Chuyên đề 1: Hệ phương trình bậc nhất ba ẩn và ứng dụng

Bài 1: Hệ phương trình bậc nhất ba ẩn

Trang 6, 8, 11, 12, 13

Trang 6

Khởi động trang 6 Chuyên đề Toán 10:

Chúng ta đã biết cách mô tả mối liên hệ giữa hai ẩn số x, y phải thoả mãn đồng thời hai điều kiện $a_1x + b_1y = c_1 (a_1^2 + b_1^2 > 0)$ và $a_2x + b_2y = c_2 (a_2^2 + b_2^2 > 0)$ bằng cách sử dụng hệ phương trình bậc nhất hai ẩn:

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2 \end{cases}.$$

Trong bài học này, ta sẽ học cách giải quyết tình huống cần mô tả mối liên hệ giữa ba ẩn số x, y, z phải thoả mãn đồng thời ba điều kiện:

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1$$
; $a_2x + b_2y + c_2z = d_2$ và $a_3x + b_3y + c_3z = d_3$.

Lời giải:

Trong bài học này chúng ta sẽ tìm hiểu

Khám phá 1 trang 6 Chuyên đề Toán 10:

Ba lớp 10A, 10B, 10C gồm 128 học sinh cùng tham gia lao động trồng cây. Mỗi học sinh lớp 10A trồng được 3 cây bạch đàn và 4 cây bàng. Mỗi học sinh lớp 10B trồng được 2 cây bạch đàn và 5 cây bàng. Mỗi học sinh lớp 10C trồng được 6 cây bạch đàn. Cả 3 lớp trồng được 476 cây bạch đàn và 375 cây bàng. Gọi x, y, z lần lượt là số học sinh của các lớp 10A, 10B, 10C.

- a) Lập các hệ thức thể hiện mối liên hệ giữa x, y và z.
- b) Trong bảng dữ liệu sau, chọn các số liệu phù hợp với số học sinh của mỗi lớp 10A, 10B, 10C và giải thích sự lựa chọn của bạn.

X	y	Z
41	43	44
40	43	45
42	43	43

a) Các hệ thức thể hiện mối liên hệ giữa x, y và z là:

$$x + y + z = 128$$
; $3x + 2y + 6z = 476$; $4x + 5y = 375$.

b) Các số liệu phù hợp với số học sinh của mỗi lớp 10A, 10B, 10C là x = 40, y = 43, z = 45. Vì các số liệu này thoả mãn tất cả các hệ thức thể hiện mỗi liên hệ giữa x, y và z trong câu a); các số liệu còn lai thì không thoả mãn.

Trang 8

Thực hành 1 trang 8 Chuyên đề Toán 10:

Hệ phương trình nào dưới đây là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn? Mỗi bộ ba số (1; 5; 2), (1; 1; 1) và (-1; 2; 3) có là nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn đó không?

(1)
$$\begin{cases} 4x - 2y + z = 5 \\ 4xz - 5y + 2z = -7 \\ -x + 3y + 2z = 3 \end{cases}$$

(2)
$$\begin{cases} x + 2z = 5 \\ 2x - y + z = -1. \\ 3x - 2y = -7 \end{cases}$$

Lời giải:

- Hệ (1) không là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vì phương trình thứ hai của hệ có chứa xz.
- -Hệ (2) là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn.
- +) Bộ ba số (1; 5; 2) có là nghiệm của hệ phương trình bậc nhất đã cho.

Vì khi thay bộ số này vào từng phương trình thì chúng đều có nghiệm đúng:

$$1 + 2 \cdot 2 = 5$$
;

$$2.1-5+2=-1;$$

$$3.1-2.5=-7.$$

+) Bộ ba số (1; 1; 1) không là nghiệm của hệ phương trình bậc nhất đã cho.

Vì khi thay bộ số này vào phương trình thứ nhất của hệ ta được 1+2 . 1=5, đây là đẳng thức sai.

