

Bài 3. Nhị thức Newton

C. BÀI TẬP

Bài 1 trang 47 SBT Toán 10 Tập 2: Khai triển các biểu thức sau:

a) $(x + 3y)^4$;

b) $(3 - 2x)^5$;

c) $\left(x - \frac{2}{x}\right)^5$;

d) $\left(3\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4$.

Lời giải:

a) Theo công thức nhị thức Newton ta có:

$$\begin{aligned}(x + 3y)^4 &= x^4 + 4.x^3.3y + 6.x^2.(3y)^2 + 4.x.(3y)^3 + (3y)^4 \\ &= x^4 + 12x^3y + 54x^2y^2 + 108xy^3 + 81y^4.\end{aligned}$$

b) Theo công thức nhị thức Newton ta có:

$$\begin{aligned}(3 - 2x)^5 &= 3^5 + 5.3^4.(-2x) + 10.3^3.(-2x)^2 + 10.3^2.(-2x)^3 + 5.3.(-2x)^4 + (-2x)^5 \\ &= 243 - 810x + 1080x^2 - 720x^3 + 240x^4 - 32x^5.\end{aligned}$$

c) Theo công thức nhị thức Newton ta có:

$$\begin{aligned}\left(x - \frac{2}{x}\right)^5 &= x^5 + 5.x^4.\left(\frac{-2}{x}\right) + 10.x^3.\left(\frac{-2}{x}\right)^2 + 10.x^2.\left(\frac{-2}{x}\right)^3 + 5.x.\left(\frac{-2}{x}\right)^4 + \\ &\quad \left(\frac{-2}{x}\right)^5 \\ &= x^5 - 10x^3 + 40x - \frac{80}{x} + \frac{80}{x^3} - \frac{32}{x^5}.\end{aligned}$$

d) Theo công thức nhị thức Newton ta có:

$$\left(3\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4 = (3\sqrt{x})^4 + 4 \cdot (3\sqrt{x})^3 \cdot \left(\frac{-1}{\sqrt{x}}\right) + 6 \cdot (3\sqrt{x})^2 \cdot \left(\frac{-1}{\sqrt{x}}\right)^2 + 4 \cdot (3\sqrt{x}) \cdot \left(\frac{-1}{\sqrt{x}}\right)^3 + \left(\frac{-1}{\sqrt{x}}\right)^4$$

$$= 81x^2 - 108x + 54 - \frac{12}{x} + \frac{1}{x^2}$$

Bài 2 trang 47 SBT Toán 10 Tập 2: Khai triển và rút gọn biểu thức

$$(x - 2)(2x + 1)^4$$

Lời giải:

Ta có:

$$\begin{aligned}(2x + 1)^4 &= (2x)^4 + 4 \cdot (2x)^3 \cdot 1 + 6 \cdot (2x)^2 \cdot 1^2 + 4 \cdot 2x \cdot 1^3 + 1^4 \\ &= 16x^4 + 32x^3 + 24x^2 + 8x + 1\end{aligned}$$

Ta có

$$\begin{aligned}(x - 2)(2x + 1)^4 &= (x - 2) \cdot (16x^4 + 32x^3 + 24x^2 + 8x + 1) \\ &= 16x^5 + 32x^4 + 24x^3 + 8x^2 + x - 32x^4 - 64x^3 - 48x^2 - 16x - 2 \\ &= 16x^5 - 40x^3 - 40x^2 - 15x - 2.\end{aligned}$$

Bài 3 trang 47 SBT Toán 10 Tập 2: Tìm giá trị tham số a để trong khai triển

$$(a + x)(1 + x)^4 \text{ có một số hạng là } 22x^2.$$

Lời giải:

$$(1 + x)^4 = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$$

Ta có

$$\begin{aligned}(a + x)(1 + x)^4 &= ax^4 + 4ax^3 + 6ax^2 + 4ax + a + x^5 + 4x^4 + 6x^3 + 4x^2 + x \\ &= x^5 + (a + 4)x^4 + (4a + 6)x^3 + (6a + 4)x^2 + (4a + 1)x + a\end{aligned}$$

Để khai triển trên có số hạng $22x^2$ thì $6a + 4 = 22$ hay $a = 3$.

Vậy $a = 3$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Bài 4 trang 47 SBT Toán 10 Tập 2: Biết rằng trong khai triển $(ax - 1)^5$, hệ số của x^4 gấp bốn lần hệ số của x^2 . Hãy tìm giá trị của tham số a .

