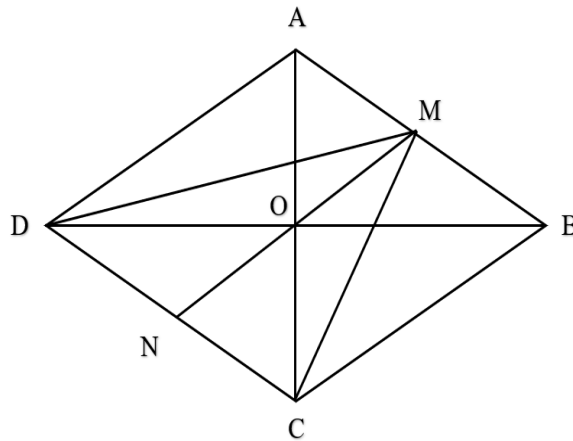


Bài 2: Tổng và hiệu của hai vector

Bài 1 trang 94 SBT Toán 10 Tập 1: Cho hình thoi ABCD và M là trung điểm cạnh AB, N là trung điểm cạnh CD. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MN}$.

Lời giải:



Gọi O là tâm hình thoi. O là trung điểm của AC và BD (tính chất hình thoi).

$$\Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0} \text{ và } \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}.$$

Ta có:

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{MO} = \overrightarrow{MN}.$$

$$\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{MO} = \overrightarrow{MN}.$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MN}.$$

Bài 2 trang 94 SBT Toán 10 Tập 1: Chứng minh rằng với tứ giác ABCD bất kì, ta luôn có:

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}.$

b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}$.

Lời giải:

a) Theo quy tắc ba điểm cộng vector ta có:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} \text{ và } \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CA}$$

Như vậy: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$.

b) Ta có:

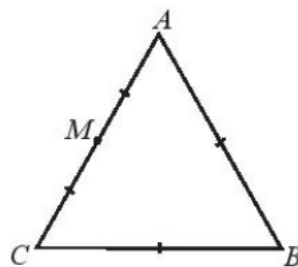
$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DB}.$$

$$\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB}.$$

Vậy $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}$.

Bài 3 trang 94 SBT Toán 10 Tập 1: Cho tam giác đều ABC cạnh bằng a. Tính độ dài của các vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$.

Lời giải:



Hình 1

Theo quy tắc ba điểm, ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

Tam giác ABC đều cạnh bằng a nên $AC = a$.

Do đó $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AC}| = a$.

Gọi M là trung điểm cạnh AC.

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{MA} = 2(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB}) = 2\overrightarrow{MB}.$$

Vì MB là đường trung tuyến của tam giác đều ABC cạnh bằng a nên $MB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{Do đó } |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{MB}| = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| = a \text{ và } |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}| = a\sqrt{3}.$$

Bài 4 trang 94 SBT Toán 10 Tập 1: Cho hình bình hành ABCD tâm O. Chứng minh rằng:

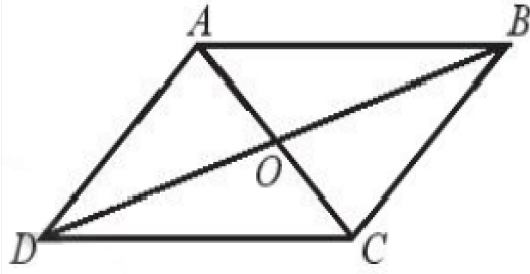
a) $\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$;

b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DB}$;

c) $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}$;

d) $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$.

Lời giải:



Hình 2

a) Vì ABCD là hình bình hành nên O là trung điểm của AC, BD.

$$\text{Do đó } \overrightarrow{CO} = \overrightarrow{OA} \Rightarrow \overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}.$$

b) Vì ABCD là hình bình hành nên: $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DB}.$$

$$\text{c) Ta có: } \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BA} \text{ và } \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{CO} = \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{CD}.$$

Mà ta lại có ABCD là hình bình hành nên $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$.

$$\text{Vậy nên } \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}.$$

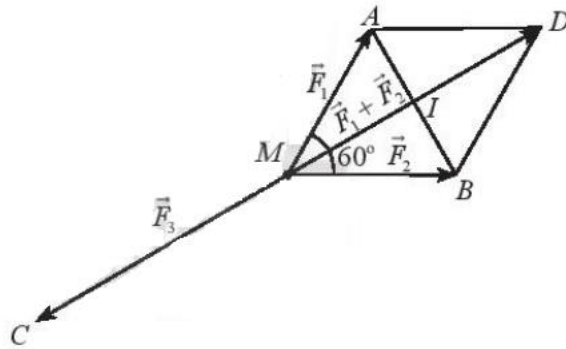
$$\text{d) Theo chứng minh trên ta có: } \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}.$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}.$$

Bài 5 trang 94 SBT Toán 10 Tập 1: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}$, $\vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}$ và $\vec{F}_3 = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết độ lớn của \vec{F}_1 , \vec{F}_2 đều là 100N và $\angle AMB = 60^\circ$. Tính độ lớn của lực \vec{F}_3 .

Lời giải:



M đứng yên nên $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$

$$\Rightarrow \vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2) = -(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) = -\overrightarrow{MD}$$

$\Rightarrow \vec{F}_3$ có hướng ngược với \overrightarrow{MD} và có độ lớn bằng \overrightarrow{MD} .

Dựng hình bình hành MADB.

Gọi I là giao điểm của AB và MD. Khi đó I là trung điểm của AB và MD.

