x^2 - 38x + 69 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 4 \\ \left[\begin{array}{l} x > \frac{23}{5} \\ x < 3 \end{array} \right] \end{cases} \Leftrightarrow x < 3.$$

Kết hợp ĐKXD $\Rightarrow 1 \leq x < 3$

Vậy bất phương trình có nghiệm: $1 \leq x < 3$.

c) $\sqrt{x - 2} + \sqrt{4 - x} = 2x^2 - 5x - 1 \quad (2)$

$$\text{ĐKXĐ: } \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ 4-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 4$$

$$(2) \Leftrightarrow (\sqrt{x-2}-1) + (\sqrt{4-x}-1) = 2x^2 - 5x - 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{(\sqrt{x-2}-1)(\sqrt{x-2}+1)}{\sqrt{x-2}+1} + \frac{(\sqrt{4-x}-1)(\sqrt{4-x}+1)}{\sqrt{4-x}+1} - (x-3)(2x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-3}{\sqrt{x-2}+1} + \frac{3-x}{\sqrt{4-x}+1} - (x-3)(2x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-3) \left[\frac{1}{\sqrt{x-2}+1} - \frac{1}{\sqrt{4-x}+1} - (2x+1) \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \text{ (tm)} \\ \frac{1}{\sqrt{x-2}+1} - \frac{1}{\sqrt{4-x}+1} - (2x+1) = 0 \quad (*) \end{cases}$$

$$\text{Ta có với } 2 \leq x \leq 4 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x-2}+1} < 1 \\ 2x+1 \geq 2 \cdot 2 + 1 = 5 \\ \frac{1}{\sqrt{4-x}+1} > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x-2}+1} - \frac{1}{\sqrt{4-x}+1} - (2x+1) < 1 - 0 - 5 = -4 < 0$$

\Rightarrow Phương trình (*) vô nghiệm

\Rightarrow Phương trình (2) có nghiệm duy nhất $x = 3$.

Câu 3 (VD) (2,5 điểm). Trong mặt phẳng hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta: x + 2y - 7 = 0$ và điểm $I(2; 4)$.

a) Viết phương trình đường thẳng d đi qua I và song song với đường thẳng Δ

b) Viết phương trình đường tròn có tâm I và tiếp xúc với đường thẳng Δ

c) Tìm tọa độ điểm M thuộc trục tung sao cho $d(M, \Delta) = \sqrt{5}$

Lời giải

a) Viết phương trình của đường thẳng d: đi qua I và song song với đường thẳng

Δ có VTPT là $\vec{n} = (1; 2)$ mà $d // \Delta \Rightarrow \vec{n} = (1; 2)$ là 1 VTPT của d.

$I(2; 4) \in d \Rightarrow$ đường thẳng d có phương trình:

$$1(x - 2) + 2(y - 4) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 10 = 0$$

b) Viết phương trình đường tròn có tâm I và tiếp xúc với đường thẳng Δ

$$\text{Ta có: } d(I, \Delta) = \frac{|2 + 2 \cdot 4 - 7|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

$$\text{Đường tròn (C) tiếp xúc với } \Delta \Leftrightarrow R = d(I, \Delta) = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

$$\text{Phương trình (C): } (x - 2)^2 + (y - 4)^2 = \frac{9}{5}$$

c) Tìm tọa độ điểm M thuộc trục tung sao cho $d(M, \Delta) = \sqrt{5}$.

Điểm M thuộc trục tung nên gọi $M(0; m)$.

$$d(M, \Delta) = \sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{|0 + 2m - 7|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow |2m - 7| = 5$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 7 = 5 \\ 2m - 7 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 6 \\ m = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} M(0; 6) \\ M(0; 1) \end{cases}.$$

Vậy ta có các điểm thỏa mãn bài toán là: $M_1(0; 6), M_2(0; 1)$.

Câu 4 (VD) (2,0 điểm).

a) Cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}; \alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. Tính $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$

b) Chứng minh rằng $\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{1 - \sin 2x}{\cos 2x}$, với giả thiết các biểu thức có nghĩa.

Lời giải

a) Cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}; \alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. Tính $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$

Ta có: $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \Rightarrow \cos \alpha < 0$

$$\sin \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \cos \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \sin \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{5}}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\sqrt{10} + 2\sqrt{2}}{6}$$

b) Chứng minh rằng $\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{1 - \sin 2x}{\cos 2x}$, với giả thiết các biểu thức có nghĩa.

$$VT = \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{\tan \frac{\pi}{4} - \tan x}{1 + \tan \frac{\pi}{4} \cdot \tan x} = \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} = \frac{1 - \frac{\sin x}{\cos x}}{1 + \frac{\sin x}{\cos x}} = \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}.$$

$$VP = \frac{1 - \sin 2x}{\cos 2x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x - 2 \sin x \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x}$$

$$= \frac{(\cos x - \sin x)^2}{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)} = \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}$$

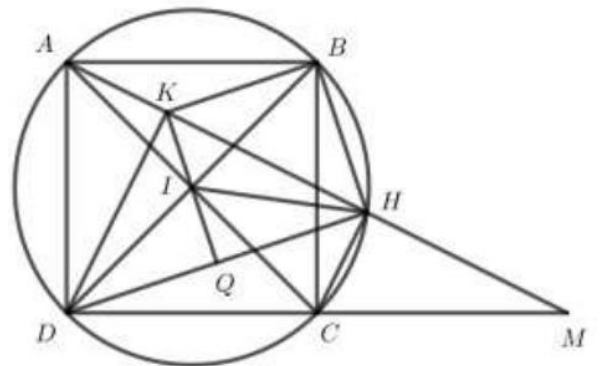
$\Rightarrow VT = VP$ (dpcm).

Câu 5 (VDC) (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có tâm I. Gọi M là điểm đối xứng của D qua C. Gọi H; K lần lượt là hình chiếu vuông góc của C và D trên đường thẳng AM. Biết $K(1;1)$, đỉnh B thuộc đường thẳng $d: 5x + 3y - 10 = 0$ và đường thẳng HI có phương trình $3x + y + 1 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh B.

Lời giải

Gọi $Q = KI \cap DH$.

Vì $CH \perp AH$ (gt) $\Rightarrow A, C, H$ cùng thuộc một đường tròn tâm I.



$\Rightarrow KI$ là đường trung trực của $DH \Rightarrow KI \perp DH$

$\Rightarrow \angle KQH = 90^\circ$ kết hợp (1), (2), (3)

$\Rightarrow KBHQ$ là hình vuông

Lại có: $IB = IH$ (5 điểm A, B, C, D, H cùng thuộc một đường tròn tâm I)

$$\Rightarrow IK = IQ = \frac{1}{2} KQ = \frac{1}{2} BH$$

$$\Rightarrow d(K; HI) = \frac{1}{2} d(B; HI) = \frac{|3+1+1|}{\sqrt{3^2+1^2}} = \frac{5}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$\Rightarrow d(B; HI) = \sqrt{10}.$$

Ta có đỉnh B thuộc đường thẳng $d: 5x + 3y - 10 = 0$

$$\text{Gọi } B\left(\frac{10-3t}{5}; t\right) \in d$$

$$\Rightarrow d(B; HI) = \frac{\left|3 \cdot \frac{10-3t}{5} + t + 1\right|}{\sqrt{3^2+1^2}} = \sqrt{10} \Leftrightarrow \frac{|30-9t+5t+5|}{5\sqrt{10}} = \sqrt{10}$$

$$\Leftrightarrow |-4t+35| = 50 \Leftrightarrow \begin{cases} -4t+35=50 \\ -4t+35=-50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-\frac{15}{4} \\ t=\frac{85}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B\left(\frac{17}{4}; -\frac{15}{4}\right) \\ B\left(-\frac{43}{4}; \frac{85}{4}\right) \end{cases}$$

Do K và B nằm cùng phía đối với đường thẳng HI nên $B\left(\frac{17}{4}; -\frac{15}{4}\right)$ thỏa mãn.

ĐỀ SỐ 4

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
KHÁNH HÒA
TRƯỜNG THPT LÊ HỒNG
PHONG

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II
NĂM HỌC 2017 - 2018

Môn thi: TOÁN 10

Thời gian làm bài: 90 phút;
(không tính thời gian phát đề)

MÃ ĐỀ: 232

I. PHẦN TỰ LUẬN (2 điểm)

Câu 1 (VD) (1 điểm).

Viết phương trình đường thẳng Δ qua $A(1; -2)$ và song song đường thẳng

(d): $2x - 3y + 2 = 0$

Lời giải

Đường thẳng Δ song song đường thẳng (d): $2x - 3y + 2 = 0$ nên cũng nhận $\vec{n} = (2; -3)$ làm VTPT

$$A(1; -2) \in (\Delta) \Rightarrow \text{Phương trình } \Delta: 2(x-1) - 3(y+2) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y - 8 = 0$$

Câu 2 (VD) (1 điểm).

Cho $\tan x = -4$. Tính giá trị biểu thức sau: $A = \frac{\sin^2 x - \sin 2x - 4\cos^2 x}{\sin 2x - 2\cos^2 x}$

Lời giải

$$A = \frac{\sin^2 x - \sin 2x - 4\cos^2 x}{\sin 2x - 2\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x - 2\sin x \cos x - 4\cos^2 x}{2\sin x \cos x - 2\cos^2 x}$$

$$= \frac{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{2\sin x \cos x}{\cos^2 x} - 4}{\frac{2\sin x \cos x}{\cos^2 x} - 2} = \frac{\tan^2 x - 2\tan x - 4}{2\tan x - 2}$$

$$\Rightarrow A = \frac{(-4)^2 - 2 \cdot (-4) - 4}{2 \cdot (-4) - 2} = -2.$$

II. TRẮC NGHIỆM (8 điểm) Chọn đáp án đúng trong mỗi câu sau:

Câu 1 (TH). Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ vị trí A, đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc 60° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 20km/h, tàu thứ hai chạy với tốc độ 30km/h. Hỏi sau 3 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km?

A. $10\sqrt{7}$

B. $15\sqrt{7}$

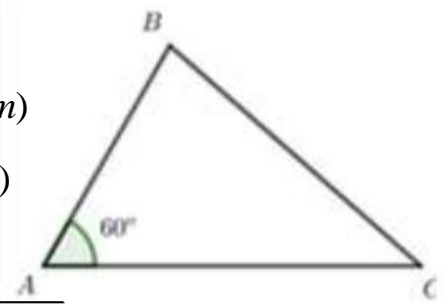
C. $20\sqrt{7}$

D. $30\sqrt{7}$

Lời giải:Sau 3 giờ tàu thứ nhất đi được quãng đường: $AB = 20.3 = 60 \text{ (km)}$ Sau 3 giờ tàu thứ hai đi được quãng đường: $AC = 30.3 = 90 \text{ (km)}$

Sau 3 giờ khoảng cách giữa hai tàu là :

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos \angle A} = \sqrt{60^2 + 90^2 - 2.60.90.\cos 60^\circ} = 30\sqrt{7} \text{ (km)}$$

Chọn D**Câu 2 (NB).** Cho tam giác ABC với $AB = 9$, $BC = a$, $AC = b$ và bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng R, trong các mệnh đề sau mệnh đề sai là:

A. $b = 2R \sin A$

B. $b = \frac{a \sin B}{\sin A}$

C. $c = 2R \sin C$

D. $\frac{a}{\sin A} = 2R$

Lời giảiTheo định lý hàm số sin ta có: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \Rightarrow b = 2R \cdot \sin B$ \Rightarrow đáp án A sai.**Chọn A.****Câu 3 (NB).** Cho tam giác ABC có $BC = 9$; $AC = 11$; $AB = 8$. Diện tích của tam giác là:

A. $3\sqrt{35}$

B. $6\sqrt{35}$

C. $6\sqrt{5}$

D. $12\sqrt{5}$

Lời giải

Ta có: $p = \frac{BC + AC + AB}{2} = \frac{9 + 11 + 8}{2} = 14.$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \sqrt{14(14-9)(14-11)(14-8)} = 6\sqrt{35}$$

Chọn B

Câu 4 (NB). Đường thẳng Δ đi qua 2 điểm $A(1;-3)$, $B(3;-2)$ có vectơ pháp tuyến \vec{n} là:

A. $\vec{n} = (-2;1)$

B. $\vec{n} = (2;1)$

C. $\vec{n} = (-1;2)$

D. $\vec{n} = (1;2)$

Lời giải

Đường thẳng Δ đi qua A, B nhận $\overrightarrow{AB} = (2;1)$ làm VTCP.

\Rightarrow Đường thẳng Δ nhận $\vec{n} = (-1;2)$ làm VTPT.

Chọn C.

Câu 5 (NB). Đường thẳng Δ đi qua $A(2; -1)$ nhận $\vec{u} = (3;-2)$ là vectơ chỉ phương. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là:

A. $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 - 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 - 2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 - t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -2 - t \end{cases}$

Lời giải

Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua A và nhận $\vec{u} = (3;-2)$ làm VTCP là:

$$\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 - 2t \end{cases}$$

Chọn B.

Câu 6 (TH). Khoảng cách giữa $\Delta_1 : 3x + 4y = 12$ và $\Delta_2 : 6x + 8y - 11 = 0$ là:

A. 1,3

B. 13

C. 3,5

D. 35

Lời giải

$$\Delta_1 : 3x + 4y = 12 \Leftrightarrow 3x + 4y - 12 = 0$$

Xét phương trình đường thẳng Δ_1, Δ_2 ta có: $\frac{3}{6} = \frac{4}{8} \neq -\frac{12}{11} \Rightarrow \Delta_1 // \Delta_2$.

Chọn $A(0;3) \in \Delta_1$. Khi đó ta có:

$$\Rightarrow d(\Delta_1; \Delta_2) = d(A; \Delta_2) = \frac{|24 - 11|}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = \frac{13}{10} = 1,3.$$

Chọn A

Câu 7 (TH). Cho 2 điểm $A(3; -6)$, $B(1; -2)$. Viết phương trình tổng quát đường trung trực của đoạn thẳng AB:

A. $-x + 2y - 10 = 0$ **B.** $-x + 2y + 10 = 0$

C. $x + 2y - 8 = 0$ **D.** $x + 2y + 8 = 0$

Lời giải

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(2; -4)$

d là đường trung trực của đoạn thẳng $AB \Rightarrow d$ đi qua I và nhận $\overrightarrow{AB} = (-2; 4)$ làm VTPT

\Rightarrow Phương trình tổng quát của d là:

$$-2(x - 2) + 4(y + 4) = 0 \Leftrightarrow -2x + 4y + 20 = 0 \Leftrightarrow -x + 2y + 10 = 0$$

Chọn B.

Câu 8 (VD). Cho $d: \sqrt{3}x + y = 0$ và $d': mx + y - 1 = 0$. Tìm m để $\cos(d, d') = \frac{1}{2}$

A. $m = 0$ **B.** $m = \pm\sqrt{3}$

C. $m = 3$ hoặc $m = 0$ **D.** $m = -\sqrt{3}$ hoặc $m = 0$

Lời giải

Đường thẳng $d: \sqrt{3}x + y = 0$ nhận $\vec{a} = (\sqrt{3}; 1)$ là 1 VTPT

Đường thẳng $d': mx + y - 1 = 0$ nhận $\vec{b} = (m; 1)$ là 1 VTPT

$$\Rightarrow \cos(d; d') = \left| \cos(\vec{a}; \vec{b}) \right| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{|\sqrt{3}.m + 1|}{2.\sqrt{m^2 + 1}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow |\sqrt{3}.m + 1| = \sqrt{m^2 + 1}$$

$$\Rightarrow 3m^2 + 2\sqrt{3}m + 1 = m^2 + 1 \Leftrightarrow 2m^2 + 2\sqrt{3}m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -\sqrt{3} \end{cases}$$

Chọn D.

Câu 9 (VDC). Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $A(-1;2); B(3;4)$ và đường thẳng $\Delta: x - 2y - 2 = 0$. Tìm điểm $M \in \Delta$ sao cho $2AM^2 + MB^2$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{26}{15}; -\frac{2}{15}\right)$ **B.** $M\left(\frac{26}{15}; \frac{2}{15}\right)$

C. $M\left(\frac{29}{15}; \frac{28}{15}\right)$ **D.** $M\left(\frac{29}{15}; -\frac{28}{15}\right)$

Lời giải

Gọi điểm $I(a;b)$ thỏa mãn $2\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow 2(-1-a; 2-b) + (3-a; 4-b) = \vec{0}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2(-1-a) + 3-a = 0 \\ 2(2-b) + 4-b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3a + 1 = 0 \\ -3b + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = \frac{8}{3} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{1}{3}; \frac{8}{3}\right).$$

Ta có: $2AM^2 + MB^2 = 2(\vec{IM} - \vec{IA})^2 + (\vec{IB} - \vec{IM})^2$

$$= 2(IM^2 - 2\vec{IM} \cdot \vec{IA} + IA^2) + IB^2 - 2\vec{IB} \cdot \vec{IM} + IM^2$$

$$= 3IM^2 + 2IA^2 + IB^2 - 2\vec{IM} \cdot (2\vec{IA} + \vec{IB}) = 3IM^2 + 2IA^2 + IB^2$$

$2IA^2 + IB^2$ không thay đổi nên $2AM^2 + MB^2$ nhỏ nhất khi IM nhỏ nhất

$\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I lên Δ

Δ có VTPT là $\vec{n} = (1; -2)$

Gọi d là đường thẳng đi qua I vuông góc với Δ

$\Rightarrow d$ nhận $\vec{n} = (2; 1)$ làm VTPT

\Rightarrow Phương trình tổng quát của d là: $2\left(x - \frac{1}{3}\right) + \left(y - \frac{8}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - \frac{10}{3} = 0$

M là giao điểm của d và $\Delta \Rightarrow$ tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + y - \frac{10}{3} = 0 \\ x - 2y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{26}{15} \\ y = -\frac{2}{15} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{26}{15}; -\frac{2}{15}\right).$$

Vậy $M\left(\frac{26}{15}; -\frac{2}{15}\right)$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Chọn A.

