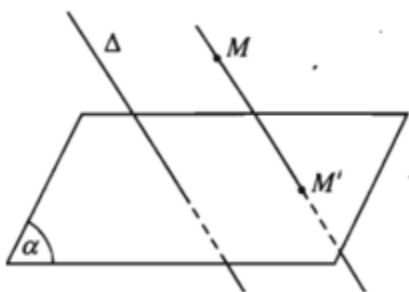


Chuyên đề Phép chiếu song song. Hình biểu diễn của một hình không gian - Toán 11

A. Lý thuyết.

I. Phép chiếu song song

- Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng Δ cắt (α) . Với mỗi điểm M trong không gian, đường thẳng đi qua M và song song hoặc trùng với Δ sẽ cắt (α) tại điểm M' xác định. Điểm M' được gọi là *hình chiếu song song* của điểm M trên (α) theo phương Δ .



Mặt phẳng (α) gọi là *mặt phẳng chiếu*. Phương Δ gọi là *phương chiếu*.

Phép đặt tương ứng mỗi điểm M trong không gian với hình chiếu M' của nó trên (α) được gọi là *phép chiếu song song lên (α) theo phương Δ* .

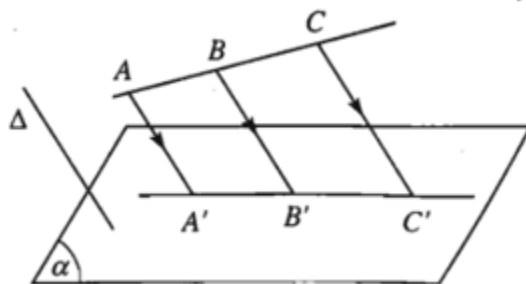
Nếu H là một hình nào đó thì tập hợp H' các hình chiếu M' của tất cả những điểm M thuộc H được gọi là *hình chiếu của H qua phép chiếu song song nói trên*.

- **Chú ý.** Nếu một đường thẳng có phương trùng với phương chiếu thì hình chiếu của đường thẳng đó là một điểm.

II. Các tính chất của phép chiếu song song

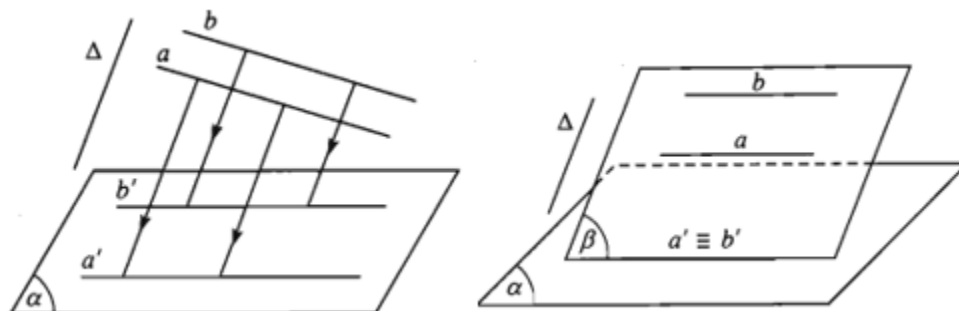
- **Định lí 1.**

a) Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó.

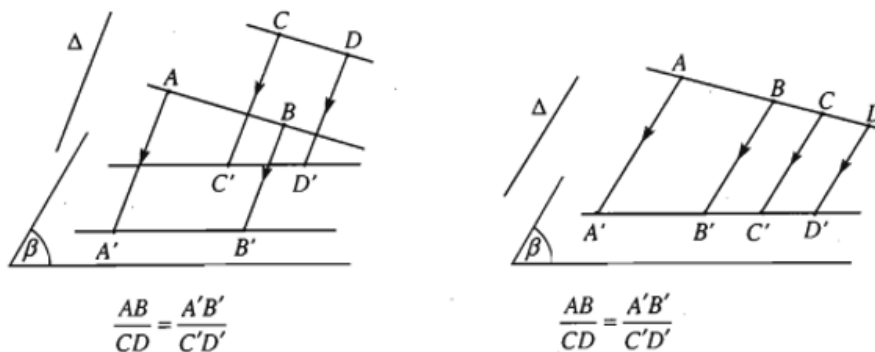


b) Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.

c) Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.



d) Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.

