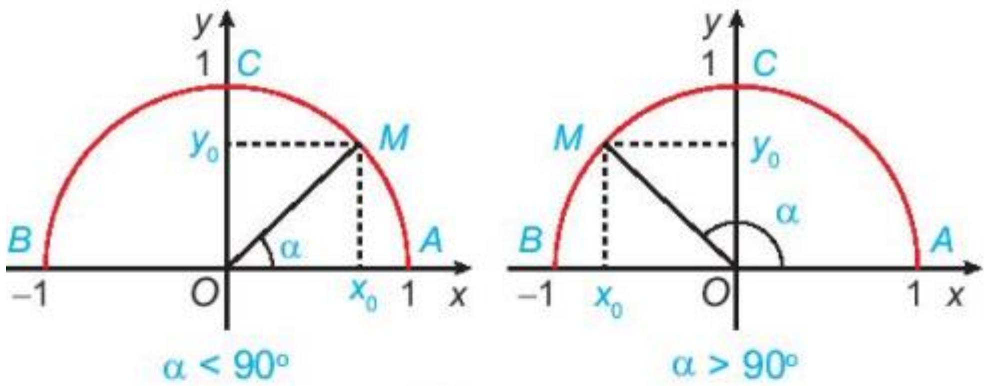
Ôn tập chương 3

A. Lý thuyết

1. Giá trị lượng giác của một góc

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, nửa đường tròn tâm O, bán kính R = 1 nằm phía trên trục hoành được gọi là nửa đường tròn đơn vị.

Cho trước một góc α, $0° \le \alpha \le 180°$. Khi đó, có duy nhất điểm $M(x_0; y_0)$ trên nửa đường tròn đơn vị để $\widehat{xOM} = \alpha$.



- Định nghĩa tỉ số lượng giác của một góc từ 0^0 đến 180^0

Với mỗi góc α ($0° \le \alpha \le 180°$), gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm trên nửa đường tròn đơn vị sao cho $\widehat{xOM} = \alpha$. Khi đó:

+ sin của góc α là tung độ y_0 của điểm M, được kí hiệu là sin α;

+ côsin của góc α là hoành độ x_0 của điểm M, được kí hiệu là cos α;

+ Khi $\alpha \ne 90°$ (hay $x_0 \ne 0$), tang của α là $\frac{y_0}{x_0}$, được kí hiệu là tan α;

+ Khi $\alpha \ne 0°$ và $\alpha \ne 180°$ (hay $y_0 \ne 0$), côtang của α là $\frac{x_0}{y_0}$, được kí hiệu là cot α.

- Từ định nghĩa trên ta có:

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} (\alpha \ne 90°); \cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} (\alpha \ne 0° \text{và } \alpha \ne 180°);$$

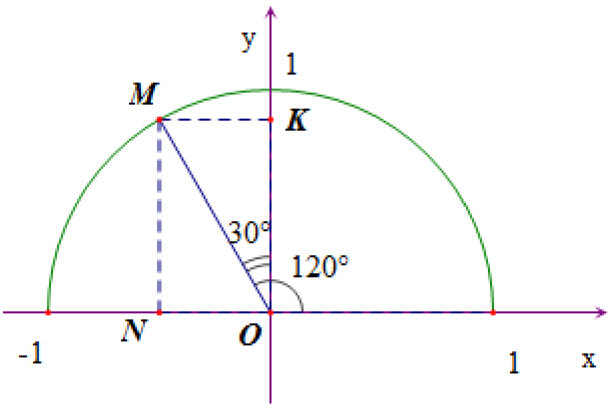
$$\tan\alpha = \frac{1}{\cot\alpha} \ (\alpha \notin \{0°;90°;180°\})$$

- Bảng giá trị lượng giác (GTLG) của một số góc đặc biệt:

GTLG \ α	0°	30°	45°	60°	90°	180°
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\tan\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\parallel$	0
$\cot\alpha$	$\parallel$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\parallel$

Chú ý: Kí hiệu || chỉ giá trị lượng giác tương ứng không xác định.

Ví dụ: Tìm các giá trị lượng giác của góc 120°.



Gọi M là điểm trên nửa đường tròn đơn vị sao cho $xOM = 120^0$. Gọi N, K tương ứng là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox, Oy.

Do $xOM = 120^0$ và $xOK = 90^0$ nên $KOM = 30^0$ và $MON = 60^0$.

