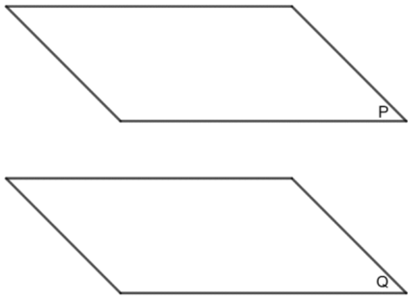
Các dạng bài tập về hai mặt phẳng song song

I. Lý thuyết ngắn gọn

1. Định nghĩa hai mặt phẳng song song

Hai mặt phẳng được gọi là song song nếu chúng không có điểm chung

$(P)//(Q) \Leftrightarrow (P) \cap (Q) = \varnothing$

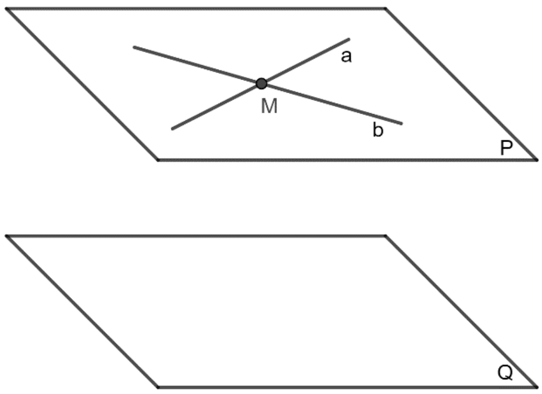


Trong thực tế, chúng ta thường gặp hình ảnh của những mặt phẳng song song: các bậc cầu thang, hai mặt đối diện của hộp diêm,…

2. Điều kiện để hai mặt phẳng song song

- Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng a, b cắt nhau và cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) song song với (Q).

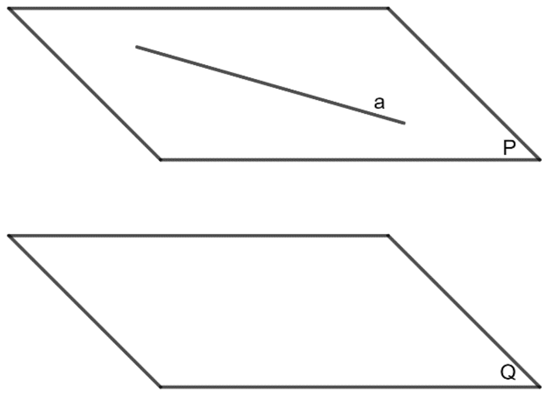
Tức là: $\begin{cases} a \subset (P), b \subset (P) \\ a \cap b = M \\ a//(Q), b//(Q) \end{cases} \Rightarrow (P)//(Q)$



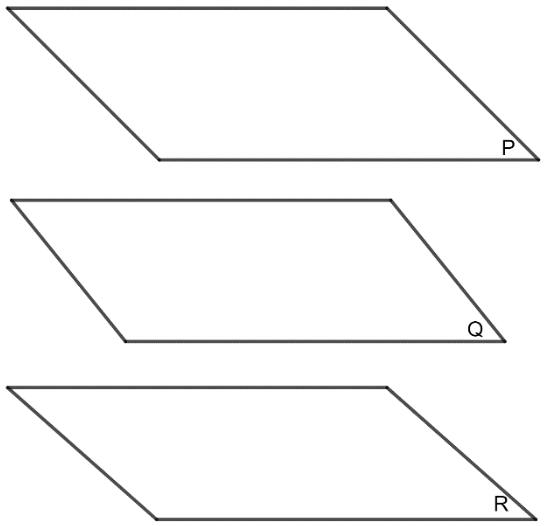
Tính chất 1: Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng, có một và chỉ một mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.

- Hệ quả:

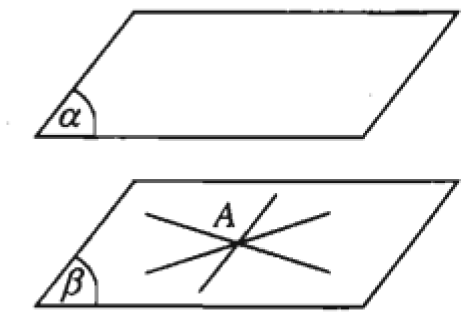
a. Nếu đường thẳng a song song với mặt phẳng (Q) thì có duy nhất một mặt phẳng (P) chứa a và song song với mặt phẳng (Q).



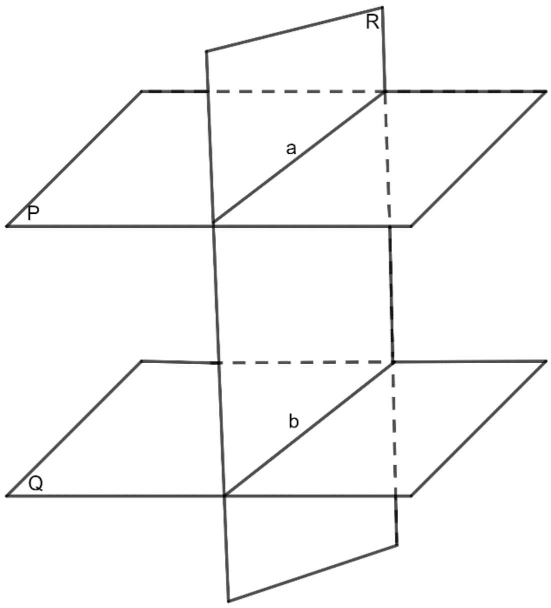
b. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau



c. Cho điểm A không nằm trên mặt phẳng (α). Khi đó các đường thẳng đi qua A và song song với (α) cùng nằm trên mặt phẳng (β) đi qua A và song song với (α).



