

Bài 1. Mệnh đề

Mở đầu trang 5 SGK Toán 10 tập 1:

Có bao nhiêu con vật xuất hiện trong hình vẽ?



Có 5 con vật xuất hiện trong hình vẽ.



An

Có 6 con vật xuất hiện trong hình vẽ.



Khoa

Lời giải

Quan sát kỹ hình vẽ ta thấy 6 con vật trong hình vẽ, bao gồm: con voi, con khỉ, con ngựa, con chó, con mèo, con chuột.

Bạn An trả lời là có 5 con vật xuất hiện trong hình vẽ là sai, bạn Khoa trả lời trong hình vẽ có 6 con vật là đúng.

Hoạt động 1 trang 6 SGK Toán 10 tập 1: Trong các câu ở tình huống mở đầu:

- a) Câu nào đúng?
- b) Câu nào sai?
- c) Câu nào không xác định được tính đúng sai?

Lời giải

Hình vẽ có 6 con vật là: Con voi, con khỉ, con ngựa, con mèo, con chó, con chuột.

- a) Câu “Có 6 con vật xuất hiện trong hình vẽ” là đúng.
- b) Câu “Có 5 con vật xuất hiện trong hình vẽ” là sai.

c) Câu “Có bao nhiêu con vật xuất hiện trong hình vẽ?” là câu hỏi. Do đó câu này không xác định được tính đúng sai.

Luyện tập 1 trang 6 SGK Toán 10 tập 1: Thay dấu “?” bằng dấu “✓” vào ô thích hợp trong bảng sau:

Câu	Không là mệnh đề	Mệnh đề đúng	Mệnh đề sai
13 là số nguyên tố.	?	?	?
Tổng độ dài hai cạnh bất kì của một tam giác nhỏ hơn độ dài cạnh còn lại.	?	?	?
Bạn đã làm bài tập chưa?	?	?	?
Thời tiết hôm nay thật đẹp!	?	?	?

Lời giải

+) 13 là một số nguyên tố do đó câu “13 là số nguyên tố” là một mệnh đề và mệnh đề này đúng.

+) Bất đẳng thức tam giác phát biểu như sau: “Trong tam giác bất kỳ, tổng độ dài hai cạnh bất kỳ luôn lớn hơn cạnh thứ ba”. Do đó, “tổng độ dài hai cạnh bất kỳ của một tam giác nhỏ hơn độ dài cạnh còn lại” là một mệnh đề và mệnh đề này sai.

+) “Bạn đã làm bài tập chưa?” đây là một câu hỏi, không phải câu khẳng định có tính đúng sai nên nó không phải là mệnh đề.

+) “Thời tiết hôm nay thật đẹp!” là một câu cảm thán về thời tiết, không phải một câu khẳng định có tính đúng sai nên không phải là mệnh đề.

Ta có kết quả được điền vào bảng như sau:

Câu	Không là mệnh đề	Mệnh đề đúng	Mệnh đề sai
13 là số nguyên tố.		✓	
Tổng độ dài hai cạnh bất kì của một tam giác nhỏ hơn độ dài cạnh còn lại.			✓
Bạn đã làm bài tập chưa?	✓		
Thời tiết hôm nay thật đẹp!	✓		

Câu hỏi trang 7 SGK Toán 10 tập 1: Xét câu “ $x > 5$ ”. Hãy tìm hai giá trị thực của x để từ câu đã cho, ta nhận được một mệnh đề đúng và một mệnh đề sai.

Lời giải

+) Với $x = 3$ ta có mệnh đề “ $3 > 5$ ” là một mệnh đề sai.

+) Với $x = 10$ ta có mệnh đề “ $10 > 5$ ” là một mệnh đề đúng.

Hoạt động 2 trang 7 SGK Toán 10 tập 1: Quan sát biển báo trong hình bên.



Khoa nói: “Đây là biển báo đường dành cho người đi bộ”.

An không đồng ý với ý kiến của Khoa.

Hãy phát biểu ý kiến của An dưới dạng một mệnh đề.

Lời giải

Phát biểu lại ý kiến của An dưới dạng một mệnh đề như sau:

“Biển báo này không phải biển báo dành cho người đi bộ”.

Luyện tập 2 trang 7 SGK Toán 10 tập 1: Phát biểu mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và xác định tính đúng sai của mệnh đề phủ định đó.

