Bài 2. Tập hợp và các phép toán trên tập hợp

Mở đầu trang 12 SGK Toán 10 tập 1: Câu lạc bộ lịch sử có 12 thành viên (không có hai bạn nào trùng tên), tổ chức hai chuyên đề trên một phần mềm họp trực tuyến. Tên các thành viên tham gia mỗi chuyên đề được hiển thị trên màn hình (H.1.1).



Lời giải

Sau bài học này ta sẽ trả lời được:

Gọi A là tập hợp các bạn tham gia chuyên đề 1, từ màn hình trên viết được tập hợp A như sau:

A = {Nam; Tú; Khánh; Hương; Bình; Chi; Ngân}.

Gọi B là tập hợp các bạn tham gia chuyên đề 2, từ màn hình trên viết được tập hợp A như sau:

B = {Hương; Khánh; Hiền; Chi; Bình; Lam; Tú; Hân}.

Khi đó, tập hợp C các bạn có tham gia chuyên đề là:

 $C = A \cup B = \{\text{Nam; T\'u; Khánh; Hương; Bình; Chi; Ngân; Hiền; Lam; Hân}\}.$

Như vậy có tất cả 10 bạn tham gia cả hai chuyên đề mà câu lạc bộ Lịch sử có tất cả 12 thành viên và không có thành viên nào trùng tên. Do đó có hai thành viên vắng mặt trong cả hai chuyên đề.

Hoạt động 1 trang 12 SGK Toán 10 tập 1: Trong tình huống trên, gọi A là tập hợp những thành viên tham gia chuyên đề 1, B là tập hợp những thành viên tham gia chuyên đề 2.

- a) Nam có là một phần tử của tập hợp A không? Ngân có là một phần tử của tập hợp B không?
- b) Hãy mô tả các tập hợp A và B bằng cách liệt kê các phần tử.

Lời giải

a) Trên mành hình chuyên đề 1 ta thấy có tên Nam nên Nam là phần tử của tập hợp A.

Trên màn hình chuyên đề 2 ta thấy không có tên Ngân nên Ngân không là phần tử của tập hợp B.

b) Mô tả các tập hợp A và B bằng cách liệt kê các phần tử, ta có:

A = {Nam; Tú; Khánh; Hương; Bình; Chi; Ngân}.

B = {Hương; Khánh; Hiền; Chi; Bình; Lam; Tú; Hân}.

Hoạt động 2 trang 13 SGK Toán 10 tập 1: Cho tập hợp:

C = {châu Á; châu Âu; châu Đại Dương; châu Mỹ; châu Nam Cực; châu Phi}.

- a) Hãy chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp C.
- b) Tập hợp C có bao nhiều phần tử?

- a) Tính chất đặc trưng của phần tử ở tập hợp C đều là tên các châu lục trên thế giới.
- b) Tập hợp C có 6 phần tử.

Luyện tập 1 trang 13 SGK Toán 8 tập 1: Gọi S là tập nghiệm của phương trình: $x^2 - 24x + 143 = 0$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $13 \in S$;
- b) 11∉S;
- c) n(S) = 2.

Lời giải

Giải phương trình: $x^2 - 24x + 143 = 0$

$$\Leftrightarrow$$
 $(x-13)(x-11)=0$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 13 \\ x = 11 \end{bmatrix}$$

Vậy phương trình đã cho nghiệm x = 13, x = 11.

Do đó, $S = \{11; 13\}.$

- a) 13 là một phần tử của tập hợp S nên 13∈S đúng. Do đó mệnh đề a) đúng.
- b) 11 là một phần tử của tập hợp S nên 11∉S sai. Do đó mệnh đề b) sai.
- c) Ta thấy tập S có hai phần tử là 11 và 13 nên n(S) = 2 đúng. Do đó mệnh đề c) đúng.

Hoạt động 3 trang 13 SGK Toán 10 tập 1: Gọi H là tập hợp các bạn tham gia Chuyên đề 2 trong tình huống mở đầu có tên bắt đầu bằng chữ H. Các phần tử của tập hợp H có là phần tử của tập hợp B trong HĐ1 không?

