

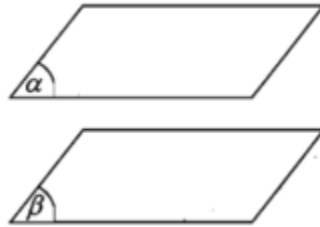
Chuyên đề Hai mặt phẳng song song - Toán 11

A. Lý thuyết

I. Định nghĩa

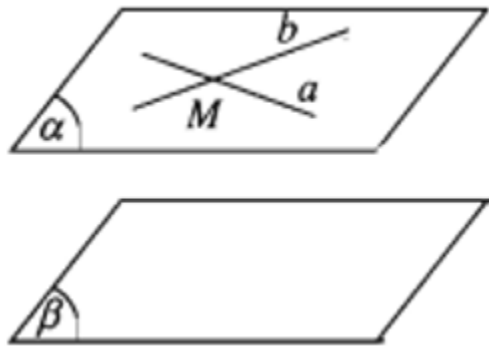
Hai mặt phẳng (α) , (β) được gọi là song song với nhau nếu chúng không có điểm chung.

Khi đó ta kí hiệu $(\alpha) // (\beta)$ hoặc $(\beta) // (\alpha)$.



II. Tính chất

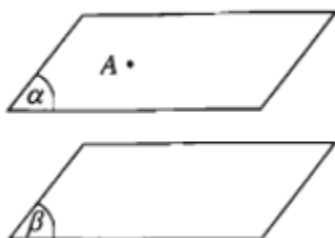
- **Định lý 1.** Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau a , b và a , b cùng song song với mặt phẳng (β) thì (α) song song với (β) .



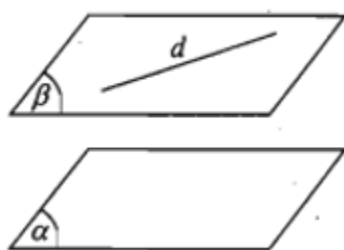
Ta có:

$$a, b \subset \alpha, a \cap b = M, a // \beta, b // \beta \Rightarrow \alpha // \beta$$

- **Định lí 2.** Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có một và chỉ một mặt phẳng song song với mặt phẳng đã cho.

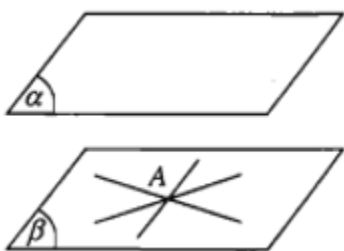


- **Hệ quả 1.** Nếu đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) thì qua d có duy nhất một mặt phẳng song song với (α) .



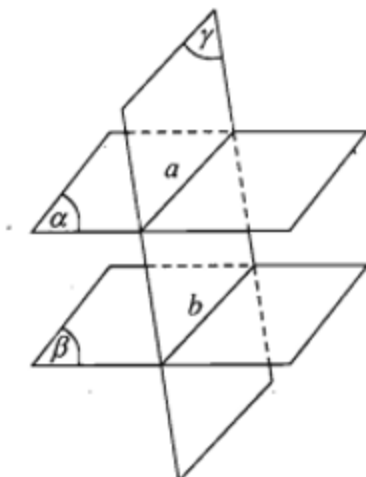
- **Hệ quả 2.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

- **Hệ quả 3.** Cho điểm A không nằm trên mặt phẳng (α) . Mọi đường thẳng đi qua A và song song với (α) đều nằm trong mặt phẳng đi qua A và song song với (α) .



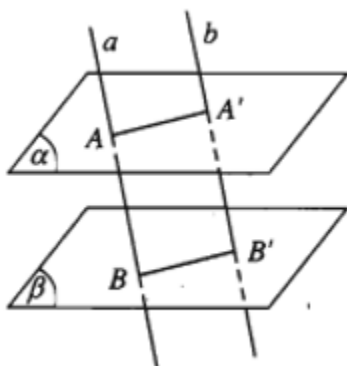
- **Định lí 3.** Cho hai mặt phẳng song song. Nếu một mặt phẳng cắt mặt phẳng này thì cũng cắt mặt phẳng kia và hai giao tuyến song song với nhau.

$$\alpha // \beta, a = \alpha \cap \gamma, b = \beta \cap \gamma \Rightarrow a // b$$



- **Hệ quả.** Hai mặt phẳng song song chắn trên hai cát tuyến song song những đoạn thẳng bằng nhau

$$\alpha // \beta, a \cap \alpha = A, b \cap \alpha = A', a \cap \beta = B, b \cap \beta = B', AA' = \alpha \cap \gamma, BB' = \beta \cap \gamma \Rightarrow AA' = BB'$$

