

Dạng 5: Các phép toán trên tập hợp.

1. Lý thuyết:

- Giao của hai tập hợp: tập hợp C gồm các phần tử vừa thuộc A , vừa thuộc B được gọi là giao của A và B . Kí hiệu: $C = A \cap B$.

Vậy: $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ và } x \in B\}$.

- Hợp của hai tập hợp: tập hợp C gồm các phần tử thuộc A hoặc thuộc B được gọi là hợp của A và B . Kí hiệu: $C = A \cup B$.

Vậy: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ hoặc } x \in B\}$

- Hiệu của hai tập hợp: tập hợp C gồm các phần tử thuộc A nhưng không thuộc B được gọi là hiệu của A và B . Kí hiệu: $C = A \setminus B$.

Vậy: $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ và } x \notin B\}$.

- Phần bù của hai tập hợp: Khi $B \subset A$ thì $A \setminus B$ gọi là phần bù của B trong A . Kí hiệu: $C_A B$.

2. Phương pháp giải:

- Giao của hai tập hợp: $x \in A \cap B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \end{cases}$

- Hợp của hai tập hợp: $x \in A \cup B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \end{cases}$

- Hiệu của hai tập hợp: $x \in A \setminus B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \end{cases}$

3. Ví dụ minh họa:

Ví dụ 1: Liệt kê các phần tử của tập hợp A là các ước số tự nhiên của 18 và của tập hợp B là các ước số tự nhiên của 30. Hãy xác định: $A \cap B$; $A \cup B$; $A \setminus B$; $B \setminus A$.

Hướng dẫn:

Các ước số tự nhiên của 18 là: 1; 2; 3; 6; 9; 18. Suy ra $A = \{1; 2; 3; 6; 9; 18\}$.

Các ước số tự nhiên của 30 là: 1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30. Suy ra $B = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}$

- Giao của hai tập hợp A và B là các phần tử vừa thuộc A, vừa thuộc B

Vậy $A \cap B = \{1; 2; 3; 6\}$.

- Hợp của hai tập hợp A và B là các phần tử thuộc A hoặc thuộc B

Vậy $A \cup B = \{1; 2; 3; 5; 6; 9; 10; 15; 18; 30\}$.

- Hiệu của tập hợp A và B là các phần tử thuộc A nhưng không thuộc B

Vậy $A \setminus B = \{9; 18\}$.

- Hiệu của tập hợp B và A là các phần tử thuộc B nhưng không thuộc A

Vậy $B \setminus A = \{5; 10; 15; 30\}$.

Ví dụ 2: Cho A là một tập hợp tùy ý. Hãy xác định các tập hợp sau:

a. $A \cap A$.

b. $A \cup A$.

c. $A \setminus A$.

d. $A \cap \emptyset$.

e. $A \cup \emptyset$.

f. $A \setminus \emptyset$.

Hướng dẫn:

Sử dụng lý thuyết các phép toán về tập hợp để làm bài này

a. $A \cap A = \{x \mid x \in A \text{ và } x \in A\} = \{x \mid x \in A\} = A$.

b. $A \cup A = \{x \mid x \in A \text{ hoặc } x \in A\} = \{x \mid x \in A\} = A$.

c. $A \setminus A = \{x \mid x \in A \text{ và } x \notin A\} = \emptyset$.

d. $A \cap \emptyset = \{x \mid x \in A \text{ và } x \in \emptyset\} = \emptyset$.

e. $A \cup \emptyset = \{x \mid x \in A \text{ hoặc } x \in \emptyset\} = A$.

f. $A \setminus \emptyset = \{x \mid x \in A \text{ và } x \notin \emptyset\} = A$.

Ví dụ 3: Cho $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 9\}$; $B = \{0; 2; 4; 6; 8; 9\}$ và $C = \{3; 4; 5; 6; 7\}$

Hãy tìm $A \cap (B \setminus C)$ và $(A \cap B) \setminus C$. Hai tập hợp nhận được bằng nhau hay khác nhau?

