### Bài tập Hai mặt phẳng song song - Toán 11

## I. Bài tập trắc nghiệm

Bài 1: Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) // (Q).

B. nếu hai đường thẳng cùng nằm trong một mặt phẳng lần lượt song song với hai đường thẳng của một mặt phẳng khác thì hai mặt phẳng đó song song.

C. hai mặt phẳng cùng song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau

D. cho hai mặt phẳng (P), (Q) song song. Khi đó nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (Q) và a song song với (P) thì a song song với (Q)

Lời giải:

Đáp án: D

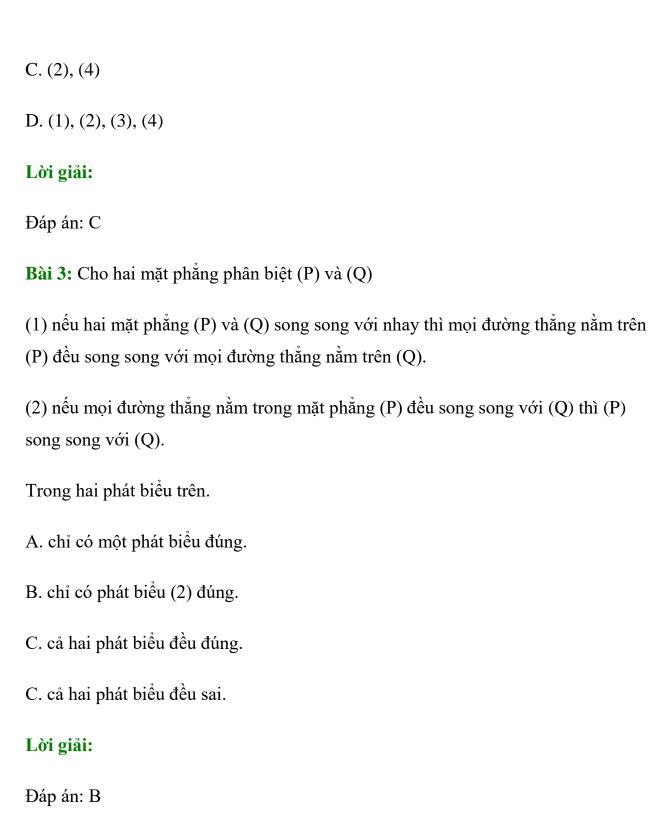
Bài 2: Trong các mệnh đề sau, những mệnh đề nào đúng?

- (1) hai mặt phẳng phân biệt cùng song với một đường thẳng thì song song với nhau.
- (2) hai mặt phẳng phân biệt không song song thì cắt nhau.
- (3) hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phảng thứ ba thì song song với nhau.

Một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì cắt mặt phẳng còn lại.

A.(1), (2)

B. (1), (2), (3)



**Bài 4**: Cho mặt phẳng (R) cắt hai mặt phẳng song song (P) và (Q) theo hai giao tuyến a và b. Khi đó.

A. a và b có một điểm chúng duy nhất

B. a và b không có điểm chung nào

C. a và b trùng nhau

D. a và b song song hoặc trùng nhau

Lời giải:

Đáp án: B

Bài 5: Khẳng định nào sau đây là sai.

A. nếu a // b, a  $\not\subset$  (P), b  $\subset$  (P) thì a // (P)

B.  $n\acute{e}u \subset (P)$ , (P) // (Q) thì a// (Q)

C. nếu 3 đường thẳng chắn trên hai cát tuyến những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì ba đường thẳng đó song song với nhau.

D. a // b, a // (P). b 
$$\not\subset$$
 (P)  $\Rightarrow$  b//(P)

Lời giải:

Đáp án: C

**Bài 6:** Cho hai hình bình hành ABCD và ABEF có tâm lần lượt là O, O' và không cùng nằm trong một mặt phẳng. gọi M là trung điểm của AB.

