Đề minh họa năm 2019 môn Toán có đáp án

A. Đề thi minh họa môn Toán năm 2019

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ THI THAM KHẢO

(Đề thi có 06 trang)

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2019

Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh: ....

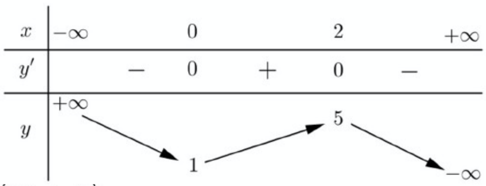
Số báo danh: ....

Mã đề thi 001

Câu 1. Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

A. $8a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** a^3. **D.** $6a^3$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



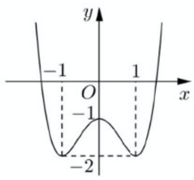
Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 5.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(1;2;3)$. **B.** $(-1;-2;3)$. **C.** $(3;5;1)$. **D.** $(3;4;1)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?



A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$.

C. $(-1;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 5. Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\log(ab^2)$ bằng

A. $2\log a + \log b$. **B.** $\log a + 2\log b$. **C.** $2(\log a + \log b)$. **D.** $\log a + \frac{1}{2}\log b$.

Câu 6. Cho $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_0^1 g(x)dx = 5$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)]dx$ bằng

A. -3. **B.** 12. **C.** -8. **D.** 1.

Câu 7. Thể tích của khối cầu bán kính a bằng

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$. **B.** $4\pi a^3$. **C.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **D.** $2\pi a^3$.

Câu 8. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - x + 2) = 1$ là

A. $\{0\}$. **B.** $\{0;1\}$. **C.** $\{-1;0\}$. **D.** $\{1\}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

A. $z = 0$. **B.** $x + y + z = 0$. **C.** $y = 0$. **D.** $x = 0$.

Câu 10. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là

A. $e^x + x^2 + C$. **B.** $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$. **C.** $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$. **D.** $e^x + 1 + C$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây ?

A. $Q(2;-1;2)$. **B.** $M(-1;-2;-3)$. **C.** $P(1;2;3)$. **D.** $N(-2;1;-2)$.

Câu 12. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \le n$, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. **B.** $C_n^k = \dfrac{n!}{k!}$. **C.** $C_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$. **D.** $C_n^k = \dfrac{k!(n-k)!}{n!}$.

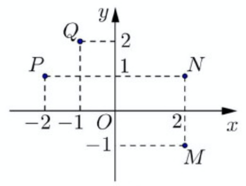
Câu 13. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 5$. Giá trị của u_4 bằng

A. 22. **B.** 17. **C.** 12. **D.** 250.

Câu 14. Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 2i$?

A. N. **B.** P.

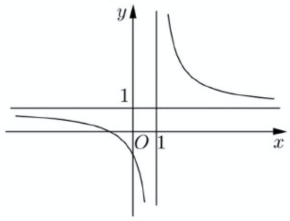
C. M. **D.** Q.



Câu 15. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?

A. $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$. **B.** $y = \dfrac{x+1}{x-1}$.

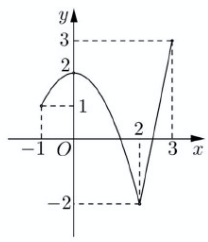
C. $y = x^4 + x^2 + 1$. **D.** $y = x^3 - 3x - 1$.



Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M - m$ bằng

A. 0. **B.** 1.

C. 4. **D.** 5.



Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 18. Tìm các số thực a và b thỏa mãn $2a + (b+i)i = 1 + 2i$ với i là đơn vị ảo.

A. $a = 0, b = 2$. **B.** $a = \dfrac{1}{2}, b = 1$. **C.** $a = 0, b = 1$. **D.** $a = 1, b = 2$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;1;1)$ và $A(1;2;3)$. Phương trình của mặt cầu có tâm I và đi qua A là

A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 29$. **B.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$. **D.** $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5$.

Câu 20. Đặt $\log_3 2 = a$, khi đó $\log_{16} 27$ bằng

A. $\dfrac{3a}{4}$. **B.** $\dfrac{3}{4a}$. **C.** $\dfrac{4}{3a}$. **D.** $\dfrac{4a}{3}$.

Câu 21. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 3. **D.** 10.

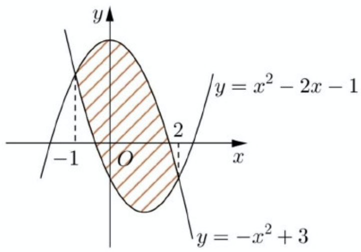
Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y+2z-10=0$ và $(Q): x+2y+2z-3=0$ bằng

A. $\frac{8}{3}$. **B.** $\frac{7}{3}$. **C.** 3. **D.** $\frac{4}{3}$.

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x} < 27$ là

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.

Câu 24. Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây ?



A. $\int_{-1}^{2}\left(2x^2-2x-4\right)dx$. **B.** $\int_{-1}^{2}(-2x+2)dx$.

C. $\int_{-1}^{2}(2x-2)dx$. **D.** $\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)dx$.

Câu 25. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. **C.** $\frac{2\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$	2	$\nearrow$	$+\infty$ || 3	$\nearrow$	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 27. Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\frac{8a^3}{3}$. **C.** $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 28. Hàm số $f(x)=\log_2\left(x^2-2x\right)$ có đạo hàm

A. $f'(x)=\frac{\ln 2}{x^2-2x}$. **B.** $f'(x)=\frac{1}{\left(x^2-2x\right)\ln 2}$.

C. $f'(x)=\frac{(2x-2)\ln 2}{x^2-2x}$. **D.** $f'(x)=\frac{2x-2}{\left(x^2-2x\right)\ln 2}$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)+3=0$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

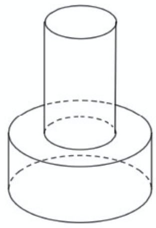
Câu 30. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ABC'D')$ bằng

A. 30°. **B.** 60°. **C.** 45°. **D.** 90°.

Câu 31. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3(7-3^x)=2-x$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 32. Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ $(H_1),(H_2)$ xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1,h_1,r_2,h_2 thỏa mãn $r_2=\frac{1}{2}r_1, h_2=2h_1$ (tham khảo hình vẽ). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng $30\,\text{cm}^3$, thể tích khối trụ (H_1) bằng



A. $24\,\text{cm}^3$. **B.** $15\,\text{cm}^3$. **C.** $20\,\text{cm}^3$. **D.** $10\,\text{cm}^3$.

Câu 33. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x(1+\ln x)$ là

A. $2x^2\ln x+3x^2$. **B.** $2x^2\ln x+x^2$. **C.** $2x^2\ln x+3x^2+C$. **D.** $2x^2\ln x+x^2+C$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD}=60^\circ$, $SA=a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. **B.** $\frac{\sqrt{15}a}{7}$. **C.** $\frac{\sqrt{21}a}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{15}a}{3}$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z+1}{5}$. **B.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-1}{-5}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-4}{1}=\frac{z+5}{1}$.

