

Bài 1. Giá trị lượng giá của một góc từ 0° đến 180° .

Định lí côsin và định lí sin trong tam giác

A. Câu hỏi

Câu hỏi khởi động trang 62 Toán lớp 10 Tập 1: Cột cờ Lũng Cú là cột cờ Quốc gia, nằm ở đỉnh Lũng Cú hay còn gọi là đỉnh núi Rồng (Long Sơn) thuộc xã Lũng Cú, huyện Đồng Văn, tỉnh Hà Giang, cách cực Bắc Việt Nam khoảng 3,3 km. Thời nhà Lý, cột cờ Lũng Cú chỉ được làm bằng cây sa mộc. Ngày nay, cột cờ có độ cao 33,15 m bao gồm bệ cột cao 20,25 m và cán cờ cao 12,9 m. Chân bệ cột cờ có 8 mặt phù điêu bằng đá xanh mô phỏng hoa văn mặt của trống đồng Đông Sơn và những họa tiết minh họa các giai đoạn qua từng thời kì lịch sử của đất nước, cũng như con người, tập quán của các dân tộc ở Hà Giang. Trên đỉnh cột là Quốc kì Việt Nam có diện tích là 54 m^2 , biểu tượng cho 54 dân tộc của đất nước ta.

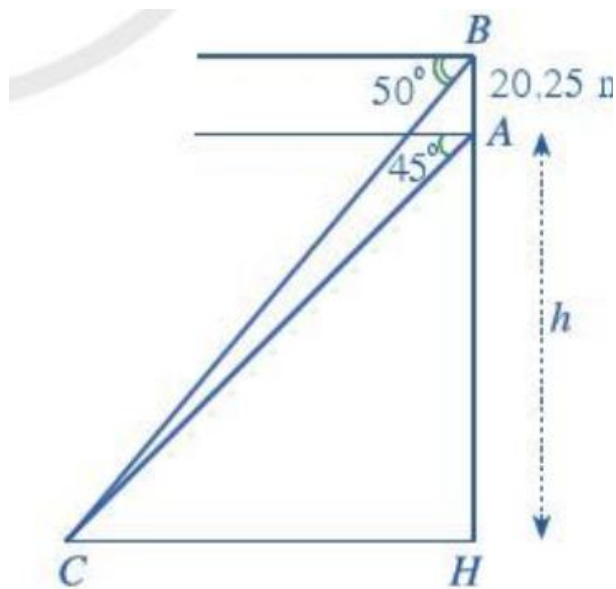
(Nguồn: <http://baophutho.vn>)



Cột cờ Lũng Cú (Hà Giang)

(Nguồn: <http://baophutho.vn>)

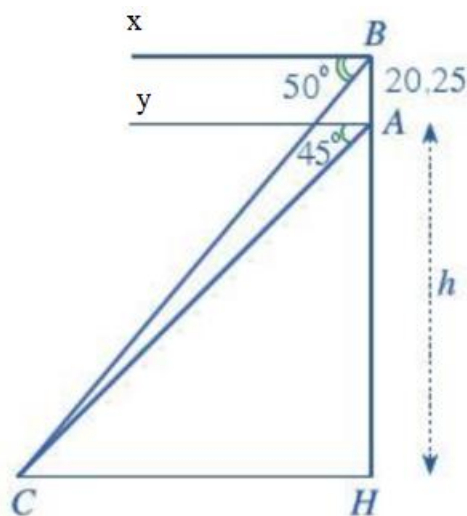
Từ chân bệ cột cờ và đỉnh bệ cột cờ bạn Nam đo được góc nâng (so với phương nằm ngang) tới một vị trí dưới chân núi lần lượt là 45° và 50° (Hình 1).



Hình 1

Chiều cao h của đỉnh Lũng Cú so với chân núi là bao nhiêu mét?

Lời giải:



Ta có: $Bx \parallel CH \Rightarrow BCH = xBC = 50^\circ$ (hai góc so le trong).

$Ay \parallel CH \Rightarrow ACH = yAC = 45^\circ$ (hai góc so le trong).

Xét tam giác BCH vuông tại H:

$$\tan \text{ BCH} = \frac{\text{BH}}{\text{CH}} \text{ hay } \tan 50^\circ = \frac{h + 20,25}{\text{CH}} \text{ hay } \frac{h + 20,25}{\text{CH}} \approx 1,2 \text{ (1).}$$

Xét tam giác ACH vuông tại H:

$$\tan \text{ ACH} = \frac{\text{AH}}{\text{CH}} \text{ hay } \tan 45^\circ = \frac{h}{\text{CH}} \text{ hay } \frac{h}{\text{CH}} = 1 \text{ (2).}$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có } \frac{h + 20,25}{\text{CH}} : \frac{h}{\text{CH}} = 1,2 : 1$$

$$\Rightarrow \frac{h + 20,25}{h} = 1,2.$$

$$\Rightarrow h + 20,25 = 1,2h$$

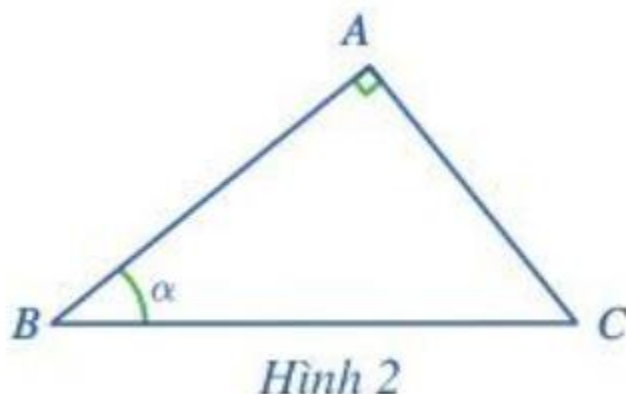
$$\Rightarrow 20,25 = 0,2h$$

$$\Rightarrow h = 101,25 \text{ m.}$$

Vậy chiều cao của đỉnh Lũng Cú so với chân núi là 101,25 m.

