Chuyên đề Xác suất của biến cố - Toán 11

A. Lý thuyết

I. Định nghĩa cổ điển của xác suất.

Giả sử A là biến cố liên quan đến một phép thử với không gian mẫu chỉ có một số hữu hạn kết quả đồng khả năng xuất hiện. Ta gọi tỉ số n(A)n(Ω) là xác suất của biến cố A, kí hiệu là P(A). Vậy P(A) = n(A)n(Ω).

- **Chú ý**: n(A) là số phần tử của A hay cũng là số các kết quả thuận lợi cho biến cố A, còn nΩ là số các kết quả có thể xảy ra của phép thử.

- **Ví dụ 1.** Gieo con súc sắc cân đối và đồng chất liên tiếp hai lần. Biến cố A: "Lần đầu xuất hiện mặt 3 chấm". Tính n(A), P(A).

Lời giải:

Gieo con súc sắc liên tiếp 2 lần, khi đó: .

Các kết quả thuận lợi cho A là:

A = {(3; 1); (3; 2); (3; 3); (3; 4); (3; 5); (3; 6)}.

Do đó; n(A) = 6.

Khi đó xác suất để xảy ra biến cố A là PA=nAnΩ=636=16.

- **Ví dụ 2.** Gieo một đồng tiền liên tiếp ba lần. Gọi B là biến cố: lần gieo thứ nhất và thứ hai giống nhau. Tính n(B), P(B)?

Lời giải:

Gieo một đồng tiền liên tiếp ba lần, khi đó: nΩ=23=8.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố B là:

B = {SSS; SSN; NNN; NNS}.

Do đó; $n(B) = 4$.

Vậy xác suất để xảy ra biến cố B là $PB=nBn\Omega=48=12$.

II. Tính chất của xác suất

Giả sử A và B là các biến cố liên quan đến một phép thử có một số hữu hạn kết quả đồng khả năng xuất hiện. Khi đó, ta có định lí sau:

a) $P(\emptyset)= 0;\ P(\Omega)=1$.

b) $0 \le P(A) \le 1$, với mọi biến cố A.

c) Nếu A và B xung khắc thì:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ (công thức cộng xác suất)

- Hệ quả: Với mọi biến cố A, ta có: $P(\overline{A}) =1-P(A)$.

- Ví dụ 3. Gieo đồng tiền 5 lần cân đối và đồng chất. Xác suất để được ít nhất một lần xuất hiện mặt sấp là:

Lời giải:

Phép thử : Gieo đồng tiền 5 lần cân đối và đồng chất

Ta có : $n(\Omega)= 25=32$.

Biến cố A: Được ít nhất một lần xuất hiện mặt sấp.

Biến cố đối $\overline{A}$ tất cả đều là mặt ngửa.

Chỉ có duy nhất một trường hợp tất cả các mặt đều ngửa nên n(A¯)=1

Suy ra: n(A) =n(Ω)− n(A¯) =31

Xác suất của biến cố A là P(A) = n(A)n(Ω) = 3132.

- Ví dụ 4. Một bình đựng 5 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ (các viên bi chỉ khác nhau về màu sắc). Lấy ngẫu nhiên một viên bi, rồi lấy ngẫu nhiên một viên bi nữa. Tính xác suất của biến cố "lấy lần thứ hai được một viên bi xanh".

Lời giải:

Gọi A là biến cố "lấy lần thứ hai được một viên bi xanh". Có hai trường hợp xảy ra

- Biến cố B: Lấy lần thứ nhất được bi xanh, lấy lần thứ hai cũng được một bi xanh.

Xác suất trong trường hợp này là PB = 58. 47 = 514

- Biến cố C: Lấy lần thứ nhất được bi đỏ, lấy lần thứ hai được bi xanh.

Xác suất trong trường hợp này là PC = 38. 57 = 1556

- Vì 2 biến cố B và C là xung khắc nên $P_A = P_B + P_C = 0{,}625$.

III. Các biến cố độc lập, công thức nhân xác suất.

- Nếu sự xảy ra của một biến cố không ảnh hưởng đến xác suất xảy ra của một biến cố khác thì ta nói hai biến cố đó độc lập.