Câu 10 (NB). Phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn?

A. $x^2 + y^2 - xy - 9 = 0$

B. $x^2 + y^2 + 2x - 8 = 0$

C. $x^2 + 3y^2 - 2y - 1 = 0$

D. $x^2 - y^2 - 2x + 3y - 1 = 0$

Lời giải

Thử các đáp án ta thấy phương trình $x^2 + y^2 + 2x - 8 = 0$ là phương trình đường tròn.

Chọn B.

Câu 11 (VD). Cho $A(14;7), B(11;8), C(13;8)$. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình là:

A. $x^2 + y^2 + 24x + 12y + 175 = 0$

B. $x^2 + y^2 + 12x + 6y + 175 = 0$

C. $x^2 + y^2 - 24x - 12y + 175 = 0$

D. $x^2 + y^2 - 12x - 6y + 175 = 0$

Lời giải

Gọi phương trình đường tròn (C) ngoại tiếp tam giác ABC có dạng:
 $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$

Vì 3 điểm $A, B, C \in (C)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} 14^2 + 7^2 - 28a - 14b + c = 0 \\ 11^2 + 8^2 - 22a - 16b + c = 0 \\ 13^2 + 8^2 - 26a - 16b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -28a - 14b + c = -245 \\ -22a - 16b + c = -185 \\ -26a - 16b + c = -233 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 12 \\ b = 6 \\ c = 175 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (C): x^2 + y^2 - 24x - 12y + 175 = 0$$

Chọn C.

Câu 12 (TH). Với những giá trị nào của m thì đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + m - 1 = 0$ tiếp xúc đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 16 = 0$

A. $m = 19$ và $m = -21$

B. $m = -19$ và $m = -21$

C. $m = 19$ và $m = 21$

D. $m = -19$ và $m = 21$

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(0;0)$ bán kính $R = \sqrt{0+0+16} = 4$

Đường thẳng Δ tiếp xúc với đường tròn $(C) \Leftrightarrow d(I; \Delta) = R$

$$\Leftrightarrow \frac{|m-1|}{\sqrt{3^2+4^2}} = 4 \Leftrightarrow |m-1| = 20 \Leftrightarrow \begin{cases} m-1=20 \\ m-1=-20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=21 \\ m=-19 \end{cases}$$

Chọn D.

Câu 13 (VD). Cho đường tròn có phương trình: $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 5 = 0$. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn đi qua điểm $B(3; -11)$ là:

A. $4x - 3y + 45 = 0$ và $3x + 4y - 35 = 0$

B. $4x - 3y - 45 = 0$ và $3x + 4y - 35 = 0$

C. $4x - 3y + 45 = 0$ và $3x + 4y + 35 = 0$

D. $4x - 3y - 45 = 0$ và $3x + 4y + 35 = 0$

Lời giải

Gọi m là hệ số góc của tiếp tuyến d của đường tròn đi qua điểm $B(3; -11)$

\Rightarrow Phương trình của d là: $y + 11 = m(x - 3) \Leftrightarrow mx - y - 3m - 11 = 0$

d là tiếp tuyến của đường tròn $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 5 = 0$ có tâm $I(2; -4)$ bán kính

$$R = \sqrt{2^2 + 4^2 + 5} = 5$$

$$\Rightarrow d(I; d) = R \Leftrightarrow \frac{|2m + 4 - 3m - 11|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 5 \Leftrightarrow |-m - 7| = 5\sqrt{m^2 + 1}$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 14m + 49 = 25m^2 + 25 \Leftrightarrow 24m^2 - 14m - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{4}{3} \\ m = -\frac{3}{4} \end{cases}$$

$$+) \text{ Với } m = \frac{4}{3} \Rightarrow d: \frac{4}{3}x - y - 4 - 11 = 0 \Leftrightarrow 4x - 3y - 45 = 0$$

$$+) \text{ Với } m = -\frac{3}{4} \Rightarrow d: -\frac{3}{4}x - y + \frac{9}{4} - 11 = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y + 35 = 0$$

Chọn D.

Câu 14 (TH). Đường Elip $4x^2 + 9y^2 = 36$ có tiêu cự bằng:

A. $2\sqrt{7}$

B. $2\sqrt{5}$

C. $\sqrt{5}$

D. $\sqrt{7}$

Lời giải

$$\text{Ta có: } 4x^2 + 9y^2 = 36 \Leftrightarrow \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

$$c^2 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow c = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \text{Tiêu cự của Elip là } 2c = 2\sqrt{5}.$$

Chọn B.

Câu 15 (VD). Phương trình chính tắc của Elip có tiêu cự bằng 16 và trục lớn bằng 20 là:

A. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ **B.** $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ **C.** $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{16} = 1$ **D.** $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{12} = 1$

Lời giải

$$\text{Elip có tiêu cự bằng } 16 \Rightarrow 2c = 16 \Rightarrow c = 8$$

$$\text{Elip có trục lớn bằng } 20 \Rightarrow 2a = 20 \Rightarrow a = 10.$$

$$\Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 10^2 - 8^2 = 36$$

$$\text{Vậy phương trình chính tắc của Elip là: } \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$$

Chọn A.

Câu 16 (NB). Điều kiện của bất phương trình $2\sqrt{x+2} > 7x^2 + \frac{1}{x-1}$ là:

A. $x \geq -2$ **B.** $x > 1$ **C.** $x \geq -2$ và $x \neq 1$ **D.** $x \geq 1$

Lời giải

$$\text{Phương trình xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \neq 1 \end{cases}.$$

Chọn C.

Câu 17 (TH). Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 13x+1 > 2x+7 \\ 4x+3 \leq 2x+21 \end{cases}$

A. $\{6;9\}$ **B.** $[6;9)$ **C.** $(6;9]$ **D.** $[6;+\infty)$

Lời giải

$$\begin{cases} 13x+1 > 2x+7 \\ 4x+3 \leq 2x+21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 6 \\ 2x \leq 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 6 \\ x \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow 6 < x \leq 9.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(6;9]$

Chọn C.

Câu 18 (TH). Bất phương trình nào sau đây tương đương với bất phương trình $x^2 - 16 \leq 0$?

A. $(x-4)^2(x+4) \geq 0$

B. $-(x-4)^2(x+4) \leq 0$

C. $\sqrt{x+4}(x-4) \geq 0$

D. $\sqrt{x+4}(x-4) \leq 0$

Lời giải

$$x^2 - 16 \leq 0 \Leftrightarrow x^2 \leq 16 \Leftrightarrow -4 \leq x \leq 4$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+4 \geq 0 \\ x-4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+4} \geq 0 \\ x-4 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+4}(x-4) \leq 0$$

Chọn D.

Câu 19 (TH). Cho bảng xét dấu:

X	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$

Hàm số có bảng xét dấu như trên là

A. $f(x) = -8 - 4x$ **B.** $f(x) = -8 + 4x$

C. $f(x) = 16 - 8x$ **D.** $f(x) = 16 + 8x$

Lời giải

Gọi hàm số cần tìm có dạng $f(x) = ax + b$

Nhìn bảng xét dấu ta thấy với $x_1 > -2$ thì $f(x_1) < 0 \Rightarrow$ hệ số $a < 0$. Loại B, D

Mặt khác với $x = -2$ thì $f(x) = 0$ nên Chọn A.

Chọn A.

Câu 20 (VD). Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{2x-4}{3-x} \geq 0$ là

A. $(2;3]$

B. $[2;3)$

C. $(2;3)$

D. $[2;3]$

Lời giải

ĐKXD: $x \neq 3$

Đặt $f(x) = \frac{2x-4}{3-x}$ Ta có bảng:

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
$2x-4$	-	0	+	+
$3-x$	+	+	0	-
$f(x)$	-	0	+	-

Vậy $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow 2 \leq x < 3 \Rightarrow$ Tập nghiệm của phương trình là $[2;3)$.

Chọn B.

Chú ý khi giải: Các em có thể giải bất phương trình bằng cách:

$$\frac{2x-4}{3-x} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-4 \geq 0 \\ 3-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \leq x < 3.$$

$$\frac{2x-4}{3-x} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-4 \leq 0 \\ 3-x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \text{Không có nghiệm}$$

Câu 21 (VD). Tập nghiệm của bất phương trình $\left| \frac{3x-9}{x+1} \right| \geq 1$ là

A. $(-1;5]$

B. $[2;5]$

C. $(-\infty;2] \cup [5;+\infty)$

D. $(-\infty;2] \cup [5;+\infty) \setminus \{-1\}$

Lời giải

ĐKXD: $x \neq -1$

$$\left| \frac{3x-9}{x+1} \right| \geq 1 \Leftrightarrow \frac{9x^2-54x+81}{x^2+2x+1} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{8x^2-56x+80}{(x+1)^2} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 8x^2-56x+80 \geq 0 \left(\text{do } (x+1)^2 > 0 \forall x \neq -1 \right)$$

$$\Leftrightarrow 8(x-5)(x-2) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq 2 \end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $(-\infty; 2] \cup [5; +\infty) \setminus \{-1\}$.

Chọn D.

Câu 22 (VD). Với các giá trị nào của tham số m thì hàm số

$$y = \sqrt{(m-1)x^2 - 2(m+1)x + 3(m-2)}$$
 có tập xác định là $D = \mathbb{R}$

A. $m \geq 5$ **B.** $m \geq 5$ và $m \leq \frac{1}{2}$ **C.** $m < 1$ **D.** $m \leq \frac{1}{2}$

Lời giải

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow (m-1)x^2 - 2(m+1)x + 3(m-2) \geq 0$$

$$\text{TH1: Với } m=1 \Rightarrow y = \sqrt{-4x-3} \text{ xác định khi } x \leq -\frac{3}{4} \Rightarrow \text{Loại}$$

TH2 : Với $m \neq 1$

$$\text{Hàm số } y = \sqrt{(m-1)x^2 - 2(m+1)x + 3(m-2)} \text{ có tập xác định là } D = \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow (m-1)x^2 - 2(m+1)x + 3(m-2) \geq 0 \quad \forall x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-1 > 0 \\ \Delta' = (m-1)^2 - 3(m-1)(m-2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m^2 + 2m + 1 - 3m^2 + 9m - 6 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ -2m^2 + 11m - 5 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ (m-5)(2m-1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ \begin{cases} m \geq 5 \\ m \leq \frac{1}{2} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 5.$$

Vậy với $m \geq 5$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Chọn A.

Câu 23 (NB). Cặp số $(-3; 1)$ là nghiệm của bất phương trình:

A. $-2x + y + 1 < 0$ **B.** $x + y + 2 > 0$

C. $x + 2y + 2 > 0$ **D.** $x + y + 4 \leq 0$

Lời giải

+) Đáp án A: ta có: $-2 \cdot (-3) + 1 + 1 = 8 < 0$ vô lý \Rightarrow loại đáp án A.

+) Đáp án B: Ta có: $-3 + 1 + 2 = 0 > 0$ vô lý \Rightarrow loại đáp án B.

+) Đáp án C: Ta có: $-3 + 2 \cdot 1 + 2 = 1 > 0 \Rightarrow$ chọn đáp án C.

Vậy cặp số $(-3; 1)$ là nghiệm của BPT $x + 2y + 2 > 0$

Chọn C.

Câu 24 (NB). Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - y + 2 \geq 0 \\ -x - 2y - 2 < 0 \end{cases}$ là miền chứa

điểm nào trong các điểm sau?

A. M (1; 1)

B. N (-1; 1)

C. P(-1; -1)

D. Q(-2; -1)

Lời giải

Thay tọa độ điểm M (1; 1) vào hệ BPT ta có: $\begin{cases} 2 \cdot 1 - 1 + 2 = 3 \geq 0 \\ -1 - 2 \cdot 1 - 2 = -5 < 0 \end{cases}$

Vậy điểm M (1; 1) thuộc miền nghiệm của hệ BPT $\begin{cases} 2x - y + 2 \geq 0 \\ -x - 2y - 2 < 0 \end{cases}$.

Chọn A.

Câu 25 (NB). Điểm M(1; 0) thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình:

$$\text{A.} \begin{cases} 2x - y > 3 \\ 10x + 5y \leq 8 \end{cases}$$

$$\text{B.} \begin{cases} 2x - y > 3 \\ 10x + 5y \geq 8 \end{cases}$$

$$\text{C.} \begin{cases} 2x - y \leq 3 \\ 10x + 5y > 8 \end{cases}$$

$$\text{D.} \begin{cases} 2x - y \leq 3 \\ 10x + 5y < 8 \end{cases}$$

Lời giải

Thay tọa độ điểm $M(1; 0)$ vào hệ BPT ta có: $\begin{cases} 2.1 - 0 = 2 \leq 3 \\ 10.1 + 5.0 = 10 > 8 \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn C.}$

Vậy điểm $M(1; 0)$ thuộc miền nghiệm của hệ BPT $\begin{cases} 2x - y \leq 3 \\ 10x + 5y > 8 \end{cases}$

Chọn C.

Câu 26 (TH). Hàm số có kết quả xét dấu

X	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

là hàm số

$$\text{A.} f(x) = x^2 + x - 6$$

$$\text{B.} f(x) = 2x^2 - 2x - 12$$

$$\text{C.} f(x) = -x^2 - x + 6$$

$$\text{D.} f(x) = -2x^2 + 2x + 12$$

Lời giải

Dễ thấy hàm số có dạng $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có hai nghiệm $x_1 = -2, x_2 = 3$

Ta thấy trong khoảng hai nghiệm $(-2; 3)$ thì $f(x) > 0$ nên hệ số $a < 0$ Loại A, B

Mặt khác với $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm -2 và 3 nên Chọn D

Chọn D.

Câu 27 (TH). Tập nghiệm của bất phương trình $-x^2 + 5x + 6 > 0$ là:

A. $(-1; 6)$

B. $\{-1; 6\}$

C. $[-1; 6]$

D. $(-\infty; -1) \cup (6; +\infty)$

Lời giải

$$-x^2 + 5x + 6 > 0 \Leftrightarrow -(x+1)(x-6) > 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-6) < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 6.$$

Vậy tập nghiệm của BPT là $(-1; 6)$

Chọn A.

Câu 28 (VD). Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2 - 9}{x^2 + 4x - 5} \leq 0$ là

A. $(-5; -3] \cup (1; 3]$

B. $[-5; -3) \cup [1; 3)$

C. $[-5; -3] \cup [1; 3]$

D. $(-5; -3) \cup (1; 3)$

Lời giải

$$\text{ĐKXĐ: } x^2 + 4x - 5 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -5 \end{cases}$$

$$\frac{x^2 - 9}{x^2 + 4x - 5} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{(x-3)(x+3)}{(x-1)(x+5)} \leq 0$$

Đặt $f(x) = \frac{(x-3)(x+3)}{(x-1)(x+5)}$. Ta có bảng:

X	$-\infty$	-5	-3	1	3	$+\infty$			
x^2-9	+		+	0	-		-	0	+
x^2+4x-5	+	0	-		-	0	+		+
$f(x)$	+		-	0	+		-	0	+

Vậy $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in (-5; -3] \cup (1; 3]$.

Chọn A.

Câu 29 (VD). Với giá trị nào của m thì phương trình $mx^2 - 2(m-2)x + 3 - m = 0$ có hai nghiệm trái dấu?

A. $0 < m < 3$

B. $m < 0$

C. $m < 0$ hoặc $m > 3$

D. $m > 3$

Lời giải

Phương trình $mx^2 - 2(m-2)x + 3 - m = 0$ có hai nghiệm trái dấu

$$\Leftrightarrow m(3-m) < 0 \Leftrightarrow m(m-3) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < 0 \end{cases}.$$

Chọn C.

