# Công thức xét tính chẵn, lẻ của hàm số

## I. Lí thuyết tổng hợp.

- Tập đối xứng: $\forall x \in D$ thì $-x \in D$ thì ta gọi D là tập đối xứng.

- Khái niệm: Cho hàm số y = f(x) có tập xác định D với D là tập đối xứng.

+ Hàm số y = f(x) được gọi là hàm số chẵn nếu với mọi x thuộc D thì f(x) = f(-x)

+ Hàm số f được gọi là hàm số lẻ nếu với mọi x thuộc D thì f(x) = - f(-x)

- Chú ý: Một hàm số có thể không chẵn cũng không lẻ.

- Đồ thị của hàm số chẵn, lẻ:

+ Đồ thị của hàm số chẵn nhận trục tung làm trục đối xứng.

+ Đồ thị của hàm số lẻ nhận gốc toạ độ làm tâm đối xứng.

## II. Các công thức.

- Cho hàm số y = f(x) có tập xác định D là tập đối xứng:

+ Hàm số chẵn $\Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in D \Rightarrow -x \in D \\ f(x) = f(-x) \end{cases}$

+ Hàm số lẻ $\Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in D \Rightarrow -x \in D \\ f(x) = -f(-x) \end{cases}$

- Phương pháp xét tính chẵn lẻ của hàm số: Cho hàm số y = f(x):

Bước 1: Tìm tập xác định D của hàm số.

Bước 2: Kiểm tra xem D có phải là tập đối xứng không:

Nếu $\exists x_0 \in D \Rightarrow -x_0 \notin D \Rightarrow D$ không phải tập đối xứng $\Rightarrow$ Hàm số không chẵn cũng không lẻ.

Nếu $\forall x_0 \in D \Rightarrow -x_0 \in D \Rightarrow$ D là tập đối xứng $\Rightarrow$ Chuyển sang bước tiếp theo.

Bước 3: Xác định f($x_0$) và f(-$x_0$) và so sánh:

Nếu f($x_0$) = f(-$x_0$) $\Rightarrow$ Hàm số là chẵn.

Nếu f($x_0$) = - f(-$x_0$) $\Rightarrow$ Hàm số là lẻ.

Nếu $\exists x_0 \in D \Rightarrow f(-x_0) \neq \pm f(x_0) \Rightarrow$ Hàm số không chẵn cũng không lẻ

**III. Ví dụ minh họa.**

**Bài 1**: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số: y = f(x) = $\sqrt[3]{x} + x^3$.

**Lời giải:**

Hàm số y = f(x) = $\sqrt[3]{x} + x^3$ xác định trên $\mathbb{R}$

$\Rightarrow$ Tập xác định D = $\mathbb{R}$

Ta có: $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$

Xét:

f(x) = $\sqrt[3]{x} + x^3$

f(-x) = $\sqrt[3]{(-x)} + (-x)^3 = \sqrt[3]{(-1)x} + (-1)^3.x^3 = -\sqrt[3]{x} - x^3 = -\left(\sqrt[3]{x} + x^3\right)$

$\Rightarrow f(-x) = -f(x)$

$\Rightarrow$ Hàm số y = f(x) = $\sqrt[3]{x} + x^3$ là hàm số lẻ.

**Bài 2**: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số: y = f(x) = $x^4 + \sqrt{x^2 + 4}$

**Lời giải:**

Ta có: $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow x^2 + 4 > 0$

$\Rightarrow$ Tập xác định của hàm số y = f(x) = $x^4 + \sqrt{x^2 + 4}$ là $D = \mathbb{R}$

$\Rightarrow \forall x \in D \Rightarrow -x \in D$

Xét:

f(x) = $x^4 + \sqrt{x^2 + 4}$

f(-x) = $(-x)^4 + \sqrt{(-x)^2 + 4} = (-1)^4.x^4 + \sqrt{(-1)^2 x^2 + 4} = x^4 + \sqrt{x^2 + 4}$

$\Rightarrow f(-x) = f(x)$

$\Rightarrow$ Hàm số y = f(x) = $x^4 + \sqrt{x^2 + 4}$ là hàm số chẵn.

**Bài 3**: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số: y = f(x) = $\sqrt{2-x}+\frac{1}{\sqrt{2-x}}$

**Lời giải:**

Điều kiện xác định của hàm số: y = f(x) = $\sqrt{2-x}+\frac{1}{\sqrt{2-x}}$ là: $2-x>0\Leftrightarrow x<2$

$\Rightarrow$ Tập xác định $D=(-\infty;2)$

Với $x_0=-3\in D$ nhưng $-x_0=3\notin D$

$\Rightarrow$ Hàm số y = f(x) = $\sqrt{2-x}+\frac{1}{\sqrt{2-x}}$ không chẵn cũng không lẻ.

**IV. Bài tập tự luyện.**

**Bài 1**: Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số:

a) $f(x)=\sqrt{x-3}+\sqrt{x+3}$

b) $f(x)=\frac{x^2}{4}-\sqrt{x^4+2}$

**Bài 2**: Tìm tham số m để hàm số $f(x)=\frac{x^2(x^2-2)+(2m^2-2)x}{\sqrt{x^2+1}-m}$ là hàm số chẵn.