

## Phương sai và độ lệch chuẩn và cách giải bài tập

### A. Lí thuyết.

#### 1. Phương sai:

Phương sai của bảng thống kê số liệu  $x$  kí hiệu là  $s_x^2$ .

Công thức tính phương sai:

+ Trường hợp bảng phân bố tần số, tần suất:  $n_i$ ,  $f_i$ ,  $x_i$  lần lượt là tần số, tần suất và giá trị của số liệu,  $n$  là số các số liệu thống kê,  $\bar{x}$  là số trung bình cộng của các số liệu thống kê đã cho.

$$s_x^2 = \frac{1}{n} [n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_k(x_k - \bar{x})^2]$$

$$= f_1(x_1 - \bar{x})^2 + f_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + f_k(x_k - \bar{x})^2$$

$$\overline{x^2} = \frac{1}{n} (n_1x_1^2 + n_2x_2^2 + \dots + n_kx_k^2) = f_1x_1^2 + f_2x_2^2 + \dots + f_kx_k^2$$

+ Trường hợp bảng phân bố tần số, tần suất ghép lớp: Trong đó  $n_i$ ,  $f_i$ ,  $c_i$  lần lượt là tần số, tần suất, giá trị đại diện của lớp thứ  $i$ ,  $n$  là số các số liệu thống kê,  $\bar{x}$  là số trung bình cộng của các số liệu thống kê đã cho.

$$s_x^2 = \frac{1}{n} [n_1(c_1 - \bar{x})^2 + n_2(c_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_k(c_k - \bar{x})^2]$$

$$= f_1(c_1 - \bar{x})^2 + f_2(c_2 - \bar{x})^2 + \dots + f_k(c_k - \bar{x})^2$$

$$\overline{x^2} = \frac{1}{n} (n_1c_1^2 + n_2c_2^2 + \dots + n_kc_k^2) = f_1c_1^2 + f_2c_2^2 + \dots + f_kc_k^2$$

- Ý nghĩa của phương sai:

+ Phương sai được sử dụng để đánh giá mức độ phân tán của các số liệu thống kê (so với số trung bình).

+ Khi hai dãy số liệu có cùng đơn vị đo và có số trung bình bằng nhau hoặc xấp xỉ nhau, dãy có phương sai càng nhỏ thì mức độ phân tán (so với số trung bình) của các số liệu thống kê càng bé.

## 2. Độ lệch chuẩn:

Căn bậc hai của phương sai gọi là độ lệch chuẩn, kí hiệu  $s_x$ . Ta có:  $s_x = \sqrt{s_x^2}$

- Ý nghĩa độ lệch chuẩn: Độ lệch chuẩn cũng dùng đánh giá mức độ phân tán của các số liệu thống kê (so với số trung bình). Khi cần chú ý đến đơn vị đo ta dùng độ lệch chuẩn để đánh giá vì độ lệch chuẩn có cùng đơn vị đo với số liệu được nghiên cứu.

### B. Phương pháp giải.

- Phương pháp tính phương sai, độ lệch chuẩn:

+ Tính trung bình cộng

+ Tính độ lệch của mỗi số liệu thống kê

+ Áp dụng các công thức:

$$s_x = \sqrt{s_x^2}$$

Đối với bảng phân bố tần số, tần suất:

$$s_x^2 = \frac{1}{n}[n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_k(x_k - \bar{x})^2]$$

$$= f_1(x_1 - \bar{x})^2 + f_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + f_k(x_k - \bar{x})^2$$

$$\overline{x^2} = \frac{1}{n}(n_1x_1^2 + n_2x_2^2 + \dots + n_kx_k^2) = f_1x_1^2 + f_2x_2^2 + \dots + f_kx_k^2$$

Đối với bảng phân bố tần số, tần suất ghép lớp:

$$s_x^2 = \frac{1}{n}[n_1(c_1 - \bar{x})^2 + n_2(c_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_k(c_k - \bar{x})^2]$$

$$= f_1(c_1 - \bar{x})^2 + f_2(c_2 - \bar{x})^2 + \dots + f_k(c_k - \bar{x})^2$$

$$\overline{x^2} = \frac{1}{n}(n_1c_1^2 + n_2c_2^2 + \dots + n_kc_k^2) = f_1c_1^2 + f_2c_2^2 + \dots + f_kc_k^2$$

### C. Ví dụ minh họa.

**Bài 1:** Điểm trung bình các môn học của học sinh được cho trong bảng sau:

Điểm	7,5	7,8	8,0	8,4	9,0	9,5	
Tần số	1	2	3	2	2	1	n = 11
Tần suất (%)	9,09	18,18	27,27	18,18	18,18	9,09	100 (%)

Hãy tính phương sai và độ lệch chuẩn của bảng phân bố tần số, tần suất.