- Tổng quát:

A và B là hai biến cố độc lập khi và chỉ khi: P(A.B) = P(A).P(B).

- **Ví dụ 5.** Ba người cùng bắn vào 1 bia. Xác suất để người thứ nhất, thứ hai,thứ ba bắn trúng đích lần lượt là 0,8 ; 0,6; 0,6. Xác suất để có đúng 2 người bắn trúng đích bằng:

Lời giải:

Gọi X là biến cố: “có đúng 2 người bắn trúng đích”.

- Gọi A là biến cố: “người thứ nhất bắn trúng đích”, $P(A) = 0,8;\ P(\overline{A}) = 0,2$

- Gọi B là biến cố: “người thứ hai bắn trúng đích”, $P(B) = 0,6;\ P(\overline{B}) = 0,4$.

- Gọi C là biến cố: “người thứ ba bắn trúng đích”, $P(C) = 0,6;\ P(\overline{C}) = 0,4$

Ta thấy biến cố A, B, C là 3 biến cố độc lập nhau, theo công thức nhân xác suất ta có:

$P(X)=PA.B.\overline{C}+P(A.\overline{B}.C)+P(\overline{A}.B.C)$

= 0,8.0,6.0.4 + 0,8.0,4.0,6 + 0,2.0,6.0,6 = 0,456.

B. Bài tập

I. Bài tập trắc nghiệm

Bài 1: Ba người cùng bắn vào 1 bia. Xác suất để người thứ nhất, thứ hai,thứ ba bắn trúng đích lần lượt là 0,8 ; 0,6; 0,5. Xác suất để có đúng 2 người bắn trúng đích bằng:

A. 0,24.

B. 0,96.

C. 0,46.

D. 0,92.

Lời giải:

Gọi X là biến cố:
"có đúng 2 người bắn trúng đích "
Gọi A là biến cố:
"người thứ nhất bắn trúng đích"
$\Rightarrow P(A)=0,8; P(\overline{A})=0,2.$
Gọi B là biến cố:
"người thứ hai bắn trúng đích"
$\Rightarrow P(B)=0,6; P(\overline{B})=0,4.$
Gọi C là biến cố:
"người thứ ba bắn trúng đích"
$\Rightarrow P(C)=0,5; P(\overline{C})=0,5.$
Ta thấy biến cố A, B, C là 3 biến cố độc lập nhau theo công thức nhân xác suất ta có:

$$P(X)=P(A.B.\overline{C})+P(A.\overline{B}.C)+P(\overline{A}.B.C)$$
$$=0,8.0,6.0,5+0,8.0,4.0,5+0,2.0,6.0,5=0,46.$$

Chọn đáp án C

Bài 2: Một lô hàng có 100 sản phẩm, biết rằng trong đó có 8 sản phẩm hỏng. Người kiểm định lấy ra ngẫu nhiên từ đó 5 sản phẩm. Tính xác suất của biến cố A: " Người đó lấy được đúng 2 sản phẩm hỏng" ?

A. $P(A)=\dfrac{2}{25}$.

B. $P(A)=\dfrac{229}{6402}$.

C. $P(A)=\dfrac{1}{50}$.

D. $P(A)=\dfrac{1}{2688840}$.

Lời giải:

* Số phần tử của không gian mẫu:

$|\Omega|=C_{100}^{5}$.

* Trong 100 sản phẩm đó

Có 8 sản phẩm hỏng và 92 sản phẩm không hỏng

Nên số phần tử của biến cố A là:

$n(A)=C_8^2.C_{92}^3$.

Xác suất của biến cố A:

$$P(A)=\frac{n(A)}{|\Omega|}=\frac{299}{6402}.$$

Chọn đáp án B

Bài 3: Một con súc sắc không đồng chất sao cho mặt bốn chấm xuất hiện nhiều gấp 3 lần mặt khác, các mặt còn lại đồng khả năng. Tìm xác suất để xuất hiện một mặt chẵn

A. $P(A)=\dfrac{5}{8}$ B. $P(A)=\dfrac{3}{8}$

C. $P(A)=\dfrac{7}{8}$ D. $P(A)=\dfrac{1}{8}$

Lời giải:

Gọi Ai là biến cố xuất hiện mặt i chấm (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6)

