

BÀI 1. HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BA ẨN.

Hoạt động 1 trang 6 SCD Toán lớp 10:

Khái niệm hệ phương trình bậc nhất ba ẩn

Xét hệ phương trình với ẩn là x, y, z sau:

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + 2y + 3z = 1 \\ 2x + y + 3z = -1 \end{cases}$$

- a) Mỗi phương trình của hệ trên có bậc mấy đối với các ẩn x, y, z ?
- b) Thử lại rằng bộ ba số $(x; y, z) = (1; 3; -2)$ thoả mãn cả ba phương trình của hệ.
- c) Bằng cách thay trực tiếp vào hệ, hãy kiểm tra bộ ba số $(1; 1; 2)$ có thoả mãn hệ phương trình đã cho không.

Hướng dẫn giải

- a) Mỗi phương trình của hệ trên có bậc nhất đối với các ẩn x, y, z .
- b) Bộ số $(x; y; z) = (1; 3; -2)$ có thoả mãn cả ba phương trình của hệ.

Thử lại:

$$1 + 3 + (-2) = 2;$$

$$1 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot (-2) = 1;$$

$$2 \cdot 1 + 3 + 3 \cdot (-2) = -1.$$

- c) Bộ số $(x; y; z) = (1; 3; -2)$ không thoả mãn hệ phương trình đã cho. Vì khi thay vào phương trình thứ nhất của hệ ta được $1 + 1 + 2 = 2$, đây là đẳng thức sai.

Luyện tập 1 trang 7 SCD Toán lớp 10:

Hệ nào dưới đây là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn? Kiểm tra xem bộ ba số $(-3; 2; -1)$ có phải là nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn đó không.

$$\text{a) } \begin{cases} x + 2y - 3z = 1 \\ 2x - 3y + 7z = 15; \\ 3x^2 - 4y + z = -3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} -x + y + z = 4 \\ 2x + y - 3z = -1 \\ 3x - 2z = -7 \end{cases}$$

Hướng dẫn giải

a) Bộ ba số $(-3; 2; -1)$ không là nghiệm của hệ phương trình bậc nhất đã cho.

Vì khi thay bộ số này vào phương trình thứ nhất của hệ ta được $(-3) + 2 \cdot 2 - 3 \cdot (-1) = 1$, đây là đẳng thức sai.

b) Bộ ba số $(-3; 2; -1)$ có là nghiệm của hệ phương trình bậc nhất đã cho.

Vì khi thay bộ số này vào từng phương trình thì chúng đều có nghiệm đúng:

$$-(-3) + 2 + (-1) = 4;$$

$$2 \cdot (-3) + 2 - 3 \cdot (-1) = -1;$$

$$3 \cdot (-3) - 2 \cdot (-1) = -7.$$

Hoạt động 2 trang 7 SCD Toán lớp 10:

Hệ bậc nhất ba ẩn có dạng tam giác.

Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y - 2z = 3 \\ y + z = 7 \\ 2z = 4 \end{cases}.$$

Hệ phương trình dạng tam giác có cách giải rất đơn giản.

Từ phương trình cuối hãy tính z , sau đó thay vào phương trình thứ hai để tìm y , cuối cùng thay y và z tìm được vào phương trình đầu để tìm x .

Hướng dẫn giải

+) Từ phương trình cuối ta tính được $z = 2$.

+) Thay $z = 2$ vào phương trình thứ hai ta được $y + 2 = 7$, suy ra $y = 5$.

+) Thay $y = 5$ và $z = 2$ vào phương trình đầu ta được $x + 5 - 2 \cdot 2 = 3$, suy ra $x = 2$.

Luyện tập 2 trang 8 SCD Toán lớp 10:

Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x &= 3 \\ x + y &= 2 \\ 2x - 2y + z &= -1 \end{cases}$$

Hướng dẫn giải

+) Từ phương trình đầu ta tính được $x = \frac{3}{2}$.

+) Thay $x = \frac{3}{2}$ vào phương trình thứ hai ta được $\frac{3}{2} + y = 2$, suy ra $y = \frac{1}{2}$.

