

Bài 3. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Mở đầu trang 22 SGK Toán 10 tập 1: Nhân ngày Quốc tế Thiếu nhi 1 – 6, một rạp chiếu phim phục vụ các khán giả của một bộ phim hoạt hình. Vé được bán ra có hai loại:

Loại 1 (dành cho trẻ từ 6 – 13 tuổi): 50 000 đồng/vé;

Loại 2 (dành cho người trên 13 tuổi): 100 000 đồng/vé.

Người ta tính toán rằng, để không phải bù lỗ thì số tiền vé thu được ở rạp chiếu phim này phải đạt tối thiểu 20 triệu đồng. Hỏi số lượng vé bán được trong những trường hợp nào thì rạp chiếu phim phải bù lỗ?

Lời giải

Sau khi học xong bài này ta có thể giải quyết bài toán như sau:

Gọi số vé loại 1 bán được là x (vé) ($x \in \mathbb{N}^*$).

Gọi số vé loại 2 bán được là y (vé) ($y \in \mathbb{N}^*$)

Tổng số tiền bán vé thu được là $50\,000x + 100\,000y$

Vì nếu số tiền đạt tối thiểu 20 000 000 đồng thì rạp chiếu phim không phải bù lỗ nên trường hợp rạp chiếu phim phải bù lỗ khi số tiền vé bán được nhỏ hơn 20 000 000 đồng.

Do đó, $50\,000x + 100\,000y < 20\,000\,000$.

Vậy với mỗi $x; y$ vé thỏa mãn bất phương trình trên thì rạp phim phải bù lỗ.

Hoạt động 1 trang 22 SGK Toán 10 tập 1: Trong tình huống mở đầu, gọi x là số vé loại 1 bán được và y là số vé loại 2 bán được. Viết biểu thức tính số tiền bán vé thu được (đơn vị nghìn đồng) ở rạp chiếu phim đó theo x và y .

a) Các số nguyên không âm x và y thỏa mãn điều kiện gì để số tiền bán vé thu được đạt tối thiểu 20 triệu đồng?

b) Nếu số tiền bán vé thu được nhỏ hơn 20 triệu đồng thì x và y thỏa mãn điều kiện gì?

Lời giải

Gọi số vé loại 1 bán được là x (vé) ($x \in \mathbb{N}^*$).

Gọi số vé loại 2 bán được là y (vé) ($y \in \mathbb{N}^*$)

Tổng số tiền bán vé thu được là $50x + 100y$ (nghìn đồng).

a) Để số tiền bán vé đạt tối thiểu 20 triệu đồng (20 000 nghìn đồng) thì $x; y$ phải thỏa mãn:

$$50x + 100y \geq 20\,000.$$

b) Nếu số vé bán được nhỏ hơn 20 triệu đồng (20 000 nghìn đồng) thì $x; y$ phải thỏa mãn điều kiện:

$$50x + 100y < 20\,000.$$

Hoạt động 2 trang 23 SGK Toán 10 tập 1: Cặp số $(x; y) = (100; 100)$ thỏa mãn bất phương trình bậc nhất hai ẩn nào trong hai bất phương trình thu được ở HĐ1? Từ đó cho biết rạp chiếu phim có phải bù lỗ hay không nếu bán được 100 vé loại 1 và 100 vé loại 2.

Trả lời câu hỏi tương tự với cặp số $(x; y) = (150; 150)$.

Lời giải

+ Thay $x = 100; y = 100$ vào biểu thức tính tiền $50x + 100y$ ta được:

$$50 \cdot 100 + 100 \cdot 100 = 15\,000 \text{ (nghìn đồng)}$$

Vì $15\,000 < 20\,000$ nên $x = 100; y = 100$ thỏa mãn bất phương trình $50x + 100y < 20\,000$ và không thỏa mãn bất phương trình $50x + 100y \geq 20\,000$.

Vậy nếu rạp chiếu phim chỉ bán được 100 vé loại 1 và 100 vé loại 2 thì rạp chiếu phim phải bù lỗ.

