Bài tập cuối chương VII

A. TRẮC NGHIỆM

Câu 1 trang 19 SBT Toán 7 tập 1: Tam thức bậc hai nào có biệt thức Δ = 1 và hai nghiệm là: $x_1 = \frac{3}{2}$ và $x_2 = \frac{7}{4}$?

A. $8x^2 - 26x + 21$;

B. $4x^2 - 13x + \frac{21}{2}$;

C. $4x^2 + 4x - 15$;

D. $2x^2 - 7x + 6$.

Lời giải

Đáp án đúng là B

Sử dụng máy tính cầm tay ta tính được các tam thức bậc hai f (x) = $8x^2 - 26x + 21$ và g (x) = $4x^2 - 13x + \frac{21}{2}$ đều có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{3}{2}$ và $x_2 = \frac{7}{4}$.

Xét f (x): $\Delta = (-26)^2 - 4.8.21 = 4$

Xét g (x): $\Delta = (-13)^2 - 4.4.\frac{21}{2} = 1$

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 2 trang 19 SBT Toán 7 tập 1: Tam thức bậc hai nào dương với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. $2x^2 - 4x + 2$;

B. $3x^2 + 6x + 2$;

C. $-x^2 + 2x + 3$;

D. $5x^2 - 3x + 1$.

Lời giải

Đáp án đúng là D

+) Ta có f (x) = $2x^2 - 4x + 2 = 2(x - 1)^2 > 0$ với mọi $x \neq 1$. Do đó A sai.

+) Tam thức bậc hai f (x) = $3x^2 + 6x + 2$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{-3+\sqrt{3}}{3}$ và

$x_2 = \frac{-3-\sqrt{3}}{3}$, a = 3 > 0 nên f (x) > 0 khi x < $\frac{-3-\sqrt{3}}{3}$ hoặc x > $\frac{-3+\sqrt{3}}{3}$. Do đó B sai.

+) Tam thức bậc hai f (x) = $-x^2+2x+3$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 3$ và $x_2 = -1$, a = –1 < 0 nên f (x) > 0 khi – 1 < x < 3. Do đó C sai.

+) Tam thức bậc hai f (x) = $5x^2-3x+1$ có $\Delta = (-3)^2 - 4.5.1 = -11 < 0$, a = 5 > 0 nên f (x) > 0 với mọi $x \in \mathbb{R}$. Do đó D đúng.

Vậy đáp án D đúng.

Câu 3 trang 19 SBT Toán 7 tập 1: Khẳng định nào sau đây đúng với tam thức bậc hai $f(x)=10x^2-3x-4$?

A. f(x) > 0 với mọi x không thuộc khoảng (-1; 1),

B. f(x) < 0 với mọi x thuộc khoảng (-1; 1),

C. $f(x) \ge 0$ với mọi x thuộc khoảng $\left(-\frac{1}{2};\frac{4}{5}\right)$

D. Các khẳng định trên đều sai.

Lời giải

Đáp án đúng là D

Tam thức bậc hai $f(x)=10x^2-3x-4$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{4}{5}$ và $x_2 = \frac{-1}{2}$, và a = 10 > 0 nên:

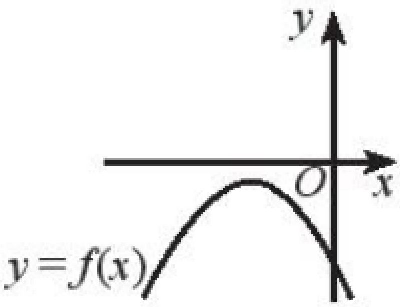
f (x) > 0 với x < $\frac{-1}{2}$ hoặc x > $\frac{4}{5}$. Do đó khẳng định A sai.

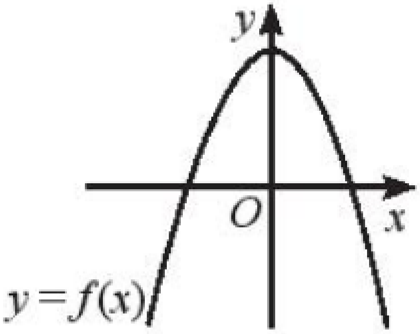
f (x) < 0 với $\frac{-1}{2} < x < \frac{4}{5}$. Do đó khẳng định B sai.

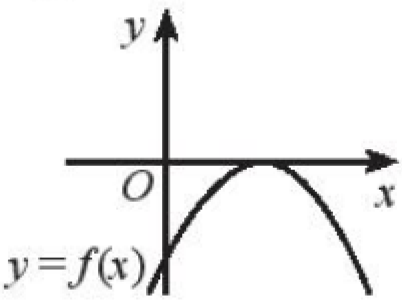
f (x) ≥ 0 với x ≤ $\frac{-1}{2}$ hoặc x ≥ $\frac{4}{5}$. Do đó khẳng định C sai.

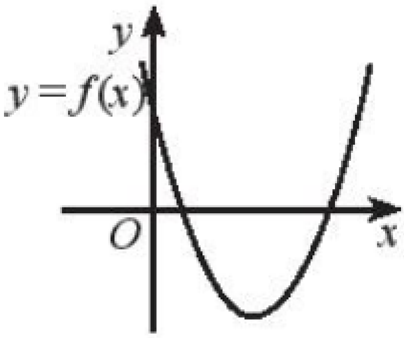
Vậy khẳng định D đúng.

Câu 4 trang 19 SBT Toán 7 tập 1: Trong trường hợp nào tam thức bậc hai f(x) = $ax^2 + bx + c$ có $\Delta > 0$ và a < 0?

A. 

B. 

C. 

