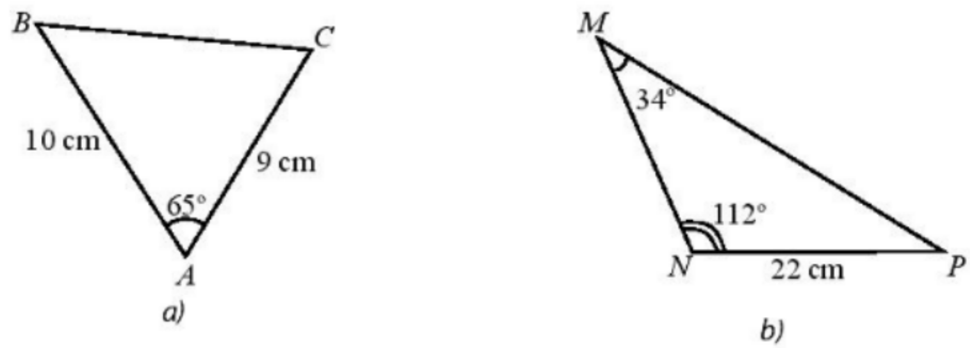
Bài 2: Định lí côsin và định lí sin

Bài 1 trang 74 SBT Toán 10 Tập 1: Tính độ dài các cạnh chưa biết trong tam giác sau:



Hình 6

Lời giải

a) Áp dụng định lí côsin ta có:

$BC^2 = AB^2 + AC^2 – 2.AB.AC.\cos A$

$BC^2 = 10^2 + 9^2 – 2.10.9.\cos 65°$

$BC^2 \approx 104,929$

$BC \approx 10,24$ (cm).

Vậy $BC \approx 10,24$ (cm).

b) $P = 180° – 112° – 34° = 34°$.

Ta có: $P = M \Rightarrow$ tam giác MNP cân tại N $\Rightarrow MN = NP = 22$ (cm)

Áp dụng định lí sin ta có: $\frac{MP}{\sin N} = \frac{MN}{\sin P} = \frac{NP}{\sin M} = \frac{22}{\sin 34°}$.

$\Rightarrow MP = \frac{22}{\sin 34°}.\sin 112° \approx 36,48$ (cm)

Vậy MP ≈ 36,48 cm, MN = 22 cm.

Bài 2 trang 74 SBT Toán 10 Tập 1: Cho tam giác ABC biết cạnh a = 75 cm, $B = 80°$, $C = 40°$.

a) Tính các góc, các cạnh còn lại của tam giác ABC.

b) Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Lời giải

a) Ta có: $A = 180° – 80° – 40° = 60°$.

Áp dụng định lí sin ta có:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = \frac{75}{\sin 60°}$$

$$\Rightarrow b = \frac{75}{\sin 60°}.\sin 80° \approx 85,29 \text{ (cm)};$$

$$\Rightarrow c = \frac{75}{\sin 60°}.\sin 40° \approx 55,67 \text{ (cm)}.$$

Vậy AC ≈ 85,29 cm; AB ≈ 55,67 cm và $A = 60°$.

b) $R = \frac{a}{2\sin A} = \frac{75}{2.\sin 60°} = 25\sqrt{3}$ (cm).

Vậy $R = 25\sqrt{3}$ cm.

Bài 3 trang 75 SBT Toán 10 Tập 1: Tìm góc lớn nhất của tam giác ABC, biết a = 8, b = 12, c = 6.

Lời giải

Do b là cạnh lớn nhất nên B là góc lớn nhất.

Theo định lí côsin: $b^2 = a^2 + c^2 – 2ac\cos B$

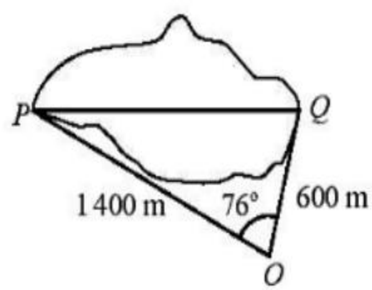
$\Rightarrow \cos B = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \dfrac{8^2 + 6^2 - 12^2}{2.8.6}$

$\Rightarrow \cos B = \dfrac{-11}{24}$.

