

Công thức tính công sai của cấp số cộng

1. Lý thuyết

Định nghĩa: (u_n) là cấp số cộng khi $u_{n+1} = u_n + d, n \in \mathbb{N}^*$ (d gọi là công sai)

Công sai d của cấp số cộng là số không phụ thuộc vào n .

2. Công thức

- Tính công sai dựa vào định nghĩa: $d = u_{n+1} - u_n$ hoặc $d = u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = \dots$

- Đề bài cho các dữ kiện khác: Lập hệ phương trình hai ẩn u_1 và d . Tìm u_1 và d .

3. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1:

a) Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn: $u_{n+1} = u_n + 5$. Tìm công sai của cấp số cộng.

b) Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn: $u_{n+1} = -3n + 5$. Tìm công sai của cấp số cộng.

Lời giải

a) Công sai của cấp số cộng là: $d = u_{n+1} - u_n = 5$.

b) Cách 1: Ta có: $u_n = -3(n-1) + 5 = -3n + 8$

Công sai của cấp số cộng là: $d = u_{n+1} - u_n = (-3n + 5) - (-3n + 8) = -3$.

Cách 2: Tính $u_1 = -3 \cdot 0 + 5 = 5$ và $u_2 = -3 \cdot 1 + 5 = 2$

Khi đó công sai của cấp số cộng: $d = u_2 - u_1 = 2 - 5 = -3$.

Ví dụ 2:

a) Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$ và $u_{14} = 18$. Tìm u_1, d của cấp số cộng?

b) Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn:
$$\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases}.$$

Tìm công sai của cấp số cộng.

Lời giải

a) Gọi d là công sai của cấp số cộng, ta có:

$$\begin{cases} u_4 = -12 \\ u_{14} = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = -12 \\ u_1 + 13d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -21 \\ d = 3 \end{cases}$$

Vậy $u_1 = -21$ và $d = 3$.

b) Gọi d là công sai của cấp số cộng, ta có:

$$\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d + 3(u_1 + 2d) - (u_1 + d) = -21 \\ 3(u_1 + 6d) - 2(u_1 + 3d) = -34 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3u_1 + 9d = -21 \\ u_1 + 12d = -34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = -3 \end{cases}$$

Vậy $u_1 = 2$ và $d = -3$.