Tính chất 2: Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song thì mọi mặt phẳng (R) đã cắt (P) thì phải cắt (Q) và các giao tuyến của chúng song song.



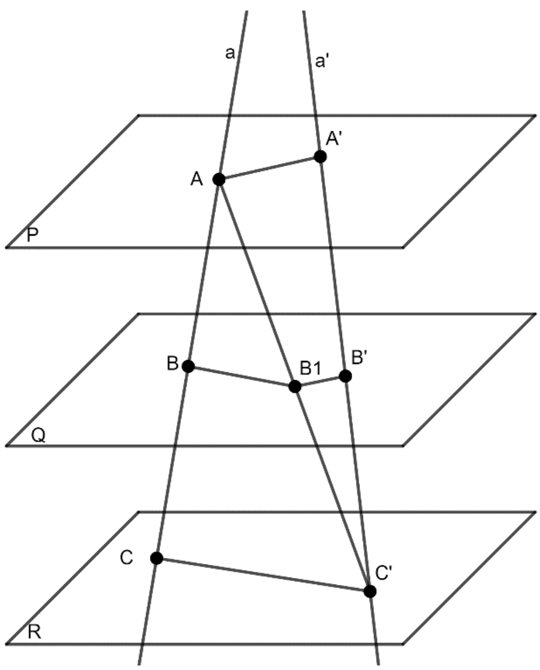
Hệ quả: Hai mặt phẳng song song chắn trên hai cát tuyến song song những đoạn thẳng bằng nhau.

3. Định lí Ta-lét trong không gian

- Định lí: Ba mặt phẳng đôi một song song chắn ra trên hai cát tuyến bất kì các đoạn tương ứng tỉ lệ.

Có nghĩa là: Nếu ba mặt phẳng đôi một song song (P), (Q), (R) cắt hai đường thẳng a và a’ lần lượt tại A, B, C và A’, B’, C’ thì:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$$



- Định lí Ta-lét đảo:

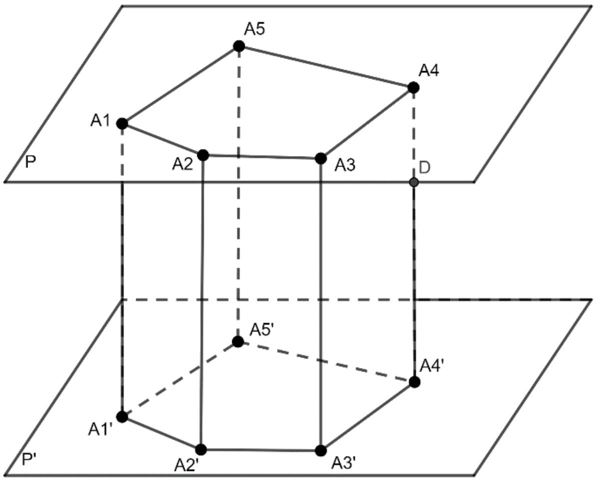
Cho hai đường thẳng chéo nhau a và a’. Lấy các điểm phân biệt A, B, C trên a và A’, B’, C’ trên a’ sao cho:

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{CA}{C'A'}$$

Khi đó, ba đường thẳng AA’, BB’, CC’ lần lượt nằm trên ba mặt phẳng song song, tức là chúng cùng song song với một mặt phẳng.

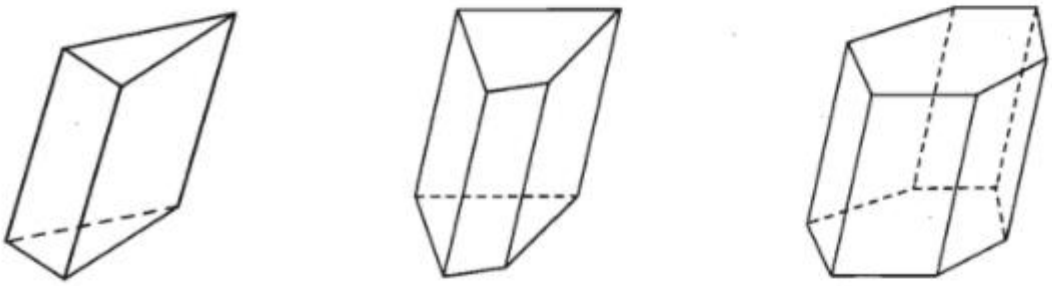
4. Hình lăng trụ và hình hộp

a. Định nghĩa hình lăng trụ: Hình lăng trụ là một hình đa diện có hai mặt nằm trong hai mặt phẳng song song gọi là hai đáy và tất cả các cạnh không thuộc hai cạnh đáy đều song song với nhau.



