Bài tập cuối chương 5

A. Trắc nghiệm

Bài 1 trang 101 SBT Toán 10 Tập 1: Cho hình chữ nhật ABCD có AB = 3, BC = 4. Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AC}$ là:

A. 5;

B. 6;

C. 7;

D. 9.

Lời giải:

Đáp án đúng là A

$\left|\overrightarrow{AC}\right| = AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$

Chọn đáp án A.

Bài 2 trang 101 SBT Toán 10 Tập 1: Cho lục giác đều ABCDEF có tâm O. Số các vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{OC}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là:

A. 2;

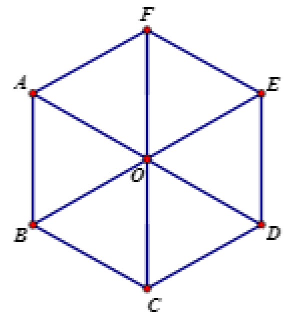
B. 3;

C. 4;

D. 6.

Lời giải:

Đáp án đúng là A



Các vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{OC}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{ED}$.

Vậy có 2 vectơ thỏa mãn yêu cầu.

Bài 3 trang 101 SBT Toán 10 Tập 1: Cho ba điểm A, B, C. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC}$;

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$;

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$;

D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$.

Lời giải:

Đáp án đúng là C

Theo quy tắc ba điểm ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$.

Như vậy khẳng định C đúng. Khẳng định A, B, D sai.

Bài 4 trang 101 SBT Toán 10 Tập 1: Cho hai điểm phân biệt A và B. Điều kiện để điểm I là trung điểm của đoạn thẳng AB là:

A. IA = IB;

B. $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$;

C. $\overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB}$;

D. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BI}$.

Lời giải:

Đáp án đúng là C

I là trung điểm của đoạn thẳng AB khi và chỉ khi $\overrightarrow{IA}$ + $\overrightarrow{IB}$ = 0 hay $\overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB}$.

Vậy chọn đáp án C.

Bài 5 trang 101 SBT Toán 10 Tập 1: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm và I là trung điểm của đoạn thẳng BC. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{GI}$;

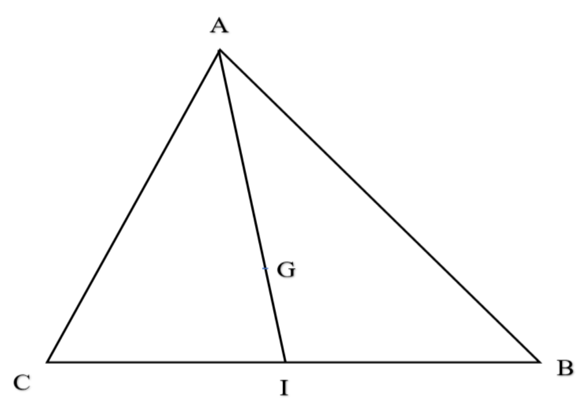
B. $\overrightarrow{IG} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{IA}$;

C. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$;

D. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GA}$.

Lời giải:

Đáp án đúng là C



Ta có:

$\overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{GI}$. Khẳng định A sai.

$\overrightarrow{IG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IA}$. Khẳng định B sai.

I là trung điểm của BC nên $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI} = -\overrightarrow{GA}$. Khẳng định C đúng. Khẳng định D sai.

Vậy chọn đáp án C.

Bài 6 trang 102 SBT Toán 10 Tập 1: Cho hình bình hành ABCD. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$;

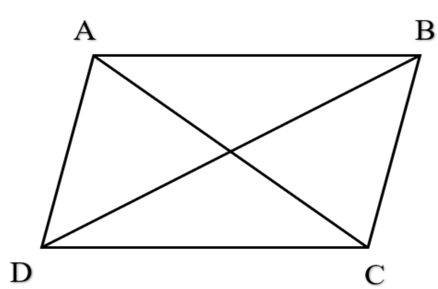
B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$;

C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{CD}$;

D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD}$.

Lời giải:

Đáp án đúng là A



Ta có:

$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{BC}$ (vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = 0$). Vậy khẳng định A đúng. Khẳng định C sai.

Ta có: $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BC}\neq\overrightarrow{AB}$. Do đó khẳng định B sai.

Ta lại có: $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}=2\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}\neq\overrightarrow{CD}$. Do đó khẳng định D sai.

