

Bảng phân bố tần số và tần suất và cách giải bài tập

A. Lí thuyết.

1. Số liệu thống kê:

Số liệu thống kê được định nghĩa là các số liệu thu thập được khi điều tra về một dấu hiệu. Khi thực hiện việc điều tra thống kê (theo mục đích đã định trước) thì ta cần phải xác định được tập hợp các đơn vị điều tra, dấu hiệu điều tra cũng như thu thập số liệu.

2. Tần số, tần suất:

+ Tần số: Tần số của một giá trị x là số lần xuất hiện của giá trị x trong bảng số liệu thống kê.

+ Tần suất: Tần suất được định nghĩa chính là tỉ số f giữa tần số và kích thước của tập hợp các đơn vị điều tra.

+ Giả sử dãy n số liệu thống kê đã cho có k giá trị khác nhau là x_1, x_2, \dots, x_k với $k \leq n$. Khi đó ta gọi số lần xuất hiện giá trị x_i trong dãy số n số liệu thống kê đã cho là tần số của giá trị đó, kí hiệu n_i , từ đó ta có: $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$. Tỉ số

$f_i = \frac{n_i}{n}$ được gọi là tần suất của giá trị x_i với $(1 \leq i \leq k)$, người ta thường viết tần suất dưới dạng tỉ số phần trăm, từ đó ta có: $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 100\%$

- Tần số, tần suất của lớp:

Giả sử n số liệu thống kê đã cho được phân vào k lớp không giao nhau ($k \leq n$).

Ta định nghĩa:

+ Tần số của lớp thứ i là số n_i các số liệu thống kê thuộc vào lớp đó. Ta có:

$$n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$$

+ Tần suất của lớp thứ i là tỉ số $f_i = \frac{n_i}{n}$. Trong các bảng phân bố tần suất ghép lớp, tần suất được tính ở dạng tỉ số phần trăm. Ta có: $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 100\%$

3. Các bước để lập bảng phân bố tần số và tần suất

Bước 1: Xác định các giá trị x_1, x_2, \dots, x_k trong dãy n số liệu thống kê đã cho ($k \leq n$) và xác định các tần số n_1, n_2, \dots, n_k của các giá trị này.

Bước 2: Tính tần suất $f_i = \frac{n_i}{n} \cdot 100\%$ của giá trị x_i với $(1 \leq i \leq k)$.

Bước 3: Tập hợp các kết quả tìm được ở bước trên (các giá trị x_i , tần số n_i , tần suất f_i) thành một bảng. Trong bảng, các giá trị x_i thường được xếp theo thứ tự tăng dần hoặc giảm dần.

4. Các bước để lập bảng phân bố tần số và tần suất ghép lớp:

+ Phân lớp.

+ Xác định tần số, tần suất của các lớp.

+ Thành lập bảng.

- Ý nghĩa: Các bảng phân bố tần số, tần suất ghép lớp phản ánh tình hình phân bố của các số liệu thống kê.

B. Các dạng bài.

Dạng 1: Lập bảng phân bố tần số và tần suất.

Phương pháp giải:

Bước 1: Xác định các giá trị x_1, x_2, \dots, x_k trong dãy n số liệu thống kê đã cho ($k \leq n$) và xác định các tần số n_1, n_2, \dots, n_k của các giá trị này.

Bước 2: Tính tần suất $f_i = \frac{n_i}{n} \cdot 100\%$ của giá trị x_i với $(1 \leq i \leq k)$.

Bước 3: Tập hợp các kết quả tìm được ở bước trên (các giá trị x_i , tần số n_i , tần suất f_i) thành một bảng. Trong bảng, các giá trị x_i thường được xếp theo thứ tự tăng dần hoặc giảm dần.

Ví dụ minh họa:

Bài 1: Cho các số liệu thống kê ghi trong bảng sau là tuổi thọ của 30 bóng đèn điện được thắp thử (đơn vị: giờ). Hãy lập bảng phân bố tần số và bảng phân bố tần suất

118	115	119	117	118	117
116	117	116	115	119	118
117	117	117	119	117	117
117	118	117	116	116	116
117	116	118	118	115	117

Lời giải:

Trong $n = 30$ số liệu đã cho có 5 giá trị khác nhau: $x_1 = 115$, $x_2 = 116$, $x_3 = 117$, $x_4 = 118$, $x_5 = 119$

