

Bài 4. Xác suất của biến cố trong một số trò chơi đơn giản

A. Lý thuyết

I. Xác suất của biến cố trong trò chơi tung đồng xu

- Trong trò chơi tung đồng xu, ta quy ước đồng xu là cân đối và đồng chất.

Nhận xét:

Khi tung một đồng xu hai lần liên tiếp:

+ Tập hợp Ω các kết quả có thể xảy ra đối với mặt xuất hiện của đồng xu sau hai lần tung là $\Omega = \{SS; SN; NS; NN\}$, trong đó, chẳng hạn SN là kết quả “Lần thứ nhất đồng xu xuất hiện mặt sấp, lần thứ hai đồng xu xuất hiện mặt ngửa”.

+ Tập hợp Ω gọi là *không gian mẫu* trong trò chơi tung một đồng xu hai lần liên tiếp.

- Trong trò chơi tung một đồng xu hai lần liên tiếp, đối với mỗi biến cố A ta có định nghĩa cổ điển của xác suất như sau:

Xác suất của biến cố A, kí hiệu $P(A)$, là tỉ số giữa số các kết quả thuận lợi cho biến cố A và số phần tử của không gian mẫu Ω :

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)},$$

ở đó $n(A)$, $n(\Omega)$ lần lượt là số phần tử của hai tập hợp A và Ω .

Ví dụ: Tung một đồng xu hai lần liên tiếp.

a) Viết tập hợp Ω là không gian mẫu của trò chơi trên.

b) Xét biến cố A: “Có một lần đồng xu xuất hiện mặt sấp”. Tính xác suất của biến cố A.

Hướng dẫn giải

a) Không gian mẫu của trò chơi trên là: $\Omega = \{SS; SN; NS; NN\}$.

Vậy không gian mẫu là $\Omega = \{SS; SN; NS; NN\}$.

b) Từ $\Omega = \{SS; SN; NS; NN\} \Rightarrow n(\Omega) = 4$.

Có hai kết quả thuận lợi cho biến cố A là SN, NS, tức là $A = \{SN; NS\} \Rightarrow n(A) = 2$.

$$\Rightarrow \text{Xác suất của biến cố A là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

Vậy xác suất của biến cố A bằng $\frac{1}{2}$.

II. Xác suất của biến cố trong trò chơi gieo xúc xắc

- Trong trò chơi gieo xúc xắc, ta quy ước xúc xắc là cân đối và đồng chất.

Nhận xét: Khi gieo một xúc xắc hai lần liên tiếp, có 36 kết quả có thể xảy ra đối với mặt xuất hiện của xúc xắc sau hai lần gieo, đó là:

(1; 1)	(1; 2)	(1; 3)	(1; 4)	(1; 5)	(1; 6)
(2; 1)	(2; 2)	(2; 3)	(2; 4)	(2; 5)	(2; 6)
(3; 1)	(3; 2)	(3; 3)	(3; 4)	(3; 5)	(3; 6)
(4; 1)	(4; 2)	(4; 3)	(4; 4)	(4; 5)	(4; 6)
(5; 1)	(5; 2)	(5; 3)	(5; 4)	(5; 5)	(5; 6)
(6; 1)	(6; 2)	(6; 3)	(6; 4)	(6; 5)	(6; 6)

+ Tập hợp Ω các kết quả có thể xảy ra đối với mặt xuất hiện của xúc xắc sau hai lần gieo là $\Omega = \{(i; j) | i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, trong đó $(i; j)$ là kết quả “Lần đầu xuất hiện mặt i chấm, lần sau xuất hiện mặt j chấm”.

+ Tập hợp Ω gọi là *không gian mẫu* trong trò chơi gieo một xúc xắc hai lần liên tiếp.

- Trong trò chơi gieo một xúc xắc hai lần liên tiếp, đối với mỗi biến cố C ta có định nghĩa cổ điển của xác suất như sau:

Xác suất của biến cố C , kí hiệu $P(C)$, là tỉ số giữa số các kết quả thuận lợi cho biến cố C và số phần tử của không gian mẫu Ω :

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)},$$

ở đó $n(C)$, $n(\Omega)$ lần lượt là số phần tử của hai tập hợp C và Ω .