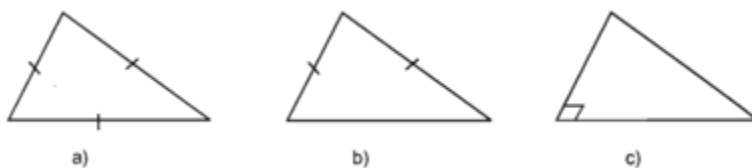


III. Hình biểu diễn của một hình không gian trên mặt phẳng.

Hình biểu diễn của hình H trong không gian là hình chiếu song song của hình H trên một mặt phẳng theo một phương chiếu nào đó hoặc hình đồng dạng với hình chiếu đó.

- Hình biểu diễn của các hình thường gặp.

+ Tam giác: Một tam giác bất kì bao giờ cũng có thể coi là hình chiếu của một tam giác có dạng tùy ý cho trước (có thể là tam giác đều, tam giác cân, tam giác vuông, ...).

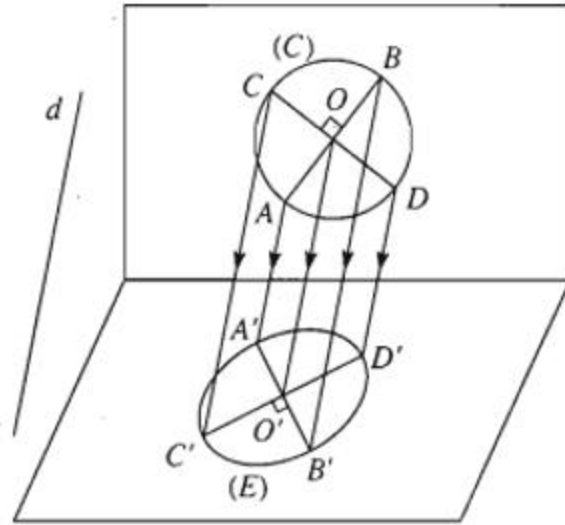


+ Hình bình hành: Một hình bình hành bất kì bao giờ cũng có thể coi là hình biểu diễn của một hình bình hành tùy ý cho trước (có thể là hình bình hành, hình vuông, hình chữ nhật, ...).



+ Hình thang: Một hình thang bất kì bao giờ cũng có thể coi là hình biểu diễn của một hình thang tùy ý cho trước, miễn là tỉ số độ dài hai đáy của hình biểu diễn phải bằng tỉ số độ dài hai đáy của hình thang ban đầu.

+ Hình tròn: Người ta thường dùng hình elip để biểu diễn hình tròn.



B. Bài tập

I. Bài tập trắc nghiệm

Bài 1: Cho các đường thẳng không song song với phương chiếu. khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.
- B. phép chiếu song song có thể biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng cắt nhau.
- C. phép chiếu song song có thể biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng chéo nhau.
- D. phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

Lời giải:

Đáp án: D

Bài 2: Cho các đoạn thẳng không song song với phương chiếu. khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng cùng nằm trên hai đường thẳng.
- B. phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng khi và chỉ khi hai đoạn thẳng đó cùng nằm trên một đường thẳng.
- C. phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng khi và chỉ khi hai đoạn thẳng đó cùng nằm trên hai đường thẳng song song.
- D. phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng cùng nằm trên một đường thẳng hoặc nằm trên hai đường thẳng song song.

Lời giải:

Đáp án: D

Bài 3: Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. hình biểu diễn một đường tròn là một đường tròn.
- B. hình biểu diễn của một đường tròn có thể là nửa đường tròn.
- C. hình biểu diễn của một đường tròn có thể là nửa đường elip
- D. hình biểu diễn của một đường tròn là một đường elip.