Hoạt động 1 trang 63 Toán lớp 10 Tập 1: Cho tam giác ABC vuông tại A có

$\angle \text{ABC} = \alpha$ (Hình 2).



a) Nhắc lại định nghĩa $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\tan \alpha$, $\cot \alpha$.

b) Biểu diễn tỉ số lượng giác của góc $90^\circ - \alpha$ theo tỉ số lượng giác của góc α .

Lời giải:

a) Trong tam giác ABC vuông tại A có $\angle ABC = \alpha$ nên ta có:

$$\sin \alpha = \frac{AC}{BC}, \cos \alpha = \frac{AB}{BC}, \tan \alpha = \frac{AC}{AB}, \cot \alpha = \frac{AB}{AC}.$$

b) Do $90^\circ - \alpha$ và α là 2 góc phụ nhau nên ta có:

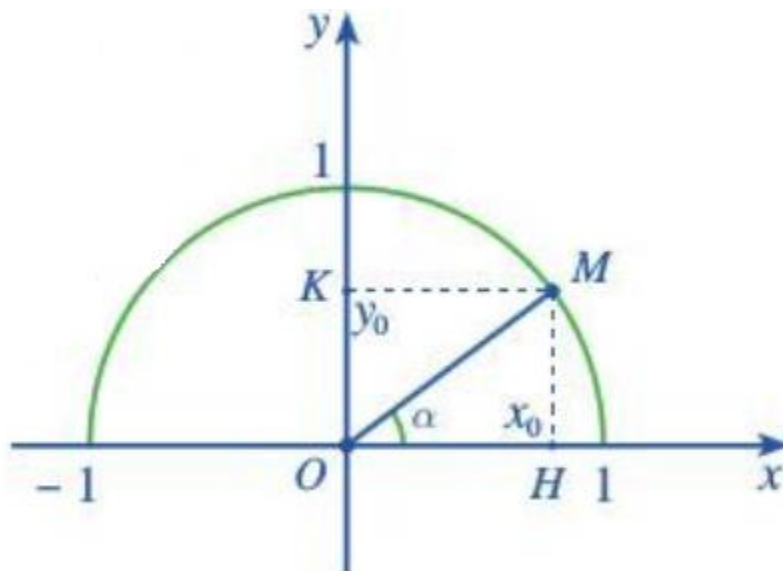
$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha;$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha;$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha;$$

$$\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha.$$

Hoạt động 2 trang 63 Toán lớp 10 Tập 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, nửa đường tròn tâm O nằm phía trên trục hoành bán kính $R = 1$ được gọi là nửa đường tròn đơn vị (Hình 3). Với mỗi góc nhọn α ta có thể xác định một điểm M duy nhất trên nửa đường tròn đơn vị sao cho $\angle xOM = \alpha$. Giả sử điểm M có tọa độ $(x_0; y_0)$. Hãy tính $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\tan \alpha$, $\cot \alpha$ theo x_0 , y_0 .



Hình 3

Lời giải:

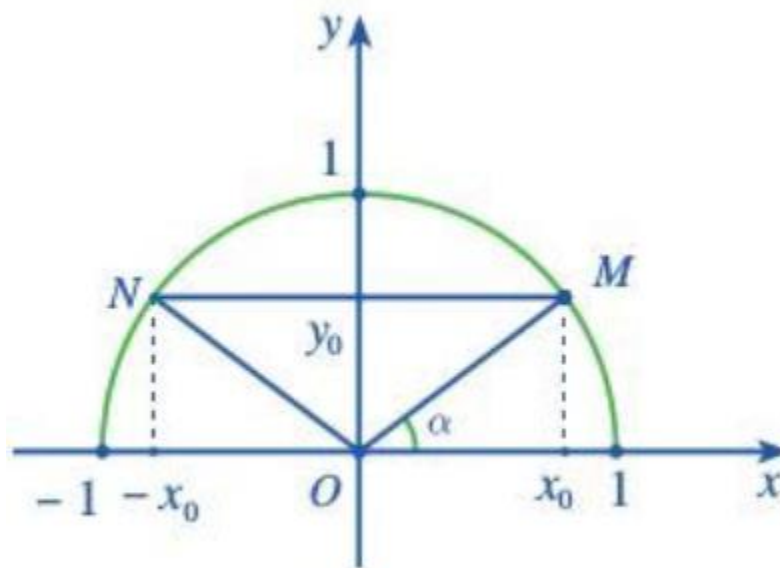
Để tính $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\tan \alpha$, $\cot \alpha$ theo x_0 , y_0 , thực hiện như sau:

Xét tam giác OMH vuông tại H, ta có:

$$\sin \alpha = \frac{MH}{OM} = \frac{y_0}{1} = y_0, \cos \alpha = \frac{OH}{OM} = \frac{x_0}{1} = x_0,$$

$$\tan \alpha = \frac{MH}{OH} = \frac{y_0}{x_0}, \cot \alpha = \frac{OH}{MH} = \frac{x_0}{y_0}.$$

Hoạt động 3 trang 64 Toán lớp 10 Tập 1: Trên nửa đường tròn đơn vị ta có dây cung MN song song với trục Ox và $\angle xOM = \alpha$ (Hình 6).



Hình 6

- a) Chứng minh $\angle xON = 180^\circ - \alpha$.
- b) Biểu diễn giá trị lượng giác của góc $180^\circ - \alpha$ theo giá trị lượng giác của góc α .

Lời giải:

- a) Do $MN \parallel Ox$ nên $\angle OMN = \angle xOM = \alpha$ (2 góc so le trong).