Lời giải:

$$(ax - 1)^5 = (ax)^5 + 5 \cdot (ax)^4 \cdot (-1) + 10 \cdot (ax)^3 \cdot (-1)^2 + 10 \cdot (ax)^2 \cdot (-1)^3 + 5 \cdot (ax) \cdot (-1)^4 + (-1)^5 = a^5x^5 - 5a^4x^4 + 10a^3x^3 - 10a^2x^2 + 5ax - 1$$

Hệ số của x^4 gấp bốn lần hệ số của x^2 nên $\frac{-5a^4}{-10a^2} = 4$ ($a \neq 0$) hay $a^2 = 8$ hay $a = 2$

$\sqrt{2}$ hoặc $a = -2\sqrt{2}$.

Vậy $a = 2\sqrt{2}$ hoặc $a = -2\sqrt{2}$.

Bài 5 trang 47 SBT Toán 10 Tập 2: Biết rằng trong khai triển của $\left(ax + \frac{1}{x}\right)^4$ số

hạng không chứa x là 24. Hãy tìm giá trị của tham số a .

Lời giải:

$$\begin{aligned} \left(ax + \frac{1}{x}\right)^4 &= (ax)^4 + 4 \cdot (ax)^3 \cdot \left(\frac{1}{x}\right) + 6 \cdot (ax)^2 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^2 + 4 \cdot ax \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^4 \\ &= a^4x^4 + 4a^3x^2 + 6a^2 + \frac{4a}{x^2} + \frac{1}{x^4} \end{aligned}$$

Trong khai triển, số hạng không chứa x là 24 nên $6a^2 = 24$ hay $a = 2$ hoặc $a = -2$.

Vậy $a = 2$ hoặc $a = -2$.

Bài 6 trang 47 SBT Toán 10 Tập 2: Cho biểu thức $A = (2 + x)^4 + (2 - x)^4$

a) Khai triển và rút gọn biểu thức A ;

b) Sử dụng kết quả ở câu a, tính gần đúng $A = 2,05^4 + 1,95^4$.

Lời giải:

a) Ta có:

$$(2 + x)^4 = x^4 + 4x^3 \cdot 2 + 6x^2 \cdot 2^2 + 4x \cdot 2^3 + 2^4$$

$$= x^4 + 8x^3 + 24x^2 + 32x + 16$$

$$(2 - x)^4 = (-x)^4 + 4.(-x)^3.2 + 6.(-x)^2.2^2 + 4.(-x).2^3 + 2^4$$

$$= x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 16$$

Suy ra

$$A = (2 + x)^4 + (2 - x)^4$$

$$= x^4 + 8x^3 + 24x^2 + 32x + 16 + x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 16$$

$$= 2x^4 + 48x^2 + 32$$

$$\text{Vậy } A = 2x^4 + 48x^2 + 32.$$

$$\text{b) } A = 2,05^4 + 1,95^4$$

$$A = (2 + 0,05)^4 + (2 - 0,05)^4$$

$$A = 2.0,05^4 + 48.0,05^2 + 32$$

$$A \approx 32,12$$

$$\text{Vậy } A \approx 32,12.$$

Bài 7 trang 47 SBT Toán 10 Tập 2: Bạn An có 4 cái bánh khác nhau từng đôi một. An có bao nhiêu cách chọn ra một số cái bánh (tính cả trường hợp không chọn cái nào) để mang theo trong buổi dã ngoại?

Lời giải:

Trường hợp 1: An không chọn bánh nào. Có C_4^0 cách.

Trường hợp 2: An chọn 1 cái bánh. Có C_4^1 cách chọn bánh khác nhau.

Trường hợp 3: An chọn 2 cái bánh. Có C_4^2 cách chọn bánh khác nhau.

Trường hợp 4: An chọn 3 cái bánh. Có C_4^3 cách chọn bánh khác nhau.

Trường hợp 5: An chọn 4 cái bánh. Có C_4^4 cách chọn bánh khác nhau.

Áp dụng quy tắc cộng ta thấy An có:

$C_4^0 + C_4^2 + C_4^1 + C_4^3 + C_4^4 = (1 + 1)^4 = 2^4 = 16$ cách chọn bánh (tính cả trường hợp không chọn cái nào) để mang theo trong buổi dã ngoại.