Lời giải:

Đáp án: D

Bài 4: Khẳng định nào sau đây là sai?

A. phép chiếu song song biến đường trung bình tam giác thành đường trung bình tam giác ảnh.

B. phép chiếu song song biến đường trung bình hình thang thành đường trung bình hình thang ảnh.

C. phép chiếu song song biến đường trung tuyến tam giác thành đường trung tuyến tam giác ảnh.

D. phép chiếu song song có thể biến đường trung tuyến tam giác thành đường thẳng không phải là trung tuyến tam giác ảnh.

Lời giải:

Đáp án: D

Bài 5: Hình biểu diễn của một hình thoi là hình nào sau đây?

A. hình thoi

B. hình bình hành

C. hình thang

D. hình tứ giác

Lời giải:

Đáp án: B

Bài 6: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành. M là trung điểm của SC.

Hình chiếu song song của điểm M theo phương AB lên mặt phẳng (SAD) là điểm nào sau đây?

A. S

B. trung điểm của SD

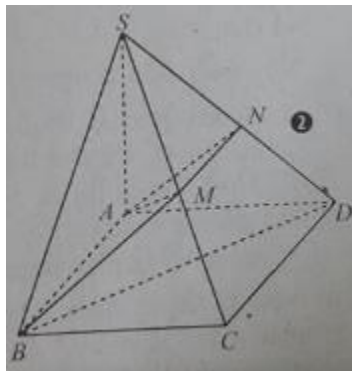
C. A

D. D

Lời giải:

Đáp án: B

(hình 2) Do (MAB) chứa $AB \parallel CD$, nên giao tuyến của (MAB) với (SCD) là đường thẳng đi qua M và song song với AB. Đường thẳng này cắt SD tại điểm N. khi đó MN là đường trung bình của tam giác SCD nên N là trung điểm của SD.



Bài 7: Khẳng định nào sau đây là đúng.

A. Hình biểu diễn của một hình bình hành là một hình bình hành.

B. Hình biểu diễn của một hình chữ nhật là một hình chữ nhật.

C. Hình biểu diễn của một hình vuông là một hình vuông.

D. Hình biểu diễn của một hình thoi là một hình thoi.

Lời giải:

Đáp án: A

Các phương án B, C sai vì phép chiếu song song không bảo toàn góc. Phương án D sai vì phép chiếu song song chưa chắc bảo toàn tỉ số hai đoạn nằm trên hai đường thẳng cắt nhau. Đáp án A

Bài 8: Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Phép chiếu song song biến trung điểm của đoạn thẳng thành trung điểm của đoạn thẳng hình chiếu.
- B. Phép chiếu song song biến trọng tâm tam giác thành trọng tâm tam giác hình chiếu.
- C. Phép chiếu song song biến tam của hình bình hành thành tâm của hình bình hành.
- D. Phép chiếu song song có thể biến trọng tâm tam giác thành một điểm không phải là trọng tâm tam giác hình chiếu.

Lời giải:

Đáp án: D

Phương án D sai vì phép chiếu song song bảo toàn tỉ lệ các đoạn thẳng cùng nằm trên một đoạn thẳng. Đáp án D.

Bài 9: Hình biểu diễn của một tam giác đều là hình nào sau đây?

- A. Tam giác đều
- B. Tam giác cân
- C. Tam giác vuông
- D. Tam giác

Lời giải:

Đáp án: D

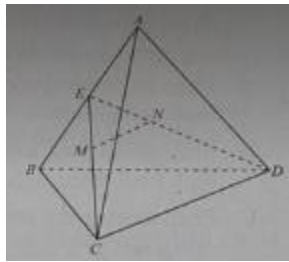
Bài 10: Cho tứ diện ABCD. M là trọng tâm của tam giác ABC. Hình chiếu song song của điểm M theo phương CD lên mặt phẳng (ABD) là điểm nào sau đây?

