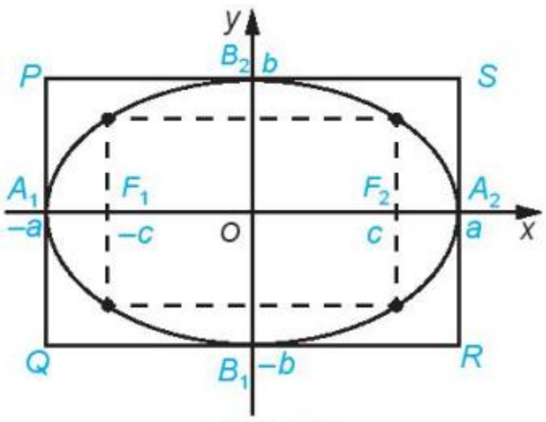
Chuyên đề 3: Ba đường conic và ứng dụng

Bài 1: Elip

Trang 40, 41

HĐ1 trang 40 Chuyên đề Toán 10:

Cho elip có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ (H.3.1).



Hình 3.1

a) Tìm toạ độ các giao điểm của elip với các trục toạ độ.

b) Hãy giải thích vì sao, nếu điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc elip thì các điểm có toạ độ $(x_0; -y_0)$, $(-x_0; y_0)$, $(-x_0; -y_0)$ cũng thuộc elip.

c) Với điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc elip, hãy so sánh OM^2 với a^2, b^2.

Lời giải:

a)

+) Vì A_1 thuộc trục Ox nên toạ độ của A_1 có dạng $\left(x_{A_1}; 0\right)$.

Mà A_1 thuộc elip nên $\frac{x_{A_1}^2}{a^2}+\frac{0^2}{b^2}=1 \Rightarrow x_{A_1}^2=a^2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_{A_1}=a \\ x_{A_1}=-a \end{array}\right.$.

Ta thấy A_1 nằm bên trai điểm O trên trục Ox nên $x_{A_1}<0 \Rightarrow x_{A_1}=-a \Rightarrow A_1(-a; 0)$.

+) Vì A_2 thuộc trục Ox nên toạ độ của A_2 có dạng $\left(x_{A_2}; 0\right)$.

Mà A_2 thuộc elip nên $\frac{x_{A_2}^2}{a^2}+\frac{0^2}{b^2}=1 \Rightarrow x_{A_2}^2=a^2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_{A_2}=a \\ x_{A_2}=-a \end{array}\right.$.

Ta thấy A_2 nằm bên phải điểm O trên trục Ox nên $x_{A_2}>0 \Rightarrow x_{A_2}=a \Rightarrow A_2(a; 0)$.

+) Vì B_1 thuộc trục Oy nên toạ độ của B_1 có dạng $\left(0; y_{B_1}\right)$.

Mà B_1 thuộc elip nên $\frac{0^2}{a^2}+\frac{y_{B_1}^2}{b^2}=1 \Rightarrow y_{B_1}^2=b^2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y_{B_1}=b \\ y_{B_1}=-b \end{array}\right.$.

Ta thấy B_1 nằm bên dưới điểm O trên trục Oy nên $y_{B_1}>0 \Rightarrow y_{B_1}=-b \Rightarrow B_1(0; -b)$.

+) Vì B_2 thuộc trục Oy nên toạ độ của B_2 có dạng $\left(0; y_{B_2}\right)$.

Mà B_2 thuộc elip nên $\frac{0^2}{a^2}+\frac{y_{B_2}^2}{b^2}=1 \Rightarrow y_{B_2}^2=b^2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y_{B_2}=b \\ y_{B_2}=-b \end{array}\right.$.

Ta thấy B_2 nằm bên trên điểm O trên trục Oy nên $y_{B_2}>0 \Rightarrow y_{B_2}=b \Rightarrow B_2(0; b)$.

b)

Nếu điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc elip thì ta có: $\frac{x_0^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}=1$.