Lời giải

Ta có: $H = \{Huong; Hiền; Hân\}.$

Mà B = {Hương; Chi; Tú; Khánh; Bình; Hân; Hiền; Lam}.

Các phần tử của tập hợp H là phần tử của tập hợp B.

Hoạt động 4 trang 14 SGK Toán 10 tập 1: Sơn và Thu viết tập hợp các số chính phương nhỏ hơn 100 như sau:

Son: $S = \{0; 1; 4; 9; 16; 25; 36; 49; 64; 81\};$

Thu: $T = \{ n \in \mathbb{N} \mid n \text{ là số chính phương; } n < 100 \}.$

Hỏi bạn nào viết đúng?

Lời giải

Cách viết của bạn Sơn là liệt kê phần tử còn cách viết của bạn Thu là chỉ ra tính chất đặc trưng nên cả hai bạn đều viết đúng.

Luyện tập 2 trang 15 SGK Toán 10 tập 1: Giả sử C là tập hợp các hình bình hành có hai đường chéo vuông góc; D là tập hợp các hình vuông.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $C \subset D$;
- b) $C \supset D$;
- c) C = D.

Lời giải

Như ta đã biết hình vuông là hình bình hành, nhưng hình bình hành có thêm dữ kiện hai đường chéo vuông góc mới chỉ là hình thoi. Do đó, $D \subset C$.

Vậy mệnh đề a) và c) sai, mệnh đề b) đúng.

Hoạt động 5 trang 15 SGK Toán 10 tập 1: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Mọi số nguyên đều viết được dưới dạng phân số.
- b) Tập hợp các số thực chứa tập hợp các số hữu tỉ.
- c) Tồn tại một số thực không là số hữu tỉ.

Lời giải

- a) Vì với mỗi số nguyên n ta luôn viết được dưới dạng phân số $\frac{n}{1}$. Do đó, "Mọi số nguyên đều viết được dưới dạng phân số" là mệnh đề đúng.
- b) Số thực là tập hợp gồm các số hữu tỉ và các số vô tỉ . Do đó "Tập hợp các số thực chứa tập hợp các số hữu tỉ" là mệnh đề đúng.
- c) Ta có $\sqrt{3}$ là số thực nhưng $\sqrt{3}$ không là số hữu tỉ. Do đó "Tồn tại một số thực không là số hữu tỉ" là mệnh đề đúng.

Luyện tập 3 trang 15 SGK Toán 10 tập 1: Cho tập hợp $C = \{-4; 0; 1; 2\}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) C là tập con của \mathbb{Z} ;
- b) C là tập con của N;
- c) C là tập con của $\,\mathbb{R}\,.\,$

Tập hợp C gồm các phần tử -4; 0; 1; 2.

- a) Ta thấy các phần tử của tập hợp C đều là các số nguyên nên các phần tử của C đều thuộc tập hợp các số nguyên. Do đó, $C \subset \mathbb{Z}$. Vậy mệnh đề a đúng.
- b) Ta thấy phần tử -4 của tập hợp C không phải là số tự nhiên nên -4 không thuộc tập hợp các số tự nhiên. Do đó, C không là tập con của $\mathbb N$. Vậy mệnh đề b sai.
- c) Ta thấy các phần tử của tập hợp C đều là các số nguyên mà các số nguyên cũng là các số thực. Do đó, C $\subset \mathbb{R}$. Vậy mệnh đề c đúng.

Hoạt động 6 trang 16 SGK Toán 10 tập 1: Cho hai tập $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x \ge 3\}$ và $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 3\}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) C, D là các tập con của \mathbb{R} ;
- b) $\forall x, x \in C \Rightarrow x \in D$;
- c) $3 \in \mathbb{C}$ nhưng $3 \notin \mathbb{D}$;
- d) C = D.

Lời giải

Tập hợp C bao gồm các số thực lớn hơn hoặc bằng 3 nên các phần tử của tập hợp C đều thuộc \mathbb{R}

$$\Rightarrow$$
 C \subset \mathbb{R} .

Tập hợp D bao gồm các số thực lớn hơn 3 nên các phần tử của tập hợp D đều thuộc \mathbb{R} .

$$\Rightarrow$$
 D \subset \mathbb{R}

Do đó mệnh đề a) là đúng.

