

## Bài 2. Tập hợp. Các phép toán trên tập hợp

### A. Lý thuyết

#### 1. Tập hợp

- Tập hợp (còn gọi là *tập*) là một khái niệm cơ bản trong toán học.

Để chỉ  $x$  là một phần tử của tập hợp  $A$ , ta viết  $x \in A$  (đọc là  $x$  thuộc  $A$ ).

Để chỉ  $x$  *không phải* một phần tử của tập hợp  $A$ , ta viết  $x \notin A$  (đọc là  $x$  không thuộc  $A$ ).

- Biểu diễn tập hợp bằng một trong 2 cách:

+ Liệt kê các phần tử của tập hợp.

+ Chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp.

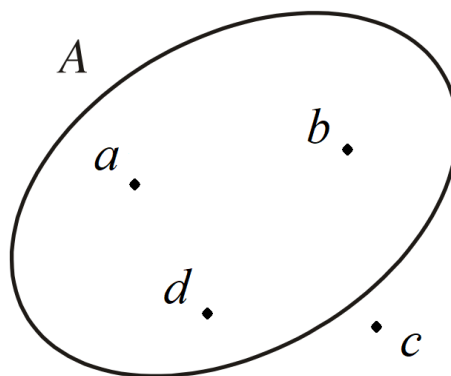
**Ví dụ:** Biểu diễn tập hợp  $B$  gồm các số tự nhiên có một chữ số và chia hết cho 3.

+ Liệt kê các phần tử:  $B = \{0; 3; 6; 9\}$

+ Chỉ ra tính chất đặc trưng của các phần tử:  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 \leq x \leq 9 \text{ và } x : 3\}$

- Minh họa tập hợp bằng biểu đồ Ven. Mỗi phần tử thuộc tập hợp được biểu diễn bởi một chấm bên trong vòng kín, còn phần tử không thuộc tập hợp được biểu diễn bởi một chấm bên ngoài vòng kín.

Ở hình dưới, các phần tử thuộc tập hợp  $A$  là  $a, b, d$ ; phần tử không thuộc tập hợp  $A$  là  $c$ .

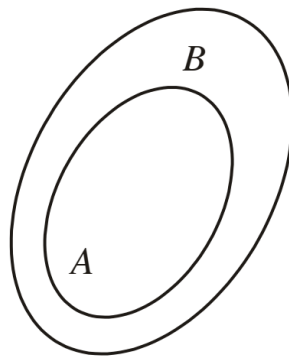


- Một tập hợp có thể không có phần tử nào, có một phần tử, có nhiều phần tử, có vô số phần tử. Tập hợp không chứa phần tử nào được gọi là **tập hợp rỗng**, kí hiệu là  $\emptyset$ .

**Chú ý:** Khi  $C$  là tập hợp rỗng, ta viết  $C = \emptyset$ , không được viết  $C = \{\emptyset\}$ .

## 2. Tập hợp con và tập hợp bằng nhau

- Nếu mọi phần tử của tập hợp  $A$  đều là phần tử của tập hợp  $B$  thì ta nói  $A$  là một **tập con** của tập  $B$ , kí hiệu là  $A \subset B$ . Ta còn đọc là  $A$  chứa trong  $B$ .



**Quy ước:** Tập hợp rỗng  $\emptyset$  là tập con của mọi tập hợp.

**Chú ý:**

+  $A \subset B \Leftrightarrow (\forall x, x \in A \Rightarrow x \in B)$ .

+ Khi  $A \subset B$ , ta cũng viết  $B \supset A$ , đọc là  $B$  chứa  $A$ .

+ Nếu  $A$  không phải tập con của  $B$ , ta viết  $A \not\subset B$ .

**Ví dụ:** Cho hai tập hợp  $A = \{n \in \mathbb{N} \mid n : 9\}$  và  $B = \{n \in \mathbb{N} \mid n : 3\}$ . Chứng minh  $A \subset B$ .

### Hướng dẫn giải

Với mọi số tự nhiên  $n \in A$  thì  $n$  chia hết cho 9

$$\Rightarrow n = 9k = 3.(3k) \quad (k \in \mathbb{N})$$

$\Rightarrow n$  cũng chia hết cho 3, tức là  $n \in B$ .

Do đó  $A \subset B$ .

### Tính chất:

- +  $A \subset A$  với mọi tập hợp  $A$ .
- + Nếu  $A \subset B$  và  $B \subset C$  thì  $A \subset C$ .
- Khi  $A \subset B$  và  $B \subset A$  thì ta nói hai tập hợp  $A$  và  $B$  **bằng nhau**, viết là  $A = B$ .