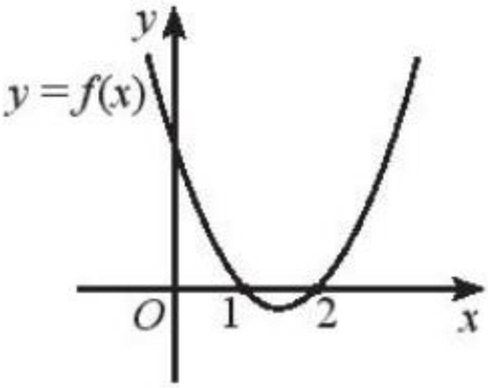
D. 

Lời giải

Đáp án đúng là B

Tam thức bậc hai $f\left(x\right)=ax^2+bx+c$ có $\Delta > 0$ và a < 0 khi f (x) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt và đường cong hướng xuống dưới. Do đó B đúng.

Câu 5 trang 20 SBT Toán 7 tập 1: Cho đồ thị của hàm số bậc hai y = f(x) như Hình 1.



Hình 1

Tập nghiệm của bất phương trình $f\left(x\right) \geq 0$ là:

A. $\left(1;2\right)$;

B. $\left[1;2\right]$;

C. $\left(-\infty;1\right) \cup \left(2;+\infty\right)$;

D. $\left(-\infty;1\right] \cup \left[2;+\infty\right)$.

Lời giải

Đáp án đúng là D

Tập nghiệm của bất phương trình $f\left(x\right) \geq 0$ là $\left(-\infty;1\right] \cup \left[2;+\infty\right)$.

Câu 6 trang 20 SBT Toán 7 tập 1: Bất phương trình nào có tập nghiệm là (2; 5)?

A. $x^2 - 7x + 10 > 0$;

B. $x^2 - 7x + 10 < 0$;

C. $x^2 + 13x - 30 > 0$;

D. $x^2 + 13x - 30 < 0$.

Lời giải

Đáp án đúng là B

+) Tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - 7x + 10$ có $\Delta = (-7)^2 - 4.1.10 = 9 > 0$ nên f(x) có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 2$ và $x_2 = 5$, và $a = 1 > 0$ nên ta có:

$f(x) > 0$ với $x < 2$ hoặc $x > 5$.

$f(x) < 0$ với $2 < x < 5$.

Do đó A sai, B đúng.

+) Tam thức bậc hai f (x) = $x^2+13x-30$ có Δ = 13^2 – 4.1.(– 30) = 289 > 0 nên f(x) hai nghiệm phân biệt x_1 = 2 và x_2 = –15, và a = 1 > 0 nên ta có:

f (x) > 0 với x < –15 hoặc x > 2.

f (x) < 0 với –15 < x < 2.

Do đó C, D sai.

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 7 trang 20 SBT Toán 7 tập 1: Tập xác định của hàm số

$y=\dfrac{1}{\sqrt{9x^2-3x-2}}+\sqrt{3-x}$ là:

A. $\left(-\infty;-\dfrac{1}{3}\right)\cup\left(\dfrac{2}{3};+\infty\right)$

B. $\left(-\infty;-\dfrac{1}{3}\right)\cup\left(\dfrac{2}{3};3\right]$

C. $\left(-\infty;-\dfrac{1}{3}\right)\cup\left(3;+\infty\right)$

D. $\left(-\dfrac{1}{3};3\right]$

Lời giải

Đáp án đúng là B

Hàm số trên xác định khi và chỉ khi 3 – x ≥ 0 và $9x^2$ – 3x – 2 > 0

+) Ta có 3 – x ≥ 0 khi và chỉ khi x ≤ 3 (1)

+) Xét tam thức bậc hai f (x) = $9x^2$ – 3x – 2 có Δ = $(-3)^2$ – 4.9.(– 2) = 81 > 0 nên f(x) có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \dfrac{2}{3}$ và $x_2 = \dfrac{-1}{3}$, và a = 9 > 0 nên f (x) > 0 với

$\left(-\infty;\dfrac{-1}{3}\right)\cup\left(\dfrac{2}{3};+\infty\right)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra tập xác định của hàm số trên là $\left(-\infty;-\dfrac{1}{3}\right)\cup\left(\dfrac{2}{3};3\right]$.

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 8 trang 20 SBT Toán 7 tập 1: Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $\left(2m+6\right)x^2+4mx+3=0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m<-\frac{3}{2}$ hoặc m > 3;

B. $-\frac{3}{2}<m<3$;

C. m < - 3 hoặc $-3<m<-\frac{3}{2}$ hoặc m > 3;

D. $-3<m<-\frac{3}{2}$ hoặc m > 3.

Lời giải

Đáp án đúng là A

+) 2m + 6 = 0 ⇔ m = –3, khi đó phương trình trở thành –12x + 3 = 0 ⇒ x = $\frac{1}{4}$. Suy ra phương trình chỉ có một nghiệm duy nhất. Do đó không thỏa mãn.

+) 2m + 6 ≠ 0 ⇔ m ≠ –3

Khi đó phương trình $\left(2m+6\right)x^2+4mx+3=0$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$\Delta = (4m)^2 - 4.3.(2m + 6) > 0$ hay $2m^2 - 3m - 9 > 0$

Tam thức bậc hai f (x) = $2m^2 - 3m - 9$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 3$ và $x_2 = \frac{-3}{2}$,

a = 2 > 0 nên f (x) > 0 với x < $\frac{-3}{2}$ hoặc x > 3 (2)

Từ điều kiện (1) và (2) suy ra m < - 3 hoặc $-3<m<-\frac{3}{2}$ hoặc m > 3.