Hướng dẫn:

- Ta có : $B \setminus C = \{0; 2; 8; 9\}$; $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 9\}$

$A \cap (B \setminus C) = \{x \mid x \in A \text{ và } x \in (B \setminus C)\}$. Vậy $A \cap (B \setminus C) = \{2; 9\}$ (1)

- Ta có: $A \cap B = \{2; 4; 6; 9\}$; $C = \{3; 4; 5; 6; 7\}$

$(A \cap B) \setminus C = \{x \mid x \in (A \cap B) \text{ và } x \notin C\}$. Vậy $(A \cap B) \setminus C = \{2; 9\}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus C$.

4. Bài tập tự luyện:

Câu 1: Cho tập hợp $X = \{1; 5\}$; $Y = \{1; 3; 5\}$. Tập $X \cap Y$ là tập hợp nào sau đây?

A. $\{1\}$.

B. $\{1; 3\}$.

C. $\{1; 3; 5\}$.

D. $\{1; 5\}$.

Hướng dẫn:

Chọn D.

Vì $X \cap Y$ là tập hợp gồm các phần tử vừa thuộc X và vừa thuộc Y nên $X \cap Y = \{1; 5\}$

Câu 2: Cho tập $X = \{2; 4; 6; 9\}$; $Y = \{1; 2; 3; 4\}$. Tập $X \setminus Y$ là tập hợp nào sau đây?

A. $\{1; 2; 3; 5\}$.

B. $\{1; 3; 6; 9\}$.

C. $\{6; 9\}$.

D. $\{1\}$.

Hướng dẫn:

Chọn C.

Vì $X \setminus Y$ là tập hợp các phần tử thuộc X mà không thuộc Y nên $X \setminus Y = \{6; 9\}$.

Câu 3: Cho tập hợp $X = \{a; b; d\}$; $Y = \{a; b; c\}$. Tập $X \cup Y$ là tập hợp nào sau đây?

- A. $\{a; b; c; d\}$.
- B. $\{a; b\}$.
- C. $\{c\}$.
- D. $\{a; b; c\}$.

Hướng dẫn:

Chọn A.

Vì $X \cup Y$ là tập hợp gồm các phần tử thuộc X hoặc thuộc Y nên $X \cup Y = \{a; b; c; d\}$.

Câu 4: Cho hai tập hợp $X = \{1; 2; 3; 4\}$; $Y = \{1; 2\}$. Tập $C_X Y$ là tập hợp sau đây?

- A. $\{1; 2\}$.
- B. $\{1; 2; 3; 4\}$.
- C. $\{3; 4\}$.
- D. \emptyset

Hướng dẫn:

Chọn C.

Vì $Y \subset X$ nên $C_X Y = X \setminus Y = \{3; 4\}$

Câu 5: Cho $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$; $B = \{2; 3; 4; 5; 6\}$. Tập hợp $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ bằng:

- A. $\{0; 1; 5; 6\}$.
- B. $\{1; 2\}$.
- C. $\{2; 3; 4\}$.
- D. $\{5; 6\}$.

Hướng dẫn:

Chọn A.

Ta có: $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$; $B = \{2; 3; 4; 5; 6\}$.

Vì $A \setminus B$ là tập hợp gồm các phần tử thuộc A nhưng không thuộc B nên $A \setminus B = \{0; 1\}$

Vì $B \setminus A$ là tập hợp gồm các phần tử thuộc B nhưng không thuộc A nên $B \setminus A = \{5; 6\}$

Suy ra: $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ là tập hợp gồm các phần tử vừa thuộc $A \setminus B$ vừa thuộc $B \setminus A$.

Vậy $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = \{0; 1; 5; 6\}$

Câu 5: Cho tập hợp $A = \{a; b; c\}$ và $B = \{a; b; c; d; e\}$. Có tất cả bao nhiêu tập hợp X thỏa mãn $A \subset X \subset B$?

A. 5.

B. 6.

C. 4.

D. 8.

Hướng dẫn:

Chọn C.

Vì $A \subset X$ nên X phải chứa 3 phần tử $\{a; b; c\}$ của A . Mặt khác $X \subset B$ nên X chỉ có thể lấy các phần tử $a; b; c; d; e$. Vậy X là một trong các tập hợp sau:

$\{a; b; c\}$; $\{a; b; c; d\}$; $\{a; b; c; e\}$; $\{a; b; c; d; e\}$.