Do cho mặt bốn chấm xuất hiện nhiều gấp 3 lần mặt khác, nên:

$$P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = P(A_5) = P(A_6)$$
$$= \frac{1}{3} P(A_4) = x$$
$$\Rightarrow P(A_4) = 3x$$

Do

$$\sum_{k=1}^{6} P(A_k) = 1 \Leftrightarrow x + x + x + 3x + x + x = 1$$
$$\Leftrightarrow 8x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{8}$$

Gọi A là biến cố xuất hiện mặt chẵn

suy ra $A = A_2 \cup A_4 \cup A_6$

Vì các biến cố A_i xung khắc nên:

$$P(A) = P(A_2) + P(A_4) + P(A_6) = \frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}.$$

Chọn đáp án A

Bài 4: Gieo một con xúc sắc 4 lần. Tìm xác suất của biến cố

A: “ Mặt 4 chấm xuất hiện ít nhất một lần”

A. $P(A)=1-\left(\frac{5}{6}\right)^4$

B. $P(A)=1-\left(\frac{1}{6}\right)^4$

C. $P(A)=3-\left(\frac{5}{6}\right)^4$

D. $P(A)=2-\left(\frac{5}{6}\right)^4$

B: “ Mặt 3 chấm xuất hiện đúng một lần”

A. $P(A)=\frac{5}{324}$ B. $P(A)=\frac{5}{32}$

C. $P(A)=\frac{5}{24}$ D. $P(A)=\frac{5}{34}$

Lời giải:

a. Gọi Ai là biến cố “ mặt 4 chấm xuất hiện lần thứ i” với i = 1; 2; 3; 4.

Khi đó:

$\overline{A_i}$ là biến cố

" Mặt 4 chấm không xuất hiện lần thứ i"

Và $P(\overline{A_i}) = 1 - P(A_i) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

Ta có: $\overline{A}$ là biến cố:

" không có mặt 4 chấm xuất hiện trong 4 lần gieo"

Và $\overline{A} = \overline{A_1}.\ \overline{A_2}.\overline{A_3}.\overline{A_4}$.

Vì các $\overline{A_i}$ độc lập với nhau nên ta có:

$$P(\overline{A}) = P(\overline{A_1}).P(\overline{A_2})P(\overline{A_3}).P(\overline{A_4}) = \left(\frac{5}{6}\right)^4$$

Vậy $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4$.

Chọn đáp án A

Gọi Bi là biến cố " mặt 3 chấm xuất hiện lần thứ i" với i = 1; 2; 3; 4

Khi đó:

$\overline{B_i}$ là biến cố

" Mặt 3 chấm không xuất hiện lần thứ i"

Ta có:

$$A = \overline{B_1}.B_2.B_3.B_4 \cup B_1.\overline{B_2}.B_3.B_4 \cup B_1.B_2.\overline{B_3}.B_4 \cup B_1.B_2.B_3.\overline{B_4}$$

Suy ra :

$$P(A) = P(\overline{B_1})P(B_2)P(B_3)P(B_4) + P(B_1)P(\overline{B_2})P(B_3)P(B_4)$$

$$+P(B_1)P(B_2)P(\overline{B_3})P(B_4) + P(B_1)P(B_2)P(B_3)P(\overline{B_4})$$

Mà : $P(B_i) = \dfrac{1}{6} \Rightarrow P(\overline{B_i}) = 1 - \dfrac{1}{6} = \dfrac{5}{6}$.

Do đó: $P(A) = 4.\left(\dfrac{1}{6}\right)^3.\dfrac{5}{6} = \dfrac{5}{324}$.

Chọn đáp án A

Bài 5: Cả hai xạ thủ cùng bắn vào bia. Xác suất người thứ nhất bắn trúng bia là 0,8; người thứ hai bắn trúng bia là 0,7. Hãy tính xác suất để :

1. Cả hai người cùng bắn trúng ;

A. P(A)= 0,75

B. P(A) = 0,6

C. P(A) = 0,56

D. P(A)=0,326

2. Cả hai người cùng không bắn trúng;

A. P(B)=0,04

B.P(B) = 0,06

C. P(B)=0,08

D. P(B) = 0,05

3. Có ít nhất một người bắn trúng.

A. P(C) =0,95

B. P(C) = 0,97

C. P(C) = 0,94

D. P(C) = 0,96

Lời giải:

Gọi A_1 là biến cố " Người thứ nhất bắn trúng bia"
A_2 là biến cố " Người thứ hai bắn trúng bia"
Gọi A là biến cố "cả hai người bắng trúng"
Suy ra $A = A_1 \cap A_2$
Vì A_1; A_2 là độc lập
Nên $P(A) = P(A_1)P(A_2) = 0,8.0,7 = 0,56$

Chọn đáp án C

Gọi B là biến cố "Cả hai người bắn không trúng bia".