Từ bảng GTLG của một số góc đặc biệt:

Ta có: $\cos 60^0 = \frac{1}{2}$ và $\cos 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Các tam giác MOK và MON là các tam giác vuông với cạnh huyền bằng 1

Suy ra $ON = \cos MON.OM = \cos 60^0.1 = \frac{1}{2}$ và $OK = \cos MOK.OM = \cos 30^0.1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Mặt khác, do điểm M nằm bên trái trục tung nên $M\left(-\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Theo định nghĩa giá trị lượng giác ta có:

sin 120^0 = $\frac{\sqrt{3}}{2}$

cos 120^0 = $-\frac{1}{2}$

tan 120^0 = $\frac{\sin 120^0}{\cos 120^0} = -\sqrt{3}$

cot 120^0 = $\frac{\cos 120^0}{\sin 120^0} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Vậy sin 120^0 = $\frac{\sqrt{3}}{2}$; cos 120^0 = $-\frac{1}{2}$; tan 120^0 = $-\sqrt{3}$; cot 120^0 = $-\frac{1}{\sqrt{3}}$.

- Ta có thể dùng máy tính bỏ túi để tính giá trị gần đúng của các giá trị lượng giác của một góc.

Ví dụ:

Tính	Bấm phím	Kết quả
$\sin 48°50'40''$	sin 4 8 °''' 5 0 °''' 4 0 °''' =	$\sin 48°50'40'' \approx 0,7529256291$
$\cos 112°12'45''$	cos 1 1 2 °''' 1 2 °''' 4 5 °''' =	$\cos 112°12'45'' \approx -0,3780427715$
$\tan 15°$	tan 1 5 =	$\tan 15° = 2-\sqrt{3}$

- Ta cũng có thể tìm được góc khi biết một giá trị lượng giác của góc đó.

Ví dụ:

Tìm x, biết	Bấm phím	Kết quả
$\sin x = 0,3456$	SHIFT sin ($\sin^{-1}$) 0 . 3 4 5 6 = °'''	$x \approx 20°13'7''$

Chú ý:

+ Khi tìm x biết sin x, máy tính chỉ đưa ra giá trị x ≤ 90°.

+ Muốn tìm x khi biết cos x, tan x, ta cũng làm tương tự như trên, chỉ thay phím sin tương ứng bởi phím cos, tan.

2. Mối quan hệ giữa các giá trị lượng giác của hai góc bù nhau

Đối với hai góc bù nhau, α và 180° – α, ta có:

$\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$;

$\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$;

$\tan(180° - \alpha) = -\tan\alpha \ \ (\alpha \neq 90°)$;

$\cot(180° - \alpha) = -\cot\alpha \ \ (0° < \alpha < 180°)$.

Chú ý:

- Hai góc bù nhau có sin bằng nhau ; có côsin , tang, côtang đối nhau.

Ví dụ: Tính các giá trị lượng giác của góc 135°.

Hướng dẫn giải

Ta có 135° + 45° = 180°, vì vậy góc 135° và góc 45° là hai góc bù nhau:

Suy ra:

$\sin 135° = \sin 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos 135° = -\cos 45° = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\tan 135° = -\tan 45° = -1$

$\cot 135° = -\cot 45° = -1$.

Vậy $\sin 135° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$; $\cos 135° = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$; $\tan 35° = -1$; $\cot 135° = -1$.

- Hai góc phụ nhau có sin góc này bằng côsin góc kia, tang góc này bằng côtang góc kia.

Ví dụ:

Ta có $30° + 60° = 90°$ nên góc 30° và góc 60° là hai góc phụ nhau.

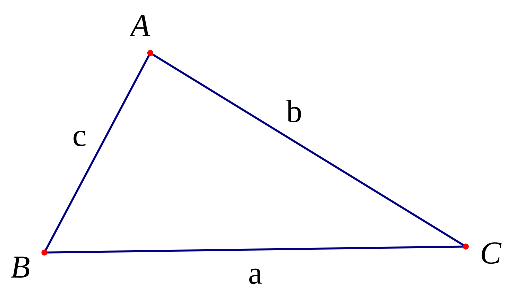
Khi đó:

$\sin 30° = \cos 60° = \frac{1}{2}$

$\tan 30° = \cot 60° = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

3. Định lí côsin

Đối với tam giác ABC, ta thường kí hiệu A, B, C là các góc của tam giác tại đỉnh tương ứng; a, b, c tương ứng là độ dài của các cạnh đối diện với đỉnh A, B, C; p là nửa chu vi; S là diện tích; R, r tương ứng là bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác.