Ta có: $\frac{x_0^2}{a^2}+\frac{(-y_0)^2}{b^2}=\frac{(-x_0)^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}=\frac{(-x_0)^2}{a^2}+\frac{(-y_0)^2}{b^2}=\frac{x_0^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}=1$ nên các điểm có toạ độ $(x_0; -y_0)$, $(-x_0; y_0)$, $(-x_0; -y_0)$ cũng thuộc elip.

c) $M(x_0; y_0)$ thuộc elip nên ta có: $\frac{x_0^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}=1$.

$OM^2 = x_0^2+y_0^2=a^2.\frac{x_0^2}{a^2}+b^2.\frac{y_0^2}{b^2}$

mà $b^2.\frac{x_0^2}{a^2}+b^2.\frac{y_0^2}{b^2}<a^2.\frac{x_0^2}{a^2}+b^2.\frac{y_0^2}{b^2}<a^2.\frac{x_0^2}{a^2}+a^2.\frac{y_0^2}{b^2}$

hay $b^2\left(\frac{x_0^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}\right)<a^2.\frac{x_0^2}{a^2}+b^2.\frac{y_0^2}{b^2}<a^2\left(\frac{x_0^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}\right)$

hay $b^2<a^2.\frac{x_0^2}{a^2}+b^2.\frac{y_0^2}{b^2}<a^2$ nên $b^2<OM^2<a^2$.

Luyện tập 1 trang 40 Chuyên đề Toán 10:

Viết phương trình chính tắc của elip với độ dài trục lớn bằng 10 và tiêu cự bằng 6.

Lời giải:

Gọi phương trình chính tắc của elip đã cho là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ (a > b > 0).

Theo đề bài ta có:

– Độ dài trục lớn bằng 10, suy ra 2a = 10, suy ra a = 5.

– Elip có một tiêu cự bằng 6, suy ra 2c = 6 hay c = 3, suy ra $b^2 = a^2 - c^2 = 5^2 - 3^2 = 16$.

Vậy phương trình chính tắc của elip đã cho là $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

Luyện tập 2 trang 41 Chuyên đề Toán 10:

(Phép co đường tròn) Cho đường tròn có phuong trình $x^2 + y^2 = a^2$ và số k $(0 < k < 1)$. Với mỗi điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc đường tròn, gọi $H(x_0; 0)$ là hình chiếu vuông góc của M lên trục Ox và N là điểm thuộc đoạn MH sao cho HN = kHM (H.3.5).

a) Tính toạ độ của N theo x_0; y_0; k.

b) Chứng minh rằng khi điểm M thay đổi trên đường tròn thì N thay đổi trên elip có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{(ka)^2}=1$.

Lời giải:

a) Gọi toạ độ của N là $(x_N; y_N)$. Khi đó $\overrightarrow{HN}=\left(x_N-x_0;y_N-0\right)=\left(x_N-x_0;y_N\right)$.

Vì HN = kHM nên $\overrightarrow{HN} = k\overrightarrow{HM}$. Mà $\overrightarrow{HM} = (x_0 - x_0; y_0 - 0) = (0; y_0)$ nên

$$\begin{cases} x_N - x_0 = k.0 \\ y_N = k.y_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_N = x_0 \\ y_N = ky_0 \end{cases}.$$

b) Khi M thay đổi trên đường tròn ta luôn có $x_0^2 + y_0^2 = a^2$.

Do đó $\frac{x_N^2}{a^2} + \frac{y_N^2}{(ka)^2} = \frac{x_0^2}{a^2} + \frac{(ky_0)^2}{(ka)^2} = \frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{a^2} = \frac{x_0^2 + y_0^2}{a^2} = \frac{a^2}{a^2} = 1.$

Vậy N luôn thay đổi trên elip có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{(ka)^2} = 1$.