Câu 30 (VD). Cho $f(x) = m(m+2)x^2 - 2mx + 2$. Tìm m để $f(x) = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

A. $m \in (-4; 0)$

B. $m \in \emptyset$

C. $m \in (-4; -2)$

D. $m \in (-2; 0)$

Lời giải

Phương trình $m(m+2)x^2 - 2mx + 2 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m(m+2) \neq 0 \\ \Delta' = m^2 - 2m(m+2) > 0 \\ S = \frac{2m}{m(m+2)} > 0 \\ P = \frac{2}{m(m+2)} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -2 \\ -m^2 - 4m > 0 \\ \frac{2m}{m(m+2)} > 0 \\ m(m+2) > 0 \quad (\text{do } 2 > 0) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -2 \\ m(m+4) < 0 \\ m > 0 \\ m+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -2 \\ -4 < m < 0 \\ m > -2 \\ m > 0 \end{cases} \Rightarrow m \in \emptyset.$$

Vậy $m \in \emptyset$.

Chọn B.

Câu 31 (NB). Góc $\frac{7\pi}{6}$ có số đo bằng độ là:

A. 30^0

B. 105^0

C. 150^0

D. 210^0

Lời giải

$$\frac{7\pi}{6} = \frac{7.180^0}{6} = 210^0$$

Chọn D.

Câu 32 (TH). Một đường tròn có bán kính $R = 75cm$. Độ dài của cung trên đường tròn đó có số đo $\alpha = \frac{\pi}{25}$ là:

A. 3π cm

B. 4π cm

C. 5π cm

D. 6π cm

Lời giải

Độ dài cung có số đo $\alpha = \frac{\pi}{25}$ là: $R.\alpha = 75.\frac{\pi}{25} = 3\pi (cm)$.

Chọn A.

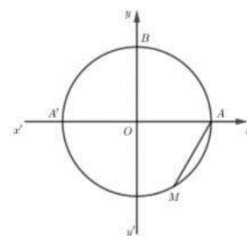
Câu 33 (TH). Trên đường tròn lượng giác, cho điểm M với $AM = 1$ như hình vẽ dưới đây. Số đo cung AM là:

A. $\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $-\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $-\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$



Lời giải

Dễ thấy $OA = OM = AM = 1 \Rightarrow \triangle OAM$ đều $\Rightarrow \angle AOM = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$

Vì M nằm dưới trục hoành nên Số đo cung $AM = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Chọn B.

Câu 34 (TH). Cho $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$. Kết quả đúng là:

A. $\sin \alpha > 0; \cos \alpha > 0$

B. $\sin \alpha < 0; \cos \alpha < 0$

C. $\sin \alpha > 0; \cos \alpha < 0$

D. $\sin \alpha < 0; \cos \alpha > 0$

Lời giải

Ta có $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0 \Rightarrow$ điểm cuối của cung có số đo thuộc vào góc phần tư thứ IV

$$\Rightarrow \sin \alpha < 0, \cos \alpha > 0$$

Chọn D.

Câu 35 (TH). Cho $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ với $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Tính $\sin \alpha$.

A. $\sin \alpha = \frac{4}{5}$

B. $\sin \alpha = \frac{2}{5}$

C. $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$

D. $\sin \alpha = -\frac{2}{5}$

Lời giải

Ta có: $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \sin \alpha < 0$

$$\Rightarrow \sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{9}{25}} = -\frac{4}{5}$$

Chọn C.

Câu 36 (TH). Kết quả biểu thức rút gọn

$$N = \left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(9\pi - x) \right]^2 + \left[\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \right]^2 \text{ bằng:}$$

A. $N = 0$

B. $N = 1$

C. $N = \sin^2 x$

D. $N = \cos^2 x$

Lời giải

$$N = \left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(9\pi - x) \right]^2 + \left[\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \right]^2 = [\cos x + \cos(\pi - x)]^2 + \sin^2 x$$

$$= [\cos x - \cos x]^2 + \sin^2 x = \sin^2 x.$$

Chọn C.

Câu 37 (NB). Trong các công thức sau, công thức nào sai?

A. $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$

B. $\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$

C. $\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$

D. $\cos a - \cos b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$

Lời giải

$$\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$$

Vậy công thức D sai.

Chọn D.

Câu 38 (TH). $\sin 4x \cos 5x - \cos 4x \sin 5x$ có kết quả là:

A. $\sin x$

B. $-\sin x$

C. $-\sin 9x$

D. $\sin 9x$

Lời giải

$$\sin 4x \cos 5x - \cos 4x \sin 5x = \sin(4x - 5x) = \sin(-x) = -\sin x$$

Chọn B.

Câu 39(VD). Kết quả biểu thức rút gọn $A = \frac{\sin 6x + \sin 7x + \sin 8x}{\cos 6x + \cos 7x + \cos 8x}$ bằng:

A. $A = \tan 6x$

B. $A = \tan 7x$

C. $A = \tan 8x$

D. $A = \tan 9x$

Lời giải

$$A = \frac{\sin 6x + \sin 7x + \sin 8x}{\cos 6x + \cos 7x + \cos 8x} = \frac{(\sin 8x + \sin 6x) + \sin 7x}{(\cos 8x + \cos 6x) + \cos 7x}$$

$$= \frac{2\sin 7x \cos x + \sin 7x}{2\cos 7x \cos x + \cos 7x} = \frac{\sin 7x(2\cos x + 1)}{\cos 7x(2\cos x + 1)} = \frac{\sin 7x}{\cos 7x} = \tan 7x.$$

Chọn B.

Câu 40 (VDC). Với giá trị nào của n thì đẳng thức sau luôn đúng?.

$$\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 12x}}} = \cos \frac{x}{2n}, 0 < x < \frac{\pi}{12}.$$

A.0

B.1

C. $\frac{1}{3}$

D.3

Lời giải

Ta có: $0 < x < \frac{\pi}{12} \Rightarrow 0 < \frac{3x}{2} < 3x < 6x < \frac{\pi}{2} \Rightarrow 0 < \cos 6x < \cos 3x < \cos \frac{3x}{2} < 1$ (do hàm số $y = \cos x$ là hàm nghịch biến).

$$\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 12x}}} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}(2\cos^2 6x - 1)}}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \cos^2 6x}}} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\cos^2 6x}}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 6x}} \quad (\text{do } \cos 6x > 0)$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}(2\cos^2 3x - 1)}}$$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\cos^2 3x}} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 3x} \quad (\text{do } \cos 3x > 0) \\
&= \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(2 \cos^2 \frac{3x}{2} - 1 \right)} = \sqrt{\cos^2 \frac{3x}{2}} = \cos \frac{3x}{2} \quad \left(\text{do } \cos \frac{3x}{2} > 0 \right) \\
&\Rightarrow \cos \frac{3x}{2} = \cos \frac{x}{2n} \quad (1)
\end{aligned}$$

$$\text{Để (1) luôn đúng} \Rightarrow \frac{3x}{2} = \frac{x}{2n} \Leftrightarrow n = \frac{1}{3}$$

Chọn C.

ĐỀ SỐ 5

SỞ GD & ĐT
THÁI BÌNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KIỂM TRA CHẤT LƯỢNG HỌC KÌ II
NĂM HỌC 2017 - 2018

Môn thi: TOÁN 10

Thời gian làm bài: 90 phút;
(không kể thời gian phát đề)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (6 điểm) Chọn đáp án đúng trong mỗi câu sau:

Câu 1 (NB): Cho tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$. Ta có $f(x) \leq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a \leq 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

Lời giải

Cho tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$

$$f(x) \leq 0 \text{ với } \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$$

Chọn A.

Câu 2 (NB): Trong mặt phẳng Oxy , phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn?

A. $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + 1 = 0$.

B. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0$.

D. $4x^2 + y^2 - 10x - 6y - 2 = 0$.

Lời giải

Xét các đáp án ta thấy:

+) Loại đáp án A vì có hệ số của x^2, y^2 không bằng nhau.

+) Đáp án B có: $a^2 + b^2 - c = 2^2 + (-3)^2 + 12 = 25 > 0 \Rightarrow$ Chọn đáp án B.

Chọn B.

Câu 3 (NB): Trong mặt phẳng Oxy , phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của một elip?

A. $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1$.

B. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{8} = 1$.

C. $\frac{x}{9} + \frac{y}{8} = 1$.

D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$.

Lời giải

Phương trình $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$ là phương trình chính tắc của 1 Elip

Chọn D.

Câu 4 (NB). Giá trị nào của x cho sau đây **không** là nghiệm của bất phương trình $2x - 5 \leq 0$

A. $x = -3$.

B. $x = \frac{5}{2}$.

C. $x = 4$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Ta có: $2x - 5 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{5}{2}$

Vậy $x = 4$ không là nghiệm của BPT.

Chọn C.

Câu 5 (TH): Cho hai điểm $A(3;-1), B(0;3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Ox sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng 1

- A.** $M\left(\frac{7}{2};0\right)$ và $M(1;0)$. **B.** $M\left(\sqrt{13};0\right)$. **C.** $M(4;0)$. **D.** $M(2;0)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-3;4) \Rightarrow \vec{n} = (4;3)$ là 1 VTPT của AB; $B(0;3) \in AB$

Phương trình (AB): $4x + 3(y - 3) = 0 \Leftrightarrow 4x + 3y - 9 = 0$

Gọi $M(m;0) \in Ox$

$$\Rightarrow d(M;AB) = \frac{|4m + 3 \cdot 0 - 9|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} \Leftrightarrow \frac{|4m - 9|}{5} = 1 \Leftrightarrow |4m - 9| = 5$$

$$\begin{cases} 4m - 9 = 5 \\ 4m - 9 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{7}{2} \Rightarrow M\left(\frac{7}{2};0\right) \\ m = 1 \Rightarrow M(1;0) \end{cases}$$

Chọn A.

Câu 6 (TH): Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$ có tâm là:

- A.** I(-2; -3). **B.** I(2; 3). **C.** I(4; 6). **D.** I(-4; -6).

Lời giải

Đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$ có tâm I(-2; -3)

Chọn A.

Câu 7 (VD): Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn đi qua ba điểm $A(1;2), B(5;2), C(1;-3)$ có phương trình là:

- A.** $x^2 + y^2 + 25x + 19y - 49 = 0$. **B.** $2x^2 + y^2 - 6x + y - 3 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 6x + y - 1 = 0$. **D.** $x^2 + y^2 - 6x + xy - 1 = 0$.

Lời giải

Gọi phương trình đường tròn có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$

Vì A, B, C đều thuộc đường tròn nên có hệ:

$$\begin{cases} 1+4-2a-4b+c=0 \\ 25+4-10a-4b+c=0 \\ 1+9-2a+6b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a-4b+c=-5 \\ -10a-4b+c=-29 \\ -2a+6b+c=-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-\frac{1}{2} \\ c=-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 6x + y - 1 = 0.$$

Chọn C.

Câu 8 (VDC): Cho $\sin \alpha \cos(\alpha + \beta) = \sin \beta$ với

$\alpha + \beta \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, \alpha \neq \frac{\pi}{2} + l\pi, (k, l \in \mathbb{Z})$. Ta có:

A. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \cot \alpha$.

B. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \cot \beta$.

C. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \beta$.

D. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \alpha$.

Lời giải

$$\sin \alpha \cos(\alpha + \beta) = \sin \beta \Leftrightarrow \frac{1}{2} [\sin(2\alpha + \beta) - \sin \beta] = \sin \beta$$

$$\Leftrightarrow \sin(2\alpha + \beta) = 3 \sin \beta$$

$$\Leftrightarrow \sin(2\alpha + \beta) + \sin \beta = 4 \sin \beta$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin(\alpha + \beta) \cos \alpha = 4 \sin \beta$$

$$\Leftrightarrow \sin(\alpha + \beta) \cos \alpha = 2 \sin \alpha \cos(\alpha + \beta)$$

$$\text{Vì } \alpha + \beta \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, \alpha \neq \frac{\pi}{2} + l\pi, (k, l \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} \cos(\alpha + \beta) \neq 0 \\ \cos \alpha \neq 0 \end{cases}$$

Chia cả 2 vế cho $\cos \alpha \cdot \cos(\alpha + \beta)$ ta được:

$$2 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} \Leftrightarrow \tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \alpha$$

Chọn D.

Câu 9 (VD): Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin 3x + \cos 2x - \sin x}{\cos x + \sin 2x - \cos 3x}$ ($\sin 2x \neq 0; 2\sin x + 1 \neq 0$) ta

được:

A. $A = \cot 6x$.

B. $A = \cot 3x$.

C. $A = \cot 2x$.

D. $A = \tan x + \tan 2x + \tan 3x$.

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sin 3x + \cos 2x - \sin x}{\cos x + \sin 2x - \cos 3x} = \frac{(\sin 3x - \sin x) + \cos 2x}{\sin 2x - (\cos 3x - \cos x)} \\ &= \frac{2\cos 2x \cdot \sin x + \cos 2x}{\sin 2x + 2\sin 2x \cdot \sin x} = \frac{\cos 2x (2\sin x + 1)}{\sin 2x (2\sin x + 1)} \\ &= \frac{\cos 2x}{\sin 2x} = \cot 2x. \end{aligned}$$

Chọn C.

Câu 10 (NB): Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

B. $\cos 2a = \cos^2 a + \sin^2 a$.

C. $\cos 2a = 2\cos^2 a + 1$.

D. $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$.

Lời giải

Ta có: $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

Vậy A đúng

Chọn A.

Câu 11 (TH): Trong mặt phẳng Oxy , đường thẳng $d: x - 2y - 1 = 0$ song song với đường thẳng có phương trình nào sau đây?

A. $x + 2y + 1 = 0$. **B.** $2x - y = 0$.

C. $-x + 2y + 1 = 0$. **D.** $-2x + 4y - 1 = 0$.

Lời giải

Cách 1: Ta có: $\frac{1}{-2} = \frac{-2}{4} \neq \frac{-1}{-1}$

Vậy đường thẳng $x - 2y - 1 = 0$ song song với đường thẳng $-2x + 4y - 1 = 0$.

Cách 2: Ta có $d: x - 2y - 1 = 0$ nhận $\vec{n} = (1; -2)$ làm VTPT.

Trong các đáp án, chỉ có đáp án D có đường thẳng d' có VTPT $\vec{n}' = (-2; 4) = -2(1; -2)$ song song với đường thẳng d .

Chọn D.

Câu 12 (NB): Đẳng thức nào sau đây là đúng

A. $\cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = \cos a + \frac{1}{2}.$ **B.** $\cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}\sin a - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos a.$

C. $\cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}\sin a - \frac{1}{2}\cos a.$ **D.** $\cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}\cos a - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin a.$

Lời giải

Ta có: $\cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = \cos a \cos \frac{\pi}{3} - \sin a \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}\cos a - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin a$

Vậy D đúng

Chọn D.

Câu 13 (VD): Rút gọn biểu thức

$A = \sin(\pi + x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \cot(2\pi - x) + \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$ ta được:

A. $A = 0.$ **B.** $A = -2\cot x.$ **C.** $A = \sin 2x.$ **D.** $A = -2\sin x.$

Lời giải

$$A = \sin(\pi + x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \cot(2\pi - x) + \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$$

$$= -\sin x + \sin x + \cot(-x) + \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$= -\cot x + \cot x = 0.$$

Chọn A.

Câu 14 (NB): Cho tam giác $\triangle ABC$, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A.$ **B.** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A.$

C. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos C$.

D. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos B$.

Lời giải

Theo định lý cosin $\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

Vậy B đúng.

Chọn B.

Câu 15 (VD): Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x-1} \leq \sqrt{x^2-4x+3}$ là

A. $\{1\} \cup [4; +\infty)$. B. $(-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$. C. $(-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$. D. $[4; +\infty)$.

Lời giải

$$\text{ĐKXĐ: } \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x^2-4x+3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \geq 3 \\ x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\sqrt{x-1} \leq \sqrt{x^2-4x+3} \Leftrightarrow x-1 \leq x^2-4x+3$$

$$\Leftrightarrow x^2-5x+4 \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-4) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 4 \end{cases}$$

$$\text{Kết hợp ĐKXĐ} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x \geq 4 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{1\} \cup [4; +\infty)$.

Chọn A.

Câu 16 (TH): Cho tam giác $\triangle ABC$ có $b = 7$; $c = 5$; $\cos A = \frac{3}{5}$. Đường cao h_a của tam giác $\triangle ABC$ là:

A. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$.

B. 8.

C. $8\sqrt{3}$.

D. $80\sqrt{3}$.

Lời giải

$$\text{Áp dụng định lý cosin} \Rightarrow a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cos A} = 4\sqrt{2}$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC: S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}bc \sqrt{1 - \cos^2 A} = 14$$

Mặt khác: $S = \frac{1}{2} h_a .a \Leftrightarrow 14 = \frac{1}{2} h_a .4\sqrt{2} \Leftrightarrow h_a = \frac{2.14}{4\sqrt{2}} = \frac{7}{\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$

Chọn A.

Câu 17 (TH): Cho $\cos\alpha = -\frac{2}{5} \left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \right)$. Khi đó $\tan\alpha$ bằng

A. $\frac{\sqrt{21}}{3}$.

B. $-\frac{\sqrt{21}}{5}$.

C. $\frac{\sqrt{21}}{5}$.

D. $-\frac{\sqrt{21}}{2}$.

Lời giải

Ta có: $\cos\alpha = -\frac{2}{5} \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{4}{25} \Rightarrow \sin^2\alpha = 1 - \frac{4}{25} = \frac{21}{25}$

Do $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \sin\alpha > 0 \Rightarrow \sin\alpha = \frac{\sqrt{21}}{5} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\frac{\sqrt{21}}{2}$

Chọn D.