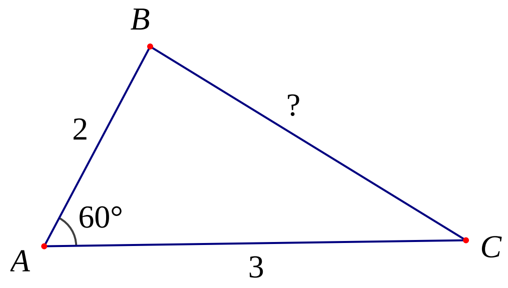
Định lí Côsin. Trong tam giác ABC:

$a^2 = b^2 + c^2 – 2bc.\cos A$.

$b^2 = c^2 + a^2 – 2ca.\cos B$.

$c^2 = a^2 + b^2 – 2ab.\cos C$.

Ví dụ: Cho tam giác ABC có góc A bằng 60° và AB = 2 cm, AC = 3 cm. Tính độ dài cạnh BC.



Hướng dẫn giải

Áp dụng Định lí côsin cho tam giác ABC, ta có:

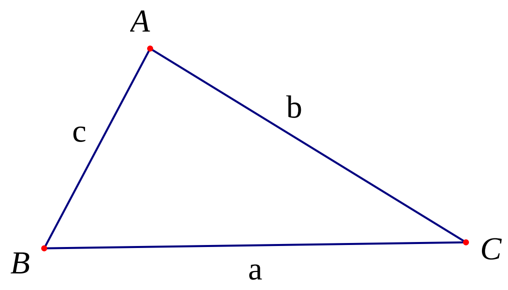
$BC^2 = AB^2 + AC^2 – 2AB . AC . \cos 60^0 = 2^2 + 3^2 – 2.2.3.\frac{1}{2} = 7.$

Suy ra BC = $\sqrt{7}$ (cm)

Vậy BC = $\sqrt{7}$ cm.

4. Định lí sin

Đối với tam giác ABC, ta thường kí hiệu A, B, C là các góc của tam giác tại đỉnh tương ứng; a, b, c tương ứng là độ dài của các cạnh đối diện với đỉnh A, B, C; p là nửa chu vi; S là diện tích; R, r tương ứng là bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác.



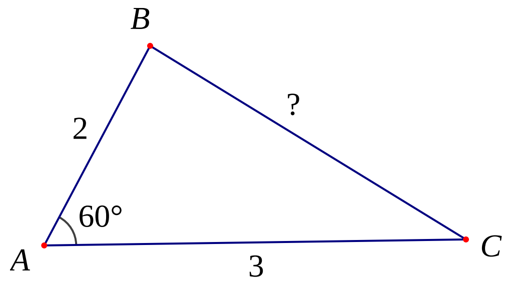
Định lí Côsin. Trong tam giác ABC:

$a^2 = b^2 + c^2 – 2bc.\cos A.$

$b^2 = c^2 + a^2 – 2ca.\cos B.$

$c^2 = a^2 + b^2 – 2ab.\cos C.$

Ví dụ: Cho tam giác ABC có góc A bằng 60° và AB = 2 cm, AC = 3 cm. Tính độ dài cạnh BC.



Hướng dẫn giải

Áp dụng Định lí côsin cho tam giác ABC, ta có:

$BC^2 = AB^2 + AC^2 – 2AB . AC . \cos 60^0 = 2^2 + 3^2 – 2.2.3.\dfrac{1}{2} = 7.$

Suy ra BC = $\sqrt{7}$ (cm)

Vậy BC = $\sqrt{7}$ cm.

5. Giải tam giác và ứng dụng thực tế

- Việc tính độ dài các cạnh và số đo các góc của một tam giác khi biết một số yếu tố của tam giác đó được gọi là giải tam giác.

Chú ý: Áp dụng định lí côsin, sin và sử dụng máy tính cầm tay, ta có thể tính (gần đúng) các cạnh và góc của một tam giác trong các trường hợp sau:

+ Biết hai cạnh và góc xen giữa.

+ Biết ba cạnh.

+ Biết một cạnh và hai góc kề.

Ví dụ: Giải tam giác ABC biết b = 12, $\hat{C} = 60°$, $\hat{A} = 100°$.

