

Bài tập Phép đồng dạng - Toán 11

I. Bài tập trắc nghiệm

Bài 1: Cho hình thoi ABCD tâm O. Gọi E, F, M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD, BC, AD. P là phép đồng dạng biến tam giác OCF thành tam giác CAB. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

- A. P hợp thành bởi phép đối xứng tâm O và phép vị tự tâm A tỉ số $k = 2$
- B. P hợp thành bởi phép đối xứng trục AC và phép vị tự tâm C tỉ số $k = 2$
- C. P hợp thành bởi phép vị tự tâm C tỉ số $k = 2$ và phép đối xứng tâm O
- D. P hợp thành bởi phép đối xứng trục BD và phép vị tự tâm O tỉ số $k = -1$

Lời giải:

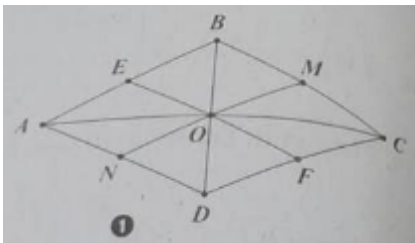
Đáp án: D

A. $\text{ĐO}(\triangle OCF) = \triangle OAE; V(O; 2)(\triangle OAE) = \triangle CAB$

B. $\text{ĐAC}(\triangle OCF) = \triangle OCM; V(O; 2)(\triangle OCM) = \triangle ACB$

C. $V(C; 2)(\triangle OCF) = \triangle ACD; \text{ĐO}(\triangle ACD) = \triangle ACB$

D. $\text{ĐBD}(\triangle OCF) = \triangle OAN; V(O; -1)(\triangle OAN) = \triangle OCM$



Bài 2: Cho điểm $I(2;1)$ điểm $M(-1;0)$ phép đồng dạng hợp thành bởi phép vị tự tâm I tỉ số $k = -2$ và phép đối xứng trục Ox biến M thành M'' có tọa độ.

A. $(8; -3)$

B. $(-8;3)$

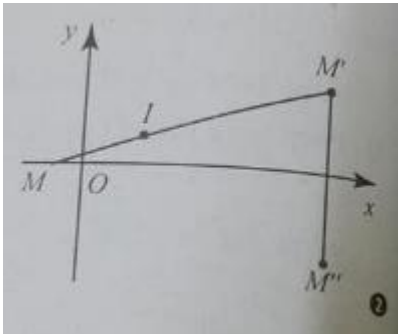
C. $(-8;-3)$

D. $(3;8)$

Lời giải:

Đáp án: D

(hình 2) $V(I; -2)(M(-1;0)) = M'(8;3)$; $\text{ĐOx}(M') = M''(8; -3)$



Bài 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phép đồng dạng F hợp thành bởi phép vị tự tâm $O(0;0)$ tỉ số $k = 3$ và phép đối xứng trục Ox, biến đường thẳng d: $x - y - 1 = 0$ thành đường thẳng d' có phương trình.

A. $x - y + 3 = 0$

B. $x + y - 3 = 0$

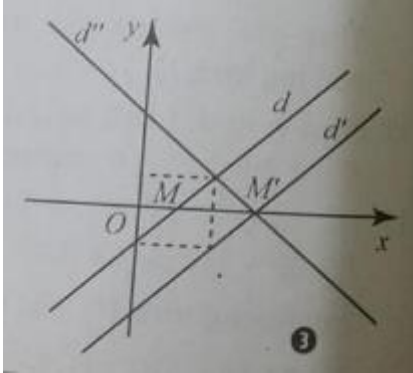
C. $x + y + 3 = 0$

D. $x - y + 2 = 0$

Lời giải:

Đáp án: B

(hình 3) phép vị tự tâm $O(0; 0)$ tỉ số $k = 3$ biến điểm $M(1;0)$ thành điểm $M'(3;0) \Rightarrow$ biến $d: x - y - 1 = 0$. Phép đối xứng trục Ox , biến đường thẳng d' thành $d'': x + y - 3 = 0$



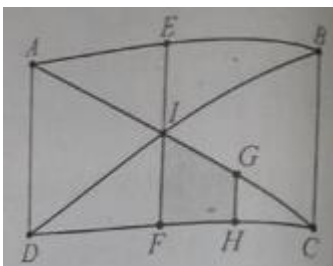
Bài 4: Cho hình chữ nhật ABCD tâm I. Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm của AB, CD, CI, FC. Phép đồng dạng hợp thành bởi phép vị tự tâm C tỉ số $k = 2$ và phép đối xứng tâm I biến tứ giác IGHF thành:

A. AIFD

B. BCFI

C. CIEB

D. DIEA



Lời giải:

Đáp án: C

$V(C;2)(IGHF) = (AIFD)$; $\text{Đ1}(AIFD) = CIEB$. Đáp án C.