Ví dụ: Gieo một con xúc xắc hai lần liên tiếp.

a) Viết tập hợp Ω là không gian mẫu của trò chơi trên.

b) Xét biến cố C: “Hai lần gieo xuất hiện ít nhất một mặt là số chẵn”. Tính xác suất của biến cố C.

Hướng dẫn giải

Không gian mẫu của trò chơi gieo một con xúc xắc hai lần là: $\Omega = \{(i; j) | i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, trong đó $(i; j)$ là kết quả “Lần đầu xuất hiện mặt i chấm, lần sau xuất hiện mặt j chấm”.

Vậy ta có không gian mẫu của trò chơi gieo một con xúc xắc hai lần là:

$\Omega = \{(1; 1); (1; 2); (1; 3); (1; 4); (1; 5); (1; 6); (2; 1); (2; 2); (2; 3); (2; 4); (2; 5); (2; 6); (3; 1); (3; 2); (3; 3); (3; 4); (3; 5); (3; 6); (4; 1); (4; 2); (4; 3); (4; 4); (4; 5); (4; 6); (5; 1); (5; 2); (5; 3); (5; 4); (5; 5); (5; 6); (6; 1); (6; 2); (6; 3); (6; 4); (6; 5); (6; 6)\}$.

b) Từ $\Omega = \{(1; 1); (1; 2); (1; 3); (1; 4); (1; 5); (1; 6); (2; 1); (2; 2); (2; 3); (2; 4); (2; 5); (2; 6); (3; 1); (3; 2); (3; 3); (3; 4); (3; 5); (3; 6); (4; 1); (4; 2); (4; 3); (4; 4); (4; 5); (4; 6); (5; 1); (5; 2); (5; 3); (5; 4); (5; 5); (5; 6); (6; 1); (6; 2); (6; 3); (6; 4); (6; 5); (6; 6)\}$.

$$\Rightarrow n(\Omega) = 36.$$

Các kết quả thuận lợi cho biến cố C là: $(1; 2); (1; 4); (1; 6); (2; 1); (2; 2); (2; 3); (2; 4); (2; 5); (2; 6); (3; 2); (3; 4); (3; 6); (4; 1); (4; 2); (4; 3); (4; 4); (4; 5); (4; 6); (5; 2); (5; 4); (5; 6); (6; 1); (6; 2); (6; 3); (6; 4); (6; 5); (6; 6)$.

$\Rightarrow C = \{(1; 2); (1; 4); (1; 6); (2; 1); (2; 2); (2; 3); (2; 4); (2; 5); (2; 6); (3; 2); (3; 4); (3; 6); (4; 1); (4; 2); (4; 3); (4; 4); (4; 5); (4; 6); (5; 2); (5; 4); (5; 6); (6; 1); (6; 2); (6; 3); (6; 4); (6; 5); (6; 6)\}$.

$$\Rightarrow n(C) = 27.$$

$$\Rightarrow P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}.$$

Vậy xác suất của biến cố C là $\frac{3}{4}$.

B. Bài tập tự luyện

B.1 Bài tập tự luận

Bài 1. Gieo một con xúc xắc hai lần liên tiếp.

- Viết tập hợp Ω là không gian mẫu của trò chơi trên.
- Xét biến cố B: “Tổng số chấm của hai lần gieo nhỏ hơn 5”. Tính xác suất của biến cố B.

Hướng dẫn giải

Không gian mẫu của trò chơi gieo một con xúc xắc hai lần là: $\Omega = \{(i; j) | i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, trong đó $(i; j)$ là kết quả “Lần đầu xuất hiện mặt i chấm, lần sau xuất hiện mặt j chấm”.