Câu 36. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=-x^3-6x^2+(4m-9)x+4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ là

A. $(-\infty;0]$. **B.** $\left[-\frac{3}{4};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;-\frac{3}{4}\right]$. **D.** $[0;+\infty)$.

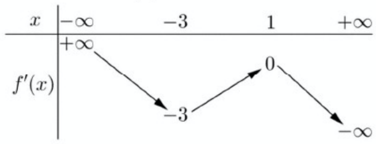
Câu 37. Xét các số phức z thỏa mãn $(z+2i)(\bar{z}+2)$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn, tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $(1;-1)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-1;-1)$.

Câu 38. Cho $\int_0^1 \frac{x\,dx}{(x+2)^2}=a+b\ln 2+c\ln 3$ với a,b,c là các số hữu tỷ. Giá trị của $3a+b+c$ bằng

A. -2. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng biến thiên như sau



Bất phương trình $f(x)<e^x+m$ đúng với mọi $x\in(-1;1)$ khi và chỉ khi

A. $m\ge f(1)-e$. **B.** $m>f(-1)-\frac{1}{e}$. **C.** $m\ge f(-1)-\frac{1}{e}$. **D.** $m>f(1)-e$.

Câu 40. Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có ba ghế. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 nam và 3 nữ, ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ bằng

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{20}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{1}{10}$.

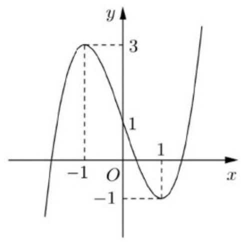
Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-8=0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (P), giá trị nhỏ nhất của $2MA^2+3MB^2$ bằng

A. 135. **B.** 105. **C.** 108. **D.** 145.

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|^2 = 2|z+\bar{z}|+4$ và $|z-1-i| = |z-3+3i|$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(\sin x)=m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$ là



A. $[-1;3)$.

B. $(-1;1)$.

C. $(-1;3)$.

D. $[-1;1)$.

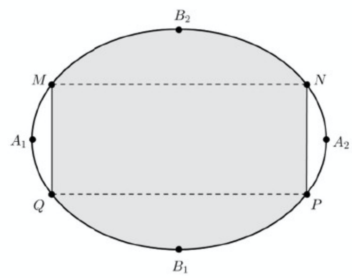
Câu 44. Ông A vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất 1%/tháng. Ông ta muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi tháng là như nhau và ông A trả hết nợ sau đúng 5 năm kể từ ngày vay. Biết rằng mỗi tháng ngân hàng chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó. Hỏi số tiền mỗi tháng ông ta cần trả cho ngân hàng gần nhất với số tiền nào dưới đây ?

A. 2,22 triệu đồng. **B.** 3,03 triệu đồng. **C.** 2,25 triệu đồng. **D.** 2,20 triệu đồng.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2;1;3)$, mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-3=0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2+(y-2)^2+(z-5)^2=36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E, nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là

A. $\begin{cases} x=2+9t \\ y=1+9t. \\ z=3+8t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=2-5t \\ y=1+3t. \\ z=3 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-t. \\ z=3 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=2+4t \\ y=1+3t. \\ z=3-3t \end{cases}$

Câu 46. Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên. Biết chi phí để sơn phần tô đậm là 200.000 đồng/m^2 và phần còn lại là 100.000 đồng/m^2. Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết $A_1A_2 = 8\text{m}, B_1B_2 = 6\text{m}$ và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MQ = 3\text{m}$?



A. 7.322.000 đồng. **B.** 7.213.000 đồng. **C.** 5.526.000 đồng. **D.** 5.782.000 đồng.

Câu 47. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 1. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AA' và BB'. Đường thẳng CM cắt đường thẳng $C'A'$ tại P, đường thẳng CN cắt đường thẳng $C'B'$ tại Q. Thể tích của khối đa diện lồi $A'MPB'NQ$ bằng

A. 1. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

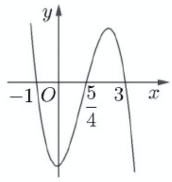
Hàm số $y = 3f(x+2) - x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 49. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m^2(x^4-1)+m(x^2-1)-6(x-1)\geq 0$ đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$. Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc S bằng

A. $-\frac{3}{2}$. **B.** 1. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r$ $(m, n, p, q, r \in \mathbb{R})$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tập nghiệm của phương trình $f(x) = r$ có số phần tử là



A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

----------------------- **HẾT** -----------------------

B.Gợi ý đáp án đề thi minh họa môn Toán năm 2019

Đáp án:

1 - A	2 - D	3 - A	4 - D	5 - B	6 - C
7 - A	8 - B	9 - C	10 - B	11 - C	12 - A
13 - B	14 - D	15 - B	16 - D	17 - A	18 - D
19 - B	20 - B	21 - A	22 - B	23 - C	24 - D
25 - A	26 - C	27 - A	28 - D	29 - A	30 - D
31 - A	32 - C	33 - D	34 - A	35 - C	36 - C
37 - D	38 - B	39 - C	40 - A	41 - A	42 - B
43 - D	44 - A	45 - C	46 - A	47 - D	48 - C
49 - C	50 - B				

Hướng dẫn giải chi tiết:

Câu 1:

Thể tích khối lập phương cạnh 2a là: V = $(2a)^3 = 8a^3$.

Câu 2:

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt giá trị cực đại tại x = 2 và giá trị cực đại bằng 5.

Câu 3:

$$\overrightarrow{AB} = \left(x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A\right) = \left(1;2;3\right)$$

Câu 4:

Hàm số đồng biến ⇔ đồ thị hàm số đi lên

Quan sát đồ thị thấy hàm số đồng biến trên (–1; 0) và (1; +∞)

Câu 5:

Áp dụng công thức $\log_a(b_1b_2) = \log_a b_1 + \log_a b_2$ và $\log_a b^\alpha = \alpha.\log_a b$ ta có:
$\log(ab^2) = \log a + \log b^2 = \log a + 2.\log b$

Câu 6:

Ta có:

$$\int_0^1 \left[f(x) - 2g(x)\right]dx$$

$$= \int_0^1 f(x)dx - 2.\int_0^1 g(x)dx = 2 - 2.5 = -8$$

Câu 7:

Theo công thức, thể tích khối cầu bán kính a bằng: $V = \dfrac{4\pi a^3}{3}$

Câu 8:

Tập xác định: D = R.

