

Công thức viết phương trình đường phân giác hay chi tiết nhất

I. Lý thuyết tổng hợp.

- Tia phân giác của một góc: Là tia nằm giữa hai cạnh của góc và tạo với hai cạnh đó hai góc bằng nhau.
- Đường phân giác của một góc: Là đường thẳng chứa tia phân giác của góc đó
- Tính chất: Mọi điểm nằm trên đường phân giác của một góc đều cách đều hai cạnh của góc đó, tức là khoảng cách từ điểm M bất kì nằm trên đường phân giác của một góc đến hai cạnh của góc là bằng nhau.

II. Các công thức.

- Công thức viết phương trình đường phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng: Cho hai đường thẳng $d_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $d_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$. Phương trình các đường phân giác của góc tạo bởi 2 đường thẳng đó là:

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

- Chú ý: Cho đường thẳng $d: ax + by + c = 0$ và hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$ không thuộc d .

Đặt $f(x; y) = ax + by + c$

+ Nếu $f(x_A; y_A).f(x_B; y_B) > 0 \Leftrightarrow A$ và B nằm cùng một phía đối với d .

+ Nếu $f(x_A; y_A).f(x_B; y_B) < 0 \Leftrightarrow A$ và B nằm khác phía đối với d .

III. Ví dụ minh họa.

Bài 1: Cho hai đường thẳng $d: x + 2y + 3 = 0$ và $d': 2x + y + 3 = 0$. Viết phương trình các đường phân giác của các góc tạo bởi d và d' .

Lời giải:

Phương trình các đường phân giác của các góc tạo bởi d và d' là:

$$\text{TH1: } \frac{x + 2y + 3}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{2x + y + 3}{\sqrt{2^2 + 1^2}}$$

$$\Leftrightarrow x + 2y + 3 = 2x + y + 3$$

$$\Leftrightarrow -x + y = 0$$

$$\text{TH2: } \frac{x + 2y + 3}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = -\frac{2x + y + 3}{\sqrt{2^2 + 1^2}}$$

$$\Leftrightarrow x + 2y + 3 = -2x - y - 3$$

$$\Leftrightarrow 3x + 3y + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x + y + 2 = 0$$

Vậy các phương trình đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường thẳng d và d' là $-x + y = 0$ và $x + y + 2 = 0$

Bài 2: Cho hai đường thẳng $d: x - 2y + 1 = 0$ và $d': 2x - y + 2 = 0$. Viết phương trình các đường phân giác của các góc tạo bởi d và d' .

Lời giải:

Phương trình các đường phân giác của các góc tạo bởi d và d' là:

$$\text{TH1: } \frac{x - 2y + 1}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{2x - y + 2}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}}$$

$$\Leftrightarrow x - 2y + 1 = 2x - y + 2$$

$$\Leftrightarrow -x - y - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x + y + 1 = 0$$

$$\text{TH2: } \frac{x - 2y + 1}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = -\frac{2x - y + 2}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}}$$

$$\Leftrightarrow x - 2y + 1 = -2x + y - 2$$

$$\Leftrightarrow 3x - 3y + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - y + 1 = 0$$

Vậy các phương trình đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường thẳng d và d' là $x + y + 1 = 0$ và $x - y + 1 = 0$.

Bài 3: Cho tam giác ABC có đường thẳng chứa cạnh AB là d: $2x - y + 4 = 0$, đường thẳng chứa cạnh AC là d': $x - 2y - 6 = 0$ và hai điểm B, C thuộc Ox. Viết phương trình phân giác ngoài của góc BAC.

Lời giải:

Phương trình đường phân giác của các góc tạo bởi d và d' là:

$$\text{TH1: } \frac{2x - y + 4}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{x - 2y - 6}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}}$$

$$\Leftrightarrow 2x - y + 4 = x - 2y - 6$$

$$\Leftrightarrow x + y + 10 = 0$$

$$\text{TH2: } \frac{2x - y + 4}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = -\frac{x - 2y - 6}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}}$$

$$\Leftrightarrow 2x - y + 4 = -x + 2y + 6$$

$$\Leftrightarrow 3x - 3y - 2 = 0$$

Do hai điểm B và C thuộc Ox và lần lượt thuộc d và d' nên tọa độ hai điểm đó là : B(-2; 0) và C(6; 0).

Xét vị trí của hai điểm B và C đối với đường thẳng $x + y + 10 = 0$.

Ta có : $(-2 + 0 + 10) \cdot (6 + 0 + 10) > 0$ nên hai điểm B và C nằm cùng phía so với đường thẳng $x + y + 10 = 0$.

Suy ra đường thẳng $x + y + 10 = 0$ là đường phân giác ngoài của góc BAC .

IV. Bài tập tự luyện

Bài 1: Viết phương trình các đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường thẳng d: $3x - y + 2 = 0$ và d': $x - 3y = 0$.

Bài 2: Viết phương trình các đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường thẳng d: $2x - 3y + 8 = 0$ và d': $3x - 2y - 5 = 0$.