+ Thay $x = 150; y = 150$ vào biểu thức tính tiền $50x + 100y$ ta được:

$$50 \cdot 150 + 100 \cdot 150 = 22\,500 \text{ (nghìn đồng)}$$

Vì $22\,500 > 20\,000$ nên $x = 150$; $y = 150$ thỏa mãn bất phương trình $50x + 100y \geq 20\,000$ và không thỏa mãn bất phương trình $50x + 100y < 20\,000$.

Nếu rạp chiếu phim bán được 150 vé loại 1 và 150 vé loại 2 thì rạp chiếu phim không phải bù lỗ.

Luyện tập 1 trang 23 SGK Toán 10 tập 1: Cho bất phương trình bậc nhất hai ẩn $x + 2y \geq 0$.

- a) Hãy chỉ ra ít nhất hai nghiệm của bất phương trình trên.
- b) Với $y = 0$, có bao nhiêu giá trị của x thỏa mãn bất phương trình đã cho?

Lời giải

a) Xét $x = 0$ và $y = 0$ ta được:

$$0 + 2 \cdot 0 \geq 0 \Leftrightarrow 0 \geq 0 \text{ (luôn đúng)}$$

Vậy $(0; 0)$ là một nghiệm của bất phương trình đã cho.

Xét $x = 1$; $y = 2$ ta được:

$$1 + 2 \cdot 2 \geq 0 \Leftrightarrow 5 \geq 0 \text{ (luôn đúng)}$$

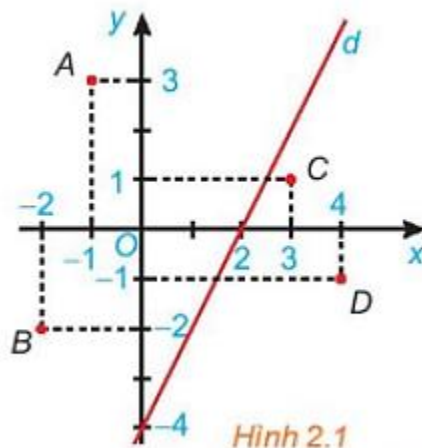
Vậy $(1; 2)$ là một nghiệm của bất phương trình đã cho.

b) Với $y = 0$ thay vào bất phương trình ta được:

$$x + 2 \cdot 0 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$$

Vậy với giá trị $y = 0$ có vô số giá trị x thỏa mãn bất phương trình sao cho $x \geq 0$.

Hoạt động 3 trang 23 SGK Toán 10 tập 1: Cho đường thẳng $d: 2x - y = 4$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy (H.2.1). Đường thẳng này chia mặt phẳng thành hai nửa mặt phẳng.



Hình 2.1

a) Các điểm $O(0; 0)$, $A(-1; 3)$ và $B(-2; -2)$ có thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng d không?

Tính giá trị của biểu thức $2x - y$ tại các điểm đó và so sánh với 4.

b) Trả lời câu hỏi tương tự như câu a với các điểm $C(3; 1)$, $D(4; -1)$.

Lời giải

a) Quát sát hình vẽ ta thấy O ; A ; B thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng d .

+ Thay tọa độ điểm $O(0; 0)$ vào biểu thức $2x - y$ ta được:

$$2 \cdot 0 - 0 = 0 < 4.$$

+ Thay tọa độ điểm $A(-1; 3)$ vào biểu thức $2x - y$ ta được:

$$2 \cdot (-1) - 3 = -5 < 4.$$

+ Thay tọa độ điểm $B(-2; -2)$ vào biểu thức $2x - y$ ta được:

$$2 \cdot (-2) - (-2) = -2 < 4.$$

b) Quát sát hình vẽ ta thấy C ; D thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng d .

+ Thay tọa độ điểm $C(3; 1)$ vào biểu thức $2x - y$ ta được:

$$2 \cdot 3 - 1 = 5 > 4.$$

+ Thay tọa độ điểm $D(4; -1)$ vào biểu thức $2x - y$ ta được:

$$2.4 + 1 = 9 > 4.$$

Luyện tập 2 trang 24 SGK Toán 10 tập 1: Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $2x + y < 200$ trên mặt phẳng tọa độ.