$\log_2(x^2 - x + 2) = 1$

⇔ $x^2 - x + 2 = 2$

⇔ $x^2 - x = 0$

⇔ $x(x - 1) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array} \right.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là {0 ; 1}

Câu 9:

Mặt phẳng (Oxz) có phương trình y = 0.

Câu 10:

Ta có :

$$\int \left(e^x + x\right)dx = \int e^x dx + \int x dx$$

$$= e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$$

Câu 11:

Thay lần lượt tọa độ các điểm vào phương trình đường thẳng d ta thấy chỉ có điểm P(1; 2; 3) thỏa mãn:

$$\frac{1-1}{2} = \frac{2-2}{-1} = \frac{3-3}{2} = 0$$

Câu 12:

Ta có công thức $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$

Câu 13:

Ta có: $u_n = u_1 + (n - 1).d$

Do đó: $u_4 = u_1 + 3d = 2 + 3.5 = 17$.

Câu 14:

Điểm biểu diễn số phức z = ai + b có tọa độ (a ; b)

Điểm biểu diễn số phức z = –1 + 2i có tọa độ (–1 ; 2) và là điểm Q.

Câu 15:

Từ hình dạng đồ thị ta thấy đây là đồ thị hàm số dạng $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$.

Đồ thị có đường tiệm cận đứng $x = 1 \Rightarrow \dfrac{-d}{c} = 1$

Đồ thị có đường tiệm cận ngang $y = 1 \Rightarrow \dfrac{a}{c} = 1$

Chỉ có đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ thỏa mãn điều kiện trên.

Câu 16:

Quan sát đồ thị ta thấy trên [–1 ; 3]

+ Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại x = 3, giá trị lớn nhất M = 3.

+ Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại x = 2, giá trị nhỏ nhất m = –2.

Vậy M – m = 5.

Câu 17:

Xét : f’(x) = 0

$\Leftrightarrow x(x-1)(x+2)^3 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên thấy hàm số có ba điểm cực trị

Câu 18:

Ta có: 2a + (b + i).i = 1 + 2i

⇔ 2a + bi + i2 = 1 + 2i

⇔ 2a – 1 + bi = 1 + 2i   (Vì $i^2 = -1$)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 1 = 1 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}.$$

Câu 19:

Bán kính mặt cầu:

$$R = IA = \sqrt{(x_A - x_I)^2 + (y_A - y_I)^2 + (z_A - z_I)^2} = \sqrt{5}$$

Phương trình mặt cầu tâm I(1; 1; 1) và bán kính R = √5 là:

$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 5$.

Câu 20:

Ta có:

$$\log_{16} 27 = \log_{2^4} 3^3 = 3.\log_{2^4} 3$$

$$= 3.\frac{1}{4}.\log_2 3 = \frac{3}{4}.\frac{1}{\log_3 2} = \frac{3}{4}.\frac{1}{a} = \frac{3}{4a}\cdot$$

Câu 21:

Giải phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$ ta có hai nghiệm:

$$z_1 = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}i;\ z_2 = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{11}}{2}i.$$

Do đó:

$$|z_1| + |z_2|$$

$$= \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{-\sqrt{11}}{2}\right)^2}$$

$$= 2\sqrt{5}$$

Câu 22:

Ta có: (P) nhận $\vec{n} = (1; 2; 2)$ là một vtpt

(Q) cũng nhận $\vec{n} = (1; 2; 2)$ là một vtpt

⇒ (P) // (Q)

⇒ d((P); (Q)) = d(M; (Q)) với M là một điểm bất kì thuộc mặt phẳng (P).

Chọn M(0 ; 0 ; 5).

$$\Rightarrow d\left(\left(P\right);\left(Q\right)\right) = d\left(M;\left(Q\right)\right)$$

$$= \frac{\left|0 + 2.0 + 2.5 - 3\right|}{\sqrt{1 + 2^2 + 2^2}} = \frac{7}{3}$$

Câu 23:

Tập xác định: D = R.

$3^{x^2 - 2x} < 27$

⇔ $x^2 - 2x < 3$

⇔ $x^2 - 2x - 3 < 0$

⇔ $(x + 1)(x - 3) < 0$

⇔ $-1 < x < 3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là (–1; 3).

Câu 24:

Phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là phần hình giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x - 1$, đồ thị hàm số $y = -x^2 + 3$ và các đường thẳng $x = -1$, $x = 2$.

Vậy diện tích phần hình đó là:

$$S=\int_{-1}^{2}\left|x^2-2x-1-\left(-x^2+3\right)\right|dx$$

$$=\int_{-1}^{2}\left|2x^2-2x-4\right|dx$$

Mà trong (–1; 2), $2x^2 – 2x – 4 < 0$ nên $|2x^2 – 2x – 4| = –2x^2 + 2x + 4$.

Do đó : $S=\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)dx.$

Câu 25:

+ Đáy của khối nón là hình tròn có bán kính R = a.

⇒ Diện tích mặt đáy của khối nón là: S = π.a2.

+ Gọi chiều cao của khối nón là h

Ta có: đường sinh bằng 2a ⇒ *l* = 2a

Mà: $l^2 = h^2 + R^2 \Rightarrow h^2 = l^2 - R^2 = 3a^2 \Rightarrow h = a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối nón là $V=\frac{1}{3}.S.h=\frac{1}{3}.\pi.a^2.a\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}.\pi a^3}{3}$

Câu 26:

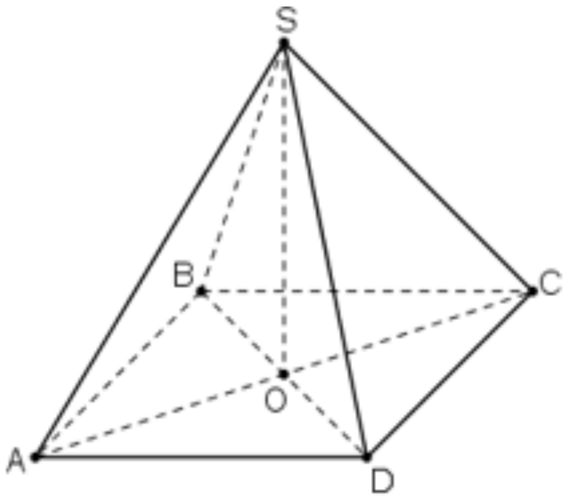
Ta có : $\lim_{x\to 1^-} f(x)=+\infty$ nên x = 1 là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 2$ nên y = 2 là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 5$ nên y = 5 là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy hàm số tổng ba tiệm cận đứng và ngang.

Câu 27:



S.ABCD là khối chóp tứ giác đều nên SO ⊥ (ABCD) nên $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SO.S_{ABCD}$.

+ SABCD = 4a^2.