+) Thay $x = \frac{3}{2}$ và $y = \frac{1}{2}$ vào phương trình thứ ba ta được $2 \cdot \frac{3}{2} - 2 \cdot \frac{1}{2} + z = -1$, suy ra $z = -3$.

Vậy nghiệm của hệ đã cho là $(x; y; z) = \left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; -3\right)$.

Hoạt động 3 trang 8 SCD Toán lớp 10:

Giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn bằng phương pháp Gauss. Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y - 2z = 3 \\ -x + y + 6z = 13 \\ 2x + y - 9z = -5 \end{cases}$$

a) Khử ẩn x của phương trình thứ hai bằng cách cộng phương trình này với phương trình thứ nhất. Viết phương trình nhận được (phương trình này không còn chứa ẩn x và là phương trình thứ hai của hệ mới, tương đương với hệ ban đầu).

b) Khử ẩn x của phương trình thứ ba bằng cách nhân phương trình thứ nhất với -2 và cộng với phương trình thứ ba. Viết phương trình thứ ba mới nhận được. Từ đó viết hệ mới nhận được sau hai bước trên (đã khử x ở hai phương trình cuối).

c) Làm tương tự đối với hệ mới nhận được ở câu b), từ phương trình thứ hai và thứ ba khử ẩn y ở phương trình thứ ba. Viết hệ dạng tam giác nhận được.

d) Giải hệ dạng tam giác nhận được ở câu c). Từ đó suy ra nghiệm của hệ đã cho.

Hướng dẫn giải

a) Cộng phương trình thứ hai với phương trình thứ nhất, ta được:

$$(x + y - 2z) + (-x + y + 6z) = 3 + 13 \Leftrightarrow 2y + 4z = 16 \Leftrightarrow y + 2z = 8.$$

b) Nhân phương trình thứ nhất với -2 và cộng với phương trình thứ ba, ta được:

$$-2(x + y - 2z) + (2x + y - 9z) = -2 \cdot 3 + (-5) \Leftrightarrow -y - 5z = -11 \Leftrightarrow y + 5z = 11.$$

Hệ mới nhận được sau hai bước trên là:
$$\begin{cases} x + y - 2z = 3 \\ y + 2z = 8 \\ y + 5z = 11 \end{cases}.$$

c) Lấy phương trình thứ hai trừ phương trình thứ ba, ta được:

$$(y + 2z) - (y + 5z) = 8 - 11 \Leftrightarrow -3z = -3 \Leftrightarrow z = 1.$$

Hệ tam giác nhận được là:
$$\begin{cases} x + y - 2z = 3 \\ y + 2z = 8 \\ z = 1 \end{cases}.$$

$$\text{d) } \begin{cases} x + y - 2z = 3 \\ y + 2z = 8 \\ z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y - 2z = 3 \\ y + 2 \cdot 1 = 8 \\ z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y - 2z = 3 \\ y = 6 \\ z = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 6 - 2 \cdot 1 = 3 \\ y = 6 \\ z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 6 \\ z = 1 \end{cases}.$$

Vậy nghiệm của hệ đã cho là $(x; y; z) = (-1; 6; 1)$.

Luyện tập 3 trang 11 SCD Toán lớp 10:

Giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + y - 3z = 3 \\ x + y + 3z = 2 \\ 3x - 2y + z = -1 \end{cases};$$

$$b) \begin{cases} 4x + y + 3z = -3 \\ 2x + y - z = 1 \\ 5x + 2y = 1 \end{cases};$$

$$c) \begin{cases} x + 2z = -2 \\ 2x + y - z = 1 \\ 4x + y + 3z = -3 \end{cases}.$$

Hướng dẫn giải

$$a) \begin{cases} 2x + y - 3z = 3 \\ x + y + 3z = 2 \\ 3x - 2y + z = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y - 3z = 3 \\ -y - 9z = -1 \\ 3x - 2y + z = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y - 3z = 3 \\ -y - 9z = -1 \\ 7y - 11z = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y - 3z = 3 \\ -y - 9z = -1 \\ -74z = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y - 3z = 3 \\ -y - 9\left(-\frac{2}{37}\right) = -1 \\ z = -\frac{2}{37} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{55}{37} - 3\left(-\frac{2}{37}\right) = 3 \\ y = \frac{55}{37} \\ z = -\frac{2}{37} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{25}{37} \\ y = \frac{55}{37} \\ z = -\frac{2}{37} \end{cases}.$$