Ta thấy $B = \overline{A_1}\,.\overline{A_2}$.

Hai biến cố $\overline{A_1}$ và $.\overline{A_2}$ là hai biến cố độc lập nên

$P(B) = P(\overline{A_1}\,.\overline{A_2}) = P(\overline{A_1})\,.P(\overline{A_2})$

$= [1 - P(A)].\ [1 - P(B)] = (1-0,8).(1-0,7) = 0,06$

Chọn đáp án B

Gọi C là biến cố "Có ít nhất một người bắn trúng bia"

khi đó biến cố đối của B là biến cố C

Do đó $P(C) = 1 - P(B) = 1 - 0,06 = 0,94$.

Chọn đáp án C

Bài 6: Gieo hai con súc xắc cân đối và đồng chất. Xác suất để tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc xắc bằng 7 là:

A. $\frac{2}{9}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{7}{36}$.

D. $\frac{5}{36}$.

Lời giải:

Số phần tử của không gian mẫu là:

$|\Omega| = 6.6 = 36$.

Gọi biến cố A:

”tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc xắc bằng 7”.

Các kết quả thuận lợi cho A là:

A= {(1; 6); (2; 5); (3; 4); (4; 3); (5; 2); (6; 1)}.

Do đó, |Ω6| = 6 . Vậy P(A) = 6/36 = 1/6 .

Chọn đáp án B

Bài 7: Gieo 3 con súc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất để số chấm xuất hiện trên 3 con súc sắc đó bằng nhau:

A. $\frac{5}{36}$.

B. $\frac{1}{9}$.

C. $\frac{1}{18}$.

D. $\frac{1}{36}$.

Lời giải:

Số phần tử của không gian mẫu là:

|Ω| = 63 = 216

A: “số chấm xuất hiện trên 3 con súc sắc đó bằng nhau”.

A = {(1,1,1); (2,2,2); (3,3,3); (4,4,4); (5,5,5); (6,6,6)}

⇒ |ΩA| = 6

Xác suất để số chấm xuất hiện trên 3 con súc sắc đó bằng nhau là:

$$P = \frac{6}{216} = \frac{1}{36}$$

Chọn đáp án D

Bài 8: Có hai hộp đựng bi. Hộp I có 9 viên bi được đánh số 1, 2, 3....., 9. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp một viên bi. Biết rằng xác suất để lấy được viên bi mang số chẵn ở hộp II là 3/10. Xác suất để lấy được cả hai viên bi mang số chẵn là:

A. $\frac{2}{15}$.

B. $\frac{1}{15}$.

C. $\frac{4}{15}$.

D. $\frac{7}{15}$.

Lời giải:

Gọi X là biến cố:

"lấy được cả hai viên bi mang số chẵn."

Gọi A là biến cố:

"lấy được viên bi mang số chẵn ở hộp I".

Vì hộp 1 có 4 bi chẵn nên

$=> P(A)=\frac{C_4^1}{C_9^1}=\frac{4}{9}.$

Gọi B là biến cố:

"lấy được viên bi mang số chẵn ở hộp II":

$P(B)=\frac{3}{10}.$

Ta thấy biến cố A, B là 2 biến cố độc lập nhau

theo công thức nhân xác suất ta có:

$P(X)=P(A.B)=P(A).P(B)=\frac{4}{9}.\frac{3}{10}=\frac{2}{15}.$

Chọn đáp án A

Bài 9: Một hộp chứa 5 viên bi màu trắng, 15 viên bi màu xanh và 35 viên bi màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 7 viên bi. Xác suất để trong số 7 viên bi được lấy ra có ít nhất 1 viên bi màu đỏ là:

A. C_{35}^{1}.

B. $\dfrac{C_{55}^{7}-C_{20}^{7}}{C_{55}^{7}}$.

C. $\dfrac{C_{35}^{7}}{C_{55}^{7}}$.

D. $C_{35}^{1}.C_{20}^{6}$.

Lời giải:

Gọi A là biến cố:

"trong số 7 viên bi được lấy ra

có ít nhất 1 viên bi màu đỏ."