Trong đó:

- Các mặt khác với hai đáy gọi là các mặt bên của hình lăng trụ
- Cạnh chung của hai mặt bên gọi là cạnh bên của hình lăng trụ
- Tùy theo đa giác đáy, ta có hình lăng trụ tam giác, lăng trụ tứ giác …



Hình lăng trụ tam giác   Hình lăng trụ tứ giác   Hình lăng trụ lục giác

Tính chất:

- Các cạnh bên song song và bằng nhau
- Các mặt bên và các mặt chéo là những hình bình hành

- Hai đáy là hai đa giác có các cạnh tương ứng song song và bằng nhau (Hai đáy là hai đa giác bằng nhau).

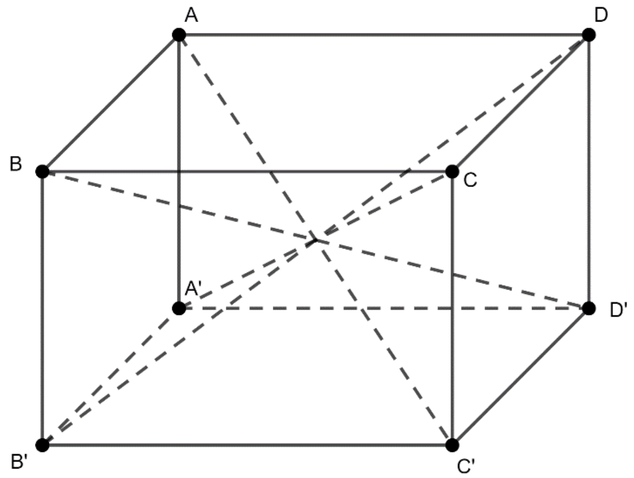
b. Định nghĩa hình hộp

Hình lăng trụ có đáy là hình bình hành được gọi là hình hộp.

Như vậy, hình hộp có 6 mặt (bốn mặt bên và hai mặt đáy) đều là những hình bình hành. Mỗi mặt có một mặt song song với nó. Hai mặt như thế gọi là hai mặt đối diện.

Hình hộp có 8 đỉnh, hai đỉnh của hình hộp gọi là hai đỉnh đối diện nếu chúng không cùng nằm trên một mặt nào. Đoạn thẳng nối hai đỉnh đối diện gọi là đường chéo hình hộp.

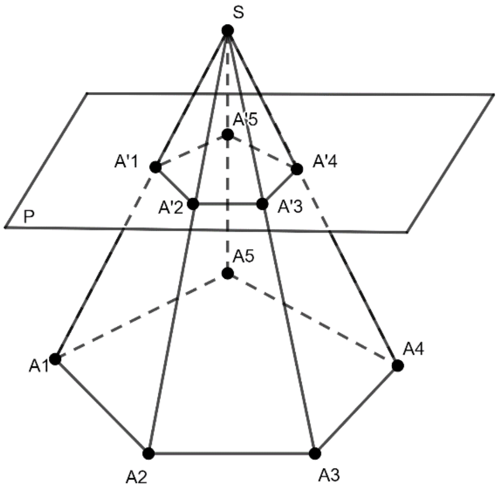
Hình hộp có 12 cạnh. Hai cạnh gọi là hai cạnh đối diện nếu chúng song song không cùng nằm trên bất kì một mặt nào của hình hộp.



5. Hình chóp cụt

- Định nghĩa

Cho hình chóp $S.A_1A_2...A_n$ và một mặt phẳng (P) không qua đỉnh, song song với mặt phẳng đáy, cắt các cạnh $SA_1, SA_2, ..., SA_n$ lần lượt tại $A'_1, A'_2, ..., A'_n$. Hình tạo bởi thiết diện $A'_1A'_2...A'_n$ và đáy $A_1A_2...A_n$ của hình chóp cùng với các tứ giác $A'_1A'_2A_2A_1$, $A'_2A'_3A_3A_2$, …, $A'_nA'_1A_1A_n$ gọi là một hình chóp cụt.



- Trong đó:

+ Đáy của hình chóp gọi là đáy lớn của hình chóp cụt.

+ Thiết diện $A'_1A'_2...A'_n$ gọi là đáy nhỏ của hình chóp cụt.

+ Các tứ giác $A'_1A'_2A_2A_1$, $A'_2A'_3A_3A_2$, …, $A'_nA'_1A_1A_n$ gọi là các mặt bên của hình chóp cụt.

+ Các đoạn thẳng $A_1A'_1,...,A_nA'_n$ gọi là các cạnh bên của hình chóp cụt.

- Tính chất:

+ Hai đáy là hai đa giác có cạnh tương ứng song song và tỉ số các cạnh tương ứng bằng nhau.

+ Các mặt bên là những hình thang.

+ Các đường thẳng chứa các cạnh bên đồng quy tại một điểm.

II. Các dạng bài tập về hai mặt phẳng song song

Dạng 1: Chứng minh hai mặt phẳng song song

Phương pháp giải: Thực hiện một trong hai cách sau:

- Chứng minh trong mặt phẳng này có hai đường thẳng cắt nhau cùng song song với mặt phẳng kia.