Do $OM = ON = 1$ nên tam giác OMN cân tại O .

$$\Rightarrow OMN = ONM.$$

$$\Rightarrow MON = 180^\circ - 2OMN = 180^\circ - 2\alpha.$$

$$\text{Mà } xON = xOM + MON \text{ nên } xON = \alpha + (180^\circ - 2\alpha) = 180^\circ - \alpha.$$

$$\text{Vậy } xON = 180^\circ - \alpha.$$

b) Ta có $N(-x_0; y_0)$ và $M(x_0; y_0)$ và M, N là các điểm nằm trên đường tròn đơn vị thỏa mãn $xOM = \alpha$ và $xON = 180^\circ - \alpha$ nên:

$$\sin xOM = y_0; \cos xOM = x_0; \tan xOM = \frac{y_0}{x_0}; \cot xOM = \frac{x_0}{y_0};$$

$$\sin xON = y_0; \cos xON = -x_0; \tan xON = \frac{y_0}{-x_0} = -\frac{y_0}{x_0}; \cot xON = \frac{-x_0}{y_0} = -\frac{x_0}{y_0}.$$

$$\text{Vậy } \sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha; \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha;$$

$$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha; \cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha.$$

Hoạt động 4 trang 66 Toán lớp 10 Tập 1: Ta có thể tìm giá trị lượng giác (đúng hoặc gần đúng) của một góc (từ 0° đến 180°) bằng cách sử dụng các phím: $\boxed{\sin}$, $\boxed{\cos}$, $\boxed{\tan}$ trên máy tính cầm tay.

Tính $\sin 75^\circ$, $\cos 175^\circ$, $\tan 64^\circ$ (làm tròn đến hàng phần chục nghìn).

Lời giải:

Để tính các giá trị lượng giác $\sin 75^\circ$, $\cos 175^\circ$, $\tan 64^\circ$, sau khi đưa máy tính về chế độ “độ” ta làm như sau:

	Nút ấn	Kết quả
$\sin 75^\circ$	$\boxed{\sin} \boxed{7} \boxed{5} \boxed{=}$	0.9659
$\cos 175^\circ$	$\boxed{\cos} \boxed{1} \boxed{7} \boxed{5} \boxed{=}$	- 0.9962
$\tan 64^\circ$	$\boxed{\tan} \boxed{6} \boxed{4} \boxed{=}$	2.0503

Vậy $\sin 75^\circ = 0,9659$; $\cos 175^\circ = - 0,9962$, $\tan 64^\circ = 2,0503$ (chú ý dấu phẩy thập phân trên máy tính cầm tay là dấu “.”).

Hoạt động 5 trang 66 Toán lớp 10 Tập 1: Ta có thể tìm số đo (đúng hoặc gần đúng) của một góc từ 0° đến 180° khi biết giá trị lượng giác của góc đó bằng cách sử dụng các phím: $\boxed{\text{SHIFT}}$ cùng với $\boxed{\sin}$; $\boxed{\cos}$; $\boxed{\tan}$ trên máy tính cầm tay.

Tìm số đo góc α (từ 0° đến 180°) và làm tròn đến độ, biết:

a) $\cos \alpha = - 0,97$;

b) $\tan \alpha = 0,68$;

c) $\sin \alpha = 0,45$.

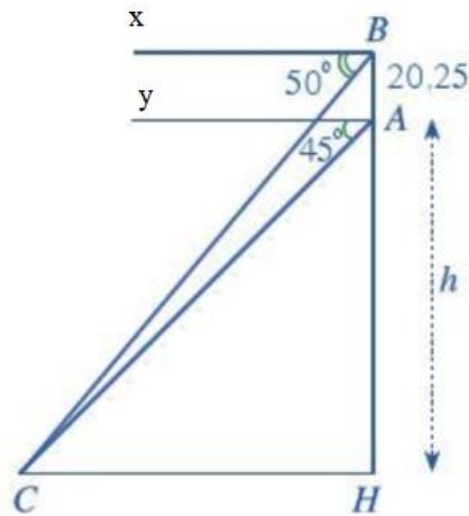
Lời giải:

Để tính gần đúng số đo góc α trong mỗi trường hợp trên, sau khi đưa máy tính về chế độ “độ”, ta làm như sau:

	Nút ấn	Kết quả
$\cos \alpha = - 0,97$	$\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\cos} \boxed{-} \boxed{0} \boxed{.} \boxed{9} \boxed{7} \boxed{=}$	166°
$\tan \alpha = 0,68$	$\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\tan} \boxed{0} \boxed{.} \boxed{6} \boxed{8} \boxed{=}$	34°
$\sin \alpha = 0,45$	$\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\sin} \boxed{0} \boxed{.} \boxed{4} \boxed{5} \boxed{=}$	27°

Luyện tập 1 trang 66 Toán lớp 10 Tập 1: Hãy tính chiều cao h của đỉnh Lũng Cú so với chân núi trong bài toán ở phần mở đầu.

Lời giải:



Ta có: $Bx \parallel CH \Rightarrow BCH = xBC = 50^\circ$ (hai góc so le trong).

$Ay \parallel CH \Rightarrow ACH = yAC = 45^\circ$ (hai góc so le trong).

Xét tam giác BCH vuông tại H:

$$\tan BCH = \frac{BH}{CH} \text{ hay } \tan 50^\circ = \frac{h + 20,25}{CH} \text{ hay } \frac{h + 20,25}{CH} \approx 1,2 \quad (1).$$

Xét tam giác ACH vuông tại H:

$$\tan ACH = \frac{AH}{CH} \text{ hay } \tan 45^\circ = \frac{h}{CH} \text{ hay } \frac{h}{CH} = 1 \quad (2).$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có } \frac{h + 20,25}{CH} : \frac{h}{CH} = 1,2 : 1$$

$$\Rightarrow \frac{h + 20,25}{h} = 1,2.$$

$$\Rightarrow h + 20,25 = 1,2h$$

$$\Rightarrow 20,25 = 0,2h$$

$$\Rightarrow h = 101,25 \text{ m.}$$

Vậy chiều cao của đỉnh Lũng Cú so với chân núi là 101,25 m.

Hoạt động 6 trang 67 Toán lớp 10 Tập 1: Cho tam giác ABC có $BC = a$, $AC = b$, $\angle BAC = \alpha$. Kẻ đường cao BH.