P: “2 022 chia hết cho 5”;

Q: “Bất phương trình $2x + 1 > 0$ có nghiệm”.

Lời giải

- Mệnh đề phủ định của mệnh đề P là:

\bar{P} : “2 022 không chia hết cho 5”.

Các số chia hết cho 5 sẽ có tận cùng là 0 hoặc 5 mà số 2 022 có chữ số tận cùng là 2 nên 2 022 không chia hết cho 5. Do đó mệnh đề \bar{P} là đúng.

- Mệnh đề phủ định của mệnh đề Q là:

\bar{Q} : “Bất phương trình $2x + 1 > 0$ vô nghiệm”

Ta giải bất phương trình: $2x + 1 > 0$

$$\Leftrightarrow 2x > -1$$

$$\Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}.$$

Vậy bất phương trình có nghiệm $x > -\frac{1}{2}$.

Do đó mệnh đề \bar{Q} “Bất phương trình $2x + 1 > 0$ vô nghiệm” là mệnh đề sai.

Vận dụng trang 7 SGK Toán 10 tập 1: Cho mệnh đề Q : “Châu Á là châu lục có diện tích lớn nhất trên thế giới”. Phát biểu mệnh đề phủ định \bar{Q} và xác định tính đúng sai của hai mệnh đề Q và \bar{Q} .

Lời giải

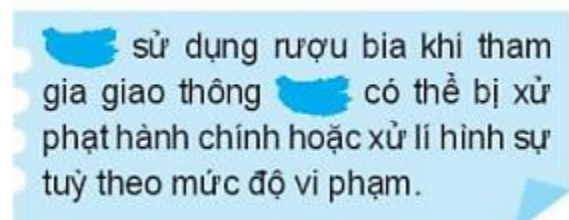
Mệnh đề phủ định của mệnh đề Q là:

\bar{Q} : “Châu Á không phải là châu lục có diện tích lớn nhất trên thế giới”

Châu Á phần lớn nằm ở Bắc bán cầu, là châu lục có diện tích lớn nhất trên thế giới. Thiên nhiên của châu Á rất đa dạng. Diện tích châu lục này bao phủ 8,7% tổng diện tích Trái Đất (chiếm 29,4% tổng diện tích lục địa). (Theo https://vi.wikipedia.org/wiki/Châu_Á)

Do đó mệnh đề Q là mệnh đề đúng, mệnh đề \bar{Q} là mệnh đề sai.

Hoạt động 3 trang 8 SGK Toán 10 tập 1: Cặp từ quan hệ nào sau đây phù hợp với vị trí bị che khuất trong câu ghép ở hình bên



A. Nếu ... thì ...

B. Tuy ... nhưng ...

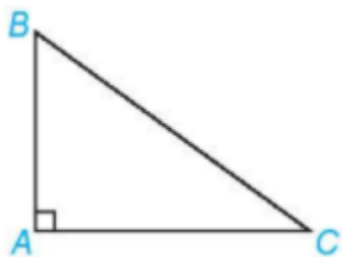
Lời giải

Cặp từ phù hợp điền vào vị trí bị che khuất là:

Nếu sử dụng rượu bia khi tham gia giao thông **thì** có thể bị xử phạt hành chính hoặc xử lý hình sự tùy theo mức độ vi phạm.

Chọn A.

Hoạt động 4 trang 8 SGK Toán 10 tập 1: Cho hai câu sau:



P: “Tam giác ABC là tam giác vuông tại A”;

Q: “Tam giác ABC có $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ”.

Hãy phát biểu câu ghép có dạng “Nếu P thì Q”.

Lời giải

Phát biểu câu ghép dạng “Nếu P thì Q” như sau:

Nếu tam giác ABC là tam giác vuông tại A thì tam giác ABC có $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

Hoạt động 5 trang 8 SGK Toán 10 tập 1: Xét hai câu sau:

P: “Phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm phân biệt”;

Q: “Phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ có biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ ”;

a) Hãy phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$.

b) Hãy phát biểu mệnh đề $Q \Rightarrow P$.