Câu 6: Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ là ước chung của } 36 \text{ và } 120\}$. Các phần tử của tập hợp A là:

A. $A = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$.

B. $A = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12\}$.

C. $A = \{2; 3; 4; 6; 8; 10; 12\}$.

D. $A = \{1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 36\}$.

Hướng dẫn:

Chọn A.

Xét: $A_1 = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ là ước của } 36\} \Rightarrow A_1 = \{1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 36\}$.

Xét: $A_2 = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ là ước của } 120\}$

$\Rightarrow A_2 = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 15; 20; 24; 30; 40; 60; 120\}$.

$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ là ước chung của } 36 \text{ và } 120\} \Rightarrow A = A_1 \cap A_2 = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$.

Câu 7: Ký hiệu H là tập hợp các học sinh của lớp 10A. T là tập hợp các học sinh nam, G là tập hợp các học sinh nữ của lớp 10A. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $T \cup G = H$.

B. $T \cap G = \emptyset$.

C. $H \setminus T = G$.

D. $G \setminus T = \emptyset$.

Hướng dẫn:

Chọn D.

Đáp án D sai vì $G \setminus T$ là tập hợp các học sinh là nữ và không phải nam nên

$G \setminus T = G$.

Đáp án A đúng vì $T \cup G$ là tập hợp các học sinh là nam hoặc là nữ nên $T \cup G$ là tập hợp các học sinh lớp 10A hay $T \cup G = H$

Đáp án B đúng vì $T \cap G$ là tập hợp các học sinh vừa là nam vừa là nữ. Điều này vô lý nên $T \cap G = \emptyset$.

Đáp án C đúng vì $H \setminus T$ là tập hợp các học sinh thuộc lớp 10A và không là nam nên $H \setminus T$ là tập hợp các học sinh là nữ hay $H \setminus T = G$

Câu 8: Cho các tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 7x + 6 = 0\}$; $B = \{x \in \mathbb{N} : |x| < 4\}$. Khi đó:

A. $A \cup B = A$.

B. $A \cap B = A \cup B$.

C. $A \setminus B \subset A$.

D. $B \setminus A = \emptyset$.

Hướng dẫn:

Chọn C.

Xét phương trình: $x^2 - 7x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 6 \end{cases}$ (thỏa mãn $x \in \mathbb{R}$). Vậy $A = \{1; 6\}$

$$B = \{x \in \mathbb{N} : |x| < 4\} \Rightarrow B = \{0; 1; 2; 3\}.$$

$$\text{Vậy } A \setminus B = \{6\} \Rightarrow A \setminus B \subset A.$$

Đáp án A sai vì $A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 6\}$ không bằng A.

Đáp án B sai vì $A \cap B = \{1\}$ và $A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 6\}$. Hai tập hợp này không bằng nhau.

Đáp án D sai vì $B \setminus A = \{0; 2; 3\}$.

Câu 9: Cho $X = \{7; 2; 8; 4; 9; 12\}$; $Y = \{1; 3; 7; 4\}$. Tập nào sau đây bằng tập $X \cap Y$?

A. $\{1; 2; 3; 4; 8; 9; 7; 12\}$.

B. $\{2; 8; 9; 12\}$.

C. $\{4; 7\}$.

D. $\{1; 3\}$.

Hướng dẫn:

Chọn C.

$X \cap Y$ là tập hợp gồm các phần tử vừa thuộc X vừa thuộc Y $\Rightarrow X \cap Y = \{7; 4\}$.

Câu 10: Cho $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 8; 9\}$; $B = \{2; 3; 4; 5; 6\}$. Tập hợp $B \setminus A$ bằng:

A. $\{5\}$.

B. $\{0; 1\}$.

C. $\{2; 3; 4\}$.

D. $\{5; 6\}$.

Hướng dẫn:

Chọn D.

$B \setminus A$ là tập hợp gồm các phần tử thuộc B nhưng không thuộc A.

Suy ra $B \setminus A = \{5; 6\}$.