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 9 trang 20 SBT Toán 7 tập 1: Giá trị nào là nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+x+11}=\sqrt{-2x^2-13x+16}$?

A. x = – 5

B. $x=\frac{1}{3}$

C. Cả hai câu A, B đều đúng;

D. Cả hai câu A, B đều sai.

Lời giải

Đáp án đúng là C

Bình phương hai vế của phương trình đã cho, ta được:

$x^2 + x + 11 = –2x^2 – 13x + 16$

$\Rightarrow 3x^2 + 14x – 5 = 0$

$\Rightarrow x = \frac{1}{3}$ hoặc $x = –5$.

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy $x = \frac{1}{3}$ hoặc $x = –5$ đều thỏa mãn.

Vì vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x = \frac{1}{3}$ và $x = –5$

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 10 trang 20 SBT Toán 7 tập 1: Khẳng định nào đúng với phương trình $\sqrt{2x^2 - 3x - 1} = \sqrt{3x^2 - 2x - 13}$?

A. Phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dấu;

B. Phương trình có hai nghiệm phân biệt trái dấu;

C. Phương trình có một nghiệm;

D. Phương trinh vô nghiệm.

Lời giải

Đáp án đúng là B

Bình phương hai vế của phương trình đã cho, ta được:

$2x^2 – 3x – 1 = 3x^2 – 2x – 13$

$\Rightarrow x^2 + x – 12 = 0$

$\Rightarrow x = 3$ hoặc $x = –4$.

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy $x = 3$ hoặc $x = –4$ đều thỏa mãn.

Suy ra phương trình đã cho có hai nghiệm $x = 3$ và $x = –4$. Vậy hai nghiệm của phương trình đã cho là hai nghiệm phân biệt trái dấu.

Đáp án đúng là B.

Câu 11 trang 20 SBT Toán 7 tập 1: Khẳng định nào đúng với phương trình

$\sqrt{5x^2 + 27x + 36} = 2x + 5$?

A. Phương trình có một nghiệm;

B. Phương trình vô nghiệm;

C. Tổng các nghiệm của phương trình là -7;

D. Các nghiệm của phương trình đều không bé hơn $-\frac{5}{2}$.

Lời giải

Đáp án đúng là A

Bình phương hai vế của phương trình đã cho, ta được:

$5x^2 + 27x + 36 = 4x^2 + 20x + 25$

$\Rightarrow x^2 + 7x + 11 = 0$

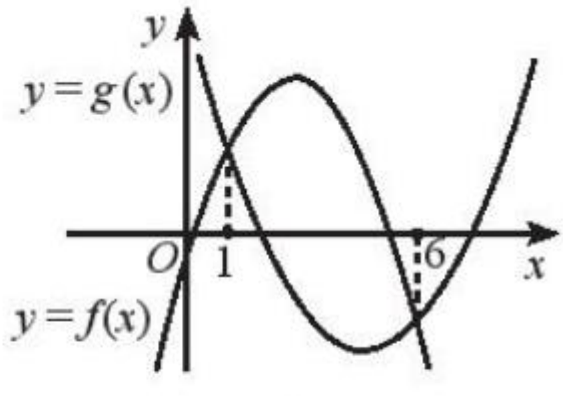
$\Rightarrow x = \frac{-7+\sqrt{5}}{2}$ hoặc $x = \frac{-7-\sqrt{5}}{2}$.

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có $x = \frac{-7+\sqrt{5}}{2}$

thỏa mãn.

Vì vậy đáp án A đúng.

Câu 12 trang 20 SBT Toán 7 tập 1: Cho đồ thị của hai hàm số bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ và $g(x) = dx^2 + ex + h$ như Hình 2.



Hình 2

Khẳng định nào đúng với phương trình $\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + h}$?

A. Phương trình có hai nghiệm phân biệt là x = 1 và x = 6,

B. Phương trình có 1 nghiệm là x = l;

C. Phương trình có 1 nghiệm là x = 6;

D. Phương trình vô nghiệm.

Lời giải

Đáp án đúng là B

Xét phương trình $\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{dx^2+ex+h}$

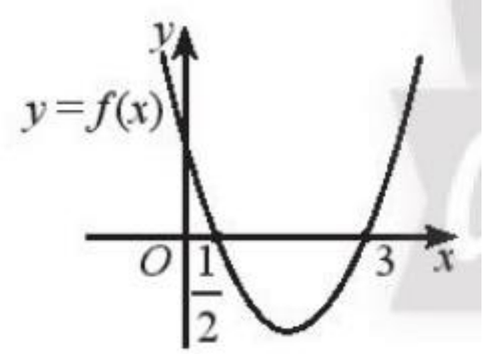
Bình phương hai vế ta được f (x) = g (x)

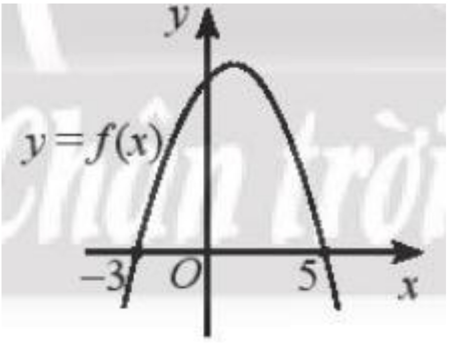
Đồ thị hàm số f (x) và g (x) giao nhau tại hai điểm x = 1 và x = 6. Tuy nhiên tại x = 6 thì g (x) < 0 và f (x) < 0 nên không thỏa mãn.