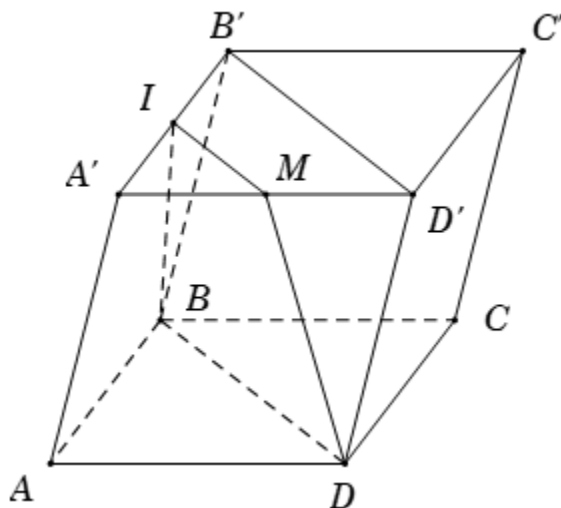


Ví dụ 1. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB. Chứng minh:

a) M, N, O, P đồng phẳng.

b) $mp(MON) // mp(SBC)$.

Lời giải:



- Ta tìm giao tuyến của 2 mp(IBC) và (A'B'C'D')

$BD \parallel B'D'$ $BD \subset (IBC)$; $B'D' \subset (A'B'C'D')$ I chung

Suy ra, giao tuyến của (IBC) với (A'B'C'D') là đường thẳng d đi qua I và song song với BD.

- Trong mặt phẳng (A'B'C'D'), gọi M là giao điểm của d và A'D'.

Suy ra, $IM \parallel BD \parallel B'D'$.

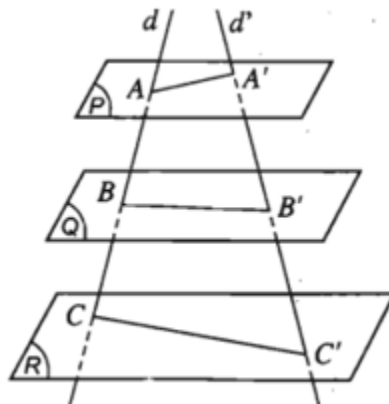
Khi đó thiết diện là tứ giác IMDB và tứ giác này là hình thang.

III. Định lí Ta – let (Thalès)

- **Định lí 4 (định lí Ta- let).** Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai cát tuyến bất kì những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

- Nếu d, d' là hai cát tuyến bất kì cắt ba mặt phẳng song song (α), (β), lần lượt tại các điểm A, B, C và A', B', C' thì:

$$ABA'B' = BCB'C' = CAC'A'$$



IV. Hình lăng trụ, hình hộp

Cho hai mặt phẳng song song (α) và (α') . Trên (α) cho đa giác lồi $A_1A_2\dots A_n$. Qua các đỉnh A_1, A_2, \dots, A_n ta vẽ các đường thẳng song song với nhau và cắt (α') lần lượt tại .

Hình gồm hai đa giác $A_1A_2\dots A_n$, và các hình bình hành $A_1A_1'A_2'A_2$;

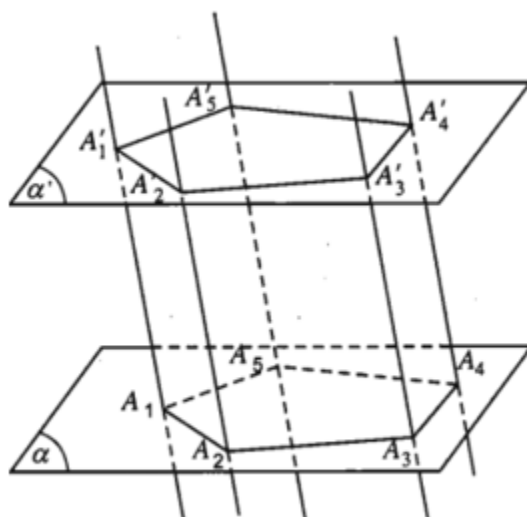
$A_2A_2'A_3'A_3, \dots, A_nA_n'A_1'A_1$ được gọi là *hình lăng trụ* và được kí hiệu là $A_1A_2\dots A_n..$

- Hai đa giác $A_1A_2\dots A_n$, gọi là hai *mặt đáy* của hình lăng trụ.

- Các đoạn thẳng $A_1A'_1, A_2A'_2, \dots, A_nA'_n$ gọi là các *cạnh bên* của hình lăng trụ.

- Các hình bình hành $A_1A_1'A_2'A_2, A_2A_2'A_3'A_3, \dots, A_nA_n'A_1'A_1$ được gọi là các *mặt bên* của hình lăng trụ.

- Các đỉnh của hai đa giác được gọi là các *đỉnh* của hình lăng trụ.