Lời giải

a) Ta phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$ như sau:

Nếu phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm phân biệt thì phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ có biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac > 0$.

b) Ta phát biểu mệnh đề $Q \Rightarrow P$ như sau:

Nếu phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ có biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ thì phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Luyện tập 3 trang 9 SGK Toán 10 tập 1: Cho các mệnh đề P: “a và b chia hết cho c”;

Q: “a + b chia hết cho c”.

a) Hãy phát biểu định lý $P \Rightarrow Q$. Nêu giả thiết, kết luận của định lý và phát biểu định lý dưới dạng điều kiện cần, điều kiện đủ.

b) Hãy phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$ rồi xác định tính đúng sai của mệnh đề đảo này.

Lời giải

a) Ta phát biểu định lý $P \Rightarrow Q$ như sau:

“Nếu a và b chia hết cho c thì a + b chia hết cho c.”

Giả thiết	a và b chia hết cho c
Kết luận	a + b chia hết cho c.

Ta phát biểu định lý $P \Rightarrow Q$ được phát biểu dưới dạng điều kiện cần, điều kiện đủ là:

+) “a và b chia hết cho c là **điều kiện đủ** để có a + b chia hết cho c.”

+) “a + b chia hết cho c là **điều kiện cần** để có a và b chia hết cho c.”

b) Ta phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$ như sau:

“Nếu a + b chia hết cho c thì a và b chia hết cho c.”

Ví dụ: $a = 10, b = 2, c = 6$

Ta có: $a + b = 10 + 2 = 12$ chia hết cho 6 nhưng $a = 10$ không chia hết cho 6 và $b = 2$ cũng không chia hết cho 6. Do đó mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là mệnh đề sai.

Hoạt động 6 trang 9 SGK Toán 10 tập 1: Hãy xác định tính đúng sai của mệnh đề sau:

“Một số tự nhiên chia hết cho 5 nếu số đó có chữ số tận cùng bằng 0 hoặc 5 và ngược lại”.

Lời giải

Theo dấu hiệu chia hết cho 5, ta có:

Số tự nhiên có chữ số tận cùng là 0 hoặc 5 thì chia hết cho 5 và chỉ những số đó mới chia hết cho 5.

Do đó mệnh đề đã cho là mệnh đề đúng.

Luyện tập 4 trang 9 SGK Toán 10 tập 1: Phát biểu điều kiện cần và đủ để số tự nhiên n chia hết cho 2.

Lời giải

Xét hai mệnh đề:

P: “ n là số tự nhiên chẵn”;

Q: “ n chia hết cho 2”.

Ta có các mệnh đề: $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ đều là các mệnh đề đúng. Do đó mệnh đề tương đương $P \Leftrightarrow Q$ đúng.

Vậy ta phát biểu điều kiện cần và đủ để số tự nhiên n chia hết cho 2 như sau:

“ n là số tự nhiên chẵn là điều kiện cần và đủ để n chia hết cho 2.”

Câu hỏi trang 10 SGK Toán 10 tập 1: Em hãy xác định tính đúng sai của hai mệnh đề trên.

Mệnh đề P: “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$ ”;

Mệnh đề Q: “ $\exists x \in \mathbb{Q}, x^2 = 2$ ”.

Lời giải

Mệnh đề P: “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$ ”.

Ta đã biết mọi số thực x đều có $x^2 \geq 0$

Nên mệnh đề P là mệnh đề đúng.

Mệnh đề Q: “ $\exists x \in \mathbb{Q}, x^2 = 2$ ”.

Ta có: $(\sqrt{2})^2 = (-\sqrt{2})^2 = 2$

Mà $-\sqrt{2}, \sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$. Vậy không tồn tại số x thuộc \mathbb{Q} để $x^2 = 2$

Do đó mệnh đề Q là mệnh đề sai.

Luyện tập 5 trang 10 SGK Toán 10 tập 1: Phát biểu bằng lời mệnh đề sau và cho biết mệnh đề đó đúng hay sai.

$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \leq 0$.

Lời giải

Ta phát biểu mệnh đề bằng lời như sau: “Với mọi số thực x , bình phương của nó cộng với 1 luôn bé hơn hoặc bằng 0”.

Ta chứng minh:

$$x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$\Rightarrow x^2 + 1 \geq 0 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy bình phương của một số thực x cộng với 1 luôn lớn hơn 0.

Do đó mệnh đề đã cho là mệnh đề sai.

Luyện tập 6 trang 10 SGK Toán 10 tập 1: Trong tiết học môn Toán, Nam phát biểu: “Mọi số thực đều có bình phương khác 1”.