Trong hộp có tất cả: 5+ 15 + 35 = 55 viên bi

- Số phần tử của không gian mẫu: $|\Omega| = C_{55}^{7}$.

- $\overline{A}$ là biến cố:

"trong số 7 viên bi được lấy ra

không có viên bi màu đỏ nào."

$=> n\left(\overline{A}\right) = C_{20}^{7}$.

Vì A và $\overline{A}$ là hai biến cố đối nên:

$n(A) = |\Omega| - n\left(\overline{A}\right) = C_{55}^{7} - C_{20}^{7}$.

Xác suất để trong số 7 viên bi được lấy ra

Có ít nhất 1 viên bi màu đỏ là:

$P(A) = \dfrac{C_{55}^{7} - C_{20}^{7}}{C_{55}^{7}}$.

Chọn đáp án B

Bài 10: Một nhóm gồm 8 nam và 7 nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 bạn. Xác suất để trong 5 bạn được chọn có cả nam lẫn nữ mà nam nhiều hơn nữ là:

A. $\frac{60}{143}$.

B. $\frac{238}{429}$.

C. $\frac{210}{429}$.

D. $\frac{82}{143}$.

Lời giải:

Gọi A là biến cố:
"5 bạn được chọn có cả nam lẫn nữ
mà nam nhiều hơn nữ "

- Số phần tử của không gian mẫu: $|\Omega| = C_{15}^{5}$.

-Số cách chọn 5 bạn trong đó có 4 nam, 1 nữ là:
$C_8^4.C_7^1$.

-Số cách chọn 5 bạn trong đó có 3 nam, 2 nữ là:
$C_8^3.C_7^2$.

Số cách chọn 5 bạn được chọn có cả nam lẫn nữ
mà nam nhiều hơn nữ là:

$n(A) = C_8^4.C_7^1 + C_8^3.C_7^2 = 1666$

Xác suất để 5 bạn được chọn có cả nam lẫn nữ
mà nam nhiều hơn nữ là:

$$P(A) = \frac{n(A)}{|\Omega|} = \frac{1666}{C_{15}^{5}} = \frac{238}{429}.$$

II. Bài tập tự luận có lời giải

Bài 1: Có 2 hộp bút chì màu. Hộp thứ nhất có có 5 bút chì màu đỏ và 7 bút chì màu xanh. Hộp thứ hai có có 8 bút chì màu đỏ và 4 bút chì màu xanh. Chọn ngẫu nhiên mỗi hộp một cây bút chì. Xác suất để có 1 cây bút chì màu đỏ và 1 cây bút chì màu xanh là

Lời giải:

Gọi A là biến cố:
"có 1 cây bút chì màu đỏ và 1 cây bút chì màu xanh"
- Số phần tử của không gian mẫu là:
$|\Omega| = C_{12}^1 . C_{12}^1 = 144$
-Số cách chọn được 1 bút đỏ ở hộp 1,
1 bút xanh ở hộp 2 là: $C_5^1 . C_4^1 = 20$
-Số cách chọn được 1 bút đỏ ở hộp 2,
1 bút xanh ở hộp 1 là: $C_8^1 . C_7^1 = 56$
$\Rightarrow |\Omega_A| = 20 + 56 = 76$
Xác suất của biến cố A là:
$$P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{76}{144} = \frac{19}{36}$$

Bài 2: Hai người độc lập nhau ném bóng vào rổ. Mỗi người ném vào rổ của mình một quả bóng. Biết rằng xác suất ném bóng trúng vào rổ của từng người tương ứng là 1/5 và 2/7 . Gọi A là biến cố: "Cả hai cùng ném bóng trúng vào rổ". Khi đó, xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

Lời giải:

Gọi A là biến cố:
"Cả hai cùng ném bóng trúng vào rổ. "
Gọi X là biến cố:
"người thứ nhất ném trúng rổ"

$$\Rightarrow P(X) = \frac{1}{5}.$$

Gọi Y là biến cố:
"người thứ hai ném trúng rổ"

$$\Rightarrow P(Y) = \frac{2}{7}.$$

Ta thấy biến cố X, Y là 2 biến cố độc lập nhau
Theo công thức nhân xác suất ta có:

$$P(A) = P(X).P(Y) = \frac{1}{5}.\frac{2}{7} = \frac{2}{35}$$

Bài 3: Hai xạ thủ bắn mỗi người một viên đạn vào bia, biết xác suất bắn trúng vòng 10 của xạ thủ thứ nhất là 0,75 và của xạ thủ thứ hai là 0,85. Tính xác suất để có ít nhất một viên trúng vòng 10 ?

Lời giải:

Gọi A là biến cố:
"có ít nhất một viên trúng vòng 10."

$\Rightarrow \overline{A}$ là biến cố:

"Không viên nào trúng vòng 10."

Gọi X là biến cố người thứ 1 bắn trúng vào10:

$P(X) = 0,75;\ P(\overline{X}) = 1 - 0,75 = 0,25$

Gọi Y là biến cố người thứ 2 bắn trúng vào10:

$P(Y) = 0,85;\ P(\overline{Y}) = 1 - 0,85 = 0,15$

Ta có; $\overline{A} = \overline{X}.\overline{Y}$;

hai biến cố $\overline{X}; \overline{Y}$ là hai biến cố độc lập với nhau

Ta có:

$P(\overline{A}) = P(\overline{X}).P(\overline{Y}) = 0,25.0,15 = 0,0375$

Do đó, xác suất của biến cố A là:

$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - 0,0375 = 0,9625$

Bài 4: Xác suất sinh con trai trong mỗi lần sinh là 0,51. Hỏi xác suất sao cho 3 lần sinh có ít nhất 1 con trai gần với số nào nhất?

Lời giải:

Gọi A là biến cố ba lần sinh có ít nhất 1 con trai

suy ra $\overline{A}$ là xác suất 3 lần sinh toàn con gái.

Gọi B_1 là biến cố lần thứ i sinh con gái (i =1; 2; 3)

Suy ra $P(B_1) = P(B_2) = P(B_3) = 1 - 0,51 = 0,49$

Ta có: $\overline{A} = B_1.B_2.B_3$

mà B_1; B_2; B_3 độc lập với nhau nên:

$P(\overline{A}) = P(B_1).P(B_2).P(B_3) = 0,49^3$

$\Rightarrow P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - 0,49^3 \approx 0,88$

Bài 5: Hai cầu thủ sút phạt đền.Mỗi người đá 1 lần với xác suất ghi bàn tương ứng là 0,8 và 0,7. Tính xác suất để có ít nhất 1 cầu thủ ghi bàn

Lời giải:

Gọi A là biến cố cầu thủ thứ nhất ghi bàn

B là biến cố cầu thủ thứ hai ghi bàn

X là biến cố ít nhất 1 trong hai cầu thủ ghi bàn

Suy ra: $\overline{X} = \overline{A}.\overline{B}$

Vì hai biến cố $\overline{A}$; $\overline{B}$ độc lập với nhau nên ta có:

$P(\overline{X}) = P(\overline{A}).P(\overline{B}) = (1-0,8).(1-0,7) = 0,06$

Do đó

Xác suất để có ít nhất 1 trong hai cầu thủ ghi bàn là:

$P(X) = 1 - P(\overline{X}) = 1 - 0,06 = 0,94$

Bài 6: Một hộp đựng 40 viên bi trong đó có 20 viên bi đỏ, 10 viên bi xanh, 6 viên bi vàng,4 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 2 bi, tính xác suất biến cố A: “ lấy được 2 viên bi cùng màu”.

Lời giải:

Ta có: số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{40}^2$

Gọi các biến cố: D: "lấy được 2 bi viên đỏ"

Ta có: $|\Omega_D| = C_{20}^2 = 190$;

X: "lấy được 2 bi viên xanh" ta có: $|\Omega_X| = C_{10}^2 = 45$;

V: "lấy được 2 bi viên vàng" ta có: $|\Omega_V| = C_6^2 = 15$;

T: " lấy được 2 bi màu trắng" ta có: $|\Omega_T| = C_4^2 = 6$.