+) Bộ ba số (-1; 2; 3) có là nghiệm của hệ phương trình bậc nhất đã cho.

Vì khi thay bộ số này vào từng phương trình thì chúng đều có nghiệm đúng:

$$-1 + 2 \cdot 3 = 5$$
;

$$2.(-1)-2+3=-1$$
;

$$3.(-1)-2.2=-7.$$

Khám phá 2 trang 8 Chuyên đề Toán 10:

Cho các hệ phương trình:

(1)
$$\begin{cases} 2x - y + z = 1 \\ 3y - z = 2 \\ 2z = 3 \end{cases}$$
;

(2)
$$\begin{cases} 2x - y + z = 1 \\ 2y + z = -1 \\ 2y - z = -4 \end{cases}$$

- a) Hệ phương trình (1) có gì đặc biệt? Giải hệ phương trình này.
- b) Biến đổi hệ phương trình (2) về dạng như hệ phương trình (1). Giải hệ phương trình (2).

Lời giải:

a) Các phương trình trong hệ (1) theo thứ tự có số ẩn giảm dần: phương trình thứ nhất có 3 ẩn, phương trình thứ hai có 2 ẩn và phương trình thứ ba có 1 ẩn.

Hệ phương trình có dạng như hệ phương trình (1) được gọi là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn dạng tam giác.

b) Trừ vế với vế của phương trình thứ hai cho phương trình thứ ba của hệ (2) ta được:

$$(2y + z) - (2y - z) = -1 - (-4)$$
 hay $2z = 3$. Do đó hệ (2) tương đương với:

$$\begin{cases} 2x - y + z = 1 \\ 2y + z = -1 \\ 2z = 3 \end{cases}.$$

Từ phương trình thứ ba, ta có: $z = \frac{3}{2}$.

Thay $z = \frac{3}{2}$ vào phương trình thứ hai ta được $y = -\frac{5}{4}$.

Thay $y = -\frac{5}{4}$ và $z = \frac{3}{2}$ vào phương trình thứ nhất, ta được $x = -\frac{7}{8}$.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là $\left(-\frac{7}{8}; -\frac{5}{4}; \frac{3}{2}\right)$.

Trang 11

Thực hành 2 trang 11 Chuyên đề Toán 10:

Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp Gauss:

a)
$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ x + 2y - z = -2; \\ x - 3y + z = 3 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 3x - y + 2z = 2 \\ x + 2y - z = 1 \\ 2x - 3y + 3z = 2 \end{cases}$$
;

c)
$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ x - 4y + 2z = -1. \\ 4x - y + 3z = 1 \end{cases}$$

Lời giải:

a)
$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ x + 2y - z = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + 1 \\ -4y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + 1 \\ -4y + z = 3$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -4y + \frac{5}{3} = 3 \Leftrightarrow \end{cases} \begin{cases} x - 2\left(-\frac{1}{3}\right) = 1 \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases} \\ z = \frac{5}{3} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là $\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{5}{3}\right)$.

$$\begin{cases} 3x - y + 2z = 2 \\ x + 2y - z = 1 \\ 2x - 3y + 3z = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y + 2z = 2 \\ -7y + 5z = -1 \\ 2x - 3y + 3z = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y + 2z = 2 \\ -7y + 5z = -1 \\ 7y - 5z = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y + 2z = 2 \\ -7y + 5z = -1 \\ 0y + 0z = -3 \end{cases}.$$

Phương trình thứ ba của hệ này vô nghiệm, do đó hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

$$c) \begin{cases} x-y+z=0 \\ x-4y+2z=-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-y+z=0 \\ 3y-z=1 \\ 4x-y+3z=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y+z=0 \\ 3y-z=1 \\ -3y+z=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y+z=0 \\ 3y-z=1 \end{cases} .$$

Từ phương trình thứ hai, ta có z = 3y - 1, thay vào phương trình thứ nhất ta được x = -2y + 1.