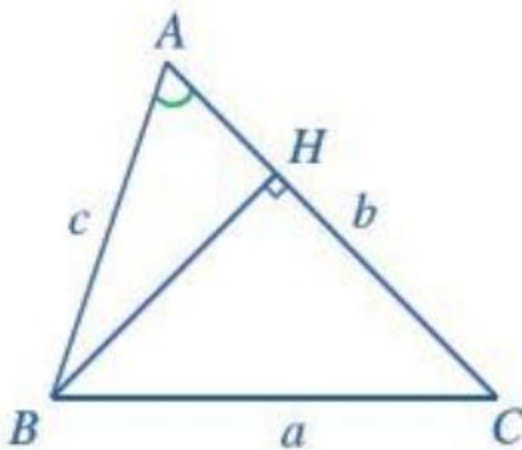
Cho α là góc nhọn, chứng minh:

a) $HC = |AC - AH|$ và $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AH \cdot AC$;

b) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$.

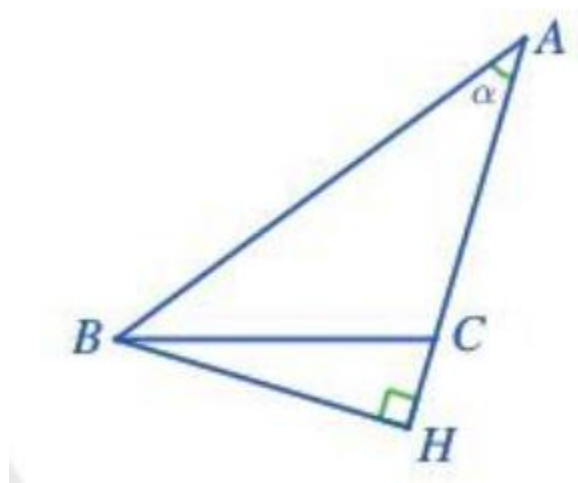
Lời giải:

a) Nếu góc C nhọn thì H nằm giữa A và C.



Do đó: $HC = AC - AH = |AC - AH|$.

Nếu góc C tù thì C nằm giữa A và H.



Do đó: $HC = AH - AC = |AC - AH|$.

Nếu góc C vuông thì C trùng với H. Do đó: $HC = 0 = |AC - AH|$.

Trong mọi trường hợp, ta đều có $HC = |AC - AH|$.

Xét các tam giác vuông BHC và AHB, áp dụng định lý Pythagore, ta có:

$$\begin{aligned} BC^2 &= BH^2 + HC^2 = BH^2 + (AC - AH)^2 = (BH^2 + AH^2) + AC^2 - 2AH \cdot AC \\ &= AB^2 + AC^2 - 2AH \cdot AC. \end{aligned}$$

b) Xét tam giác vuông AHB, ta có: $AH = AB \cos A = c \cdot \cos \alpha$.

$$\text{Do đó } BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AH \cdot AC = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha.$$

$$\text{Vậy } a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha.$$

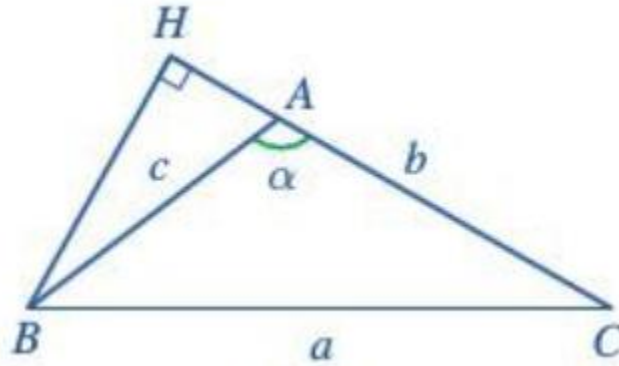
Hoạt động 7 trang 67 Toán lớp 10 Tập 1: Cho tam giác ABC có $BC = a$, $AC = b$, $BAC = \alpha$. Kẻ đường cao BH.

Cho α là góc tù. Chứng minh:

$$\text{a) } HC = AC + AH \text{ và } BC^2 = AB^2 + AC^2 + 2AH \cdot AC;$$

$$\text{b) } a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha.$$

Lời giải:



a) Do α là góc tù nên A nằm giữa H và C. Do đó: $HC = AC + AH$.

Xét các tam giác vuông BHC và AHB, áp dụng định lí Pythagore, ta có:

$$\begin{aligned} BC^2 &= BH^2 + HC^2 = BH^2 + (AC + AH)^2 \\ &= (BH^2 + AH^2) + AC^2 + 2AH \cdot AC \\ &= AB^2 + AC^2 + 2AH \cdot AC. \end{aligned}$$

b) Xét tam giác AHB vuông tại H, ta có:

$$AH = AB \cos(180^\circ - \alpha) = -c \cos \alpha.$$

$$\text{Do đó } BC^2 = AB^2 + AC^2 + 2AH \cdot AC = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha.$$

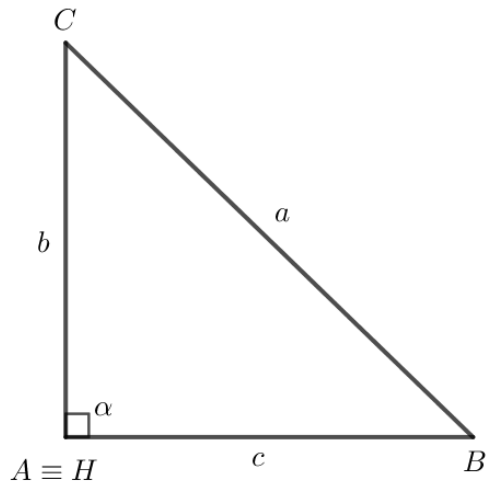
$$\text{Vậy } a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha.$$

Hoạt động 8 trang 68 Toán lớp 10 Tập 1: Cho tam giác ABC có $BC = a$, $AC = b$,

$\angle BAC = \alpha$. Kẻ đường cao BH.

Cho α là góc nhọn. Chứng minh $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$.

