Bài 14: Các số đặc trưng đo độ phân tán

Bài 5.13 trang 80 SBT Toán 10 Tập 1:

Cho hai biểu đồ chấm điểm biểu diễn hai mẫu số liệu A, B như sau:



trong đó, mỗi chấm biểu diễn một giá trị trong mẫu số liệu.

Không tính, hãy cho biết:

- a) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu nào lớn hơn.
- b) Khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu có như nhau không.

Lời giải:

a) Quan sát hai biểu đồ đã cho ta thấy: các chấm biểu diễn giá trị của mẫu số liệu trong biểu đồ A phân tán hơn trong biểu đồ B.

Do đó độ lệch chuẩn của dãy số liệu A lớn hơn.

b) Khoảng biến thiên dùng để đo độ phân tán của mẫu số liệu, khoảng biến thiên càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.

Do mức độ phân tán của hai mẫu số liệu khác nhau nên khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu này không như nhau.

Bài 5.14 trang 80 SBT Toán 10 Tập 1:

Cho hai dãy số liệu sau:

A: 4 5 7 9 10;

B: 9 10 12 14 15.

Không tính, hãy cho biết:

- a) Khoảng biến thiên của hai dãy có như nhau không.
- b) Độ lệch chuẩn của hai dãy có như nhau không.

Lời giải:

Quan sát hai dãy số liệu ta thấy dãy B có được là do cộng mỗi giá trị của dãy A với 5.

a) Khoảng biến thiên là hiệu số giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trong mẫu số liệu.

Do đó khoảng biến thiên của hai dãy như nhau.

b) Độ lệch chuẩn của hai dãy như nhau.

Bài 5.15 trang 80 SBT Toán 10 Tập 1:

Điểm số của hai vận động viên bắn cung trong 10 lần bắn thủ đề chuẩn bị cho Olympic Tokyo 2020 được ghi lại như sau:

Vân đông viên A: 10 8; 9 8 10 9 9 9 10 9 Vận động viên B: 5 10 10 10 10 7 9 10 10 10.

- a) Tìm khoảng biến thiên và độ lệch chuẩn của mỗi dãy số liệu trên.
- b) Vận động viên nào có thành tích bắn thử ổn định hơn?

Lời giải:

a)

Đối với vận động viên A: Điểm số bắn cung thấp nhất và cao nhất tương ứng là 8;
 10.

- Khoảng biến thiên: $R_A = 10 8 = 2$.
- Số trung bình là:

$$\overline{x_A} = \frac{10+9+...+9+8}{10} = 9,1.$$

• Phương sai là:

$$s_A^2 = \frac{(10-9,1)^2 + (9-9,1)^2 + ... + (8-9,1)^2}{10} = 0,49$$

- Độ lệch chuẩn là: $s_A = \sqrt{s_A^2} = \sqrt{0.49} = 0.7$.
- Đối với vận động viên B: Điểm số bắn cung thấp nhất và cao nhất tương ứng là 5;
 10.
- Khoảng biến thiên: $R_B = 10 5 = 5$.
- Số trung bình là:

$$\overline{x}_B = \frac{5+10+...+10+10}{10} = 9,1.$$

• Phương sai là:

$$s_{B}^{2} = \frac{(5-9,1)^{2} + (10-9,1)^{2} + ... + (10-9,1)^{2}}{10} = 2,69$$

• Độ lệch chuẩn là: $s_B = \sqrt{s_B^2} = \sqrt{2,69} \approx 1,64$.

Vậy khoảng biến thiên về thành tích của vận động A và B lần lượt là 2 và 5;

Độ lệch chuẩn về thành tích của vận động viên A và B lần lượt là: 0,7 và 1,64.

b) Vì khoảng biến thiên, độ lệch chuẩn về thành tích của vận động viên A đều nhỏ hơn của vận động viên B nên dựa trên các tiêu chí này ta có thể kết luận vận động viên A có thành tích ổn đinh hơn.

Bài 5.16 trang 81 SBT Toán 10 Tập 1:

Trong các dãy số liệu sau, dãy nào có độ lệch chuẩn lớn nhất?

- (a) 98 99 100 101 102.
- (b) 2 4 6 8 10.
- (c) 2 10.