A. Điểm A

B. Điểm B

C. Trọng tâm tam giác ABD

D. Trung điểm của đường trung tuyến kẻ từ D của tam giác ABD



Lời giải:

Đáp án: C

Gọi E là trung điểm của AB. M, N lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, ABD nên:

$$\frac{EM}{EC} = \frac{EN}{ED} = \frac{1}{3}$$

Theo định lý Ta-lét ta có $MN \parallel CD$. Vậy hình chiếu song song của điểm M theo phương CD lên mặt phẳng (ABD) là trọng tâm của tam giác ABD. Đáp án C.

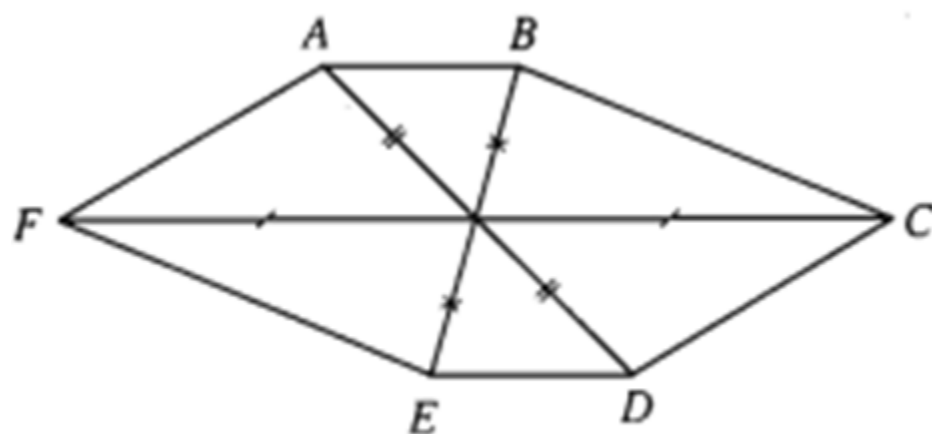
II. Bài tập tự luận có lời giải

Bài 1 Hình chiếu song song của một hình vuông có thể là hình bình hành được không?

Lời giải

Hình chiếu song song của một hình vuông có thể là hình bình hành

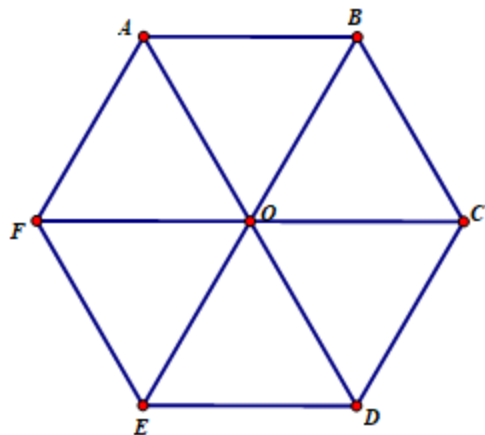
Bài 2 Hình 2.67 có thể là hình chiếu song song của hình lục giác đều được không? Vì sao?



Hình 2.67

Lời giải

Hình 2.67 không thể là hình chiếu song song của hình lục giác đều vì



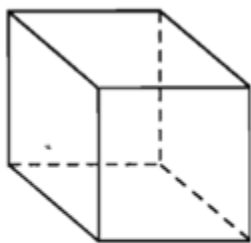
Lục giác đều ABCDEF có O là giao điểm các đường chéo

Ta có: $AO \parallel BC$

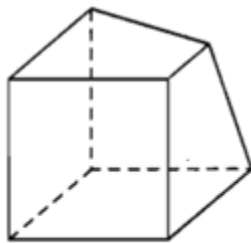
Trên hình 2.67 không biểu diễn được điều đó

(Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau)

Bài 3 Trong các hình 2.68, hình nào biểu diễn cho hình lập phương?



a)



b)