**Lời giải:**

Điểm trung bình của học sinh là:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3 + f_4x_4 + f_5x_5 + f_6x_6 \\ &= \frac{9,09}{100} \cdot 7,5 + \frac{18,18}{100} \cdot 7,8 + \frac{27,27}{100} \cdot 8,0 + \frac{18,18}{100} \cdot 8,4 + \frac{18,18}{100} \cdot 9,0 + \frac{9,09}{100} \cdot 9,5 \approx 8,3\end{aligned}$$

Phương sai:

$$\begin{aligned}s_x^2 &= f_1(x_1 - \bar{x})^2 + f_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + f_k(x_k - \bar{x})^2 \\ &= \frac{9,09}{100}(7,5 - 8,3)^2 + \frac{18,18}{100}(7,8 - 8,3)^2 + \frac{27,27}{100}(8,0 - 8,3)^2 + \frac{18,18}{100}(8,4 - 8,3)^2 \\ &\quad + \frac{18,18}{100}(9,0 - 8,3)^2 + \frac{9,09}{100}(9,5 - 8,3)^2 \\ &\approx 0,35\end{aligned}$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } s_x = \sqrt{s_x^2} \approx \sqrt{0,35} \approx 0,59$$

**Bài 2:** Cho bảng phân bố tần số và tần suất ghép lớp sau: Nhiệt độ trung bình của tháng 2 tại thành phố Vinh từ 1961 đến hết 1990 (30 năm)

Lớp nhiệt độ (°C)	Tần số	Tần suất
[12;14)	1	3,33
[14;16)	3	10,00
[16;18)	12	40,00
[18;20)	9	30,00
[20;22)	5	16,67
Cộng	30	100 (%)

Hãy tính phương sai và độ lệch chuẩn.

**Lời giải:**

Số trung bình cộng:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= f_1 c_1 + f_2 c_2 + \dots + f_k c_k \\ &= \frac{3,33}{100} \cdot 13 + \frac{10}{100} \cdot 15 + \frac{40}{100} \cdot 17 + \frac{30}{100} \cdot 19 + \frac{16,67}{100} \cdot 21 \\ &\approx 17,93\end{aligned}$$

Phương sai:

$$\begin{aligned}s_x^2 &= f_1 (c_1 - \bar{x})^2 + f_2 (c_2 - \bar{x})^2 + \dots + f_5 (c_5 - \bar{x})^2 \\ &= \frac{3,33}{100} (13 - 17,93)^2 + \frac{10}{100} (15 - 17,93)^2 + \frac{40}{100} (17 - 17,93)^2 \\ &\quad + \frac{30}{100} (19 - 17,93)^2 + \frac{16,67}{100} (21 - 17,93)^2 \\ &\approx 3,93\end{aligned}$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } s_x = \sqrt{s_x^2} \approx 1,98$$

**Bài 3:** Lớp 10C của một trường Trung học phổ thông đồng thời làm bài thi môn Ngữ văn theo cùng một đề thi. Kết quả thi được trình bày ở bảng phân bố tần số sau đây:

Điểm thi	5	6	7	8	9	10	Cộng
Tần số	3	7	12	14	3	1	40

Hãy tính các số trung bình, phương sai, độ lệch chuẩn.

**Lời giải:**

Số trung bình:

$$\bar{x} = \frac{3.5 + 7.6 + 12.7 + 14.8 + 3.9 + 1.10}{40} = 7,25$$

Phương sai:

$$s_x^2 = \frac{1}{40} [3.(5 - 7,25)^2 + 7.(6 - 7,25)^2 + 12.(7 - 7,25)^2 + 14.(8 - 7,25)^2 + 3.(9 - 7,25)^2 + 1.(10 - 7,25)^2]$$

$$= 1,2875$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } s_x = \sqrt{s_x^2} \approx 1,135$$

### C. Bài tập tự luyện.

**Bài 1:** Lớp 10D của một trường Trung học phổ thông đồng thời làm bài thi môn Ngữ văn theo cùng một đề thi. Kết quả thi được trình bày ở bảng phân bố tần số sau đây:

Điểm thi	6	7	8	9	Cộng
Tần số	8	18	10	4	40

Hãy tính phương sai, độ lệch chuẩn.

