

Công thức tọa độ đỉnh của parabol, tọa độ giao điểm của parabol với các trục tọa độ

I. Lí thuyết tổng hợp.

- Khái niệm đường parabol: Một đường parabol là một tập hợp các điểm trên mặt phẳng cách đều một điểm cho trước (tiêu điểm) và một đường thẳng cho trước (đường chuẩn).

- Phương trình Parabol có dạng: $y = ax^2 + bx + c$

- Gọi I là đỉnh của Parabol ta có $x_I = \frac{-b}{2a}$; $y_I = \frac{-\Delta}{4a}$ (trong đó $\Delta = b^2 - 4ac$)

- Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là:
 $f(x) = g(x)$.

- Gốc tọa độ có tọa độ là $O(0; 0)$

- Trục tung có phương trình: $x = 0$.

- Trục hoành có phương trình: $y = 0$

II. Các công thức:

Cho parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$, ta có:

- Tọa độ đỉnh I của Parabol là $I\left(\frac{-b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a}\right)$ (trong đó $\Delta = b^2 - 4ac$)

- Tọa độ giao điểm A của Parabol $y = ax^2 + bx + c$ với trục tung $x = 0$:

Thay $x = 0$ vào phương trình Parabol có: $y = c \Rightarrow A(0; c)$

- Tọa độ giao điểm B của Parabol $y = ax^2 + bx + c$ với trục hoành $y = 0$:

Hoành độ của B là nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ (1)

Nếu phương trình (1) vô nghiệm \Rightarrow không tồn tại điểm B

Nếu phương trình (1) có nghiệm kép \Rightarrow Parabol tiếp xúc với trục hoành tại B $\left(\frac{-b}{2a}; 0\right)$

Nếu phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt \Rightarrow Parabol cắt trục hoành tại hai điểm $B_1\left(\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}; 0\right)$ và $B_2\left(\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}; 0\right)$

III. Ví dụ minh họa.

Bài 1: Cho parabol có phương trình $y = x^2 - 3x + 2$. Xác định tọa độ đỉnh của Parabol.

Lời giải:

Gọi I là đỉnh của Parabol $y = x^2 - 3x + 2$. Ta có:

$$x_I = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-3)}{2.1} = \frac{3}{2}$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4.1.2 = 1$$

$$y_I = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-1}{4.1} = \frac{-1}{4}$$

$$\Rightarrow I\left(\frac{3}{2}; \frac{-1}{4}\right)$$

Vậy đỉnh của parabol là $I\left(\frac{3}{2}; \frac{-1}{4}\right)$.

Bài 2: Cho Parabol có phương trình $y = -2x^2 + 4x - 3$. Tìm giao điểm của Parabol với trục tung và trục hoành.

Lời giải:

Gọi M là giao điểm của Parabol với trục tung.

Vì M cũng thuộc trục tung nên ta có $M(0; y_M)$

Thay $x = 0$ vào $y = -2x^2 + 4x - 3$ ta có: $y = -2.0 + 4.0 - 3 = -3$

$$\Rightarrow M(0; -3)$$

Gọi N là giao điểm của Parabol với trục hoành.

Vì N cũng thuộc trục hoành nên ta có: $N(x_N; 0)$

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của Parabol với trục hoành:

$$-2x^2 + 4x - 3 = 0 \quad (1)$$

$$\Delta = 4^2 - 4.(-2).(-3) = -8 < 0$$

\Rightarrow Phương trình (1) vô nghiệm. \Rightarrow Parabol và trục hoành không có giao điểm.

Bài 3: Tìm giao điểm của các Parabol sau với trục hoành.

a) $y = 2x^2 + 3x - 5$

b) $y = x^2 - 2x + 1$

Lời giải:

a) $y = 2x^2 + 3x - 5$

Gọi M là giao điểm của Parabol với trục hoành.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của Parabol với trục hoành:

$$2x^2 + 3x - 5 = 0 \quad (1)$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4.2.(-5) = 49 > 0$$

\Rightarrow Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

$$x_1 = \frac{-3 + \sqrt{49}}{2.2} = 1; x_2 = \frac{-3 - \sqrt{49}}{2.2} = \frac{-5}{2}$$

$$\Rightarrow M_1(1; 0) \text{ và } M_2\left(\frac{-5}{2}; 0\right)$$

Vậy Parabol giao với trục hoành tại hai điểm $M_1(1; 0)$ và $M_2\left(\frac{-5}{2}; 0\right)$.

b) $y = x^2 - 2x + 1$

Gọi B là giao điểm của Parabol với trục hoành.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của Parabol với trục hoành:

$$x^2 - 2x + 1 = 0 \quad (1)$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4.1.1 = 0$$

$$\Rightarrow \text{Phương trình (1) có nghiệm kép } x = \frac{-(-2)}{2.1} = 1$$

$$\Rightarrow B(1; 0)$$

Vậy Parabol tiếp xúc với trục hoành tại điểm B(1; 0).

IV. Bài tập tự luyện.

Bài 1: Cho parabol có phương trình $y = 2x^2 - 5x + 6$. Xác định tọa độ đỉnh của Parabol.

Bài 2: Cho parabol có phương trình $y = x^2 - 3x + 4$. Xác định tọa độ giao điểm của Parabol với trục tung và trục hoành.