(I) (ADF) // (BCE)

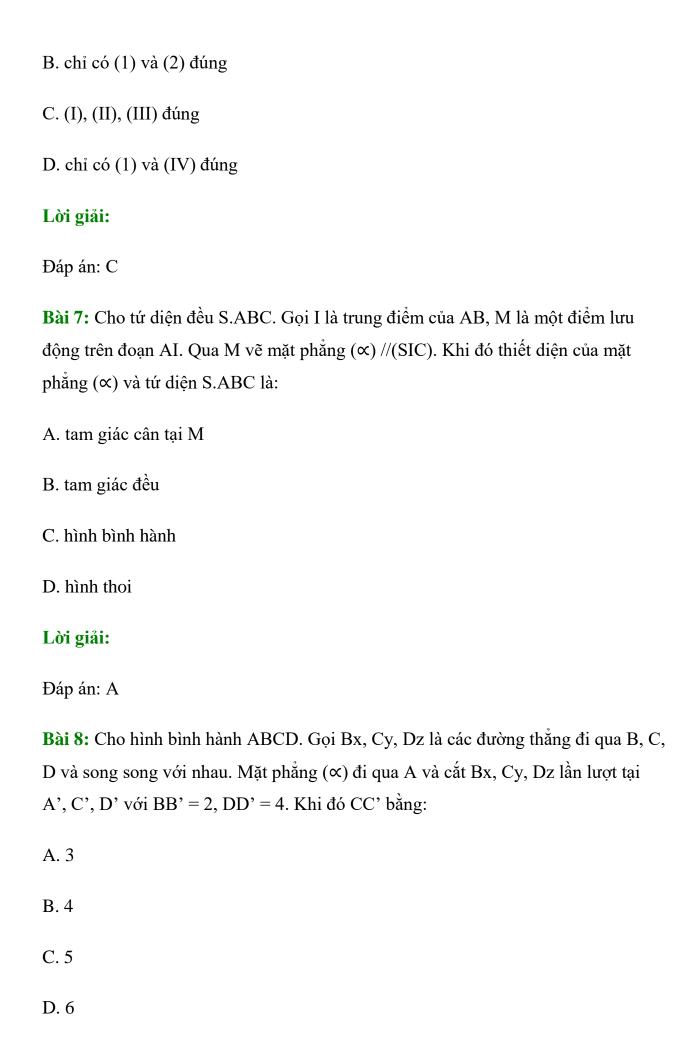
(II) (MOO') // (ADF)

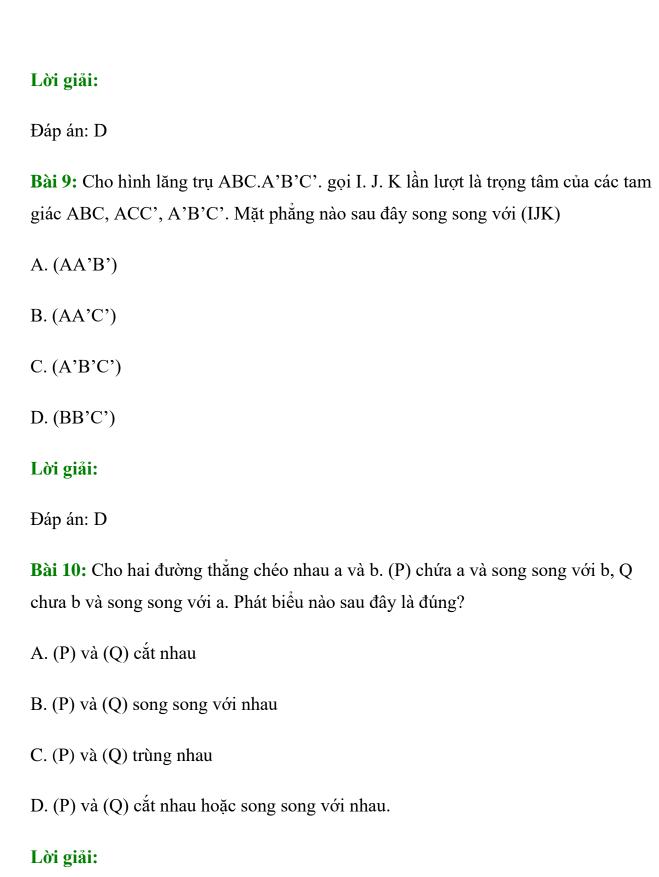
(III) (MOO') // (BCE)

(IV) (AEC) // (BDF)

Khẳng định nào sau đây là đúng

A.chỉ có (1) đúng





Đáp án: B

# II. Bài tập tự luận có lời giải

Bài 1: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai.