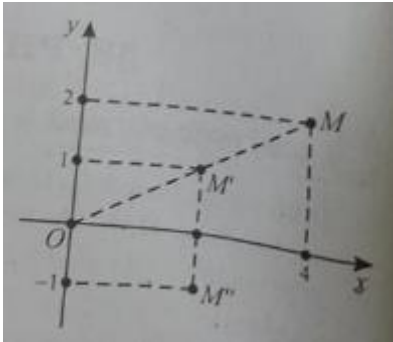
Bài 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy phép đồng dạng F hợp thành bởi phép vị tự tâm $O(0;0)$ tỉ số $k = \frac{1}{2}$ và phép đối xứng trục Ox biến điểm $M(4;2)$ thành điểm có tọa độ.

A. (2;-1)

B. (8;1)

C. (4;-2)

D. (8;4)



Lời giải:

Đáp án: A

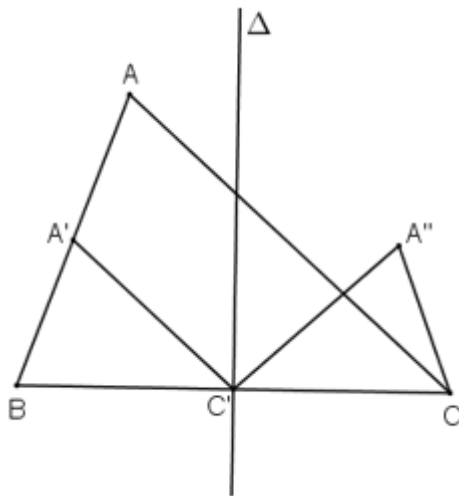
$$V(0; \frac{1}{2})(M(4;2)) = M'(2;1);$$

$$\text{ĐOx}(M'(2;1)) = M''(2;-1). \text{ Đáp án A.}$$

II. Bài tập tự luận có lời giải

Bài 1 Cho tam giác ABC. Dựng ảnh của nó qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm B có tỉ số $\frac{1}{2}$ và phép đối xứng qua đường trung trực của BC.

Lời giải:



- ΔABC qua phép vị tự tâm B, tỉ số $\frac{1}{2}$:

$$V_{\left(B; \frac{1}{2}\right)}(A) = A' \text{ là trung điểm } AB.$$

$$V_{\left(B; \frac{1}{2}\right)}(B) = B.$$

$$V_{\left(B; \frac{1}{2}\right)}(C) = C' \text{ là trung điểm } BC.$$

$$\Rightarrow V_{\left(B; \frac{1}{2}\right)}(\Delta ABC) = \Delta A'BC'.$$

- $\Delta A'BC'$ qua phép đối xứng trục Δ (Δ là trung trực của BC).

$$\mathbb{D}_{\Delta}(A') = A'' \text{ (như hình vẽ).}$$

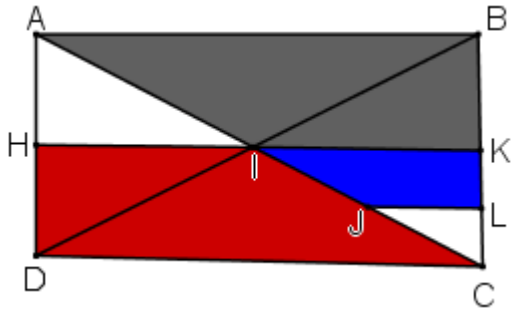
$$\mathbb{D}_{\Delta}(B) = C$$

$$\mathbb{D}_{\Delta}(C') = C'.$$

Vậy ảnh của tam giác ABC thu được sau khi thực hiện phép vị tự tâm B tỉ số $\frac{1}{2}$ và phép đối xứng qua Δ là $\Delta A''C'B$.

Bài 2 Cho hình chữ nhật ABCD, AC và BD cắt nhau tại I. Gọi H, K, L, J lần lượt là trung điểm của AD, BC, KC và IC. Chứng minh rằng hai hình thang JLKI và IHDC đồng dạng với nhau.

