

CHUYÊN ĐỀ I. HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BA ẨN

BÀI 2. ỨNG DỤNG HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BA ẨN.

Hoạt động 1 trang 15 SCD Toán lớp 10:

Bài toán sản xuất gà giống. Trong trang trại sản xuất gà giống, việc lựa chọn tỉ lệ giữa gà trống và gà mái rất quan trọng. Nếu quá nhiều gà trống thì không hiệu quả kinh tế, nếu ít gà trống quá thì ảnh hưởng đến hiệu quả sản xuất gà giống. Các nghiên cứu chỉ ra rằng tỉ lệ giữa gà trống và gà mái để sản xuất gà giống hiệu quả nhất là 1:10,5. Một đàn gà trưởng thành có tổng số 3 000 con, trong đó tỉ lệ giữa gà trống và gà mái là 5:3. Cần chuyển bao nhiêu gà trống cho mục đích nuôi lấy thịt để hiệu quả cao nhất?

Gọi số gà trống trong đàn gà là x , số gà mái trong đàn gà là y , số gà trống cần chuyển sang mục đích nuôi lấy thịt là z .

- Điều kiện của x , y và z là gì?
- Từ giả thiết của bài toán, hãy tìm ba phương trình bậc nhất ràng buộc x , y và z , từ đó có một hệ phương trình bậc nhất ba ẩn.
- Giải hệ phương trình bậc nhất thu được. Từ đó đưa ra câu trả lời cho bài toán.

Hướng dẫn giải

- Điều kiện của x , y và z là x , y , z là các số tự nhiên nhỏ hơn 3000.
- Từ giả thiết của bài toán, ta có:

$$x + y = 3000 \quad (1)$$

$$x : y = 5 : 3 \text{ hay } 5x = 3y \text{ hay } 5x - 3y = 0 \quad (2)$$

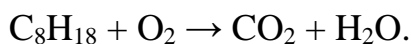
$$(x - z) : y = 1 : 10,5 \text{ hay } x - z = 10,5y \text{ hay } x - 10,5y - z = 0 \quad (3)$$

Vậy ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y + z = 3000 \\ 5x - 3y = 0 \\ x - 10,5y - z = 0 \end{cases}.$$

- Giải hệ phương trình thu được ở câu b) ta được $x =$ **SAI ĐỀ!**

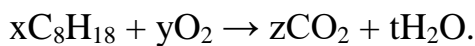
Luyện tập 1 trang 18 SCD Toán lớp 10:

Cân bằng phương trình phản ứng hoá học đốt cháy octane trong oxygen



Hướng dẫn giải

Giả sử x, y, z, t là bốn số nguyên dương thoả mãn cân bằng phản ứng:



Vì số nguyên tử C, H, O ở hai vế bằng nhau nên ta có hệ:

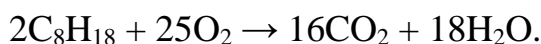
$$\begin{cases} 8x = z \\ 18x = 2t \\ 2y = 2z + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8\frac{x}{t} = \frac{z}{t} \\ 9\frac{x}{t} = 1 \\ 2\frac{y}{t} = 2\frac{z}{t} + 1 \end{cases}.$$

Đặt $X = \frac{x}{t}$, $Y = \frac{y}{t}$, $Z = \frac{z}{t}$ ta được hệ phương trình bậc nhất ba ẩn:

$$\begin{cases} 8X = Z \\ 9X = 1 \\ 2Y = 2Z + 1 \end{cases} \quad \text{hay} \quad \begin{cases} 8X - Z = 0 \\ 9X - 1 = 0 \\ 2Y - 2Z - 1 = 0 \end{cases}.$$

Giải hệ này ta được $X = \frac{1}{9}$, $Y = \frac{25}{18}$, $Z = \frac{8}{9}$. Từ đây suy ra $x = \frac{1}{9}t$, $y = \frac{25}{18}t$, $z = \frac{8}{9}t$.

Chọn $t = 18$ ta được $x = 2$, $y = 25$, $z = 16$. Từ đó ta được phương trình cân bằng:



Hoạt động 2 trang 18 SCD Toán lớp 10:

Kí hiệu x, y, z lần lượt là giá của 1 kg thịt lợn, 1 kg thịt bò và 1 kg thịt gà, ở đây $x, y, z > 0$ và đơn vị là nghìn đồng. Kí hiệu :

Q_{S1} là lượng thịt lợn mà người bán chấp thuận bán với giá x .