- Nhận xét:

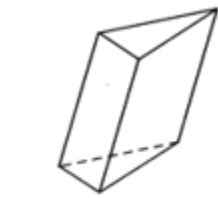
+ Các cạnh bên của hình lăng trụ bằng nhau và song song với nhau.

+ Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình bình hành.

+ Hai mặt đáy của hình lăng trụ là hai đa giác bằng nhau.

Người ta gọi tên của hình lăng trụ dựa vào tên của đa giác đáy, chẳng hạn:

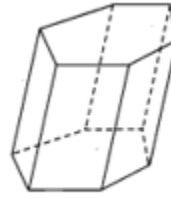
+ Hình lăng trụ có đáy là hình tam giác được gọi là *hình lăng trụ tam giác*.



Hình lăng trụ tam giác

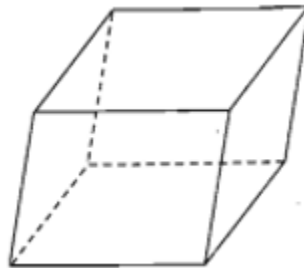


Hình lăng trụ tứ giác



Hình lăng trụ lục giác

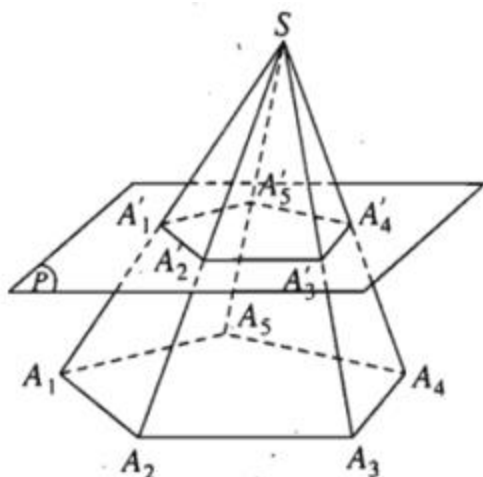
+ Hình lăng trụ có đáy là hình bình hành được gọi là *hình hộp*.



V. Hình chóp cụt

Định nghĩa:

Cho hình chóp $S.A_1A_2...A_n$; một mặt phẳng (P) không qua đỉnh, song song với mặt phẳng đáy của hình chóp cắt các cạnh $SA_1, SA_2, ..., SA_n$ lần lượt tại $A_1'; A_2', ..., A_n'$. Hình tạo bởi thiết diện $A_1'A_2'..A_n'$ và đáy $A_1A_2...A_n$ của hình chóp cùng với các tứ giác $A_1A_1'A_2'A_2, A_2A_2'A_3'A_3, ..., A_nA_n'A_1'A_1$ gọi là *hình chóp cụt*.



Đáy của hình chóp gọi là *đáy lớn* của hình chóp cụt, còn thiết diện $A_1'A_2'..A_n'$ gọi là *đáy nhỏ* của hình chóp cụt.

Các tứ giác $A_1A_1'A_2'A_2'$, $A_2A_2'A_3'A_3'$, ..., $A_nA_n'A_1'A_1'$ gọi là các *mặt bên* của hình chóp cụt.

Các đoạn thẳng A_1A_1' , A_2A_2' , ..., A_nA_n' gọi là các *cạnh bên* của hình chóp cụt.

- Tính chất của hình chóp cụt

- (1) Hai đáy là hai đa giác có các cạnh tương ứng song song và các tỉ số các cặp cạnh tương ứng bằng nhau.
- (2) Các mặt bên là những hình thang.
- (3) Các đường thẳng chứa các cạnh bên đồng quy tại một điểm.

B. Bài tập

I. Bài tập trắc nghiệm

Bài 1: Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) // (Q).

B. nếu hai đường thẳng cùng nằm trong một mặt phẳng lần lượt song song với hai đường thẳng của một mặt phẳng khác thì hai mặt phẳng đó song song.

C. hai mặt phẳng cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau

D. cho hai mặt phẳng (P) , (Q) song song. Khi đó nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (Q) và a song song với (P) thì a song song với (Q)

Lời giải:

Đáp án: D cho hai mặt phẳng (P) , (Q) song song. Khi đó nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (Q) và a song song với (P) thì a song song với (Q)

Bài 2: Trong các mệnh đề sau, những mệnh đề nào đúng?

(1) hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.

(2) hai mặt phẳng phân biệt không song song thì cắt nhau.

(3) hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

Một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì cắt mặt phẳng còn lại.

A.(1), (2)

B. (1), (2), (3)

C. (2), (4)

D. (1), (2), (3), (4)

Lời giải:

Đáp án: C (2), (4)

Bài 3: Cho hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q)

(1) nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trên (P) đều song song với mọi đường thẳng nằm trên (Q).

(2) nếu mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đều song song với (Q) thì (P) song song với (Q).

Trong hai phát biểu trên.