$+ \ AO = \frac{AC}{2} = \frac{2a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$

ΔSOA vuông tại O $\Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{4a^2 - 2a^2} = a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích khối chóp bằng $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{2}.4a^2 = \frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 28:

Ta có :

$$(\log_a u)' = \frac{u'}{u.\ln a}$$

$$f'(x) = \left(\log_2\left(x^2 - 2x\right)\right)'$$

$$= \frac{\left(x^2 - 2x\right)'}{\left(x^2 - 2x\right).\ln 2} = \frac{2x - 2}{\ln 2.\left(x^2 - 2x\right)}$$

Câu 29:

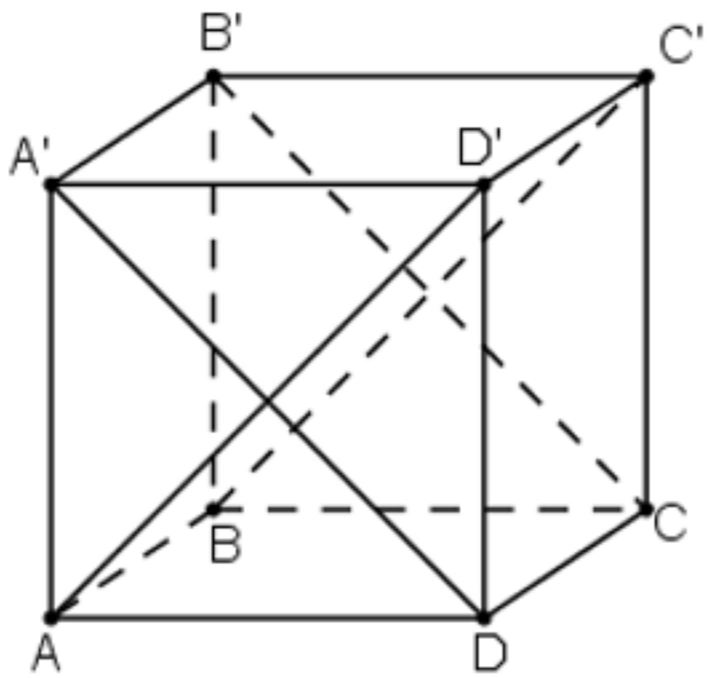
2.f(x) + 3 = 0 $\Leftrightarrow f(x) = \frac{-3}{2}$.

Số nghiệm thực của phương trình 2.f(x) + 3 = 0 là số nghiệm thực của phương trình $f(x) = \frac{-3}{2}$ và bằng số giao điểm của đường thẳng $y = \frac{-3}{2}$ và đồ thị hàm số y = f(x)

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = \frac{-3}{2}$ sẽ cắt đồ thị hàm số tại 4 điểm.

Vậy phương trình có bốn nghiệm

Câu 30:



Để tính góc giữa hai mặt phẳng, ta góc giữa hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng đó.

Ta có : ABCD.A'B'C'D' là hình lập phương

⇒ A'B' ⊥ (AA'D'D)

⇒ A'B' ⊥ AD'.

Mà: A'D ⊥ AD'

A'B' cắt A'D

⇒ (A'B'CD) ⊥ AD'   (1)

Chứng minh tương tự ta có: (ABC'D') ⊥ A'D   (2)

⇒ ((A'B'CD) ; (ABC'D')) = (AD'; A'D).

Mà AA'D'D là hình vuông nên AD' ⊥ AD' ⇒ (AD'; A'D) = 90^0

⇒ ((A'B'CD) ; (ABC'D')) = 90^0.

Câu 31:

Xét phương trình : $\log_3(7 - 3^3) = 2 - x$ (1)

Điều kiện xác định: $7 – 3^x > 0$

(1) ⇔ $7 – 3^x = 3^{2-x}$

$$\Leftrightarrow 7 - 3^x = \frac{3^2}{3^x}$$

⇔ $7.3^x – (3^x)^2 = 3^2$

⇔ $3^{2x} – 7.3^x + 9 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x = \dfrac{7+\sqrt{13}}{2} \\ 3^x = \dfrac{7-\sqrt{13}}{2} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \log_3 \dfrac{7+\sqrt{13}}{2} \\ x = \log_3 \dfrac{7-\sqrt{13}}{2} \end{array}\right.$$

Tổng các nghiệm của phương trình là:

$$\log_3 \frac{7+\sqrt{13}}{2} + \log_3 \frac{7-\sqrt{13}}{2}$$

$$= \log_3 \left(\frac{7-\sqrt{13}}{2} . \frac{7+\sqrt{13}}{2} \right) = \log_3 9 = 2$$

Câu 32:

Thể tích khối trụ bằng: V = $\pi r^2 h$, trong đó r là bán kính đáy khối trụ, h là chiều cao khối trụ.

Do đó, ta có:

$$V_2 = \pi . r_2^{\ 2} . h_2 = \pi . \left(\frac{1}{2} r_1 \right)^2 .2. h_1 = \frac{1}{2} . \pi . r_1 . h_1 = \frac{1}{2} V_1$$

Mà $V_2 + V_1 = 30 \text{ cm}^3$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} V_1 + V_1 = 30 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow V_1 = 20 \text{cm}^3$$

Câu 33:

Ta có:

$$\int f(x) dx = \int 4x(1 + \ln x) dx$$

$$= 4.\int x dx + 4.\int x.\ln x dx.$$

+ Tính $\int x.\ln x dx$

Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \dfrac{1}{x} dx \\ v = \dfrac{x^2}{2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \int x \ln x dx = \frac{x^2}{2}.\ln x - \int \frac{x}{2} dx$$

$$= \frac{x^2}{2}.\ln x - \frac{x^2}{4} + C$$

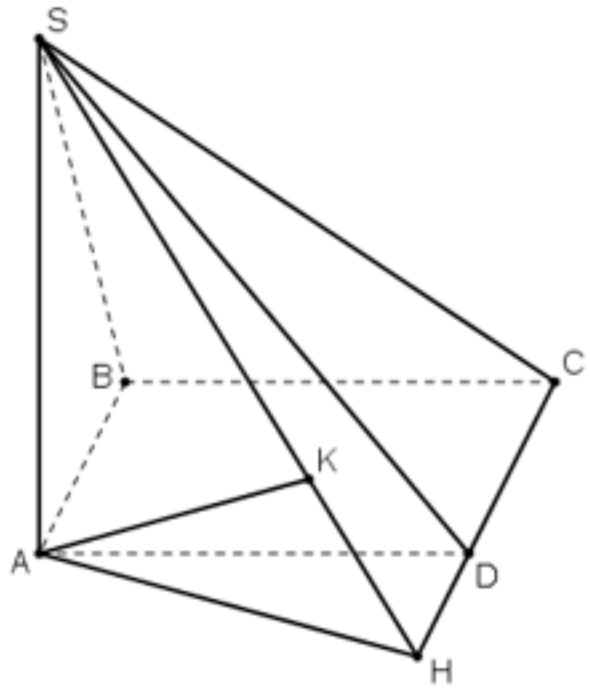
Vậy

$$\int f(x) dx = 4.\int x dx + 4.\int x.\ln x dx$$

$$= 4.\frac{x^2}{2} + 4.\left(\frac{x^2}{2}.\ln x - \frac{x^2}{4} \right) + C$$

$$= 2x^2 \ln x + x^2 + C$$

Câu 34:



AB // CD ⇒ AB // (SCD) ⇒ d(B; (SCD)) = d(A; (SCD))

Kẻ AH ⊥ CD, AK ⊥ SH.

