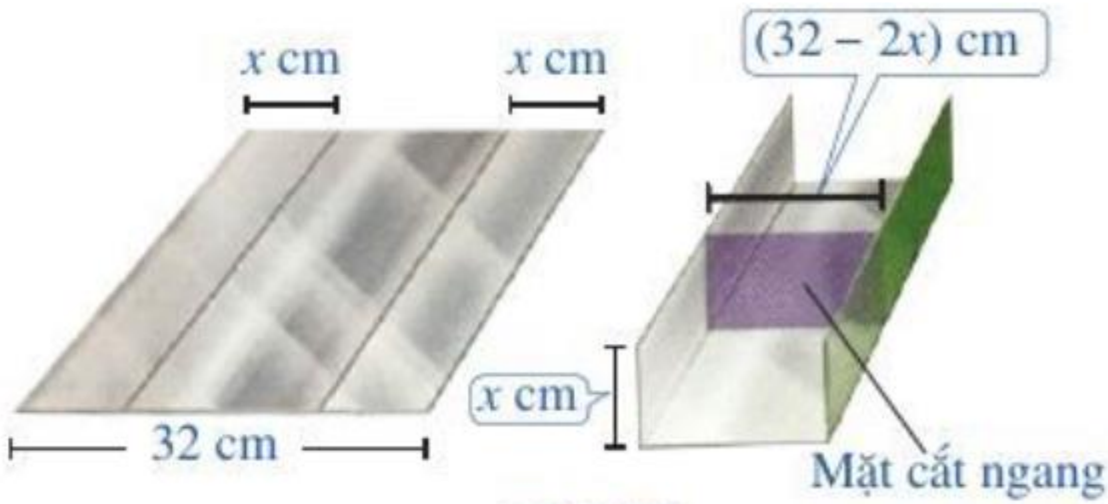
Bài 4. Bất phương trình bậc hai một ẩn

A. Các câu hỏi trong bài

Câu hỏi khởi động trang 49 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Bác Dũng muốn uốn tấm tôn phẳng có dạng hình chữ nhật với bề ngang 32 cm thành một rãnh dẫn nước bằng cách chia tấm tôn đó thành ba phần rồi gấp hai bên lại theo một góc vuông (Hình 25). Để đảm bảo kĩ thuật, diện tích mặt cắt ngang của rãnh dẫn nước phải lớn hơn hoặc bằng 120 cm^2.



Hình 25

Rãnh dẫn nước phải có độ cao ít nhất là bao nhiêu xăng-ti-mét?

Lời giải:

Sau khi học xong bài này ta giải được bài toán này như sau:

Tiến hành uốn tấm tôn ta được một rãnh dẫn nước có mặt cắt ngang với kích thước x (cm) và 32 – x (cm)

Khi đó diện tích mặt cắt ngang là (32 – 2x)x (cm^2).

Để đảm bảo kĩ thuật, diện tích mặt cắt ngang của rãnh dẫn nước phải lớn hơn hoặc bằng 120 cm^2 nên ta có:

$(32 – 2x)x \geq 120 \Leftrightarrow – 2x^2 + 32x – 120 \geq 0$.

Xét tam thức bậc hai – $2x^2 + 32x – 120$ có:

$\Delta' = 16^2 – (-2).(-120) = 16 > 0$

Suy ra phương trình có hai nghiệm $x_1 = 6$, $x_2 = 10$.

Ta lại có hệ số a = – 2 < 0, bảng xét dấu:

x	$-\infty$		6		10		$+\infty$
$-2x^2+32x-120$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Suy ra – $2x^2 + 32x – 120 \geq 0$ với mọi $x \in [6; 10]$.

Vậy rãnh dẫn nước phải có độ cao ít nhất là 6 cm.

Hoạt động 1 trang 49 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Quan sát và nêu đặc điểm của biểu thức ở vế trái của bất phương trình $3x^2 – 4x – 8 < 0$.

Lời giải:

Biểu thức ở vế trái của bất phương trình là $3x^2 – 4x – 8$, đây là một tam thức bậc hai có hệ số a = 3 > 0, b = -3 và c = -8.