A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B. Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt đi qua hai đường thẳng song song thì cắt mặt phẳng còn lai.

C. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì cắt mặt phẳng còn lại.

D. Cho mặt phẳng (P) và ba điểm không thẳng A, B, C nằm ngoài (P) lúc đó, nếu 3 đường thẳng AB, BC, CA đều cắt mặt phẳng (P) thì ba giao điểm đó thẳng hàng.

#### Lời giải:

B sai vì hai mặt phẳng đó có thể cắt nhau. Đáp án B.

**Bài 2:** Cho hình bình hành ABCD. Qua các đỉnh A, B, C, D ta dựng các nửa đường thẳng song song với nhau và nằm về một phía đối với mặt phẳng (ABCD). Một mặt phẳng (P) cắt bốn đường thẳng nói trên tại A', B', C', D'. Hỏi A'B'C'D' là hình gì?

### Lời giải:

Vận dụng kết quả giao tuyến của một mặt phẳng với hai mặt phẳng song song là hai đường thẳng song song, ta có tứ giác A'B'C'D' là hình bình hành. Đáp án D.

**Bài 3:** Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C'. gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ACC', A'B'C'. mặt phẳng nào sau đây song song với (IJK)?

### Lời giải:

Gọi M là trung điểm của AC, ta có:

$$\frac{MI}{MB} = \frac{MJ}{MC'} = > IJ//BC'$$

Lại có IK // BB'. Vậy (IJK) //(BB'C'). Đáp án C.

**Bài 4:** Cho hai mặt phẳng  $(\propto)$ ,  $(\beta)$  cắt nhau và cùng song song với đường thẳng d. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. giao tuyến của (∝), (β) trùng với d

B. giao tuyến của (∝), (β) song song hoặc trùng với d

C. giao tuyến của (∝), (β) song song với d

D. giao tuyến của (∝), (β) cắt d

Lời giải:

Đáp án: C

Bài 5: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là đúng?

A. nếu ( $\propto$ ) //( $\beta$ ) và d1  $\subset$ ( $\propto$ );d2  $\subset$ ( $\beta$ ) thì d1// d2

B. nếu d1 // (α) và d2 // (β) thì d1 // d2

C. nếu ( $\propto$ ) //( $\beta$ ) và d1 // ( $\propto$ ), thì d1 // ( $\beta$ ) hoặc d1  $\subset$  ( $\beta$ )

D. nếu d1 // d2 và d1 $\subset$ ( $\propto$ ),d2 $\subset$ ( $\beta$ ) thì ( $\propto$ ) //( $\beta$ )

**Lời giải:** Phương án A, B sai vì d1, d2 có thể chéo nhau. Phương án D sai vì ( $\propto$ ) và ( $\beta$ ) có thể cắt nhau.

**Bài 6:** Cho hai đường thẳng a và b lần lượt nằm trên hai mặt phẳng song song (P) và (Q).

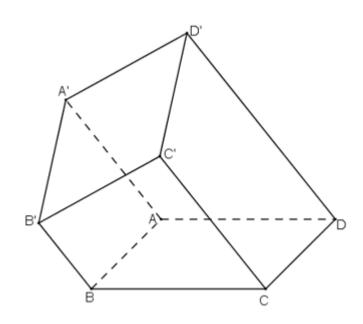
### Lời giải:

Gọi M là giao điểm của AC và BD, N là giao điểm AC' và B'D'. ta có MN là đường trung bình của tam giác ACC' và cũng là đường trung bình hình thang BB''D''D nên CC' = 2MN = BB' + DD' = 6.