+ Chứng minh d(A; (SCD)) = AK.

Ta có: SA ⊥ (ABCD) ⇒ SA ⊥ CD

Mà AH ⊥ CD

⇒ CD ⊥ (SAH) ⇒ CD ⊥ AK.

Mà AK ⊥ SH

⇒ AK ⊥ (SCD)

Vậy d(A; (SCD)) = AK.

+ Tính AK:

Hình thoi ABCD có $\widehat{A} = 60^0 \Rightarrow \widehat{ADH} = 60^0$

Xét ΔADH vuông tại H có $\widehat{ADH} = 60^0$

$$\Rightarrow\ AH = AD.\sin\widehat{ADH} = a.\sin 60^0 = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Xét ΔSAH vuông tại A, đường cao AK có:

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{HA^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{7}{3a^2}$$

$$\Rightarrow\ AK = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Vậy

$$\mathrm{d(B; (SCD)) = d(A; (SCD)) = AK} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Câu 35:

+ Tìm giao điểm của (d) và (P).

Phương trình tham số của d: $\begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$

Gọi A(t; –1 + 2t; 2 – t) là giao điểm của (d) và (P)

⇒ t + 2t – 1 + 2 – t – 3 = 0 ⇒ t = 1.

Vậy A(1; 1; 1).

+ Lấy điểm B(0; –1; 2) ∈ (d). Tìm B’ là hình chiếu của B trên (P).

Gọi d’ là đường thẳng đi qua B và vuông góc với (P)

⇒ d’ nhận $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{n_P} = (1; 1; 1)$ là một vtcp

⇒ Phương trình d’: $\begin{cases} x = t \\ y = -1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}.$

B’(t; –1 + t; 2 + t) là hình chiếu của B trên (P) ⇒ B’ = (d’) ∩ (P)

⇒ t + t – 1 + t + 2 – 3 = 0 $\Rightarrow t = \dfrac{2}{3} \Rightarrow B'\left(\dfrac{2}{3}; \dfrac{-1}{3}; \dfrac{8}{3}\right).$

+ Gọi Δ là hình chiếu của (d) trên (P).

Δ là đường thẳng qua A và B’

$$\overrightarrow{B'A} = \left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; \frac{-5}{3}\right)$$

⇒ Δ nhận $\overrightarrow{u} = (1; 4; -5)$ là một vtcp

Δ đi qua A(1; 1; 1) nên $\Delta: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{4} = \dfrac{z-1}{-5}$

Câu 36:

Ta có: y’ = –3x2 – 12x + 4m – 9.

Hàm số nghịch biến trên (–∞; –1)

⇔ y’ ≤ 0 với ∀ x ∈ (–∞; –1)

⇔ –3x2 – 12x + 4m – 9 ≤ 0 ∀ x ∈ (–∞; –1)

⇔ 4m ≤ 3x2 + 12x + 9 ∀ x ∈ (–∞; –1)

$$\Leftrightarrow 4m \le \min_{(-\infty;-1)} \left(3x^2 + 12x + 9\right)$$

+ Xét g(x) = 3x2 + 12x + 9

g'(x) = 6x + 12

g'(x) = 0 ⇔ x = –2.

$$\min_{(-\infty;-1)} g(x) = g(-2) = -3$$

Vậy 4m ≤ –3 hay $m \le \dfrac{-3}{4}$

Câu 37:

Đặt z = a + bi ⇒ $\bar{z}$ = a - bi.

(z + 2i)($\bar{z}$ + 2)

= (a + bi + 2i)(a - bi + 2)

= [a + (b + 2)i].[(a + 2) - bi]

= a(a + 2) + b(b + 2) + [(a + 2)(b + 2) - ab].i

(z + 2i)($\bar{z}$ + 2) là số thuần ảo

⇔ a(a + 2) + b(b + 2) = 0

⇔ $a^2 + 2a + b^2 + 2b = 0$

⇔ $(a + 1)^2 + (b + 1)^2 = 2$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của z là đường tròn $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 2$ có tâm (–1; –1).

Câu 38:

$$\int_0^1 \frac{xdx}{(x+2)^2} = \int_0^1 \left(\frac{1}{x+2} - \frac{2}{(x+2)^2} \right) dx$$

$$= \left(\ln|x+2| + \frac{2}{x+2} \right) \Big|_0^1 = \ln 3 - \ln 2 - \frac{1}{3}$$

⇒ a = –1/3, b = –1, c = 1

⇒ 3a + b + c = –1.

Câu 39:

Ta có:

f(x) < e^x + m ∀ x ∈ (–1; 1)

⇔ m > f(x) – e^x ∀ x ∈ (–1; 1)

$$\Leftrightarrow \ m \geq \max_{(-1;1)} \left(f(x) - e^x \right).$$

Xét g(x) = f(x) – e^x.

g′(x) = f′(x) – e^x.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy f′(x) < 0 với ∀ x ∈ (–1; 1)

⇒ g′(x) = f′(x) – e^x < 0 với ∀ x ∈ (–1; 1)

⇒ g(x) nghịch biến trên (–1; 1)

$$\Rightarrow \ \max_{(-1;1)} g(x) = g(-1) = f(-1) - \frac{1}{e}.$$

Vậy $m \geq f(-1) - \frac{1}{e}$

Câu 40:

+ Không gian mẫu: n(Ω) = 6!