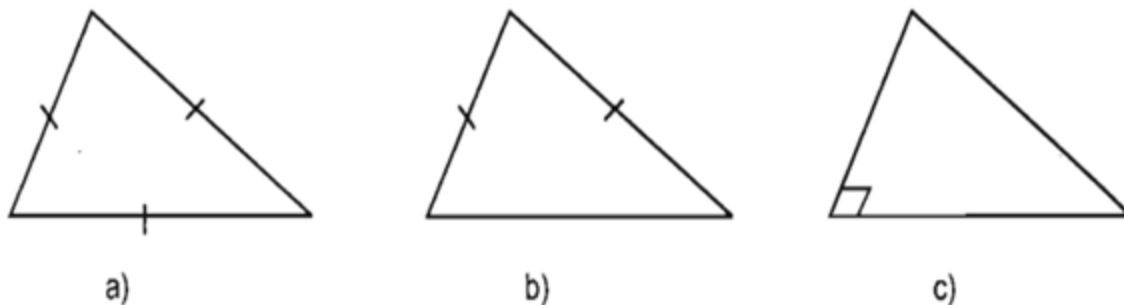
c)

Hình 2.68

Lời giải

Hình a biểu diễn hình lập phương

Bài 4 Các hình 2.69a, 2.69c, 2.69c là hình biểu diễn của tam giác nào?



Hình 2.69

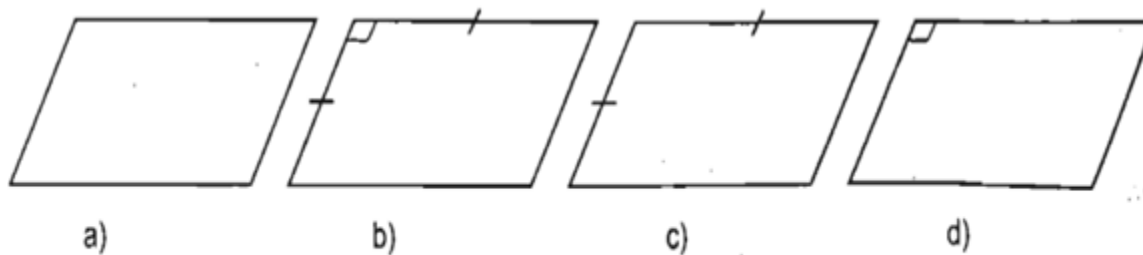
Lời giải

Hình 2.69a là hình biểu diễn của tam giác đều

Hình 2.69b là hình biểu diễn của tam giác cân

Hình 2.69c là hình biểu diễn của tam giác vuông

Bài 5 Các hình 2.70a, 2.70b, 2.70c, 2.70d là hình biểu diễn của các hình bình hành nào (hình bình hành, hình thoi, hình vuông, hình chữ nhật)?



Hình 2.70

Lời giải

Hình 2.70a biểu diễn hình bình hành

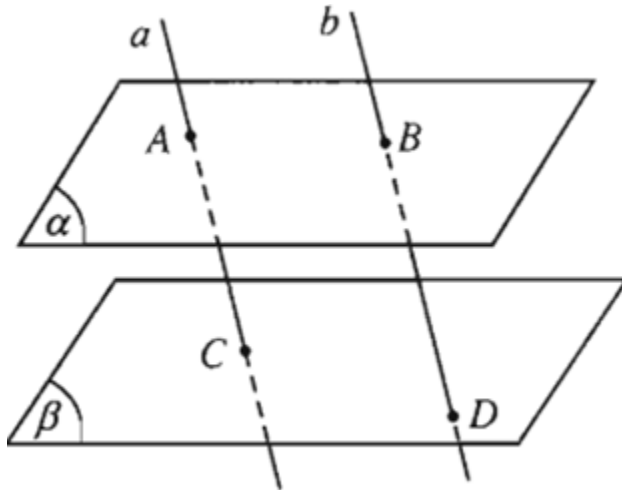
Hình 2.70b biểu diễn hình vuông

Hình 2.70c biểu diễn hình thoi

Hình 2.70d biểu diễn hình chữ nhật

Bài 6 Cho hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau. Đường thẳng a cắt (α) và (β) lần lượt tại A và C . Đường thẳng b song song với a cắt (α) và (β) lần lượt tại B và D .