Tần số của các giá trị này lần lượt là: $n_1 = 3$, $n_2 = 6$, $n_3 = 12$, $n_4 = 6$, $n_5 = 3$

Từ đó, ta có bảng phân bố tần số như sau:

Tuổi thọ (giờ)	Tần số
115	3
116	6
117	12
118	6
119	3
Tổng	30

Dựa vào bảng phân bố tần số, ta tính được tần suất:

$$\text{Với } x_1 = 115, f_1 = \frac{n_1}{n} \cdot 100\% = \frac{3}{30} \cdot 100\% = 10\%$$

$$\text{Với } x_2 = 116, f_2 = \frac{n_2}{n} \cdot 100\% = \frac{6}{30} \cdot 100\% = 20\%$$

$$\text{Với } x_3 = 117, f_3 = \frac{n_3}{n} \cdot 100\% = \frac{12}{30} \cdot 100\% = 40\%$$

$$\text{Với } x_4 = 118, f_4 = \frac{n_4}{n} \cdot 100\% = \frac{6}{30} \cdot 100\% = 20\%$$

$$\text{Với } x_5 = 119, f_5 = \frac{n_5}{n} \cdot 100\% = \frac{3}{30} \cdot 100\% = 10\%$$

Từ đó, ta có bảng phân bố tần suất:

Tuổi thọ (giờ)	Tần suất (%)
115	10
116	20
117	40
118	20
119	10
Tổng	100

Bài 2: Cho các số liệu thống kê trong bảng sau là thời gian hoàn thành một sản phẩm ở một nhóm công nhân (đơn vị: phút). Hãy lập bảng phân bố tần số và tần suất.

42	42	42	42	44	44	44	44	44	45
45	45	45	45	45	45	45	45	45	45
45	45	45	45	45	45	45	45	45	54
54	54	50	50	50	50	48	48	48	48
48	48	48	48	48	48	50	50	50	50

Lời giải:

Trong $n = 50$ số liệu đã cho có 6 giá trị khác nhau: $x_1 = 42$, $x_2 = 44$, $x_3 = 45$, $x_4 = 48$, $x_5 = 50$, $x_6 = 54$

Tần số và tần suất của các giá trị này lần lượt là:

Với $x_1 = 42$, tần số $n_1 = 4$ và tần suất $f_1 = \frac{n_1}{n} \cdot 100\% = \frac{4}{50} \cdot 100\% = 8\%$

Với $x_2 = 44$, tần số $n_2 = 5$ và tần suất $f_2 = \frac{n_2}{n} \cdot 100\% = \frac{5}{50} \cdot 100\% = 10\%$

Với $x_3 = 45$, tần số $n_3 = 20$ và tần suất $f_3 = \frac{n_3}{n} \cdot 100\% = \frac{20}{50} \cdot 100\% = 40\%$

Với $x_4 = 48$, tần số $n_4 = 10$ và tần suất $f_4 = \frac{n_4}{n} \cdot 100\% = \frac{10}{50} \cdot 100\% = 20\%$

Với $x_5 = 50$, tần số $n_5 = 8$ và tần suất $f_5 = \frac{n_5}{n} \cdot 100\% = \frac{8}{50} \cdot 100\% = 16\%$

Với $x_6 = 54$, tần số $n_6 = 3$ và tần suất $f_6 = \frac{n_6}{n} \cdot 100\% = \frac{3}{50} \cdot 100\% = 6\%$

Từ đó, ta có bảng phân bố tần số và tần suất:

Thời gian (phút)	Tần số	Tần suất (%)
42	4	8
44	5	10
45	20	40
48	10	20
50	8	16
54	3	6
Tổng	50	100

Dạng 2: Lập bảng phân bố tần số và tần suất ghép lớp.

Phương pháp giải:

- + Phân lớp.
- + Xác định tần số, tần suất của các lớp.
- + Thành lập bảng.

Ví dụ minh họa:

Bài 1: Cho bảng số liệu sau là giá cổ phiếu tháng 4 (nghìn đồng) của ngân hàng A lúc mở cửa. Hãy lập bảng phân phối tần số và tần suất ghép lớp với các lớp như sau: $[44; 47)$, $[47; 49)$, $[49; 56)$.