Ta có $x = 3 \in C$ nhưng $3 \notin D$. Do đó mệnh đề b) sai và mệnh đề c) đúng.

Vì có phần tử 3 của tập hợp C không thuộc tập hợp D nên $C \neq D$. Do đó d) sai.

Luyện tập 4 trang 16 SGK Toán 10 tập 1: Hãy ghép mỗi dòng ở cột bên trái với một dòng thích hợp ở bên phải

1) <i>x</i> ∈ [2; 5]	
2) $x \in (2, 5]$	
3) <i>x</i> ∈ [7; +∞)	
4) $x \in (7; 10)$	Ī

Lời giải

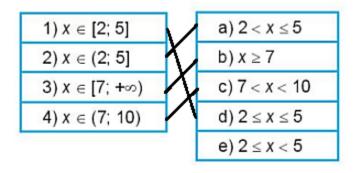
Ta có: $[2;5] = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \le x \le 5\}$. Do đó 1) ghép với d).

Ta có: $(2;5] = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x \le 5\}$. Do đó 2) ghép với a).

Ta có: $[7;+\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \ge 7\}$. Do đó 3) ghép với b).

Ta có: $(7;10) = \{x \in \mathbb{R} \mid 7 < x < 10\}$. Do đó 4) ghép với c).

Khi đó ta có:



Hoạt động 7 trang 16 SGK Toán 10 tập 1: Viết tập hợp X gồm những thành viên tham gia cả hai chuyên đề 1 và 2 trong tình huống mở đầu.

Tập X có phải là tập con của tập A không? Tập X có phải là tập con của tập B không? (A, B là các tập hợp trong HĐ1).

Lời giải

Những bạn tham gia cả hai chuyền đề là: Tú, Khánh, Hương, Bình, Chi.

Nên $X = \{Tú; Khánh; Hương; Bình; Chi\}.$

Từ HĐ1 ta có:

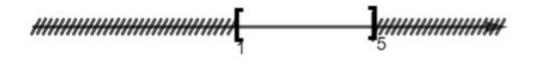
A = {Nam; Tú; Khánh; Hương; Bình; Chi; Ngân}.

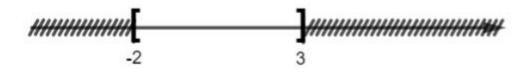
B = {Hương; Khánh; Hiền; Chi; Bình; Lam; Tú; Hân}.

Có các phần tử của tập X đều thuộc tập A nên X là tập con của tập A.

Có các phần tử của tập X đều thuộc tập B nên X là tập con của tập B.

Luyện tập 5 trang 17 SGK Toán 10 tập 1: Cho các tập hợp C = [1;5] và D = [-2;3]. Hãy xác định tập $C \cap D$.





Vậy
$$C \cap D = [1;3]$$
.

Hoạt động 8 trang 17 SGK Toán 10 tập 1: Trở lại tình huống mở đầu, hãy xác định tập hợp các thành viên tham gia chuyên đề 1 hoặc chuyên đề 2.

Lời giải

Cách thành viên thành viên tham gia chuyên đề 1 hoặc chuyên đề 2 là: Nam, Tú, Khánh, Hương, Bình, Chi, Ngân, Hiền, Lam, Hân.

Gọi X là tập hợp các thành viên tham gia chuyên đề 1 hoặc chuyên đề 2 nên ta có:

X = {Nam; Tú; Khánh; Hương; Bình; Chi; Ngân; Hiền; Lam; Hân}.

Luyện tập 6 trang 17 SGK Toán 10 tập 1: Hãy biểu diễn tập hợp A ∪ B bằng biểu đồ Ven, với A, B được cho trong HĐ1.