Lời giải:



Do $\alpha = 90^\circ$ nên tam giác ABC vuông tại A và $\cos \alpha = \cos 90^\circ = 0$.

Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác ABC vuông tại A ta có:

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 = b^2 + c^2 - 0 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha.$$

$$\text{Vậy } a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha.$$

Luyện tập 2 trang 68 Toán lớp 10 Tập 1: Cho tam giác ABC có $AB = 5$, $AC = 6$, $BC = 7$. Tính $\cos A$.

Lời giải:

Áp dụng định lí côsin trong tam giác ABC ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 AB \cdot AC \cdot \cos A$$

$$\Rightarrow \cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC}.$$

$$\text{Thay số ta được: } \cos A = \frac{5^2 + 6^2 - 7^2}{2 \cdot 5 \cdot 6} = \frac{1}{5} = 0,2.$$

$$\text{Vậy } \cos A = 0,2.$$

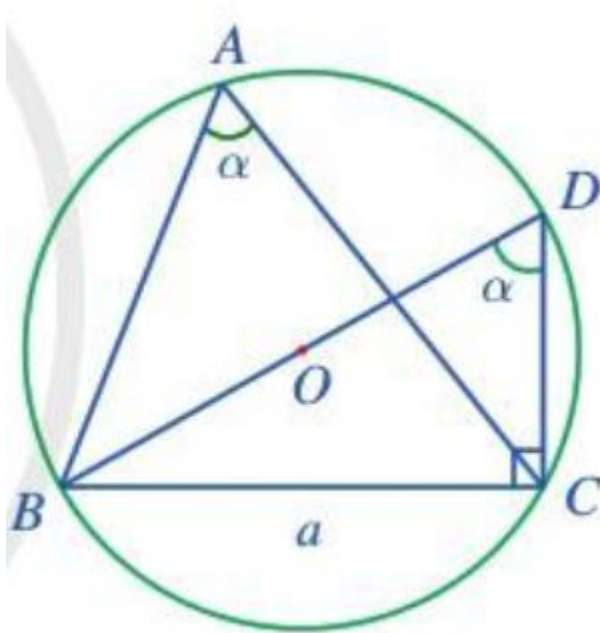
Hoạt động 9 trang 69 Toán lớp 10 Tập 1: Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O, bán kính R và có $BC = a$, $BAC = \alpha$. Kẻ đường kính BD của đường tròn (O). Cho α là góc nhọn. Chứng minh:

a) $BDC = \alpha$;

b) $\frac{a}{\sin \alpha} = 2R$.

Lời giải:

Do α là góc nhọn ta vẽ được hình như sau:



a) Trong đường tròn (O) ta có $BAC = BDC$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung nhỏ BC).

Vậy $BDC = \alpha$.

b) Do BCD là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) nên $BCD = 90^\circ$.

Khi đó $\triangle BCD$ là tam giác vuông tại C.

Xét trong tam giác BCD vuông tại C có $\sin BDC = \frac{BC}{BD}$ hay $\sin \alpha = \frac{a}{2R}$.

Do đó $\frac{a}{\sin \alpha} = 2R$.

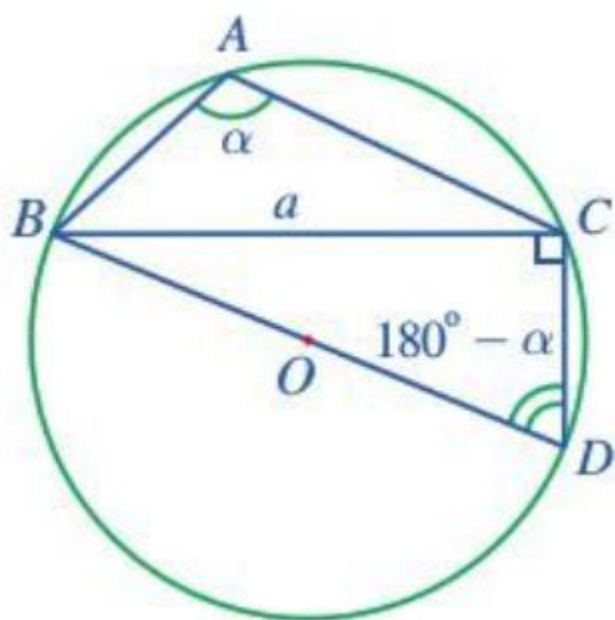
Hoạt động 10 trang 69 Toán lớp 10 Tập 1: Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O, bán kính R và có $BC = a$, $BAC = \alpha$. Kẻ đường kính BD của đường tròn (O). Cho α là tù. Chứng minh:

a) $BDC = 180^\circ - \alpha$;

b) $\frac{a}{\sin \alpha} = 2R$.

Lời giải:

Do α là góc tù ta vẽ được hình như sau:



a) Do tứ giác ABCD là tứ giác nội tiếp nên $BAC + BDC = 180^\circ$.

Do đó $BDC = 180^\circ - BAC = 180^\circ - \alpha$.

b) Do BCD là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) nên $BCD = 90^\circ$.

Khi đó $\triangle BCD$ là tam giác vuông tại C.

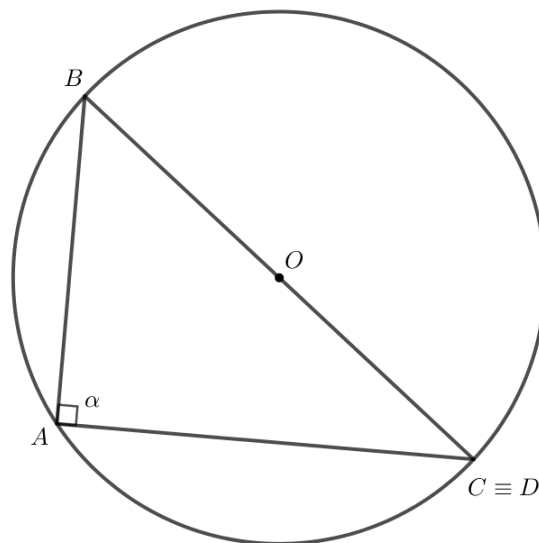
Xét trong tam giác BCD vuông tại C có $\sin BDC = \frac{BC}{BD}$ hay $\sin(180^\circ - \alpha) = \frac{a}{2R}$.