Vậy nghiệm của hệ đã cho là $(x; y; z) = \left(\frac{25}{37}; \frac{55}{37}; -\frac{2}{37}\right)$.

$$b) \begin{cases} 4x + y + 3z = -3 \\ 2x + y - z = 1 \\ 5x + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + y + 3z = -3 \\ -y + 5z = -5 \\ -3y + 15z = -19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + y + 3z = -3 \\ -3y + 15z = -15 \\ -3y + 15z = -19 \end{cases}.$$

Từ hai phương trình cuối, suy ra $-15 = -19$, điều này vô lí. Vậy hệ đã cho vô nghiệm.

$$c) \begin{cases} x + 2z = -2 \\ 2x + y - z = 1 \\ 4x + y + 3z = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2z = -2 \\ -y + 5z = -5 \\ 4x + y + 3z = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2z = -2 \\ -y + 5z = -5 \\ -y + 5z = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2z = -2 \\ -y + 5z = -5 \end{cases}.$$

Rút y theo z từ phương trình thứ hai của hệ ta được $y = 5z + 5$. Rút x theo z từ phương trình thứ nhất của hệ ta được $x = -2z - 2$. Vậy hệ đã cho có vô số nghiệm và tập nghiệm của hệ là $S = \{(-2z - 2; 5z + 5; z) \mid z \in \mathbb{R}\}$.

Vận dụng 1 trang 11 SCD Toán lớp 10:

Hà mua văn phòng phẩm cho nhóm bạn cùng lớp gồm Hà, Lan và Minh hết tổng cộng 820 nghìn đồng. Hà quên không lưu hoá đơn của mỗi bạn, nhưng nhớ được rằng số tiền trả cho Lan ít hơn một nửa số tiền trả cho Hà là 5 nghìn đồng, số tiền trả cho Minh nhiều hơn số tiền trả cho Lan là 210 nghìn đồng. Hỏi mỗi bạn Lan và Minh phải trả cho Hà bao nhiêu tiền?

Hướng dẫn giải

Gọi số tiền Hà, Lan, Minh phải trả lần lượt là x, y, z (nghìn đồng).

Theo đề bài, ta có:

- Số tiền tổng cộng là 820 nghìn đồng, suy ra $x + y + z = 820$ (1).
- Số tiền trả cho Lan ít hơn một nửa số tiền trả cho Hà là 5 nghìn đồng, suy ra $\frac{1}{2}x - y = 5$ hay $x - 2y = 10$ (2).
- Số tiền trả cho Minh nhiều hơn số tiền trả cho Lan là 210 nghìn đồng, suy ra $z - y = 210$ hay $-y + z = 210$ (3).

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y + z = 820 \\ x - 2y = 10 \\ -y + z = 210 \end{cases}.$$

Giải hệ này ta được $x = 310, y = 150, z = 360$.

Vậy Lan phải trả Hà 150 nghìn đồng, Minh phải trả Hà 360 nghìn đồng.

Hoạt động 4 trang 12 SCD Toán lớp 10:

Dùng máy tính cầm tay để tìm nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} -2x - 3y + z = 5 \\ 2x + y + 2z = -3 \\ -x + 2y - 3z = 2 \end{cases}$$

Hướng dẫn giải

Sử dụng loại máy tính phù hợp, ấn liên tiếp các phím:

MODE	5	2	-	2	=	-	3	=	1	=	5	=	2	=	1	=	2	=	-	3	=	-	1	=	2	=	-	3	=	2	=	=
------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ta thấy trên màn hình hiện ra $x = -4$.

Ấn tiếp phím = ta thấy trên màn hình hiện ra $y = \frac{11}{7}$.

Ấn tiếp phím = ta thấy trên màn hình hiện ra $z = \frac{12}{7}$.