$\Rightarrow \hat{B} = 117°16'46''$.

Vậy góc lớn nhất của tam giác ABC là $\hat{B} = 117°16'46''$.

Bài 4 trang 75 SBT Toán 10 Tập 1: Tính khoảng cách giữa hai điểm P và Q của một hồ nước (Hình 7). Cho biết từ một điểm O cách hai điểm P và Q lần lượt là 1400m và 600m người quan sát nhìn thấy một góc 76°.



Hình 7

Lời giải

Áp dụng định lí côsin:

$PQ^2 = OP^2 + OQ^2 – 2.OP.OQ.\cos O$

$PQ^2 = 1400^2 + 600^2 – 2.1400.600.\cos 76°$

$PQ = \sqrt{1400^2 + 600^2 - 2.1400.600.\cos 76°}$

$PQ \approx 1383,32$ (m).

Vậy khoảng cách giữa hai điểm PQ là PQ ≈ 1383,32 (m).

Bài 5 trang 75 SBT Toán 10 Tập 1: Cho tam giác ABC với BC = a; AC = b; AB = c. Chứng minh rằng: 1 + cosA = $\frac{(a+b+c)(-a+b+c)}{2bc}$.

Lời giải

Theo định lí côsin ta có: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$\Rightarrow \cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

Ta có:

$1 + \cos A = 1 + \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} = \frac{2bc+b^2+c^2-a^2}{2bc} = \frac{(b+c)^2-a^2}{2bc} = \frac{(a+b+c)(-a+b+c)}{2bc}$

Vậy ta có điều phải chứng minh.

Bài 6 trang 75 SBT Toán 10 Tập 1: Cho tam giác ABC có a = 24cm, b = 26cm, c = 30cm.

a) Tính diện tích tam giác ABC.

b) Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

Lời giải

a) Ta có: $p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{24+26+30}{2} = 40$

Áp dụng công thức Heron:

$S = \sqrt{p.(p-a).(p-b).(p-c)}$

$S = \sqrt{40.(40-24).(40-26).(40-30)}$

$S = 80\sqrt{14}$ (cm^2).

Vậy diện tích tam giác ABC là $80\sqrt{14}$ (cm^2).

b) Ta có: $S = p.r = 40r = 80\sqrt{14}$

$\Rightarrow r = 2\sqrt{14}$ (cm).

Vậy bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC là $r = 2\sqrt{14}$ cm.

Bài 7 trang 75 SBT Toán 10 Tập 1: Cho tam giác MNP có MN = 10, MP = 20 và $M = 42°$.

a) Tính diện tích tam giác MNP.

b) Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP. Tính diện tích tam giác ONP.

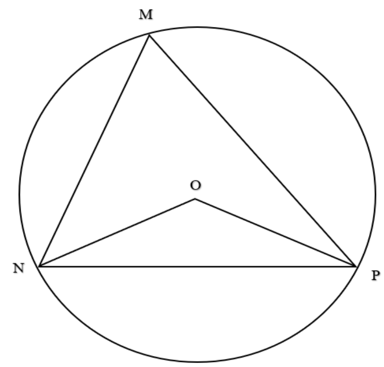
Lời giải

a) Diện tích tam giác MNP là:

$S = \frac{1}{2}.MN.MP.\sin M = \frac{1}{2}.10.20.\sin 42° \approx 67$ (đvdt).

Vậy diện tích tam giác MNP là 67 đvdt.

b)



Áp dụng định lí côsin:

$NP^2 = MP^2 + MN^2 – 2.MN.MP.\cos M$

$NP^2 = 10^2 + 20^2 – 2.10.20.\cos 42°$

NP = $\sqrt{10^2 + 20^2 - 2.10.20.\cos 42°}$

NP ≈ 14,24.