Lời giải:



+ I là trung điểm AC; BD; HK

$\Rightarrow \mathcal{D}_I(H) = K ; \mathcal{D}_I(D) = B ; \mathcal{D}_I(C) = A.$

\Rightarrow Hình thang IKBA đối xứng với hình thang IHDC qua I (1)

+ J; L; K; I lần lượt là trung điểm của CI; CK; CB; CA

$$\Rightarrow \overline{CJ} = \frac{1}{2} \overline{CI}; \overline{CL} = \frac{1}{2} \overline{CK};$$

$$\overline{CK} = \frac{1}{2} \overline{CB}; \overline{CI} = \frac{1}{2} \overline{CA}$$

$$\Rightarrow J = V_{\left(c; \frac{1}{2}\right)}(I); L = V_{\left(c; \frac{1}{2}\right)}(K);$$

$$K = V_{\left(c; \frac{1}{2}\right)}(B); I = V_{\left(c; \frac{1}{2}\right)}(A)$$

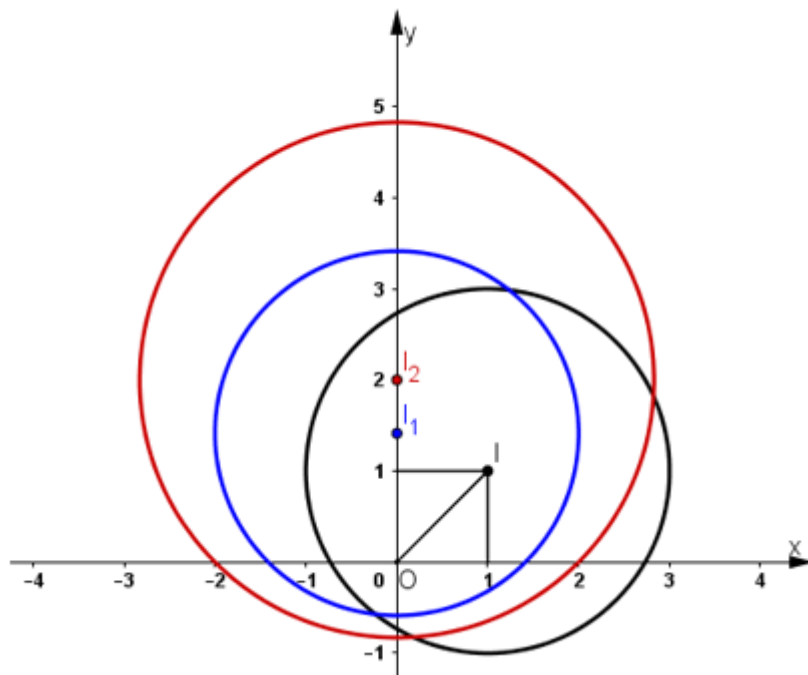
\Rightarrow Hình thang JLKI là ảnh của hình thang IKBA qua phép vị tự tâm C tỉ số $\frac{1}{2}$.

\Rightarrow Hình thang JLKI là ảnh của hình thang IHDC qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm I và phép vị tự tâm C tỉ số $\frac{1}{2}$.

\Rightarrow IJKI và IHDC đồng dạng.

Bài 3 Trong mặt phẳng Oxy cho điểm I(1; 1) và đường tròn tâm I bán kính 2. Viết phương trình đường tròn là ảnh của đường tròn trên qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O, góc 45° và phép vị tự tâm O, tỉ số căn 2 .

Lời giải:



+ Gọi $(I_1; R_1) = Q_{(O; 45^\circ)}(I; R)$ (Phép quay đường tròn tâm I, bán kính R qua tâm O một góc 45°).

$$\Rightarrow \begin{cases} I_1 = Q_{(0;45^\circ)}(I) \\ R_1 = R = 2 \end{cases}$$

Tìm I_1 : $I_1 = Q_{(0;45^\circ)}(I)$ suy ra:

$$OI_1 = OI = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}.$$

$$(OI_1; OI) = 45^\circ \Rightarrow I_1 \in \text{tia Oy}.$$

$$\Rightarrow I_1(0; \sqrt{2})$$

$$+ \text{Gọi } (I_2; R_2) = V_{(0; \sqrt{2})}((I_1; R_1))$$

(Phép vị tự tâm O, tỉ số $\sqrt{2}$).

$$\Rightarrow \begin{cases} I_2 = V_{(0; \sqrt{2})}(I_1) \\ R_2 = \sqrt{2}R_1 = \sqrt{2}.2 = 2\sqrt{2} \end{cases}.$$