47.5	48.1	48	48.8	48.6
48.5	49	48	48	47.6
46	45.3	45	44	45.3
47	47.9	47.75	49	48.2
51	51.5	51.4	52.5	54
54	55.5	54.6	55.1	54

Lời giải:

Trong $n = 30$ số liệu đã cho, ta có:

Tần số của lớp thứ nhất [44; 47) là $n_1 = 5$ và tần suất là

$$f_1 = \frac{n_1}{n} = \frac{5}{30} \cdot 100\% = 16,7\%$$

Tần số của lớp thứ hai [47; 49) là $n_2 = 13$ và tần suất là

$$f_2 = \frac{n_2}{n} = \frac{13}{30} \cdot 100\% = 43,3\%$$

Tần số của lớp thứ ba [49; 56) là $n_3 = 12$ và tần suất là

$$f_3 = \frac{n_3}{n} = \frac{12}{30} \cdot 100\% = 40\%$$

Từ đó, ta có bảng phân bố tần số và tần suất ghép lớp:

Lớp giá cổ phiếu (nghìn đồng)	Tần số	Tần suất (%)
[44; 47)	5	16,7
[47; 49)	13	43,3
[49; 56)	12	40
Tổng	30	100

Bài 2: Cho các số liệu thống kê trong bảng sau là khối lượng (đơn vị: g) của 15 củ khoai tây được trồng ở mảnh vườn D. Hãy lập bảng phân bố tần số và tần suất ghép lớp với các lớp như sau: [70; 90), [90; 120).

90	73	88	99	100
81	94	96	93	95
109	108	112	87	74

Lời giải:

Trong $n = 15$ số liệu đã cho, ta có:

Tần số của lớp thứ nhất [70; 90) là $n_1 = 5$ và tần suất là

$$f_1 = \frac{n_1}{n} = \frac{5}{15} \cdot 100\% = 33,3\%$$

Tần số của lớp thứ hai [90; 120) là $n_2 = 10$ và tần suất là

$$f_2 = \frac{n_2}{n} = \frac{10}{15} \cdot 100\% = 66,7\%$$

Từ đó, ta có bảng phân bố tần số và tần suất ghép lớp:

Lớp khối lượng (g)	Tần số	Tần suất (%)
[70; 90)	5	33,3
[90; 120)	10	66,7
Tổng	15	100

C. Bài tập tự luyện.

Bài 1: Cho các số liệu thống kê trong bảng sau là chiều cao (đơn vị: m) của 20 cây cao su. Hãy lập bảng phân bố tần số và tần suất.

5	5	7	9	6
6	9	8	7	5
8	8	7	6	9
6	7	7	9	5

Đáp án:

Chiều cao (m)	Tần số	Tần suất (%)
5	4	20
6	4	20
7	5	25
8	3	15
9	4	20
Tổng	20	100

Bài 2: Cho các số liệu thống kê trong bảng sau là chiều cao (đơn vị: m) của 35 cây bạch đàn. Hãy lập bảng phân bố tần suất ghép lớp với các lớp : [6,5; 7), [7; 7,5), [7,5; 8), [8; 8,5), [8,5; 9), [9; 9,5).

6,6	7,5	8,2	8,2	7,8	7,9	9,0	8,9	8,2
7,2	7,5	8,3	7,4	8,7	7,7	7,0	9,4	8,7
8,0	7,7	7,8	8,3	8,6	8,1	8,1	9,5	6,9
8,0	7,6	7,9	7,3	8,5	8,4	8,0	8,8	

Đáp án:

Lớp số đo chiều cao (m)	Tần suất (%)
[6,5; 7)	5,7
[7; 7,5)	11,4
[7,5; 8)	25,7
[8; 8,5)	31,4
[8,5; 9)	17,2
[9; 9,5)	8,6

Tổng	100
------	-----

Bài 3: Cho các số liệu thống kê ghi trong bảng sau là nhiệt độ trung bình (°C) của tháng 5 ở địa phương A từ 1961 đến 1990. Lập bảng phân bố tần số và tần suất ghép lớp, với các lớp sau [25; 26), [26; 27), [27; 28), [28; 29), [29; 30)

27,1	26,9	28,5	27,4	29,1	27,0	27,1	27,4	28,0	28,6
28,1	27,4	27,4	26,5	27,8	28,2	27,6	28,7	27,3	26,8
26,8	26,7	29,0	28,4	28,3	27,4	27,0	27,0	28,3	25,9

Đáp án:

Lớp nhiệt độ (°C)	Tần số	Tần suất (%)
[25; 26)	1	3,3
[26; 27)	5	16,7
[27; 28)	13	43,3
[28; 29)	9	30,0
[29; 30]	2	6,7
Cộng	30	100 (%)

Bài 4: Cho các số liệu thống kê ghi trong bảng sau là chiều cao của 40 học sinh lớp 11 ở trường Trung học phổ thông M (đơn vị: cm). Hãy lập bảng phân bố tần số.