Q_{S2} là lượng thịt bò mà người bán chấp thuận bán với giá y .

Q_{S3} là lượng thịt gà mà người bán chấp thuận bán với giá z .

Q_{D1} là lượng thịt lợn mà người mua chấp thuận mua với giá x .

Q_{D2} là lượng thịt bò mà người mua chấp thuận mua với giá y .

Q_{D3} là lượng thịt gà mà người mua chấp thuận mua với giá z .

a) Mức giá thịt lợn x , thịt bò y và thịt gà z phải thoả mãn điều kiện gì để người bán và người mua cùng hài lòng, tức là mức giá hợp lí nhất?

b) Viết hệ phương trình ràng buộc giữa x, y, z để người bán và người mua cùng hài lòng.

Trong kinh tế học người ta gọi :

– Các hàm Q_{S1}, Q_{S2} và Q_{S3} phụ thuộc vào ba biến giá x, y, z là hàm cung (supply function);

– Các hàm Q_{D1}, Q_{D2} và Q_{D3} phụ thuộc vào ba biến giá x, y, z là hàm cầu (demand function);

– Hệ phương trình
$$\begin{cases} Q_{S_1} = Q_{D_1} \\ Q_{S_2} = Q_{D_2} \\ Q_{S_3} = Q_{D_3} \end{cases}$$
 gọi là hệ phương trình cân bằng cung – cầu.

Hướng dẫn giải

a) Mức giá thịt lợn x , thịt bò y và thịt gà z phải thoả mãn các điều kiện:

– Lượng thịt lợn mà người bán chấp thuận bán với giá x bằng lượng thịt lợn mà người mua chấp thuận mua với giá x .

– Lượng thịt bò mà người bán chấp thuận bán với giá y bằng lượng thịt bò mà người mua chấp thuận mua với giá y .

– Lượng thịt gà mà người bán chấp thuận bán với giá z bằng lượng thịt gà mà người mua chấp thuận mua với giá z .

b) Hệ phương trình ràng buộc giữa x, y, z để người bán và người mua cùng hài lòng:

$$\begin{cases} Q_{S_1} = Q_{D_1} \\ Q_{S_2} = Q_{D_2} \\ Q_{S_3} = Q_{D_3} \end{cases}$$

Luyện tập 2 trang 20 SCD Toán lớp 10:

Xét thị trường hải sản gồm ba mặt hàng là cua, tôm và cá. Kí hiệu x, y, z lần lượt là giá 1 kg cua, 1 kg tôm và 1 kg cá (đơn vị nghìn đồng). Kí hiệu Q_{S1}, Q_{S2} và Q_{S3} là lượng cua, tôm và cá mà người bán bằng lòng bán với giá x, y và z . Kí hiệu Q_{D1}, Q_{D2} và Q_{D3} tương ứng là lượng cua, tôm và cá mà người mua bằng lòng mua với giá x, y và z . Cụ thể các hàm này được cho bởi

$$\begin{cases} Q_{S1} = -300 + x; Q_{D1} = 1300 - 3x + 4y - z; \\ Q_{S2} = -450 + 3y; Q_{D2} = 1150 + 2x - 5y - z; \\ Q_{S3} = -400 + 2z; Q_{D3} = 900 - 2x - 3y + 4z \end{cases}$$

Tìm mức giá cua, tôm và cá mà người bán và người mua cùng hài lòng.

Hướng dẫn giải

Hệ phương trình cân bằng cung – cầu là:
$$\begin{cases} -300 + x = 1300 - 3x + 4y - z \\ -450 + 3y = 1150 + 2x - 5y - z \\ -400 + 2z = 900 - 2x - 3y + 4z \end{cases}$$

Thu gọn ta được hệ phương trình:
$$\begin{cases} 4x - 4y + z = 1600 \\ 2x - 8y - z = -1600 \\ 2x + 3y - 2z = 1300 \end{cases}$$

Giải hệ này ta được $x = 600, y = 300, z = 400$.

Vậy mức giá cua, tôm và cá mà người bán và người mua cùng hài lòng lần lượt là 600 nghìn đồng 1 kg, 300 nghìn đồng 1 kg và 400 nghìn đồng 1 kg.

Bài tập 1.7 trang 20 SCD Toán lớp 10:

Cho hàm cung và hàm cầu của ba mặt hàng như sau :

$$\begin{cases} Q_{S1} = -4 + x; \quad Q_{D1} = 70 - x - 2y - 6z; \\ Q_{S2} = -3 + y; Q_{D2} = 76 - 3x - y - 4z; \\ Q_{S3} = -6 + 3z; Q_{D3} = 70 - 2x - 3y - 2z. \end{cases}$$

Hãy xác định giá cân bằng cung – cầu của ba mặt hàng.