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x ; y ; z) = \left(-4; \frac{11}{7}; \frac{12}{7} \right)$.

Luyện tập 4 trang 13 SCD Toán lớp 10:

Sử dụng máy tính cầm tay tìm nghiệm của các hệ phương trình trong Ví dụ 3, Ví dụ 4, Ví dụ 5 và Luyện tập 3.

Hướng dẫn giải

+) Ví dụ 3:

Sử dụng loại máy tính phù hợp, ấn liên tiếp các phím:

MODE	5	2	1	=	1	=	1	=	2	=	7	=	3	=	1	=	4	=	-	5	=	7	=	-	2	=	5	=	=
------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ta thấy trên màn hình hiện ra $x = 0$.

Ấn tiếp phím = ta thấy trên màn hình hiện ra $y = 1$.

Ấn tiếp phím = ta thấy trên màn hình hiện ra $z = 1$.

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x ; y ; z) = (0; 1; 1)$.

+) Ví dụ 4:

Sử dụng loại máy tính phù hợp, ấn liên tiếp các phím:

MODE	5	2	2	=	1	=	-	1	=	5	=	1	=	1	=	1	=	3	=	5	=	4	=	2	=	1	0	=	=
------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ta thấy trên màn hình hiện ra No-Solution.

Vậy hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

+) Ví dụ 5:

Sử dụng loại máy tính phù hợp, ấn liên tiếp các phím:

MODE	5	2	5	=	1	=	-	4	=	2	=	1	=	-	1	=	-	1	=	-	1	=	3	=	3	=	-	2	=	4	=	=
------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ta thấy trên màn hình hiện ra Infinite Sol.

Vậy hệ đã cho có vô số nghiệm.

+) Luyện tập 3:

a) Sử dụng loại máy tính phù hợp, ấn liên tiếp các phím:

MODE	5	2	2	=	1	=	-	3	=	3	=	1	=	1	=	3	=	2	=	3	=	-	2	=	1	=	-	1	=	=
------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ta thấy trên màn hình hiện ra $x = \frac{25}{37}$.

Ấn tiếp phím = ta thấy trên màn hình hiện ra $y = \frac{55}{37}$.

Ấn tiếp phím = ta thấy trên màn hình hiện ra $z = -\frac{2}{37}$.

Vậy nghiệm của hệ đã cho là $(x; y; z) = \left(\frac{25}{37}; \frac{55}{37}; -\frac{2}{37}\right)$.

b) Sử dụng loại máy tính phù hợp, ấn liên tiếp các phím:

MODE	5	2	4	=	1	=	3	=	-	3	=	2	=	1	=	-	1	=	1	=	5	=	2	=	0	=	1	=	=
------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ta thấy trên màn hình hiện ra No-Solution.

Vậy hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

c) Sử dụng loại máy tính phù hợp, ấn liên tiếp các phím:

MODE	5	2	1	=	0	=	2	=	-	2	=	2	=	1	=	-	1	=	1	=	4	=	1	=	3	=	-	3	=	=
------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ta thấy trên màn hình hiện ra Infinite Sol.

Vậy hệ đã cho có vô số nghiệm.

Vận dụng 2 trang 13 SCD Toán lớp 10:

Tại một quốc gia, khoảng 400 loài động vật nằm trong danh sách các loài có nguy cơ tuyệt chủng. Các nhóm động vật có vú, chim và cá chiếm 55% các loài có nguy cơ tuyệt chủng. Nhóm chim chiếm nhiều hơn 0,7% so với nhóm cá, nhóm cá chiếm nhiều hơn 1,5% so với động vật có vú. Hỏi mỗi nhóm động vật có vú, chim và cá chiếm bao nhiêu phần trăm trong các loài có nguy cơ tuyệt chủng?

Hướng dẫn giải

Giả sử mỗi nhóm động vật có vú, chim và cá chiếm lần lượt x, y, z (%) trong các loài có nguy cơ tuyệt chủng.

Theo đề bài, ta có:

– Ba nhóm động vật chiếm 55% các loài có nguy cơ tuyệt chủng, suy ra $x + y + z = 55$ (1).