Mà $\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$ nên $\sin \alpha = \frac{a}{2R}$.

Do đó $\frac{a}{\sin \alpha} = 2R$.

Hoạt động 11 trang 70 Toán lớp 10 Tập 1: Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O, bán kính R và có $BC = a$, $BAC = \alpha$. Kẻ đường kính BD của đường tròn (O). Cho α là góc vuông. Chứng minh: $\frac{a}{\sin \alpha} = 2R$.

Lời giải:



Do $BAC = \alpha = 90^\circ$ và BAC là góc nội tiếp trong đường tròn (O) nên BAC là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn.

Do đó BC là đường kính của đường tròn (O).

Mà BD là đường kính của đường tròn (O) nên $C \equiv D$.

Do $\alpha = 90^\circ$ nên $\sin \alpha = \sin 90^\circ = 1$.

Do BC là đường kính của đường tròn (O; R) nên $BC = 2R$ hay $a = 2R$.

$$\text{Do đó } \frac{a}{1} = 2R \text{ hay } \frac{a}{\sin \alpha} = 2R.$$

Luyện tập 3 trang 70 Toán lớp 10 Tập 1: Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) có bán kính $R = 6$ và có các góc $B = 65^\circ$, $C = 85^\circ$. Tính độ dài cạnh BC.

Lời giải:

Xét tam giác ABC: $A = 180^\circ - B - C = 180^\circ - 65^\circ - 85^\circ = 30^\circ$.

Áp dụng định lí sin vào tam giác ABC ta có $\frac{BC}{\sin A} = 2R$

$$\Rightarrow BC = \sin A \cdot 2R$$

$$\Rightarrow BC = \sin 30^\circ \cdot 12$$

$$\Rightarrow BC = 6$$

Vậy $BC = 6$.

B. Bài tập

Bài 1 trang 71 Toán lớp 10 Tập 1: Cho tam giác ABC có $AB = 3,5$; $AC = 7,5$;

$A = 135^\circ$. Tính độ dài cạnh BC và bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải:

Áp dụng định lí cosin vào tam giác ABC ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A$$

$$\Rightarrow BC^2 = (3,5)^2 + (7,5)^2 - 2 \cdot 3,5 \cdot 7,5 \cdot \cos 135^\circ$$

$$\Rightarrow BC^2 \approx 105,6$$

$$\Rightarrow BC \approx 10,3$$

Áp dụng định lí sin vào tam giác ABC ta có:

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R$$

$$\Rightarrow 2R = \frac{10,3}{\sin 135^\circ}$$

$$\Rightarrow 2R \approx 14,6$$

$$\Rightarrow R \approx 7,3$$

Vậy $BC \approx 10,3$; $R \approx 7,3$.

Bài 2 trang 71 Toán lớp 10 Tập 1: Cho tam giác ABC có $B = 75^\circ$, $C = 45^\circ$ và $BC = 50$.

Tính độ dài cạnh AB.

Lời giải:

Trong tam giác ABC: $A = 180^\circ - B - C = 180^\circ - 75^\circ - 45^\circ = 60^\circ$.

Áp dụng định lí sin vào tam giác ABC ta có:

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}$$

$$\text{Thay số ta được: } \frac{50}{\sin 60^\circ} = \frac{AB}{\sin 45^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{50}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{AB}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$\Rightarrow 50 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = AB \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow 25\sqrt{2} = AB \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow AB = 25\sqrt{2} : \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{50\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{Vậy } AB = \frac{50\sqrt{6}}{3}.$$

Bài 3 trang 71 Toán lớp 10 Tập 1: Cho tam giác ABC có $AB = 6$, $AC = 7$, $BC = 8$.
 Tính $\cos A$, $\sin A$ và bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Lời giải:

Áp dụng định lí côsin vào tam giác ABC ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A$$

$$\Rightarrow \cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC}$$

$$\Rightarrow \cos A = \frac{6^2 + 7^2 - 8^2}{2 \cdot 6 \cdot 7}$$

$$\Rightarrow \cos A = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow A \approx 75,5^\circ$$

$$\Rightarrow \sin A \approx 0,97$$

Áp dụng định lí sin vào tam giác ABC ta có:

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R$$

$$\Rightarrow 2R = \frac{8}{0,97}$$

$$\Rightarrow 2R \approx 8,25$$

$$\Rightarrow R \approx 4,13$$

$$\text{Vậy } \cos A = \frac{1}{4}; \sin A \approx 0,97; R \approx 4,13.$$

Bài 4 trang 71 Toán lớp 10 Tập 1: Tính giá trị đúng của các biểu thức sau (không dùng máy tính cầm tay):

a) $A = \cos 0^\circ + \cos 40^\circ + \cos 120^\circ + \cos 140^\circ;$

b) $B = \sin 5^\circ + \sin 150^\circ - \sin 175^\circ + \sin 180^\circ;$

c) $C = \cos 15^\circ + \cos 35^\circ - \sin 75^\circ - \sin 55^\circ;$

d) $D = \tan 25^\circ \cdot \tan 45^\circ \cdot \tan 115^\circ;$

e) $E = \cot 10^\circ \cdot \cot 30^\circ \cdot \cot 100^\circ.$

Lời giải:

a) $A = \cos 0^\circ + \cos 40^\circ + \cos 120^\circ + \cos 140^\circ$

$$A = 1 + \cos(180^\circ - 140^\circ) + \left(-\frac{1}{2}\right) + \cos 140^\circ$$

$$A = 1 + \left(-\frac{1}{2}\right) - \cos 140^\circ + \cos 140^\circ$$

$$A = \frac{1}{2}.$$

b) $B = \sin 5^\circ + \sin 150^\circ - \sin 175^\circ + \sin 180^\circ$

$$B = \sin(180^\circ - 175^\circ) - \sin 175^\circ + \sin 150^\circ + \sin 180^\circ$$