Vậy hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm dạng (-2y + 1; y; 3y - 1).

Vận dụng 1 trang 11 Chuyên đề Toán 10:

Tìm phương trình của parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$ ($a \ne 0$), biết (P) đi qua ba điểm A(0; -1), B(1; -2) và C(2; -1).

Lời giải:

- (P) $\text{di qua } A(0;-1) \Rightarrow -1 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \text{ hay } c = -1 (1).$
- (P) $\text{di qua B}(1; -2) \Rightarrow -2 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c \text{ hay } a + b + c = -2 (2).$
- (P) $\text{di qua } C(2;-1) \Rightarrow -1 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c \text{ hay } 4a + 2b + c = -1 (3).$

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} c=-1\\ a+b+c=-2.\\ a-b+c=-1 \end{cases}$$

Giải hệ này ta được a = 1, b = -2, c = -1.

Vây phương trình của (P) là $y = x^2 - 2x - 1$.

Trang 12

Thực hành 3 trang 12 Chuyên đề Toán 10:

Sử dụng máy tính cầm tay, tìm nghiệm của các hệ phương trình sau:

a)
$$\begin{cases} 2x + y - z = -1 \\ x + 3y + 2z = 2 \\ 3x + 3y - 3z = -5; \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x - 3y + 2z = 5 \\ x + 2y - 3z = 4 \\ 3x - y - z = 2; \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x - y - z = -1 \\ 2x - y + z = -1 \\ -4x + 3y + z = 3. \end{cases}$$

a) Sau khi mở máy, ấn phím MENU để màn hình hiện lên bảng lựa chọn.

Ân liên tiếp các phím 9, 1, 3.

Tiếp theo, lần lượt nhập các hệ số của từng phương trình bằng cách ấn liên tiếp các phím như sau:

Nhập hệ số của phương trình thứ nhất:

Nhập hệ số của phương trình thứ hai:

Nhập hệ số của phương trình thứ ba:

$$3 = 3 = -3 = -5 =$$
Tiếp theo, ấn liên tục 3 lần phím = để xem kết quả.

Ta được
$$x = \frac{2}{3}$$
, $y = -\frac{2}{3}$, $z = \frac{5}{3}$.

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $\left(\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{5}{3}\right)$.

b) Sau khi mở máy, ấn phím MENU để màn hình hiện lên bảng lựa chọn.

Ấn liên tiếp các phím 9, 1, 3.

Tiếp theo, lần lượt nhập các hệ số của từng phương trình bằng cách ấn liên tiếp các phím như sau:

Nhập hệ số của phương trình thứ nhất:

2	=	_	3	=	2	=	5	=

Nhập hệ số của phương trình thứ hai:

1 = 2 =	- 3	= 4	=
---------	-----	-----	---

Nhập hệ số của phương trình thứ ba:

3	=	_	1	=	_	1	=	2	=

Tiếp theo, ấn liên tục 3 lần phím = để xem kết quả.

Ta thấy màn hình hiện ra No Solution.

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

c) Sau khi mở máy, ấn phím MENU để màn hình hiện lên bảng lựa chọn.

Ấn liên tiếp các phím 9, 1, 3.

Tiếp theo, lần lượt nhập các hệ số của từng phương trình bằng cách ấn liên tiếp các phím như sau:

Nhập hệ số của phương trình thứ nhất:

1	=	_	1	=	_	1	=	_	1	=

Nhập hệ số của phương trình thứ hai:

2 = - 1 = 1 = - 1 =

Nhập hệ số của phương trình thứ ba:

Tiếp theo, ấn liên tục 3 lần phím = để xem kết quả.

Ta thấy màn hình hiện ra Infinite Solution.

Vậy phương trình đã cho có vô số nghiệm.