– Nhóm chim chiếm nhiều hơn 0,7% so với nhóm cá, suy ra $y - z = 0,7$ (2).

– Nhóm cá chiếm nhiều hơn 1,5% so với động vật có vú, suy ra $z - x = 1,5$ hay $-x + z = 1,5$ (3).

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y + z = 55 \\ y - z = 0,7 \\ -x + z = 1,5 \end{cases}.$$

Giải hệ này ta được $x = 17,1$; $y = 19,3$; $z = 18,6$.

Vậy mỗi nhóm động vật có vú, chim và cá chiếm lần lượt 17,1%; 19,3%; 18,6% trong các loài có nguy cơ tuyệt chủng.

Bài tập 1.1 trang 14 SCD Toán lớp 10:

Hệ nào dưới đây là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn? Kiểm tra xem bộ số $(2; 0; -1)$ có phải là nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn đó không.

a)
$$\begin{cases} x - 2z = 4 \\ 2x + y - z = 5 \\ -3x + 2y = -6 \end{cases};$$

b)
$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 7 \\ 2x - y^2 + z = 2 \\ x + 2y = -1 \end{cases}.$$

Hướng dẫn giải

a) Đây là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn.

Bộ ba số $(2; 0; -1)$ có là nghiệm của hệ phương trình bậc nhất đã cho.

Vì khi thay bộ số này vào từng phương trình thì chúng đều có nghiệm đúng:

$$2 - 2 \cdot (-1) = 4;$$

$$2 \cdot 2 + 0 - (-1) = 5;$$

$$-3 \cdot 2 + 2 \cdot 0 = -6.$$

b) Đây không là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vì phương trình thứ hai của hệ có chứa y^2 .

Bài tập 1.2 trang 14 SCD Toán lớp 10:

Giải các hệ phương trình sau:

$$a) \begin{cases} 2x - y - z = 20 \\ x + y = -5 \\ x = 10 \end{cases};$$

$$b) \begin{cases} x - y - 3z = 20 \\ x - z = 3 \\ x + 3z = -7 \end{cases}.$$

Hướng dẫn giải

$$a) \begin{cases} 2x - y - z = 20 \\ x + y = -5 \\ x = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y - z = 20 \\ 10 + y = -5 \\ x = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \cdot 10 - (-15) - z = 20 \\ y = -15 \\ x = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 15 \\ y = -15 \\ x = 10 \end{cases}.$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y; z) = (10; -15; 15)$.

$$b) \begin{cases} x - y - 3z = 20 \\ x - z = 3 \\ x + 3z = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y - 3z = 20 \\ x - z = 3 \\ -4z = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y - 3z = 20 \\ x - \left(-\frac{5}{2}\right) = 3 \\ z = -\frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y - 3z = 20 \\ x = \frac{1}{2} \\ z = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} - y - 3\left(-\frac{5}{2}\right) = 20 \\ x = \frac{1}{2} \\ z = -\frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -12 \\ x = \frac{1}{2} \\ z = -\frac{5}{2} \end{cases}.$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y; z) = \left(\frac{1}{2}; -12; -\frac{5}{2}\right)$.

Bài tập 1.3 trang 14 SCD Toán lớp 10:

Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp Gauss:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - y - z = 2 \\ x + y = 3 \\ x - y + z = 2 \end{cases};$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x - y - z = 2 \\ x + 2y + z = 5 \\ -x + y = 2 \end{cases};$$

$$\text{c) } \begin{cases} x - 3y - z = -6 \\ 2x - y + 2z = 6 \\ 4x - 7y = -6 \end{cases};$$

$$\text{d) } \begin{cases} x - 3y - z = -6 \\ 2x - y + 2z = 6 \\ 4x - 7y = 3 \end{cases};$$

$$\text{e) } \begin{cases} 3x - y - 7z = 2 \\ 4x - y + z = 11 \\ -5x - y - 9z = -22 \end{cases};$$

$$\text{f) } \begin{cases} 2x - 3y - 4z = -2 \\ 5x - y - 2z = 3 \\ 7x - 4y - 6z = 1 \end{cases}.$$

Kiểm tra lại kết quả tìm được bằng cách sử dụng máy tính cầm tay.