Gọi A : “Mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ”

Chọn chỗ cho học sinh nữ đầu tiên có 6 (cách)

Chọn chỗ cho học sinh nữ thứ hai (Không ngồi đối diện với học sinh nữ đầu) có 4 (cách)

Chọn chỗ cho học sinh nữ thứ ba (không ngồi đối diện với học sinh nữ đầu và thứ 2) có 2 (cách)

Xếp 3 học sinh nam vào ba chỗ còn lại có 3! (cách)

⇒ n(A) = 6.4.2.3!

$$\Rightarrow P(A) = \frac{6.4.2.3!}{6!} = \frac{2}{5}.$$

Câu 41:

Gọi I(x_1; y_1; z_1) là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{0}$

⇔ 2.(2 – x_1; –2 – y_1; 4 – z_1) + 3.(–3 – x_1; 3 – y_1; –1 – z_1) = (0; 0; 0)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(2-x_1)+3.(-3-x_1)=0 \\ 2(-2-y_1)+3.(3-y_1)=0 \\ 2.(4-z_1)+3.(-1-z_1)=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1=-1 \\ y_1=1 \\ z_1=1 \end{cases}$$

⇒ I(–1; 1; 1) ⇒ $IA^2 = 27$, $IB^2 = 12$

Ta có:

$2.MA^2 + 3.MB^2 = 2.\overrightarrow{MA}^2 + 3.\overrightarrow{MB}^2$

$2.(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + 3.(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2$

$= 5.MI^2 + 2.\overrightarrow{MI}.(2.\overrightarrow{IA} + 3.\overrightarrow{IB}) + 2.IA^2 + 3.IB^2$

$= 5.MI^2 + 0 + 2.27 + 3.12$

$= 5.MI^2 + 90.$

Mà ta có:
$$MI \ge d\left(I;(P)\right) = \frac{\left|2.(-1)-1+2-8\right|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}} = 3$$

Do đó $2.MA^2 + 3.MB^2 \ge 5.3^2 + 90 = 135$.

Câu 42:

Giả sử z = a = bi

⇒ $\bar{z}$ = a - bi

Ta có: $|z|^2 = 2.|z + \bar{z}| + 4$

$\Leftrightarrow |z^2| = 2.|2a| + 4$

$\Leftrightarrow a^2 + b^2 = 4|a| + 4 \quad (1)$

$|z - 1 - i| = |z - 3 + 3i|$

$\Leftrightarrow |(a - 1) + (b - 1)I| = |(a - 3) + (b - 3)i|$

$\Leftrightarrow (a - 1)^2 + (b - 1)^2 = (a - 3)^2 + (b + 3)^2$

$\Leftrightarrow a - 2b - 4 = 0$

$\Leftrightarrow a = 2b + 4 \quad (2)$

Thế (2) vào (1) ta được:

$(2b + 4)^2 + b^2 = 4.|2b + 4| + 4$

$\Leftrightarrow 5b^2 + 16b + 12 = 4.|2b + 4|$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5b^2+16b+12=4(2b+4) \\ 5b^2+16b+12=-4(2b+4) \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5b^2+8b-4=0 \\ 5b^2+24b+28=0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=-2 \\ b=\dfrac{2}{5} \\ b=\dfrac{-14}{5} \end{array}\right.$$

Vậy có ba số phức thỏa mãn điều kiện giả thiết.

Câu 43:

Đặt t = sin x.

x ∈ (0; π) ⇒ t ∈ (0; 1].

Phương trình f (sin x) = m có nghiệm thuộc khoảng (0; π)

⇔ phương trình f(t) = m có nghiệm t ∈ (0; 1]

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số y = f(t) và đường thẳng y = m.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy: phương trình f(t) = m có nghiệm t ∈ (0; 1] khi đường thẳng y = m cắt đồ thị hàm số f trên (0; 1] hay –1 ≤ m < 1.

Câu 44:

Gọi N là số tiền vay ban đầu, r là lãi suất hàng tháng, A là số tiền ông A hoàn nợ hàng tháng.

+ Số tiền còn nợ ngân hàng sau tháng thứ nhất:

$T_1 = N.(1 + r) – A$

+ Số tiền còn nợ ngân hàng sau tháng thứ hai:

$T_2 = T_1.(1 + r) – A = N.(1 + r)^2 - A.(1 + r) - A$

+ Số tiền còn nợ ngân hàng sau tháng thứ ba:

$T_3 = T_2(1 + r) – A = N.(1 + r)^3 - A.(1 + r)^2 - A(1 + r) – A$

...

+ Số tiền nợ ngân hàng sau tháng thứ n:

$$T_n = N.(1+r)^n - A.\left[(1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2} + (1+r)^{n-3} + ... + 1\right]$$

$$= N.(1+r)^n - A.\frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

Áp dụng vào bài toán với N = 100 triệu đồng, r = 0,01.

Sau 5 năm (60 tháng), ông A trả hết nợ nên ta có:

$T_{60} = 0$

$$\Leftrightarrow 100.1,01^{60} - A.\frac{1,01^{60} - 1}{0,01}$$

A ≈ 2,22

Câu 45:

Mặt cầu (S): $(x – 3)^2 + (y – 2)^2 + (z – 5)^2 = 36$ có tâm I(3; 2; 5) và bán kính R = 6.

IE = √6 < R nên E nằm trong mặt cầu.

(P) có vecto pháp tuyến $\overrightarrow{n_P} = (2; 2; -1)$

+ Tìm hình chiếu H của I trên mặt phẳng (P).

Đường thẳng qua I và vuông góc với (P): $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 5 - t \end{cases}$

H là hình chiếu của I trên (P) nên H(3 + 2t; 2 + 2t; 5 – t).

H ∈ (P) ⇒ 2(3 + 2t) + 2(2 + 5t) – 5 + t – 3 = 0

$$\Rightarrow t = \frac{-2}{9}$$

$$\Rightarrow H\left(\frac{23}{9}; \frac{14}{9}; \frac{47}{9}\right)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{EH} = \left(\frac{5}{9}; \frac{5}{9}; \frac{20}{9}\right)$$