Luyện tập 1 trang 49 SGK Toán lớp 10 Tập 1: a) Cho hai ví dụ về bất phương trình bậc hai một ẩn.

b) Cho hai ví dụ về bất phương trình mà không phải là bất phương trình bậc hai một ẩn.

Lời giải:

a) Hai ví dụ về bất phương trình bậc hai một ẩn:

$9x^2 – 8 \geq 0$;

- $4x^2 – 5x + 2 < 0$.

b) Hai ví dụ về bất phương trình không phải bất phương trình bậc hai một ẩn:

$0x^2 – 7x \le 0$;

$6x^2 + 4x – 3 > 0$.

Hoạt động 2 trang 50 SGK Toán lớp 10 Tập 1:

a) Lập bảng xét dấu của tam thức bậc hai $f(x) = x^2 – x – 2$.

b) Giải bất phương trình $x^2 – x – 2 > 0$.

Lời giải:

a) Tam thức bậc hai $f(x) = x^2 – x – 2$ có $\Delta = (– 1)^2 – 4 . 1 . (– 2) = 9 > 0$.

Do đó tam thức f(x) có hai nghiệm phân biệt là $x_1 = 2$, $x_2 = - 1$.

Lại có hệ số a = 1 > 0 nên ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f(x) = x^2 – x – 2$		+	0	–	0	+	

b) Dựa vào bảng xét dấu ở câu a, ta thấy:

f(x) > 0 trong khoảng $(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$ hay $x^2 – x – 2 > 0$ khi $x \in (-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $x^2 – x – 2 > 0$ là $(– \infty; – 1) \cup (2; +\infty)$.

Luyện tập 2 trang 50 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Giải các bất phương trình bậc hai sau:

a) $3x^2 – 2x + 4 \le 0$;

b) $– x^2 + 6x – 9 \ge 0$.

Lời giải:

a) Tam thức bậc hai $3x^2 – 2x + 4$ có $\Delta = (– 2)^2 – 4 . 3 . 4 = – 44 < 0$ và hệ số $a = 3 > 0$.

Sử dụng định lý về dấu của tam thức bậc hai, ta thấy $3x^2 – 2x + 4 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Do đó không có giá trị nào của x thỏa mãn $3x^2 – 2x + 4 \leq 0$

Vậy bất phương trình đã cho vô nghiệm.

b) Tam thức bậc hai $– x^2 + 6x – 9$ có $\Delta = 6^2 – 4 . (– 1) . (– 9) = 0$.

Suy ra tam thức có nghiệm kép là $x = 3$.

Ta lại có: $a = – 1 < 0$ nên ta có bảng xét dấu sau:

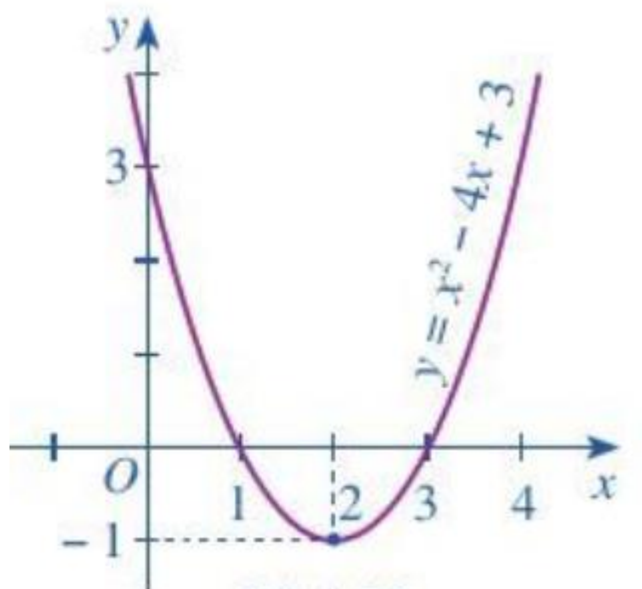
x	$-\infty$		3		$+\infty$
$-x^2+6x-9$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Suy ra tam thức $– x^2 + 6x – 9 < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$ và $– x^2 + 6x – 9 = 0$ tại $x = 0$.

Do đó bất phương trình $– x^2 + 6x – 9 \geq 0$ khi và chỉ khi $x = 3$.

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là $x = 3$.

Hoạt động 3 trang 50, 51 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Cho bất phương trình $x^2 – 4x + 3 > 0$ (2).