Vậy chọn đáp án A.

Bài 7 trang 102 SBT Toán 10 Tập 1: Cho tam giác ABC. Đặt $\vec{a}=\overrightarrow{BC}$, $\vec{b}=\overrightarrow{AC}$. Các cặp vectơ nào sau đây cùng phương?

A. $2\vec{a}+\vec{b}$ và $\vec{a}+2\vec{b}$;

B. $\vec{a}-2\vec{b}$ và $2\vec{a}-\vec{b}$;

C. $5\vec{a}+\vec{b}$ và $-10\vec{a}-2\vec{b}$;

D. $\vec{a}+\vec{b}$ và $\vec{a}-\vec{b}$.

Lời giải:

Đáp án đúng là C

Ta có thể thấy:

$-10\vec{a}-2\vec{b} = -2 . (5\vec{a}+\vec{b})$.

Như vậy $5\vec{a}+\vec{b}$ và $-10\vec{a}-2\vec{b}$ là cặp vectơ cùng phương.

Bài 8 trang 102 SBT Toán 10 Tập 1: Cho tam giác ABC vuông ở A và có $\hat{B} = 50°$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right) = 130°$;

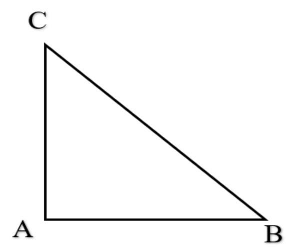
B. $\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{AC}\right) = 40°$;

C. $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}\right)$ = 50°;

D. $\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}\right)$ = 120°.

Lời giải:

Đáp án đúng là D



Ta có: $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}\right) = \left(-\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right) = -\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right)$ là góc kề bù với ABC

$\Rightarrow \left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}\right)$ = 180° – 50° = 130°. Khẳng định A đúng.

$\left(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}\right)$ = $\left(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA}\right)$ = ACB = 90° – 50° = 40°. Khẳng định B đúng.

$\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}\right)$ = $\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right)$ = ABC = 50°. Khẳng định C đúng.

$\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}\right) = \left(-\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}\right) = -\left(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}\right)$ là góc kề bù với ACB

$\Rightarrow \left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}\right)$ = 180° – 40° = 140°. Khẳng định D sai.

Vậy chọn đáp án D.

Bài 9 trang 102 SBT Toán 10 Tập 1: Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vectơ cùng hướng và đều khác vectơ $\vec{0}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|.|\vec{b}|$;

B. $\vec{a}.\vec{b} = 0$;

C. $\vec{a}.\vec{b} = -1$;

D. $\vec{a}.\vec{b} = -|\vec{a}|.|\vec{b}|$.

Lời giải:

Đáp án đúng là A

Ta có:

$\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|.|\vec{b}|.\cos(\vec{a}, \vec{b})$

Do $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vectơ cùng hướng và đều khác vectơ $\vec{0}$ nên $\cos(\vec{a}, \vec{b})$ = cos0° = 1.

Vậy $\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|.|\vec{b}|$. Đáp án A đúng.

Bài 10 trang 102 SBT Toán 10 Tập 1: Cho tam giác ABC vuông tại A. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} < \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$;

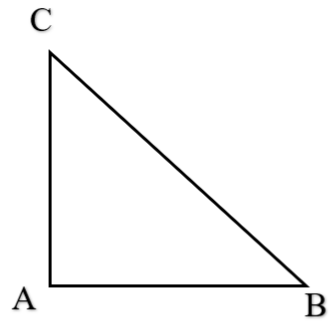
B. $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{CB} < \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC}$;

C. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC} < \overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$;

D. $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC} < \overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AB}$.

Lời giải:

Đáp án đúng là D



Do AB ⊥ AC nên $\overrightarrow{AB}.\ \overrightarrow{AC}$ = 0.

Ta lại có $\overrightarrow{BA}.\ \overrightarrow{BC}$ = BA.BC.cos B > 0 (vì B là góc nhọn nên cos B > 0). Do đó $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} < \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$.

Khẳng định A đúng.

$\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{CB}\right)=\left(-\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)=-\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)$ là góc tù nên $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{CB}=\left|\overrightarrow{AC}\right|.\left|\overrightarrow{CB}\right|.\cos\left(\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{CB}\right)$ < 0;

$\left(\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC}\right)$ là góc nhọn nên $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC}=\left|\overrightarrow{AC}\right|.\left|\overrightarrow{BC}\right|.\cos\left(\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC}\right)>0$. Suy ra $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{CB}<\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC}$. Khẳng định B đúng.