Hướng dẫn giải

Theo định lí tổng ba góc của tam giác, ta có: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$.

Suy ra $B = 180° - (A + C) = 180° - (100° + 60°) = 20°$.

Áp dụng định lí sin, ta có: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$\Leftrightarrow \frac{a}{\sin 100°} = \frac{12}{\sin 20°} = \frac{c}{\sin 60°}$

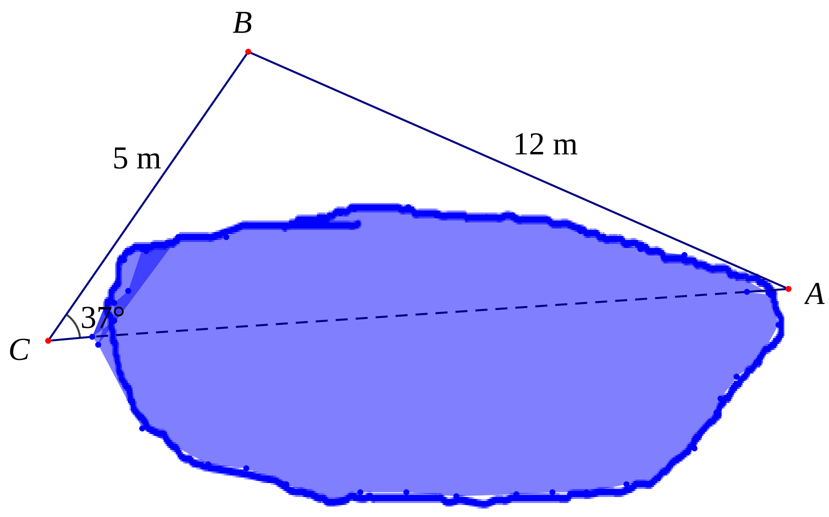
Suy ra:

$a = \frac{12}{\sin 20°} \cdot \sin 100° \approx 34,6$

$c = \frac{12}{\sin 20°} \cdot \sin 60° \approx 30,4$

Vậy tam giác ABC có: $A = 100°$, $B = 20°$, $C = 60°$; $a \approx 34,6$; $b = 12$; $c \approx 30,4$.

Ví dụ: Để đo khoảng cách giữa hai đầu C và A của một hồ nước người ta không thể đi trực tiếp từ C đến A, người ta tiến hành như sau: Chọn 1 điểm B sao cho đo được khoảng cách BC, BA và góc BCA. Sau khi đo, ta nhận được BC = 5m, BA = 12m, $BCA = 37^0$. Tính khoảng cách AC (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Hướng dẫn giải

Áp dụng định lí sin đối với tam giác ABC ta có:

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{\sin A} = \frac{12}{\sin 37^0}$$

$$\Rightarrow \sin A = \frac{5.\sin 37^0}{12} \approx 0,2508$$

$\Rightarrow$ A ≈ 14°31’

$\Rightarrow$ B ≈ 180° – (37° + 14°31’) = 128°29’.

Áp dụng định lí sin, ta có: $\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C}$

$$\Rightarrow AC = \frac{AB}{\sin C} \cdot \sin B = \frac{12}{\sin 37°} \cdot \sin 128°29' \approx 15,61 \text{ (m)}$$

Vậy khoảng cách AC ≈ 15,61 m.

6. Công thức tính diện tích tam giác

Đối với tam giác ABC: A, B, C là các góc của tam giác tại đỉnh tương ứng; a, b, c tương ứng là độ dài của các cạnh đối diện với đỉnh A, B, C; p là nửa chu vi; S là diện tích; R, r tương ứng là bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác.

Ta có các công thức tính diện tích tam giác ABC sau:

+) $S = pr = \frac{(a+b+c)r}{2}$

+) $S = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ca \sin B = \frac{1}{2} ab \sin C$.

+) $S = \frac{abc}{4R}$

+) Công thức Heron: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

Ví dụ:

a) Tính diện tích tam giác ABC biết các cạnh b = 14 cm, c = 35 cm và $A = 60^0$.

b) Tính diện tích tam giác ABC và bán kính đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp tam giác ABC, biết các cạnh a = 4 cm, b = 5 cm, c = 3 cm.