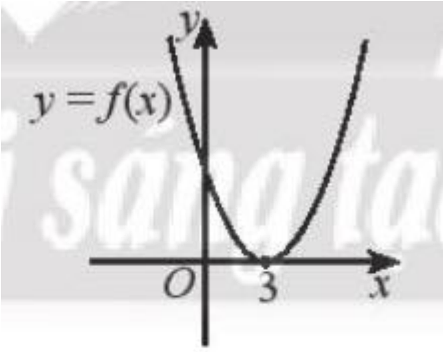
Vậy phương trình có 1 nghiệm là x = 1.

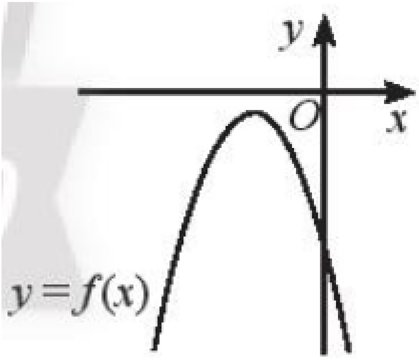
B. TỰ LUẬN

Bài 1 trang 21 SBT Toán 7 tập 1: Dựa vào đồ thị của hàm số bậc hai $y=f\left(x\right)$sau đây, hãy xét dấu của tam thức bậc hai f(x).

a) 

b) 

c) 

d) 

Lời giải

a) Dựa vào hình vẽ ta thấy:

Đồ thị hàm số nằm phía trên trục hoành khi x < $\frac{1}{2}$ hoặc x > 3 hay f(x) > 0 khi x ∈ $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$ ∪ (3; +∞).

Đồ thị hàm số nằm phía dưới trục hoành khi $\frac{1}{2} < x < 3$ hay f(x) < 0 khi x ∈ $\left(\frac{1}{2};3\right)$

Vậy f (x) dương trong hai khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$ và (3; +∞), f(x) âm khi x ∈ $\left(\frac{1}{2};3\right)$.

b) Dựa vào hình vẽ ta thấy:

Đồ thị hàm số nằm phía trên trục hoành khi –3 < x < 5 hay f(x) > 0 khi x ∈ (–3; 5)

Đồ thị hàm số nằm phía dưới trục hoành khi x < –3 hoặc x > 5 hay f(x) < 0 khi x ∈ $(-\infty;-3)$ ∪ (5; +∞)

Vậy f (x) dương trong khoảng (–3; 5), âm trong hai khoảng $(-\infty;-3)$ và $(5;+\infty)$.

c) Đồ thị hàm số nằm phía trên trục hoành khi x ≠ 3.

Vậy f (x) dương với mọi x ≠ 3.

d) Đồ thị hàm số nằm phía dưới trục hoành với mọi x ∈ $\mathbb{R}$.

Vậy f (x) âm với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Bài 2 trang 21 SBT Toán 7 tập 1: Xét dấu của các tam thức bậc hai sau:

a) $f(x) = -7x^2 + 44x - 45;$

b) $f(x) = 4x^2 + 36x + 81;$

c) $f(x) = 9x^2 - 6x + 3;$

d) $f(x) = -9x^2 + 30x - 25;$

e) $f(x) = x^2 - 4x + 3;$

g) $f(x) = -4x^2 + 8x - 7.$

Lời giải

a) Tam thức bậc hai $f(x) = -7x^2 + 44x - 45$ có $\Delta = 44^2 - 4.(-7).(-45) = 676 > 0$ suy ra f(x) có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 5$ và $x_2 = \frac{9}{7}$, a = –7 < 0 nên f (x) dương trong khoảng $\left(\frac{9}{7};5\right)$, âm trong hai khoảng $\left(-\infty;\frac{9}{7}\right)$ và $(5;+\infty)$.

b) Tam thức bậc hai $f(x) = 4x^2 + 36x + 81$ có $\Delta = 36^2 - 4.4.81 = 0$ suy ra f(x) có một nghiệm duy nhất $x = \frac{-9}{2}$, a = 4 > 0 nên f (x) dương với mọi $x \neq \frac{-9}{2}$.

c) Tam thức bậc hai $f(x) = 9x^2 - 6x + 3$ có $\Delta = (-6)^2 - 4.9.3 = -72 < 0$ và a = 9 > 0 nên f (x) dương với mọi $x \in \mathbb{R}$.

d) Tam thức bậc hai $f(x) = -9x^2 + 30x - 25$ có $\Delta = 30^2 - 4.(-9).(-25) = 0$ suy ra f(x) có một nghiệm duy nhất $x = \frac{5}{3}$, a = –9 < 0 nên f (x) âm với mọi $x \neq \frac{5}{3}$.

e) Tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - 4x + 3$ có $\Delta = (-4)^2 - 4.1.3 = 4$ suy ra f(x) có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 3$ và $x_2 = 1$, a = 1 > 0 nên
f (x) âm trong khoảng $(1;3)$, f(x) dương trong hai khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$.

g) Tam thức bậc hai $f(x) = -4x^2 + 8x - 7$ có $\Delta = 8^2 - 4.(-4).(-7) = -48 < 0$,
a = –4 < 0 nên f (x) âm với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Bài 3 trang 21 SBT Toán 7 tập 1: Giải các bất phương trình bậc hai sau:

a) $x^2 - 10x + 24 \geq 0$;

b) $-4x^2 + 28x - 49 \leq 0$;

c) $x^2 - 5x + 1 > 0$;

d) $9x^2 - 24x + 16 \leq 0$;

e) $15x^2 - x - 2 < 0$;

g) $-x^2 + 8x - 17 > 0$;

h) $-25x^2 + 10x - 1 < 0$;

i) $4x^2 + 4x + 7 \leq 0$.