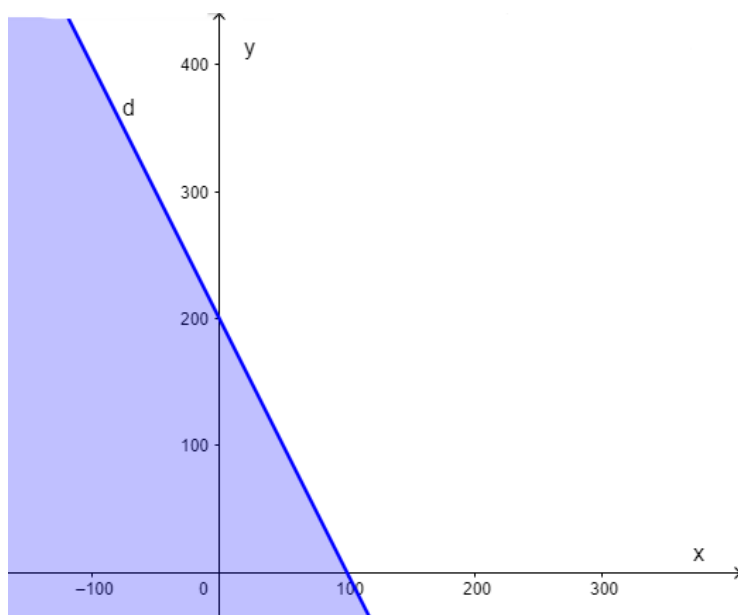
Lời giải

Bước 1: Vẽ đường thẳng $d: 2x + y - 200 = 0$ trên mặt phẳng tọa độ.

Bước 2: Lấy điểm $O(0; 0)$ không thuộc đường thẳng d .

Thay $x = 0, y = 0$ vào $2x + y$ ta được: $2.0 + 0 = 0 < 200$.

Do đó miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng d có chứa điểm O (miền tô màu không chứa đường thẳng d).



Vận dụng trang 25 SGK Toán 10 tập 1: Một công ty viễn thông tính phí 1 nghìn đồng mỗi phút gọi nội mạng và 2 nghìn đồng mỗi phút gọi ngoại mạng. Em có thể sử dụng bao nhiêu phút gọi nội mạng và bao nhiêu phút gọi ngoại mạng trong một tháng nếu em muốn số tiền phải trả ít hơn 200 nghìn đồng?

Lời giải

Gọi số phút gọi nội mạng em sử dụng là x ; số phút gọi ngoại mạng em sử dụng là y ($x; y \geq 0$).

Khi đó số tiền phải trả cho số phút gọi nội mạng là x (nghìn đồng); số tiền phải trả cho số phút gọi ngoại mạng là $2y$ (nghìn đồng).

Tổng số tiền phải trả cho x phút gọi nội mạng và y phút gọi ngoại mạng là: $x + 2y$ (nghìn đồng)

Để số tiền phải trả ít hơn 200 nghìn đồng thì $x; y$ phải thỏa mãn bất phương trình:

$$x + 2y < 200.$$

Do đó, muốn số tiền trả ít hơn 200 nghìn đồng thì số phút gọi **nội mạng** và số phút gọi ngoại mạng y phải là nghiệm của bất phương trình $x + 2y < 200$.

Chẳng hạn với $x = 50, y = 50$ thì $x + 2y = 50 + 2 \cdot 50 = 150 < 200$, do đó cặp số $(50; 50)$ thỏa mãn bất phương trình $x + 2y < 200$ nên nếu gọi 50 phút nội mạng và 50 phút ngoại mạng thì số tiền phải trả sẽ ít hơn 200 nghìn đồng.

Bài 2.1 trang 25 SGK Toán 10 tập 1: Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

a) $2x + 3y > 6$;

b) $2^2x + y \leq 0$;

c) $2x^2 - y \geq 1$.