Trang 42, 43

HĐ2 trang 42 Chuyên đề Toán 10:

Cho elip có hai tiêu điểm $F_1(-c; 0)$, $F_2(c; 0)$ và độ dài trục lớn bằng 2a và điểm M(x; y).

a) Tính $MF_1^2 - MF_2^2$.

b) Khi điểm M thuộc elip ($MF_1 + MF_2 = 2a$), tính $MF_1 - MF_2$, MF_1, MF_2.

Lời giải:

a) $MF_1^2 - MF_2^2 = (x^2 + 2cx + c^2 + y^2) - (x^2 - 2cx + c^2 + y^2) = 4cx$.

b) $MF_1^2 - MF_2^2 = 4cx \Rightarrow (MF_1 + MF_2)(MF_1 - MF_2) = 4cx \Rightarrow 2a(MF_1 - MF_2) = 4cx$

$\Rightarrow MF_1 - MF_2 = \frac{4cx}{2a} = \frac{2c}{a}x$.

+) Từ $MF_1 + MF_2 = 2a$ và $MF_1 - MF_2 = \frac{2c}{a}x$ ta suy ra:

$(MF_1 + MF_2) + (MF_1 - MF_2) = 2a + \frac{2c}{a}x \Rightarrow 2MF_1 = 2a + \frac{2c}{a}x \Rightarrow MF_1 = a + \frac{c}{a}x$.

+) Từ $MF_1 + MF_2 = 2a$ và $MF_1 - MF_2 = \frac{2c}{a}x$ ta suy ra:

$(MF_1 + MF_2) - (MF_1 - MF_2) = 2a - \frac{2c}{a}x \Rightarrow 2MF_2 = 2a - \frac{2c}{a}x \Rightarrow MF_2 = a - \frac{c}{a}x$.

Luyện tập 3 trang 43 Chuyên đề Toán 10:

Cho elip $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$, điểm M thay đổi trên elip. Hỏi khoảng cách từ M tới một tiêu điểm của elip lớn nhất bằng bao nhiêu, nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

Lời giải:

Có $a^2 = 36$, suy ra a = 6.

$c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{36-20}=\sqrt{16}=4.$

Gọi toạ độ của M là (x; y).

Ta xét khoảng cách từ M đến F_1.

Theo công thức độ dài bán kính qua tiêu ta có $MF_1 = 6 + \frac{4}{6}x = 6 + \frac{2}{3}x$.

Mặt khác, vì M thuộc elip nên $-6 \le x \le 6$

$\Rightarrow -\frac{2}{3}.6\le\frac{2}{3}x\le\frac{2}{3}.6\Rightarrow -4\le\frac{2}{3}x\le 4\Rightarrow 2\le 6+\frac{2}{3}x\le 10.$

Vậy $2 \le MF_1 \le 10$.

Vậy độ dài MF_1 nhỏ nhất bằng 2 khi M có hoành độ bằng –6, lớn nhất bằng 10 khi M có hoành độ bằng 6.

Vận dụng 1 trang 43 Chuyên đề Toán 10:

Với thông tin được đưa ra trong tình huống mở đầu, lập phương trình chính tắc của elip quỹ đạo của Trái Đất, với 1 đơn vị đo trên mặt phẳng toạ độ ứng với 10^6 km trên thực tế.

Lời giải:

Gọi phương trình chính tắc của elip là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ (a > b > 0).

Giả sử Trái Đất có toạ độ là điểm M(x; y) và tâm Mặt Trời trùng với tiêu điểm F_1.

Khi đó, khoảng cách lớn nhất và nhỏ nhất từ Trái Đất đến tâm Mặt Trời lần lượt là a + c và a – c.

Theo đề bài ta có: a + c = 152 và a – c = 147.

Suy ra a = 149,5 và c = 2,5.

Suy ra $b^2 = a^2 - c^2 = 149,5^2 - 2,5^2 = 22344$.

Vậy phương trình chính tắc của elip là $\frac{x^2}{22350,25} + \frac{y^2}{22344} = 1$.