A. chỉ có một phát biểu đúng.

B. chỉ có phát biểu (2) đúng.

C. cả hai phát biểu đều đúng.

C. cả hai phát biểu đều sai.

Lời giải:

Đáp án: B

Bài 4: Cho mặt phẳng (R) cắt hai mặt phẳng song song (P) và (Q) theo hai giao tuyến a và b. Khi đó.

A. a và b có một điểm chung duy nhất

B. a và b không có điểm chung nào

C. a và b trùng nhau

D. a và b song song hoặc trùng nhau

Lời giải:

Đáp án: B

Bài 5: Khẳng định nào sau đây là sai.

A. nếu $a \parallel b$, $a \not\subset (P)$, $b \subset (P)$ thì $a \parallel (P)$

B. nếu $c \subset (P)$, $(P) \parallel (Q)$ thì $a \parallel (Q)$

C. nếu 3 đường thẳng chắn trên hai cát tuyến những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì ba đường thẳng đó song song với nhau.

D. $a \parallel b$, $a \parallel (P)$. $b \not\subset (P) \Rightarrow b \parallel (P)$

Lời giải:

Đáp án: C

Bài 6: Cho hai hình bình hành ABCD và ABEF có tâm lần lượt là O, O' và không cùng nằm trong một mặt phẳng. gọi M là trung điểm của AB.

(I) (ADF) // (BCE)

(II) (MOO') // (ADF)

(III) (MOO') // (BCE)

(IV) (AEC) // (BDF)

Khẳng định nào sau đây là đúng

A. chỉ có (1) đúng

B. chỉ có (1) và (2) đúng

C. (I), (II), (III) đúng

D. chỉ có (1) và (IV) đúng

Lời giải:

Đáp án: C

Bài 7: Cho tứ diện đều $S.ABC$. Gọi I là trung điểm của AB , M là một điểm lưu động trên đoạn AI . Qua M vẽ mặt phẳng $(\alpha) \parallel (SIC)$. Khi đó thiết diện của mặt phẳng (α) và tứ diện $S.ABC$ là:

A. tam giác cân tại M

B. tam giác đều

C. hình bình hành

D. hình thoi

Lời giải:

Đáp án: A

Bài 8: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi Bx , Cy , Dz là các đường thẳng đi qua B , C , D và song song với nhau. Mặt phẳng (α) đi qua A và cắt Bx , Cy , Dz lần lượt tại A' , C' , D' với $BB' = 2$, $DD' = 4$. Khi đó CC' bằng:

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

Lời giải:

Đáp án: D

Bài 9: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. gọi I. J. K lần lượt là trọng tâm của các tam giác $ABC, ACC', A'B'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (IJK)

A. $(AA'B')$

B. $(AA'C')$

C. $(A'B'C')$

D. $(BB'C')$

Lời giải:

Đáp án: D

Bài 10: Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b. (P) chứa a và song song với b, Q chứa b và song song với a. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. (P) và (Q) cắt nhau

B. (P) và (Q) song song với nhau

C. (P) và (Q) trùng nhau

D. (P) và (Q) cắt nhau hoặc song song với nhau.

Lời giải:

Đáp án: B

II. Bài tập tự luận có lời giải

Bài 1: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai.

- A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- B. Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt đi qua hai đường thẳng song song thì cắt mặt phẳng còn lại.
- C. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì cắt mặt phẳng còn lại.
- D. Cho mặt phẳng (P) và ba điểm không thẳng hàng A, B, C nằm ngoài (P) lúc đó, nếu 3 đường thẳng AB, BC, CA đều cắt mặt phẳng (P) thì ba giao điểm đó thẳng hàng.

Lời giải:

B sai vì hai mặt phẳng đó có thể cắt nhau. Đáp án B.

Bài 2: Cho hình bình hành ABCD. Qua các đỉnh A, B, C, D ta dựng các nửa đường thẳng song song với nhau và nằm về một phía đối với mặt phẳng (ABCD). Một mặt phẳng (P) cắt bốn đường thẳng nói trên tại A', B', C', D'. Hỏi A'B'C'D' là hình gì?

Lời giải:

Vận dụng kết quả giao tuyến của một mặt phẳng với hai mặt phẳng song song là hai đường thẳng song song, ta có tứ giác A'B'C'D' là hình bình hành. Đáp án D.

Bài 3: Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C'. gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ACC', A'B'C'. mặt phẳng nào sau đây song song với (IJK)?

Lời giải:

Gọi M là trung điểm của AC, ta có:

$$\frac{MI}{MB} = \frac{MJ}{MC'} \Rightarrow IJ // BC'$$

Lại có $IK // BB'$. Vậy $(IJK) // (BB'C')$. Đáp án C.