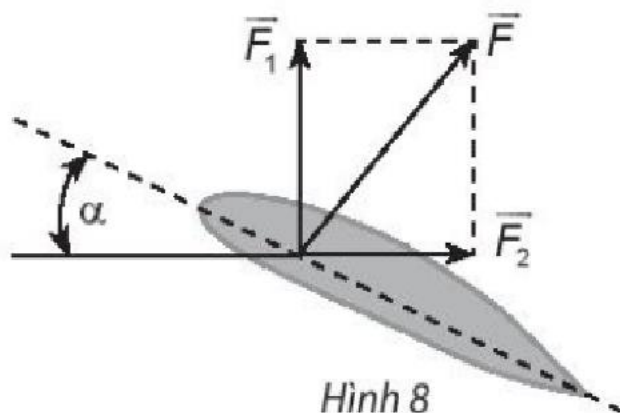
Mặt khác $\angle AMB = 60^\circ$ nên tam giác AMB đều.

Khi đó $MI \perp AB \Rightarrow$ Tam giác AIM vuông tại I.

$$\Rightarrow MI = AM \cdot \sin \angle MAI = 100 \cdot \sin 60^\circ = 50\sqrt{3} \Rightarrow MD = 2MI = 100\sqrt{3}.$$

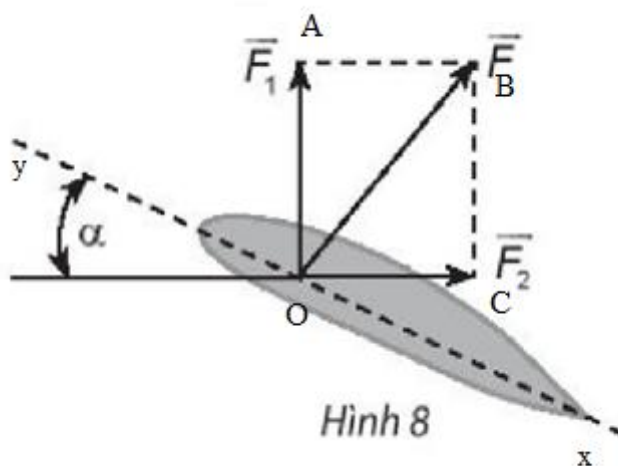
Vậy độ lớn của lực \vec{F}_3 bằng $100\sqrt{3}$.

Bài 6 trang 94 SBT Toán 10 Tập 1: Khi máy bay nghiêng cánh một góc α , lực \vec{F} của không khí tác động vuông góc với cánh và bằng tổng của lực nâng \vec{F}_1 và lực cản \vec{F}_2 (Hình 8). Cho biết $\alpha = 45^\circ$ và $|\vec{F}| = a$. Tính $|\vec{F}_1|$ và $|\vec{F}_2|$ theo a .



Lời giải:

Đặt tên các điểm trong hình vẽ, ta có:



Khi đó $|\vec{F}| = OB, |\vec{F}_1| = OA, |\vec{F}_2| = OC$

Vì lực \vec{F} vuông góc với phương xy của cánh nên $\angle FOx = 90^\circ$.

Ta có: $\angle COx = \alpha = 45^\circ$

$$\Rightarrow \angle BOC = \angle BOx - \angle COx = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

Xét tam giác BOC vuông tại C, có:

$$\cos \angle BOC = \frac{OC}{OB} \Leftrightarrow \cos 45^\circ = \frac{|\vec{F}_2|}{a} \Rightarrow |\vec{F}_2| = |\vec{F}| \cdot \cos 45^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

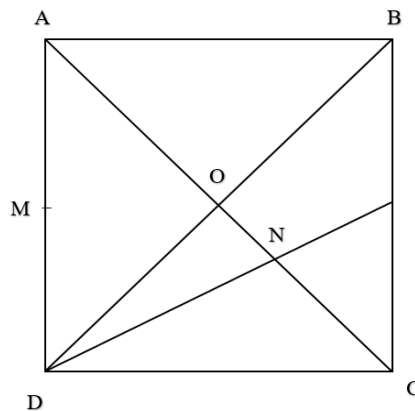
$$\sin \angle BOC = \frac{OC}{OB} \Leftrightarrow \sin 45^\circ = \frac{|\vec{F}_1|}{a} \Rightarrow |\vec{F}_1| = |\vec{F}| \cdot \sin 45^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Vậy } |\vec{F}_2| = |\vec{F}_1| = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Bài 7 trang 94 SBT Toán 10 Tập 1: Cho hình vuông ABCD có tâm O và có cạnh bằng a. Cho hai điểm M, N thỏa mãn: $\vec{MA} + \vec{MD} = \vec{0}$; $\vec{NB} + \vec{ND} + \vec{NC} = \vec{0}$.

Tìm độ dài các vector \vec{MA} , \vec{NO} .

Lời giải:



Ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD} = \vec{0}$ suy ra M là trung điểm AD. Khi đó $|\overrightarrow{MA}| = MA = \frac{1}{2} AD = \frac{a}{2}$

.

Và $\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{ND} + \overrightarrow{NC} = \vec{0}$ suy ra N là trọng tâm tam giác BCD. Khi đó $|\overrightarrow{NO}| = NO = \frac{1}{3}$

$$CO = \frac{1}{6} CA.$$

Xét hình vuông ABCD, có: $CA = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$

$$\text{Suy ra } |\overrightarrow{NO}| = \frac{1}{6} CA = \frac{1}{6} . a\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{6}.$$