Lời giải

a) $2x + 3y > 6$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn vì nó có dạng $ax + by > c$.

với a, b không đồng thời bằng 0.

b) $2^2x + y \leq 0 \Leftrightarrow 4x + y \leq 0$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn vì nó có dạng $ax + by \leq c$, với a, b không đồng thời bằng 0.

c) $2x^2 - y \geq 1$ không là bất phương trình bậc nhất hai ẩn vì nó có x^2 (ẩn x với bậc là 2) với hệ số khác 0.

Bài 2.2 trang 25 SGK Toán 10 tập 1: Biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình sau trên mặt phẳng tọa độ:

a) $3x + 2y \geq 300$;

b) $7x + 20y < 0$.

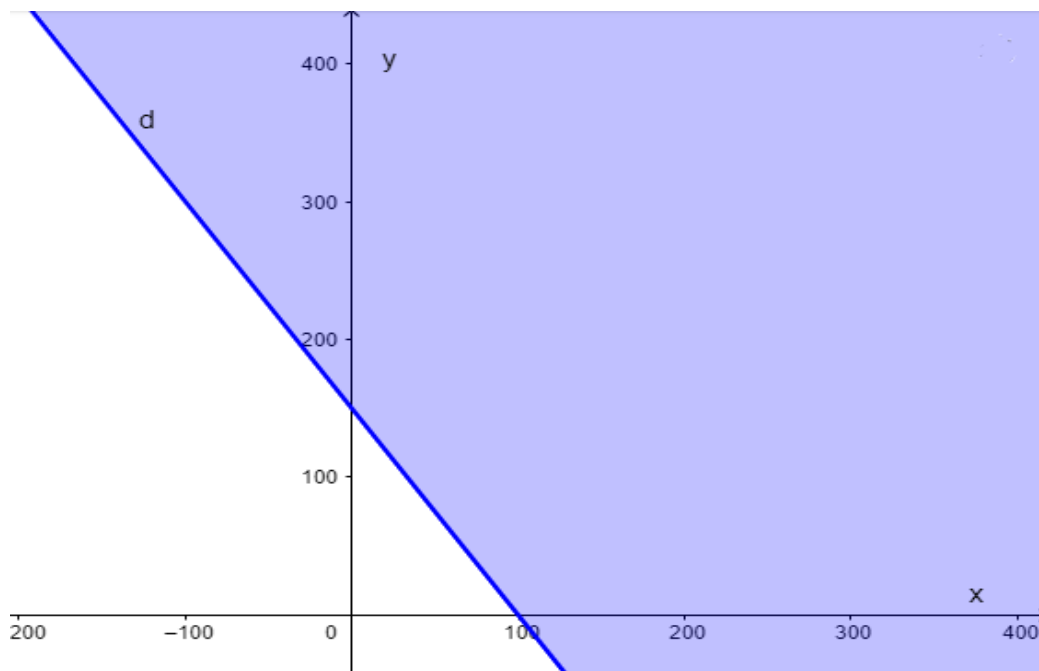
Lời giải

a) Bước 1: Vẽ đường thẳng d: $3x + 2y = 300$ trên mặt phẳng tọa độ.

Bước 2: Lấy điểm $O(0; 0)$ không thuộc đường thẳng d.

Thay $x = 0, y = 0$ vào $3x + 2y$ ta được: $3.0 + 2.0 = 0 < 300$.

Do đó miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng d không chứa điểm O (miền tô màu chứa đường thẳng d).