Hình 26

Quan sát parabol (P): y = x^2 – 4x + 3 ở Hình 26 và cho biết:

a) Bất phương trình (2) biểu diễn phần parabol (P) nằm ở phía nào của trục hoành.

b) Phần parabol (P) nằm phía trên trục hoành ứng với những giá trị nào của x.

Lời giải:

a) Quan sát Hình 26, ta thấy:

Phần parabol (P) nằm phía trên trục hoành biểu diễn các giá trị dương của y hay x^2 – 4x + 3 > 0. Do đó bất phương trình (2) biểu diễn phần parabol (P) nằm phía trên của trục hoành.

b) Với x < 1 hoặc x > 3 thì tương ứng ta có phần parabol (P) nằm phía trên trục hoành.

Vậy phần parabol nằm phía trên trục hoành tương ứng với x < 1 hoặc x > 3.

Luyện tập 3 trang 51 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Giải mỗi bất phương trình bậc hai sau bằng cách sử dụng đồ thị:

a) x^2 + 2x + 2 > 0;

b) $-3x^2 + 2x - 1 > 0$.

Lời giải:

a) Đặt $y = x^2 + 2x + 2$.

Ta có: $a = 1$, $b = 2$, $c = 2$ và $\Delta = 2^2 - 4 . 1 . 2 = -4 < 0$.

- Tọa độ đỉnh $I(-1; 1)$.

- Trục đối xứng $x = -1$.

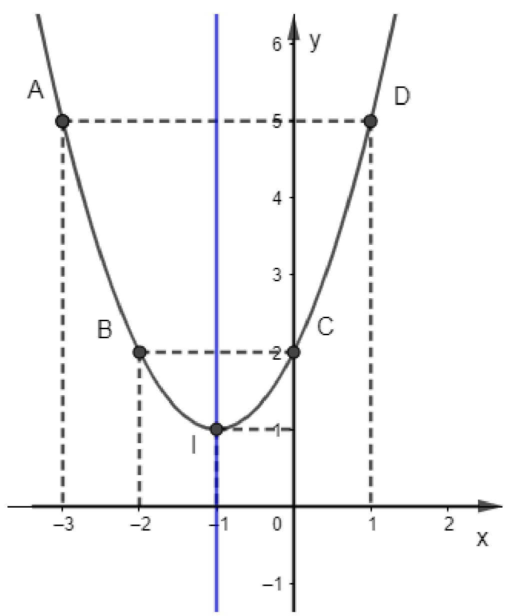
- Ta có bảng sau:

x	-3	-2	-1	0	1
$y = x^2 + 2x + 2$	5	2	1	2	5

Đồ thị hàm số là đường cong đi qua các điểm A(-3;5), B(-2; 2), I(-1; 1), C(0; 2) và D(1; 5)

Ta có $a = 1 > 0$ nên bề lõm của đồ thị hướng lên trên.

Đồ thị hàm số đã cho:



Quan sát đồ thị trên, ta thấy toàn bộ phần parabol $y = x^2 + 2x + 2$ nằm phía trên trục hoành với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Do đó $x^2 + 2x + 2 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $x^2 + 2x + 2 > 0$ là $\mathbb{R}$.

b) Đặt $y = -3x^2 + 2x - 1$.

Ta có: $a = -3$, $b = 2$, $c = -1$, $\Delta = 2^2 - 4 . (-3) . (-1) = -8 < 0$.

- Tọa độ đỉnh $I\left(\frac{1}{3};-\frac{2}{3}\right)$.

- Trục đối xứng $x = \frac{1}{3}$.