Câu 18 (NB): Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)]$.

B. $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) - \cos(a+b)]$.

C. $\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$.

D. $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) + \sin(a+b)]$.

Lời giải

Ta có: $\sin a . \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) + \sin(a+b)]$.

Vậy B sai

Chọn B.

Câu 19 (TH): Trong mặt phẳng Oxy , vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 - t \\ y = -1 + 2t \end{cases}$

- A. $\vec{n}(-2; -1)$. B. $\vec{n}(2; -1)$. C. $\vec{n}(-1; 2)$. D. $\vec{n}(1; 2)$.

Lời giải

Đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 - t \\ y = -1 + 2t \end{cases}$ nhận $\vec{u} = (-1; 2)$ làm VTCP

$\Rightarrow \vec{n} = (-2; -1)$ là 1 VTPT của d

Chọn A.

Câu 20 (VD): Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{2x-1}{3x+6} \leq 0$ là:

- A. $\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$. B. $\left[\frac{1}{2}; 2\right)$. C. $\left(-2; \frac{1}{2}\right]$. D. $\left[-2; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

ĐKXĐ: $x \neq -2$

Đặt $f(x) = \frac{2x-1}{3x+6}$. Ta có bảng:

X	$-\infty$	-2	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$2x - 1$	-		0	+
$3x + 6$	-	0	+	+
$f(x)$	+		0	+

Vậy $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow -2 < x \leq \frac{1}{2} \Rightarrow$ Tập nghiệm của phương trình là $\left(-2; \frac{1}{2}\right]$

Chọn C.

Chú ý khi giải: Học sinh có thể giải theo cách ngắn hơn:

$$\frac{2x-1}{3x+6} \leq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ 3x+6 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x < -2 \end{cases} \right. \right. \\ \left. \left[\begin{cases} 2x-1 \leq 0 \\ 3x+6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ x > -2 \end{cases} \right. \right. \Leftrightarrow -2 < x \leq \frac{1}{2}.$$

Câu 21 (TH): Cho tam thức bậc hai $f(x) = -2x^2 + 8x - 8$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $f(x) < 0$ với mọi $x \in R$.

B. $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in R$.

C. $f(x) \leq 0$ với mọi $x \in R$

D. $f(x) > 0$ với mọi $x \in R$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} a = -2 < 0 \\ \Delta' = 16 - 16 = 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow f(x) \leq 0 \text{ với mọi } x \in R$$

Chọn C.

Câu 22 (VD): Trong mặt phẳng Oxy , cho biết điểm $M(a; b)$ ($a > 0$) thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + t \end{cases}$ và cách đường thẳng $\Delta: 2x - y - 3 = 0$ một khoảng $2\sqrt{5}$. Khi đó

$a + b$ là:

A. 21.

B. 23.

C. 22.

D. 20.

Lời giải

Ta có: $M \in (d) \Rightarrow \begin{cases} a = 3 + t \\ b = 2 + t \end{cases} \Rightarrow M(3 + t; 2 + t)$

Lại có: $d(M; \Delta) = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{|2 \cdot (3 + t) - (2 + t) - 3|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = 2\sqrt{5}$

$$\Leftrightarrow |t+1|=10 \Leftrightarrow \begin{cases} t=9 \Rightarrow a=12(tm) \\ t=-11 \Rightarrow a=-8(ktm) \end{cases}$$

$$\Rightarrow b=11 \Rightarrow a+b=12+11=23.$$

Chọn B.

Câu 23 (VD): Tập nghiệm S của bất phương trình $\sqrt{x+4} > 2-x$ là:

A. $S = (0; +\infty)$. **B.** $S = (-\infty; 0)$.

C. $S = (-4; 2)$. **D.** $S = (2; +\infty)$.

Lời giải

ĐKXD: $x+4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -4$

$$\sqrt{x+4} > 2-x \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x < 0 \\ 2-x \geq 0 \\ x+4 > 4-4x+x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x \leq 2 \\ x^2-5x < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x \leq 2 \\ 0 < x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ 0 < x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 0.$$

Kết hợp ĐKXD: $\Rightarrow x > 0$

Vậy tập nghiệm của BPT là: $S = (0; +\infty)$.

Chọn A.

Câu 24 (TH): Cho đường thẳng d: $2x + 3y - 4 = 0$. Véc tơ nào sau đây là một véc tơ pháp tuyến của đường thẳng d?

A. $\vec{n}_1 = (3; 2)$. **B.** $\vec{n}_2 = (-4; -6)$. **C.** $\vec{n}_3 = (2; -3)$. **D.** $\vec{n}_4 = (-2; 3)$.

Lời giải

Đường thẳng d: $2x + 3y - 4 = 0$ nhận $\vec{n} = (2; 3)$ là một VTPT

$\Rightarrow \vec{n}_2 = (-4; -6) = -2\vec{n}$ cũng là một VTPT của d.

Chọn B.

Câu 25 (NB): Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

A. $\cos(a-b) = \cos a \sin b + \sin a \sin b$. **B.** $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$

C. $\sin(a+b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$. **D.** $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$.

Lời giải

Ta có: $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.

Vậy B đúng

Chọn B.

Câu 26 (TH): Tìm cosin góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1 : 2x + y - 1 = 0$ và $\Delta_2 : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \end{cases}$

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\frac{3}{10}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

Lời giải

Ta có: Δ_1 nhận $\vec{n}_1 = (2; 1)$ là một VTPT.

Δ_2 nhận $\vec{u} = (1; -1)$ là một VTCP $\Rightarrow \vec{n}_2 = (1; 1)$ là 1 VTPT của Δ_2

$$\Rightarrow \cos(\Delta_1; \Delta_2) = \left| \cos(\vec{n}_1; \vec{n}_2) \right| = \frac{|2 \cdot 1 + 1 \cdot 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{3}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

Chọn D.

Câu 27 (VD): Tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\frac{-x^2 + 2x - 5}{x^2 - mx + 1} \leq 0$

nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. $m \in \emptyset$

B. $m \in (-2; 2)$.

C. $m \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

D. $m \in [-2; 2]$.

Lời giải

Ta có: $-x^2 + 2x - 5 = -x^2 + 2x - 1 - 4 = -(x-1)^2 - 4 < 0$ với mọi x

$$\Leftrightarrow x^2 - mx + 1 > 0 \text{ với mọi } x$$

$$\Leftrightarrow \Delta = m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow m^2 < 4 \Leftrightarrow -2 < m < 2$$

Vậy $m \in (-2; 2)$

Chọn B.

Câu 28 (TH): Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình chính tắc của elip biết một đỉnh là $A_1(-5;0)$ và một tiêu điểm là $F_2(2;0)$.

A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1.$ **B.** $\frac{x^2}{29} + \frac{y^2}{25} = 1.$ **C.** $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{21} = 1.$ **D.** $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{29} = 1.$

Lời giải

Gọi phương trình chính tắc của Elip có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Vì $A_1(-5;0)$ là một đỉnh nên $a = 5$

$$F(2;0) \text{ là một tiêu điểm} \Rightarrow c = 2 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 21$$

Vậy phương trình chính tắc của Elip đó là: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{21} = 1$

Chọn C.

Câu 29 (TH): Cho nhị thức bậc nhất $f(x) = 23x - 20$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x) > 0$ với $\forall x \in \left(-\infty; \frac{20}{23}\right).$ **B.** $f(x) > 0$ với $\forall x > -\frac{5}{2}.$
C. $f(x) > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}.$ **D.** $f(x) > 0$ với $\forall x \in \left(\frac{20}{23}; +\infty\right).$

Lời giải

$$\text{Ta có: } f(x) > 0 \Leftrightarrow 23x - 20 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{20}{23}.$$

Vậy: $f(x) > 0$ với $\forall x \in \left(\frac{20}{23}; +\infty\right).$

Chọn D.

Câu 30 (VDC): Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(2;1)$. Đường thẳng d đi qua M , cắt các tia Ox , Oy lần lượt tại A và B (A, B khác O) sao cho tam giác OAB có diện tích nhỏ nhất. Phương trình đường thẳng d là:

A. $2x - y - 3 = 0$. **B.** $x - 2y = 0$. **C.** $x + 2y - 4 = 0$. **D.** $x - y - 1 = 0$.

Lời giải

Ta có A, B là giao điểm của d với hai tia Ox, Oy nên gọi $A(a;0); B(0;b)$ ($a > 2; b > 1$).

\Rightarrow Phương trình d theo đoạn chắn là: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

Do $M \in d \Rightarrow \frac{2}{a} + \frac{1}{b} = 1$ (1)

Mặt khác: $S_{OAB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2}|ab| = \frac{1}{2}ab$

Để diện tích tam giác OAB là nhỏ nhất $\Leftrightarrow ab$ nhỏ nhất

Ta có: $1 = \frac{2}{a} + \frac{1}{b} \geq 2\sqrt{\frac{2}{ab}} \Leftrightarrow \frac{2}{ab} \leq \frac{1}{4} \Leftrightarrow ab \geq 8$

Vậy diện tích tam giác OAB là nhỏ nhất $\Leftrightarrow ab = 8$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ: $\begin{cases} \frac{2}{a} + \frac{1}{b} = 1 \\ ab = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b + a = ab = 8 \\ ab = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 - 2b \\ (8 - 2b)b = 8 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 - 2b \\ 2b^2 - 8b + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \end{cases} (tm)$

\Rightarrow Phương trình d : $\frac{x}{4} + \frac{y}{2} = 1 \Leftrightarrow x + 2y - 4 = 0$

II. PHẦN TỰ LUẬN (4 điểm)

Câu 1 (VD). (1,0 điểm)

Giải bất phương trình: $\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 4} \leq 0$

Lời giải

ĐKXD: $x \neq \pm 2$

Ta có:
$$\begin{cases} x^2 - 7x + 12 = (x - 3)(x - 4) \\ x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2) \end{cases}$$

Đặt $f(x) = \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 4}$. Ta có bảng:

x	$-\infty$	-2	2	3	4	$+\infty$	
$x^2-7x+12$	+	+	+	0	-	0	+
x^2-4	+	0	-	0	+	+	
$f(x)$	+	-	+	0	-	0	+

Vậy $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in (-2; 2) \cup [3; 4]$

Câu 2 (VD). (1,5 điểm)

a. Cho $\sin x = \frac{3}{5}$ với $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ tính $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

b. Chứng minh: $\sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right)\sin\left(a - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2}\cos 2a$

Lời giải

a) Ta có: $\sin x = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin^2 x = \frac{9}{25} \Rightarrow \cos^2 x = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$

Do $\frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \cos x < 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{4}{5} \Rightarrow \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = -\frac{3}{4}$

$$\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan x + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan x \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{-\frac{3}{4} + 1}{1 + \frac{3}{4}} = \frac{1}{7}$$

b. **Chứng minh:** $\sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right)\sin\left(a - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2}\cos 2a$

Ta có: $\sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right)\sin\left(a - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}\left[\cos\left(a + \frac{\pi}{4} - a + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(a + \frac{\pi}{4} + a - \frac{\pi}{4}\right)\right]$

$$= \frac{1}{2}\left(\cos \frac{\pi}{2} - \cos 2a\right) = -\frac{1}{2}\cos 2a.$$

Câu 3 (VDC). (1,5 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$; các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC và CD ; CM cắt DN tại điểm $I(5;2)$. Biết $P\left(\frac{11}{2}; \frac{11}{2}\right)$ và điểm

A có hoành độ âm.

a. Viết phương trình tổng quát đường thẳng đi qua hai điểm I, P .

b. Tìm tọa độ điểm A và D .

Lời giải

a. **Viết phương trình tổng quát đường thẳng đi qua hai điểm I, P .**

Ta có: $\overrightarrow{IP} = \left(\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right) = \frac{1}{2}(1; 7)$.

Đường thẳng IP nhận \overrightarrow{IP} là một VTCP $\Rightarrow \vec{n} = (7; -1)$ là một VTPT của IP

\Rightarrow Phương trình IP : $7(x - 5) - (y - 2) = 0 \Leftrightarrow 7x - y - 33 = 0$

b. **Tìm tọa độ điểm A và D .**

Gọi H là giao điểm của AP với DN

Dễ chứng minh được $CM \perp DN$, tứ giác $APCM$ là hình bình hành

$\Rightarrow HP \parallel IC, HP$ là đường trung bình của $\triangle DIC$

$\Rightarrow H$ là trung điểm của ID

Có $\triangle AID$ cân tại A , $\triangle DIC$ vuông tại I nên $AI = AD; IP = ID$

$\Rightarrow \triangle AIP = \triangle ADP$ hay $AI \perp IP$.

Đường thẳng AI đi qua I và vuông góc với IP nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = 5 + 7t \\ y = 2 - t \end{cases}$$

$$IP = |\overline{IP}| = \frac{5\sqrt{2}}{2}.$$

Gọi $A(5 + 7t; 2 - t)$. Vì $AI = 2IP \Leftrightarrow AI^2 = (5\sqrt{2})^2$

$$\Leftrightarrow 49t^2 + t^2 = 50 \Leftrightarrow t^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(12; 1) \\ A(-2; 3) \end{cases}$$

Do A có hoành độ âm nên $t = -1 \Rightarrow A(-2; 3)$

$$\Rightarrow \overline{AP} = \left(\frac{15}{2}; \frac{5}{2} \right) = \frac{5}{2}(3; 1).$$

Đường thẳng AP có phương trình: $x + 2 - 3(y - 3) = 0 \Leftrightarrow x - 3y + 11 = 0$.

Đường thẳng DN đi qua I và vuông góc với AP có phương trình:

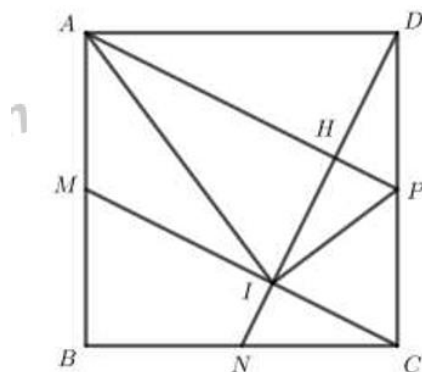
$$3(x - 5) + y - 2 = 0 \Leftrightarrow 3x + y - 17 = 0$$

$AP \cap DN = \{H\} \Rightarrow$ tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - 3y + 11 = 0 \\ 3x + y - 17 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow H(4; 5)$$

H là trung điểm của $ID \Rightarrow D(3; 8)$

Vậy $A(-2; 3), D(3; 8)$



TRƯỜNG THPT CHUYÊN
HÀ NỘI – AMSTERDAM
TỔ TOÁN - TIN

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II
NĂM HỌC 2019-2020
Môn thi: TOÁN 10

*Thời gian làm bài: 120 phút;
(không kể thời gian phát đề)*

I. TRẮC NGHIỆM (4,0 điểm) Chọn đáp án đúng trong mỗi câu sau:

Câu 1 (NB): Nếu $a > b, c > d$ thì bất đẳng thức nào sau đây luôn đúng?

- A.** $ac > bd$. **B.** $a - c > b - d$. **C.** $a + b > c + d$. **D.** $a + c > b + d$.

Lời giải

$$\text{Khi } \begin{cases} a > b \\ c > d \end{cases} \Rightarrow a + c > b + d$$

Chọn D.

Câu 2 (TH): Các giá trị của tham số m để bất phương trình $(m^2 - 1)x + m \geq 0$ có nghiệm là:

- A.** $m \in R$. **B.** $m \in \emptyset$. **C.** $m \in R \setminus \{-1\}$. **D.** $m = -1$.

Lời giải

Khi $m = 1 \Rightarrow 0 + 1 = 1 \geq 0 \Rightarrow$ bất phương trình có nghiệm.

Khi $m = -1 \Rightarrow 0 - 1 = -1 \geq 0 \Rightarrow$ bất phương trình vô nghiệm.

$$\text{Khi } \begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases} \Rightarrow x \geq \frac{m}{1 - m^2} \Rightarrow \text{bất phương trình có nghiệm.}$$

$$\text{Khi } -1 < m < 1 \Rightarrow x \leq \frac{m}{1 - m^2} \Rightarrow \text{bất phương trình có nghiệm.}$$

Vậy BPT có nghiệm $\Leftrightarrow m \in R \setminus \{-1\}$.

Chọn C.

Câu 3 (VD): Tập hợp nghiệm của bất phương trình $\frac{1-2x}{4x+8} \geq 0$ là:

- A. $\left[-2; \frac{1}{2}\right]$. B. $\left(-\frac{1}{2}; 2\right]$. C. $\left(-2; \frac{1}{2}\right]$. D. $\left[\frac{1}{2}; 2\right)$.