Bài 4: Cho hai mặt phẳng (α) , (β) cắt nhau và cùng song song với đường thẳng d. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. giao tuyến của (α) , (β) trùng với d
- B. giao tuyến của (α) , (β) song song hoặc trùng với d
- C. giao tuyến của (α) , (β) song song với d
- D. giao tuyến của (α) , (β) cắt d

Lời giải:

Đáp án: C

Bài 5: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là đúng?

- A. nếu $(\alpha) // (\beta)$ và $d_1 \subset (\alpha); d_2 \subset (\beta)$ thì $d_1 // d_2$
- B. nếu $d_1 // (\alpha)$ và $d_2 // (\beta)$ thì $d_1 // d_2$
- C. nếu $(\alpha) // (\beta)$ và $d_1 // (\alpha)$, thì $d_1 // (\beta)$ hoặc $d_1 \subset (\beta)$
- D. nếu $d_1 // d_2$ và $d_1 \subset (\alpha), d_2 \subset (\beta)$ thì $(\alpha) // (\beta)$

Lời giải: Phương án A, B sai vì d_1, d_2 có thể chéo nhau. Phương án D sai vì (α) và (β) có thể cắt nhau.

Bài 6: Cho hai đường thẳng a và b lần lượt nằm trên hai mặt phẳng song song (P) và (Q) .

Lời giải:

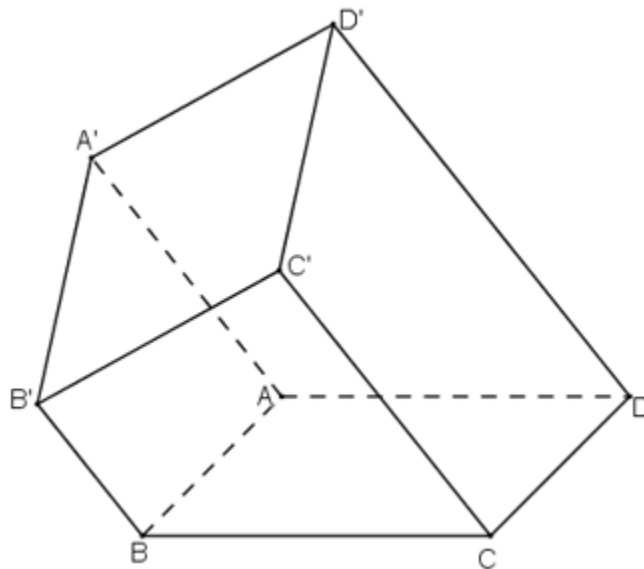
Gọi M là giao điểm của AC và BD , N là giao điểm AC' và $B'D'$. ta có MN là đường trung bình của tam giác ACC' và cũng là đường trung bình hình thang $BB''D''D$ nên $CC' = 2MN = BB' + DD' = 6$.

Bài 7 Trong mặt phẳng (α) cho hình bình hành $ABCD$. Qua A, B, C, D lần lượt vẽ bốn đường thẳng a, b, c, d song song với nhau và không nằm trên (α) . Trên a, b và c lần lượt lấy ba điểm A', B' và C' tùy ý.

a) Hãy xác định giao điểm D' của đường thẳng d với mặt phẳng $(A'B'C')$.

b) Chứng minh $A'B'C'D'$ là hình bình hành.

Lời giải:



a) Giả sử $(A'B'C') \cap d = D'$

$\Rightarrow (A'B'C') \cap (C'D) = C'D'$.

$$+ AA' // CC' \subset (C'D)$$

$$\Rightarrow AA' // (C'D).$$

$$AB // CD \subset (CC'D)$$

$$\Rightarrow AB // (CC'D)$$

$(AA'B'B)$ có:

$$\begin{cases} AA' // (C'D) \\ AB // (C'D) \\ AA' \cap AB \end{cases} \Rightarrow (AA'B'B) // (C'D).$$

$$\text{Mà } (A'B'C') \cap (AA'B'B) = A'B'$$

$$\Rightarrow (A'B'C') \text{ cắt } (C'D) \text{ và giao tuyến song song với } A'B'$$

$$\Rightarrow C'D // A'B'.$$

b) Chứng minh tương tự phần a ta có $B'C' // A'D'$.

Tứ giác $A'B'C'D'$ có: $B'C' // A'D'$ và $C'D' // A'B'$

$\Rightarrow A'B'C'D'$ là hình bình hành.

Bài 8 Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M và M' lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và $B'C'$.