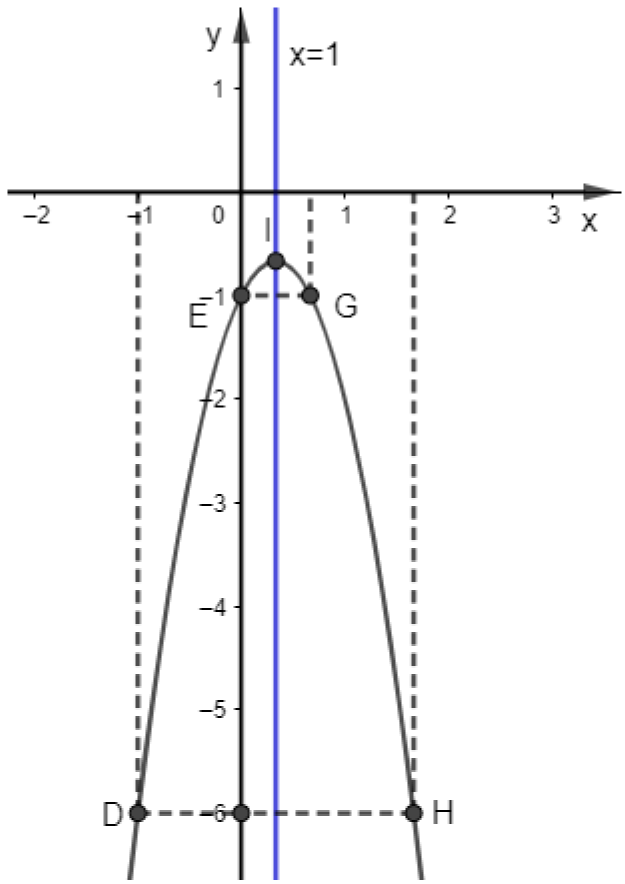
- Ta có bảng sau:

x	-1	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{3}$
y	-6	-1	$-\frac{2}{3}$	-1	-6

Đồ thị hàm số là đường cong đi qua các điểm D(-1; -6), E(0; -1), $I\left(\frac{1}{3};-\frac{2}{3}\right)$, $G\left(\frac{2}{3};-1\right)$, $H\left(\frac{5}{3};-6\right)$.

Do $a = -3 < 0$ nên đồ thị có bề lõm hướng xuống dưới.

Đồ thị của hàm số đã cho là:



Quan sát hình vẽ trên ta thấy: đồ thị hàm số y = – $3x^2$ + 2x – 1 nằm hoàn toàn phía dưới trục hoành nên bất phương trình – $3x^2$ + 2x – 1 > 0 vô nghiệm với mọi x $\in \mathbb{R}$.

Vậy bất phương trình đã cho vô nghiệm.

Luyện tập 4 trang 53 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Tổng chi phí T (đơn vị: nghìn đồng) để sản xuất Q sản phẩm được cho bởi biểu thức T = Q^2 + 30Q + 3 300; giá bán của 1 sản phẩm là 170 nghìn đồng. Số sản phẩm được sản xuất trong khoảng nào để đảm bảo không bị lỗ (giả thiết các sản phẩm được bán hết)?

Lời giải:

Theo đề bài, ta có điều kiện của Q là: $Q \in \mathbb{N}^*$.

Giá bán 1 sản phẩm là 170 nghìn đồng, khi đó số tiền thu được khi bán được Q sản phẩm là 170Q (nghìn đồng)

Tổng chi phí để sản xuất Q sản phẩm là T = Q^2 + 30Q + 3 300 (nghìn đồng).

Để đảm bảo không bị lỗ thì số tiền thu được phải lớn hơn hoặc bằng chi phí sản xuất nên $170Q \geq T$ hay $T \leq 170Q$.

$\Leftrightarrow Q^2 + 30Q + 3\,300 \leq 170Q$

$\Leftrightarrow Q^2 - 140Q + 3\,300 \leq 0$

Vế trái của bất phương trình trên là một tam thức bậc hai ẩn Q có:

$\Delta' = 70^2 - 1.3\,300 = 1\,600 > 0$ nên tam thức có hai nghiệm là $Q_1 = 30$, $Q_2 = 110$

Ta lại có hệ số $a = 1 > 0$.

Ta có bảng xét dấu:

Q	$-\infty$		30		110		$+\infty$
$Q^2 - 140Q - 3300$		+	0	−	0	+	

Suy ra $Q^2 - 1400Q + 3\,300 \leq 0$ khi $Q \in [30; 110]$.

Vậy số sản phẩm được sản xuất trong khoảng từ 30 đến không quá 110 sản phẩm thì sẽ không bị lỗ.

B. Bài tập

Bài 1 trang 54 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào là bất phương trình bậc hai một ẩn? Vì sao?

a) $-2x + 2 < 0$;

b) $\frac{1}{2}y^2 - \sqrt{2}(y+1) \leq 0$;

c) $y^2 + x^2 - 2x \geq 0$.

