

## Các công thức tính xác suất

### 1. Lý thuyết

#### a) Công thức cộng xác suất

- Nếu  $A \cap B = \emptyset$  thì A và B được gọi là hai biến cố xung khắc.
- Nếu hai biến cố A, B xung khắc nhau thì  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- Nếu các biến cố  $A_1; A_2; A_3; \dots A_n$  đôi một xung khắc với nhau thì  $P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_k) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_k)$
- Công thức tính xác suất của biến cố đối:  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- Mở rộng: Với hai biến cố bất kì cùng liên quan đến phép thử thì:  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

#### b) Công thức nhân xác suất

- Hai biến cố gọi là độc lập nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không ảnh hưởng tới xác suất xảy ra biến cố kia.
- Nếu A và B là hai biến cố độc lập khi và chỉ khi  $P(A \cap B) = P(A).P(B)$
- Một cách tổng quát, nếu k biến cố  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$  là độc lập thì  $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \dots \cap A_k) = P(A_1).P(A_2).P(A_3) \dots P(A_k)$

\* Chú ý:

Nếu A và B độc lập thì A và  $\bar{B}$  độc lập, B và  $\bar{A}$  độc lập,  $\bar{B}$  và  $\bar{A}$  độc lập. Do đó nếu A và B độc lập thì ta còn có các đẳng thức

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A).P(\bar{B})$$

$$P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}).P(B)$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A}).P(\bar{B})$$

### 2. Các dạng toán

#### Dạng 1: Tính xác suất của biến cố xung khắc, biến cố đối

*Phương pháp giải:*

- + Tính gián tiếp xác suất thông qua biến cố đối.
- Xác định phép thử T và tính số phần tử của không gian mẫu  $|\Omega|$
- Xác định biến cố A, từ đó suy ra biến cố  $\bar{A}$

- Tính số phần tử tập mô tả biến cố  $|\Omega_{\bar{A}}|$  và tính xác suất  $P(\bar{A}) = \frac{|\Omega_{\bar{A}}|}{|\Omega|}$

- Xác suất biến cố A là  $P(A) = 1 - P(\bar{A})$ .

+ Tính biến cố xung khắc:

- Xác định biến cố xung khắc

- Tính biến cố xung khắc theo công thức cộng xác suất.

*Ví dụ minh họa:*

**Ví dụ 1.** Một hộp gồm 20 viên bi, trong đó có 12 viên bi xanh, 8 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi ra khỏi hộp. Tính xác suất để:

a) Lấy được ít nhất một viên bi màu vàng

b) Lấy được đủ 2 màu.

### Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu:  $|\Omega| = C_{20}^3$

a) Gọi A là biến cố: “Lấy được ít nhất một viên màu vàng”

Thì  $\bar{A}$  là biến cố: “Không lấy được màu vàng”

Số cách lấy 3 viên bi không có màu vàng là:  $|\bar{A}| = C_{12}^3$

Xác suất để lấy được ít nhất một viên màu vàng là:  $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_{12}^3}{C_{20}^3} = \frac{46}{57}$ .

b) Gọi B là biến cố: “Lấy được 1 viên bi xanh và 2 viên bi vàng”

C là biến cố: “Lấy được 2 viên bi xanh và 1 viên bi vàng”

Khi đó  $B \cup C$  là biến cố: “Lấy được 3 viên đủ 2 màu”

Ta thấy B và C là hai biến cố xung khắc.  $P(B \cup C) = P(B) + P(C)$

Số cách lấy được 1 viên bi xanh và 2 viên bi vàng:  $|B| = C_{12}^1 \cdot C_8^2 = 336$

Số cách lấy được 2 viên bi xanh và 1 viên bi vàng:  $|C| = C_{12}^2 \cdot C_8^1 = 528$

Xác suất để lấy được đủ 2 màu là:  $P(B \cup C) = P(B) + P(C) = \frac{336}{C_{20}^3} + \frac{528}{C_{20}^3} = \frac{72}{95}$ .

**Ví dụ 2.** Trong một hộp có 20 thẻ, được đánh số thứ tự từ 1 đến 20. Tính xác suất để chọn ra được 2 thẻ sao cho

a) Tổng hai số trên thẻ là một số lẻ

b) Tích hai số trên thẻ là một số chẵn.

### Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu:  $|\Omega| = C_{20}^2$

a) Gọi A là biến cố: “Tổng hai số trên thẻ là số lẻ”

Số cách chọn sao cho tổng hai số trên thẻ là số lẻ, tức là chọn được 1 số lẻ và 1 số chẵn:

$$|A| = C_{10}^1 \cdot C_{10}^1.$$

$$\text{Xác suất để tổng hai số trên thẻ là số lẻ: } P(A) = \frac{C_{10}^1 \cdot C_{10}^1}{C_{20}^2} = \frac{10}{19}.$$

b) Gọi B là biến cố: “Tích hai số trên thẻ là số chẵn”

Khi đó  $\bar{B}$  là biến cố: “Tích hai số trên là số lẻ”