Lời giải

a) $x^2 - 10x + 24 \geq 0$;

Tam thức bậc hai f (x) = $x^2 - 10x + 24$ có $\Delta = (-10)^2 - 4.1.24 = 4 > 0$ suy ra f(x) có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 6$ và $x_2 = 4$ và a = 1 > 0 nên f (x) > 0 với $x \leq 4$ hoặc $x \geq 6$.

Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm S = $(-\infty; 4] \cup [6; +\infty)$

b) $-4x^2 + 28x - 49 \leq 0$;

Tam thức bậc hai f (x) = $-4x^2 + 28x - 49$ có $\Delta = 28^2 - 4.(-4).(-49) = 0$ suy ra f(x) có một nghiệm x = $\frac{7}{2}$, a = –4 < 0 nên f (x) $\leq$ 0 với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm S = $\mathbb{R}$.

c) $x^2 - 5x + 1 > 0$;

Tam thức bậc hai f (x) = $x^2 - 5x + 1$ có $\Delta = (-5)^2 - 4.1.1 = 21$ suy ra f(x) có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{5+\sqrt{21}}{2}$ và $x_2 = \frac{5-\sqrt{21}}{2}$, a = 1 > 0 nên f (x) > 0 với x < $\frac{5-\sqrt{21}}{2}$ hoặc x > $\frac{5+\sqrt{21}}{2}$.

Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm S = $\left(-\infty; \frac{5-\sqrt{21}}{2}\right) \cup \left(\frac{5+\sqrt{21}}{2}; +\infty\right)$

d) $9x^2 - 24x + 16 \leq 0$;

Tam thức bậc hai f (x) = $9x^2 - 24x + 16$ có $\Delta = (-24)^2 - 4.9.16 = 0$ suy ra f(x) có một nghiệm $x = \frac{4}{3}$, a = 9 > 0 nên f (x) ≤ 0 khi $x = \frac{4}{3}$.

Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \left\{\frac{4}{3}\right\}$

e) $15x^2 - x - 2 < 0$;

Tam thức bậc hai f (x) = $15x^2 - x - 2$ có $\Delta = (-1)^2 - 4.15.(-2) = 121$ suy ra f(x) có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{2}{5}$ và $x_2 = \frac{-1}{3}$, a = 15 > 0 nên f (x) < 0 với $\frac{-1}{3} < x < \frac{2}{5}$.

Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \left(\frac{-1}{3}; \frac{2}{5}\right)$

g) $-x^2 + 8x - 17 > 0$;

Tam thức bậc hai f (x) = $-x^2 + 8x - 17$ có $\Delta = 8^2 - 4.(-1).(-17) = -4 < 0$, a = –1 < 0 nên f (x) âm với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Vậy bất phương trình vô nghiệm.

h) $-25x^2 + 10x - 1 < 0$;

Tam thức bậc hai f (x) = $-25x^2 + 10x - 1$ có $\Delta = 10^2 - 4.(-25).(-1) = 0$ suy ra f(x) có một nghiệm $x = \frac{1}{5}$, a = –25 < 0 nên f (x) < 0 khi $x \neq \frac{1}{5}$.

Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \mathbb{R} \setminus \frac{1}{5}$.

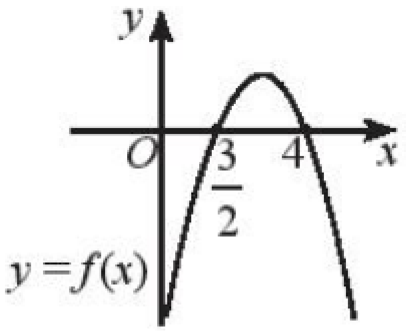
i) $4x^2 + 4x + 7 \le 0$.

Tam thức bậc hai f (x) = $4x^2 + 4x + 7$ có $\Delta = 4^2 - 4.4.7 = -96 < 0$, a = 4 > 0 nên f (x) dương với mọi $x \in \mathbb{R}$.

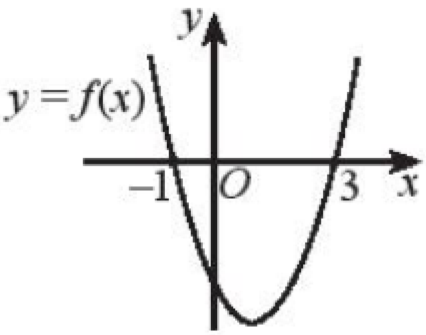
Vậy bất phương trình vô nghiệm.

Bài 4 trang 22 SBT Toán 7 tập 1: Dựa vào đồ thị của hàm số bậc hai được cho, hãy giải các bất phương trình sau:

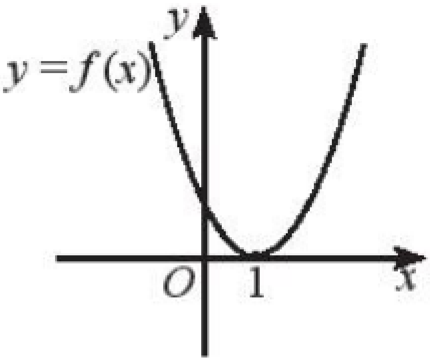
a) $f(x) \ge 0$



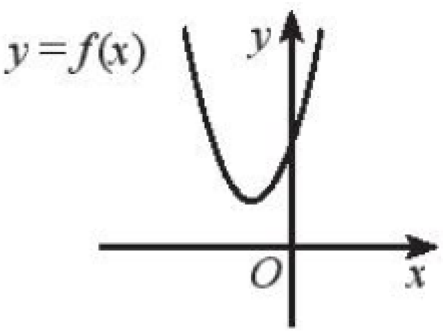
b) $f\left(x\right)>0$



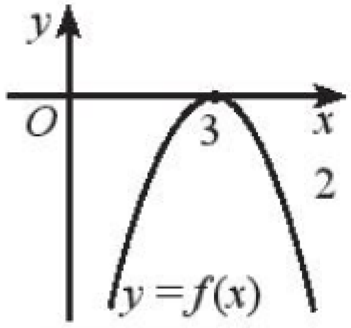
c) $f\left(x\right)\leq 0$



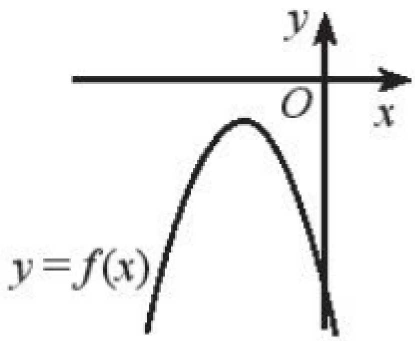
d) $f\left(x\right)<0$



e) $f\left(x\right)<0$



g) $f(x) \le 0$



Lời giải

a) Ta thấy đồ thị hàm số f (x) cắt trục hoành tại hai điểm x = $\frac{3}{2}$ và x = 4, khi $\frac{3}{2} \le x \le 4$ thì đồ thị hàm số nằm trên trục hoành nên $f(x) \ge 0$ khi $\frac{3}{2} \le x \le 4$.

Vậy f(x) ≥ 0 khi x ∈ $\left[\frac{3}{2};4\right]$.

b) $f(x) > 0$ khi đồ thị hàm số f (x) nằm trên trục hoành hay x < –1 hoặc x > 3.

Vậy f(x) > 0 khi (– ∞; – 1) ∪ (3; +∞).

c) Dựa vào hình vẽ ta thấy:

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại x = 1.

Với x ≠ 1 đồ thị hàm số nằm hoàn toàn phía trên trục hoành.

Do đó f(x) ≤ 0 khi x = 1.

Vậy f(x) ≤ 0 khi x = 1.

d) $f(x) < 0$ vô nghiệm vì ta thấy đồ thị hàm số f (x) hoàn toàn nằm trên trục hoành.

Vậy không tồn tại giá trị của x để f(x) < 0.

e) Dựa vào hình vẽ ta thấy:

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại x = 3.

Đồ thị nằm hoàn toàn phía dưới trục hoành với $x \neq 3$.

Do đó $f(x) < 0$ khi $x \neq 3$.

Vậy f(x) < 0 khi $x \neq 3$.

g) Ta có thể thấy đồ thị hàm số f (x) hoàn toàn nằm dưới trục hoành nên $f(x) \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Vậy $f(x) \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Bài 5 trang 22 SBT Toán 7 tập 1: Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{3x^2+7x-1}=\sqrt{6x^2+6x-11}$;

b) $\sqrt{x^2+12x+28}=\sqrt{2x^2+14x+24}$;

c) $\sqrt{2x^2-12x-14}=\sqrt{5x^2-26x-6}$;

d) $\sqrt{11x^2-43x+25}=-3x+4$;

e) $\sqrt{-5x^2-x+35}=x+5$;

g) $\sqrt{11x^2-64x+97}=3x-11$.

Lời giải

a) $\sqrt{3x^2+7x-1}=\sqrt{6x^2+6x-11}$

Bình phương hai vế của phương trình đã cho, ta được:

$3x^2 + 7x - 1 = 6x^2 + 6x - 11$

$\Rightarrow 3x^2 - x - 10 = 0$

$\Rightarrow x = \frac{-5}{3}$ hoặc x = 2.

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có x = 2 thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm x = 2.

b) $\sqrt{x^2+12x+28}=\sqrt{2x^2+14x+24}$

Bình phương hai vế của phương trình đã cho, ta được:

$x^2 + 12x + 28 = 2x^2 + 14x + 24$

$\Rightarrow x^2 + 2x - 4 = 0$

$\Rightarrow x = -1 + \sqrt{5}$ hoặc $x = -1 - \sqrt{5}$.

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có x = $-1+\sqrt{5}$ thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm x = $-1+\sqrt{5}$.

c) $\sqrt{2x^2-12x-14}=\sqrt{5x^2-26x-6}$

Bình phương hai vế của phương trình đã cho, ta được:

$2x^2 - 12x - 14 = 5x^2 - 26x - 6$

$\Rightarrow 3x^2 - 14x + 8 = 0$

$\Rightarrow$ x = 4 hoặc x = $\frac{2}{3}$

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy x = 4 và x = $\frac{2}{3}$ đều không thỏa mãn. Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

d) $\sqrt{11x^2-43x+25}=-3x+4$

Bình phương hai vế của phương trình đã cho, ta được:

$11x^2 - 43x + 25 = 9x^2 - 24x + 16$

$\Rightarrow 2x^2 - 19x + 9 = 0$

$\Rightarrow$ x = 9 hoặc x = $\frac{1}{2}$

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có x = $\frac{1}{2}$ thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm x = $\frac{1}{2}$.

e) $\sqrt{-5x^2-x+35}=x+5$

Bình phương hai vế của phương trình đã cho, ta được:

$-5x^2 - x + 35 = x^2 + 10x + 25$

$\Rightarrow 6x^2 + 11x - 10 = 0$

$\Rightarrow$ x = $\frac{2}{3}$ hoặc x = $\frac{-5}{2}$

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy x = $\frac{2}{3}$ hoặc x = $\frac{-5}{2}$ đều thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm x = $\frac{2}{3}$ và x = $\frac{-5}{2}$.

g) $\sqrt{11x^2-64x+97}=3x-11$.

