Công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân

1. Lý thuyết

- Dãy số (u_n) là một cấp số nhân khi $\frac{u_{n+1}}{u_n} = q$ không phụ thuộc vào n và q là công bội.

- Công thức số hạng tổng quát: $u_n = u_1 . q^{n-1}$ với $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

2. Công thức

- Công thức số hạng tổng quát: $u_n = u_1.q^{n-1}$ với $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

Do đó để tìm được số hạng tổng quát, ta cần tìm số hạng đầu tiên và công bội của cấp số nhân.

3. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = -6$.

a) Xác định công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân.

b) Tính số hạng thứ 300 của cấp số nhân.

c) Số 118098 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số nhân.

Lời giải

a) Ta có: $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{-6}{2} = -3$

Số hạng tổng quát của cấp số nhân: $u_n = u_1.q^{n-1} = 2.(-3)^{n-1}$

b) Số hạng thứ 300 của cấp số nhân: $u_{300} = 2.(-3)^{300-1} = -2.3^{299}$.

c) Gọi số hạng thứ k là số 118098, ta có $u_k = u_1.q^{k-1} = 118098$

$\Leftrightarrow 2.(-3)^{k-1} = 118098 \Leftrightarrow (-3)^{k-1} = 59049 = (-3)^{10} \Leftrightarrow k = 11$

Vậy số 118098 là số hạng thứ 11 của cấp số nhân.

Ví dụ 2: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2 = \frac{1}{4}; u_5 = 16$.

a) Tìm u_1 và công bội d.

b) Xác định công thức tổng quát của cấp số nhân.

c) Tính số hạng thứ 250 của cấp số nhân.

Lời giải

a) Ta có:

$$\begin{cases} u_2 = \frac{1}{4} \\ u_5 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q = \frac{1}{4} \\ u_1 q^4 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q^3 = 64 = 4^3 \\ u_1 q = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 4 \\ u_1 = \frac{1}{16} \end{cases}$$

Vậy $u_1 = \frac{1}{16}; q = 4$.

b) Số hạng tổng quát: $u_n = u_1 q^{n-1} = \frac{1}{16}.4^{n-1} = 4^{n-3}$.

c) Số hạng thứ 250 của cấp số nhân: $u_{250} = 4^{250 - 3} = 4^{247}$.