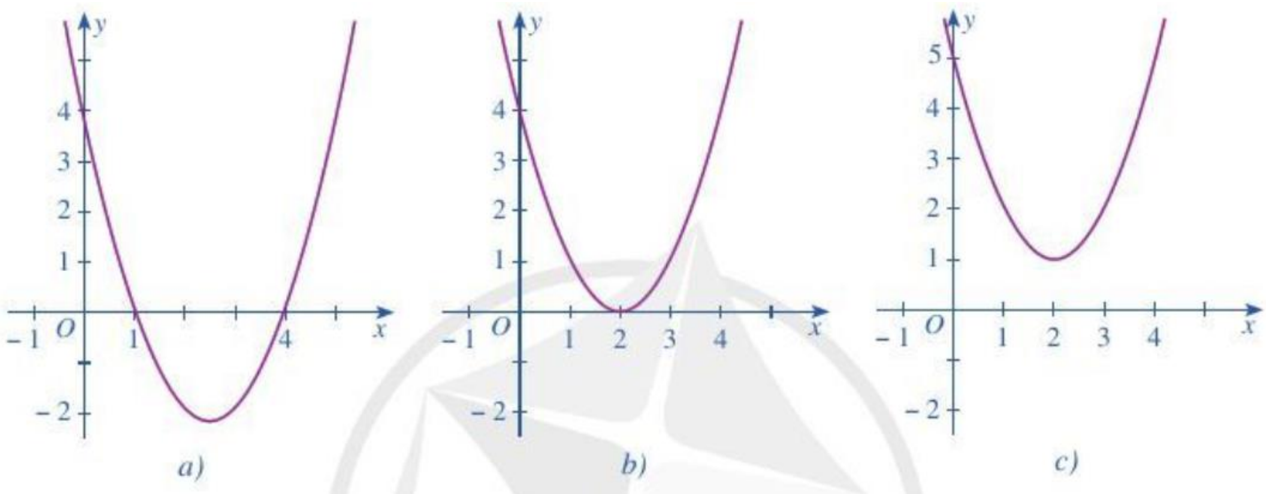
Lời giải:

a) Bất phương trình – 2x + 2 < 0 bất phương trình bậc nhất một ẩn nên không là bất phương trình bậc hai một ẩn.

b) Ta có: $\frac{1}{2}y^2 - \sqrt{2}\left(y+1\right) \le 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}y^2 - \sqrt{2}y - \sqrt{2} \le 0$ là bất phương trình bậc hai một ẩn với $a = \frac{1}{2} \ne 0, b = c = -\sqrt{2}$.

c) Bất phương trình $y^2 + x^2 - 2x \ge 0$ có hai ẩn x và y nên đây không là bất phương trình bậc hai một ẩn.

Bài 2 trang 54 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Dựa vào đồ thị hàm số bậc hai y = f(x) trong mỗi Hình 30a, 30b, 30c, hãy viết tập nghiệm của mỗi bất phương trình sau: f(x) > 0, f(x) < 0; f(x) ≥ 0; f(x) ≤ 0.



Hình 30

Lời giải:

a)

+) Với x < 1 hoặc x > 4 thì phần parabol y = f(x) nằm phía trên trục hoành.

Do đó f(x) > 0 khi x < 1 hoặc x > 4.

Suy ra tập nghiệm của bất phương trình f(x) > 0 là (– ∞; 1) ∪ (4; + ∞).

+) f(x) cắt trục hoành tại hai điểm x = 1 và x = 4 hay f(x) = 0 khi x = 1 hoặc x = 4.

Mà f(x) > 0 khi x < 1 hoặc x > 4.

Do đó tập nghiệm của bất phương trình f(x) ≥ 0 là (– ∞; 1] ∪ [4; + ∞).

+) Với 1 < x < 4 thì phần parabol y = f(x) nằm phía dưới trục hoành.

Do đó f(x) < 0 khi 1 < x < 4.

Suy ra tập nghiệm của bất phương trình f(x) < 0 là (1; 4).

+) f(x) cắt trục hoành tại hai điểm x = 1 và x = 4 hay f(x) = 0 khi x = 1 hoặc x = 4.