$\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right)=\left(-\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)=-\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)$ là góc tù nên $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}$ < 0; $\left(\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}\right)$ là góc nhọn nên $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$ > 0. Suy ra $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}<\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$. Khẳng định C đúng.

$\left(\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC}\right)$ là góc nhọn nên $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC}$ > 0; $\left(\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AB}\right)$ là góc tù nên $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AB}$ < 0. Suy ra $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC}>\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AB}$.

Khẳng định D sai.

Vậy chọn đáp án D.

B. Tự luận

Bài 1 trang 102 SBT Toán 10 Tập 1: Cho ba điểm A, B, C phân biệt thẳng hàng. Trong trường hợp nào thì hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$:

a) cùng hướng?

b) ngược hướng?

Lời giải:

a) Hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng khi B nằm giữa A và C.

b) Hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ ngược hướng khi A nằm giữa B và C.

Bài 2 trang 102 SBT Toán 10 Tập 1: Cho ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ cùng phương. Chứng tỏ rằng có ít nhất hai vectơ cùng hướng trong ba vectơ đó.

Lời giải:

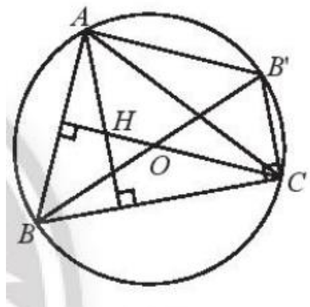
Trong ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ chọn hai vectơ tùy ý:

- Nếu chúng cùng hướng thì đó là hai vectơ cần tìm.

- Nếu chúng ngược hướng thì vectơ còn lại sẽ cùng hướng với một trong hai vectơ đã chọn.

Bài 3 trang 102 SBT Toán 10 Tập 1: Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn (O). Gọi H là trực tâm tam giác ABC và B’ là điểm đối xứng với B qua tâm O. Hãy so sánh các vectơ $\overrightarrow{AH}$ và $\overrightarrow{B'C}$, $\overrightarrow{AB'}$ và $\overrightarrow{HC}$.

Lời giải:



Hình 1

Do BB’ là đường kính nên $BCB' = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow$ BC $\perp$ B’C.

H là trực tâm tam giác ABC nên BC $\perp$ AH.

Suy ra AH // B’C (do đều vuông góc với BC).

Do BB’ là đường kính nên $BAB' = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow$ BA $\perp$ B’A.

H là trực tâm tam giác ABC nên CH $\perp$ BA.

Suy ra CH // B’A (do đều vuông góc với BA).

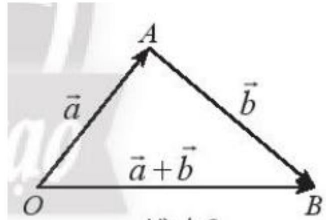
Như vậy AB’CH là hình bình hành (DHNB hình bình hành)

$\Rightarrow \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{B'C}$ và $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{HC}$.

Vậy $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{B'C}$ và $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{HC}$.

Bài 4 trang 103 SBT Toán 10 Tập 1: Chứng minh rằng với hai vectơ không cùng phương $\vec{a}$ và $\vec{b}$, ta có: $|\vec{a}| - |\vec{b}| < |\vec{a} + \vec{b}| < |\vec{a}| + |\vec{b}|$.

Lời giải:



Hình 2

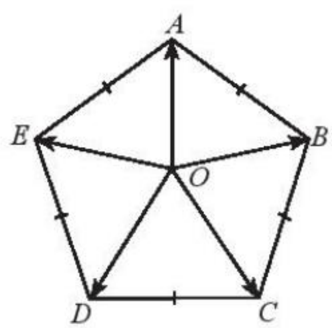
Vẽ ba điểm O, A, B sao cho $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$. Ta có $\overrightarrow{OB} = \vec{a}+\vec{b}$.

Trong tam giác OAB ta có bất đẳng thức:

$|OA - AB| \le OB \le OA + AB$

Suy ra $\left|\vec{a}\right| - \left|\vec{b}\right| < \left|\vec{a}+\vec{b}\right| < \left|\vec{a}\right| + \left|\vec{b}\right|$.