Hướng dẫn giải

a) Áp dụng công thức tính diện tích tam giác ABC, ta có:

$$S = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2}.14.35.\sin 60° = \frac{1}{2}.14.35.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{245\sqrt{3}}{2}\ (cm^2).$$

Vậy diện tích tam giác ABC là: $\frac{245\sqrt{3}}{2}$ cm^2.

b) Ta có nửa chu vi của tam giác ABC là: $p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{4+5+3}{2} = \frac{12}{2} = 6\,(cm)$.

Áp dụng công thức Heron, ta có diện tích tam giác ABC là:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{6.(6-4).(6-5).(6-3)} = \sqrt{36} = 6\ (cm^2).$$

Mặt khác: $S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{4.5.3}{4.6} = \frac{5}{2} = 2,5\,(cm)$.

Ta có: $S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{6}{6} = 1$ (cm).

Vậy diện tích tam giác ABC là 6 cm^2, bán kính đường tròn ngoại tiếp là 2,5 cm; bán kính đường tròn nội tiếp là 1 cm.

B. Bài tập tự luyện

B1. Bài tập tự luận

Bài 1. Tính diện tích tam giác ABC biết a = 12 cm, b = 15 cm , c = 23 cm.

Hướng dẫn giải

Ta có $p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{12+15+23}{2} = \frac{50}{2} = 25$ (cm).

Áp dụng công thức Heron cho tam giác ABC ta có:

S = $\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

S = $\sqrt{25.(25-12).(25-15).(25-23)} = \sqrt{6500} \approx 80,62$ (cm^2).

Vậy diện tích tam giác ABC là 80,62 cm^2.

Bài 2. Cho $A = \dfrac{3\sin\alpha - \cos\alpha}{\sin\alpha + \cos\alpha}$ và tan α = $\sqrt{2}$. Chứng minh $A = 7 - 4\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \sqrt{2} \Rightarrow \sin\alpha = \sqrt{2}\cos\alpha$

Suy ra $A = \dfrac{3\sin\alpha - \cos\alpha}{\sin\alpha + \cos\alpha}$

$= \dfrac{3\sqrt{2}\cos\alpha - \cos\alpha}{\sqrt{2}\cos\alpha + \cos\alpha}$

$= \dfrac{(3\sqrt{2}-1)\cos\alpha}{(\sqrt{2}+1)\cos\alpha}$

$= \dfrac{3\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} = \dfrac{\left(3\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)}{\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)} = 7 - 4\sqrt{2}$

Vậy A= 7 – $4\sqrt{2}$.

Bài 3. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) 3sin150° + tan135° + cot45°

b) cot135° – tan60°. cos^{2}30°

Hướng dẫn giải

a) 3sin 150° + tan 135° + cot 45°

= 3.sin(180° – 30°) + tan(180° – 45°) + cot 45°

$= 3.\sin 30° - \tan 45° + \cot 45°$

$= 3 \cdot \frac{1}{2} + (-1) + 1 = \frac{3}{2}$.

b) $\cot 135° - \tan 60°. \cos^2 30°$

$= \cot(180° - 45°) - \tan 60°.\cos^2 30°$

$= -\cot 45° - \tan 60°.\cos^2 30°$

$= (-1) - \sqrt{3}.\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = -\frac{4+3\sqrt{3}}{4}$.

Bài 4. Cho góc α, biết $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Tính giá trị của biểu thức $A = 4\sin^2\alpha + 3\cos^2\alpha$.

Hướng dẫn giải

Ta có:

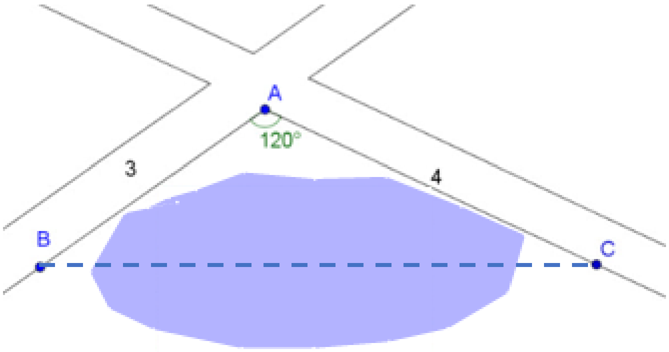
$A = 4\sin^2\alpha + 3\cos^2\alpha = (3\sin^2\alpha + 3\cos^2\alpha) + \sin^2\alpha = 3\ (\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) + \sin^2\alpha$

Vì $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$ và $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Thay vào A ta có: $A = 3.\ 1 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{7}{2}$;

Vậy $A = \frac{7}{2}$.