HĐ3 trang 43 Chuyên đề Toán 10:

Cho elip có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với các tiêu điểm $F_1(-c; 0)$, $F_2(c; 0)$, ở đây $c = \sqrt{a^2 - b^2}$ (H.3.6). Xét các đường thẳng $\Delta_1 : x = -\frac{a^2}{c}$ và $\Delta_2 : x = \frac{a^2}{c}$. Với điểm M(x; y) thuộc elip, tính các tỉ số $\frac{MF_1}{d(M, \Delta_1)}$ và $\frac{MF_2}{d(M, \Delta_2)}$ theo a và c.

Lời giải:

+) Viết lại phương trình đường thẳng Δ_1 ở dạng: $x + 0y + \frac{a^2}{c} = 0$. Với mỗi điểm M(x; y) thuộc elip, ta có: $d(M, \Delta_1) = \frac{\left|x + 0y + \frac{a^2}{c}\right|}{\sqrt{1^2 + 0^2}} = \left|x + \frac{a^2}{c}\right|$.

Do $MF_1 = a + \frac{c}{a}x > 0$ nên $MF_1 = \left|a + \frac{c}{a}x\right|$,

suy ra $\frac{MF_1}{d(M, \Delta_1)} = \frac{\left|a + \frac{c}{a}x\right|}{\left|x + \frac{a^2}{c}\right|} = \frac{\left|\frac{a^2 + cx}{a}\right|}{\left|\frac{xc + a^2}{c}\right|} = \left|\frac{c}{a}\right| = \frac{c}{a}$.

+) Viết lại phương trình đường thẳng Δ_2 ở dạng: $x + 0y - \frac{a^2}{c} = 0$. Với mỗi điểm M(x; y) thuộc elip, ta có: $d(M, \Delta_2) = \frac{\left|x + 0y - \frac{a^2}{c}\right|}{\sqrt{1^2 + 0^2}} = \left|x - \frac{a^2}{c}\right|$.

Do $MF_2 = a - \frac{c}{a}x > 0$ nên $MF_2 = |a - \frac{c}{a}x|$,

suy ra $\frac{MF_2}{d(M,\Delta_2)} = \frac{\left|a - \frac{c}{a}x\right|}{\left|x - \frac{a^2}{c}\right|} = \frac{\left|\frac{a^2 - cx}{a}\right|}{\left|\frac{xc - a^2}{c}\right|} = \left|\frac{c}{a}\right| = \frac{c}{a}$.

Trang 44

Luyện tập 4 trang 44 Chuyên đề Toán 10:

Cho elip có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$. Tìm tâm sai và các đường chuẩn của elip. Tính các bán kính qua tiêu của điểm M thuộc elip và có hoành độ bằng –2.

Lời giải:

+) Có $a^2 = 36$, $b^2 = 25$, suy ra $a = 6$, $b = 5$.

$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{36 - 25} = \sqrt{11}$.

Tâm sai của elip là $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{11}}{6}$, các đường chuẩn của elip là $\Delta_1 : x = -\frac{a^2}{c} \Leftrightarrow x = -\frac{36}{\sqrt{11}}$ và $\Delta_2 : x = \frac{a^2}{c} \Leftrightarrow x = \frac{36}{\sqrt{11}}$.

+) Các bán kính qua tiêu của điểm M thuộc elip và có hoành độ bằng –2 là:

$MF_1 = a + \frac{c}{a}x = 6 + \frac{\sqrt{11}}{6}(-2) = 6 - \frac{\sqrt{11}}{3}$.

$MF_2 = a - \frac{c}{a}x = 6 - \frac{\sqrt{11}}{6}(-2) = 6 + \frac{\sqrt{11}}{3}$.

Vận dụng 2 trang 44 Chuyên đề Toán 10:

Mặt Trăng chuyển động theo một quỹ đạo hình elip nhận tâm Trái Đất là một tiêu điểm. Các khoảng cách lớn nhất và nhỏ nhất từ các vị trí của Mặt Trăng đến tâm Trái Đất tương ứng là 400000 km và 363000 km (Theo: nssdc.gsfc. nasa.gov).