Mà f(x) < 0 khi 1 < x < 4

Do đó tập nghiệm của bất phương trình f(x) ≤ 0 là [1; 4].

Vậy:

Tập nghiệm của bất phương trình f(x) > 0 là (– ∞; 1) ∪ (4; + ∞).

Tập nghiệm của bất phương trình f(x) f(x) ≥ 0 là (– ∞; 1] ∪ [4; + ∞).

Tập nghiệm của bất phương trình f(x) < 0 là (1; 4).

Tập nghiệm của bất phương trình f(x) ≤ 0 là [1; 4].

b)

+) Với mọi x ≠ 2 thì phần parabol f(x) nằm hoàn toàn phía trên trục hoành.

Do đó f(x) > 0 với mọi x ≠ 2.

Suy ra tập nghiệm của bất phương trình f(x) > 0 là $\mathbb{R} \setminus \left\{2\right\}$.

+) Tại x = 2 thì f(x) = 0.

Mà f(x) > 0 với mọi x ≠ 2.

Do đó tập nghiệm của bất phương trình $f(x) \geq 0$ là $\mathbb{R}$.

+) $f(x) < 0$ biểu diễn phần parabol $y = f(x)$ nằm hoàn toàn phía dưới trục hoành, mà phần đồ thị ở hình 30b nằm phía trên trục hoành.

Do đó bất phương trình $f(x) < 0$ vô nghiệm.

+) Tại $x = 2$ thì $f(x) = 0$ và không tồn tại x để $f(x) < 0$ nên nghiệm của bất phương trình $f(x) \leq 0$ là $x = 2$.

Do đó tập nghiệm của bất phương trình $f(x) \leq 0$ là $\{2\}$.

Vậy:

Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) > 0$ là $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) \geq 0$ là $\mathbb{R}$.

Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) < 0$ là $\varnothing$.

Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) \leq 0$ là $\{2\}$.

c)

+) Với mọi $x \in \mathbb{R}$ parabol nằm hoàn toàn phía trên trục hoành.

Do đó $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ hay $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

+) Các bất phương trình $f(x) < 0$, $f(x) \leq 0$ đều vô nghiệm.

Vậy:

Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) > 0$ là $\mathbb{R}$.

Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) \geq 0$ là $\mathbb{R}$.

Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) < 0$ là $\varnothing$.

Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) \leq 0$ là $\varnothing$.

Bài 3 trang 54 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Giải các bất phương trình sau:

a) $2x^2 – 5x + 3 > 0$;

b) $– x^2 – 2x + 8 \leq 0$;

c) $4x^2 – 12x + 9 < 0$;

d) $– 3x^2 + 7x – 4 \geq 0$.

Lời giải:

a) Tam thức bậc hai $2x^2 – 5x + 3$ có:

$\Delta = (-5)^2 – 4.2.3 = 25 – 24 = 1 > 0$

Do đó tam thức có hai nghiệm $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{3}{2}$ và có hệ số a = 2 > 0.

Khi đó ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$2x^2 - 5x + 3$		+	0	–	0	+	

Tam thức $2x^2 – 5x + 3$ mang dấu "+" khi x < 1 hoặc $x > \frac{3}{2}$.

Hay $2x^2 – 5x + 3 > 0$ khi x < 1 hoặc $x > \frac{3}{2}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $2x^2 – 5x + 3 > 0$ là $\left(-\infty;1\right)\cup\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$.

b)

Tam thức bậc hai – x^2 – 2x + 8 có:

Δ' = $(-1)^2$ – (-1).8 = 1 + 8 = 9 > 0

Suy ra tam thức có hai nghiệm là x_1 = – 4, x_2 = 2 và hệ số a = – 1 < 0.

Khi đó ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-4		2		$+\infty$
$-x^2-2x+8$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Tam thức – x^2 – 2x + 8 không dương khi x ≤ – 4 hoặc x ≥ 2.

Hay – x^2 – 2x + 8 ≤ 0 khi x ≤ – 4 hoặc x ≥ 2.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình – x^2 – 2x + 8 là (– ∞; – 4] ∪ [2; + ∞).

c)

Tam thức bậc hai 4x^2 – 12x + 9 có Δ' = $(-6)^2$ – 4 . 9 = 0.

