Dạng 1: Xác định tính đúng sai của mệnh đề.

1. Lý thuyết:

- Mệnh đề là một câu khẳng định đúng hoặc một câu khẳng định sai.
- Tính đúng sai có thể chưa xác định hoặc không biết nhưng chắc chắn đúng hoặc sai cũng là một mệnh đề.
- Một mệnh đề không thể vừa đúng vừa sai.

2. Phương pháp giải:

- Dựa vào định nghĩa mệnh đề để xác định tính đúng, sai của mệnh đề đó.
- Với mệnh đề chứa biến: Tìm tập D của các biến x để P(x) đúng hoặc sai.

3. Ví dụ minh họa:

Ví dụ 1: Xác định tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a. 4 là số chẵn.
- b. 5 là số nguyên tố.
- c. 2 là số chính phương.

Hướng dẫn:

- a. Mệnh đề đúng.
- b. Mệnh đề đúng vì 5 chỉ có đúng 2 ước là 1 và chính nó nên 5 là số nguyên tố.
- (Số nguyên tố là những số tự nhiên và chỉ có 2 ước là 1 và chính nó)
- c. Mệnh đề sai vì 2 không biểu diễn được dưới dạng bình phương của một số tự nhiên nên nó không phải số chính phương.

Ví dụ 2: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng, mệnh đề nào sai?

- a. Nếu $a \ge b$ thì $a^2 \ge b^2$.
- b. Nếu a chia hết cho 3 thì a chia hết cho 6.
- c. Số π lớn hơn 2 và nhỏ hơn 4 .
- d. 2 và 3 là hai số nguyên tố cùng nhau.

Hướng dẫn:

- a. Mệnh đề sai, chẳng hạn -1 > -2 nhưng $(-1)^2 < (-2)^2$.
- b. Mệnh đề sai, chẳng hạn 15 chia hết cho 3 nhưng 15 không chia hết cho 6.
- c. Mệnh đề đúng. Ta có $\pi = 3{,}14159$, suy ra π lớn hơn 2 và nhỏ hơn 4.
- d. Mệnh đề đúng vì 2 và 3 có ước chung lớn nhất bằng 1 nên 2 và 3 là hai số nguyên tố cùng nhau.

Ví dụ 3: Xét tính đúng, sai của các mệnh đề:

- a. $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 + 1 \ge 0$.
- b. $\exists x \in \mathbb{Q}; 9x^2 4 = 0.$
- c. $\forall x \in \mathbb{Q}$; $3x^2 5 = 0$.

Hướng dẫn:

- a. Mệnh đề đúng vì $x^2 + 1 \ge 1 > 0$; $\forall x \in \mathbb{R}$.
- b. Mệnh đề đúng vì tồn tại $x=\frac{2}{3}$ là số hữu tỉ để $9x^2-4=0$.
- c. Mệnh đề sai vì với $x = \frac{1}{2}$ là số hữu tỉ thì $3x^2 5 \neq 0$.

4. Bài tập tự luyện:

Câu 1: Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là mệnh đề đúng:

- A. π là một số hữu tỉ.
- B. Tổng của hai cạnh một tam giác lớn hơn cạnh thứ ba.
- C. Bạn có chăm học không?
- D. Hôm nay trời đep quá!

Hướng dẫn:

Chọn B. Đáp án B nằm trong bất đẳng thức tam giác: "Trong một tam giác, tổng độ dài hai cạnh bất kì bao giờ cũng lớn hơn độ dài canh còn lại".

Đáp án A sai vì π là một số vô tỉ.

Đáp án C sai vì đây là câu hỏi.

Đáp án D sai vì đây là câu cảm thán.

Câu 2: Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề đúng?

- A. $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 > 0$.
- B. $\forall x \in \mathbb{N}; x:3$.
- C. $\forall x \in \mathbb{R}; -x^2 < 0$.
- D. $\exists x \in \mathbb{R}; x > x^2$.

Hướng dẫn:

Chọn D. Ta có: tồn tại $0,5 \in \mathbb{R}$ để $0,5 > 0.5^2$.

Đáp án A sai vì với x = 0 thì $x^2 = 0$.

Đáp án B sai vì với x = 5 thì 5 không chia hết cho 3.

Đáp án C sai vì với x = 0 thì $-x^2 = 0$.

Câu 3: Cho mệnh đề chứa biến: $P(x) = "x + 15 \le x^2 \ \forall x \in \mathbb{R}"$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. P(0).
- B. P(5).
- C. P(3).
- D. P(4).

Hướng dẫn:

Chọn B.

Vì thay lần lượt các giá trị x bằng 0; 5; 3; 4 vào P(x) ta thấy x=5 cho mệnh đề đúng.