Ta có D, X, V, T là các biến cố đôi một xung khắc

Và $A = D \cup X \cup V \cup T$

Suy ra xác xuất để lấy được 2 viên bi cùng màu là:

$$P(A) = P(\mathrm{D}) + P(X) + P(V) + P(T) = \frac{256}{C_{40}^2} = \frac{64}{195}.$$

Bài 7: Một cặp vợ chồng mong muốn sinh bằng được sinh con trai (sinh được con trai rồi thì không sinh nữa, chưa sinh được thì sẽ sinh nữa). Xác suất sinh được con trai trong một lần sinh là 0,51. Tìm xác suất sao cho cặp vợ chồng đó mong muốn sinh được con trai ở lần sinh thứ 2.

Lời giải:

Gọi A là biến cố : " Sinh con gái ở lần thứ nhất"

Ta có:

P(A) = 1 – 0,51 = 0,49 .

Gọi B là biến cố: " Sinh con trai ở lần thứ hai"

Ta có: P(B) =0,51

Gọi C là biến cố:

"Sinh con gái ở lần thứ nhất và sinh con trai ở lần thứ hai"

Ta có: C = AB

Mà A, B độc lập nên ta có:

P(C) = P(AB)= P(A). P(B) = 0,49. 0,51= 0,2499.

Bài 8: Một hộp đựng 4 viên bi xanh, 3 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng.Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi. Tính xác suất để chọn được 2 viên bi cùng màu

Lời giải:

Gọi A là biến cố "Chọn được 2 viên bi xanh"
B là biến cố "Chọn được 2 viên bi đỏ"
C là biến cố "Chọn được 2 viên bi vàng"
Và X là biến cố "Chọn được 2 viên bi cùng màu".
Ta có:
$X = A \cup B \cup C$
Và các biến cố A, B, C đôi một xung khắc.
Do đó, ta có:
P(X) = P(A) + P(B) + P(C) .
Mà:

$$P(A) = \frac{C_4^2}{C_9^2} = \frac{1}{6};\ P(B) = \frac{C_3^2}{C_9^2} = \frac{1}{12};\ P(C) = \frac{C_2^2}{C_9^2} = \frac{1}{36}$$

Vậy $P(X) = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{36} = \frac{5}{18}$.

Bài 9: Một chiếc máy có hai động cơ I và II hoạt động độc lập với nhau.Xác suất để động cơ I và động cơ II chạy tốt lần lượt là 0,8 và 0,7. Hãy tính xác suất để

a. Cả hai động cơ đều chạy tốt ;

b. Cả hai động cơ đều không chạy tốt;

c. Có ít nhất một động cơ chạy tốt.

Lời giải:

Gọi A là biến cố động cơ I chạy tốt

B là biến cố động cơ II chạy tốt

Theo giả thiết: P(A) = 0,8; P(B) = 0,7.

$\Rightarrow P(\overline{A}) = 1 - 0,8 = 0,2;\ P(\overline{B}) = 1 - 0,7 = 0,3$

a. Gọi X là biến cố cả 2 động cơ cùng chạy tốt.

Ta có: X = A.B

Mà 2 biến cố A và B độc lập với nhau nên:

P(X)=P(A). P(B) =0,8. 0,7 = 0,56

b. Gọi Y là biến cố cả 2 động cơ cùng không chạy tốt.

Ta có: $Y = \overline{A}.\overline{B}$

Mà 2 biến cố $\overline{A};\ \overline{B}$ độc lập với nhau nên:

$P(Y) = P(\overline{A}).\ P(\overline{B}) = 0,2.\ 0,3 = 0,06$

c. Ta có biến cố: $\overline{Y}$ là ít nhất 1 động cơ chạy tốt.

Suy ra: $P(\overline{Y}) = 1 - P(Y) = 1 - 0,06 = 0,94$

Bài 10: Một đội gồm 5 nam và 8 nữ. Lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca, tính xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nữ ?