**Ví dụ:** Cho tập hợp  $C$  gồm các tứ giác có 4 cạnh bằng nhau và tập hợp  $D$  gồm các hình thoi. Ta thấy:

- + Mọi tứ giác có 4 cạnh bằng nhau đều là hình thoi, tức là  $C \subset D$ .
- + Ngược lại, mọi hình thoi đều có 4 cạnh bằng nhau, tức là  $D \subset C$ .

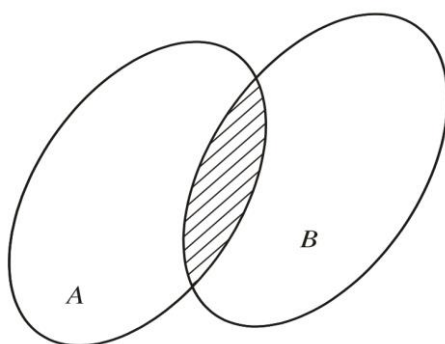
Do đó hai tập hợp  $C$  và  $D$  bằng nhau.

### 3. Giao của hai tập hợp:

- Tập hợp gồm tất cả các phần tử vừa thuộc  $A$  vừa thuộc  $B$  được gọi là *giao* của  $A$  và  $B$ , kí hiệu  $A \cap B$ .

Vậy  $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ và } x \in B\}$ .

Tập hợp  $A \cap B$  được minh hoạ bởi phần gạch chéo trong hình dưới.



### Ví dụ:

Tìm giao của tập hợp  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 18 \vdots x\}$  và  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 30 \vdots x\}$

### Hướng dẫn giải

Tập hợp  $A$  gồm các số tự nhiên thỏa mãn là ước của 18. Khi đó  $A = \{1; 2; 3; 6; 9; 18\}$ .

Tập hợp B gồm các số tự nhiên thỏa mãn là ước của 30. Khi đó  $B = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}$ .

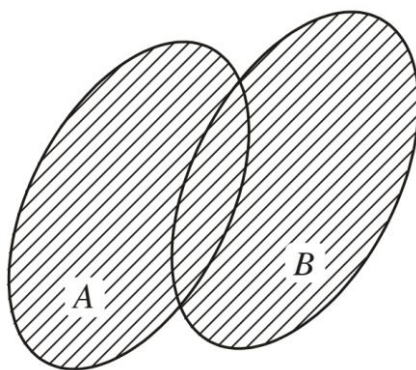
Vậy  $A \cap B = \{1; 2; 3; 6\}$ .

#### 4. Hợp của hai tập hợp:

- Tập hợp gồm tất cả các phần tử thuộc A hoặc thuộc B được gọi là *hợp* của A và B, kí hiệu  $A \cup B$ .

Vậy  $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ và } x \in B\}$ .

Tập hợp  $A \cap B$  được minh họa bởi phần gạch chéo trong hình dưới.



**Ví dụ:** Tìm hợp của tập hợp  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 18 : x\}$  và  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 30 : x\}$

#### Hướng dẫn giải

Tập hợp A gồm các số tự nhiên thỏa mãn là ước của 18. Khi đó  $A = \{1; 2; 3; 6; 9; 18\}$ .

Tập hợp B gồm các số tự nhiên thỏa mãn là ước của 30. Khi đó  $B = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}$ .

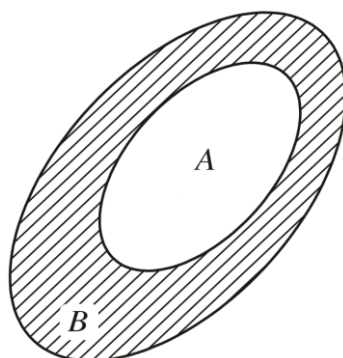
Vậy  $A \cup B = \{1; 2; 3; 5; 6; 9; 10; 15; 18; 30\}$ .

#### 5. Phần bù và hiệu của hai tập hợp:

- Cho  $A \subset B$ . Tập hợp những phần tử của B mà không phải phần tử của A được gọi là *phần bù* của A trong B, kí hiệu  $C_B A$ .

Vậy, khi  $A \subset B$  ta có  $C_B A = \{x \mid x \notin A \text{ và } x \in B\}$ .

Tập hợp  $C_B A$  được mô tả bằng phần gạch chéo trong hình dưới.



**Ví dụ:** Tìm phần bù của tập hợp  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 10 \div x\}$  và  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 30 \div x\}$

### Hướng dẫn giải

Tập hợp A là tập các số tự nhiên thỏa mãn là ước của 10. Khi đó  $A = \{1; 2; 5; 10\}$ .