Số cách chọn sao cho tích hai số là số lẻ, tức là chọn được cả hai thẻ đều là lẻ:  $|\bar{B}| = C_{10}^2$

$$\text{Xác suất để chọn sao cho tích hai số trên thẻ là số chẵn: } P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - \frac{C_{10}^2}{C_{20}^2} = \frac{29}{38}.$$

### Dạng 2: Tính xác suất sử dụng công thức cộng và nhân

*Phương pháp giải:*

**Bước 1:** Xác định biến cố của các xác suất, có thể gọi tên các biến cố A; B; C; D để biểu diễn.

**Bước 2:** Tìm mối quan hệ giữa các biến cố vừa đặt tên, biểu diễn biến cố trung gian và quan trọng nhất là biến cố đề bài đang yêu cầu tính xác suất thông qua các biến cố ở bước 1.

**Bước 3:** Sử dụng các mối quan hệ vừa xác định ở bước 2 để chọn công thức cộng hay công thức nhân phù hợp.

*Ví dụ minh họa:*

**Ví dụ 1.** Gieo một con súc sắc 3 lần liên tiếp. Tính xác suất để

- a) Xuất hiện mặt 6 chấm trong cả ba lần
- b) Xuất hiện các mặt có số chấm giống nhau
- c) Xuất hiện mặt 3 chấm ít nhất 1 lần

### Lời giải

a) Xác suất để 1 lần súc sắc xuất hiện mặt 6 chấm là  $\frac{1}{6}$

Xác suất để 3 lần liên tiếp xuất hiện mặt 6 chấm là:  $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$ .

b) Xác suất để 3 lần liên tiếp xuất hiện mặt có số chấm giống nhau:

$$\left(\frac{1}{6}\right)^3 + \left(\frac{1}{6}\right)^3 + \left(\frac{1}{6}\right)^3 + \left(\frac{1}{6}\right)^3 + \left(\frac{1}{6}\right)^3 + \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{64} \text{ (dựa vào câu a)}$$

c) Xác suất để 1 lần súc sắc không xuất hiện mặt 3 chấm là  $\frac{5}{6}$

Xác suất để 3 lần liên tiếp không xuất hiện mặt 3 chấm là:  $\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \left(\frac{5}{6}\right)^3$

Xác suất để xuất hiện mặt 3 chấm ít nhất 1 lần là:  $1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{91}{216}$ .

**Ví dụ 2.** Một cuộc thi bắn súng, có 3 người tham gia thi. Trong đó xác suất bắn trúng của người thứ nhất là 0,9; người thứ 2 là 0,7 và người thứ 3 là 0,8. Tính xác suất để:

- a) Cả ba người đều bắn trúng
- b) Đúng 2 người bắn trúng
- c) Không người nào bắn trúng
- d) Ít nhất một người bắn trúng.

### Lời giải

Gọi A là biến cố: “Người thứ nhất bắn trúng”;  $P(A) = 0,9$

B là biến cố: “Người thứ hai bắn trúng”;  $P(B) = 0,7$

C là biến cố: “Người thứ ba bắn trúng”;  $P(C) = 0,8$

A, B, C là ba biến cố độc lập

Khi đó:

$\bar{A}$  là biến cố: “Người thứ nhất bắn không trúng”;  $P(\bar{A}) = 1 - 0,9 = 0,1$

$\bar{B}$  là biến cố: “Người thứ hai bắn không trúng”;  $P(\bar{B}) = 1 - 0,7 = 0,3$

$\bar{C}$  là biến cố: “Người thứ ba bắn không trúng”;  $P(\bar{C}) = 1 - 0,8 = 0,2$

a)  $A \cap B \cap C$  là biến cố: “Cả ba người bắn trúng”

Xác suất để cả ba người bắn trúng là:

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = 0,9 \cdot 0,7 \cdot 0,8 = 0,504.$$

b) Gọi D là biến cố: “Đúng hai người bắn trúng”

Ta có:  $D = (A \cap B \cap \bar{C}) \cup (A \cap \bar{B} \cap C) \cup (\bar{A} \cap B \cap C)$

Xác suất để có đúng hai người bắn trúng là:

$$P(D) = 0,9.0,7.0,2 + 0,9.0,3.0,8 + 0,1.0,7.0,8 = 0,398.$$

c)  $E = \bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}$  là biến cố: “Không người nào người bắn trúng”

Xác suất để không người nào người bắn trúng là:

$$P(E) = P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) \cdot P(\bar{C}) = 0,1.0,3.0,2 = 0,006.$$

d)  $\bar{E}$  là biến cố: “Ít nhất một người bắn trúng”

$$\text{Xác suất để có ít nhất một người bắn trúng là: } P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 1 - 0,006 = 0,994.$$

### 3. Bài tập tự luyện

**Câu 1.** Gieo hai con súc sắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố : “ Tích số chấm xuất hiện trên hai mặt con súc sắc là một số lẻ”. Tính xác suất của A.