Mai phát biểu: “Có một số thực mà bình phương của nó bằng 1”.

a) Hãy cho biết phát biểu của bạn nào đúng.

b) Dùng kí hiệu \forall, \exists để viết lại các phát biểu của Nam và Mai dưới dạng mệnh đề.

Lời giải

a) Ta có, $1^2 = 1, (-1)^2 = 1$ nên có ít nhất một số thực mà bình phương của nó bằng 1.

Mai phát biểu đúng.

b) Dùng kí hiệu \forall, \exists để viết lại các phát biểu của Nam và Mai dưới dạng mệnh đề là:

Phát biểu của Nam là: “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \neq 1$ ”.

Phát biểu của Mai là: “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 1$ ”.

Bài 1.1 trang 11 SGK Toán 10 tập 1: Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề?

a) Trung Quốc là nước đông dân nhất thế giới;

b) Bạn học trường nào?

c) Không được làm việc riêng trong giờ học;

d) Tôi sẽ sút bóng trúng xà ngang.

Lời giải

a) “Trung Quốc là nước đông dân nhất thế giới” là một mệnh đề vì có thể xác định được tính đúng sai của nó.

b) “Bạn học trường nào?” là một câu hỏi nên không xác định được tính đúng sai của nó. Do đó đây không là một mệnh đề.

c) “Không được làm việc riêng trong giờ học” là một câu không xác định được tính đúng sai. Do đó đây không là một mệnh đề.

d) “Tôi sẽ sút bóng trúng xà ngang” là một câu không xác định được tính đúng sai. Do đó đây không là một mệnh đề.

Bài 1.2 trang 11 SGK Toán 10 tập 1: Xác định tính đúng sai của mỗi mệnh đề sau:

a) $\pi > \frac{10}{3}$;

b) Phương trình $3x + 7 = 0$ có nghiệm;

c) Có ít nhất một số cộng với chính nó bằng 0;

d) 2 022 là hợp số.

Lời giải

a) Mệnh đề $\pi > \frac{10}{3}$

Ta có: $\pi \approx 3,14; \frac{10}{3} \approx 3,33$ mà $3,14 < 3,33 \Rightarrow \pi < \frac{10}{3}$. Mệnh đề ý a) là mệnh đề sai.

b) Giải phương trình: $3x + 7 = 0$

$$\Leftrightarrow 3x = -7$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{7}{3}$$

Do đó phương trình có nghiệm.

Nên mệnh đề ý b) là đúng.

c) Ta thấy $0 + 0 = 0$ do đó, c) đúng.

d) 2 022 có ước là 2 khác 1 và chính nó. Suy ra 2 022 là hợp số. Do đó mệnh đề d) đúng.

Bài 1.3 trang 11 SGK Toán 10 tập 1: Cho hai câu sau:

P: “Tam giác ABC là tam giác vuông”;

Q: “Tam giác ABC có một góc bằng tổng hai góc còn lại”.

Hãy phát biểu mệnh đề tương đương $P \Leftrightarrow Q$ và xác định tính đúng sai của mệnh đề này.

Lời giải

Mệnh đề tương đương $P \Leftrightarrow Q$ được phát biểu như sau:

“Tam giác ABC là tam giác vuông nếu và chỉ nếu tam giác ABC có một góc bằng tổng hai góc còn lại”.

+) P suy ra Q: Nếu tam giác ABC là tam giác vuông thì tam giác ABC có một góc bằng tổng hai góc còn lại.

Đây là một mệnh đề đúng vì:

Nếu tam giác ABC có $A = 90^0$ thì $B + C = 180^0 - 90^0 = 90^0 = A$.

+) Q suy ra P: Nếu tam giác ABC có một góc bằng tổng hai góc còn lại thì tam giác ABC là tam giác vuông.

Đây là một mệnh đề đúng vì:

Giả sử tam giác ABC có $A = B + C$

Xét tam giác ABC ta có: $A + B + C = 180^0$ (định lý tổng ba góc trong một tam giác)

$$\Leftrightarrow A + A = 180^0$$

$$\Leftrightarrow A = 90^0$$

Suy ra tam giác ABC vuông tại A.

Vì $P \Rightarrow Q$ đúng và $Q \Rightarrow P$ đúng nên mệnh đề $Q \Leftrightarrow P$ là đúng.