Lời giải

ĐKXD: $x \neq -2$

Đặt $f(x) = \frac{1-2x}{4x+8}$. Ta có bảng:

x	$-\infty$	-2	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$1-2x$	$+$	$ $	$+$ 0 $-$	
$4x+8$	$-$	0	$+$ $ $ $+$	
$f(x)$	$-$	$ $	$+$ 0 $-$	

Vậy $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow -2 < x \leq \frac{1}{2} \Rightarrow$ Tập nghiệm của phương trình là $\left(-2; \frac{1}{2}\right]$

Chọn C.

Câu 4 (VD): Tập hợp nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 6x + 5 \leq 0 \\ x^2 - 8x + 12 < 0 \end{cases}$ là:

- A. $[2; 5]$. B. $[1; 6]$.
C. $(2; 5]$. D. $[1; 2] \cup [5; 6]$.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{cases} x^2 - 6x + 5 \leq 0 \\ x^2 - 8x + 12 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(x-5) \leq 0 \\ (x-2)(x-6) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 5 \\ 2 < x < 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 2 < x \leq 5 \Rightarrow S = (2; 5]$$

Chọn C.

Câu 5 (VD): Các giá trị của tham số m để bất phương trình $mx^2 - 2mx - 1 \geq 0$ vô nghiệm là :

A. $m \in \emptyset$.

B. $m < -1$

C. $-1 < m < 0$.

D. $-1 < m \leq 0$.

Lời giải

Bất phương trình $mx^2 - 2mx - 1 \geq 0$ vô nghiệm

$$\Leftrightarrow mx^2 - 2mx - 1 < 0, \forall x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \Delta' = m^2 + m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -1 < m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 0$$

Chọn C.

Câu 6 (TH): Khi thống kê điểm môn Toán trong một kỳ thi của 200 em học sinh thì thấy có 36 bài được điểm bằng 5. Tần suất của giá trị $x_i = 5$ là:

A. 2,5%.

B. 36%.

C. 18%.

D. 10%.

Lời giải

$$\text{Tần suất của giá trị } x_i = 5 \text{ là } f_i = \frac{n_i}{N} \cdot 100\% = \frac{36}{200} \cdot 100\% = 18\%.$$

Chọn C.

Câu 7 (NB): Chọn hệ thức sai trong các hệ thức sau:

A. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \cot x$.

B. $\sin(3\pi - x) = \sin x$.

C. $\cos(3\pi - x) = \cos x$.

D. $\cos(-x) = \cos x$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \cos(3\pi - x) = \cos(2\pi + \pi - x) = \cos(\pi - x) = -\cos x$$

Vậy C sai.

Chọn C.

Câu 8 (VD): Cho $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Giá trị của $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$ bằng:

A. $\frac{2-\sqrt{6}}{2\sqrt{6}}$.

B. $\sqrt{6}-3$.

C. $\frac{1}{\sqrt{6}}-3$.

D. $\sqrt{6}-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có: $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

Do $0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \alpha > 0 \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{\frac{2}{3}}$

$\Rightarrow \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \cos \alpha \cos \frac{\pi}{3} - \sin \alpha \sin \frac{\pi}{3} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{1}{2} = \frac{2-\sqrt{6}}{2\sqrt{6}}$

Chọn A.

Câu 9 (TH): Nếu $\sin x + \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ thì giá trị của $\sin 2x$ là:

A. $\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $-\frac{1}{4}$.

Lời giải

Ta có: $\sin x + \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (\sin x + \cos x)^2 = \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow 1 + 2\sin x \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = -\frac{1}{2}$

Chọn B.

Câu 10 (VD): Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba đường thẳng $(d_1): 3x - 4y + 7 = 0$; $(d_2): 5x + y + 4 = 0$ và $(d_3): mx + (1-m)y + 3 = 0$. Để ba đường thẳng này đồng quy thì giá trị của tham số m là:

A. $m = 2$.

B. $m = -2$.

C. $m = 0,5$.

D. $m = -0,5$.

Lời giải

Gọi M là giao điểm của (d_1) và (d_2)

$$\Rightarrow \text{Tọa độ điểm } M \text{ là nghiệm của hệ: } \begin{cases} 3x - 4y + 7 = 0 \\ 5x + y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow M(-1; 1)$$

Để 3 đường thẳng đồng quy \Leftrightarrow chúng đồng quy tại $M \Leftrightarrow M \in (d_3)$

$$\Leftrightarrow -m + 1 - m + 3 = 0 \Leftrightarrow 2m = 4 \Leftrightarrow m = 2.$$

Chọn A.

Câu 11 (TH): Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-2; 3)$ và $B(4; -1)$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng AB ?

A. $x + y - 3 = 0$. **B.** $y = 2x + 1$. **C.** $\frac{x-4}{6} = \frac{y-1}{-4}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (6; -4) = 2(3; -2)$$

$$\Rightarrow \text{Phương trình tham số của } AB: \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 3 - 2t \end{cases}.$$

$$\text{Với } t=1 \Rightarrow AB \text{ đi qua điểm: } C(1; 1) \Rightarrow AB: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$$

Chọn D.

Câu 12 (TH): Một Elip có diện tích hình chữ nhật cơ sở là 80, độ dài tiêu cự là 6. Tâm sai của Elip đó là:

A. $e = \frac{4}{5}$. **B.** $e = \frac{3}{4}$. **C.** $e = \frac{3}{5}$. **D.** $e = \frac{4}{3}$.

Lời giải

$$\text{Diện tích hình chữ nhật cơ sở là: } 2a \cdot 2b = 80 \Leftrightarrow ab = 20 \quad (1)$$

$$\text{Elip có tiêu cự là } 6 \Rightarrow c = 3 \Rightarrow a^2 - b^2 = 9 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ:

$$\begin{aligned} \begin{cases} ab = 20 \\ a^2 - b^2 = 9 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = \frac{400}{a^2} \\ a^2 - \frac{400}{a^2} = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = \frac{400}{a^2} \\ a^4 - 9a^2 - 400 = 0 \end{cases} \quad (\text{do } a > 0) \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} ab = 20 \\ \begin{cases} a^2 = 25 \\ a^2 = -16 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 4 \end{cases} \\ \Rightarrow e = \frac{c}{a} &= \frac{3}{5}. \end{aligned}$$

Chọn C.

Câu 13 (VDC): Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(1; -1)$ và $B(3;4)$. Giả sử (d) là một đường thẳng bất kỳ luôn đi qua điểm B . Khi đó khoảng cách từ A đến đường thẳng (d) đạt giá trị lớn nhất, đường thẳng (d) có phương trình nào sau đây?

A. $x - y + 1 = 0$. **B.** $3x + 4y = 25$.

C. $5x - 2y - 7 = 0$. **D.** $2x + 4y - 26 = 0$.

Lời giải

Gọi $\vec{n} = (a; b)$ là một VTPT của (d) .

$$\Rightarrow \text{Phương trình } (d): a(x - 3) + b(y - 4) = 0 \Leftrightarrow ax + by - 3a - 4b = 0$$

$$\text{Khi đó: } d(A; (d)) = \frac{|a - b - 3a - 4b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2a + 5b|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\text{Áp dụng BĐT Bunhiacopxki} \Rightarrow d(A; (d)) \leq \frac{\sqrt{(4 + 25)(a^2 + b^2)}}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sqrt{29}$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra} \Leftrightarrow \frac{a}{2} = \frac{b}{5} \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{2}{5}$$

$$\text{Chọn } a = 2; b = 5 \Rightarrow \text{Phương trình } (d): 2x + 5y - 26 = 0$$

Chọn D.

Câu 14 (VD): Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi (d) là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1)$ và tạo với đường thẳng có phương trình $x - 3y + 2 = 0$ một góc bằng 45° . Đường thẳng (d) có phương trình là:

- A.** $2x + y + 1 = 0$. **B.** $2x - y = 1$.
C. $x - 2y + 1 = 0$. **D.** $3x + y - 4 = 0$.

Lời giải

Gọi $\vec{n_1} = (a; b)$ là một VTPT của (d) .

$$\Rightarrow \text{Phương trình } (d): a(x-1) + b(y-1) = 0 \Leftrightarrow ax + by - a - b = 0$$

Đường thẳng: $\Delta: x - 3y + 2 = 0$ có VTPT $\vec{n_2} = (1; -3)$

$$\text{Ta có: } \cos(d; \Delta) = \left| \cos(\vec{n_1}; \vec{n_2}) \right| \Leftrightarrow \cos 45^\circ = \frac{|a - 3b|}{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{10}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{|a - 3b|}{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{10}} \Leftrightarrow \sqrt{2}|a - 3b| = \sqrt{10} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\Leftrightarrow (a - 3b)^2 = 5a^2 + 5b^2 \Leftrightarrow 4a^2 - 4b^2 + 6ab = 0$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 + 4ab - ab - 2b^2 \Leftrightarrow (2a - b)(a + 2b) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 2a \Rightarrow (a; b) = (1; 2) \Rightarrow (d): x + 2y - 3 = 0 \\ a = -2b \Rightarrow (a; b) = (-2; 1) \Rightarrow (d): -2x + y + 1 = 0 \Leftrightarrow 2x - y = 1 \end{cases}$$

Chọn B.

Câu 15 (VD): Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(3;0)$ và $B(0;4)$. Đường tròn nội tiếp tam giác OAB có phương trình là:

- A.** $x^2 + y^2 = 1$. **B.** $x^2 + y^2 - 4x + 4 = 0$.
C. $x^2 + y^2 = 2$. **D.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$.

Lời giải

Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle OAB$ mà A, B lần lượt nằm trên Ox, Oy nên phân giác góc AOB chính là phân giác góc phần tư thứ I và III có phương trình: $y = x$

Phương trình đường thẳng AB :

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1 \Leftrightarrow 4x + 3y - 12 = 0.$$

Phương trình OA : $x = 0$.

Gọi $I(m; m)$ ($m < 3$) là tâm đường tròn nội tiếp ta có:

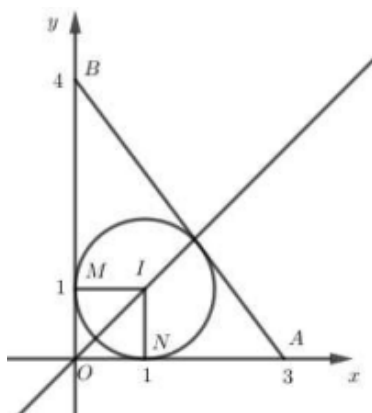
$$d(I; OA) = d(I; AB) \Leftrightarrow |m| = \frac{|7m - 12|}{5}$$

$$\Leftrightarrow |7m - 12| = 5|m| \Leftrightarrow \begin{cases} 7m - 12 = 5m \\ 12 - 7m = 5m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 6 \text{ (ktm)} \\ m = 1 \text{ (tm)} \end{cases}.$$

Vậy $I(1; 1)$ là tâm đường tròn nội tiếp của $\triangle OAB$

Phương trình đường tròn cần tìm: $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$.

Chọn D.



Câu 16 (VD): Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $P(-3;-2)$ và đường tròn $(C): (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 36$. Từ điểm P kẻ các tiếp tuyến PM và PN tới đường tròn (C) , với M và N là các tiếp điểm. Phương trình đường thẳng MN là:

A. $x + y + 1 = 0$. **B.** $x - y - 1 = 0$.

C. $x - y + 1 = 0$. **D.** $x + y - 1 = 0$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(3;4)$, bán kính $R = IM = IN = 6$

Ta có: $\overrightarrow{IP} = (-6; -6) \Rightarrow IP = 6\sqrt{2}$

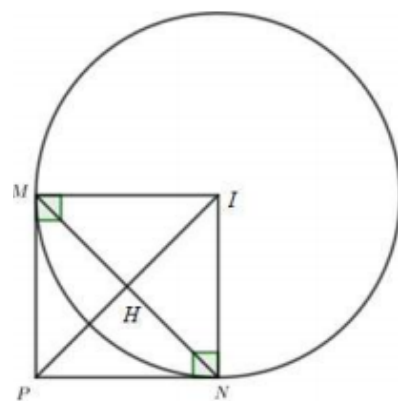
Xét tam giác OMP vuông tại M (PM là tiếp tuyến của đường tròn (C) tại M)

$$\Rightarrow PM = \sqrt{IP^2 - IM^2} = \sqrt{72 - 36} = 6$$

Tương tự ta cũng có $PN = 6 \Rightarrow PN = PM = IM = IN = 6$

Mà $\angle IMP = 90^\circ$ (PM là tiếp tuyến của đường tròn (C) tại M)

$\Rightarrow IMPN$ là hình vuông



$\Rightarrow MN$ nhận làm $\overrightarrow{IP} = (-6; -6)$ VTPT và đi qua trung điểm $H(0; 1)$ của IP

\Rightarrow Phương trình MN : $-6(x - 0) - 6(y - 1) = 0 \Leftrightarrow x + y - 1 = 0$

Chọn D.

II. PHẦN TỰ LUẬN (6,0 điểm)

Bài 1 (VD). (1,5 điểm)

a) Giải bất phương trình sau trên tập số thực: $|2x + 1| + 2 \geq 4x$

b) Giải hệ bất phương trình sau trên tập số thực:
$$\begin{cases} \frac{x+3}{2x-3} - \frac{x}{2x-1} \leq 0 \\ \sqrt{x^2+3} + 3x < 1 \end{cases}$$

Lời giải

a)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ 2x+3 \geq 4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x \leq \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2} \\ x < -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow S = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 < 0 \\ -2x+1 \geq 4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{1}{2} \\ x \leq \frac{1}{6} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$.

b)

$$\text{ĐKXD: } \begin{cases} 2x-3 \neq 0 \\ 2x-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{3}{2} \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x+3}{2x-3} - \frac{x}{2x-1} \leq 0 & (1) \\ \sqrt{x^2+3} + 3x < 1 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \frac{(x+3)(2x-1) - x(2x-3)}{(2x-3)(2x-1)} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x^2 + 5x - 3 - 2x^2 + 3x}{(2x-3)(2x-1)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{8x-3}{(2x-3)(2x-1)} \leq 0$$

Ta có bảng xét dấu:

x	$\frac{1}{2}$		$\frac{8}{3}$	$\frac{3}{2}$	
$2x-1$	-	0	+	+	+
$8x-3$	-	-	0	+	+
$2x-3$	-	-	-	0	+
$f(x) = \frac{8x-3}{(2x-1)(2x-3)}$	-	+	0	-	+

Dựa vào bảng xét dấu ta có: $\begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ \frac{3}{8} \leq x \leq \frac{3}{2} \end{cases}$.

$$(2) \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 3} < 1 - 3x \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 3x \geq 0 \\ x^2 + 3 < 1 - 6x + 9x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{3} \\ 8x^2 - 6x - 2 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{3} \\ (4x+1)(x-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{3} \\ \begin{cases} x > 1 \\ x < -\frac{1}{4} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x < -\frac{1}{4}.$$

Kết hợp nghiệm của hai bất phương trình ta được $S = \left(-\infty; -\frac{1}{4}\right)$

Bài 2 (VD). (1,5 điểm)

a) Chứng minh đẳng thức: $\frac{\cos 2x}{1 - \sin 2x} = \frac{1}{\cos^2 x - \sin^2 x} + \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$ khi các biểu thức đều xác định.

b) Tìm các giá trị của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 4x > 5 \\ x^2 - (m-1)x - m \leq 0 \end{cases}$ có nghiệm.

Lời giải

a)

$$\text{Ta có: } VP = \frac{1}{\cos^2 x - \sin^2 x} + \frac{\frac{2 \sin x}{\cos x}}{1 - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} = \frac{1}{\cos^2 x - \sin^2 x} + \frac{2 \sin x \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x}$$

$$= \frac{1 + 2 \sin x \cos x}{(\sin x + \cos x)(\cos x - \sin x)} = \frac{(\sin x + \cos x)^2}{(\sin x + \cos x)(\cos x - \sin x)} = \frac{\sin x + \cos x}{\cos x - \sin x} \quad (1)$$

$$VT = \frac{\cos 2x}{1 - \sin 2x} = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x + \sin^2 x - 2 \sin x \cos x} = \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{(\cos x - \sin x)^2} = \frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow VT = VP = \frac{\sin x + \cos x}{\cos x - \sin x} \Rightarrow \text{đpcm.}$

b)

$$\begin{cases} x^2 - 4x > 5 \\ x^2 - (m-1)x - m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)(x-5) > 0 \\ (x+1)(x-m) \leq 0 \end{cases}$$

Ta có:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 5 \\ x < -1 \\ (x+1)(x-m) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x > 5 \\ x \leq m \end{cases} \Leftrightarrow m > 5 \\ \begin{cases} x < -1 \\ x \geq m \end{cases} \Leftrightarrow m < -1 \end{cases}$$

Vậy với $\begin{cases} m < -1 \\ m > 5 \end{cases}$ thì hệ BPT luôn có nghiệm.