Do đó tam thức trên có nghiệm kép là x = $\frac{3}{2}$.

Ta có hệ số a = 4 > 0.

Khi đó ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$4x^2-12x+9$		$+$	0	$+$	

Tam thức $4x^2 – 12x + 9 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$ và $4x^2 – 12x + 9 = 0$ tại $x = \frac{3}{2}$.

Do đó không tồn tại giá trị nào của x để $4x^2 – 12x + 9 < 0$

Vậy bất phương trình đã cho vô nghiệm.

d)

Tam thức bậc hai $– 3x^2 + 7x – 4$ có:

$\Delta = 7^2 – 4.(-3).(-4) = 49 – 48 == 1 > 0$

Suy ra tam thức có hai nghiệm $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{4}{3}$ và hệ số $a = – 3 < 0$.

Khi đó ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		1		$\frac{4}{3}$		$+\infty$
$-3x^2+7x-4$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Tam thức $– 3x^2 + 7x – 4$ không âm khi $1 \le x \le \frac{4}{3}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $– 3x^2 + 7x – 4 \ge 0$ là $\left[1; \frac{4}{3}\right]$.

Bài 4 trang 54 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Tìm m để phương trình $2x^2 + (m + 1)x + m – 8 = 0$ có nghiệm.

Lời giải:

Phương trình $2x^2 + (m + 1)x + m – 8 = 0$ (1) là phương trình bậc hai một ẩn có: $a = 2$, $b = m + 1$, $c = m – 8$ (m là tham số)

$\Delta = (m + 1)^2 – 4 . 2 . (m – 8) = m^2 + 2m + 1 – 8m + 64 = m^2 – 6m + 65$.

Để phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow m^2 – 6m + 65 \geq 0$

Xét tam thức bậc hai $m^2 – 6m + 65$ có:

$\Delta_m = (– 6)^2 – 4 . 1 . 65 = – 224 < 0$ và hệ số $a_m = 1 > 0$.

Sử dụng định lý về dấu của tam thức bậc hai, tam thức $m^2 – 6m + 65$ mang dấu dương với mọi $m \in \mathbb{R}$.

Do đó $m^2 – 6m + 65 > 0$ với mọi số thực m.

Vậy phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi giá trị thực của m.

Bài 5 trang 54 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Xét hệ tọa độ Oth trên mặt phẳng, trong đó trục Ot biểu thị thời gian t (tính bằng giây) và trục Oh biểu thị độ cao h (tính bằng mét). Một quả bóng được đá lên từ điểm A(0; 0,2) và chuyển động theo quỹ đạo là một cung parabol. Quả bóng đạt độ cao 8,5 m sau 1 giây và đạt độ cao 6 m sau 2 giây.

a) Hãy tìm hàm số bậc hai biểu thị quỹ đạo chuyển động của quả bóng.

b) Trong khoảng thời gian nào thì quả bóng vẫn chưa chạm đất?

Lời giải:

a) Chuyển động của quả bóng theo quỹ đạo parabol và với mỗi thời gian t ta có được duy nhất một chiều cao h tương ứng nên ta có $h = at^2 + bt + c$ với a, b, c là các hệ số và $a \neq 0$.

Quả bóng được đá lên từ điểm A(0; 0,2) nên thay t = 0 và h = 0,2 vào hàm số ta được: $0,2 = a.0^2 + b.0 + c \Leftrightarrow c = 0,2$ (1)

Quả bóng đạt độ cao 8,5 m sau 1 giây nên thay t = 1 và h = 8,5 vào hàm số ta được:

$8,5 = a.1^2 + b.1 + c \Leftrightarrow a + b + c = 8,5$ (2)

Quả bóng đạt độ cao 6 m sau 2 giây nên thay t = 2 và h = 6 vào hàm số ta được:

$6 = a.2^2 + b.2 + c \Leftrightarrow 4a + 2b + c = 6$ (3)

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a+b+c=8,5 \\ 4a+2b+c=6 \\ c=0,2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+0,2=8,5 \\ 4a+2b+0,2=6 \\ c=0,2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=8,3 \\ 4a+2b=5,8 \\ c=0,2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-5,4 \\ b=13,7 \\ c=0,2 \end{cases}$$

$\Rightarrow h = -5,4t^2 + 13,7t + 0,2$.