Vận dụng 2 trang 12 Chuyên đề Toán 10:

Ba bạn Nhân, Nghĩa và Phúc đi vào căng tin của trường. Nhân mua một li trà sữa, một li nước trái cây, hai cái bánh ngọt và trả 90000 đồng. Nghĩa mua một li trà sữa, ba cái bánh ngọt và trả 50000 đồng. Phúc mua một li trà sữa, hai li nước trái cây, ba cái bánh ngọt và trả 140000 đồng. Gọi x, y, z lần lượt là giá tiền của một li trà sữa, một li nước trái cây và một cái bánh ngọt tại căng tin đó.

- a) Lập các hệ thức thể hiện mối liên hệ giữa x, y và z.
- b) Tìm giá tiền của một li trà sữa, một li nước trái cây và một cái bánh ngọt tại căng tin đó.

- a) Theo đề bài ta có:
- Nhân mua một li trà sữa, một li nước trái cây, hai cái bánh ngọt và trả 90000 đồng, suy ra x + y + 2z = 90000 (1).
- Nghĩa mua một li trà sữa, ba cái bánh ngọt và trả 50000 đồng, suy ra x + 3z = 50000 (2).
- Phúc mua một li trà sữa, hai li nước trái cây, ba cái bánh ngọt và trả 140000 đồng, suy ra x + 2y + 3z = 140000 (3).

b) Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y + 2z = 90000 \\ x + 3z = 50000 \\ x + 2y + 3z = 140000 \end{cases}$$

Giải hệ này ta được x = 35000, y = 45000, z = 5000.

Vậy giá tiền của một li trà sữa, một li nước trái cây và một cái bánh ngọt lần lượt là 35000 đồng, 45000 đồng, 5000 đồng.

Bài 1 trang 12 Chuyên đề Toán 10:

Trong các hệ phương trình sau, hệ nào là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn? Mỗi bộ ba số (-1; 2; 1), (-1,5; 0,25; -1,25) có là nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn đó không?

a)
$$\begin{cases} 3x - 2y + z = -6 \\ -2x + y + 3z = 7; \\ 4x - y + 7z = 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 5x - 2y + 3z = 4 \\ 3x + 2yz - z = 2; \\ x - 3y + 2z = -1 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 2x - 4y - 3z = \frac{-1}{4} \\ 3x + 8y - 4z = \frac{5}{2} \\ 2x + 3y - 2z = \frac{1}{4} \end{cases}$$

- a) và c) là các hệ phương trình bậc nhất ba ẩn; b) không phải hê phương trình bậc nhất ba ẩn vì chứa yz.
- +) Bộ ba số (-1; 2; 1) không là nghiệm của hệ a).

Vì khi thay bộ số này vào phương trình thứ nhất của hệ ta được $3 \cdot (-1) - 2 \cdot 1 + 1 = -6$, đây là đẳng thức sai.

+) Bộ ba số (-1,5; 0,25; -1,25) không là nghiệm của hệ a).

Vì khi thay bộ số này vào phương trình thứ nhất của hệ ta được $3 \cdot (-1,5) - 2 \cdot 0,25 + (-1,25) = -6$, đây là đẳng thức sai.

+) Bộ ba số (-1; 2; 1) không là nghiệm của hệ c).

Vì khi thay bộ số này vào phương trình thứ nhất của hệ ta được $2 \cdot (-1) - 4 \cdot 1 - 3 \cdot 1$

$$=\frac{-1}{4}$$
, đây là đẳng thức sai.

+) Bộ ba số (-1,5; 0,25; -1,25) có là nghiệm của hệ phương trình bậc nhất đã cho.

Vì khi thay bộ số này vào từng phương trình thì chúng đều có nghiệm đúng:

2.
$$(-1,5)$$
 – 4. $0,25$ – 3. $(-1,25)$ = $\frac{-1}{4}$,

3.
$$(-1,5) + 8.0,25 - 4.(-1,25) = \frac{5}{2}$$
,

2.
$$(-1,5) + 3.0,25 - 2. (-1,25) = \frac{1}{4}$$
.