**Đáp án:**  $s_x^2 = 0,7875$ ,  $s_x \approx 0,8874$

**Bài 2:** Cho bảng tần số ghép lớp : Khối lượng của cá mè trong một bể (đơn vị: kg). Hãy tính phương sai, độ lệch chuẩn.

Lớp khối lượng(kg)	[0,6;0,8)	[0,8;1,0)	[1,0;1,2)	[1,2;1,4]	Cộng
Tần số	4	6	6	4	20

**Đáp án:**  $s_x^2 = 0,042$ ,  $s_x \approx 0,2$

**Bài 3:** Cho bảng tần số ghép lớp : Khối lượng của cá rô phi trong một bể (đơn vị: kg). Hãy tính phương sai, độ lệch chuẩn.

Lớp khối lượng(kg)	[0,5;0,7)	[0,7;0,9)	[0,9;1,1)	[1,1;1,3)	[1,3;1,5]	Cộng
Tần số	3	4	6	4	3	20

**Đáp án:**  $s_x^2 = 0,064$ ,  $s_x \approx 0,253$

**Bài 4:** Cho bảng tần số ghép lớp : Tuổi thọ của bóng đèn (đơn vị: giờ). Hãy tính phương sai, độ lệch chuẩn.

Tuổi thọ	Tần số
1150	3
1160	6
1170	12
1180	6
1190	3
Cộng	30

**Đáp án:**  $s_x^2 = 120$ ,  $s_x \approx 10,95$

**Bài 5:** Cho bảng tần số ghép lớp : Điểm kiểm tra Toán của học sinh. Hãy tính phương sai, độ lệch chuẩn.

Số thứ tự	Tên học sinh	Điểm kiểm tra Toán
1	An	8
2	Bình	7
3	Cúc	8
4	Dung	6
5	Đào	5
6	Giang	10
7	Hùng	7
8	Ich	6
9	Khanh	8
10	Liên	9

**Đáp án:**  $s_x^2 \approx 2,04$ ,  $s_x \approx 1,43$

**Bài 6:** Khi điều tra về số cây trồng được của mỗi lớp trong dịp phát động phong trào Tết trồng cây, người ta điều tra và lập được bảng dưới đây:

STT	Lớp	Số cây trồng được
1	6A	35
2	6B	30
3	6C	28
4	6D	30
5	6E	30
6	7A	35
7	7B	28
8	7C	30
9	7D	30
10	7E	35

STT	Lớp	Số cây trồng được
11	8A	35
12	8B	50
13	8C	35
14	8D	50
15	8E	30
16	9A	35
17	9B	35
18	9C	30
19	9D	30
20	9E	50

Hãy tính phương sai, độ lệch chuẩn.

**Đáp án:**  $s_x^2 \approx 48,45$ ,  $s_x \approx 6,96$

**Bài 7:** Chọn 30 hộp chè một cách tùy ý trong kho của một cửa hàng và đem cân, kết quả được ghi lại trong bảng 7 (sau khi đã trừ khối lượng của vỏ):

Khối lượng chè trong từng hộp (tính bằng gam)		
100	100	101
100	101	100
98	100	100
98	102	98
99	99	102
100	101	101
100	100	100
102	100	100
100	100	99
100	99	100

Hãy tính phương sai, độ lệch chuẩn.

**Đáp án:**  $s_x^2 \approx 1,067$ ,  $s_x \approx 1,033$

**Bài 8:** Hàng ngày, bạn An thử ghi lại thời gian cần thiết để đi từ nhà đến trường và thực hiện trong 10 ngày, kết quả thu được ghi trong bảng sau (đơn vị: phút). Hãy tính phương sai, độ lệch chuẩn.

Số thứ tự của ngày	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Thời gian (phút)	21	18	17	20	19	18	19	20	18	19

**Đáp án:**  $s_x^2 \approx 1,29$ ,  $s_x \approx 1,136$