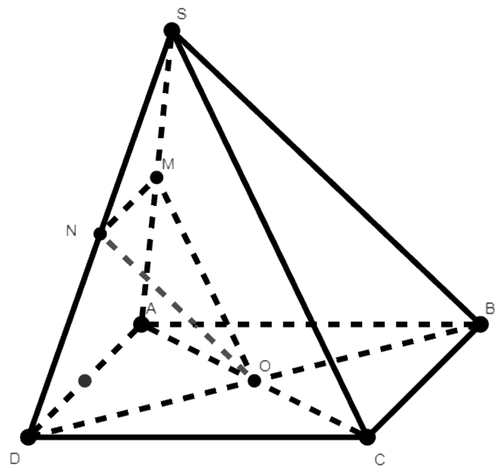
Tức là: $\begin{cases} a \subset (\alpha), b \subset (\alpha) \\ a \cap b = \{I\} \\ a // (\beta) \\ b // (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) // (\beta)$

- Chứng minh hai mặt phẳng đó cùng song song với mặt phẳng thứ ba

$$\begin{cases}(\alpha)//(\gamma)\\(\beta)//(\gamma)\end{cases}\Rightarrow(\alpha)//(\beta).$$

Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành ABCD tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh SA, SD. Chứng minh (OMN) // (SBC).



Lời giải:

Ta có: M, O lần lượt là trung điểm SA, AC

Nên OM // SC (đường trung bình trong tam giác ASC)

Vậy $\begin{cases}OM//SC\\SC\subset(SBC)\end{cases}$

$\Rightarrow OM//(SBC)$

Tương tự được ON // SB (đường trung bình trong tam giác SBD)

Vậy $\begin{cases}ON//SB\\SB\subset(SBC)\end{cases}$

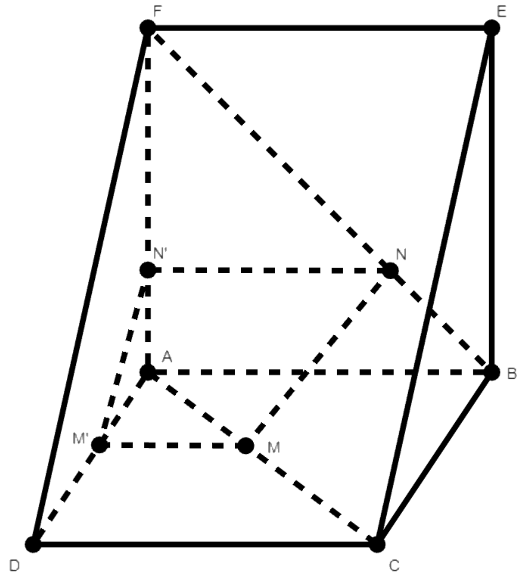
$\Rightarrow ON//(SBC)$

Do đó: $\begin{cases}OM//(SBC)\\ON//(SBC)\\OM\cap ON=O\end{cases}\Rightarrow(OMN)//(SBC).$

Ví dụ 2: Cho hai hình vuông ABCD và ABEF ở trong hai mặt phẳng phân biệt. Trên các đường chéo AC và BF lần lượt lấy M, N sao cho AM = BN. Các đường thẳng song song với AB vẽ từ M, N lần lượt cắt AD và AF tại M’ và N’. Chứng minh:

a. (ADF) // (BCE).

b. (DEF) // (MM’N’N).



Lời giải:

a. Ta có: $\begin{cases} AD//BC \\ BC \subset (BCE) \end{cases} \Rightarrow AD//(BCE)$

Tương tự: $\begin{cases} AF//BE \\ BE \subset (BCE) \end{cases} \Rightarrow AF//(BCE)$

Mà $\begin{cases} AD \subset (ADF) \\ AF \subset (ADF) \end{cases}$

Vậy $(ADF)//(BCE)$.

b. Vì ABCD và ABEF là các hình vuông nên AC = BF

Theo giả thiết ta có: AM = BN

Ta có MM' // CD $\Rightarrow \dfrac{AM'}{AD} = \dfrac{AM}{AC}$

NN' // AB $\Rightarrow \dfrac{AN'}{AF} = \dfrac{BN}{BF}$

Do đó: $\dfrac{AM'}{AD} = \dfrac{AN'}{AF}$

Suy ra: M'N' // DF (Định lý Ta – lét)

Suy ra: DF // (MM'N'N)

Lại có: $NN'//AB \Rightarrow NN'//EF$

Suy ra: EF // (MM'N'N)

Vậy $\begin{cases} DF//(MM'N'N) \\ EF//(MM'N'N) \end{cases} \Rightarrow (DEF)//(MM'N'N)$.

Dạng 2: Xác định thiết diện của (α) với hình chóp khi biết (α) với một mặt phẳng (β) cho trước.

Phương pháp giải:

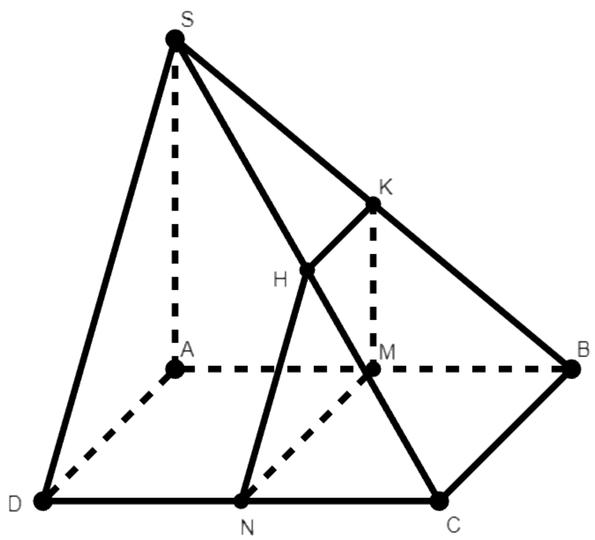
Để xác định thiết diện trong trường hợp này ta sử dụng các tính chất sau

- Khi $(\alpha)//(\beta)$ thì (α) sẽ song song với tất cả các đường thẳng trong (β) và ta chuyển về dạng thiết diện song song với đường thẳng.