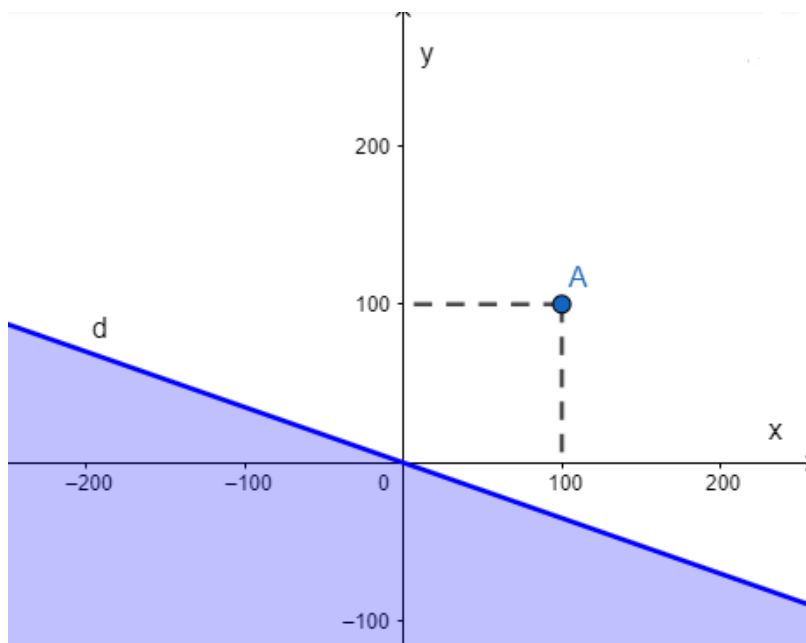


b) Bước 1: Vẽ đường thẳng d: $7x + 20y = 0$ trên mặt phẳng tọa độ.

Bước 2: Lấy điểm $A(100; 100)$ không thuộc đường thẳng d.

Thay $x = 100$, $y = 100$ vào $7x + 20y$ ta được: $7.100 + 20.100 = 2700 > 0$.

Do đó miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng d không chứa điểm A (miền tô màu không chứa đường thẳng d).



Bài 2.3 trang 25 SGK Toán 10 tập 1: Ông An muốn thuê một chiếc ô tô (có lái xe) trong một tuần. Giá thuê xe được cho như bảng sau:

	Phí cố định (nghìn đồng/ngày)	Phí tính theo quãng đường di chuyển (nghìn đồng/kilômét)
Từ thứ Hai đến thứ Sáu	900	8
Thứ Bảy và Chủ nhật	1 500	10

a) Gọi x và y lần lượt là số kilômét ông An đi trong các ngày từ thứ Hai đến thứ Sáu và trong hai ngày cuối tuần. Viết bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y sao cho tổng số tiền ông An phải trả không quá 14 triệu đồng.

b) Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình ở câu a trên mặt phẳng tọa độ.

Lời giải

a) Số tiền ông An phải trả cho việc thuê xe ô tô từ thứ Hai đến thứ Sáu là:

$$900.5 + 8x = 4\,500 + 8x \text{ (nghìn đồng).}$$

Số tiền ông An phải trả cho việc thuê xe ô tô từ thứ Bảy và Chủ nhật là:

$$1\,500.2 + 10y = 3\,000 + 10y \text{ (nghìn đồng).}$$

Tổng số tiền ông An phải trả cho việc thuê xe trong một tuần là:

$$4\,500 + 8x + 3\,000 + 10y = 7\,500 + 8x + 10y \text{ (nghìn đồng).}$$

Để tổng số tiền ông An phải trả không quá 14 triệu đồng thì

$$7\,500 + 8x + 10y \leq 14\,000$$

$$\Leftrightarrow 8x + 10y \leq 6\,500.$$

$$\Leftrightarrow 4x + 5y \leq 3\,250.$$

Vậy bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y sao cho tổng số tiền ông An phải trả không quá 14 triệu đồng là $4x + 5y \leq 3\,250$.

b)

Vẽ đường thẳng $d: 4x + 5y = 3\,250$ trên mặt phẳng tọa độ.

Lấy gốc tọa độ $O(0; 0)$ và tính $4.0 + 5.0 = 0 < 3\,250$.

Do đó miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng d chứa gốc tọa độ và cả đường thẳng d (miền **không bị gạch** kể cả biên).

THAY HÌNH VẼ DƯỚI ĐÂY