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \begin{cases} 2x - y - z = 2 \\ x + y = 3 \\ x - y + z = 2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y - z = 2 \\ x + y = 3 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y - z = 2 \\ x + y = 3 \\ 5y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y - z = 2 \\ x + 1 = 3 \\ y = 1 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} 2.2 - 1 - z = 2 \\ x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 \\ x = 2 \\ y = 1 \end{cases}.
 \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y; z) = (2; 1; 1)$.

$$\begin{aligned}
 \text{b) } \begin{cases} 3x - y - z = 2 \\ x + 2y + z = 5 \\ -x + y = 2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y - z = 2 \\ 4x + y = 7 \\ -x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y - z = 2 \\ 4x + y = 7 \\ 5y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y - z = 2 \\ 4x + 3 = 7 \\ y = 3 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} 3.1 - 3 - z = 2 \\ x = 1 \\ y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -2 \\ x = 1 \\ y = 3 \end{cases}.
 \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y; z) = (1; 3; -2)$.

$$\text{c) } \begin{cases} x - 3y - z = -6 \\ 2x - y + 2z = 6 \\ 4x - 7y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3y - z = -6 \\ 4x - 7y = -6 \\ 4x - 7y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3y - z = -6 \\ 4x - 7y = -6 \end{cases}.$$

Rút x theo y từ phương trình thứ hai của hệ ta được $x = \frac{7y-6}{4}$. Rút z theo x và y từ

phương trình thứ nhất của hệ ta được $z = x - 3y + 6 = \frac{7y-6}{4} - 3y + 6 = \frac{-5y+18}{4}$. Vậy

hệ đã cho có vô số nghiệm và tập nghiệm của hệ là $S = \left\{ \left(\frac{7y-6}{4}; y; \frac{-5y+18}{4} \right) \mid y \in \mathbb{R} \right\}$.

$$\text{d) } \begin{cases} x - 3y - z = -6 \\ 2x - y + 2z = 6 \\ 4x - 7y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3y - z = -6 \\ 4x - 7y = -6 \\ 4x - 7y = 3 \end{cases}.$$

Từ hai phương trình cuối, suy ra $-6 = 3$, điều này vô lí. Vậy hệ đã cho vô nghiệm.

e)

$$\begin{cases} 3x - y - 7z = 2 \\ 4x - y + z = 11 \\ -5x - y - 9z = -22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y - 7z = 2 \\ -y - 31z = -25 \\ -5x - y - 9z = -22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y - 7z = 2 \\ -y - 31z = -25 \\ -8y - 62z = -56 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y - 7z = 2 \\ -y - 31z = -25 \\ -186z = -144 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y - 7z = 2 \\ -y - 31 \cdot \frac{24}{31} = -25 \\ z = \frac{24}{31} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{87}{31} \\ y = 1 \\ z = \frac{24}{31} \end{cases}.$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y; z) = \left(\frac{87}{31}; 1; \frac{24}{31}\right)$.

f)

$$\begin{cases} 2x - 3y - 4z = -2 \\ 5x - y - 2z = 3 \\ 7x - 4y - 6z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y - 4z = -2 \\ -13y - 16z = -16 \\ 7x - 4y - 6z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y - 4z = -2 \\ -13y - 16z = -16 \\ -13y - 16z = -16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y - 4z = -2 \\ -13y - 16z = -16 \end{cases}.$$

Rút y theo z từ phương trình thứ hai của hệ ta được $y = \frac{16 - 16z}{13}$. Rút x theo y và z từ

phương trình thứ nhất của hệ ta được $x =$

$$\frac{3y + 4z - 2}{2} = \frac{3 \cdot \frac{16 - 16z}{13} + 4z - 2}{2} = \frac{36z + 22}{26} = \frac{18z + 11}{13}. \text{ Vậy hệ đã cho có vô số}$$

nghiệm và tập nghiệm của hệ là $S = \left\{ \left(\frac{18z + 11}{13}; \frac{16 - 16z}{13}; z \right) \mid y \in \mathbb{R} \right\}$.