Hướng dẫn giải

Hệ phương trình cân bằng cung – cầu là:
$$\begin{cases} -4 + x = 70 - x - 2y - 6z \\ -3 + y = 76 - 3x - y - 4z \\ -6 + 3z = 70 - 2x - 3y - 2z \end{cases}.$$

Thu gọn ta được hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y + 3z = 37 \\ 3x + 2y + 4z = 79. \\ 2x + 3y + 5z = 76 \end{cases}$$

Giải hệ này ta được $x = 15, y = 7, z = 5$.

Bài tập 1.8 trang 20 SCD Toán lớp 10:

Em Hà so sánh tuổi của mình với chị Mai và anh Nam. Tuổi của anh Nam gấp ba lần tuổi của em Hà. Cách đây bảy năm tuổi của chị Mai bằng nửa số tuổi của anh Nam. Ba năm nữa tuổi của anh Nam bằng tổng số tuổi của chị Mai và em Hà. Hỏi tuổi của mỗi người là bao nhiêu?

Hướng dẫn giải

Gọi tuổi hiện nay của em Hà, chị Mai, anh Nam lần lượt là x, y, z .

Theo đề bài ta có:

- Tuổi của anh Nam gấp ba lần tuổi của em Hà, suy ra $z = 3x$ hay $3x - z = 0$ (1).
- Cách đây bảy năm tuổi của chị Mai bằng nửa số tuổi của anh Nam, suy ra $(y - 7) = \frac{1}{2}(z - 7)$ hay $2y - z = 7$ (2).
- Ba năm nữa tuổi của anh Nam bằng tổng số tuổi của chị Mai và em Hà, suy ra $(z + 3) = (x + 3) + (y + 3)$ hay $x + y - z = -3$ (3).

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x - z = 0 \\ 2y - z = 7 \\ x + y - z = -3 \end{cases}.$$

Giải hệ này ta được $x = 13, y = 23, z = 39$.

Vậy tuổi hiện nay của em Hà, chị Mai, anh Nam lần lượt là 13, 23, 39.

Bài tập 1.9 trang 20 SCD Toán lớp 10:

Bác Việt có 330740 nghìn đồng, bác chia số tiền này thành ba phần và đem đầu tư vào ba hình thức : Phần thứ nhất bác đầu tư vào chứng khoán với lãi thu được 4% một năm; phần thứ hai bác mua vàng thu lãi 5% một năm và phần thứ ba bác gửi tiết kiệm với lãi suất 6% một năm. Sau một năm, kể cả gốc và lãi bác thu được ba món tiền bằng nhau. Hỏi tổng số tiền cả gốc và lãi bác thu được sau một năm là bao nhiêu?

Hướng dẫn giải

Gọi số tiền bác Việt đầu tư vào chứng khoán, mua vàng, gửi tiết kiệm lần lượt là x , y , z (nghìn đồng).

Theo đề bài ta có:

– Tổng số tiền là 330740 nghìn đồng, suy ra $x + y + z = 330740$ (1).

– Số tiền kể cả gốc lẫn lãi bác Việt thu được từ ba khoản là $x + 4\%x$, $y + 5\%y$, $z + 6\%z$. Vì bác thu được ba món tiền bằng nhau nên $x + 4\%x = y + 5\%y = z + 6\%z$

$$\Rightarrow 104\%x = 105\%y = 106\%z$$

$$\Rightarrow 104x - 105y = 0 \text{ (2) và } 105y - 106z = 0 \text{ (3).}$$

$$\text{Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} x + y + z = 330740 \\ 104x - 105y = 0 \\ 105y - 106z = 0 \end{cases}.$$

Giải hệ này ta được $x = 111300$, $y = 110240$, $z = 109200$.

Vậy số tiền bác Việt đầu tư vào chứng khoán, mua vàng, gửi tiết kiệm lần lượt là 111300 nghìn đồng, 110240 nghìn đồng, 109200 nghìn đồng.

Bài tập 1.10 trang 20 SCD Toán lớp 10:

Một tuyến cáp treo có ba loại vé sau đây: vé đi lên giá 250 nghìn đồng; vé đi xuống giá 200 nghìn đồng và vé hai chiều giá 400 nghìn đồng. Một ngày nhà ga cáp treo thu được tổng số tiền là 251 triệu đồng. Tìm số vé bán ra mỗi loại, biết rằng nhân viên quản lí cáp treo đếm được 680 lượt người đi lên và 520 lượt người đi xuống.