Lời giải:

Không gian mẫu là chọn tùy ý 4 người từ 13 người.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là

$|\Omega| = C_{13}^4 = 715$.

Gọi A là biến cố "4 người được chọn có ít nhất 3 nữ".

Ta có hai trường hợp thuận lợi cho biến cố A như sau:

- **TH1:** Chọn 3 nữ và 1 nam, có $C_8^3 . C_5^1$ cách.
- **TH2:** Chọn cả 4 nữ, có C_8^4 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là

$|\Omega_A| = C_8^3 . C_5^1 + C_8^4 = 350$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{350}{715} = \frac{70}{143}$.

III. Bài tập vận dụng

Bài 1 Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần.

a) Hãy mô tả không gian mẫu.

b) Xác định các biến cố sau:

A: "Tổng số chấm xuất hiện trong hai lần gieo không bé hơn 10";

B: "Mặt % chấm xuất hiện ít nhất một lần".

c) Tính P(A), P(B).

Bài 2 Có bốn tấm bìa được đánh số từ 1 đến 4. Rút ngẫu nhiên ba tấm.

a) Hãy mô tả không gian mẫu.

b) Xác định các biến cố sau:

A: "Tổng các số trên ba tấm bìa bằng 8";

B: "Các số trên ba tấm bìa là ba số tự nhiên liên tiếp".

c) Tính P(A), P(B).

Bài 3 Một người chọn ngẫu nhiên hai chiếc giày từ bốn đôi giày cỡ khác nhau. Tính xác suất để hai chiếc chọn được tạo thành một đôi.

Bài 4 Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Giả sử con súc sắc xuất hiện mặt b chấm. Xét phương trình $x^2 + bx + 2 = 0$. Tính xác suất sao cho:

a) Phương trình có nghiệm

b) Phương trình vô nghiệm.

c) Phương trình có nghiệm nguyên.

Bài 5 Từ cỗ bài tứ lơ khơ 52 con, rút ngẫu nhiên cùng một lúc bốn con. Tính xác suất sao cho:

a) Cả bốn con đều là át;

b) Được ít nhất một con át;

c) Được hai con át và hai con K.

Bài 6 Hai bạn nam và hai bạn nữ được xếp ngồi ngẫu nhiên vào bốn ghế xếp thành hai dãy đối diện nhau. Tính xác suất sao cho:

a) Nam, nữ ngồi đối diện nhau;

b) Nữ ngồi đối diện nhau

Bài 7 Có hai hộp chứa các quả cầu. Hộp thứ nhất chứa 6 quả trắng, 4 quả đen. Hộp thứ hai chứa 4 quả trắng, 6 quả đen. Từ mỗi hộp lấy ngẫu nhiên một quả. Kí hiệu:

A là biến cố: "Quả lấy từ hộp thứ nhất trắng";

B là biến cố: "Quả lấy từ hộp thứ hai trắng".

a) Xét xem A và B có độc lập không.

b) Tính xác suất sao cho hai quả cầu lấy ra cùng màu.

c) Tính xác suất sao cho hai quả cầu lấy ra khác màu.

Bài 8 Từ một hộp chứa năm quả cầu được đánh số 1, 2, 3, 4, 5, lấy ngẫu nhiên liên tiếp hai lần mỗi lần một quả và xếp theo thứ tự từ trái sang phải

a) Mô tả không gian mẫu.

b) Xác định các biến cố sau:

A: "Chữ số sau lớn hơn chữ số trước"

B: "Chữ số trước gấp đôi chữ số sau"
C: "Hai chữ số bằng nhau".

Bài 9 Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần.
a) Hãy mô tả không gian mẫu.
b) Xác định các biến cố sau:
A: "Tổng số chấm xuất hiện trong hai lần gieo không bé hơn 10"
B: "Mặt 5 chấm xuất hiện ít nhất một lần"
c) Tính P(A), P(B).
Bài 10 Có bốn tấm bìa được đánh số từ 1 đến 4. Rút ngẫu nhiên ba tấm.
a) Hãy mô tả không gian mẫu.
b) Xác định các biến cố sau:
A: "Tổng các số trên ba tấm bìa bằng 8"
B: "Các số trên ba tấm bìa là ba số tự nhiên liên tiếp"
c) Tính P(A), P(B).