Công thức giải phương trình chứa dấu căn chi tiết

I. Lí thuyết tổng họp

- Điều kiện xác định của \sqrt{A} là $A \ge 0$.

- Điều kiện xác định của
$$\frac{1}{\sqrt{A}}$$
 là $A > 0$.

- Để giải phương trình chứa dấu căn ta cần phải tìm điều kiện xác định và khử dấu căn bằng cách bình phương hai vế hoặc đặt ẩn phụ.

II. Các công thức:

$$\sqrt{A} = \sqrt{B} \Leftrightarrow \begin{cases} A \ge 0 (B \ge 0) \\ A = B \end{cases}$$

$$\sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \ge 0 \\ A = B^2 \end{cases}$$

$$\sqrt{A} + \sqrt{B} = \sqrt{C} \Leftrightarrow \begin{cases} A \ge 0 \\ B \ge 0 \\ A + B + 2\sqrt{AB} = C \end{cases}$$

$$\sqrt{A} + \sqrt{B} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$$

III. Ví dụ minh họa.

Bài 1: Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 4x + 6} = x + 4$.

Lời giải:

$$\sqrt{x^2 - 4x + 6} = x + 4$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+4 \ge 0 \\ x^2 - 4x + 6 = (x+4)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -4 \\ x^2 - 4x + 6 = x^2 + 8x + 4^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -4 \\ 12x = -10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -4 \\ x = \frac{-5}{6} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-5}{6}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ \frac{-5}{6} \right\}$.

Bài 2: Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 2x + 4} = \sqrt{2 - x}$.

Lời giải:

$$\sqrt{x^2 - 2x + 4} = \sqrt{2 - x}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x \ge 0 \\ x^2 - 2x + 4 = 2 - x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \le 2 \\ x^2 - x + 2 = 0 \end{cases}$$

Xét phương trình $x^2 - x + 2 = 0$ có: $\Delta = (-1)^2 - 4.1.2 = -7 < 0$

 \Rightarrow Phương trình $x^2 - x + 2 = 0$ vô nghiệm

Vậy phương trình $\sqrt{x^2 - 2x + 4} = \sqrt{2 - x}$ vô nghiệm.

Bài 3: Giải phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{x-2} = \sqrt{x-3}$.

Lời giải:

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{x-2} = \sqrt{x-3}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \ge 0 \\ x-2 \ge 0 \\ x+1+x-2+2\sqrt{(x-1)(x-2)} = x-3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 1 \\ x \ge 2 \\ 2\sqrt{x^2 - 2x - x + 2} = -x - 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 2 \\ \sqrt{x^2 - 3x + 2} = -\frac{1}{2}x - 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 2 \\ -\frac{1}{2}x - 1 \ge 0 \\ x^2 - 3x + 2 = \left(-\frac{1}{2}x - 1\right)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 2 \\ x \le -2 \end{cases}$$
$$x^2 - 3x + 2 = \left(-\frac{1}{2}x - 1\right)^2$$

$$\Leftrightarrow x \in \emptyset$$

Vậy phương trình vô nghiệm.

IV. Bài tập tự luyện.

Bài 1: Giải phương trình $\sqrt{3x^2-9x+1} = x-2$.

Bài 2: Giải phương trình $\sqrt{5x-1} + \sqrt{3x-2} - \sqrt{x-1} = 0$.