Hướng dẫn giải

Gọi số vé bán ra loại đi lên, đi xuống và hai chiều lần lượt là x, y, z .

Theo đề bài ta có:

– Nhà ga cáp treo thu được tổng số tiền là 251 triệu đồng, suy ra $250000x + 200000y + 400000z = 251000000$ hay $250x + 200y + 400z = 251000$ (1).

– Có 680 lượt người đi lên, suy ra $x + z = 680$ (2).

– Có 520 lượt người đi xuống, suy ra $y + z = 520$ (3).

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 250x + 200y + 400z = 251000 \\ x + z = 680 \\ y + z = 520 \end{cases}.$$

Giải hệ này ta được $x = 220, y = 40, z = 460$.

Vậy số vé bán ra loại đi lên, đi xuống và hai chiều lần lượt là 220, 60, 460.

Bài tập 1.11 trang 20 SCD Toán lớp 10:

Ba lớp 10A, 10B, 10C của một trường trung học phổ thông gồm 128 em cùng tham gia lao động trồng cây. Tính trung bình, mỗi em lớp 10A trồng được 3 cây xoan và 4 cây bạch đàn; mỗi em lớp 10B trồng được 2 cây xoan và 5 cây bạch đàn; mỗi em lớp 10C trồng được 6 cây xoan. Cả ba lớp trồng được tổng cộng 476 cây xoan và 375 cây bạch đàn. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu em?

Hướng dẫn giải

Gọi số học sinh ba lớp 10A, 10B, 10C lần lượt là x, y, z .

Theo đề bài ta có:

– Ba lớp có 128 học sinh, suy ra $x + y + z = 128$ (1).

– Cả ba lớp trồng được tổng cộng 476 cây xoan, suy ra $3x + 2y + 6z = 476$ (2).

Cả ba lớp trồng được tổng cộng 375 cây bạch đàn, suy ra $4x + 5y = 375$ (3).

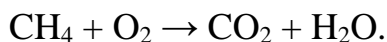
Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y + z = 128 \\ 3x + 2y + 6z = 476. \\ 4x + 5y = 375 \end{cases}$$

Giải hệ này ta được $x = 40, y = 43, z = 45$.

Vậy số học sinh ba lớp 10A, 10B, 10C lần lượt là 40, 43, 45 học sinh.

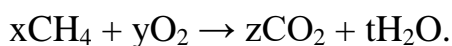
Bài tập 1.12 trang 20 SCD Toán lớp 10:

Cân bằng phương trình phản ứng hoá học đốt cháy methane trong oxygen



Hướng dẫn giải

Giả sử x, y, z, t là bốn số nguyên dương thoả mãn cân bằng phản ứng:



Vì số nguyên tử C, H, O ở hai vế bằng nhau nên ta có hệ:

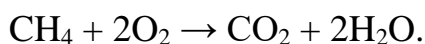
$$\begin{cases} x = z \\ 4x = 2t \\ 2y = 2z + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{t} = \frac{z}{t} \\ 2\frac{x}{t} = 1 \\ 2\frac{y}{t} = 2\frac{z}{t} + 1 \end{cases}.$$

Đặt $X = \frac{x}{t}, Y = \frac{y}{t}, Z = \frac{z}{t}$ ta được hệ phương trình bậc nhất ba ẩn:

$$\begin{cases} X = Z \\ 2X = 1 \\ 2Y = 2Z + 1 \end{cases} \quad \text{hay} \quad \begin{cases} X - Z = 0 \\ 2X - 1 = 0 \\ 2Y - 2Z - 1 = 0 \end{cases}.$$

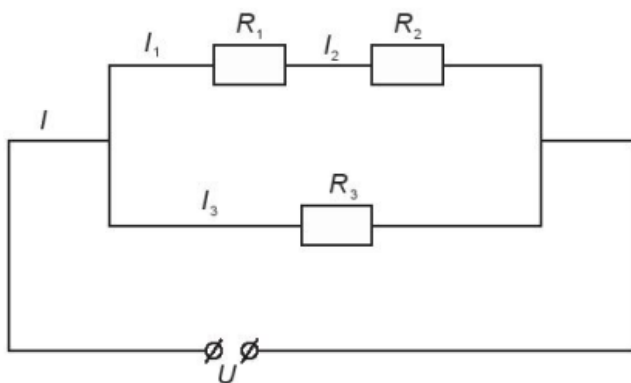
Giải hệ này ta được $X = \frac{1}{2}, Y = 1, Z = \frac{1}{2}$. Từ đây suy ra $x = \frac{1}{2}t, y = t, z = \frac{1}{2}t$.