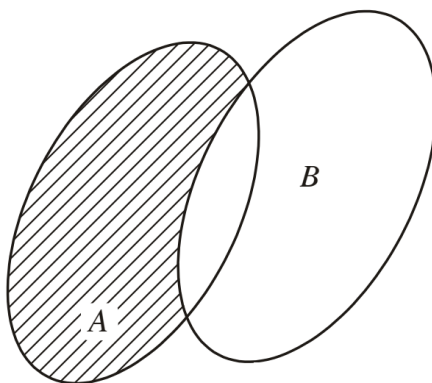
Tập hợp B là tập các số tự nhiên thỏa mãn là ước của 30. Khi đó  $B = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}$

Vậy  $C_B A = \{3; 6; 15; 30\}$ .

- Tập hợp gồm các phần tử thuộc A nhưng không thuộc B được gọi là *hiệu* của A và B, kí hiệu  $A \setminus B$ .

Vậy  $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ và } x \notin B\}$ .

Tập hợp  $A \setminus B$  được minh họa bởi phần gạch chéo trong hình dưới.



**Ví dụ:** Tìm phần bù của tập hợp  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 20 \div x\}$  và  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 30 \div x\}$

## Hướng dẫn giải

Tập hợp A là tập các số tự nhiên thỏa mãn là ước của 20. Khi đó  $A = \{1; 2; 4; 5; 10; 20\}$ .

Tập hợp B là tập các số tự nhiên thỏa mãn là ước của 30. Khi đó  $B = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}$ .

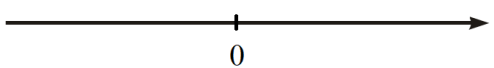
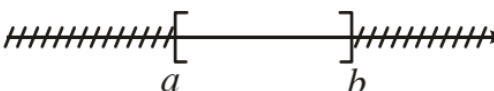
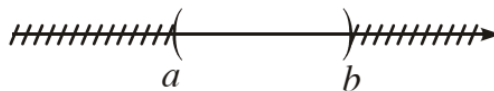




Vậy  $A \setminus B = \{4; 20\}$ .


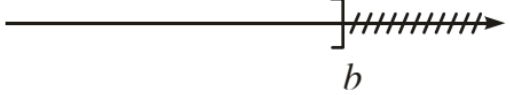
## 6. Các tập hợp số:

- Các tập hợp  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$  lần lượt là tập hợp số tự nhiên, tập hợp số nguyên, tập hợp số hữu tỉ, tập hợp số thực.

Ta có quan hệ sau:  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ .

- Một số tập con thường dùng của tập số thực:

Tập hợp	Tên gọi và kí hiệu	Biểu diễn trên trục số
$\mathbb{R}$	Tập hợp số thực $(-\infty; +\infty)$	
$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$	Đoạn $[a; b]$	
$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$	Khoảng $(a; b)$	
$\{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$	Khoảng $(a; +\infty)$	
$\{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$	Khoảng $(-\infty; b)$	
$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$	Nửa khoảng $[a; b)$	
$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$	Nửa khoảng $(a; b]$	

$\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$	Nửa khoảng $[a; +\infty)$	
$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$	Nửa khoảng $(-\infty; b]$	

Kí hiệu  $-\infty$  đọc là âm vô cực (âm vô cùng), kí hiệu  $+\infty$  đọc là dương vô cực (dương vô cùng),  $a$  và  $b$  là các đầu mút của các đoạn, khoảng, nửa khoảng.

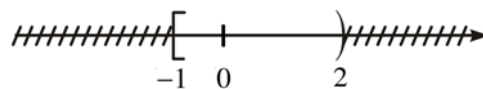
**Ví dụ:** Đọc tên, kí hiệu và biểu diễn mỗi tập hợp sau trên trục số:

a)  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 2\}$ ;

b)  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 3x - 4 < 0\}$ .

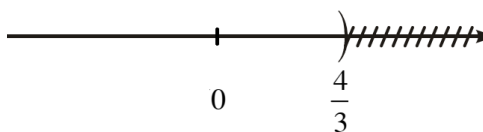
### Hướng dẫn giải

a) Tập  $A$  là nửa khoảng  $[-1; 2)$  và được biểu diễn là:



b) Ta có:  $3x - 4 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{4}{3}$ .

Tập  $B$  là khoảng  $\left(-\infty; \frac{4}{3}\right)$  và được biểu diễn là:



## B. Bài tập tự luyện

### B.1 Bài tập tự luận

**Bài 1.** Xác định mỗi tập hợp số sau và biểu diễn nó trên trục số:

a)  $A = [-3; 3) \cup (-1; 4)$ ;

b)  $B = (-1; 3) \cap [0; 5]$ ;

c)  $C = \mathbb{R} \setminus (5; +\infty)$ ;

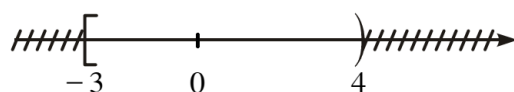
d)  $D = (-2; 2] \cap [1; 3)$ .