Bài tập 1.4 trang 14 SCD Toán lớp 10:

Ba người cùng làm việc cho một công ty với vị trí lần lượt là quản lí kho, quản lí văn phòng và tài xế xe tải. Tổng tiền lương hằng năm của người quản lí kho và người quản lí văn phòng là 164 triệu đồng, còn của người quản lí kho và tài xế xe tải là 156 triệu đồng. Mỗi năm, người quản lí kho lĩnh lương nhiều hơn tài xế xe tải 8 triệu đồng. Hỏi lương hằng năm của mỗi người là bao nhiêu?

Hướng dẫn giải

Gọi lương hằng năm của quản lí kho, quản lí văn phòng và tài xế xe tải lần lượt là x , y , z (triệu đồng).

Theo đề bài, ta có:

– Tổng tiền lương hằng năm của người quản lí kho và người quản lí văn phòng là 164 triệu đồng, suy ra $x + y = 164$ (1).

– Tổng tiền lương hằng năm của người quản lí kho và tài xế xe tải là 156 triệu đồng, suy ra $x + z = 156$ (2).

– Mỗi năm, người quản lí kho lĩnh lương nhiều hơn tài xế xe tải 8 triệu đồng, suy ra $x - z = 8$ (3).

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 164 \\ x + z = 156 \\ x - z = 8 \end{cases}$$

Giải hệ này ta được $x = 82$, $y = 82$, $z = 74$.

Vậy lương hằng năm của quản lí kho, quản lí văn phòng và tài xế xe tải lần lượt là 82, 82, 74 triệu đồng.

Bài tập 1.5 trang 14 SCD Toán lớp 10:

Năm ngoái, người ta có thể mua ba mẫu xe ô tô của ba hãng X, Y, Z với tổng số tiền là 2,8 tỉ đồng. Năm nay, do lạm phát, để mua ba chiếc xe đó cần 3,018 tỉ đồng. Giá xe ô tô của hãng X tăng 8%, của hãng Y tăng 5% và của hãng Z tăng 12%. Nếu trong năm ngoái giá chiếc xe của hãng Y thấp hơn 200 triệu đồng so với giá chiếc xe của hãng X thì giá của mỗi chiếc xe trong năm ngoái là bao nhiêu?

Hướng dẫn giải

Gọi giá của mỗi chiếc xe hãng X, Y, Z trong năm ngoái lần lượt là x , y , z (tỉ đồng).

Theo đề bài, ta có:

– Năm ngoái, người ta có thể mua ba mẫu xe ô tô của ba hãng X, Y, Z với tổng số tiền là 2,8 tỉ đồng, suy ra $x + y + z = 2,8$ (1).

– Năm nay, do lạm phát, để mua ba chiếc xe đó cần 3,018 tỉ đồng, suy ra $108\%x + 105\%y + 112\%z = 3,018$ hay $108x + 105y + 112z = 301,8$ (2).

– Trong năm ngoái giá chiếc xe của hãng Y thấp hơn 200 triệu đồng so với giá chiếc xe của hãng X, suy ra $x - y = 0,2$ (3).

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y + z = 2,8 \\ 108x + 105y + 112z = 301,8 \\ x - y = 0,2 \end{cases}$$

Giải hệ này ta được $x = 1,2$; $y = 1$; $z = 0,6$.

Vậy giá của mỗi chiếc xe hãng X, Y, Z trong năm ngoái lần lượt là 1,2; 1 và 0,6 tỉ đồng.

Bài tập 1.6 trang 14 SCD Toán lớp 10:

Cho hệ ba phương trình bậc nhất ba ẩn sau

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$

a) Giả sử $(x_0; y_0; z_0)$ và $(x_1; y_1; z_1)$ là hai nghiệm phân biệt của hệ phương trình trên.

Chứng minh rằng $\left(\frac{x_0 + x_1}{2}, \frac{y_0 + y_1}{2}, \frac{z_0 + z_1}{2}\right)$ cũng là một nghiệm của hệ.

b) Sử dụng kết quả của câu a) chứng minh rằng, nếu hệ phương trình bậc nhất ba ẩn có hai nghiệm phân biệt thì nó sẽ có vô số nghiệm.