Chọn $t = 2$ ta được $x = 1, y = 2, z = 1$. Từ đó ta được phương trình cân bằng:



Bài tập 1.13 trang 20 SCD Toán lớp 10:

Cho đoạn mạch như Hình 1.2. Gọi I là cường độ dòng điện của mạch chính, I_1 , I_2 và I_3 là cường độ dòng điện mạch rẽ. Cho biết $R_1 = 6 \Omega$, $R_2 = 8 \Omega$, $I = 3 \text{ A}$ và $I_3 = 2 \text{ A}$. Tính điện trở R_3 và hiệu điện thế U giữa hai đầu đoạn mạch.



Hình 1.2

Hướng dẫn giải

Từ sơ đồ mạch điện, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} I_1 + I_3 = I \\ R_1 I_1 + R_2 I_2 = U \\ R_3 I_3 = U \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} I_1 + 2 = 3 \\ 6I_1 + 8I_2 = U \\ 2R_3 = U \end{cases} (*)$$

Lại có $I_1 = I_2$ nên (*) tương đương với $\begin{cases} I_1 + 2 = 3 \\ 14I_1 = U \\ 2R_3 = U \end{cases}$ hay $\begin{cases} I_1 = 1 \\ 14I_1 - U = 0 \\ 2R_3 - U = 0 \end{cases}$

Giải hệ này ta được $I_1 = 1 \text{ A}$, $R_2 = 7 \Omega$ và $U = 14 \text{ V}$.

Bài tập 1.14 trang 21 SCD Toán lớp 10:

Mỗi giai đoạn phát triển của thực vật cần phân bón với tỉ lệ N , P , K nhất định. Bác An làm vườn muốn bón phân cho một cây cảnh có tỉ lệ $N : P : K$ cân bằng nhau. Bác An có ba bao phân bón :

Bao 1 có tỉ lệ $N : P : K$ là $12 : 7 : 12$.

Bao 2 có tỉ lệ $N : P : K$ là $6 : 30 : 25$.

Bao 3 có tỉ lệ $N : P : K$ là $30 : 16 : 11$.

Hỏi phải trộn ba loại phân bón trên với tỉ lệ bao nhiêu để có hỗn hợp phân bón với tỉ lệ $N : P : K$ là $15 : 15 : 15$?

Chú ý rằng trên mỗi bao phân người ta thường viết một tỉ lệ $N : P : K$ nhất định. Chẳng hạn trên bao phân 1 ghi tỉ lệ $N : P : K$ là $12 : 7 : 12$ nghĩa là hàm lượng đạm N (nitơ) chiếm 12%, lân P (tức là P_2O_5) chiếm 7% và kali K (tức là K_2O) chiếm 12%, còn các loại khác chiếm $100\% - (12\% + 7\% + 12\%) = 69\%$.

Hướng dẫn giải

Giả sử bác An cần trộn 1 kg phân bón với khối lượng ba loại phân bón này lần lượt là x, y, z .

Khi đó, tổng khối lượng phân đạm N trong 1 kg này là: $12\%x + 6\%y + 30\%z$;

tổng khối lượng phân lân P trong 1 kg này là: $7\%x + 30\%y + 16\%z$;

tổng khối lượng phân kali K trong 1 kg này là: $12\%x + 25\%y + 11\%z$.

Vì hỗn hợp phân bón mới có tỉ lệ $N : P : K$ là $15 : 15 : 15$ nên ta có:

$$12\%x + 6\%y + 30\%z = 15\% \cdot 1 \text{ (kg)};$$

$$7\%x + 30\%y + 16\%z = 15\% \cdot 1 \text{ (kg)};$$

$$12\%x + 25\%y + 11\%z = 15\% \cdot 1 \text{ (kg)}$$

$$\text{hay } \begin{cases} 12x + 6y + 30z = 15 \\ 7x + 30y + 16z = 15 \\ 12x + 25y + 11z = 15 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình này ta được $x = 0,5$; $y = 0,25$; $z = 0,25$.

Vậy tỉ lệ ba loại phân trong đề bài là $0,5 : 0,25 : 0,25$ hay $2 : 1 : 1$.