Áp dụng định lí sin trong tam giác MNP, ta có: R = ON = OP = $\frac{NP}{2\sin M} \approx \frac{14,24}{2\sin 42°}$

≈ 10,64

Xét đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác MNP:

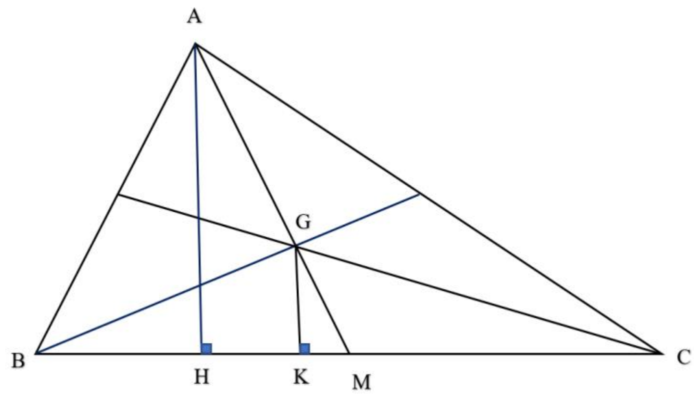
$\widehat{NMP}$ là góc nội tiếp chắn cung NP ⇒ $\widehat{NMP} = \frac{1}{2}\widehat{NOP} \Rightarrow \widehat{NOP}$ = 42°.2 = 84°.

Suy ra $S_{ONP} = \frac{1}{2}.ON.OP.\sin\widehat{NOP} \approx \frac{1}{2}.(10,64)^2.\sin 84° \approx 56,30$ (đvdt)

Vậy diện tích tam giác ONP là 56,30 đvdt.

Bài 8 trang 75 SBT Toán 10 Tập 1: Cho tam giác ABC có trọng tâm G. Chứng minh các tam giác GBC, GAB, GAC có diện tích bằng nhau.

Lời giải



Vẽ AH và GK vuông góc với BC.

Gọi M là chân đường trung tuyến từ A hạ xuống BC. Ta có GM = $\frac{1}{3}$AM (tính chất đường trung tuyến của tam giác).

Xét tam giác GKM và tam giác AHM:

$AHM = GKM = 90^\circ$

$AMH = GMK$

⇒ tam giác GKM và tam giác AHM đồng dạng (g.g).

$\Rightarrow \frac{GM}{AM} = \frac{GK}{AH} = \frac{1}{3}$

Có $\frac{S_{GBC}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2}.GK.BC}{\frac{1}{2}.AH.BC} = \frac{GK}{AH} = \frac{1}{3}$.

Chứng minh tương tự ta được:

$S_{GBC} = S_{GAB} = S_{GAC} = \frac{1}{3}S_{ABC}$. (ĐPCM).

Bài 9 trang 75 SBT Toán 10 Tập 1: Cho tam giác ABC và các điểm B’, C’ trên cạnh AB và AC. Chứng minh: $\frac{S_{ABC}}{S_{AB'C'}} = \frac{AB.AC}{AB'.AC'}$.

Lời giải

Ta có:

$S_{ABC} = \frac{1}{2}.AB.AC.\sin A$

$S_{AB'C'} = \frac{1}{2}.AB'.AC'.\sin A$

$\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{AB'C'}} = \frac{\frac{1}{2}.AB.AC.\sin A}{\frac{1}{2}.AB'.AC'.\sin A}$

$\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{AB'C'}} = \frac{AB.AC}{AB'.AC'}$ (ĐPCM).

Bài 10 trang 74 SBT Toán 10 Tập 1: Tính diện tích bề mặt của một miếng bánh mì kebab hình tam giác có hai cạnh lần lượt là 10cm và 12cm và góc được tạo bởi hai cạnh đó là 35°.

Lời giải

Diện tích bề mặt miếng bánh mì kebab là:

$S = \frac{1}{2}.10.12.\sin 35° \approx 34,4$ (cm^2).

Vậy diện tích bề mặt miếng bánh mì kebab khoảng 34,4 cm^2.