Bài 5. Một hồ nước nằm ở góc tạo bởi hai con đường. Hãy tính khoảng cách từ B đến C, biết góc tạo bởi hai con đường là góc A bằng 120° và khoảng cách từ A đến B là 3 km, khoảng cách từ A đến C là 4 km.



Hướng dẫn giải

Áp dụng định lí côsin cho tam giác ABC ta có:

$BC^2 = AB^2 + AC^2 – 2.AB.AC.\cos A = 3^2 + 4^2 – 2. 3. 4 . \cos 120° = 37.$

$\Rightarrow BC = \sqrt{37} \approx 6{,}08$ (km).

Vậy khoảng cách từ B đến C khoảng 6,08 km.

Bài 6. Giải tam giác ABC biết AB = 15, BC = 35, $\hat{B} = 60°$. (Độ dài cạnh AC làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất, số đo góc A và C làm tròn đến độ).

Hướng dẫn giải

Áp dụng định lí côsin cho tam giác ABC, ta có:

$AC^2 = AB^2 + BC^2 – 2. AB. BC . \cos B$

$= 15^2 + 35^2 – 2. 15. 35. \cos 60° = 925.$

Do đó $AC = \sqrt{925} \approx 30{,}4$.

Mặt khác:

$BC^2 = AB^2 + AC^2 – 2. AB. AC . \cos A$

$\Rightarrow \cos A = \dfrac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2.AB.AC} = \dfrac{15^2 + 925 - 35^2}{2.15.\sqrt{925}} \approx -0{,}08$.

$\Rightarrow \hat{A} \approx 95°$

$\Rightarrow C = 180° - (A + B) \approx 180° - (95° + 60°) = 25°$

Vậy tam giác ABC có:

$A \approx 95°;\ B = 60°;\ C \approx 25°.$

AB = 15, AC $\approx$ 30,4; BC = 35.

B2. Bài tập trắc nghiệm

Bài 1. Nếu 3cosx + 2 sinx = 2 và sinx < 0 thì giá trị đúng của sinx là:

A. $-\frac{5}{13}$;

B. $-\frac{7}{13}$;

C. $-\frac{9}{13}$;

D. $-\frac{12}{13}$.

Hướng dẫn giải

Đáp án đúng là: A

Ta có: 3cosx + 2 sinx = 2

$\Leftrightarrow$ (3cosx + 2 sinx)^2 = 4

$\Leftrightarrow$ 9cos^{2}x + 12cosx.sinx + 4sin^{2}x = 4(sin^{2}x + cos^{2}x)

$\Leftrightarrow$ 5cos^{2}x + 12cosx.sinx = 0

$\Leftrightarrow$ cosx(5cosx + 12sinx) = 0

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \\ 5\cos x + 12\sin x = 0 \end{array}\right.$

Với cosx = 0 $\Rightarrow$ sinx = 1 loại vì sinx < 0.

Với 5cosx + 12sinx = 0, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 5\cos x + 12\sin x = 0 \\ 3\cos x + 2\sin x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -\frac{5}{13} \\ \cos x = \frac{12}{13} \end{cases}$.

Vậy $\sin x = -\frac{5}{13}$.

Bài 2. Biết tanα = 2, giá trị của biểu thức $M = \frac{3\sin\alpha - 2\cos\alpha}{5\cos\alpha + 7\sin\alpha}$ bằng:

A. $-\frac{4}{9}$;

B. $\frac{4}{19}$;

C. $-\frac{4}{19}$;

D. $\frac{4}{9}$.

Hướng dẫn giải

Đáp án đúng là: B

Cách 1: Vì $\cos\alpha \neq 0$ nên chia cả tử và mẫu của M cho cosα ta có:

$$M = \frac{3\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} - 2}{5 + 7\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}} = \frac{3.\tan\alpha - 2}{5 + 7.\tan\alpha} = \frac{3.2 - 2}{5 + 7.2} = \frac{4}{19}.$$

Cách 2: Ta có: $\tan\alpha = 2 \Leftrightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = 2\left(\cos\alpha \neq 0\right) \Leftrightarrow \sin\alpha = 2\cos\alpha$, thay sinα = 2cosα vào M ta được $M = \frac{3.2\cos\alpha - 2\cos\alpha}{5\cos\alpha + 7.2\cos\alpha} = \frac{4\cos\alpha}{19\cos\alpha} = \frac{4}{19}$.