$$B = \sin 175^\circ - \sin 175^\circ + \frac{1}{2} + 0$$

$$B = \frac{1}{2}.$$

$$c) C = \cos 15^\circ + \cos 35^\circ - \sin 75^\circ - \sin 55^\circ$$

$$C = \cos(90^\circ - 75^\circ) - \sin 75^\circ + \cos(90^\circ - 55^\circ) - \sin 55^\circ$$

$$C = \sin 75^\circ - \sin 75^\circ + \sin 55^\circ - \sin 55^\circ$$

$$C = 0.$$

$$d) D = \tan 25^\circ \cdot \tan 45^\circ \cdot \tan 115^\circ$$

$$D = \tan(90^\circ - 65^\circ) \cdot \tan 45^\circ \cdot \tan(180^\circ - 65^\circ)$$

$$D = \cot 65^\circ \cdot \tan 45^\circ \cdot (-\tan 65^\circ)$$

$$D = -(\cot 65^\circ \cdot \tan 65^\circ) \cdot \tan 45^\circ$$

$$D = -\left(\frac{\cos 65^\circ}{\sin 65^\circ} \cdot \frac{\sin 65^\circ}{\cos 65^\circ}\right) \cdot \tan 45^\circ$$

$$D = -1 \cdot 1$$

$$D = -1.$$

$$e) E = \cot 10^\circ \cdot \cot 30^\circ \cdot \cot 100^\circ.$$

$$E = \cot(90^\circ - 80^\circ) \cdot \cot 30^\circ \cdot \cot(180^\circ - 80^\circ)$$

$$E = \tan 80^\circ \cdot \cot 30^\circ \cdot (-\cot 80^\circ)$$

$$E = -(\tan 80^\circ \cdot \cot 80^\circ) \cdot \cot 30^\circ$$

$$E = (-1) \cdot \sqrt{3}$$

$$E = -\sqrt{3}.$$

Bài 5 trang 71 Toán lớp 10 Tập 1: Cho tam giác ABC. Chứng minh:

a) $\sin \frac{A}{2} = \cos \frac{B+C}{2};$

b) $\tan \frac{B+C}{2} = \cot \frac{A}{2}.$

Lời giải:

a) Trong tam giác ABC ta có: $A = 180^\circ - (B + C).$

Khi đó $\frac{A}{2} = \frac{180^\circ - (B + C)}{2} = 90^\circ - \frac{B + C}{2}.$

Suy ra $\frac{A}{2}$ và $\frac{B+C}{2}$ là hai góc phụ nhau.

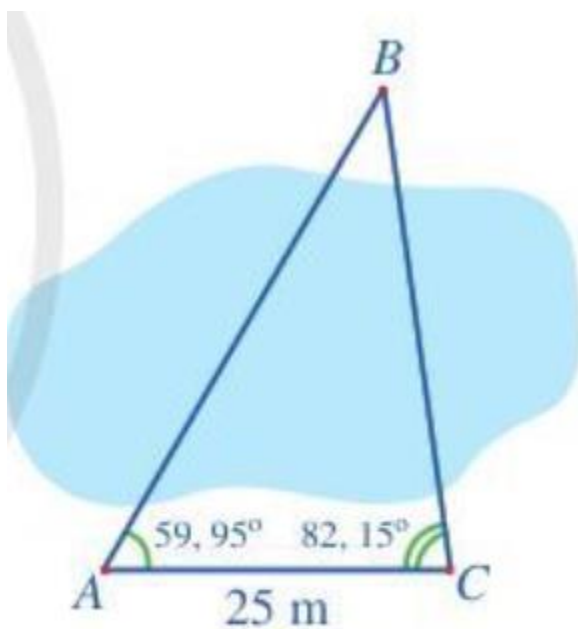
Do đó $\sin \frac{A}{2} = \cos \left(90^\circ - \frac{A}{2} \right) = \cos \left(\frac{B+C}{2} \right)$

Vậy $\sin \frac{A}{2} = \cos \frac{B+C}{2}.$

b) Do $\frac{A}{2}$ và $\frac{B+C}{2}$ là hai góc phụ nhau nên $\cot \frac{A}{2} = \tan \left(90^\circ - \frac{A}{2} \right) = \tan \left(\frac{B+C}{2} \right).$

Vậy $\tan \frac{B+C}{2} = \cot \frac{A}{2}.$

Bài 6 trang 71 Toán lớp 10 Tập 1: Để đo khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B ở hai bên bờ một cái ao, bạn An đi dọc bờ ao từ vị trí A đến vị trí C và tiến hành đo các góc BAC, BCA. Biết $AC = 25$ m, $\angle BAC = 59,95^\circ$, $\angle BCA = 82,15^\circ$ (Hình 16). Hỏi khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Hình 16

Lời giải:

Ba vị trí A, B, C tạo thành ba đỉnh của tam giác.

Trong tam giác ABC: $B = 180^\circ - A - C = 180^\circ - 59,95^\circ - 82,15^\circ = 37,9^\circ$.

Áp dụng định lí sin vào tam giác ABC ta có:

$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C}$$

$$\text{Thay số ta được: } \frac{25}{\sin 37,9^\circ} = \frac{AB}{\sin 82,15^\circ}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{25}{\sin 37,9^\circ} \cdot \sin 82,15^\circ$$

$$\Rightarrow AB \approx 40 \text{ m.}$$

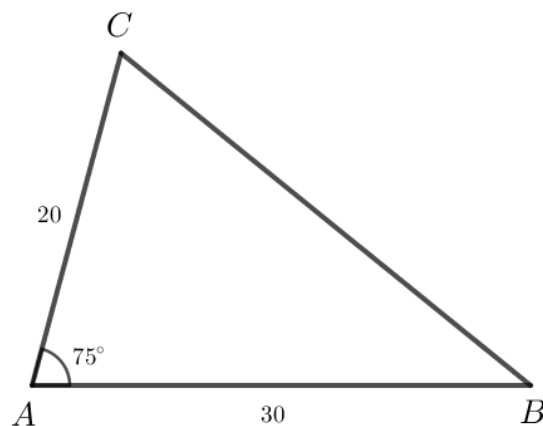
Vậy khoảng cách từ A đến B khoảng 40 m.