Bài 3 (VD). (2,5 điểm)

Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai đường tròn $(C_1), (C_2)$ có phương trình lần lượt là: $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 9$ và $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$.

a) Tìm tọa độ tâm, bán kính của hai đường tròn và chứng minh hai đường tròn tiếp xúc với nhau.

b) Viết phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ và tạo với đường thẳng nối tâm của hai đường tròn một góc bằng 45° .

c) Cho Elip (E) có phương trình $16x^2 + 49y^2 = 1$. Viết phương trình đường tròn (C) có bán kính gấp đôi độ dài trục lớn của Elip (E) và (C) tiếp xúc với hai đường tròn $(C_1), (C_2)$.

Lời giải

a)

Ta thấy đường tròn (C_1) có tâm $I_1(-1;-2)$ bán kính $R_1 = 3$

Đường tròn (C_2) có tâm $I_2(2;2)$ bán kính $R_2 = 2$

$$\text{Khi đó: } 5 = R_1 + R_2 = I_1 I_2 = \sqrt{(2+1)^2 + (2+2)^2} = 5$$

$\Rightarrow (C_1)$ và (C_2) tiếp xúc nhau.

b)

Ta có: $\overrightarrow{I_1 I_2} = (3;4) \Rightarrow \vec{n}_1 = (-4;3)$ là một VTPT của đường thẳng $I_1 I_2$

Gọi $\vec{n}_2 = (a;b) \neq \vec{0}$ là VTPT của đường thẳng d cần tìm

$$\Rightarrow d : ax + by = 0.$$

$$\text{Ta có: } \cos(I_1 I_2, d) = \left| \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) \right| \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos 45^\circ = \frac{|-4a + 3b|}{5\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\Leftrightarrow 25(a^2 + b^2) = 2(-4a + 3b)^2 \Leftrightarrow 7a^2 - 48ab - 7b^2 = 0$$

Với $b = 0 \Rightarrow a = 0$ (ktm)

Với $b \neq 0$, chia cả hai vế cho b^2 ta được:

$$7\left(\frac{a}{b}\right) - 48 \cdot \frac{a}{b} - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = 7 \Rightarrow (a;b) = (7;1) \Rightarrow 7x + y = 0 \\ \frac{a}{b} = \frac{-1}{7} \Rightarrow (a;b) = (-1;7) \Rightarrow -x + 7y = 0 \end{cases}$$

Vậy có hai đường thẳng d thỏa mãn bài toán: $7x + y = 0$ và $-x + 7y = 0$.

c)

$$\text{Ta có: } 16x^2 + 49y^2 = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{\left(\frac{1}{4}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{1}{7}\right)^2} = 1$$

$$\Rightarrow \text{Độ dài trục lớn của (E) là } 2a = 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

\Rightarrow Bán kính của đường tròn (C) cần lập là $R = 1$

Xét $\Delta H_1 I_2$, ta có:
$$\begin{cases} I_1 I_2 = 5 \\ H_1 = R_1 + R = 4 \Rightarrow \Delta H_1 I_2 \text{ vuông tại I} \\ H_2 = R_2 + R = 3 \end{cases}$$

Gọi $I(a; b)$ ta có:

$$\begin{aligned} \begin{cases} \overrightarrow{H_1 H_2} = 0 \\ H_2 = 3 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (a-2)(a+1) + (b-2)(b+2) = 0 \\ (a-2)^2 + (b-2)^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 - a - 6 = 0 \\ a^2 + b^2 - 4a - 4b - 1 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 4b = 5 \\ a^2 + b^2 - a - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{5-3a}{4} \\ 25a^2 - 46a - 71 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{5-3a}{4} \\ \begin{bmatrix} a = \frac{71}{25} \\ a = -1 \end{bmatrix} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} I\left(\frac{71}{25}; -\frac{22}{25}\right) (tm) \\ I(-1; 2) (tm) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Vậy phương trình đường tròn thỏa mãn bài toán:
$$\begin{cases} (C_1): \left(x - \frac{71}{25}\right)^2 + \left(y + \frac{22}{25}\right)^2 = 1 \\ (C_2): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 1 \end{cases}$$

Bài 4 (VDC). (0,5 điểm – 0 điểm)(Chỉ dành cho các lớp 10 Tin, L1, L2, H1, H2)

Cho ba số thực $a; b; c$ thỏa mãn điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau:

$$P = \frac{1}{\sqrt{1+8a^3}} + \frac{1}{\sqrt{1+8b^3}} + \frac{1}{\sqrt{1+8c^3}}$$

Lời giải

Ta có: $\sqrt{1+8a^3} = \sqrt{(1+2a)(1-2a+4a^2)} \stackrel{AM-GM}{\leq} \frac{1+2a+1-2a+4a^2}{2} = 1+2a^2$

Tương tự ta có:
$$\begin{cases} \sqrt{1+8b^3} \leq 1+2b^2 \\ \sqrt{1+8c^3} \leq 1+2c^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow P = \frac{1}{\sqrt{1+8a^3}} + \frac{1}{\sqrt{1+8b^3}} + \frac{1}{\sqrt{1+8c^3}} \geq \frac{1}{1+2a^2} + \frac{1}{1+2b^2} + \frac{1}{1+2c^2}.$$

Mặt khác:

$$\frac{1}{1+2a^2} = \frac{1}{1+2a^2} + \frac{1+2a^2}{9} - \frac{1+2a^2}{9} \stackrel{Cauchy}{\geq} 2\sqrt{\frac{1}{1+2a^2} \cdot \frac{1+2a^2}{9}} - \frac{2}{9}a^2 - \frac{1}{9} = \frac{5-2a^2}{9}$$

$$\text{Khi đó: } P \geq \frac{5-2a^2}{9} + \frac{5-2b^2}{9} + \frac{5-2c^2}{9} = \frac{15-2(a^2+b^2+c^2)}{9} = \frac{15-2 \cdot 3}{9} = 1$$

Vậy $\min P = 1$.

$$\text{Dấu “=” xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = 3 \\ 1+2a = 1-2a+4a^2 \text{ và vai trò của } a, b, c \text{ như nhau nên ta được} \\ \frac{1}{1+2a^2} = \frac{1+2a^2}{9} \end{cases}$$

$$(a; b; c) = (1; 1; 1).$$

ĐỀ SỐ 7

SỞ GD & ĐT PHÚ YÊN

TRƯỜNG THPT NGUYỄN

DU

ĐỀ THI HỌC KÌ 2 NĂM HỌC 2019-2020

Môn thi: TOÁN - KHỐI 10

Thời gian làm bài: 90 phút

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1 (NB). Nhị thức $f(x) = 3x + 2$ nhận giá trị âm khi:

A. $x < \frac{3}{2}$.

B. $x < -\frac{2}{3}$.

C. $x > \frac{3}{2}$.

D. $x > -\frac{2}{3}$.

Lời giải

Nhị thức $f(x) = 3x + 2$ nhận giá trị âm khi $x < -\frac{2}{3}$

Chọn B

Câu 2 (TH). Tam thức $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi:

- A. $-1 < x < 3$. B. $x < -1$ hoặc $x < 3$.
C. $-3 < x < 1$. D. $x < -3$ hoặc $x < 1$.

Lời giải

$$f(x) = -x^2 - 2x + 3 > 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 < 0 \\ \Leftrightarrow (x-1)(x+3) < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 1$$

Chọn C

Câu 3 (TH). Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 + 5x - 6 \leq 0$ là:

- A. $[-6; 1]$. B. $[2; 3]$.
C. $(-\infty; -6] \cup [1; +\infty)$. D. $(-\infty; 2] \cap [3; +\infty)$.

Lời giải

$$x^2 + 5x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+6) \leq 0 \Leftrightarrow -6 \leq x \leq 1$$

Vậy tập nghiệm của BPT là: $[-6; 1]$

Chọn A

Câu 4 (VD). Bất phương trình $(x-1)(3x^2 + 7x + 4) \leq 0$ có tập nghiệm là:

- A. $[-1; 1]$. B. $\left[-\frac{4}{3}; -1\right] \cup [1; +\infty)$.
C. $\left(-\infty; -\frac{4}{3}\right] \cup [-1; 1]$. D. $\left(-\infty; -\frac{4}{3}\right]$.

Lời giải

Cách giải:

$$(x-1)(3x^2 + 7x + 4) \leq 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+1)(3x+4) \leq 0$$

Đặt $f(x) = (x-1)(3x^2 + 7x + 4)$.

Xét phương trình: $3x^2 + 7x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(3x+4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -\frac{4}{3} \end{cases}$.

Ta có bảng:

x	$-\infty$	$-\frac{4}{3}$	-1	1	$+\infty$
$3x^2 + 7x + 4$	+	0	-	0	+
$x-1$	-		-	0	+
$f(x)$	-	0	+	0	+

Vậy $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; -\frac{4}{3}\right] \cup [-1; 1]$

Chọn C

Câu 5 (VD). Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{2x+1}{2x^2-3x+1} \geq 0$ là:

A. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. **B.** $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$.

C. $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$. **D.** $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup \left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Lời giải

$$\frac{2x+1}{2x^2-3x+1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2x+1}{(2x-1)(x-1)} \geq 0 \quad \text{ĐKXĐ: } \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Đặt $f(x) = \frac{2x+1}{2x^2-3x+1}$. Ta có bảng:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$	
$2x+1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	
$2x^2-3x+1$	$+$	$+$	0	$-$	0	$+$

$f(x)$	-	0	+	-	+
--------	---	---	---	---	---

Vậy $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$

Chọn B.

Câu 6 (NB). Điểm $O(0;0)$ thuộc về miền nghiệm của bất phương trình:

A. $x + 3y + 2 \leq 0$. **B.** $x + y + 2 \leq 0$.

C. $2x + 5y - 2 \geq 0$. **D.** $2x + y + 2 \geq 0$.

Lời giải

+) Đáp án A: $0 + 3.0 + 2 = 2 \geq 0 \Rightarrow$ đáp án A sai.

+) Đáp án B: $0 + 0 + 2 = 2 \geq 0 \Rightarrow$ đáp án B sai.

+) Đáp án C: $2.0 + 5.0 - 2 = -2 < 0 \Rightarrow$ đáp án C sai.

+) Đáp án D: $2.0 + 0 + 2 = 2 \geq 0 \Rightarrow$ đáp án D đúng.

$\Rightarrow O(0;0)$ là nghiệm của BPT: $2x + y + 2 \geq 0$

Chọn D

Câu 7 (NB). Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x + 3y - 2 \geq 0 \\ 2x + y + 1 \leq 0 \end{cases} ?$$

A. $(1; 1)$

B. $(-1; 2)$.

C. $(-2; 2)$.

D. $(2; 2)$.

Lời giải

+) Đáp án A: $\begin{cases} 1 + 3.1 - 2 = 2 \geq 0 \\ 2.1 + 1 + 1 = 4 \leq 0 \end{cases} (ktm) \Rightarrow$ đáp án A sai.

+) Đáp án B: $\begin{cases} -1 + 3.2 - 2 = 3 \geq 0 \\ 2.(-1) + 2 + 1 = 1 \leq 0 \end{cases} (ktm) \Rightarrow$ đáp án B sai.

+) Đáp án C: $\begin{cases} -2 + 3.2 - 2 = 2 \geq 0 \\ 2.(-2) + 2 + 1 = -1 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow$ đáp án C đúng.

\Rightarrow Điểm $(-2; 2)$ là nghiệm của hệ BPT đề bài.

Chọn C

Câu 8 (VD). Với giá trị nào của m để bất phương trình $(m-1)x^2 + (2m+1)x + m-5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu:

- A.** $1 \leq m \leq 5$. **B.** $1 < m < 5$. **C.** $-\frac{1}{2} < m < 5$. **D.** $-\frac{1}{2} < m \leq 1$

Lời giải

Phương trình $(m-1)x^2 + (2m+1)x + m-5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

$$\Leftrightarrow (m-1)(m-5) < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 5$$

Chọn B

Câu 9 (VD). Tập nghiệm của bất phương trình $|x^2 + 3x - 4| < x - 8$ là:

- A.** \emptyset . **B.** $(-6; 2)$. **C.** $(-\infty; 6) \cup (2; +\infty)$. **D.** \mathbb{R} .

Lời giải

$$|x^2 + 3x - 4| < x - 8 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 8 > 0 \\ 8 - x < x^2 + 3x - 4 \\ x^2 + 3x - 4 < x - 8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 8 \\ x^2 + 4x - 12 > 0 \\ x^2 + 2x + 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 8 \\ (x-2)(x+6) > 0 \\ (x+1)^2 + 3 < 0 \end{cases} \quad (VN)$$

Vậy bất phương trình vô nghiệm.

Chọn A

Câu 10 (VD). Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2 - 4x - 21} \leq x - 3$ là:

- A.** $(-\infty; -3] \cup [7; 15)$. **B.** $[3; 15]$. **C.** $[-3; 3) \cup [7; 15]$. **D.** $[7; 15]$.

Lời giải

$$\sqrt{x^2 - 4x - 21} \leq x - 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x - 21 \geq 0 \\ x - 3 \geq 0 \\ x^2 - 4x - 21 \leq x^2 - 6x + 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x+3)(x-7) \geq 0 \\ x \geq 3 \\ 2x \leq 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq 7 \end{cases} \\ x \geq 3 \\ x \leq 15 \end{cases} \Leftrightarrow 7 \leq x \leq 15$$

Vậy tập nghiệm của BPT là: $S = [7; 15]$

Chọn D

Câu 11 (TH). Cho $f(x) = -2x^2 + (m+2)x + m - 4$. Tìm m để $f(x)$ âm với mọi x .

A. $m \in (-2; 4)$. **B.** $m \in [-14; 2]$. **C.** $m \in (-14; 2)$. **D.** $m \in [-4; 2]$.

Lời giải

$$f(x) < 0 \Leftrightarrow -2x^2 + (m+2)x + m - 4 < 0$$

$$\text{Ta có: } \Delta = (m+2)^2 + 8(m-4) = m^2 + 12m - 28.$$

$$\Rightarrow f(x) < 0 \forall x \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < 0 \forall m \\ m^2 + 12m - 28 < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (m-2)(m+14) < 0 \Leftrightarrow -14 < m < 2$$

Vậy với $m \in (-14; 2)$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Chọn C

Câu 12 (TH). Với giá trị nào của m để phương trình $x^2 + mx + 2x - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $2 \leq m \leq 6$. **B.** $m < 2 \vee m > 3$. **C.** $m < 2 \vee m > 6$. **D.** $-3 \leq m \leq 2$

Lời giải

Phương trình $x^2 + mx + 2x - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - 4(2m-3) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 8m + 12 > 0$$

$$\Leftrightarrow (m-2)(m-6) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m > 6 \end{cases}$$

chọn C

Câu 13 (VD). Tìm các giá trị m để bất phương trình:
 $(2m+1)x^2 - 3(m+1)x + m+1 > 0$ vô nghiệm.

A. $-5 \leq m \leq -\frac{1}{2}$. **B.** $-5 \leq m \leq -1$. **C.** $m \geq -1 \vee m \leq -5$. **D.** $1 \leq m \leq 5$.

Lời giải

Bất phương trình: $(2m+1)x^2 - 3(m+1)x + m+1 > 0$ vô nghiệm.

$\Leftrightarrow (2m+1)x^2 - 3(m+1)x + m+1 \leq 0$ có nghiệm với mọi m

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1 < 0 \\ \Delta = 9(m+1)^2 - 4(2m+1)(m+1) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{1}{2} \\ 9m^2 + 18m + 9 - 8m^2 - 12m - 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{1}{2} \\ m^2 + 6m + 5 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{1}{2} \\ (m+1)(m+5) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{1}{2} \\ -5 \leq m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -5 \leq m \leq -1$$

Chọn B

Câu 14 (VD). Tìm các giá trị m để bất phương trình: $x^2 - 2mx + 2m + 3 \geq 0$ có nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$

A. $-1 \leq m \leq 3$. **B.** $m \leq -1 \vee m \geq 3$. **C.** $m < -2 \vee m > 3$. **D.** $-3 \leq m \leq 2$

Lời giải

Bất phương trình: $x^2 - 2mx + 2m + 3 \geq 0$ có nghiệm đúng mọi x

$$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 2m - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 3$$

Chọn A

Câu 15 (VDC). Tìm m để bất phương trình $x^2 + m + 4\sqrt{(x+2)(4-x)} \geq 2x + 18$ có nghiệm.