Do đó mệnh đề trên là mệnh đề đúng.

Bài 1.4 trang 11 SGK Toán 10 tập 1: Phát biểu mệnh đề đảo của mỗi mệnh đề sau và xác định tính đúng sai của chúng.

P: “Nếu số tự nhiên n có chữ số tận cùng là 5 thì n chia hết cho 5”.

Q: “Nếu tứ giác ABCD là hình chữ nhật thì tứ giác ABCD có hai đường chéo bằng nhau”.

Lời giải

Mệnh đề đảo của mệnh đề P là: “Nếu số tự nhiên n chia hết cho 5 thì n có chữ số tận cùng là 5”.

Theo dấu hiệu chia hết cho 5 ta biết, số tự nhiên n chia hết cho 5 khi n có tận cùng là 0 hoặc 5 nên mệnh đề đảo của mệnh đề P sai.

Ví dụ 20 chia hết cho 5 nhưng 20 lại có tận cùng là 0.

Mệnh đề đảo của mệnh đề Q là: “Nếu tứ giác ABCD có hai đường chéo bằng nhau thì tứ giác ABCD là hình chữ nhật.”

Tứ giác ABCD có hai đường chéo bằng nhau chưa chắc tứ giác đó là hình chữ nhật. Do đó mệnh đề đảo của mệnh đề Q là sai.

Ví dụ: Hình thang cân có hai đường chéo bằng nhau nhưng không phải hình chữ nhật.

Bài 1.5 trang 11 SGK Toán 10 tập 1: Với hai số thực a và b , xét các mệnh đề P: “ $a^2 < b^2$ ” và Q: “ $0 < a < b$ ”.

- a) Hãy phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$.
- b) Hãy phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề ở câu a.
- c) Xác định tính đúng sai của mỗi mệnh đề ở câu a và câu b.

Lời giải

a) Ta phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$ như sau: “Với a, b là số thực, nếu $a^2 < b^2$ thì $0 < a < b$ ”.

b) Ta phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$ như sau: “Với a, b là số thực, nếu $0 < a < b$ thì $a^2 < b^2$ ”.

c)

- Xét mệnh đề $P \Rightarrow Q$

Với $a = -3$; $b = -4$ thì $a^2 = (-3)^2 = 9$ và $b^2 = (-4)^2 = 16$ do đó, $a^2 < b^2$ ($9 < 16$).

Tuy nhiên $0 > a > b$ ($0 > -3 > -4$)

Do đó $P \Rightarrow Q$ sai.

- Xét mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$.

Ta thấy mệnh đề này là một mệnh đề đúng.

Do đó mệnh đề ý a) là mệnh đề sai.

Mệnh đề ở ý b) là mệnh đề đúng.

Bài 1.6 trang 11 SGK Toán 10 tập 1: Xác định tính đúng sai của các mệnh đề sau và tìm mệnh đề phủ định của nó.

Q: “ $\exists n \in \mathbb{N}$, n chia hết cho $n + 1$ ”.

Lời giải

Với $n = 0$, $n + 1 = 1$, khi đó 0 chia hết cho 1 hoặc $n = -2$ thì $n + 1 = -1$, khi đó, -2 chia hết cho -1.

Suy ra mệnh đề Q là mệnh đề đúng.

Ta phát biểu mệnh đề phủ định của mệnh đề Q là mệnh đề \bar{Q} : “ $\forall n \in \mathbb{N}$, n không chia hết cho $n + 1$ ”. Đây là mệnh đề sai.

Bài 1.7 trang 11 SGK Toán 10 tập 1: Dùng kí hiệu \forall, \exists để viết các mệnh đề sau:

P: “Mọi số tự nhiên đều có bình phương lớn hơn hoặc bằng chính nó”;

Q: “Có một số thực cộng với chính nó bằng 0”.

Lời giải

+) Mệnh đề P: “Mọi số tự nhiên đều có bình phương lớn hơn hoặc bằng chính nó” được viết lại như sau:

$$P: “\forall n \in \mathbb{N}, n^2 \geq n”.$$

+) Mệnh đề Q: “Có một số thực cộng với chính nó bằng 0” được viết lại như sau:

$$Q: “\exists x \in \mathbb{R}, x + x = 0”.$$