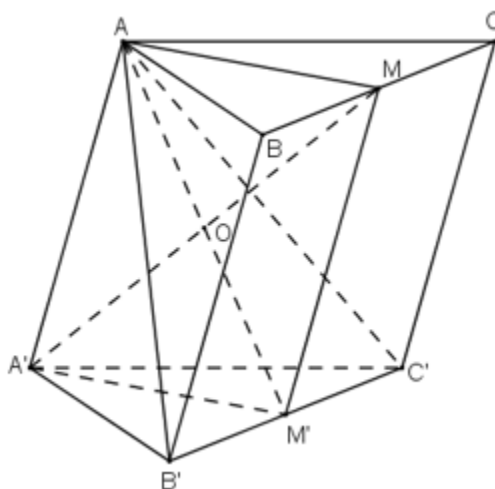
a) Chứng minh rằng AM song song với $A'M'$.

b) Tìm giao điểm của mặt phẳng $(A'B'C')$ với đường thẳng $A'M$.

c) Tìm giao tuyến d của hai mặt phẳng $(AB'C')$ và $(BA'C')$.

d) Tìm giao điểm G của đường thẳng d với mp(AMA'). Chứng minh G là trọng tâm của tam giác AB'C'.

Lời giải:



a) Do $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ nên ta có: $BCC'B'$ là hình bình hành

Xét tứ giác $BCC'B'$ có M và M' lần lượt là trung điểm của BC và B'C' nên MM' là đường trung bình

$$\Rightarrow MM' \parallel BB' \parallel CC' \text{ và } MM' = \frac{BB' + CC'}{2} = BB' = CC' \quad (1)$$

Lại có: $AA' \parallel BB'$ và $AA' = BB'$ (tính chất hình lăng trụ) (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $MM' \parallel AA'$ và $MM' = AA'$

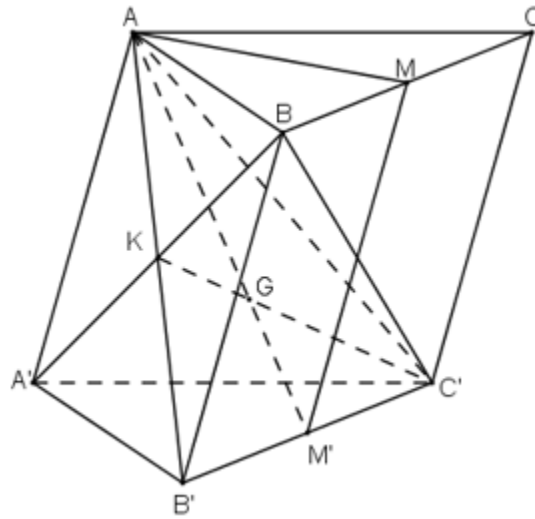
\Rightarrow Tứ giác $AMM'A'$ là hình bình hành

b) Trong $(AMM'A')$ gọi $O = A'M \cap AM'$, ta có :

Ta có : $O \in AM' \subset (AB'C')$

$$\Rightarrow O = A'M \cap (AB'C').$$

c)



Gọi $K = AB' \cap BA'$, ta có :

$$K \in AB' \subset (AB'C')$$

$$K \in BA' \subset (BA'C')$$

$$\Rightarrow K \in (AB'C') \cap (BA'C')$$

$$\text{Dễ dàng nhận thấy } C' \in (AB'C') \cap (BA'C')$$

$$\Rightarrow (AB'C') \cap (BA'C') = KC'.$$

Vậy cần tìm là đường thẳng KC'

d) Trong $mp(AB'C')$, gọi $C'K \cap AM' = G$.

$$\text{Ta có: } G \in AM' \subset (AM'M)$$

$$G \in C'K.$$

$$\Rightarrow G = (AM'M) \cap C'K.$$

+ $K = AB' \cap A'B$ là hai đường chéo của hình bình hành $ABB'A'$

$\Rightarrow K$ là trung điểm AB' .

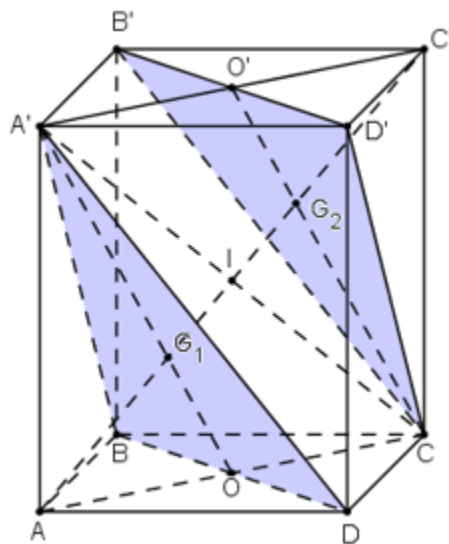
$\triangle AB'C'$ có G là giao điểm của 2 trung tuyến AM' và $C'K$

$\Rightarrow G$ là trọng tâm $\triangle AB'C'$.