**Bài 7** Trong mặt phẳng (α) cho hình bình hành ABCD. Qua A, B, C, D lần lượt vẽ bốn đường thẳng a, b, c, d song song với nhau và không nằm trên (α). Trên a, b và c lần lượt lấy ba điểm A', B' và C' tùy ý.

- a) Hãy xác định giao điểm D' của đường thẳng d với mặt phẳng (A'B'C').
- b) Chứng minh A'B'C'D' là hình bình hành.

### Lời giải:



a) Giả sử (A'B'C')  $\cap$  d = D'

 $\Rightarrow (A'B'C') \cap (C'CD) = C'D'.$ 

 $+ AA' // CC' \subset (C'CD)$ 

 $\Rightarrow$  AA' // (C'CD).

 $AB // CD \subset (CC'D)$ 

```
\Rightarrow AB // (CC'D)
```

(AA'B'B) có:

$$\begin{cases} AA'//(C'CD) \\ AB//(C'CD) \\ AA' \cap AB \end{cases} \Rightarrow (AA'B'B) // (C'CD).$$

$$M\grave{a} (A'B'C') \cap (AA'B'B) = A'B'$$

⇒ (A'B'C') cắt (C'CD) và giao tuyến song song với A'B'

⇒ C'D' // A'B'.

b) Chứng minh tương tư phần a ta có B'C' // A'D'.

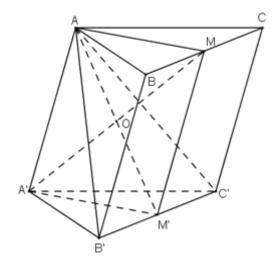
Tứ giác A'B'C'D' có: B'C' // A'D' và C'D' // A'B'

⇒ A'B'C'D' là hình bình hành.

**Bài 8** Cho hình lăng trụ tam giác ABC.A'B'C'. Gọi M và M' lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và B'C'.

- a) Chứng minh rằng AM song song với A'M'.
- b) Tìm giao điểm của mặt phẳng (A'B'C') với đường thẳng A'M.
- c) Tìm giao tuyến d của hai mặt phẳng (AB'C') và (BA'C').
- d) Tìm giao điểm G của đường thẳng d với mp(AMA'). Chứng minh G là trọng tâm của tam giác AB'C'.

### Lời giải:



a) Do ABC. A'B'C' là hình lăng trụ nên ta có: BCC'B' là hình bình hành

Xét tứ giác BCC'B' có M và M' lần lượt là trung điểm của BC và B'C' nên MM' là đường trung bình

=> MM'// BB'// CC' và 
$$MM' = \frac{BB' + CC'}{2} = BB' = CC$$
 (1)

Lại có: AA'// BB' và AA'= BB' ( tính chất hình lăng trụ) (2)

 $T\dot{u}$  (1)  $v\dot{a}$  (2) suy ra: MM'//AA'  $v\dot{a}$  MM' = AA'

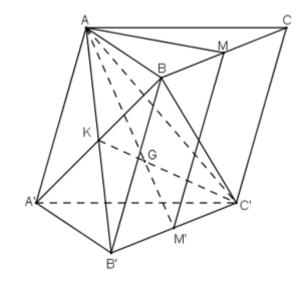
=> Tứ giác AMM'A' là hình bình hành

**b**) Trong (AMM'A') gọi O = A'M  $\cap$  AM', ta có :

Ta có : O ∈ AM' ⊂ (AB'C')

$$\Rightarrow$$
 O = A'M  $\cap$  (AB'C').

c)



Gọi 
$$K = AB' \cap BA'$$
, ta có :

$$K \in AB' \subset (AB'C')$$

$$K \in BA' \subset (BA'C')$$

$$\Rightarrow$$
 K  $\in$  (AB'C')  $\cap$  (BA'C')

Dễ dàng nhận thấy C'  $\in$  (AB'C')  $\cap$  (BA'C')

$$\Rightarrow$$
 (AB'C')  $\cap$  (BA'C') = KC'.

