

Bài 5. Phép quay

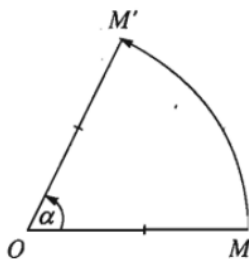
A. Lý thuyết

I. Định nghĩa.

- **Định nghĩa:** Cho điểm O và góc lượng giác α . Phép biến hình biến O thành chính nó, biến mỗi điểm M khác O thành điểm M' sao cho $OM' = OM$ và góc lượng giác $(OM; OM')$ bằng α được gọi là *phép quay* tâm O góc α .

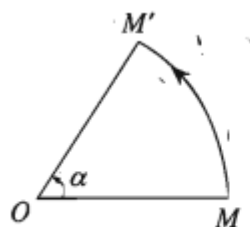
- Điểm O được gọi là *tâm quay*, α được gọi là *góc quay* của phép quay đó.

Phép quay tâm O góc α được kí hiệu là $Q_{(O, \alpha)}$.

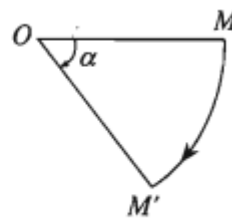


- Nhận xét:

1) Chiều dương của phép quay là chiều dương của đường tròn lượng giác nghĩa là chiều ngược với chiều quay của kim đồng hồ.



Chiều quay dương



Chiều quay âm

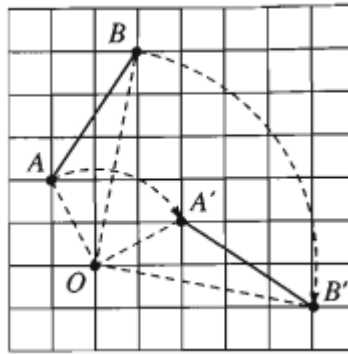
2) Với k là số nguyên ta luôn có:

Phép quay $Q_{(O, k2\pi)}$ là phép đồng nhất.

Phép quay $Q_{(O, (2k+1)\pi)}$ là phép đối xứng tâm O .

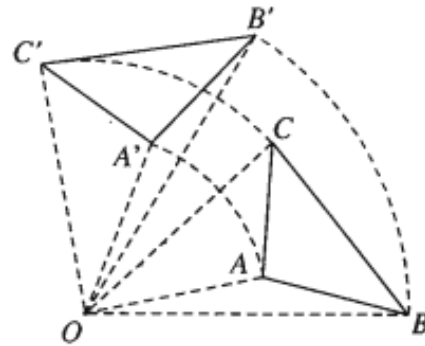
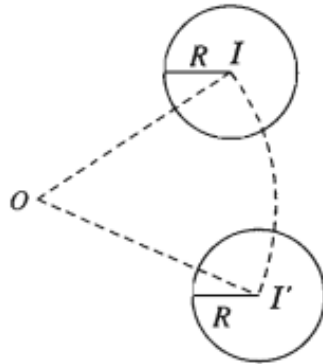
II. Tính chất

- **Tính chất 1.** Phép quay bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.



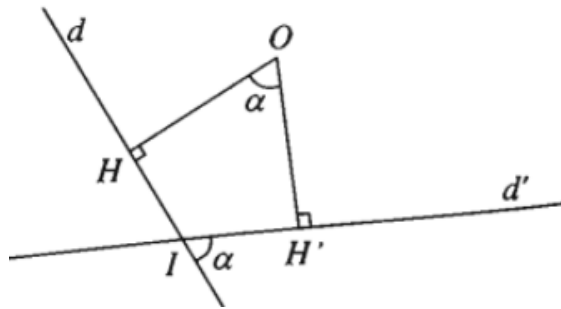
Phép quay tâm O, góc (OA, OA') biến điểm A thành A' , B thành B' . Khi đó ta có $A'B' = AB$.

- Tính chất 2. Phép quay biến đường thẳng thành đường thẳng, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó, biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.



- Nhận xét: Phép quay góc α với $0 < \alpha < \pi$, biến đường thẳng d thành đường thẳng d' sao cho góc giữa d và d' bằng α (nếu $0 < \alpha \leq \frac{\pi}{2}$), hoặc bằng $\pi - \alpha$ (nếu

$$\frac{\pi}{2} \leq \alpha < \pi).$$



B. Bài tập tự luyện.

Bài 1. Cho hình vuông tâm O. Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc quay α với $0 < \alpha \leq 2\pi$ biến hình vuông trên thành chính nó?

Lời giải:

Có 4 phép quay tâm O góc α với $0 < \alpha \leq 2\pi$ biến hình vuông trên thành chính nó.

Đó là các phép quay với góc quay bằng: $\frac{\pi}{2}; \pi; \frac{3\pi}{2}; 2\pi$.

Khi đó, các phép quay biến đỉnh này thành đỉnh kia của hình vuông.

Bài 2. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm A(9; 0). Tìm tọa độ ảnh A' của điểm A qua phép quay $Q_{\left(0; \frac{\pi}{2}\right)}$.

Lời giải:

Cách 1: Biểu diễn phép quay trên mặt phẳng tọa độ, suy ra A'(0; 9).

Cách 2. Áp dụng biểu thức tọa độ của phép quay (mở rộng)

Ta có: $Q_{\left(0; \frac{\pi}{2}\right)}: A(x; y) \mapsto A'(x'; y')$

Nên $\begin{cases} x' = -y = 0 \\ y' = x = 9 \end{cases}$. Vậy A'(0; 9).

Bài 3. Tìm ảnh của đường thẳng d: $5x - 3y + 15 = 0$ qua phép quay tâm O và góc quay 90° .

Lời giải:

Gọi d' là ảnh của đường thẳng d qua phép quay trên.

Vì góc quay 90° nên $d \perp d'$.

Suy ra, phương trình đường thẳng d' có dạng: $3x + 5y + c = 0$

Lấy điểm M(-3; 0) thuộc d.

Ta có $Q_{(0;90^\circ)}(M) = M'(0; -3)$.

Vì điểm M' thuộc d' nên thay tọa độ điểm M' vào d' ta được:

$$3.0 + 5.(-3) + c = 0 \text{ nên } c = 15.$$

Vậy phương trình đường thẳng d' là $3x + 5y + 15 = 0$.