Bài 9 Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

- Chứng minh rằng hai mặt phẳng (BDA') và $(B'D'C)$ song song với nhau.
- Chứng minh rằng đường chéo AC' đi qua trọng tâm G_1 và G_2 lần lượt của hai tam giác BDA' và $B'D'C$.
- Chứng minh G_1 và G_2 chia đoạn AC' thành ba phần bằng nhau.
- Gọi O và I lần lượt là tâm các hình bình hành $ABCD$ và $AA'C'C$. Xác định thiết diện của mặt phẳng $(A'IO)$ với hình hộp đã cho.

Lời giải:



a) + $A'D' \parallel BC$ và $A'D' = BC$

$\Rightarrow A'D'CB$ là hình bình hành

$\Rightarrow A'B \parallel D'C$, mà $D'C \subset (B'D'C) \Rightarrow A'B \parallel (B'D'C)$ (1)

+ $BB' \parallel DD'$ và $BB' = DD'$

$\Rightarrow BDD'B'$ là hình bình hành

$\Rightarrow BD \parallel B'D'$, mà $B'D' \subset (B'D'C) \Rightarrow BD \parallel (B'D'C)$ (2)

$A'B \subset (BDA')$ và $BD \subset (BDA')$; $A'B \cap BD = B$ (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra : $(BDA') \parallel (B'D'C)$.

b) Gọi $O = AC \cap BD$

+ Ta có: $O \in AC \subset (AA'C'C)$

$\Rightarrow A'O \subset (AA'C'C)$.

Trong $(AA'C'C)$, gọi $A'O \cap AC' = G_1$.

$G_1 \in A'O \subset (A'BD)$

$\Rightarrow G_1 \in AC' \cap (BDA')$.

+ Trong hình bình hành $AA'C'C$ gọi $I = A'C \cap AC'$

$\Rightarrow A'I = IC$.

$\Rightarrow AI$ là trung tuyến của $\Delta A'AC$

$\Rightarrow G_1 = A'O \cap AC'$ là giao của hai trung tuyến AI và $A'O$ của $\Delta A'AC$

$\Rightarrow G_1$ là trọng tâm $\Delta A'AC$

$\Rightarrow A'G_1 = 2.A'O/3$

$\Rightarrow G_1$ cũng là trọng tâm $\Delta A'BD$.

Vậy AC' đi qua trọng tâm G_1 của $\Delta A'BD$.

Chúng minh tương tự đối với điểm G_2 .

c) *Vì G_1 là trọng tâm của $\Delta AA'C$ nên $AG_1/AI = 2/3$.

Vì I là trung điểm của AC' nên $AI = 1/2.AC'$

Từ các kết quả này, ta có : $AG_1 = 1/3.AC'$

*Chúng minh tương tự ta có : $C'G_2 = 1/3.AC'$

Suy ra : $AG_1 = G_1G_2 = G_2C' = 1/3.AC'$.

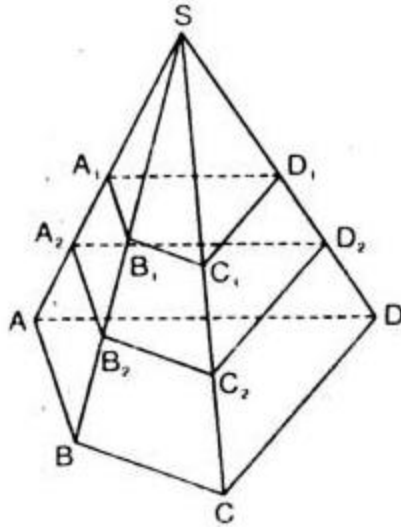
d) $(A'IO)$ chính là mp $(AA'C'C)$ nên thiết diện cần tìm chính là hình bình hành $AA'C'C$.

Bài 10 Cho hình chóp $S. ABCD$. Gọi A_1 là trung điểm của cạnh SA và A_2 là trung điểm của đoạn AA_1 . Gọi (α) và (β) là hai mặt phẳng song song với mặt phẳng $(ABCD)$ và lần lượt đi qua A_1, A_2 . Mặt phẳng (α) cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B_1, C_1, D_1 . Mặt phẳng (β) cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B_2, C_2, D_2 . Chứng minh:

a) B_1, C_1, D_1 lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SC, SD .

b) $B_1B_2 = B_2B, C_1C_2 = C_2C, D_1D_2 = D_2D$.

c) Chỉ ra các hình chóp cắt có một đáy là tứ giác $ABCD$.



Lời giải:

a) Chứng minh B_1, C_1, D_1 lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SC, SD

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} (\alpha) \parallel (ABCD) \\ (SAB) \cap (\alpha) = A_1B_1 \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \end{array} \right\} \Rightarrow A_1B_1 \parallel AB$$

$\Rightarrow A_1B_1$ là đường trung bình của tam giác SAB .

$\Rightarrow B_1$ là trung điểm của SB (đpcm)

*Chứng minh tương tự ta cũng được:

• C_1 là trung điểm của SC .