Vậy d cần tìm là đường thẳng KC'

**d**) Trong mp(AB'C'), gọi C'K  $\cap$  AM' = G.

Ta có: G ∈ AM' ⊂ (AM'M)

 $G \in C'K$ .

$$\Rightarrow$$
 G = (AM'M)  $\cap$  C'K.

+ K = AB' ∩ A'B là hai đường chéo của hình bình hành ABB'A'

⇒ K là trung điểm AB'.

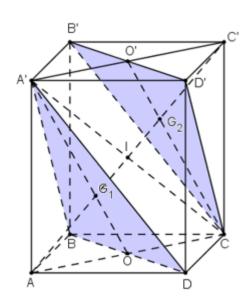
ΔAB'C' có G là giao điểm của 2 trung tuyến AM' và C'K

 $\Rightarrow$  G là trọng tâm  $\triangle$ AB'C'.

Bài 9 Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'.

- a) Chứng minh rằng hai mặt phẳng (BDA') và (B'D'C) song song với nhau.
- b) Chứng minh rằng đường chéo AC' đi qua trọng tâm  $G_1$  và  $G_2$  lần lượt của hai tam giác BDA' và B'D'C.
- c) Chứng minh G<sub>1</sub> và G<sub>2</sub> chia đoạn AC' thành ba phần bằng nhau.
- d) Gọi O và I lần lượt là tâm các hình bình hành ABCD và AA'C'C. Xác định thiết diện của mặt phẳng (A'IO) với hình hộp đã cho.

### Lời giải:



- $\mathbf{a}$ ) + A'D' // BC và A'D' = BC
- ⇒ A'D'CB là hình bình hành
- $\Rightarrow$  A'B // D'C, mà D'C  $\subset$  (B'D'C)  $\Rightarrow$  A'B // (B'D'C) (1)
- + BB' // DD' và BB' = DD'

⇒ BDD'B' là hình bình hành

$$\Rightarrow$$
 BD // B'D', mà B'D'  $\subset$  (B'D'C)  $\Rightarrow$  BD // (B'D'C) (2)

$$A'B \subset (BDA')$$
 và  $BD \subset (BDA')$ ;  $A'B \cap BD = B(3)$ 

$$T\dot{u}(1), (2), (3)$$
 suy ra : (BDA') // (B'D'C).

**b**) Goi 
$$O = AC \cap BD$$

+ Ta có: O ∈ AC 
$$\subset$$
 (AA'C'C)

$$\Rightarrow$$
 A'O  $\subset$  (AA'C'C).

Trong (AA'C'C), gọi A'O  $\cap$  AC' =  $G_1$ .

$$G_1 \in A'O \subset (A'BD)$$

$$\Rightarrow$$
 G<sub>1</sub>  $\in$  AC'  $\cap$  (BDA').

+ Trong hình bình hành AA'C'C gọi I = A'C  $\cap$  AC'

$$\Rightarrow$$
 A'I = IC.

 $\Rightarrow$  AI là trung tuyến của  $\Delta$ A'AC

 $\Rightarrow$   $G_1$  = A'O  $\cap$  AC' là giao của hai trung tuyến AI và A'O của  $\Delta A$ 'AC

 $\Rightarrow G_1$  là trọng tâm  $\Delta A\text{'}AC$ 

$$\Rightarrow$$
 A'G<sub>1</sub> = 2.  $\frac{A'O}{3}$ 

 $\Rightarrow$  G<sub>1</sub> cũng là trọng tâm  $\triangle$ A'BD.

Vậy AC' đi qua trọng tâm  $G_1$  của  $\Delta A'BD$ .

Chứng minh tương tự đối với điểm G<sub>2</sub>.

c) \*Vì G<sub>1</sub> là trọng tâm của  $\triangle AA$ 'C nên  $\frac{AG_1}{AI} = \frac{2}{3}$ .