- Tìm đường thẳng d nằm trong (β) và xét các mặt phẳng có trong hình chóp mà chứa d, khi đó $(\alpha)//$ d nên sẽ cắt các mặt phẳng chứa d theo các giao tuyến song song với d.

Ví dụ minh họa

Ví dụ 3: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành và M, N lần lượt là trung điểm AB, CD. Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) đi qua MN và song song với mặt phẳng (SAD). Thiết diện là hình gì?



Lời giải:

Ta có: $\begin{cases} M \in (SAB) \cap (\alpha) \\ (SAB) \cap (SAD) = SA \end{cases}$

$\Rightarrow (SAB) \cap (\alpha) = MK//SA, K \in SB$

Tương tự: $\begin{cases} N \in (SCD) \cap (\alpha) \\ (\alpha)//(SAD) \\ (SCD) \cap (SAD) = SD \end{cases}$

$\Rightarrow (SCD) \cap (\alpha) = NH//SD, H \in SC$

Dễ thấy $HK = (\alpha) \cap (SBC)$. Thiết diện là tứ giác MNHK.

Ba mặt phẳng (ABCD), (SBC), (α) đôi một cắt nhau theo các giao tuyến là MN, HK, BC

Mà MN // BC

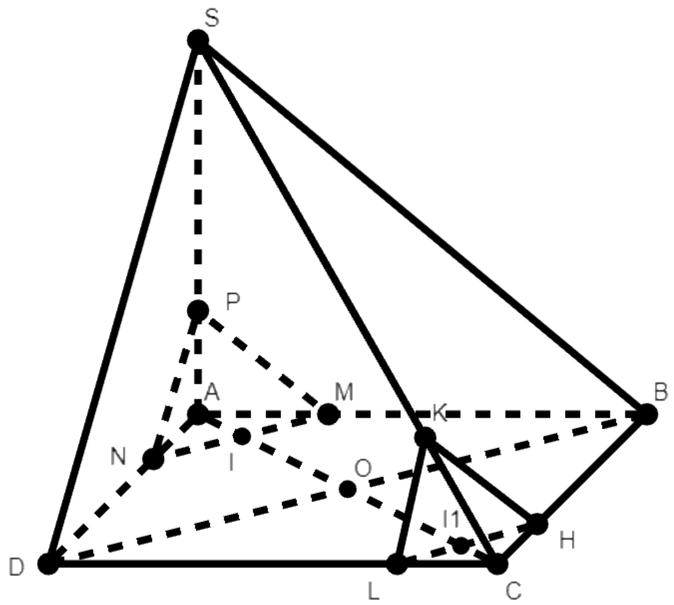
Suy ra: MN // HK

Vậy thiết diện là hình thang MNHK.

Ví dụ 4: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O có AC = a, BD = b. Tam giác SBD là tam giác đều. Một mặt phẳng (α) di động song song với mặt phẳng (SBD) và đi qua điểm I trên đoạn AC và AI = x (0 < x < a).

a. Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi (α).

b. Tính diện tích thiết diện theo a, b, x.



Lời giải:

a. TH1: Xét I thuộc đoạn OA

Ta có: $\begin{cases} I \in (\alpha) \cap (ABD) \\ (\alpha) // (SBD) \\ (ABD) \cap (SBD) = BD \end{cases}$

$\Rightarrow (\alpha) \cap (ABD) = MN // BD, I \in MN$

Tương tự: $\begin{cases} N \in (\alpha) \cap (SAD) \\ (\alpha) // (SBD) \\ (SAD) \cap (SBD) = SD \end{cases}$

$\Rightarrow (SAD) \cap (\alpha) = NP / /SD, P \in SA$

Thiết diện là tam giác MNP

Do $\begin{cases} (\alpha) / /(SBD) \\ (SAB) \cap (SBD) = SB \Rightarrow MP / /SB \\ (SAB) \cap (\alpha) = MP \end{cases}$

Hai tam giác MNP và BSD có các cặp cạnh tương ứng song song nên chúng đồng dạng. Mà SDB đều nên tam giác MNP đều.

Vậy thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) là tam giác đều MNP.

TH2: Điểm I thuộc đoạn OC

Tương tự TH1 ta được thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) là tam giác đều HKL.

b.

