

## Công thức giải bất phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối chi tiết nhất

### I. Lí thuyết tổng hợp.

Để giải bất phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối, ta thường sử dụng định nghĩa hoặc tính chất của giá trị tuyệt đối để khử dấu.

Từ định nghĩa giá trị tuyệt đối, ta có các tính chất như sau:

Với mọi biểu thức  $f(x)$  có:  $|f(x)| \geq 0$ ,  $|f(x)| \geq f(x)$ ,  $|f(x)| \geq -f(x)$

Với mọi biểu thức  $f(x)$  và số thực  $a > 0$  có:

$$|f(x)| \leq a \Leftrightarrow -a \leq f(x) \leq a$$

$$|f(x)| \geq a \Leftrightarrow f(x) \leq -a \text{ hoặc } f(x) \geq a$$

### II. Các công thức.

Cho biểu thức  $f(x)$ , ta có:

$$|f(x)| \geq 0, |f(x)| \geq f(x), |f(x)| \geq -f(x)$$

$$|f(x)| \leq a \Leftrightarrow -a \leq f(x) \leq a \quad (a > 0)$$

$$|f(x)| \geq a \Leftrightarrow f(x) \leq -a \text{ hoặc } f(x) \geq a \quad (a > 0)$$

$$|f(x)| > g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) < 0 \\ \left\{ \begin{array}{l} g(x) \geq 0 \\ \left[ \begin{array}{l} f(x) < -g(x) \\ f(x) > g(x) \end{array} \right. \end{array} \right. \end{cases}$$

$$|f(x)| < g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) > 0 \\ -g(x) < f(x) < g(x) \end{cases}$$

### III. Ví dụ minh họa.

**Bài 1:** Giải bất phương trình:  $|3x - 2| > 7$ .

**Lời giải:**

$$|3x - 2| > 7$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2 > 7 \\ 3x - 2 < -7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2 > 7 \\ 3x - 2 < -7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x > 7 + 2 \\ 3x < -7 + 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x > 9 \\ 3x < -5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < \frac{-5}{3} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  $S = \left(-\infty; \frac{-5}{3}\right) \cup (3; +\infty)$ .

**Bài 2:** Giải bất phương trình:  $|2x + 1| \leq x$ .

**Lời giải:**

Ta có:  $|2x + 1| < x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 2x + 1 > -x \\ 2x + 1 < x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 3x > -1 \\ x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > \frac{-1}{3} \\ x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset$$

Vậy bất phương trình vô nghiệm.

**Bài 3:** Giải bất phương trình:  $|x - 2| > x + 1$ .

**Lời giải:**

$$|x - 2| > x + 1$$

$$\left[ \begin{array}{l} x+1 < 0 \\ \left\{ \begin{array}{l} x+1 \geq 0 \\ x-2 < -x-1 \\ x-2 > x+1 \end{array} \right. \end{array} \right] \Leftrightarrow \left[ \begin{array}{l} x < -1 \\ \left\{ \begin{array}{l} x \geq -1 \\ 2x < 1 \\ 0 > 3 \end{array} \right. \end{array} \right] \Leftrightarrow \left[ \begin{array}{l} x < -1 \\ \left\{ \begin{array}{l} x \geq -1 \\ x < \frac{1}{2} \end{array} \right. \end{array} \right] \Leftrightarrow \left[ \begin{array}{l} x < -1 \\ -1 \leq x < \frac{1}{2} \end{array} \right]$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  $S = (-\infty; -1) \cup \left[-1; \frac{1}{2}\right)$ .

#### IV. Bài tập tự luyện.

**Bài 1:** Giải bất phương trình:  $|x-1| > \frac{x+1}{2}$ .

**Bài 2:** Giải bất phương trình:  $|2x-5| \leq x+1$ .