Lời giải:

Bài 3.1 trang 44 Chuyên đề Toán 10:

Cho elip $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{4}=1.$

a) Xác định đỉnh và độ dài các trục của elip.

b) Xác định tâm sai và các đường chuẩn của elip.

c) Tính các bán kính qua tiêu của điểm M thuộc elip, biết điểm M có hoành độ bằng –3.

Lời giải:

a) Có $a^2 = 12$, $b^2 = 4 \Rightarrow a=\sqrt{12}=2\sqrt{3},\ b = 2.$

Toạ độ các đỉnh của elip là $A_1(-2\sqrt{3}\,; 0)$, $A_2(2\sqrt{3}\,; 0)$, $B_1(0; -2)$, $B_2(0; 2)$.

Độ dài trục lớn của elip là $2a = 2.2\sqrt{3}=4\sqrt{3}.$

Độ dài trục nhỏ của elip là 2b = 2.2 = 4.

b) $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{12-4}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}.$

Tâm sai của elip là $e = \frac{c}{a}=\frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$, các đường chuẩn của elip là

$\Delta_1: x=-\frac{a^2}{c}\Leftrightarrow x=-3\sqrt{2}$ và $\Delta_2: x=\frac{a^2}{c}\Leftrightarrow x=3\sqrt{2}.$

c) Các bán kính qua tiêu của điểm M thuộc elip và có hoành độ bằng –3 là:

$MF_1 = a + \frac{c}{a}x = 2\sqrt{3} + \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}(-3) = 2\sqrt{3}-\sqrt{6}.$

$MF_2 = a - \frac{c}{a}x = 2\sqrt{3} - \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}(-3) = 2\sqrt{3}+\sqrt{6}.$

Bài 3.2 trang 44 Chuyên đề Toán 10:

Viết phương trình chính tắc của elip trong mỗi trường hợp sau:

a) Độ dài trục lớn bằng 8, tiêu cự bằng 6;

b) Độ dài trục lớn bằng 8 và tâm sai bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải:

a) Gọi phương trình chính tắc của elip đã cho là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ (a > b > 0).

Theo đề bài ta có:

– Độ dài trục lớn bằng 8, suy ra 2a = 8, suy ra a = 4.

– Tiêu cự bằng 6, suy ra 2c = 6 hay c = 3, suy ra $b^2 = a^2 - c^2 = 4^2 - 3^2 = 7$.

Vậy phương trình chính tắc của elip đã cho là $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{7}=1$.

b) Gọi phương trình chính tắc của elip đã cho là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ (a > b > 0).

Theo đề bài ta có:

– Độ dài trục lớn bằng 8, suy ra 2a = 8, suy ra a = 4.

– Elip có tâm sai bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$, suy ra $\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{c}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow c = 2\sqrt{3}$

$\Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 4^2 - \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 4.$

Vậy phương trình chính tắc của elip đã cho là $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$.

Bài 3.3 trang 44 Chuyên đề Toán 10:

Cho elip $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$.

a) Qua tiêu điểm của elip vẽ đường thẳng vuông góc với trục Ox, cắt elip tại hai điểm A và B. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

b)Tìm điểm M trên elip sao cho $MF_1 = 2MF_2$ với F_1 và F_2 là hai tiêu điểm của elip (hoành độ của F_1 âm).

Lời giải:

Có $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{9-5} = 2.$

a) Giả sử A nằm phía trên còn B nằm phía dưới trục Ox.

Khi đó toạ độ của A có dạng (c; y_A) hay (2; y_A) với $y_A > 0$;

toạ độ của B có dạng (c; y_B) hay (2; y_B) với $y_B > 0$.