Lời giải

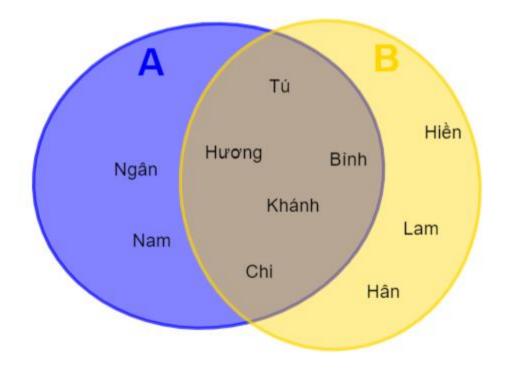
Ta có:

A = {Nam; Tú; Khánh; Hương; Bình; Chi; Ngân};

B = {Hương; Khánh; Hiền; Chi; Bình; Lam; Tú; Hân};

A ∪ B = {Nam; Hương; Chi; Tú; Bình; Ngân; Khánh; Hân; Hiền; Lam}.

Vậy ta biểu diễn được như sau:



Hoạt động 9 trang 18 SGK Toán 10 tập 1: Trở lại tình huống mở đầu, hãy xác định tập hợp các thành viên chỉ tham gia Chuyên đề 1 mà không tham gia Chuyên đề 2.

Lời giải

Các thành viên chỉ tham gia Chuyên đề 1 mà không tham gia Chuyên đề 2 là: Nam và Ngân.

Vậy tập hợp các thành viên chỉ tham gia Chuyên đề 1 mà không tham gia Chuyên đề 2 là: {Nam; Ngân}.

Luyện tập 7 trang 18 SGK Toán 10 tập 1: Tìm phần bù của các tập hợp sau trong \mathbb{R} :

a)
$$\left(-\infty;-2\right)$$
;

b)
$$\left[-5;+\infty\right)$$
.

Lời giải

a) Phần bù của tập hợp $\left(-\infty;-2\right)$ trong $\mathbb R$ là:

$$\mathbb{R} \setminus (-\infty; -2) = [-2; +\infty).$$

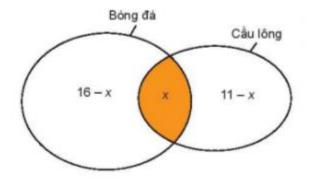
b) Phần bù của tập hợp $[-5;+\infty)$ trong $\mathbb R$ là:

$$\mathbb{R}\setminus[-5;+\infty)=(-\infty;-5).$$

Vận dụng trang 18 SGK Toán 10 tập 1: Lớp 10A có 24 bạn tham gia thi đấu bóng đá và cầu lông, trong đó có 16 bạn thi đấu bóng đá và 11 bạn thi đấu cầu lông. Giả sử các trận bóng đá và cầu lông không tổ chức đồng thời. Hỏi có bao nhiều bạn lớp 10A tham gia thi đấu cả bóng đá và cầu lông?

Gợi ý: Gọi x là số bạn tham gia thi đấu cả bóng đá và cầu lông.

Lời giải



Gọi x là số bạn tham gia thi đấu cả bóng đá và cầu lông $(x \in \mathbb{N})$

Ta có:

Số học sinh chỉ tham gia thi đấu cầu lông là: 11 - x (học sinh)

Số học sinh chỉ tham gia thi đấu bóng đá là: 16 - x (học sinh)

Tổng số học sinh tham gia bóng đá và cầu lông là 24 học sinh nên ta có phương trình:

16 - x + 11 - x + x = 24 (số học sinh chỉ tham gia thi đấu bóng đá; số học sinh chỉ tham gia thi đấu cầu lông và số học sinh tham gia cả thi đấu bóng đá và cầu lông).

$$\Leftrightarrow$$
 27 – x = 24

$$\Leftrightarrow$$
 x = 3

Vậy số học sinh lớp 10A tham gia cả bóng đá và cầu lông là 3 học sinh.

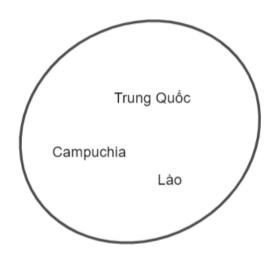
Bài 1.8 trang 19 SGK Toán 10 tập 1: Gọi X là tập hợp các quốc gia tiếp giáp với Việt Nam. Hãy liệt kê các phần tử của tập hợp X và biểu diễn tập X bằng sơ đồ Ven.

Lời giải

Các quốc gia có đường biên giới tiếp giáp với Việt Nam là: Trung Quốc, Lào, Campuchia.

Do đó, X = {Trung Quốc; Lào; Campuchia}.