A. $6 \leq m \leq 10$. **B.** $m \geq 7$. **C.** $m \leq 6$. **D.** $m \geq 10$.

Lời giải

ĐKXĐ: $-2 \leq x \leq 4$

$$x^2 + m + 4\sqrt{(x+2)(4-x)} \geq 2x + 18$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 2x + 8 - 4\sqrt{-x^2 + 2x + 8} + 10 \leq m$$

$$\text{Đặt } \sqrt{-x^2 + 2x + 8} = t \quad (t \geq 0)$$

$$\text{Ta có: } -x^2 + 2x + 8 = -(x-1)^2 + 9 \leq 9 \text{ với mọi } x \in [-2; 4]$$

$$\Rightarrow 0 \leq t \leq 3$$

Đề bài trở thành: Tìm m để bất phương trình $t^2 - 4t + 10 \leq m$ có nghiệm thuộc $[0; 3]$

$$\Leftrightarrow m \geq \underset{[0;3]}{\text{Max}}(t^2 - 4t + 10)$$

Xét $f(t) = t^2 - 4t + 10$ ta có bảng biến thiên

t	0	2	3
$f(t)$	10	6	7

Vậy để bất phương trình $t^2 - 4t + 10 \leq m$ có nghiệm thuộc $[0; 3] \Leftrightarrow m \geq 10$

Chọn D

Câu 16 (VD). Số tiền điện phải nộp (đơn vị: nghìn) của 7 phòng học được ghi lại: 79; 92; 71; 83; 69; 74; 83. Độ lệch chuẩn gần bằng:

A. 7,54.

B. 7,46.

C. 7,34.

D. 7,24.

Lời giải

Ta có bảng phân bố rời rạc:

x	69	71	74	79	83	92
n	1	1	1	1	2	1

$$\bar{x} = \frac{69 + 71 + 74 + 79 + 83 \cdot 2 + 92}{7} = \frac{551}{7}$$

$$S_x^2 = \frac{1}{7}(69^2 + 71^2 + 74^2 + 79^2 + 2 \cdot 83^2 + 92^2) - \left(\frac{551}{7}\right)^2 = \frac{2726}{49}$$

$$\Rightarrow S_x \approx 7,46$$

Chọn B

Câu 17 (TH). Cung có số đo 225° được đổi sang số đo rad là:

- A. 225π . B. $\frac{3\pi}{4}$. C. $\frac{5\pi}{4}$. D. $\frac{4\pi}{3}$.

Lời giải

$$225^\circ = \frac{225\pi}{180} = \frac{5\pi}{4}$$

Chọn C

Câu 18 (NB). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $1\text{rad} = 1^\circ$. B. $1^\circ = \frac{1}{\pi}$.
C. $\pi\text{rad} = 180^\circ$. D. $\pi\text{rad} = \left(\frac{1}{180}\right)^\circ$.

Lời giải

Chọn C

Câu 19 (TH). Giá trị $\sin \frac{47\pi}{6}$ bằng:

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

$$\sin \frac{47\pi}{6} = \sin \left(8\pi - \frac{\pi}{6} \right) = \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

Chọn D

Câu 20 (TH). Tính độ dài cung tròn có bán kính $R = 20$ cm và có số đo 135° .

- A. 2700 cm. B. 27π cm. C. 15π cm. D. 155 cm.

Lời giải

$$l = \frac{\pi R n^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi \cdot 20 \cdot 135^\circ}{180^\circ} = 15\pi \text{ cm}$$

Chọn C

Câu 21 (TH). Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\sin \alpha > 0$. B. $\cos \alpha > 0$. C. $\tan \alpha > 0$. D. $\cot \alpha > 0$.

Lời giải

$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \sin \alpha > 0$$

Chọn A

Câu 22 (VD). Cho $\cos \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khi đó $\tan \alpha$ bằng:

- A. 2 B. -2. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \cos \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\text{Do } \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \sin \alpha < 0 \Rightarrow \sin \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{2}$$

Chọn D

Câu 23 (TH). Tìm α , biết $\sin \alpha = 1$?

- A. $k2\pi$. B. $\frac{\pi}{2} + k2\pi$. C. $k\pi$. D. $\frac{\pi}{2} + k\pi$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin \alpha = 1 \Leftrightarrow \sin \alpha = \sin \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi, \sin(\alpha + k2\pi) = \sin \alpha.$$

Chọn B

Câu 24(TH). Cho $\tan a = 2$. Khi đó giá trị của biểu thức $M = \frac{\sin a}{\sin^3 a + 2\cos^3 a}$ là:

- A. 1. B. $\frac{5}{12}$. C. $\frac{8}{11}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

$$M = \frac{\sin a}{\sin^3 a + \cos^3 a} \Rightarrow \frac{1}{M} = \frac{\sin^3 a + \cos^3 a}{\sin a} = \sin^2 a + 2 \frac{\cos^3 a}{\sin a}$$

$$\text{Do } \tan a = \frac{\sin a}{\cos a} = 2 \Rightarrow \frac{\cos a}{\sin a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{M} = \sin^2 a + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos^2 a = \sin^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$\Rightarrow M = 1$$

Chọn A

Câu 25 (VD). Cho $H = \frac{\sin 15^\circ + \sin 45^\circ + \sin 75^\circ}{\cos 15^\circ + \cos 45^\circ + \cos 75^\circ}$. Khi đó:

A. $H = 0$.

B. $H = 1$.

C. $H = 2$.

D. $H = 3$.

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sin 15^\circ + \sin 45^\circ + \sin 75^\circ}{\cos 15^\circ + \cos 45^\circ + \cos 75^\circ} = \frac{(\sin 15^\circ + \sin 75^\circ) + \sin 45^\circ}{(\cos 15^\circ + \cos 75^\circ) + \cos 45^\circ} = \frac{2 \sin 45^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 45^\circ}{2 \cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ + \cos 45^\circ} \\ &= \frac{\sin 45^\circ (2 \cos 30^\circ + 1)}{\cos 45^\circ (2 \cos 30^\circ + 1)} = \frac{\sin 45^\circ}{\cos 45^\circ} = \tan 45^\circ = 1 \end{aligned}$$

Chọn B.

Câu 26 (VD). Cho $\sin 2\alpha = a$ với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Giá trị $\sin \alpha + \cos \alpha$ bằng:

A. $\sqrt{a+1}$.

B. $(\sqrt{2}-1)a+1$.

C. $\sqrt{a+1} - \sqrt{a^2-a}$.

D. $\sqrt{a+1} + \sqrt{a^2-a}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha = 1 + \sin 2\alpha = 1 + a$$

$$\text{Vì } 0^\circ < \alpha < 90^\circ \Rightarrow 0^\circ < 2\alpha < 180^\circ \Rightarrow \alpha > 0 \Rightarrow 1 + a > 0$$

$$\text{Mặt khác } 0^\circ < \alpha < 90^\circ \Rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha > 0 \Rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{a+1}$$

Chọn A

Câu 27 (TH). Biết A, B, C là các góc trong của tam giác ABC. Khi đó:

A. $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = \sin \frac{C}{2}$.

B. $\cos\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cos \frac{C}{2}$.

C. $\tan\left(\frac{A+B}{2}\right) = \tan \frac{C}{2}$.

D. $\cot\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cot \frac{C}{2}$.

Lời giải

Biết A; B; C là các góc trong của tam giác ABC

$$\Rightarrow A + B + C = 180^\circ \Rightarrow \frac{A + B}{2} = 90^\circ - \frac{C}{2}$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{A + B}{2}\right) = \cos\left(90^\circ - \frac{C}{2}\right) = \sin \frac{C}{2}$$

Chọn B,

Câu 28 (TH). Cho $\sin \alpha = 0,6$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó $\cos 2\alpha$ bằng:

- A. 0,96. B. - 0,96. C. 0,28. D. - 0,28.

Lời giải

Ta có: $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2.0,6^2 = 0,28$

Chọn C

Câu 29 (VD). Rút gọn biểu thức $B = \tan \alpha \left(\frac{1 + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha} - \sin \alpha \right)$ được:

- A. $\tan \alpha$. B. $\cot \alpha$. C. $2\sin \alpha$. D. $2\cos \alpha$.

Lời giải

$$\begin{aligned} B &= \tan \alpha \left(\frac{1 + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha} - \sin \alpha \right) \\ &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\sin \alpha} = \frac{2\cos^2 \alpha}{\cos \alpha} = 2\cos \alpha \end{aligned}$$

Chọn D

Câu 30 (VD). Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin x + \sin 3x + \sin 5x}{\cos x + \cos 3x + \cos 5x}$ được:

- A. $\tan 3x$. B. $\cot 3x$. C. $\cos 3x$. D. $\sin 3x$.

Lời giải

$$A = \frac{\sin x + \sin 3x + \sin 5x}{\cos x + \cos 3x + \cos 5x} = \frac{(\sin x + \sin 5x) + \sin 3x}{(\cos x + \cos 5x) + \cos 3x} = \frac{2\sin 3x \cdot \cos 2x + \sin 3x}{2\cos 3x \cdot \cos 2x + \cos 3x}$$

$$= \frac{\sin 3x(2\cos 2x + 1)}{\cos 3x(2\cos 2x + 1)} = \frac{\sin 3x}{\cos 3x} = \tan 3x$$

Chọn A

Câu 31 (VD). Rút gọn biểu thức $C = \sin(a + b) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right)\sin(-b)$ được:

- A. $\sin a \sin b$. B. $\cos a \cos b$. C. $\cos a \sin b$. D. $\sin a \cos b$.

Lời giải

$$\begin{aligned} C &= \sin(a + b) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right)\sin(-b) \\ &= \sin a \cos b + \cos a \sin b - \cos a \sin b = \sin a \cos b \end{aligned}$$

Chọn D

Câu 32 (VD). Cho tam giác ABC vuông tại A và $AB = 2$. M là trung điểm AB. Khi đó $\tan \angle MCB$ bằng:

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\tan 22^\circ 30'$.

Lời giải

Ta có tam giác ABC vuông cân tại A và $AB = 2$, M là trung điểm AB

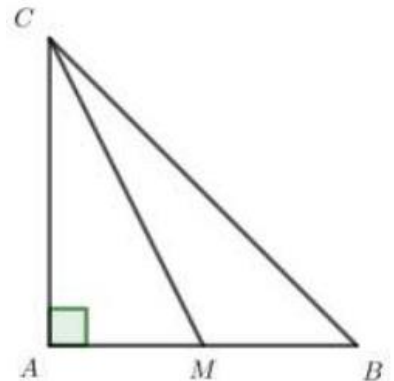
$$\Rightarrow MA = \frac{1}{2}AB = 1; AC = AB = 2$$

$$\Rightarrow \tan \angle ACB = \frac{AB}{AC} = 1; \tan \angle MCA = \frac{AM}{AC} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Mặt khác } \tan \angle ACB = \frac{\tan \angle MCA + \tan \angle MCB}{1 - \tan \angle MCA \cdot \tan \angle MCB}$$

$$\text{Hay } 1 = \frac{\frac{1}{2} + \tan \angle MCB}{1 - \frac{1}{2} \cdot \tan \angle MCB} \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2} \tan \angle MCB = \frac{1}{2} + \tan \angle MCB$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} \tan \angle MCB = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \tan \angle MCB = \frac{1}{3}$$



Chọn B.

Câu 33 (TH). Cho tam giác ABC có $\angle A = 60^\circ$, $AB = 4$; $AC = 6$. Cạnh BC bằng:

- A. $\sqrt{52}$. B. 24. C. 28. D. $2\sqrt{7}$.

Lời giải

Theo định lý cosin ta có:

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos \angle A} = \sqrt{4^2 + 6^2 - 2.4.6.\cos 60^\circ} = 2\sqrt{7}$$

Chọn D

Câu 34 (TH). Tam giác ABC có $a = 10$; $b = 8$; $c = 6$. Kết quả nào gần đúng nhất:

- A. $\angle B \approx 51^\circ 7'$. B. $\angle B \approx 52^\circ 8'$. C. $\angle B \approx 53^\circ 8'$. D. $\angle B \approx 54^\circ 7'$.

Lời giải

Theo định lý cosin ta có: $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos \angle B$

$$\Rightarrow \cos \angle B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{3}{5} \Rightarrow \angle B \approx 53^\circ 8'$$

Chọn C

Câu 35 (VD). Cho tam giác ABC có $a = 4$, $\angle B = 75^\circ$, $\angle C = 60^\circ$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là:

- A. $2\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{6}$. C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. D. 4.

Lời giải

Xét tam giác ABC ta có: $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \Rightarrow \angle A = 180^\circ - \angle B - \angle C = 45^\circ$

Theo định lý sin ta có: $\frac{a}{\sin \angle A} = 2R \Rightarrow R = \frac{a}{2 \sin \angle A} = \frac{4}{2 \cdot \sin 45^\circ} = 2\sqrt{2}$

Chọn A

Câu 36 (TH). Cho tam giác ABC có $a = 7\text{cm}$, $b = 9\text{cm}$, $c = 4\text{cm}$. Diện tích tam giác ABC là:

- A. $5\sqrt{6}\text{cm}^2$. B. $6\sqrt{5}\text{cm}^2$. C. $6\sqrt{5}\text{m}^2$. D. $5\sqrt{6}\text{m}^2$.

Lời giải

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{7+9+4}{2} = 10$$

$$\Rightarrow S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{10.3.1.6} = 6\sqrt{5} \text{ cm}^2$$

Chọn B

Câu 37 (VD). Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ Cảng A, đi thẳng theo hai hướng tạo ra với nhau một góc 60° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 30km/h, tàu thứ hai chạy với tốc độ 40km/h. Hỏi sau 2 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km?

- A. 70km. B. $10\sqrt{13}$ km. C. $20\sqrt{13}$ km. D. $20\sqrt{3}$ km.

Lời giải

Sau 2 giờ tàu thứ nhất đi được $AB = 30.2 = 60$ (km)

Sau 2 giờ tàu thứ hai đi được $AC = 40.2 = 80$ (km)

Sau 2 giờ khoảng cách giữa 2 tàu là

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos \angle A} = \sqrt{60^2 + 80^2 - 2.60.80.\cos 60^\circ} = 20\sqrt{13} \text{ (km)}$$

Chọn C

Câu 38 (TH). Điểm kiểm tra học kì I môn Toán của hai lớp 10 được giáo viên thống kê trong bảng sau:

Lớp điểm	Tần số
[4;5]	7
[5;6]	65
[6;7]	24
[7;8]	4

Số trung bình là:

- A. 5,7. B. 6,1. C. 5,27. D. 5,75.

Lời giải

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(n_1C_1 + n_2C_2 + \dots + n_kC_k)$$

$$= \frac{1}{7 + 65 + 24 + 4}(7.4,5 + 65.5,5 + 24.6,5 + 4.7,5) = 5,75$$

Chọn D

Câu 39 (TH). Có 100 học sinh tham dự kì thi học sinh giỏi Toán cấp tỉnh (thang điểm 20). Kết quả như sau:

Điểm	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2

Giá trị của phương sai gần bằng:

A. 3,69.

B. 3,71.

C. 3,95.

D. 3,96.

Lời giải

$$N = 100$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1n_1 + x_2n_2 + \dots + x_kn_k) = 15,23$$

$$S_x^2 = \frac{1}{n}(n_1x_1^2 + n_2x_2^2 + \dots + n_kx_k^2) - \bar{x}^2 = \frac{23591}{100} - 15,23^2 \approx 3,96$$

Chọn D

Câu 40 (TH). Huyết áp tối thiểu tính bằng mmHg của 2750 người lớn (nữ) như sau.

Huyết áp	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95
Người	8	8	90	186	394	464	598	431	315	185	46	25

Số trung bình cộng và phương sai của bảng trên là.

A. $\bar{x} \approx 69,39\text{mmHg}$, $s^2 \approx 93,8$.

B. $\bar{x} \approx 70\text{mmHg}$, $s^2 \approx 93$.

C. $\bar{x} \approx 69,39\text{mmHg}$, $s^2 \approx 100$.

D. $\bar{x} \approx 69,29\text{mmHg}$, $s^2 \approx 94$.

Lời giải

$$N = 2750$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1n_1 + x_2n_2 + \dots + x_kn_k) = \frac{198035}{2750} \approx 69,39 \text{ (mmHg)}$$

$$\Rightarrow S_x^2 = \frac{1}{n}(n_1x_1^2 + n_2x_2^2 + \dots + n_kx_k^2) - \bar{x}^2 = \frac{13500875}{2750} - 69,39^2 \approx 93,8$$

Chọn A

Câu 41 (TH). Đường thẳng đi qua $A(-2;3)$ và có vecto chỉ phương $\vec{u} = (2;-3)$ có phương trình tham số là:

$$\text{A. } \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -3 + 3t \end{cases}$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3 + 3t \end{cases}$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = -2 - 2t \\ y = 3 - 3t \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 3 - 3t \end{cases}$$

Lời giải

Đường thẳng đi qua A(- 2; 3) và có VTCP $\vec{u} = (2; -3)$ có phương trình tham số là:

$$\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 3 - 3t \end{cases}$$

Chọn D

Câu 42 (TH). Đường thẳng đi qua M(1;-2) và có vecto pháp tuyến $\vec{n} = (4; -3)$ có phương trình tổng quát là:

$$\text{A. } 3x + 4y + 5 = 0. \quad \text{B. } 4x - 3y - 10 = 0.$$

$$\text{C. } 4x - 3y + 2 = 0. \quad \text{D. } 4x - 3y + 10 = 0.$$

Lời giải

Đường thẳng đi qua M(1;-2) và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (4; -3)$ có phương trình tổng quát là:

$$4(x - 1) - 3(y + 2) = 0 \Leftrightarrow 4x - 3y - 10 = 0$$

Chọn B.