Vì I là trung điểm của AC' nên  $AI = \frac{1}{2} .AC'$ 

Từ các kết quả này, ta có :  $AG_1 = \frac{1}{3} .AC'$ 

\*Chứng minh tương tự ta có :  $C'G_2 = \frac{1}{3}$ .AC'

Suy ra : 
$$AG_1 = G_1G_2 = G_2C' = \frac{1}{3} .AC'$$

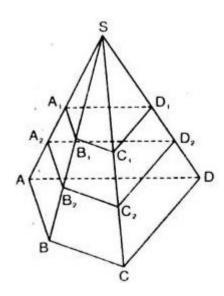
**d**) (A'IO) chính là mp (AA'C'C) nên thiết diện cần tìm chính là hình bình hành AA'C'C.

**Bài 10** Cho hình chóp S. ABCD. Gọi  $A_1$  là trung điểm của cạnh SA và  $A_2$  là trung điểm của đoạn  $AA_1$ . Gọi  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  là hai mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABCD) và lần lượt đi qua  $A_1$ ,  $A_2$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại  $B_1$ ,  $C_1$ ,  $D_1$ . Mặt phẳng  $(\beta)$  cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại  $B_2$ ,  $C_2$ ,  $D_2$ . Chứng minh:

a) B<sub>1</sub>, C<sub>1</sub>, D<sub>1</sub> lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SC, SD.

b) 
$$B_1B_2 = B_2B$$
,  $C_1C_2 = C_2C$ ,  $D_1D_2 = D_2D$ .

c) Chỉ ra các hình chóp cụt có một đáy là tứ giác ABCD.



### Lời giải:

a) Chứng minh B<sub>1</sub>, C<sub>1</sub>, D<sub>1</sub> lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SC, SD

Ta có:

$$\begin{split} &(\alpha) /\!/ (ABCD) \\ &(SAB) \cap (\alpha) = A_1 B_1 \\ &(SAB) \cap (ABCD) = AB \end{split} \\ \Rightarrow A_1 B_1 /\!/ AB$$

⇒A₁B₁ là đường trung bình của tam giác SAB.

 $\Rightarrow$  B<sub>1</sub> là trung điểm của SB (đpcm)

\*Chứng minh tương tự ta cũng được:

- C<sub>1</sub> là trung điểm của SC.
- D<sub>1</sub> là trung điểm của SD.
- **b**) Chứng minh  $B_1B_2 = B_2B$ ,  $C_1C_2 = C_2C$ ,  $D_1D_2 = D_2D$ .

$$\begin{array}{c} (\alpha)//(\beta) \text{ (vì cùng song song với mp(ABCD))} \\ (SAB) \cap (\alpha) = A_1B_1 \\ (SAB) \cap (\beta) = A_2B_2 \end{array} \\ \Rightarrow A_1B_1 \text{ // } A_2B_2$$

- $\Rightarrow$  A<sub>2</sub>B<sub>2</sub> là đường trung bình của hình thang A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>BA
- $\Rightarrow$  B<sub>2</sub> là trung điểm của B<sub>1</sub>B
- $\Rightarrow$  B<sub>1</sub>B<sub>2</sub> = B<sub>2</sub>B ( $\bar{d}$ pcm)
- \*Chúng minh tương tự ta cũng được:
- $C_2$  là trung điểm của  $C_1C_2 \Rightarrow C_1C_2 = C_2C$
- $D_2$  là trung điểm của  $D_1D_2 \Rightarrow D_1D_2 = D_2D$ .
- **c**) Các hình chóp cụt có một đáy là tứ giác ABCD, đó là :  $A_1B_1C_1D_1$ .ABCD và  $A_2B_2C_2D_2$ .ABCD

### III. Bài tập vận dụng

**Bài 1** Trong mặt phẳng  $(\alpha)$  cho hình bình hành ABCD. Qua A, B, C, D lần lượt vẽ bốn đường thẳng a, b, c, d song song với nhau và không nằm trên  $(\alpha)$ . Trên a, b và c lần lượt lấy ba điểm A', B' và C' tùy ý.