Biểu diễn tập hợp X bằng sơ đồ Ven, ta được:



Bài 1.9 trang 19 SGK Toán 10 tập 1: Kí hiệu E là tập hợp các quốc gia tại khu vực Đông Nam Á.

- a) Nêu ít nhất hai phần tử thuộc tập hợp E.
- b) Nêu ít nhất hai phần tử không thuộc tập hợp E.
- c) Liệt kê các phần tử thuộc tập hợp E. Tập hợp E có bao nhiều phần tử?

Lời giải

- a) Một số phần tử thuộc tập hợp E là: Thái Lan, Việt Nam, Lào, Campuchia.
- b) Một số phần tử không thuộc tập hợp E là: Trung Quốc, Hàn Quốc, Nhật Bản, Ấn Độ, Nga.
- c) Các quốc gia tại khu vực Đông Nam Á bao gồm: Brunei; Campuchia; Indonesia; Lào; Malaysia; Myanmar; Philippines; Singapore; Thái Lan; Đông Timor; Việt Nam.

Vậy tập hợp E = { Brunei; Campuchia; Indonesia; Lào; Malaysia; Myanmar; Philippines; Singapore; Thái Lan; Đông Timor; Việt Nam}

Tập hợp E có tất cả 11 phần tử.

Bài 1.10 trang 19 SGK Toán 10 tập 1: Hãy viết tập hợp sau bằng cách nêu tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp:

$$A = \{0; 4; 8; 12; 16\}.$$

Lời giải

Ta thấy các phần tử của tập A có đặc điểm chung là số tự nhiên; chia hết cho 4 và nhỏ hơn 17.

Vậy tập hợp A được biểu diễn theo cách nêu tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp là:

$$A = \{ x \in \mathbb{N} \mid x : 4, x < 17 \}.$$

Bài 1.11 trang 19 SGK Toán 10 tập 1: Trong các tập hợp sau, tập nào là tập rỗng?

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 6 = 0\};$$

$$B = \{ x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 6 = 0 \}.$$

Lời giải

Ta có: $x^2 - 6 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = \sqrt{6} \\ x = -\sqrt{6} \end{bmatrix}$$

$$Vi - \sqrt{6}; \sqrt{6} \in \mathbb{R} \text{ nên } A = \left\{ -\sqrt{6}; \sqrt{6} \right\}.$$

Vì
$$-\sqrt{6}$$
; $\sqrt{6} \notin \mathbb{Z}$ nên $B = \emptyset$.

Vậy tập hợp B là tập rỗng.

Bài 1.12 trang 19 SGK Toán 10 tập 1: Cho $X = \{a; b\}$. Các cách viết sau đúng hay sai? Giải thích kết luận đưa ra.

- a) $a \subset X$;
- b) $\{a\}\subset X$;
- c) $\emptyset \in X$.

Kí hiệu \subset (tập con) chỉ dùng giữa tập hợp với tập hợp và kí hiệu \in (thuộc) chỉ dùng giữa phần tử với tập hợp.

Ở câu a, theo cách viết chúng ta hiểu là phần tử a là tập con của tập hợp X. Do đó, a sai.

Ở câu b, theo cách viết chúng ta hiểu là tập hợp gồm phần tử a là tập con của tập hợp X. Do đó, b đúng.

✓ là kí hiệu của tập hợp rỗng và tập rỗng là con của tất cả các tập hợp khác nên
✓ CX. Do đó phát biểu c) là sai.

Bài 1.13 trang 19 SGK Toán 10 tập 1: Cho $A = \{2; 5\}$, $B = \{5; x\}$, $C = \{2; y\}$. Tìm x, y để A = B = C.

Lời giải

Ta có
$$A = \{2; 5\}$$
 và $B = \{5; x\}$

Để A=B thì mọi phần tử của tập hợp A đều nằm trong tập hợp B và mọi phần tử của tập hợp B cũng nằm trong tập hợp A. Do đó, x=2.

Ta lại có
$$A = \{2; 5\}$$
 và $C = \{2; y\}$

Để A = C thì thì mọi phần tử của tập hợp A đều nằm trong tập hợp C và mọi phần tử của tập hợp C cũng nằm trong tập hợp A. Do đó, y = 5.