Vậy ta có không gian mẫu của trò chơi gieo một con xúc xắc hai lần là:

$$\Omega = \{(1; 1); (1; 2); (1; 3); (1; 4); (1; 5); (1; 6); (2; 1); (2; 2); (2; 3); (2; 4); (2; 5); (2; 6); (3; 1); (3; 2); (3; 3); (3; 4); (3; 5); (3; 6); (4; 1); (4; 2); (4; 3); (4; 4); (4; 5); (4; 6); (5; 1); (5; 2); (5; 3); (5; 4); (5; 5); (5; 6); (6; 1); (6; 2); (6; 3); (6; 4); (6; 5); (6; 6)\}.$$

- Từ không gian mẫu Ω ở câu a $\Rightarrow n(\Omega) = 36$.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố B là: $(1; 1); (1; 2); (1; 3); (2; 1); (2; 2); (3; 1)$.

$$\Rightarrow B = \{(1; 1); (1; 2); (1; 3); (2; 1); (2; 2); (3; 1)\}.$$

$$\Rightarrow n(B) = 6.$$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$

Vậy xác suất của biến cố B là $\frac{1}{6}$.

Bài 2. Tung một đồng xu hai lần liên tiếp.

- Viết tập hợp Ω là không gian mẫu của trò chơi trên.
- Xét biến cố A: “Có ít nhất một lần xuất hiện mặt sấp”. Tính xác suất của biến cố A.

Hướng dẫn giải

- Không gian mẫu của trò chơi trên là: $\Omega = \{SS; SN; NS; NN\}$.

Vậy không gian mẫu là $\Omega = \{SS; SN; NS; NN\}$.

b) Từ $\Omega = \{SS; SN; NS; NN\} \Rightarrow n(\Omega) = 4$.

Có ba kết quả thuận lợi cho biến cố A là SS, SN, NS, tức là $A = \{SS; SN; NS\} \Rightarrow n(A) = 3$.

\Rightarrow Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{4}$.

Vậy xác suất của biến cố A bằng $\frac{3}{4}$.

B.2 Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Xác định số phần tử của không gian mẫu các kết quả có thể xảy ra đối với mặt xuất hiện của một xúc xắc sau 3 lần gieo.

A. 36;

B. 216;

C. 18;

D. 108.

Hướng dẫn giải

Đáp án đúng là: B

Ta xem việc thực hiện gieo xúc xắc 3 lần là một công việc gồm 3 giai đoạn:

Giai đoạn 1: Gieo xúc xắc lần 1 - có 6 kết quả có thể xảy ra.

Giai đoạn 2: Gieo xúc xắc lần 2 - có 6 kết quả có thể xảy ra.

Giai đoạn 3: Gieo xúc xắc lần 3 - có 6 kết quả có thể xảy ra.

Do đó, khi thực hiện gieo xúc xắc 3 lần thì theo quy tắc nhân có $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$ có thể xảy ra.

Vậy không gian mẫu có 216 phần tử.

Câu 2. Gieo đồng tiền hai lần. Xác suất để sau hai lần gieo thì kết quả của 2 lần tung là khác nhau.

A. $\frac{1}{3}$;

B. $\frac{1}{2}$;

C. $\frac{1}{4}$;

D. $\frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Đáp án đúng là: B

Ta có: $\Omega = \{SS; SN; NS; NN\} \Rightarrow n(\Omega) = 4$

Gọi B là biến cố kết quả của hai lần tung đồng xu là khác nhau : $B = \{SN; NS\}$.

$$\Rightarrow n(B) = 2$$

Vậy xác suất của biến cố B là : $\frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Câu 3. Gieo ngẫu nhiên hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Xác suất để sau hai lần gieo được số chấm giống nhau.

A. $\frac{5}{36}$;

B. $\frac{1}{6}$;

C. $\frac{1}{2}$;

D. 1.

Hướng dẫn giải

Đáp án đúng là: B

Ta có: $n(\Omega) = 6.6 = 36$

Gọi D là biến cố sau hai lần gieo được số chấm giống nhau.

$$\Rightarrow D = \{(1; 1); (2; 2); (3; 3); (4; 4); (5; 5); (6; 6)\}$$

$$\Rightarrow n(D) = 6.$$

Vậy xác suất của biến cố D là : $\frac{n(D)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.