Bình phương hai vế của phương trình đã cho, ta được:

$11x^2 - 64x + 97 = 9x^2 - 66x + 121$

$\Rightarrow 2x^2 + 2x - 24 = 0$

$\Rightarrow$ x = 3 hoặc x = –4

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy x = 3 và x = –4 đều không thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Bài 6 trang 22 SBT Toán 7 tập 1: Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y=\sqrt{-x^2+6x-2}$;

b) $y=\frac{2x}{x-2}+\sqrt{-x^2+3x-2}$

Lời giải

a) $y=\sqrt{-x^2+6x-2}$;

Hàm số trên xác định khi và chỉ khi $-x^2 + 6x - 2 \geq 0$

Tam thức bậc hai $f(x) = -x^2 + 6x - 2$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 3 + \sqrt{7}$ và $x_2 = 3 - \sqrt{7}$, $a = -1 < 0$ nên $f(x) \geq 0$ khi $3 - \sqrt{7} \leq x \leq 3 + \sqrt{7}$.

Vậy tập xác định của hàm số trên là D = $\left[3-\sqrt{7};3+\sqrt{7}\right]$.

b) $y=\frac{2x}{x-2}+\sqrt{-x^2+3x-2}$

Hàm số trên xác định khi và chỉ khi $x - 2 \neq 0$ và $-x^2 + 3x - 2 \geq 0$.

+) Ta có $x - 2 \neq 0$ khi và chỉ khi $x \neq 2$ (1)

+)Tam thức bậc hai $f(x) = -x^2 + 3x - 2$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 1$ và $x_2 = 2$, $a = -1 < 0$ nên $f(x) \geq 0$ khi $1 \leq x \leq 2$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra tập xác định của hàm số là $[1;2)$.

Vậy tập xác định của hàm số là D = $[1;2)$.

Bài 7 trang 22 SBT Toán 7 tập 1: Tìm các giá trị của tham số m để:

a) $f(x)=(m-3)x^2+2mx-m$ là một tam thức bậc hai âm với mọi $x\in\mathbb{R}$;

b) $f(x)=(m-2)x^2+2(m+3)x+5(m-3)$ là một tam thức bậc hai có nghiệm;

c) Phương trình $2x^2+(3m-1)x+2(m+1)=0$ vô nghiệm,

d) Bất phương trình $2x^2+2(m-3)x+3(m^2-3)\geq 0$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

Lời giải

a) f (x) là một tam thức bậc hai âm với mọi x ∈ ℝ khi và chỉ khi a = m – 3 < 0 và Δ' < 0.

+) Ta có: m – 3 < 0 khi và chỉ khi m < 3.

+) Δ' = m^2 + (m – 3).m = $2m^2$ – 3m < 0 khi và chỉ khi 0 < m < $\frac{3}{2}$

Vậy để $f(x)=(m-3)x^2+2mx-m$ là một tam thức bậc hai âm với mọi x ∈ ℝ thì $0 < m < \frac{3}{2}$.

b) f (x) là một tam thức bậc hai có nghiệm khi và chỉ khi m – 2 ≠ 0 và Δ' ≥ 0.

+) Ta có m – 2 ≠ 0 khi và chỉ khi m ≠ 2

+) Ta có Δ' = $(m + 3)^2$ – 5.(m – 3).(m – 2) = $-4m^2$ + 31m – 21 ≥ 0 tức là $\frac{3}{4}\leq m\leq 7$.

Vậy $\frac{3}{4}\leq m < 2$ và $2 < m \leq 7$ thì f(x) là một tam thức bậc hai có nghiệm.

c) Phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi

Δ = $(3m-1)^2 - 16(m+1) < 0$ hay $9m^2 - 22m - 15 < 0$ tức là $\frac{-5}{9} < m < 3$.

Vậy $\frac{-5}{9} < m < 3$ thì phương trình đã cho vô nghiệm.

d) Xét tam thức bậc hai f(x) = $2x^2 + 2.(m - 3)x + 3(m^2 - 3)$ có a = 2 > 0 và Δ' = (m – 3)^2 – 6(m^2 – 3) = $m^2 - 6m + 9 - 6m^2 + 18 = -5m^2 - 6m + 27$

Suy ra f(x) ≥ 0 với mọi x ∈ ℝ khi a = 2 > 0 và Δ' = $-5m^2 - 6m + 27 \le 0$ tức là m ≤ –3 hoặc m ≥ $\frac{9}{5}$.

Vậy m ≤ –3 hoặc m ≥ $\frac{9}{5}$.

Bài 8 trang 22 SBT Toán 7 tập 1: Người ta thử nghiệm ném một quả bóng trên Mặt Trăng. Nếu quả bóng được ném lên từ độ cao h_0 (m) so với bề mặt của Mặt Trăng với vận tốc v_0 (m/s) thì độ cao của bóng sau t giây được cho bởi hàm số

$h(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + h_0$ với g = 1,625 m/s^2 là gia tốc trọng trường của Mặt Trăng.

a) Biết độ cao ban đầu của quả bóng vào các thời điểm 8 giây và 12 giây lần lượt là 30 m và 5 m, hãy tìm vận tốc ném; độ cao ban đầu của quả bóng và viết công thức h(t).

b) Quả bóng đạt độ cao trên 29 m trong bao nhiêu giây?

Lưu ý: Đáp số làm tròn đến hàng phần trăm.