Câu 4: Cho các mệnh đề sau:

P: "
$$\exists x \in \mathbb{R} : x^2 = -4$$
"; Q: " $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 + x + 1 \neq 0$ "; R: " $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$ ".

Phát biểu nào đúng trong các phát biểu dưới đây:

A. P sai, Q sai, R đúng.

B. P sai, Q đúng, R đúng.

C. P đúng, Q đúng, R sai.

D. P sai, Q đúng, R sai.

Hướng dẫn:

Chon D.

Mệnh đề P sai vì không có số thực nào có bình phương là số âm.

Mệnh đề Q đúng vì phương trình $x^2 + x + 1 = 0$ vô nghiệm nên với mọi số thực thì $x^2 + x + 1 \neq 0$.

Mệnh đề R sai vì có giá trị x = 0 để $0^2 = 0$.

Câu 5: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai:

A.
$$2 + \sqrt{3} = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$$
.

B. 1 là số nguyên tố.

C.
$$\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)^2 - \left(\sqrt{2} - \sqrt{3}\right)^2 = 2\sqrt{24}$$
.

D. $-2 \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn:

Chọn B. Đáp án B sai vì số nguyên tố phải là số tự nhiên lớn hơn 1.

Đáp án A đúng vì
$$2 + \sqrt{3} = \frac{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})}{2 - \sqrt{3}} = \frac{2^2 - (\sqrt{3})^2}{2 - \sqrt{3}} = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}.$$

Đáp án C đúng vì
$$\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)^2 - \left(\sqrt{2} - \sqrt{3}\right)^2 = \left(5 + 2\sqrt{6}\right) - \left(5 - 2\sqrt{6}\right) = 4\sqrt{6} = 2\sqrt{24}$$

Đáp án D đúng.

Câu 6: Cho biết x là một phần tử của tập hợp A, xét các mệnh đề sau:

(I):
$$x \in A$$
 (II): $\{x\} \in A$ (III): $x \subset A$ (IV): $\{x\} \subset A$

Trong các mệnh đề trên, mệnh đề nào là đúng:

A. I và II.

B. I và III.

C. I và IV.

D. II và IV.

Hướng dẫn:

Chon C.

(II): $\{x\} \in A$ sai do giữa hai tập hợp $\{x\}$ và A không có quan hệ "thuộc".

(III): $x \subset A$ sai do giữa phần tử x và tập hợp A không có quan hệ "con".

Câu 7: Cho tam giác ABC với H là chân đường cao từ A. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. "ABC là tam giác vuông ở A thì $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$ ".

B. "ABC là tam giác vuông ở A thì $AB^2 = BH.BC$ ".

C. "ABC là tam giác vuông $\mathring{\sigma}$ A thì $HA^2 = HB.HC$ ".

D. "ABC là tam giác vuông ở A thì $BA^2 = BC^2 + AC^2$ ".

Hướng dẫn:

Chọn D. Đáp án đúng phải là: ABC là tam giác vuông ở A thì $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (định lý Pitago).

Các đáp án A, B, C là hệ thức lượng trong tam giác vuông.

Câu 8: Cho mệnh đề chứa biến P(n): $n^2 - 1$ chia hết cho 4 với n là số nguyên.

Xét xem các mệnh đề P(5) và P(2) đúng hay sai?

A. P(5) đúng và P(2) đúng.

B. P(5) sai và P(2) sai.

C. P(5) đúng và P(2) sai.

D. P(5) sai và P(2) đúng.

Hướng dẫn:

Chọn C.

Thay n=5 vào n^2-1 ta được P(5)=24. Thay n=2 vào n^2-1 ta được P(2)=3. P(5) đúng do 24:4 còn P(2) sai do 3 không chia hết cho 4.

Câu 9: Với giá trị thực nào của x mệnh đề chứa biến $P(x): 2x^2 - 1 < 0$ là mệnh đề đúng:

- A. 0.
- B. 5.
- C. 1.
- D. $\frac{4}{5}$.

Hướng dẫn

Chọn A. Thay lần lượt các giá trị của x là 0; 5; 1; 4 vào P(x) ta thấy $P(0) = 2.0^2 - 1 = -1 < 0$ nên đáp án đúng là A.

Câu 10: Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\sqrt{5}$ không phải là số hữu tỉ.
- B. 2021 là số tự nhiên lẻ.
- C. π là một số vô tỉ.
- D. |-10| > |-20|.

Hướng dẫn:

Chọn D. Vì |-10| = 10; |-20| = 20 nên |-10| < |-20|.

Đáp án A đúng vì $\sqrt{5}$ là số vô tỉ, không phải số hữu tỉ.

Đáp án B đúng vì số lẻ là số có tận cùng là 1; 3; 5; 7; 9.

Đáp án C đúng vì π là một số vô tỉ.