Bài 5 trang 103 SBT Toán 10 Tập 1: Cho hình ngũ giác đều ABCDE tâm O. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OE}=\vec{0}$.



Hình 1

Lời giải:

Đặt $\vec{u} = \overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OE}$

Ta có: $\vec{u} = \overrightarrow{OA}+\left(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OE}\right)+\left(\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)$

Do OA nằm trên đường phân giác của $\widehat{BOE}$ và $\widehat{DOC}$ của hai tam giác cân BOE và DOC nên ta có các vectơ $\left(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OE}\right)$ và $\left(\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)$ nằm trên đường thẳng OA, suy ra $\vec{u}$ nằm trên đường thẳng OA.

Chứng minh tương tự ta có $\vec{u}$ cũng đồng thời nằm trên đường thẳng OB. Như vậy $\vec{u} = \vec{0}$

Vậy $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OE} = \vec{0}$.

Bài 6 trang 103 SBT Toán 10 Tập 1: Cho tam giác ABC, gọi A’ là điểm đối xứng với B qua A, gọi B’ là điểm đối xứng với C qua B, gọi C’ là điểm đối xứng với A qua C. Chứng minh rằng với một điểm O tùy ý, ta có: $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA'}+\overrightarrow{OB'}+\overrightarrow{OC'}$.

Lời giải:

A’ là điểm đối xứng với B qua A nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AA'}$.

B’ là điểm đối xứng với C qua B nên $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BB'}$.

C’ là điểm đối xứng với A qua C nên $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CC'}$.

Ta có: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{CC'}$

$= \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$

$= \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA}$

$= \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'}$.

Vậy $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA'}+\overrightarrow{OB'}+\overrightarrow{OC'}$.

Bài 7 trang 103 SBT Toán 10 Tập 1: Tam giác ABC là tam giác gì nếu nó thỏa mãn một trong các điều kiện sau đây?

a) $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|=\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right|$;

b) Vectơ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ vuông góc với vectơ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}$.

Lời giải:

a) Gọi M là trung điểm BC ta có:

$\overrightarrow{AB}$ + $\overrightarrow{AC}$ = 2$\overrightarrow{AM}$ $\Rightarrow$ $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|$ = 2AM

$\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right|$ = $\left|\overrightarrow{CB}\right|$ = BC

$\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|=\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right|$ $\Leftrightarrow$ 2AM = BC.

Khi đó tam giác ABC vuông tại A.

b) Vectơ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ vuông góc với vectơ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}$ $\Leftrightarrow$ $\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right).\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}\right)$ = $\vec{0}$

hay $\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right).\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right)$ = $\vec{0}$.

Suy ra $AB^2 - AC^2 = 0$ hay AB = AC. Khi đó tam giác ABC cân tại A.

Vậy Vectơ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ vuông góc với vectơ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}$ khi tam giác ABC cân tại A.

Bài 8 trang 103 SBT Toán 10 Tập 1: Tứ giác ABCD là tứ giác gì nếu nó thỏa mãn một trong các điều kiện sau đây?

a) $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{DC}$;

b) $\overrightarrow{DB}=k\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DA}$.

Lời giải:

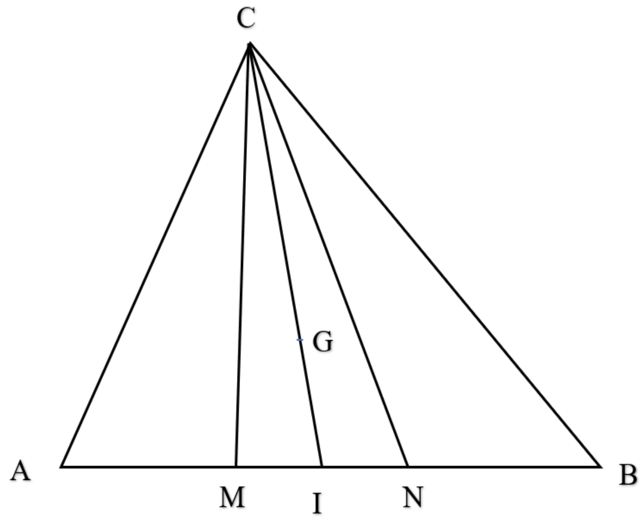
a) $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{DC}$ $\Rightarrow$ $\overrightarrow{AB}$ = $\overrightarrow{DC}$ $\Rightarrow$ ABCD là hình bình hành.

b) $\overrightarrow{DB}=k\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DA}$ $\Rightarrow$ $\overrightarrow{DB}$ – $\overrightarrow{DA}$ = k$\overrightarrow{DC}$ $\Rightarrow$ $\overrightarrow{AB}$ = k$\overrightarrow{DC}$ $\Rightarrow$ AB // CD.