### Hướng dẫn giải

a) Ta có:  $[-3; 3) = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < 3\}$  và  $(-1; 4) = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 4\}$

$\Rightarrow A = [-3; 3) \cup (-1; 4) = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < 4\}$

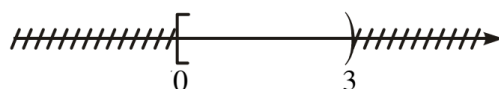
$\Rightarrow A = [-3; 4)$  và được biểu diễn là:



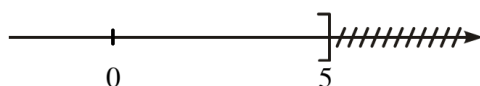
b) Ta có:  $(-1; 3) = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 3\}$  và  $[0; 5] = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 5\}$

$\Rightarrow B = (-1; 3) \cap [0; 5] = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x < 3\}$

$\Rightarrow B = [0; 3)$  và được biểu diễn là:



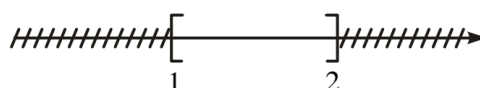
c) Tập hợp C biểu diễn những phân tử thuộc tập số thực  $\mathbb{R}$  nhưng không thuộc tập  $(5; +\infty)$  nên  $C = (-\infty; 5]$  và được biểu diễn là:



d) Ta có:  $D = (-2; 2] = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 2\}$  và  $[1; 3) = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x < 3\}$

$\Rightarrow D = (-2; 2] \cap [1; 3) = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 2\}$

$\Rightarrow D = [1; 2]$  và được biểu diễn là:



**Bài 2.** Trong số 45 học sinh của lớp 10A có 15 học sinh giỏi, 20 học sinh được xếp loại hạnh kiểm tốt, trong đó có 10 bạn vừa học lực giỏi vừa có hạnh kiểm tốt. Hỏi lớp 10A có bao nhiêu bạn được khen thưởng, biết rằng muốn được khen thưởng bạn đó phải đạt học lực giỏi hoặc có hạnh kiểm tốt?



### Hướng dẫn giải

Gọi  $G$  là tập hợp các bạn đạt học lực giỏi,  $T$  là tập hợp các bạn đạt hạnh kiểm tốt. Số học sinh được khen thưởng là số phần tử của tập hợp  $G \cup T$ .

Ta đếm số phần tử của  $G$  (15 bạn), sau đó đếm số phần tử của  $T$  (20 bạn). Nhưng khi đó số phần tử của  $G \cap T$  (10 bạn) lại được đếm 2 lần.

Vậy số phần tử của  $G \cup T$  là  $15 + 20 - 10 = 25$ .

Có 25 bạn được khen thưởng.

### B.2 Bài tập trắc nghiệm

**Câu 1.** Cho  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 5\}$ . Tập  $A$  là tập hợp nào trong các tập sau:

- A.  $\{1; 2; 3; 4; 5\}$ ;
- B.  $\{0; 1; 2; 3; 4\}$ ;
- C.  $\{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ ;
- D.  $\{1; 2; 3; 4\}$ .

### Hướng dẫn giải

**Đáp án đúng là: C**

Các số tự nhiên nhỏ hơn hoặc bằng 5 gồm: 0; 1; 2; 3; 4; 5 nên tập  $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ .

**Câu 2.** Cho  $A = \{a; b\}$ . Số tập con của  $A$  là:

- A. 1;
- B. 2;
- C. 3;
- D. 4.

### Hướng dẫn giải

**Đáp án đúng là: D**

Các tập con của tập hợp  $A$  là  $\emptyset$ ,  $\{a\}$ ,  $\{b\}$ ,  $\{a; b\}$ .

Tập  $A$  có 2 phần tử nên số tập con của  $A$  là  $2^2 = 4$  tập hợp.

**Câu 3.** Cho  $A = \{1; 3; 4; 7\}$  và  $B = \{3; 5; 7; 10\}$ . Tập  $A \setminus B$  là:

- A.  $\{1; 4\}$ ;
- B.  $\{3; 7\}$ ;
- C.  $\{5; 10\}$ ;
- D.  $\emptyset$ .

**Hướng dẫn giải**

**Đáp án đúng là: A**

Xác định tập hợp  $A \setminus B$  bằng cách lấy các phần tử thuộc A nhưng không thuộc B.

Do đó:  $A \setminus B = \{x \in A \mid x \notin B\} = \{1; 4\}$ .