+ (Δ) đi qua E, nằm trong (P) và cắt (S) tại 2 điểm có khoảng cách nhỏ nhất

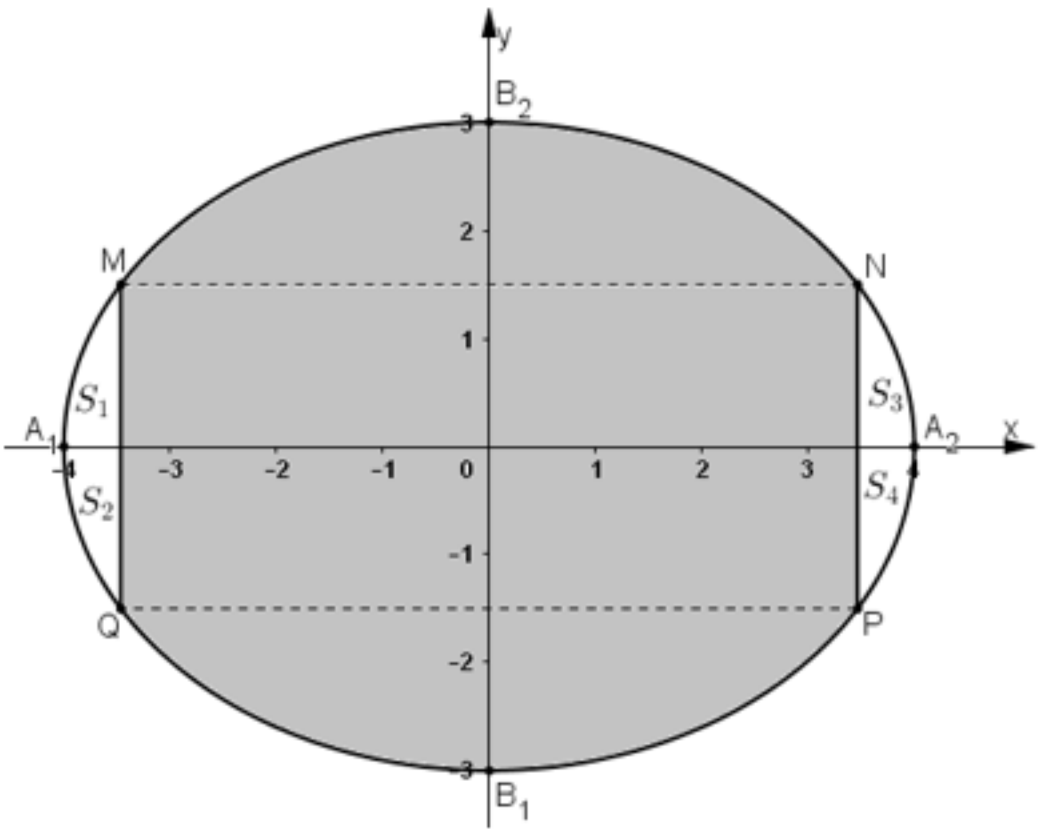
⇔ Δ đi qua E, nằm trong (P) và Δ ⊥ EH.

$$\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{u_\Delta} \perp \overrightarrow{n_P} \\ \overrightarrow{u_\Delta} \perp \overrightarrow{HE} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta} = \left[\overrightarrow{n_P}; \overrightarrow{EH}\right] = (5; -5; 0)$$

⇒ Δ cũng nhận $\vec{u}$ = (1; -1; 0) là vectơ chỉ phương .

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm: $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 \end{cases}$

Câu 46:



(E) có A_1A_2 = 8m ⇒ 2a = 8 ⇒ a = 4.

(E) có B_1B_2 = 6m ⇒ 2b = 6 ⇒ b = 3.

Phương trình chính tắc của elip:

$$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$$

$$\Rightarrow\ y^2=9.\frac{16-x^2}{4}$$

$$\Rightarrow\ y=\pm\frac{3\sqrt{16-x^2}}{4}.$$

M ∈ (E), $y_M=\frac{1}{2}MQ=\frac{3}{2}$ ⇒ $x_M = -2\sqrt{3}$ (Vì $x_M < 0$).

Đường thẳng MQ: $x = -2\sqrt{3}$.

S_1 là phần diện tích được giới hạn bởi (E), trục Ox và đường thẳng MQ.

Do đó $S_1=\int_{-4}^{-2\sqrt{3}}\frac{3\sqrt{16-x^2}}{4}dx\approx 0.5435.$

Diện tích phần không bị tô màu là: $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 \approx 2,174$

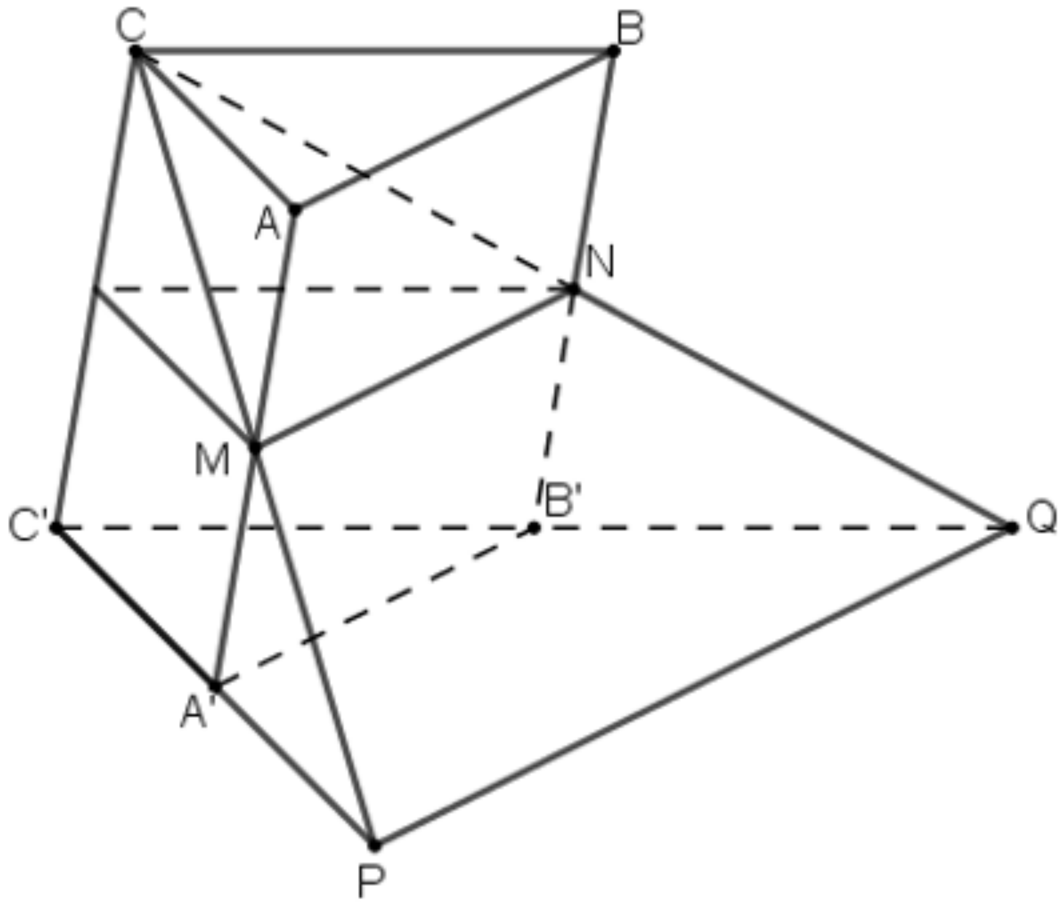
Diện tích cả elip là: $S = \pi.a.b = 12\pi$

Diện tích phần được tô màu là: $12\pi - 2,174 \approx 35,525$.