167	156	182	176	182	156	167	167	182	156
182	182	156	156	167	182	156	176	176	176

Đáp án:

Chiều cao (cm)	Tần số
156	6
167	4
176	4
182	6
Tổng	20

Bài 5: Cho các số liệu thống kê ghi trong bảng sau là khối lượng của 15 con heo ở trang trại X (đơn vị: kg). Hãy lập bảng phân bố tần suất.

4	5	6	7	8
5	6	8	8	7
4	5	7	7	6

Đáp án:

Khối lượng (kg)	Tần suất (%)
4	13,3
5	20
6	20
7	26,7
8	20
Tổng	100

Bài 6: Cho các số liệu thống kê ghi trong bảng sau là chiều cao của 120 học sinh lớp 11 ở trường Trung học phổ thông M (đơn vị: cm). Hãy lập bảng phân bố tần số ghép lớp (đồng thời theo chiều cao của nam và của nữ) với các lớp [135; 145), [145; 155), [155; 165), [165; 175), [175; 185).

Nam				Nữ			
175	163	146	150	172	141	155	150
176	162	147	151	172	142	156	154
176	161	149	152	172	142	157	152
177	165	148	153	175	150	158	152
176	169	152	155	175	154	159	153
170	144	168	160	170	150	144	160
170	143	167	160	170	152	144	165
170	142	166	160	170	152	143	159
165	141	174	161	170	160	143	165
166	144	173	162	170	160	140	159
175	156	161	172	175	160	145	168
175	157	162	171	176	161	146	159
176	160	158	170	176	162	147	168
176	164	159	170	175	164	148	159
175	163	160	170	176	165	149	168

Đáp án:

Lớp chiều cao (cm)	Tần số	
	Nam	Nữ
[135;145)	5	8
[145;155)	9	15
[155;165)	19	16
[165;175)	17	14
[175;185]	10	7
Cộng	60	60

Bài 7: Cho bảng phân bố tần số ghép lớp tỷ lệ % các trường mầm non đạt chuẩn Quốc gia trong năm học 2013 – 2014 của 63 tỉnh, thành phố. Tần suất của lớp thứ ba (làm tròn đến hàng phần trăm) là bao nhiêu ?

Lớp các tỷ lệ (%)	Tần số (Số các tỉnh, thành phố)
[6 ;20)	26
[20 ; 30)	15
[30 ; 50)	14
[50 ; 70)	5
[70 ; 90)	2
[90 ; 100)	1
Cộng	63

Đáp án: 22%

Bài 8: Cho bảng phân bố tần số và tần suất: Điểm kiểm tra 15 phút môn toán của một lớp học. Vậy (*) nhận giá trị là bao nhiêu ? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)

Điểm toán	Tần số	Tần suất (%)
4	3	*
5	7	15,56
6	11	...
7	9	20
8	6	13,33
9	7	...
10	2	...
Cộng	45	100%

Đáp án: 6,67

Bài 9: Cho bảng phân bố tần số ghép lớp: Chiều dài của 60 lá dương xỉ trưởng thành. Hãy lập bảng phân bố tần suất ghép lớp.

Lớp của chiều dài (cm)	Tần số
[10; 20)	8
[20; 30)	18
[30; 40)	24
[40; 50)	10
Cộng	60

Đáp án:

Lớp của chiều dài (cm)	Tần suất
[10; 20)	13,3
[20; 30)	30,0
[30; 40)	40,0
[40; 50)	16,7
Cộng	100(%)

Bài 10: Cho các số liệu thống kê được ghi trong bảng sau:

Khối lượng (tính theo gam) của nhóm cá thứ 1

645	650	645	644	650	635	650	654
650	650	650	643	650	630	647	650
645	650	645	642	652	635	647	652

Lập bảng phân bố tần số và tần suất ghép lớp theo nhóm cá thứ 1 với các lớp là [630; 635), [635; 640), [640; 645), [645; 650), [650; 655)

Đáp án:

Nhóm cá thứ I	Tần số	Tần suất
[630;635)	1	4,2%
[635;640)	2	8,3%
[640;645)	3	12,5%
[645;650)	6	25%
[650;655]	12	50%
Cộng	24	100%