TH1: I thuộc đoạn OA

$$S_{SBD} = \frac{BD^2\sqrt{3}}{4} = \frac{b^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\frac{S_{MNP}}{S_{SBD}} = \left(\frac{MN}{BD}\right)^2$$

Do MN // BD $\Rightarrow \frac{MN}{BD} = \frac{AI}{AO} = \frac{2x}{a}$

$$\Rightarrow S_{MNP} = \left(\frac{2x}{a}\right)^2 .S_{SBD} = \frac{b^2x^2\sqrt{3}}{a^2}$$

TH2: I thuộc đoạn OC, tương tự có:

$$S_{MNP} = \left(\frac{HL}{BD}\right)^2 S_{SBD} = \left[\frac{2(a-x)}{a}\right]^2 \frac{b^2\sqrt{3}}{4} = \frac{b^2(a-x)^2\sqrt{3}}{a^2}$$

Vậy $S_{td} = \begin{cases} \dfrac{b^2x^2\sqrt{3}}{a}, I \in OA \\ \dfrac{b^2(a-x)^2\sqrt{3}}{a^2}, I \in OC \end{cases}$

Dạng 3: Một số ứng dụng của định lý Ta – lét

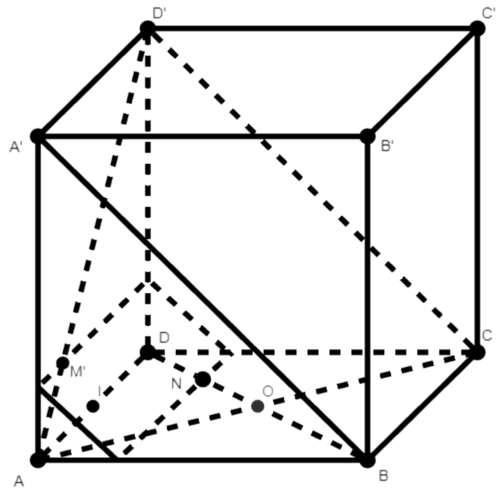
Phương pháp giải: Định lý Ta – lét thường được ứng dụng nhiều trong các bài toán tỉ số hay các bài toán chứng minh đường thẳng song song với một mặt phẳng cố định.

Ví dụ minh họa

Ví dụ 5: Cho hình hộp ABCD.A’B’C’D’ có tất cả các mặt đều là hình vuông cạnh a. Điểm M, N lần lượt trên AD’, BD sao cho AM = DN = x $(0 < x < a\sqrt{2})$.

a. Chứng minh khi x biến thiên, đường thẳng MN luôn song song với một mặt phẳng cố định.

b. Chứng minh khi $x = \frac{a\sqrt{2}}{3}$ thì MN // A’C.



Lời giải:

a. Gọi (P) là mặt phẳng qua AD và song song với (A’D’CB)

Gọi (Q) là mặt phẳng qua M và song song với (A’D’CB)

Giả sử (Q) cắt BD tại N’

Theo định lí Thales có:

$$\frac{AM}{AD'} = \frac{DN'}{DB} \quad (1)$$

Vì các mặt của hình hộp là hình vuông cạnh a nên $AD' = DB = a\sqrt{2}$

Từ (1) ta có AM = DN’

Mà DN = AM

Nên DN’ = DN

$\Rightarrow N' \equiv N$

$\Rightarrow MN \subset (Q)$

Mà $\begin{cases} (Q)//(A'D'CB) \\ MN \subset (Q) \end{cases}$

Suy ra MN // (A’D’CB)

Vậy MN luôn song song với mặt phẳng cố định (A’D’CB).

b.

Gọi O là giao điểm của AC và BD; I là trung điểm AD

Ta có: $DN = x = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}, DO = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Suy ra: $DN = \dfrac{2}{3}DO$

Suy ra N là trọng tâm tam giác ACD

Tương tự M là trọng tâm tam giác A’AD

Có: $\dfrac{IN}{IC} = \dfrac{1}{3}; \dfrac{IM}{IA'} = \dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow \dfrac{IN}{IC} = \dfrac{IM}{IA'}$

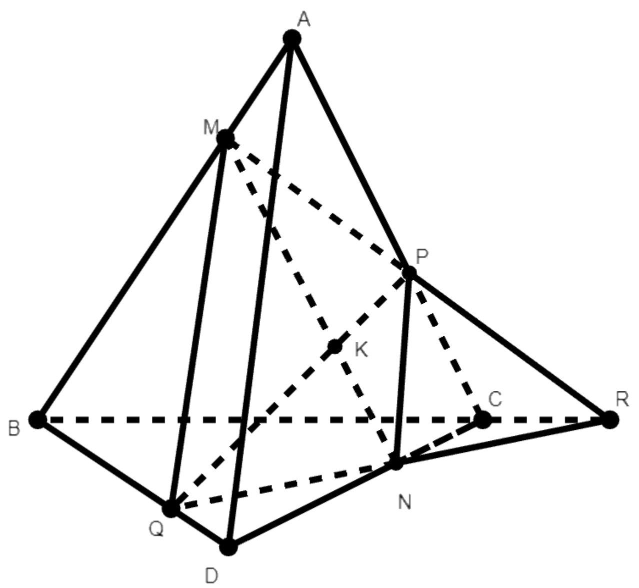
Suy ra: MN // A’C (định lý Ta – lét)

Ví dụ 6: Cho tứ diện ABCD. M, N là các điểm thay đổi trên AB, CD sao cho: $\dfrac{AM}{MB} = \dfrac{CN}{ND}$

a. Chứng minh MN luôn song song với một mặt phẳng cố định.

b. Cho $\dfrac{AM}{MB} = \dfrac{CN}{ND} = k > 0$, P là một điểm trên AC. Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi (MNP).

c. Tính theo k tỉ số diện tích tam giác MNP và diện tích thiết diện.