Hướng dẫn giải

a) Vì $(x_0; y_0; z_0)$ và $(x_1; y_1; z_1)$ là hai nghiệm phân biệt của hệ phương trình nên:

$$\begin{cases} a_1x_0 + b_1y_0 + c_1z_0 = d_1 \\ a_2x_0 + b_2y_0 + c_2z_0 = d_2 \\ a_3x_0 + b_3y_0 + c_3z_0 = d_3 \end{cases} \text{ và } \begin{cases} a_1x_1 + b_1y_1 + c_1z_1 = d_1 \\ a_2x_1 + b_2y_1 + c_2z_1 = d_2 \\ a_3x_1 + b_3y_1 + c_3z_1 = d_3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (a_1x_0 + b_1y_0 + c_1z_0) + (a_1x_1 + b_1y_1 + c_1z_1) = 2d_1 \\ (a_2x_0 + b_2y_0 + c_2z_0) + (a_2x_1 + b_2y_1 + c_2z_1) = 2d_2 \\ (a_3x_0 + b_3y_0 + c_3z_0) + (a_3x_1 + b_3y_1 + c_3z_1) = 2d_3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1(x_0 + x_1) + b_1(y_0 + y_1) + c_1(z_0 + z_1) = 2d_1 \\ a_2(x_0 + x_1) + b_2(y_0 + y_1) + c_2(z_0 + z_1) = 2d_2 \\ a_3(x_0 + x_1) + b_3(y_0 + y_1) + c_3(z_0 + z_1) = 2d_3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 \frac{(x_0 + x_1)}{2} + b_1 \frac{(y_0 + y_1)}{2} + c_1 \frac{(z_0 + z_1)}{2} = d_1 \\ a_2 \frac{(x_0 + x_1)}{2} + b_2 \frac{(y_0 + y_1)}{2} + c_2 \frac{(z_0 + z_1)}{2} = d_2 \\ a_3 \frac{(x_0 + x_1)}{2} + b_3 \frac{(y_0 + y_1)}{2} + c_3 \frac{(z_0 + z_1)}{2} = d_3 \end{cases}$$

Mặt khác do $(x_0; y_0; z_0)$ và $(x_1; y_1; z_1)$ phân biệt nên $\left(\frac{x_0 + x_1}{2}; \frac{y_0 + y_1}{2}; \frac{z_0 + z_1}{2}\right)$ cũng đôi một phân biệt với $(x_0; y_0; z_0)$ và $(x_1; y_1; z_1)$.

Do đó $\left(\frac{x_0 + x_1}{2}; \frac{y_0 + y_1}{2}; \frac{z_0 + z_1}{2}\right)$ cũng là một nghiệm của hệ.

b) Xét hệ phương trình bậc nhất ba ẩn
$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$

có $(x_0; y_0; z_0)$ và $(x_1; y_1; z_1)$ là hai nghiệm phân biệt của hệ phương trình này.

Giả sử hệ chỉ có n nghiệm đôi một phân biệt $(x_0; y_0; z_0), (x_1; y_1; z_1), \dots, (x_n; y_n; z_n)$.

Ta chọn ra hai nghiệm $(x_i; y_i; z_i)$ và $(x_j; y_j; z_j)$ thoả mãn x_i và x_j là hai số nhỏ nhất trong tập hợp $A = \{x_0; x_1; \dots; x_n\}$.

Khi đó, áp dụng câu a) ta được $\left(\frac{x_i + x_j}{2}; \frac{y_i + y_j}{2}; \frac{z_i + z_j}{2}\right)$ cũng là một nghiệm của hệ.

Mặt khác $\frac{x_i + x_j}{2}$ khác x_i, x_j và $\frac{x_i + x_j}{2} < \max\{x_i, x_j\}$ nên $\frac{x_i + x_j}{2}$ không trùng với

phần tử nào trong tập hợp A. Do đó hệ đã cho có $n + 1$ nghiệm phân biệt (vô lí).

Vậy hệ này có vô số nghiệm.