A.  $P(A) = \frac{1}{2}$       B.  $P(A) = \frac{3}{8}$       C.  $P(A) = \frac{7}{8}$       D.  $P(A) = \frac{1}{4}$

**Câu 2.** Một hộp có 5 bi đen, 4 bi trắng. Chọn ngẫu nhiên 2 bi. Xác suất 2 bi được chọn có cùng màu là

A.  $\frac{1}{4}$       B.  $\frac{1}{9}$       C.  $\frac{4}{9}$       D.  $\frac{5}{4}$

**Câu 3.** Gieo 3 đồng xu cùng một lúc. Gọi A là biến cố “có ít nhất một đồng xu xuất hiện mặt ngửa”. Xác suất của biến cố A là

A.  $\frac{1}{4}$       B.  $\frac{1}{8}$       C.  $\frac{7}{8}$       D.  $\frac{1}{2}$

**Câu 4.** Trong một hộp gồm 8 viên bi xanh và 6 viên bi trắng, chọn ngẫu nhiên 5 viên bi. Xác suất để 5 viên bi được chọn có cả bi xanh và bi trắng

A.  $\frac{970}{1001}$       B.  $\frac{139}{143}$       C.  $\frac{31}{1001}$       D.  $\frac{4}{143}$

**Câu 5.** Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 5, lập số gồm 4 chữ số khác nhau. Tính xác suất để chọn được 1 số có 4 chữ số khác nhau và không chia hết cho 5?

A.  $\frac{3}{4}$       B.  $\frac{7}{16}$       C.  $\frac{9}{16}$       D.  $\frac{1}{4}$

**Câu 6.** Một lô hàng gồm 30 sản phẩm tốt và 10 sản phẩm xấu. Lấy ngẫu nhiên 3 sản phẩm. Tính xác suất để 3 sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm tốt.

A.  $\frac{135}{988}$                       B.  $\frac{3}{247}$                       C.  $\frac{244}{247}$                       D.  $\frac{15}{26}$

**Câu 7.** Một hộp chứa 20 viên bi xanh và 15 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 4 bi. Tính xác suất để 4 bi lấy được có đủ hai màu.

A.  $\frac{4610}{5236}$                       B.  $\frac{4516}{5236}$                       C.  $\frac{4651}{5236}$                       D.  $\frac{4615}{5236}$

**Câu 8.** Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh trong một lớp học gồm 25 nam và 20 nữ. Gọi A là biến cố “Trong 5 học sinh được chọn có ít nhất 1 học sinh nữ”. Xác suất của biến cố A là

A.  $P(A) = \frac{C_{20}^5}{C_{45}^5}$                       B.  $P(A) = \frac{20C_{25}^4}{C_{45}^5}$                       C.  $P(A) = \frac{20C_{44}^4}{C_{45}^5}$                       D.  $P(A) = 1 - \frac{C_{25}^5}{C_{45}^5}$

**Câu 9.** Một tổ học sinh có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn có ít nhất một người nữ là:

A.  $\frac{2}{15}$                       B.  $\frac{7}{15}$                       C.  $\frac{8}{15}$                       D.  $\frac{1}{15}$

**Câu 10.** Có 9 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 9, người ta rút ngẫu nhiên hai thẻ khác nhau. Xác suất để rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn bằng

A.  $\frac{2}{3}$                       B.  $\frac{5}{18}$                       C.  $\frac{1}{3}$                       D.  $\frac{13}{18}$

**Câu 11.** Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần, tính xác suất để biến cố có tổng 2 lần số chấm khi gieo xúc xắc là một số chẵn.

A. 0,25                      B. 0,75                      C. 0,85                      D. 0,5

**Câu 12.** Hai khẩu pháo cao xạ cùng bắn độc lập với nhau vào một mục tiêu. Xác suất bắn trúng mục tiêu lần lượt là 0,6 và 0,7. Tính xác suất để mục tiêu bị trúng đạn.

A. 0,42                      B. 0,58                      C. 0,88                      D. 0,12

**Câu 13.** Ba xạ thủ A, B, C độc lập với nhau cùng nổ súng vào một mục tiêu. Xác suất bắn trúng mục tiêu của A, B, C tương ứng là 0,4; 0,5 và 0,7. Tính xác suất để có ít nhất một người bắn trúng mục tiêu.

A. 0,09                      B. 0,91                      C. 0,36                      D. 0,06

**Câu 14.** Ba xạ thủ cùng bắn vào một tấm bia, xác suất trúng đích lần lượt là 0,5; 0,6 và 0,7. Xác suất để có đúng 2 người bắn trúng bia là:

A. 0,29                      B. 0,44                      C. 0,21                      D. 0,79

**Câu 15.** Trong phòng làm việc có hai máy tính hoạt động độc lập với nhau, khả năng hoạt động tốt trong ngày của hai máy này tương ứng là 75% và 85%. Xác suất để có đúng một máy hoạt động không tốt trong ngày là

**A. 0,425**

**B. 0,325**

**C. 0,625**

**D. 0,525**

**Bảng đáp án**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
D	C	C	A	C	C	D	D	C	D	D	A	B	B	B