Vì A thuộc elip nên $\frac{2^2}{9} + \frac{(y_A)^2}{5} = 1 \Rightarrow \frac{(y_A)^2}{5} = \frac{5}{9} \Rightarrow y_A = \frac{5}{3}.$

Vì B thuộc elip nên $\frac{2^2}{9} + \frac{(y_B)^2}{5} = 1 \Rightarrow \frac{(y_B)^2}{5} = \frac{5}{9} \Rightarrow y_B = -\frac{5}{3}.$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{(2-2)^2 + \left(-\frac{5}{3} - \frac{5}{3}\right)^2} = \frac{10}{3}.$$

b) Gọi toạ độ của M là (x; y). Theo công thức bán kính qua tiêu ta có:

$MF_1 = a + \frac{c}{a}x$, $MF_2 = a - \frac{c}{a}x$. Do đó:

$MF_1 = 2MF_2 \Leftrightarrow a + \frac{c}{a}x = 2\left(a - \frac{c}{a}x\right) \Leftrightarrow a = 3\frac{c}{a}x \Leftrightarrow x = \frac{a^2}{3c} = \frac{9}{3.2} = \frac{3}{2}.$

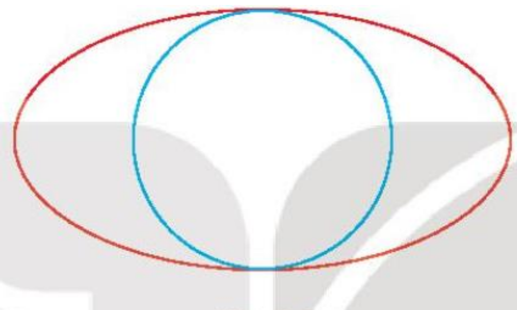
$$\Rightarrow \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1 \Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{y^2}{5} = 1 \Rightarrow \frac{y^2}{5} = \frac{3}{4} \Rightarrow y = \pm\frac{\sqrt{15}}{2}.$$

Vậy $M\left(\frac{3}{2}; \frac{\sqrt{15}}{2}\right)$ hoặc $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{\sqrt{15}}{2}\right)$.

Trang 45

Bài 3.4 trang 45 Chuyên đề Toán 10:

Đường tròn phụ của hình elip là đường tròn có đường kính là trục nhỏ của elip (H.3.8).



Hình 3.8

Do đó, đường tròn phụ là đường tròn lớn nhất có thể nằm bên trong một hình elip. Tìm phương trình đường tròn phụ của elip $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ và chứng minh rằng, nếu điểm M(x_0; y_0) thuộc elip thì điểm $N\left(\frac{b}{a}x_0;y_0\right)$ thuộc đường tròn phụ.

Lời giải:

Vì đường tròn phụ có đường kính là trục nhỏ của elip nên có tâm là O(0; 0) và bán kính b.

Vậy phương trình đường tròn phụ là: $x^2+y^2=b^2$.

Có M(x_0; y_0) thuộc elip nên $\frac{x_0^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}=1$.

Xét điểm $N\left(\frac{b}{a}x_0;y_0\right)$, ta có: $\left(\frac{b}{a}x_0\right)^2+y_0^2=\frac{b^2}{a^2}.x_0^2+y_0^2=b^2\left(\frac{x_0^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}\right)=b^2.1=b^2$.

Vậy toạ độ điểm N thoả mãn phương trình đường tròn phụ, do đó điểm N thuộc đường tròn phụ.

Bài 3.5 trang 45 Chuyên đề Toán 10:

Với tâm sai khoảng 0,244, quỹ đạo elip của sao Diêm Vương "dẹt" hơn so với quỹ đạo của tám hành tinh trong hệ Mặt Trời (xem Em có biết? ở cuối bài). Nửa độ dài trục lớn của elip quỹ đạo là khoảng 590635.10^6 km. Tìm khoảng cách gần nhất và khoảng cách xa nhất giữa sao Diêm Vương và tâm Mặt Trời (tiêu điểm của quỹ đạo) (Theo: nssdc.gsfc.nasa.gov).

Lời giải:

Chọn hệ trục toạ độ sao cho tâm Mặt Trời trùng với tiêu điểm F_1 của elip, đơn vị trên các trục là kilômét.