Lời giải:

a. Do $\frac{AM}{MB}=\frac{CN}{ND}$ nên theo định lý Thales thì các đường thẳng MN, AC, BD cùng song song với một mặt phẳng (β)

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua AC và song song với BD thì (α) cố định

Suy ra MN luôn song song với (α) cố định.

b. Xét trường hợp $\frac{AP}{PC}=k$

Suy ra MP // BC

Nên BC // (MNP)

Ta có: $\begin{cases} N\in(MNP)\cap(BCD) \\ BC//(MNP) \\ BC\subset(BCD) \end{cases}$

$\Rightarrow (BCD)\cap(MNP)=NQ//BC, Q\in BD$

Thiết diện là tứ giác MPNQ

Xét trường hợp $\frac{AP}{PC}\neq k$

Trong (ABC) gọi R là giao điểm của BC và MP

Trong (BCD) gọi Q là giao điểm NR và BD

Thiết diện là tứ giác MPNQ.

c. Gọi K là giao điểm MN và PQ

Ta có: $\frac{S_{MNP}}{S_{MPNQ}}=\frac{PK}{PQ}$

Do $\frac{AM}{NB}=\frac{CN}{ND}$ nên theo định lý Thales đảo thì AC, MN, BD lần lượt thuộc ba mặt phẳng song song với nhau và PQ cắt ba mặt phẳng này tương ứng tại P, K, Q

Áp dụng định lý Thales có:

$\frac{PK}{KQ}=\frac{AM}{MB}=\frac{CN}{ND}=k$

$\Rightarrow \frac{PK}{PQ}=\frac{PK}{PK+KQ}=\frac{k}{k+1}$.

Dạng 4: Chứng minh các đường thẳng cùng nằm trong một mặt phẳng hoặc bốn điểm đồng phẳng

Phương pháp giải:

- Để chứng minh các đường thẳng cùng nằm trên một mặt phẳng ta chứng minh các đường thẳng đó cùng đi qua một điểm và song song với một mặt phẳng.

- Để chứng minh 4 điểm đồng phẳng ta chứng minh các điểm đó thuộc các đường thẳng mà các đường thẳng đó đi qua điểm và song song với một mặt phẳng nào đó.

- Ngoài ra ta có thể sử dụng định lý Menelaus trong không gian để chứng minh bốn điểm đồng phẳng.

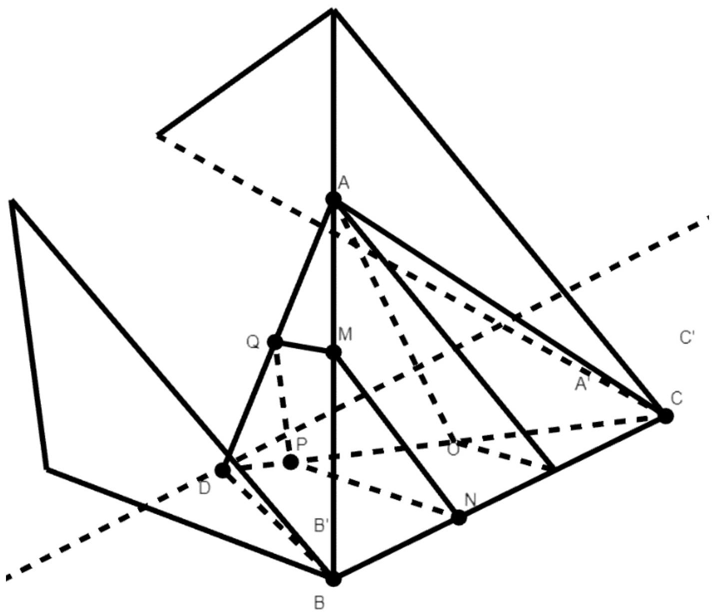
Định lý Menelaus

Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là các điểm trên các đường thẳng AB, BC, CD, DA của tứ diện ABCD thì M, N, P, Q đồng phẳng khi và chỉ khi

$$\frac{MA}{MB}.\frac{NB}{NC}.\frac{PC}{PD}.\frac{QD}{QA}=1.$$

Ví dụ minh họa

Ví dụ 7: Chứng minh định lý Menelaus.



Lời giải:

+) Phần thuận

Giả sử M, N, P, Q đồng phẳng

Từ các đỉnh A, B, C dựng các mặt phẳng $(\alpha),(\beta),(\gamma)$ theo thứ tự song song với (MNPQ).

Từ D dựng đường thẳng d cắt $(\alpha),(\beta),(\gamma)$ theo thứ tự A’, B’, C’ và cắt (MNPQ) tại O

Ta có: $\frac{OA'}{OB'}.\frac{OB'}{OC'}.\frac{OC'}{OD}.\frac{OD}{OA'}=1$

Theo định lý Thales thì:

$\frac{OA'}{OB'}=\frac{MA}{MB}$

$\frac{OB'}{OC'}=\frac{NB}{NC'}$

$\frac{OC'}{OD}=\frac{PC}{PD'}$

$\frac{OD}{OA'}=\frac{QD}{QA}$

Vậy $\frac{MA}{MB}.\frac{NB}{NC}.\frac{PC}{PD}.\frac{QD}{QA}=\frac{OA'}{OB'}.\frac{OB'}{OC'}.\frac{OC'}{OD}.\frac{OD}{OA'}=1$

+) Phần đảo

Giả sử $\frac{MA}{MB}.\frac{NB}{NC}.\frac{PC}{PD}.\frac{QD}{QA}=1$.