- a) Hãy xác định giao điểm D' của đường thẳng d với mặt phẳng (A'B'C').
- b) Chứng minh A'B'C'D' là hình bình hành.

**Bài 2** Cho hình lăng trụ tam giác ABC.A'B'C'. Gọi M và M' lần lượt là trung điểm của các canh BC và B'C'.

- a) Chứng minh rằng AM song song với A'M'.
- b) Tìm giao điểm của mặt phẳng (A'B'C') với đường thẳng A'M.
- c) Tìm giao tuyến d của hai mặt phẳng (AB'C') và (BA'C').
- d) Tìm giao điểm G của đường thẳng d với mp(AMA'). Chứng minh G là trọng tâm của tam giác AB'C'.

Bài 3 Cho hình hộp ABCD. A'B'C'D'.

- a) chứng minh rằng hai mặt phẳng (BDA') và (B'D'C) song song với nhau.
- b) Chứng minh rằng đường chéo AC' đi qua trọng tâm  $G_1$  và  $G_2$  lần lượt của hai tam giác BDA' và B'D'C.
- c) Chứng minh G<sub>1</sub> và G<sub>2</sub> chia đoạn AC' thành ba phần bằng nhau.
- d) Gọi O và I lần lượt là tâm các hình bình hành ABCD và ΔA'C'C. Xác định thiết diện của mặt phẳng (A'IO) với hình hộp đã cho.

**Bài 4** Cho hình chóp S. ABCD. Gọi A<sub>1</sub> là trung điểm của cạnh SA và A<sub>2</sub> là trung điểm của đoạn AA<sub>1</sub>. Gọi (α) và (β) là hai mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABCD) và lần lượt đi qua A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>. Mặt phẳng (α) cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B<sub>1</sub>, C<sub>1</sub>, D<sub>1</sub>. Mặt phẳng (β) cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B<sub>2</sub>, C<sub>2</sub>, D<sub>2</sub>. Chứng minh:

- a) B<sub>1</sub>, C<sub>1</sub>, D<sub>1</sub> lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SC, SD.
- b)  $B_1B_2 = B_2B$ ,  $C_1C_2 = C_2C$ ,  $D_1D_2 = D_2D$ .
- c) Chỉ ra các hình chóp cụt có một đáy là tứ giác ABCD.

**Bài 5** Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b. (P) chứa a và song song với b, Q chưa b và song song với a. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. (P) và (Q) cắt nhau
- B. (P) và (Q) song song với nhau
- C. (P) và (Q) trùng nhau
- D. (P) và (Q) cắt nhau hoặc song song với nhau.

**Bài 6** Cho hình bình hành ABCD. Qua các đỉnh A, B, C, D ta dựng các nửa đường thẳng song song với nhau và nằm về một phía đối với mặt phẳng (ABCD). Một mặt phẳng (P) cắt bốn đường thẳng nói trên tại A', B', C', D'. Hỏi A'B'C'D' là hình gì?

**Bài 7** Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C'. gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ACC', A'B'C'. mặt phẳng nào sau đây song song với (IJK)?

Bài 8 Trong các mệnh đề sau, những mệnh đề nào đúng?

- (1) hai mặt phẳng phân biệt cùng song với một đường thẳng thì song song với nhau.
- (2) hai mặt phẳng phân biệt không song song thì cắt nhau.
- (3) hai mặt phẳng cùng song với một mặt phảng thứ ba thì song song với nhau.
- (4) Một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì cắt mặt phẳng còn lại.

**Bài 9** Cho tứ diện đều S.ABC. Gọi I là trung điểm của AB, M là một điểm lưu động trên đoạn AI. Qua M vẽ mặt phẳng (∝) //(SIC). Khi đó thiết diện của mặt phẳng (∝) và tứ diện S.ABC là?