Vậy
$$A = B = C$$
 khi $x = 2$, $y = 5$.

Bài 1.14 trang 19 SGK Toán 10 tập 1: Cho $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 4\};$ $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid (5x - 3x^2)(x^2 + 2x - 3) = 0\}.$

- a) Liệt kê các phần tử của hai tập hợp A và B.
- b) Hãy các định các tập hợp $A \cap B, A \cup B$ và $A \setminus B$.

Lời giải

a) Tập hợp A là tập hợp mà các phần tử của nó là các số nguyên nhỏ hơn 4. Do đó $A=\{\ldots;-3;-2;-1;0;1;2;3\}.$

Tập hợp B là tập hợp mà các phần tử của nó là các nghiệm nguyên của phương trình $(5x-3x^2)(x^2+2x-3)=0$.

Ta giải phương trình: $(5x - 3x^2)(x^2 + 2x - 3) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 5x - 3x^2 = 0 \\ x^2 + 2x - 3 = 0 \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} x(5-x)=0\\ (x-1)(x+3)=0 \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \\ x = \frac{5}{3} \\ x = 1 \\ x = -3 \end{bmatrix}$$

Mà $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{-3;0;1\}$

Suy ra $B = \{-3; 0; 1\}.$

b) Ta có:

$$A \cap B = \{-3;0;1\} = B;$$

$$A \cup B = \{...; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\} = A;$$

$$A \setminus B = {...-5; -4; -2; -1; 2; 3}.$$

Bài 1.15 trang 19 SGK Toán 10 tập 1: Hãy xác định các tập hợp sau và biểu diễn chúng trên trục số.

a)
$$(-4;1] \cap [0;3);$$

b)
$$(0;2] \cup (-3;1];$$

c)
$$(-2; 1] \cap (1; +\infty);$$

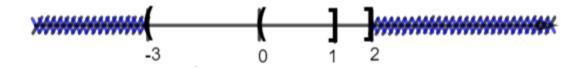
d)
$$\mathbb{R} \setminus (-\infty;3]$$
.

Lời giải

a) Ta có: $(-4;1] \cap [0;3) = [0;1]$



b) Ta có: $(0;2] \cup (-3;1] = (-3;2]$



c) Ta có: $(-2; 1] \cap (1; +\infty) = \emptyset$

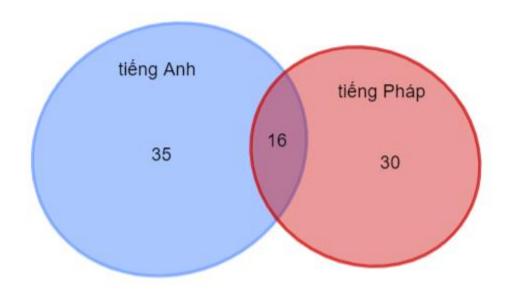
d) $\mathbb{R} \setminus (-\infty;3] = (3;+\infty)$



Bài 1.16 trang 19 SGK Toán 10 tập 1: Để phục vụ cho một hội nghị quốc tế, ban tổ chức huy động 35 người phiên dịch tiếng Anh, 30 người phiên dịch tiếng Pháp, trong đó có 16 người phiên dịch được cả tiếng Anh và tiếng Pháp. Hãy trả lời các câu hỏi sau:

- a) Ban tổ chức đã huy động bao nhiều người phiên dịch cho hội nghị đó?
- b) Có bao nhiều người chỉ phiên dịch được tiếng Anh?
- c) Có bao nhiều người chỉ phiên dịch được tiếng Pháp?

Lời giải



a) Ban tổ chức đã huy động số người phiên dịch cho hội nghị đó là:

$$35 + 30 - 16 = 49$$
 (người)

Vậy ban tổ chức đã huy động 49 người phiên dịch cho hội nghị đó.

b) Số người chỉ phiên dịch được tiếng Anh là:

$$35 - 16 = 19$$
 (người)

Vậy có 19 người chỉ phiên dịch được tiếng Anh.

c) Số người chỉ phiên dịch được tiếng Pháp là:

$$30 - 16 = 14$$
(người)

Vậy có 14 người chỉ phiên dịch được tiếng Pháp.