Lời giải

a) Ta có h (t) = $-0{,}8125t^2 + v_0t + h_0$

Ta có h(8) = 30 và h(12) = 5

Do đó $\begin{cases} -52 + 8v_0 + h_0 = 30 \\ -117 + 12v_0 + h_0 = 5 \end{cases}$ hay $\begin{cases} v_0 = 10 \\ h_0 = 2 \end{cases}$

Vậy h (t) = $-0{,}8125t^2 + 10t + 2$.

b) Quả bóng đạt độ cao trên 29 m khi và chỉ khi $-0{,}8125t^2 + 10t + 2 > 29$ hay $-0{,}8125t^2 + 10t - 27 > 0$

Xét tam thức bậc hai f(t) = $-0{,}8125t^2 + 10t - 27$, có a = –0,8125 < 0 và Δ = 10^2 – 4.(–0,8125).(– 27) = 12,25 > 0 suy ra f(t) có hai nghiệm phân biệt t_1 = 8,31 và 4.

Do đó f(t) > 0 khi 4 < t < 8,31.

Vậy quả bóng ở độ cao trên 29m trong khoảng ít hơn 8,31 – 4 = 4,31 giây.

Bài 9 trang 23 SBT Toán 7 tập 1: Một người phát cầu qua lưới từ độ cao y_0 mét, nghiêng một góc α so với phương ngang với vận tốc đầu v_0.

Phương trình chuyển động của quả cầu là:

$$y = \frac{-g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + \tan(\alpha)x + y_0 \text{ với } g = 10 \text{ m/s}^2$$

Viết phương trình chuyển động của quả cầu nếu $\alpha = 45^0, y_0 = 0{,}3\text{m}$ và v_0 = 7,67 m/s.

b) Để cầu qua được lưới bóng cao 1,5 m thì người phát cầu phải đứng cách lưới bao xa?

Lưu ý: Đáp số làm tròn đến hàng phần trăm.

Lời giải

a) Ta có

$$y = \frac{-g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + \tan(\alpha)x + y_0$$

Thay $\alpha = 45^0, y_0 = 0{,}3$ và v_0 = 7,67 vào phương trình trên ta được:

$$y = \frac{-10}{2.7{,}67^2.\cos^2 45°} + \tan45°.x + 0{,}3 \text{ hay } y = -0{,}17x^2 + x + 0{,}3.$$

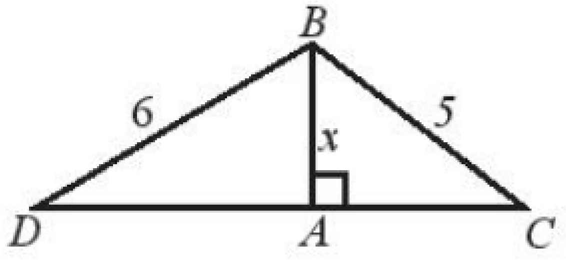
b) Với x là khoảng cách từ người phát cầu đến lưới thì cầu phát được qua lưới khi và chỉ khi y (x) > 1,5 hay $-0{,}17x^2 + x + 0{,}3 > 1{,}5$ hay $-0{,}17x^2 + x - 1{,}2 > 0$.

Xét tam thức bậc hai $f(x) = -0{,}17x^2 + x - 1{,}2$ có $\Delta = 1^2 - 4.(-0{,}17).(-1{,}2) = 0{,}184 > 0$ nên f(x) có hai nghiệm phân biệt $x_1 \approx 4{,}20$ và $x_2 \approx 1{,}68$.

Ta có a = – 0,17 < 0 suy ra f(x) > 0 khi 1,68 < x < 4,20.

Vậy người phát cầu cần đứng cách lưới trong khoảng từ 1,68 m đến 4,20 m.

Bài 10 trang 23 SBT Toán 7 tập 1: Cho tam giác ABC và ABD cùng vuông tại A như Hình 3 có AB = x, BC = 5 và BD = 6.



Hình 3

a) Biểu diễn độ dài cạnh AC và AD theo x.

b) Tìm x để chu vi của tam giác ABC là 12.

c) Tìm x để AD = 2AC

Lời giải

a) Vì x là khoảng cách AB nên $x > 0$

Áp dụng định lí Phytagoras cho tam giác ABC:

$AB^2 + AC^2 = BC^2$

$\Rightarrow AC^2 = 5^2 – x^2$

Như vậy AC = $\sqrt{25-x^2}$

Áp dụng định lí Phytagoras cho tam giác ABD:

$AB^2 + AD^2 = BD^2$

$\Rightarrow AD^2 = 6^2 – x^2$

Như vậy AD = $\sqrt{36-x^2}$

b) Giải phương trình AB + AC + BC = 12

$\Rightarrow x + 5 + \sqrt{25-x^2} = 12$

$\Rightarrow \sqrt{25-x^2} = 7 – x$

$\Rightarrow 25 – x^2 = (7 – x)^2$

$\Rightarrow 2x^2 – 14x + 24 = 0$

$\Rightarrow x = 4$ hoặc $x = 3$

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình AB + AC + BC = 12 ta thấy x = 4 và x = 3 đều thoả mãn. Vậy x = 4 hoặc x = 3 để chu vi tam giác ABC là 12.

c) Ta có AD = 2AC

$\Rightarrow \sqrt{36-x^2} = 2\sqrt{25-x^2}$

$\Rightarrow 36 – x^2 = 100 – 4x^2$

$\Rightarrow 3x^2 - 64 = 0$

$\Rightarrow x = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ hoặc $x = -\frac{8\sqrt{3}}{3}$ mà $x > 0$ nên $x = \frac{8\sqrt{3}}{3}$.

Thay $x = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ vào phương trình AD = 2AC thấy thỏa mãn. Vậy $x = \frac{8\sqrt{3}}{3}$.