Trang 13

Bài 2 trang 13 Chuyên đề Toán 10:

Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp Gauss:

a)
$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ x - 3y = 2 \end{cases}$$
;
$$2x + y - z = 3$$

b)
$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + 3y + 2z = 8; \\ 3x - y + z = 4 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x - y + 5z = -2 \\ 2x + y + 4z = 2. \\ x + 2y - z = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+3y=4 \\ x-3y=2 \\ 2x+y-z=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3y=4 \\ 3x=6 \\ 2x+y-z=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2.2+3y=4 \\ x=2 \\ 2x+y-z=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=0 \\ x=2 \\ 2x+y-z=3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 2 \\ 2.2 + 0 - z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 2. \\ z = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là (2; 0; 1).

b)
$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + 3y + 2z = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 2 \\ -2y - z = -6 \\ 3x - y + z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 2 \\ -2y - z = -6 \Leftrightarrow \\ 4y + 2z = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 2 \\ -2y - z = -6 \\ 2y + z = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 2 \\ -2y - z = -6. \\ 0y + 0z = -5 \end{cases}$$

Phương trình thứ ba của hệ này vô nghiệm, do đó hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

c)
$$\begin{cases} x - y + 5z = -2 \\ 2x + y + 4z = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x - y + 5z = -2 \\ -3y + 6z = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y + 5z = -2 \\ -3y + 6z = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y + 5z = -2 \\ -3y + 6z = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y + 5z = -2 \\ -3y + 6z = -6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - y + 5z = -2 \\ -y + 2z = -2 \end{cases}.$$

Từ phương trình thứ hai, ta có y = 2z + 2, thay vào phương trình thứ nhất ta được x = -3z.

Vậy hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm dạng (-3z; 2z + 2; z).

Bài 3 trang 13 Chuyên đề Toán 10:

Sử dụng máy tính cầm tay, tìm nghiệm của các hệ phương trình sau:

a)
$$\begin{cases} x - 5z = 2 \\ 3x + y - 4z = 3 \\ -x + 2y + z = -1 \end{cases}$$
;

b)
$$\begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ x + 2y - z = 1 \end{cases}$$
;
$$3x + y - 2z = 2$$

c)
$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 2x + y - 2z = 2 \\ 4x - 7y - 4z = 4 \end{cases}$$

a) Sau khi mở máy, ấn phím MENU để màn hình hiện lên bảng lựa chọn.

Ấn liên tiếp các phím 9, 1, 3.

Tiếp theo, lần lượt nhập các hệ số của từng phương trình bằng cách ấn liên tiếp các phím như sau:

Nhập hệ số của phương trình thứ nhất:

Nhập hệ số của phương trình thứ hai:

Nhập hệ số của phương trình thứ ba:

Tiếp theo, ấn liên tục 3 lần phím = để xem kết quả.

Ta được
$$x = \frac{17}{26}$$
, $y = -\frac{1}{26}$, $z = -\frac{7}{26}$.

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $\left(\frac{17}{26}; -\frac{1}{26}; -\frac{7}{26}\right)$.

b) Sau khi mở máy, ấn phím MENU để màn hình hiện lên bảng lựa chọn.

Ấn liên tiếp các phím 9, 1, 3.

Tiếp theo, lần lượt nhập các hệ số của từng phương trình bằng cách ấn liên tiếp các phím như sau:

Nhập hệ số của phương trình thứ nhất:

Nhập hệ số của phương trình thứ hai:

Nhập hệ số của phương trình thứ ba:

Tiếp theo, ấn liên tục 3 lần phím = để xem kết quả.

Ta được
$$x = \frac{6}{5}, y = \frac{2}{5}, z = 1.$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $\left(\frac{6}{5}; \frac{2}{5}; 1\right)$.

c) Sau khi mở máy, ấn phím MENU để màn hình hiện lên bảng lựa chọn.