Hình 2.72 minh họa nội dung trên đúng hay sai?



Lời giải

Sai vì

Ta có định lý 3 trang 67: cho hai mặt phẳng song song. Nếu một mặt phẳng cắt mặt phẳng này thì cũng cắt mặt phẳng kia và hai giao tuyến song song

Theo đề bài ta có: $(\alpha) // (\beta)$

$a // b$ nên A, B, C, D thuộc mặt phẳng

AB là giao tuyến của (α) và $(ABDC)$

CD là giao tuyến của (β) và $(ABDC)$

$\Rightarrow AB // CD$ (theo định lý)

Hình 2.72 không biểu diễn được $AB \parallel CD$

III. Bài tập vận dụng

Bài 1 Khẳng định nào sau đây là đúng.

- A. Hình biểu diễn của một hình bình hành là một hình bình hành.
- B. Hình biểu diễn của một hình chữ nhật là một hình chữ nhật.
- C. Hình biểu diễn của một hình vuông là một hình vuông.
- D. Hình biểu diễn của một hình thoi là một hình thoi.

Bài 2 Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Phép chiếu song song biến trung điểm của đoạn thẳng thành trung điểm của đoạn thẳng hình chiếu.
- B. Phép chiếu song song biến trọng tâm tam giác thành trọng tâm tam giác hình chiếu.
- C. Phép chiếu song song biến tam của hình bình hành thành tâm của hình bình hành.
- D. Phép chiếu song song có thể biến trọng tâm tam giác thành một điểm không phải là trọng tâm tam giác hình chiếu.

Bài 3 Hình biểu diễn của một tam giác đều là hình nào sau đây?

- A. Tam giác đều
- B. Tam giác cân
- C. Tam giác vuông
- D. Tam giác

Bài 4 Cho tứ diện ABCD. M là trọng tâm của tam giác ABC. Hình chiếu song song của điểm M theo phương CD lên mặt phẳng (ABD) là điểm nào sau đây?

- A. Điểm A
- B. Điểm B
- C. Trọng tâm tam giác ABD
- D. Trung điểm của đường trung tuyến kẻ từ D của tam giác ABD

Bài 5 Cho các đường thẳng không song song với phương chiếu. khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.
- B. Phép chiếu song song có thể biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng cắt nhau.
- C. Phép chiếu song song có thể biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng chéo nhau.
- D. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

Bài 6 Cho các đoạn thẳng không song song với phương chiếu. khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng cùng nằm trên hai đường thẳng.
- B. Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng khi và chỉ khi hai đoạn thẳng đó cùng nằm trên một đường thẳng.

C. Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng khi và chỉ khi hai đoạn thẳng đó cùng nằm trên hai đường thẳng song song.

D. Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng cùng nằm trên một đường thẳng hoặc nằm trên hai đường thẳng song song.

Bài 7 Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hình biểu diễn một đường tròn là một đường tròn.

B. Hình biểu diễn của một đường tròn có thể là nửa đường tròn.

C. Hình biểu diễn của một đường tròn có thể là nửa đường elip

D. Hình biểu diễn của một đường tròn là một đường elip.

Bài 8 Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Phép chiếu song song biến đường trung bình tam giác thành đường trung bình tam giác ảnh.

B. Phép chiếu song song biến đường trung bình hình thang thành đường trung bình hình thang ảnh.

C. Phép chiếu song song biến đường trung tuyến tam giác thành đường trung tuyến tam giác ảnh.

D. Phép chiếu song song có thể biến đường trung tuyến tam giác thành đường thẳng không phải là trung tuyến tam giác ảnh.

Bài 9 Hình biểu diễn của một hình thoi là hình nào sau đây?

A. Hình thoi

B. Hình bình hành

C. Hình thang

D. Hình tứ giác

Bài 10 Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M là trung điểm của SC . Hình chiếu song song của điểm M theo phương AB lên mặt phẳng (SAD) là điểm nào?