Giả sử phương trình chính tắc của quỹ đạo elip này là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ (a > b > 0).

Theo đề bài, ta có:

– Nửa độ dài trục lớn của elip quỹ đạo là khoảng 590635.10^6 km, suy ra a = 590635.10^6.

– Elip có yâm sai khoảng 0,244 $\Rightarrow \frac{c}{a}=0,244$ $\Rightarrow$ c = 0,244.a = $144114,94.10^6$.

Giả sử sao Diêm Vương có toạ độ là M(x; y).

Khoảng cách giữa sao Diêm Vương và tâm Mặt Trời là MF_1.

$MF_1 = a + \frac{c}{a}x$, vì $-a \le x \le a$ nên $a - c \le MF_1 \le a + c$

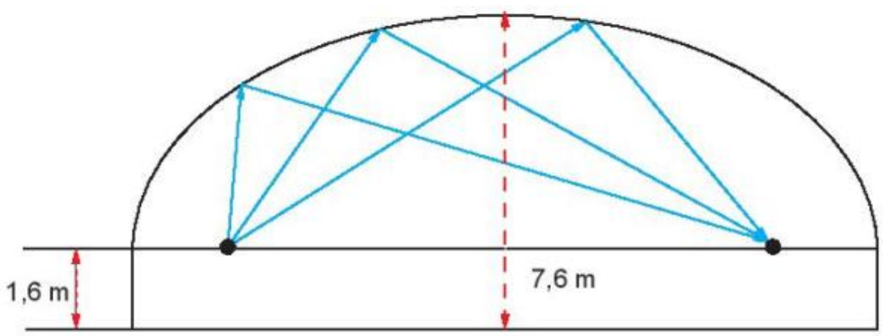
$\Rightarrow 590635.10^6 - 144114,94.10^6 \le MF_1 \le 590635.10^6 + 144114,94.10^6$

$\Rightarrow 46520,06.10^6 \le MF_1 \le 734749,94.10^6$

Vậy khoảng cách gần nhất và khoảng cách xa nhất giữa sao Diêm Vương và tâm Mặt Trời lần lượt là $46520,06.10^6$ km và $734749,94.10^6$ km.

Bài 3.6 trang 45 Chuyên đề Toán 10:

Một phòng thì thầm có trần vòm elip với hai tiêu điểm ở độ cao 1,6 m (so với mặt sàn) và cách nhau 16 m. Đỉnh của mái vòm cao 7,6 m (H.3.9).



Hình 3.9

Hỏi âm thanh thì thầm từ một tiêu điểm thì sau bao nhiêu giây đến được tiêu điểm kia? Biết vận tốc âm thanh là 343,2 m/s và làm tròn đáp số tới 4 chữ số sau dấu phẩy.

Lời giải:

Giả sử phương trình chính tắc của elip này là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ (a > b > 0).

Dựa vào hình vẽ ta thấy: 2c = 16 $\Rightarrow$ c = 8.

b = 7,6 – 1,6 = 6 $\Rightarrow$ a = $\sqrt{b^2+c^2}=\sqrt{6^2+8^2}=10$.

Âm thanh đi từ một tiêu điểm qua điểm M(x; y) trên trần vòm rồi đến tiêu điểm kia. Do đó quãng đường mà âm thanh đã đi là: $MF_1 + MF_2$.

Theo công thức bán kính qua tiêu ta có: $MF_1 = a + \frac{c}{a}x$, $MF_2 = a - \frac{c}{a}x$.

$\Rightarrow$ Quãng đường âm thanh đã đi là: $MF_1 + MF_2 = a + \frac{c}{a}x + a - \frac{c}{a}x = 2a = 20$ (m).

$\Rightarrow$ Thời gian âm thanh đã đi là: $\frac{20}{343,2} \approx 0,0583$ (s).

Vậy âm thanh thì thầm từ một tiêu điểm thì sau khoảng 0,0583 giây sẽ đến được tiêu điểm kia.