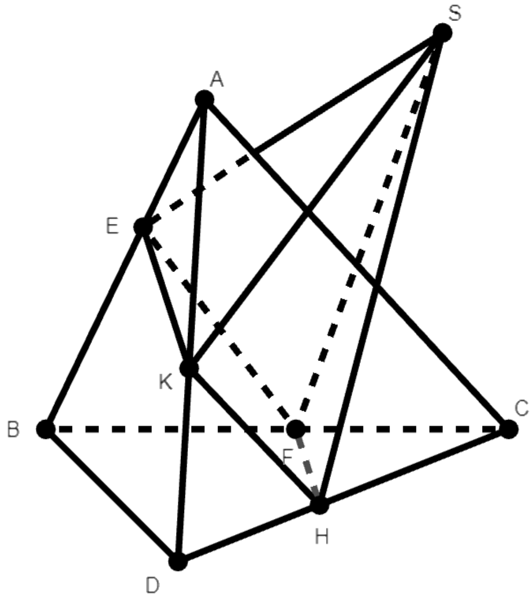
Gọi E là giao của AD với mặt phẳng (MNP).

Do M, N, P, E đồng phẳng nên $\frac{MA}{MB}.\frac{NB}{NC}.\frac{PC}{PD}.\frac{ED}{EA}=1$

$\Rightarrow \frac{QD}{QA}=\frac{ED}{EA}\Rightarrow E\equiv Q$

Vậy M, N, P, Q đồng phẳng.

Ví dụ 8: Cho tứ diện ABCD và một điểm S trong không gian (S không trùng với A, B, C, D). Gọi E, F, H, K lần lượt là chân các đường phân giác góc S của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA. Chứng minh bốn điểm E, F, H, K đồng phẳng.



Lời giải:

Theo tính chất đường phân giác ta có:

$$\frac{EA}{EB}=\frac{SA}{SB};\frac{KD}{KA}=\frac{SD}{SA}$$

$$\frac{HC}{HD}=\frac{SC}{SD};\frac{FB}{FC}=\frac{SB}{SC}$$

Suy ra: $\frac{EA}{EB}.\frac{FB}{FC}.\frac{HC}{HD}.\frac{KD}{KA}=\frac{SA}{SB}.\frac{SB}{SC}.\frac{SC}{SD}.\frac{SD}{SA}=1$

Theo định lý Menelaus thì bốn điểm E, F, H, K đồng phẳng.

III. Bài tập áp dụng

Bài 1: Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm trên cạnh AB, BC, CD, DA sao cho $\frac{MA}{MB}=\frac{PD}{PC}$ và $\frac{NB}{NC}=\frac{QA}{QD}$. Chứng minh bốn điểm M, N, P, Q đồng phẳng.

Bài 2: Cho chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, CD, SA. Chứng minh (SBN) // (DPM).

Bài 3: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD.

a. Chứng minh (OMN) // (SBC).

b. Gọi I là trung điểm SD, J là một điểm trên (ABCD) cách đều AB và CD. Chứng minh IJ // (SAB).

Bài 4: Cho hình chóp S.ABCD đáy hình bình hành tâm O. Các tam giác SAD và ABC cân tại A. Gọi AE, AF là phân giác trong các tam giác ACD và SAB. Chứng minh EF // (SAD).

Bài 5: Cho hình chóp S.ABC, một mặt phẳng di động song song với (ABC), cắt SA, SB, SC lần lượt tại A', B', C'. Tìm tập hợp điểm chung của ba mặt phẳng (A'BC), (B'AC), (C'AB).

Bài 6: Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'.

a. Chứng minh (BAD') // (B'D'C)

b. Chứng minh đường chéo AC' đi qua trọng tâm E, F của tam giác BDA', B'D'C đồng thời chia đường chéo AC' thành ba phần bằng nhau.

Bài 7: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật và tam giác SAD vuông tại A. Qua điểm M trên AB dựng mặt phẳng song song với (SAD) cắt CD, SC, SB tại N, P, Q.

a. Chứng minh MNPQ là hình thang vuông.

b. Gọi I là giao điểm của NP và MQ. Tìm tập hợp điểm I khi M di động trên cạnh AB.

Bài 8: Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C'. Gọi I, K, G lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, A'B'C', ACC'. Chứng minh (IGK) // (BB'C'C) và (A'KG) // (AIB).

Bài 9: Cho hình chóp cụt ABC.A'B'C'. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của A'B', BB', BC.

a. Xác định thiết diện của hình chóp cụt với (MNP).

b. Gọi I là trung điểm BA. Tìm giao điểm của IC' với (MNP).

Bài 10: Cho lăng trụ ABCD.A'B'C'D' có đáy là hình thang, AD = BC = CD = a, AB = 2a. Mặt phẳng đi qua A cắt các cạnh BB', CC', DD' lần lượt tại M, N, P.

a. Tứ giác AMNP là hình gì?

b. So sánh AM và NP.