Bài 3. Cho $\cos\alpha = -\frac{4}{5}$ và góc α thỏa mãn 90° < α < 180°. Khi đó.

A. $\cot\alpha = \frac{4}{3}$;

B. $\sin\alpha = \frac{3}{5}$;

C. $\tan\alpha = \frac{4}{5}$.

D. $\sin\alpha = -\frac{3}{5}$.

Hướng dẫn giải

Đáp án đúng là: B

Ta có $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\Leftrightarrow \sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha = 1 - \left(-\frac{4}{5}\right)^2 = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin\alpha = \frac{3}{5} \\ \sin\alpha = -\frac{3}{5} \end{array}\right.$

Vì $90° < \alpha < 180°$ nên $\sin\alpha > 0$. Do đó $\sin\alpha = \frac{3}{5}$

$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\frac{3}{4}$, $\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = -\frac{4}{3}$.

Vậy đáp án đúng là B.

Bài 4. Cho $\cos\alpha = -\frac{4}{5}$ và góc α thỏa mãn $90° < \alpha < 180°$. Khi đó.

A. $\cot\alpha = \frac{4}{3}$;

B. $\sin\alpha = \frac{3}{5}$;

C. $\tan\alpha = \frac{4}{5}$.

D. $\sin\alpha = -\frac{3}{5}$.

Hướng dẫn giải

Đáp án đúng là: B

Ta có $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\Leftrightarrow \sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha = 1 - \left(-\frac{4}{5}\right)^2 = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin\alpha = \frac{3}{5} \\ \sin\alpha = -\frac{3}{5} \end{array}\right.$

Vì $90° < \alpha < 180°$ nên $\sin\alpha > 0$. Do đó $\sin\alpha = \frac{3}{5}$

$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\frac{3}{4}$, $\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = -\frac{4}{3}$.

Vậy đáp án đúng là B.

Bài 5. Biết $\tan\alpha = 2$, giá trị của biểu thức $M = \frac{3\sin\alpha - 2\cos\alpha}{5\cos\alpha + 7\sin\alpha}$ bằng:

A. $-\frac{4}{9}$;

B. $\frac{4}{19}$;

C. $-\frac{4}{19}$;

D. $\frac{4}{9}$.

Hướng dẫn giải

Đáp án đúng là: B

Cách 1: Vì $\cos\alpha \neq 0$ nên chia cả tử và mẫu của M cho $\cos\alpha$ ta có:

$$M = \frac{3\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} - 2}{5 + 7\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}} = \frac{3.\tan\alpha - 2}{5 + 7.\tan\alpha} = \frac{3.2 - 2}{5 + 7.2} = \frac{4}{19}.$$

Cách 2: Ta có: $\tan\alpha = 2 \Leftrightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = 2\left(\cos\alpha \ne 0\right) \Leftrightarrow \sin\alpha = 2\cos\alpha$, thay sinα = 2cosα vào M ta được $M = \frac{3.2\cos\alpha - 2\cos\alpha}{5\cos\alpha + 7.2\cos\alpha} = \frac{4\cos\alpha}{19\cos\alpha} = \frac{4}{19}$.

Bài 6. Nếu 3cosx + 2 sinx = 2 và sinx < 0 thì giá trị đúng của sinx là:

A. $-\frac{5}{13}$;

B. $-\frac{7}{13}$;

C. $-\frac{9}{13}$;

D. $-\frac{12}{13}$.

Hướng dẫn giải

Đáp án đúng là: A

Ta có: 3cosx + 2 sinx = 2

$\Leftrightarrow$ $(3\cos x + 2\sin x)^2 = 4$

$\Leftrightarrow$ $9\cos^2 x + 12\cos x.\sin x + 4\sin^2 x = 4(\sin^2 x + \cos^2 x)$

$\Leftrightarrow$ $5\cos^2 x + 12\cos x.\sin x = 0$

$\Leftrightarrow$ cosx(5cosx + 12sinx) = 0

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \\ 5\cos x + 12\sin x = 0 \end{array}\right.$$

Với cosx = 0 $\Rightarrow$ sinx = 1 loại vì sinx < 0.

Với 5cosx + 12sinx = 0, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 5\cos x + 12\sin x = 0 \\ 3\cos x + 2\sin x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -\frac{5}{13} \\ \cos x = \frac{12}{13} \end{cases}$.

Vậy $\sin x = -\frac{5}{13}$.