Như vậy ta có ABCD là hình thang.

Bài 9 trang 103 SBT Toán 10 Tập 1: Cho tam giác ABC, trên cạnh AB lấy hai điểm M, N sao cho AM = MN = NB. Chứng minh rằng hai tam giác ABC và MNC có cùng trọng tâm.

Lời giải:



Ta có: MA = NB và hai vectơ $\overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{NB}$ cùng phương, ngược chiều $\Rightarrow$ $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{NB} = \vec{0}$

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC.

Ta có: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GN} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Vậy G cũng là trọng tâm tam giác MNC.

Vậy hai tam giác ABC và MNC có cùng trọng tâm.

Bài 10 trang 103 SBT Toán 10 Tập 1: Cho ba điểm O, M, N và số thực k. Lấy các điểm M' và N' sao cho $\overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{OM}$, $\overrightarrow{ON'} = k\overrightarrow{ON}$. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{M'N'} = k\overrightarrow{MN}$.

Lời giải:

Ta có:

$\overrightarrow{M'N'} = \overrightarrow{ON'} - \overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{ON} - k\overrightarrow{OM} = k(\overrightarrow{ON} - \overrightarrow{OM}) = k\overrightarrow{MN}$.

Vậy $\overrightarrow{M'N'} = k\overrightarrow{MN}$.

Bài 11 trang 103 SBT Toán 10 Tập 1: Cho tam giác ABC, O là điểm sao cho ba vectơ $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ có độ dài bằng nhau và $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$. Tính các góc AOB, BOC, COA.

Lời giải:

Ta có OA = OB = OC nên O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Lại có $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$ nên O cũng là trọng tâm tam giác ABC.

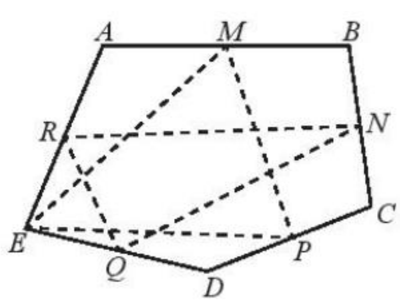
Suy ra ABC là tam giác đều (vì tâm đường tròn ngoại tiếp và trọng tâm trùng nhau).

⇒ AB = BC = CA.

Như vậy $AOB = BOC = COA = \frac{360°}{3} = 120°$ (vì đều là góc ở tâm chắn các cung bằng nhau).

Bài 12 trang 103 SBT Toán 10 Tập 1: Cho ngũ giác ABCDE. Gọi M, N, P, Q, R lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DE, EA. Chứng minh hai tam giác EMP và NQR có cùng trọng tâm.

Lời giải:



Hình 4

Gọi G là trọng tâm tam giác NRQ, ta có: $\overrightarrow{GN} + \overrightarrow{GR} + \overrightarrow{GQ} = \vec{0}$

N là trung điểm của AB nên $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GN} \Rightarrow \overrightarrow{GN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC})$.

Tương tự ta có: $\overrightarrow{GR} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{GE} + \overrightarrow{GA})$ và $\overrightarrow{GQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{GD} + \overrightarrow{GE})$.

$\overrightarrow{GN} + \overrightarrow{GR} + \overrightarrow{GQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) + \frac{1}{2}(\overrightarrow{GE} + \overrightarrow{GA}) + \frac{1}{2}(\overrightarrow{GD} + \overrightarrow{GE})$

$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{GE} + \overrightarrow{GE}) + \frac{1}{2}(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB}) + \frac{1}{2}(\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD})$

$= \overrightarrow{GE} + \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GP}$.

(Do M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD nên $\frac{1}{2}(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB}) = \overrightarrow{GM}$

và $\frac{1}{2}(\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}) = \overrightarrow{GN}$)

Suy ra G cũng là trọng tâm tam giác EMP.

Vậy hai tam giác EMP và NQR có cùng trọng tâm.