• D_1 là trung điểm của SD .

b) Chứng minh $B_1B_2 = B_2B, C_1C_2 = C_2C, D_1D_2 = D_2D$.

$$\left. \begin{array}{l} (\alpha) // (\beta) \text{ (vì cùng song song với mp(ABCD))} \\ (SAB) \cap (\alpha) = A_1B_1 \\ (SAB) \cap (\beta) = A_2B_2 \end{array} \right\} \Rightarrow A_1B_1 // A_2B_2$$

$\Rightarrow A_2B_2$ là đường trung bình của hình thang A_1B_1BA

$\Rightarrow B_2$ là trung điểm của B_1B

$\Rightarrow B_1B_2 = B_2B$ (đpcm)

*Chứng minh tương tự ta cũng được:

- C_2 là trung điểm của $C_1C_2 \Rightarrow C_1C_2 = C_2C$
- D_2 là trung điểm của $D_1D_2 \Rightarrow D_1D_2 = D_2D$.

c) Các hình chóp cắt có một đáy là tứ giác ABCD, đó là : $A_1B_1C_1D_1.ABCD$ và $A_2B_2C_2D_2.ABCD$

III. Bài tập vận dụng

Bài 1 Trong mặt phẳng (α) cho hình bình hành ABCD. Qua A, B, C, D lần lượt vẽ bốn đường thẳng a, b, c, d song song với nhau và không nằm trên (α) . Trên a, b và c lần lượt lấy ba điểm A', B' và C' tùy ý.

- Hãy xác định giao điểm D' của đường thẳng d với mặt phẳng $(A'B'C')$.
- Chứng minh $A'B'C'D'$ là hình bình hành.

Bài 2 Cho hình lăng trụ tam giác ABC.A'B'C'. Gọi M và M' lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và B'C'.

- Chứng minh rằng AM song song với A'M'.
- Tìm giao điểm của mặt phẳng $(A'B'C')$ với đường thẳng A'M.

- c) Tìm giao tuyến d của hai mặt phẳng $(AB'C')$ và $(BA'C')$.
- d) Tìm giao điểm G của đường thẳng d với $mp(AMA')$. Chứng minh G là trọng tâm của tam giác $AB'C'$.

Bài 3 Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

- a) chứng minh rằng hai mặt phẳng (BDA') và $(B'D'C)$ song song với nhau.
- b) Chứng minh rằng đường chéo AC' đi qua trọng tâm G_1 và G_2 lần lượt của hai tam giác BDA' và $B'D'C$.
- c) Chứng minh G_1 và G_2 chia đoạn AC' thành ba phần bằng nhau.
- d) Gọi O và I lần lượt là tâm các hình bình hành $ABCD$ và $\Delta A'C'C$. Xác định thiết diện của mặt phẳng $(A'IO)$ với hình hộp đã cho.

Bài 4 Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A_1 là trung điểm của cạnh SA và A_2 là trung điểm của đoạn AA_1 . Gọi (α) và (β) là hai mặt phẳng song song với mặt phẳng $(ABCD)$ và lần lượt đi qua A_1, A_2 . Mặt phẳng (α) cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B_1, C_1, D_1 . Mặt phẳng (β) cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B_2, C_2, D_2 . Chứng minh:

- a) B_1, C_1, D_1 lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SC, SD .
- b) $B_1B_2 = B_2B, C_1C_2 = C_2C, D_1D_2 = D_2D$.
- c) Chỉ ra các hình chóp cắt có một đáy là tứ giác $ABCD$.

Bài 5 Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . (P) chứa a và song song với b , Q chứa b và song song với a . Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. (P) và (Q) cắt nhau

B. (P) và (Q) song song với nhau

C. (P) và (Q) trùng nhau

D. (P) và (Q) cắt nhau hoặc song song với nhau.

Bài 6 Cho hình bình hành ABCD. Qua các đỉnh A, B, C, D ta dựng các nửa đường thẳng song song với nhau và nằm về một phía đối với mặt phẳng (ABCD). Một mặt phẳng (P) cắt bốn đường thẳng nói trên tại A', B', C', D'. Hỏi A'B'C'D' là hình gì?

Bài 7 Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C'. gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ACC', A'B'C'. mặt phẳng nào sau đây song song với (IJK)?

Bài 8 Trong các mệnh đề sau, những mệnh đề nào đúng?

(1) hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.

(2) hai mặt phẳng phân biệt không song song thì cắt nhau.

(3) hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

(4) Một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì cắt mặt phẳng còn lại.

Bài 9 Cho tứ diện đều S.ABC. Gọi I là trung điểm của AB, M là một điểm lưu động trên đoạn AI. Qua M vẽ mặt phẳng (α) // (SIC). Khi đó thiết diện của mặt phẳng (α) và tứ diện S.ABC là?