Lời giải:

- Đối với dãy (a) ta có:
- Số trung bình là:

$$\overline{x} = \frac{98 + 99 + 100 + 101 + 102}{5} = 100.$$

• Phương sai là:

$$s^2 = \frac{\left(98 - 100\right)^2 + \left(99 - 100\right)^2 + \left(100 - 100\right)^2 + \left(101 - 100\right)^2 + \left(102 - 100\right)^2}{5} = 2.$$

- Độ lệch chuẩn là: $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{2} \approx 1,41$.
- Đối với dãy (b) ta có:
- Số trung bình là:

$$\overline{x} = \frac{2+4+6+8+10}{5} = 6.$$

• Phương sai là:

$$s^{2} = \frac{\left(2-6\right)^{2} + \left(4-6\right)^{2} + \left(6-6\right)^{2} + \left(8-6\right)^{2} + \left(10-6\right)^{2}}{5} = 8.$$

- Độ lệch chuẩn là: $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{8} \approx 2,83$.
- Đối với dãy (c) ta có:
- Số trung bình là:

$$\overline{x} = \frac{2+10}{2} = 6.$$

• Phương sai là:

$$s^2 = \frac{(2-6)^2 + (10-6)^2}{2} = 16.$$

• Độ lệch chuẩn là: $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{16} = 4$.

Vì 1,41 < 2,83 < 4 nên độ lệch chuẩn của dãy (c) lớn nhất.

Vậy độ lệch chuẩn của dãy số liệu (c) là lớn nhất.

Bài 5.17 trang 81 SBT Toán 10 Tập 1:

Mẫu số liệu sau là chiều cao (đơn vị: cm) của các bạn trong tổ của Lan:

165 168 157 162 165 165 179 148 170 167.

a) Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

b) Khoảng tứ phân vị có bị ảnh hưởng bởi chiều cao của bạn cao nhất, bạn thấp nhất không?

Lời giải:

a) Sắp xếp dãy số liệu theo thứ tự không giảm ta được:

• Vì n=10 là số chẵn nên trung vị là trung bình cộng của hai giá trị chính giữa (số liệu thứ 5 và thứ 6) của mẫu số liệu đã sắp xếp.

Do đó
$$Q_2 = \frac{165 + 165}{2} = 165$$
.

• Nửa dữ liệu bên trái Q₂ là: 148; 157; **162**; 165; 165.

Dãy này gồm 5 số liệu, n = 5 là số lẻ nên trung vị là giá trị chính giữa (số liệu thứ 3 của nửa dữ liệu bên trái Q_2) nên $Q_1 = 162$.

• Nửa dữ liệu bên phải Q₂ là: 165; 167; **168**; 170; 179.

Dãy này gồm 5 số liệu, n = 5 là số lẻ nên trung vị là giá trị chính giữa (số liệu thứ 3 của nửa dữ liệu bên phải Q_2) nên $Q_3 = 168$.

Khi đó khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đã cho là:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 168 - 162 = 6.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đã cho là 6 cm.

b) Khoảng tứ phân vị là khoảng biến thiên của 50% số liệu chính giữa của mẫu số liệu đã sắp xếp nên đo độ phân tán của 50% dữ liệu này.

Do đó khoảng tứ phân vị không bị ảnh hưởng bởi giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất.

Vậy khoảng tứ phân vị không bị ảnh hưởng bởi chiều cao của bạn cao nhất và bạn thấp nhất.

Bài 5.18 trang 81 SBT Toán 10 Tập 1:

Bình dùng đồng hồ đo thời gian để một vật rơi tự do (đơn vị: giây) từ vị trí A đến vị trí B trong 10 lần cho kết quả như sau:

0,398 0,399 0,408 0,410 0,406 0,405 0,402 0,401 0,290 0,402. Bình nghĩ là giá trị 0,290 ở lần đo thứ 9 không chính xác. Hãy kiểm tra nghi ngờ của Bình.

Lời giải:

Sắp xếp dãy số liệu theo thứ tự không giảm ta được:

0,290 0,398 0,399 0,401 0,402 0,402 0,405 0,406 0,408 0,410.

• Vì n = 10 là số chẵn nên trung vị là trung bình cộng của hai giá trị chính giữa (số liệu thứ 5 và thứ 6) của mẫu số liệu đã sắp xếp.

Do đó
$$Q_2 = \frac{0,402 + 0,402}{2} = 0,402.$$

• Nửa dữ liệu bên trái Q₂ là: 0,290; 0,398; **0,399**; 0,401; 0,402.

Dãy này gồm 5 số liệu, n=5 là số lẻ nên trung vị là giá trị chính giữa (số liệu thứ 3 của nửa dữ liệu bên trái Q_2) nên $Q_1=0,399$.

• Nửa dữ liệu bên phải Q₂ là: 0,402; 0,405; **0,406**; 0,408; 0,410.

Dãy này gồm 5 số liệu, n=5 là số lẻ nên trung vị là giá trị chính giữa (số liệu thứ 3 của nửa dữ liệu bên phải Q_2) nên $Q_3=0,406$.

Khi đó khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đã cho là:

 $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 0,406 - 0,399 = 0,007.$

Ta có: $Q_1 - 1,5.\Delta_Q = 0,399 - 1,5.0,007 = 0,3885$.

Vì 0,290 < 0,3885 nên đây là giá trị bất thường.

Vậy giá trị 0,290 ở lần đo thứ 9 không chính xác.