Ấn liên tiếp các phím 9, 1, 3.

Tiếp theo, lần lượt nhập các hệ số của từng phương trình bằng cách ấn liên tiếp các phím như sau:

Nhập hệ số của phương trình thứ nhất:

Nhập hệ số của phương trình thứ hai:

2	=	1	=	_	2	=	2	=

Nhập hệ số của phương trình thứ ba:

Tiếp theo, ấn liên tục 3 lần phím = để xem kết quả.

Ta thấy màn hình hiện ra Infinite Solution.

Vậy phương trình đã cho có vô số nghiệm.

Bài 4 trang 13 Chuyên đề Toán 10:

Tìm phương trình của parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$ ($a \ne 0$), biết:

a) Parabol (P) có trục đối xứng x = 1 và đi qua hai điểm A(1; -4), B(2; -3);

b) Parabol (P) có đỉnh I $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$ và đi qua điểm M(-1; 3).

Lời giải:

a) Theo đề bài ta có:

$$-(P)$$
 có trục đối xứng $x = 1$, suy ra $-\frac{b}{2a} = 1$, suy ra $2a + b = 0$ (1).

- -(P) đi qua điểm A(1; -4), suy ra $-4 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c$ hay a + b + c = -4 (2).
- -(P) đi qua điểm B(2; -3), suy ra $-3 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c$ hay 4a + 2b + c = -3 (3).

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2a+b=0\\ a+b+c=-4\\ 4a+2b+c=-3 \end{cases}.$$

Giải hệ này ta được a = 1, b = -2, c = -3.

Vậy phương trình của (P) là $y = x^2 - 2x - 3$.

b) Theo đề bài ta có:

$$-$$
 (P) có có đỉnh I $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{4}\right)$, suy ra $-\frac{b}{2a}=\frac{1}{2}$ hay $a+b=0$ (1)

và
$$\frac{3}{4} = a \left(\frac{1}{2}\right)^2 + b \cdot \frac{1}{2} + c$$
 hay $a + 2b + 4c = 3$ (2).

-(P) đi qua điểm M(-1; 3), suy ra $3 = a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c$ hay a - b + c = 3 (3).

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} a+b=0\\ a+2b+4c=3.\\ a-b+c=3 \end{cases}$$

Giải hệ này ta được a = 1, b = -1, c = 1.

Vậy phương trình của (P) là $y = x^2 - x + 1$.

Bài 5 trang 13 Chuyên đề Toán 10:

Một đại lí bán ba loại gas A, B, C với giá bán mỗi bình gas lần lượt là 520000 đồng, 480000 đồng, 420000 đồng. Sau một tháng, đại lí đã bán được 1299 bình gas các loại với tổng doanh thu đạt 633960000 đồng. Biết rằng trong tháng đó, đại lí bán được số bình gas loại B bằng một nửa tổng số bình gas loại A và C. Tính số bình gas mỗi loại

mà đại lí bán được trong tháng đó.

Lời giải:

Gọi số bình gas mỗi loại mà đại lí bán được trong tháng đó lần lượt là x, y, z.

Theo đề bài ta có:

- Đại lí đã bán được 1299 bình gas, suy ra x + y + z = 1299 (1).
- Tổng doanh thu đạt 633960000 đồng, suy ra 520000x + 480000y + 420000z = 633960000 hay 26x + 24y + 21z = 31698 (2).
- Số bình gas loại B bằng một nửa tổng số bình gas loại A và C, suy ra $y = \frac{1}{2}(x + z)$ hay x 2y + z = 0 (3).

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y + z = 1299 \\ 26x + 24y + 21z = 31698. \\ x - 2y + z = 0 \end{cases}$$

Giải hệ này ta được x = 624, y = 433, c = 242.

Vậy số bình gas mỗi loại mà đại lí bán được trong tháng đó lần lượt là 624, 433, 242.