$$\text{Tìm } I_2: I_2 = V_{(0; \sqrt{2})}(I_1)$$

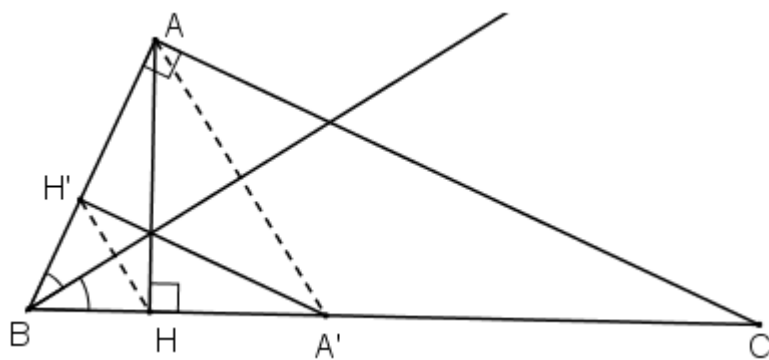
$$\Rightarrow \overrightarrow{OI_2} = \sqrt{2} \cdot \overrightarrow{OI_1} = \sqrt{2} \cdot (0; \sqrt{2}) = (0; 2)$$

$$\Rightarrow I_2(0; 2).$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $(I_2; R_2): x^2 + (y - 2)^2 = 8$.

Bài 4 Cho tam giác ABC vuông tại A, AH là đường cao kẻ từ A, tìm một phép đồng dạng biến tam giác HBA thành tam giác ABC.

Lời giải:



Gọi d là đường phân giác của góc B của $\triangle ABC$.

+ Phép đối xứng qua d : biến H thành $H' \in AB$, biến A thành $A' \in BC$; biến B thành B

(Dễ dàng nhận thấy $H' \in BA$; $A' \in BC$).

$$\Rightarrow \triangle H'BA' = \mathbb{D}_d(\triangle HBA).$$

$$\Rightarrow \triangle H'BA' = \triangle HBA.$$

Mà $\triangle ABC \sim \triangle HBA$ theo tỉ số $k = \frac{AB}{HB}$

$$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle H'BA' \text{ theo tỉ số } k$$

$$\Rightarrow AB = k.H'B; BC = k.BA'.$$

Mà $A \in \text{tia } BH'$; $C \in \text{tia } BA'$

$$\Rightarrow \overline{BA} = k.\overline{BH'}; \overline{BC} = k.\overline{BA'}$$

$$\Rightarrow A = V_{(B;k)}(H'); C = V_{(B;k)}(A')$$

$$\Rightarrow \triangle ABC = V_{(B;k)}(\triangle H'BA').$$

Vậy phép đồng dạng cần tìm là phép vị tự tâm B, tỉ số $k = \frac{AB}{BH}$ hợp với phép đối xứng trục d là phân giác của \widehat{ABC}

III. Bài tập vận dụng

Bài 1 Cho tam giác ABC. Xác định ảnh của nó qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm B tỉ số k và phép đối xứng qua đường trung trực của BC

Bài 2 Cho hình chữ nhật ABCD, AC và BD cắt nhau tại I. Gọi H, K, L và J lần lượt là trung điểm của AD, BC, KC và IC. Chứng minh hai hình thang JLKI và IHDC đồng dạng với nhau.

Bài 3 Trong mặt phẳng Oxy cho điểm I (1;1) và đường tròn tâm I bán kính 2. Viết phương trình của đường tròn là ảnh của đường tròn trên qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O, góc 90° và phép vị tự tâm O, tỉ số $k = \frac{1}{2}$.

Bài 4 Cho tam giác ABC vuông tại A, AH là đường cao kẻ từ A. Tìm một phép đồng dạng biến tam giác HBA thành tam giác ABC

Bài 5 Mọi phép dời hình cũng là phép đồng dạng với tỉ số k bằng?

Bài 6 Cho hình chữ nhật ABCD tâm I. Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm của AB, CD, CI, FC. Phép đồng dạng hợp thành bởi phép vị tự tâm C tỉ số $k = 2$ và phép đối xứng tâm I biến tứ giác IGHF thành?

Bài 7 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy phép đồng dạng F hợp thành bởi phép vị tự tâm O(0;0) tỉ số $k = \frac{1}{2}$ và phép đối xứng trục Ox biến điểm M(4;2) thành điểm có tọa độ.

Bài 8 Cho điểm $I(2;1)$ điểm $M(-1;0)$ phép đồng dạng hợp thành bởi phép vị tự tâm I tỉ số $k = -2$ và phép đối xứng trục Ox biến M thành M'' có tọa độ.

Bài 9 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép đồng dạng F hợp thành bởi phép vị tự tâm $O(0;0)$ tỉ số $k = 3$ và phép đối xứng trục Ox , biến đường thẳng $d: x - y - 1 = 0$ thành đường thẳng d' có phương trình.

Bài 10 Cho điểm $I(2;1)$ điểm $M(-1;0)$ phép đồng dạng hợp thành bởi phép vị tự tâm I tỉ số $k = -2$ và phép đối xứng trục Ox biến M thành M'' có tọa độ