Câu 43 (VD). Đường thẳng đi qua M(1; 0) và song song với đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = 1 - t \end{cases} \text{ có phương trình tổng quát là:}$$

$$\text{A. } x + 5y - 1 = 0. \quad \text{B. } x - 5y - 1 = 0.$$

$$\text{C. } 5x - y - 5 = 0. \quad \text{D. } 5x + y + 5 = 0.$$

Lời giải

$$\text{Đường thẳng } d: \begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = 1 - t \end{cases} \text{ có VTCP } \vec{u} = (5; -1)$$

Gọi \vec{n} là VTPT của đường thẳng Δ cần tìm

Đường thẳng Δ cần tìm song song với đường thẳng $d: \begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = 1 - t \end{cases}$

$$\Rightarrow \vec{n} \perp \vec{u} \Rightarrow \vec{n} = (1; 5)$$

$$\Rightarrow \text{Phương trình } \Delta: x - 1 + 5y = 0 \Leftrightarrow x + 5y - 1 = 0$$

Chọn A

Câu 44 (TH). Cho $A(5;3)$; $B(-2;1)$. Phương trình đường thẳng AB:

A. $7x - 2y + 11 = 0$. **B.** $7x - 2y + 3 = 0$.

C. $2x + 7y - 5 = 0$. **D.** $2x - 7y + 11 = 0$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-7; -2)$

$$\Rightarrow \vec{n} = (-2; 7) \text{ là một VTPT của đường thẳng AB}$$

$$\Rightarrow \text{Phương trình AB: } -2(x + 2) + 7(y - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x - 7y + 11 = 0$$

Chọn D

Câu 45 (VD). Cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh là $A(1;2)$, $B(3;1)$ và $C(5;4)$.

Phương trình đường cao AH của tam giác ABC là:

A. $2x + 3y - 8 = 0$. **B.** $2x - 3y - 5 = 0$.

C. $3x + 2y - 7 = 0$. **D.** $3x - 2y + 1 = 0$.

Lời giải

Đường cao $AH \perp BC \Rightarrow \overrightarrow{BC} = (2; 3)$ là một VTPT của đường cao AH.

$$\Rightarrow \text{Phương trình AH: } 2(x - 1) + 3(y - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - 8 = 0$$

Chọn A

Câu 46 (TH). Tính khoảng cách từ điểm $M(-2;2)$ đến đường thẳng $\Delta: 5x - 12y + 8 = 0$ bằng:

A. $\frac{2}{13}$.

B. 2.

C. 13.

D. - 2.

Lời giải

$$d(M; \Delta) = \frac{|-2.5 - 12.2 + 8|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = \frac{26}{13} = 2$$

Chọn B.

Câu 47 (NB). Cho đường tròn (C) có phương trình $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$. Tọa độ tâm I và độ dài bán kính R là:

- A. I(2; 1), R = 5. B. I(2; -1), R = $\sqrt{5}$.
C. I(2; 1), R = $\sqrt{5}$ D. I(-2; -1), R = 5

Lời giải

Đường tròn (C): $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$ có tâm I(2; 1), bán kính R = 5.

Chọn A

Câu 48 (VD). Cho 2 điểm A(2; -1) và B(4 ; -3). Phương trình đường tròn đường kính AB là:

- A. $x^2 + y^2 + 6x + 4y - 11 = 0$ B. $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 10 = 0$
C. $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 10 = 0$ D. $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 11 = 0$

Lời giải

Gọi I là trung điểm của AB $\Rightarrow I(3; -2)$

$$\Rightarrow R = IA = \sqrt{(3 - 2)^2 + (-2 + 1)^2} = \sqrt{2}$$

Vì đường tròn đường kính AB

$$\Rightarrow \text{Đường tròn có tâm } I(3; -2) \text{ và bán kính } R = IA = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \text{Phương trình đường tròn: } (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 6x + 4y + 11 = 0$$

Chọn D

Câu 49 (VD). Tiếp tuyến của đường tròn (C): $x^2 + y^2 = 2$ tại điểm M(1; 1) có phương trình là:

- A. $x + y - 2 = 0$ B. $x + y + 1 = 0$ C. $2x + y - 3 = 0$ D. $x - y = 0$

Lời giải

Cách giải:

Gọi Δ là tiếp tuyến cần tìm.

Đường tròn (C) có tâm $O(0;0) \Rightarrow \Delta \perp OM$

$\Rightarrow \overrightarrow{OM} = (1;1)$ là một VTPT của Δ

\Rightarrow Phương trình $\Delta: 1(x-1) + 1(y-1) = 0 \Leftrightarrow x + y - 2 = 0$

Chọn A

Câu 50 (VDC). Cho 2 điểm $A(-1; 2)$ và $B(-3; 2)$ và đường thẳng $\Delta: 2x - y + 3 = 0$.

Điểm C nằm trên đường thẳng Δ sao cho tam giác ABC cân tại C . Tọa độ điểm C là:

A. $C(-1; 1)$

B. $C(-2; 5)$

C. $C(-2; -1)$

D. $C(0; 3)$

Lời giải

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(-2; 2)$

Gọi d là đường trung trực của $AB \Rightarrow d \perp AB$

$\overrightarrow{AB} = (-2; 0)$ là một VTPT của d

\Rightarrow Phương trình đường thẳng d đi qua $I(-2; 2)$ và vuông góc với AB là:

$d: -2(x+2) + 0(y-2) = 0 \Leftrightarrow -2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x + 2 = 0$

Tam giác ABC cân tại $C \Rightarrow C$ nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB

\Rightarrow Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x + 2 = 0 \\ 2x - y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow C(-2; -1)$

Chọn C

ĐỀ SỐ 8

SỞ GD&ĐT THANH HÓA
TRƯỜNG THPT DƯƠNG ĐÌNH
NGHỆ

ĐỀ THI HỌC KÌ II NĂM HỌC 2019 - 2020

MÔN: TOÁN - KHỐI 10

Thời gian làm bài: 90 phút

ĐỀ CHÍNH THỨC

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM (3 điểm) Chọn đáp án đúng trong mỗi câu sau:

Câu 1 (TH). Tìm tập nghiệm S của bất phương trình: $2x - 4 \leq 0$

A. $S = (-\infty; 2)$. **B.** $S = (-\infty; 2]$.

C. $S = (2; +\infty)$. **D.** $S = [2; +\infty)$.

Lời giải

$$2x - 4 \leq 0 \Leftrightarrow 2x \leq 4 \Leftrightarrow x \leq 2$$

Vậy tập nghiệm của BPT là $S = (-\infty; 2]$.

Chọn B

Câu 2 (NB). Biết $\tan \alpha = 2$, tính $\cot \alpha$

A. $\cot \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $\cot \alpha = -\frac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $\cot \alpha = \frac{1}{2}$. **D.** $\cot \alpha = -\frac{1}{2}$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{2}$$

Chọn C

Câu 3 (TH). Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x - 3}$

A. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$. **D.** $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

$$\text{ĐKXD: } 2x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{3}{2}$$

Tập xác định của hàm số là $D = \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Chọn D

Câu 4 (NB). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phương trình nào sau đây là phương trình của một đường tròn?

A. $x^2 + y^2 - 4 = 0$. **B.** $2x^2 + y^2 - 4 = 0$.

C. $x^2 + 2y^2 - 4 = 0$. **D.** $x^2 + y^2 + 4 = 0$.

Lời giải

Dựa vào điều kiện để phương trình $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ là phương trình đường tròn là: $a^2 + b^2 - c > 0$.

Ta thấy chỉ có phương trình $x^2 + y^2 - 4 = 0$ là phương trình đường tròn.

Chọn A

Câu 5 (NB). Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề đúng

A. $\sin^2 x + \cos^2 2x = 1$.

B. $\sin^2 2x + \cos^2 x = 1$.

C. $\sin^2 2x + \cos^2 2x = 2$.

D. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

Lời giải

Ta có: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Chọn D

Câu 6 . Tìm tập nghiệm S của bất phương trình: $x^2 + x - 6 \geq 0$

A. $S = (-\infty; 3] \cup [2; +\infty)$.

B. $S = (-3; 2)$.

C. $S = [3; 2]$.

D. $S = (-\infty; 3) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải

$$x^2 + x - 6 \geq 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x + 3) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq -3 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của BPT là $S = (-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$

Chọn A

Câu 7 (NB). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng d: $x - 5y + 4 = 0$. Vector có tọa độ nào sau đây là vector pháp tuyến của đường thẳng d?

A. (5;-1).

B. (1;-5).

C. (1;5).

D. (5;1).

Lời giải

Đường thẳng $d : x - 5y + 4 = 0$ nhận $\vec{n} = (1; -5)$ là 1 VTPT.

Chọn B

Câu 8 (NB). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề sai?

A. $\cos(-\alpha) = -\cos \alpha$.

B. $\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$.

C. $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha.$

D. $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha.$

Lời giải

Ta có: $\cos(-\alpha) = \cos \alpha.$

Chọn A

Câu 9 (TH). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm I (1;3) và đường thẳng $d: 3x + 4y = 0$. Tìm bán kính R của đường tròn tâm I và tiếp xúc với đường thẳng d

A. $R = 3.$ **B.** $R = \frac{3}{5}.$ **C.** $R = 1.$ **D.** $R = 15.$

Lời giải

Đường tròn tâm I và tiếp xúc với đường thẳng $d \Rightarrow d(I; d) = R$

$$\Leftrightarrow R = \frac{|3 + 4.3|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{15}{5} = 3$$

Chọn A

Câu 10 (NB). Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề đúng

A. $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha.$ **B.** $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha.$
C. $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + 2\sin 2\alpha.$ **D.** $\cos 2\alpha = 1 - 2\cos^2 \alpha.$

Lời giải

Ta có:
$$\begin{cases} \sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha \\ \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2\sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \end{cases}$$

Chọn B

Câu 11 (TH). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm phương trình chính tắc của Elip có độ dài trục lớn bằng 10, độ dài trục bé bằng 8

A. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1.$ **B.** $\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{64} = 1.$
C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1.$ **D.** $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1.$

Lời giải

Độ dài trục lớn bằng $10 \Rightarrow 2a = 10 \Leftrightarrow a = 5$

Độ dài trục bé bằng $8 \Rightarrow 2b = 8 \Leftrightarrow b = 4$

Phương trình chính tắc của Elip có độ dài trục lớn bằng 10, độ dài trục bé bằng 8 là:

$$\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1.$$

Chọn C

Câu 12 (VD). Có bao nhiêu số nguyên m để bất phương trình $x^2 + 2mx + 2m + 3 < 0$ vô nghiệm?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Đặt $f(x) = x^2 + 2mx + 2m + 3$

Để $f(x) < 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow f(x) \geq 0$ với mọi x

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \forall m \\ m^2 - 2m - 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow (m+1)(m+3) \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 3$$

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

Chọn C

II. PHẦN TỰ LUẬN (7 điểm)

Câu 1 (VD). (2,0 điểm) Giải các bất phương trình sau

a) $x^2 - 7x - 8 < 0$.

b) $\sqrt{2x^2 - 3x + 1} \leq x + 1$

Lời giải

a) $x^2 - 7x - 8 < 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-8) < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 8$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-1; 8)$.

$$\text{b) } \sqrt{2x^2 - 3x + 1} \leq x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 3x + 1 \geq 0 \\ x + 1 \geq 0 \\ 2x^2 - 3x + 1 \leq (x+1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (2x-1)(x-1) \geq 0 \\ x \geq -1 \\ x^2 - 5x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ x \geq 1 \end{cases} \\ x \geq -1 \\ 0 \leq x \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 1 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $S = \left[0; \frac{1}{2}\right] \cup [1; 5]$

Câu 2 (VD). (1,0 điểm) Cho $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$, $\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$. Tính $\cos \alpha$, $\tan \alpha$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{9}{10}$$

$$\text{Do } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \alpha > 0$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}, \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{1}{\sqrt{10}}}{\frac{3}{\sqrt{10}}} = \frac{1}{3}.$$

Câu 3 (VD). (1,0 điểm) Chứng minh rằng $\frac{2 \tan x - \sin 2x}{(\sin x + \cos x)^2 - 1} = \tan^2 x$

Lời giải

$$VT = \frac{\frac{2\sin x}{\cos x} - 2\sin x \cos x}{\sin^2 x + 2\sin x \cos x + \cos^2 x - 1} = \frac{2\sin x \left(\frac{1}{\cos x} - \cos x \right)}{2\sin x \cos x}$$

$$= \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \tan^2 x = VP(dpcm)$$

Câu 4 (VD). (2,0điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC, có $A(3;0)$; $B(-2;1)$; $C(4;1)$.

a) Viết phương trình tổng quát của đường cao AH của ΔABC .

b) Tìm tọa độ điểm M thuộc cạnh BC sao cho $S_{\Delta ABC} = \frac{3}{2} S_{\Delta MAB}$.

Lời giải

a) Viết phương trình tổng quát của đường cao AH của ΔABC .

Vì $AH \perp BC$ nên $\vec{n} = \overrightarrow{BC} = (6;0)$ là 1 VTPT của AH

Ta có: $A(3;0) \in AH$

\Rightarrow Phương trình đường cao AH đi qua $A(3;0)$ và có VTPT $\vec{n} = (6;0)$ là:

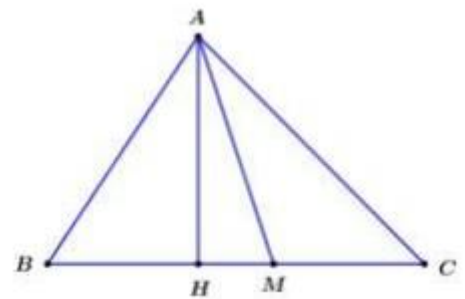
$$6(x-3) + 0(y-0) = 0 \Leftrightarrow x-3=0$$

b) Tìm tọa độ điểm M thuộc cạnh BC sao cho $S_{\Delta ABC} = \frac{3}{2} S_{\Delta MAB}$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} d(A, BC) \cdot BC \\ S_{\Delta MAB} = \frac{1}{2} d(A, MB) \cdot MB = \frac{1}{2} d(A, BC) \cdot MB \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{3}{2} S_{\Delta MAB} \Leftrightarrow BC = \frac{3}{2} MB \Leftrightarrow MB = \frac{2}{3} BC$$

$$\text{Vì } M \in BC \Rightarrow \overrightarrow{BM} = \frac{2}{3} \overrightarrow{BC} = \frac{2}{3} (6;0) = (4;0)$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_M - x_B = 4 \\ y_M - y_B = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M + 2 = 4 \\ y_M - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 2 \\ y_M = 1 \end{cases} \Rightarrow M(2;1)$$

Câu 5 (VDC). (1,0 điểm) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $(m+3)x - 2\sqrt{x^2 - 1} + m - 3$ có nghiệm $x \geq 1$.

Lời giải

Điều kiện: $x \geq 1$.

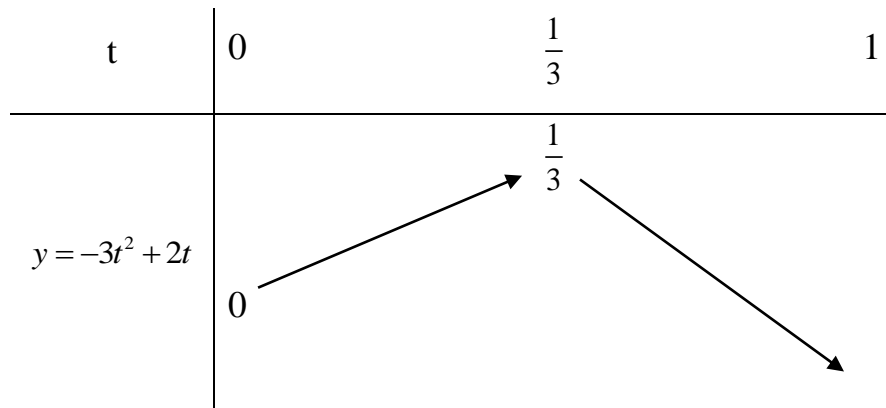
$$\begin{aligned} (m+3)x - 2\sqrt{x^2 - 1} + m - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow mx - 3x - 2\sqrt{x^2 - 1} + m - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow m(x+1) + 3(x-1) - 2\sqrt{(x-1)(x+1)} &= 0 \\ \Leftrightarrow 3\frac{x-1}{x+1} - 2\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} + m &= 0 \quad (\text{do } x \geq 1) \quad (*) \end{aligned}$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}, x \geq 1 \Rightarrow 0 \leq t < 1$$

$$\text{Khi đó: } (*) \Leftrightarrow 3t^2 - 2t + m = 0, (0 \leq t < 1) \quad (1) (*)$$

Số nghiệm của (1) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -3t^2 + 2t$ ($0 \leq t < 1$) và đường thẳng $y = m$.

Xét hàm số: $y = -3t^2 + 2t$ trong $[0;1)$ ta có BBT



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = -3t^2 + 2t$ trong $[0;1)$ khi $-1 < m \leq \frac{1}{3}$.

Vậy $-1 < m \leq \frac{1}{3}$.