Chi phí để sơn biển quảng cáo là:

$2,174.100000 + 35,525.200000 \approx 7322000$

Câu 47:



Đặt V = $V_{ABC.A'B'C'}$

Ta có: $V_{CC'A'B'NM} = \frac{2}{3}V = \frac{2}{3}$.

$$V_{CC'PQ} = \frac{1}{3}.d\left(C,\left(C'PQ\right)\right).S_{C'PQ}$$

$$= \frac{1}{3}.d\left(C,\left(A'B'C'\right)\right).S_{A'B'C'} = \frac{4}{3}V = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow V_{A'MPB'NQ} = \frac{4}{3} - \frac{2}{3} = \frac{2}{3}.$$

Câu 48:

$y = 3.f(x + 2) - x^3 + 3x$ đồng biến

$\Leftrightarrow y' = 3.\ f'(x + 2) - 3x^2 + 3 > 0$

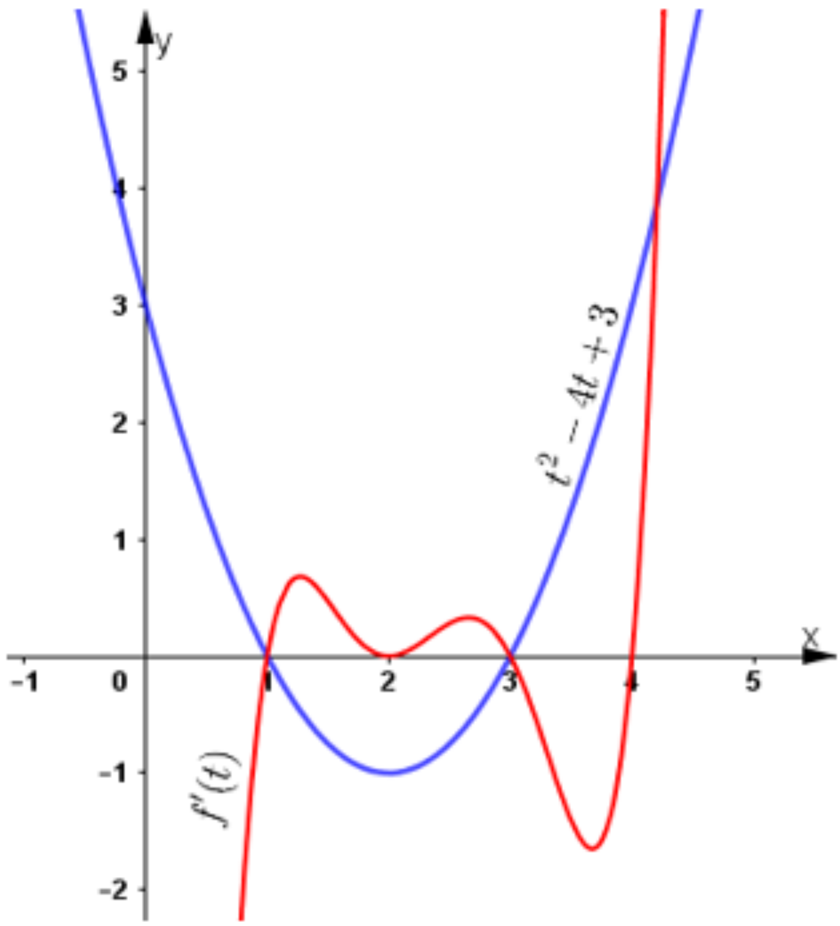
$\Leftrightarrow f'(x + 2) - x^2 + 1 > 0 \quad (1)$

Đặt $t = x + 2 \Rightarrow x = t - 2$

(1) trở thành $f'(t) > (t - 2)^2 - 1$

$\Leftrightarrow f'(t) > t^2 - 4t + 3.$

Dựa vào bảng biến thiên ta có đồ thị:



Nhìn vào đồ thị thấy:

$f'(t) > t^2 - 4t + 3$

$\Leftrightarrow 1 < t < 3$ hoặc $t > 4$

$\Leftrightarrow -1 < x < 1$ hoặc $x > 2$

Trong các đáp án trên chỉ có C. thỏa mãn.

Câu 49:

Ta có: $m^2(x^4 - 1) + m(x^2 - 1) - 6(x - 1) \geq 0 \quad \forall x \in R$

$\Leftrightarrow m^2(x^2 + 1)(x - 1)(x + 1) + m(x - 1)(x + 1) - 6(x - 1) \geq 0 \quad \forall x \in R$

$\Leftrightarrow (x - 1)[m^2(x^2 + 1)(x + 1) + m(x + 1) - 6] \geq 0 \ \forall x \in R \quad (1)$

+ Với m = 0, (1) $\Leftrightarrow -6(x - 1) \geq 0 \ \forall x \in R$ (Loại)

+ Với $m \neq 0$. Đặt $f(x) = m^2(x^2 + 1)(x + 1) + m(x + 1) - 6$.

$\Rightarrow x = 1$ phải là nghiệm của f(x)

$\Rightarrow 4m^2 + 2m - 6 = 0$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = \dfrac{-3}{2} \end{array}\right.$$

Nếu m = 1, thì $f(x) = (x^2 + 1)(x + 1) + (x + 1) - 6$

$= x^3 + x^2 + 2x - 4$

$= (x - 1)(x^2 + 2x + 4)$

(1) trở thành $(x - 1)^2 (x^2 + 2x + 4) \geq 0 \quad \forall x \in R$ (Thỏa mãn)

Nếu m = -3/2 thì

$$f(x) = \frac{9}{4}(x^2 + 1)(x + 1) - \frac{3}{2}(x + 1) - 6$$

$$= \frac{9}{4}(x - 1)\left(x^2 + 2x + \frac{7}{3}\right)$$

(1) trở thành $$\frac{9}{4}(x-1)^2\left(x^2+2x+\frac{7}{3}\right)\geq 0$$ ∀ x ∈ R (Thỏa mãn)

Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn là m = 1 và m = -3/2 . Tổng của chúng bằng -1/2

Câu 50:

f(x) = $mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r$

⇒ f′(x) = $4mx^3 + 3nx^2 + 2px + q$.

Dựa vào đồ thị hàm số y = f′(x) ta thấy: $$f'(-1)=f'\left(\frac{5}{4}\right)=f'(3)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -4m+3n-2p+q=0 \\ \frac{125}{16}m+\frac{75}{16}n+\frac{5}{2}p+q=0 \\ 108m+27n+6p+q=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m=\frac{1}{15}q \\ n=\frac{-13}{45}q \\ p=\frac{-1}{15}q \end{cases}$$

Xét f(x) = r

⇔ $mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r = r$

⇔ $mx^4 + nx^3 + px^2 + qx = 0$

⇔ $x.(mx^3 + nx^2 + px + q) = 0$

$$\Leftrightarrow x.\left(\frac{q}{15}x^3 + \frac{-13q}{45}x^2 + \frac{-q}{15}x + q\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{q}{45}.x.\left(3x^3 - 13x^2 - 3x + 45\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 3x^3 - 13x^2 - 3x + 45 = 0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \dfrac{-5}{3} \\ x = 3 \end{array}\right.$$

Vậy phương trình f(x) = r có ba nghiệm