Vậy hàm số bậc hai biểu thị quỹ đạo chuyển động của quả bóng là: $h = -5,4t^2 + 13,7t + 0,2$.

b) Bóng chạm đất nếu khi độ cao h = 0, vậy bóng chưa chạm đất khi độ cao h > 0 hay $-5,4t^2 + 13,7t + 0,2 > 0$

Xét tam thức bậc hai $-5,4t^2 + 13,7t + 0,2$ có:

$\Delta = 13,7^2 - 4.(-5,4).0,2 = 192,01 > 0$

Suy ra tam thức có hai nghiệm $t_1 = \frac{137}{108} - \frac{\sqrt{19201}}{108}$, $t_2 = \frac{137}{108} + \frac{\sqrt{19201}}{108}$.

Ta lại có a = -5,4 < 0

Sử dụng định lí về dấu của tam thức bậc hai ta có $-5,4t^2 + 13,7t + 0,2 > 0$

$$\Leftrightarrow \frac{137}{108} - \frac{\sqrt{19201}}{108} < t < \frac{137}{108} + \frac{\sqrt{19201}}{108}$$

Lại có: thời gian t > 0

Do đó: $0 < t < \frac{137}{108} + \frac{\sqrt{19201}}{108}$ mà $\frac{137}{108} + \frac{\sqrt{19201}}{108} \approx 2,55$ hay 0 < t < 2,55.

Vậy trong khoảng thời gian từ 0 đến 2,55 giây thì bóng vẫn chưa chạm đất.

Bài 6 trang 54 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Công ty An Bình thông báo giá tiền cho chuyến đi tham quan của một nhóm khách du lịch như sau:

10 khách đầu tiên có giá vé là 800 000 đồng/người. Nếu có nhiều hơn 10 người đăng kí thì cứ có thêm 1 người, giá vẽ sẽ giảm 10 000 đồng/người cho toàn bộ hành khách.

a) Gọi x là số lượng khách từ người thứ 11 trở lên của nhóm. Biểu thị doanh thu theo x.

b) Số người của nhóm khách du lịch nhiều nhất là bao nhiêu thì công ty không bị lỗ? Biết rằng chi phí thực sự cho chuyến đi là 700 000 đồng/người.

Lời giải:

a) x là số lượng khách từ người thứ 11 trở lên của nhóm. ($x \in \mathbb{N}^*$)

Tổng số khách là: 10 + x (người)

Nếu có nhiều hơn 10 người đăng kí thì cứ thêm 1 người, giá vé của mỗi người được giảm là: 10 000x (đồng).

Do đó giá vé cho một người là: 800 000 – 10 000x (đồng)

Giá tiền toàn bộ hành khách phải trả là: (800 000 – 10 000x)(10 + x)

$= 8\,000\,000 + 800\,000x - 100\,000x - 10\,000x^2$

$= -10\,000x^2 + 700\,000x + 8\,000\,000$ (đồng).

Vậy biểu thức tính doanh thu của công ty theo x là: $-10\,000x^2 + 700\,000x + 8\,000\,000$.

b) Chi phí thực sự cho chuyến đi là 700 000 đồng/người nên tổng chi phí cho 10 + x người tham gia là 700 000(10 + x) = 7 000 000 + 700 000x(đồng).

Để công ty không bị lỗ thì doanh thu phải lớn hơn hoặc bằng tổng chi phí.

Do đó $-10\,000x^2 + 700\,000x + 8\,000\,000 \geq 7\,000\,000 + 700\,000x$

$\Leftrightarrow -10\,000x^2 + 1\,000\,000 \geq 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 100 \le 0$

Áp dụng định lý dấu của tam thức bậc hai, ta giải được bất phương trình trên.

Ta có: $x^2 - 100 \le 0 \Leftrightarrow -10 \le x \le 10$,

Mà x là số tự nhiên nên $0 \le x \le 10$.

Do đó thêm nhiều nhất là 10 người nữa thì công ty không bị lỗ hay số người của nhóm khách du lịch lúc này là 10 + 10 = 20 người.

Vậy số người có nhóm du lịch nhiều nhất 20 người thì công ty không bị lỗ.