Bài 7 trang 71 Toán lớp 10 Tập 1: Hai tàu đánh cá cùng xuất phát từ bến A và đi thẳng đều về hai vùng biển khác nhau, theo hướng tạo với nhau góc 75° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 8 hải lí một giờ và tàu thứ hai chạy với tốc độ 12 hải lí một giờ. Sau 2,5 giờ thì khoảng cách giữa hai tàu là bao nhiêu hải lí (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Lời giải:

Sau 2,5 giờ tàu thứ nhất đi được: $8 \cdot 2,5 = 20$ hải lí.

Sau 2,5 giờ tàu thứ hai đi được: $12 \cdot 2,5 = 30$ hải lí.



Gọi AC là quãng đường tàu thứ nhất đi được sau 2,5 giờ; AB là quãng đường tàu thứ hai đi được sau 2,5 giờ.

Khi đó khoảng cách giữa hai tàu là BC.

Ba vị trí A, B, C tạo thành ba đỉnh của tam giác.

Áp dụng định lí côsin vào tam giác ABC:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A$$

$$\Rightarrow BC^2 = 30^2 + 20^2 - 2 \cdot 30 \cdot 20 \cdot \cos 75^\circ$$

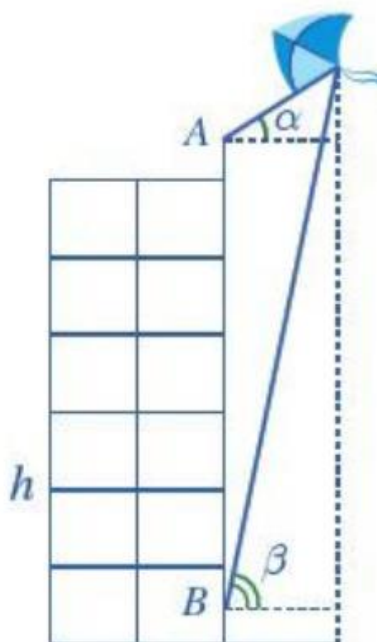
$$\Rightarrow BC^2 \approx 989,4$$

$$\Rightarrow BC \approx 31,5 \text{ hải lí.}$$

Vậy sau 2,5 giờ thì khoảng cách giữa hai tàu khoảng 31,5 hải lí.

Bài 8 trang 71 Toán lớp 10 Tập 1: Bạn A đứng ở đỉnh của tòa nhà và quan sát chiếc điều, nhận thấy góc nâng (góc nghiêng giữa phương từ mắt của bạn A tới chiếc điều và phương nằm ngang) là $\alpha = 35^\circ$; khoảng cách từ đỉnh tòa nhà tới mắt bạn A là 1,5 m.

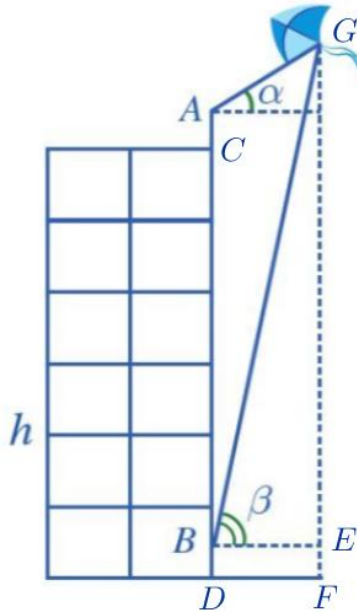
Cùng lúc đó ở dưới chân tòa nhà, bạn B cũng quan sát chiếc điều và thấy góc nâng là $\beta = 75^\circ$; khoảng cách từ mặt đất đến mắt bạn B cũng là 1,5 m. Biết chiều cao của tòa nhà là $h = 20$ m (Hình 17). Chiếc điều bay cao bao nhiêu mét so với mặt đất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Hình 17

Lời giải:

Ta đặt tên các điểm như hình vẽ dưới:



AC là khoảng cách từ đỉnh của tòa nhà tới mắt bạn A và BD là khoảng cách từ mặt đất tới mắt của bạn B nên $AC = 1,5 \text{ m}$ và $BD = 1,5 \text{ m}$.

Do $AC = BD = 1,5 \text{ m}$ nên $AC + BC = BD + BC$ hay $AB = CD = h$.

Do đó $AB = 20 \text{ m}$.

Do $\beta = 75^\circ$ nên $\angle ABG = 90^\circ - \beta = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$.

Do $\alpha = 35^\circ$ nên trong tam giác ABG có:

$$\angle AGB = 180^\circ - \angle ABG - \angle BAG = 180^\circ - 15^\circ - (90^\circ + 35^\circ) = 40^\circ$$

Áp dụng định lí sin vào tam giác ABG có:

$$\frac{BG}{\sin \angle BAG} = \frac{AB}{\sin \angle AGB}$$

$$\text{Thay số ta được: } \frac{BG}{\sin 125^\circ} = \frac{20}{\sin 40^\circ}$$

$$\Rightarrow BG = \frac{20}{\sin 40^\circ} \cdot \sin 125^\circ$$

$$\Rightarrow BG \approx 25,5 \text{ m.}$$

Xét tam giác vuông BEG có:

$$\sin EBG = \frac{EG}{BG}$$

$$\Rightarrow \sin 75^\circ = \frac{EG}{25,5}$$

$$\Rightarrow EG = 25,5 \cdot \sin 75^\circ$$

$$\Rightarrow EG \approx 24,6 \text{ m.}$$

Ta thấy $BD = EF$ nên $EF = 1,5 \text{ m.}$

Khi đó $GF = EG + EF = 24,6 + 1,5 = 26,1 \text{ m} \approx 26 \text{ m.}$

Vậy chiếc điều bay cao khoảng 26 m so với mặt đất.