

Bài 2. Hàm số bậc hai. Đồ thị hàm số bậc hai và ứng dụng

A. Các câu hỏi trong bài

Câu hỏi khởi động trang 39 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Cầu cảng Sydney là một trong những hình ảnh biểu tượng của thành phố Sydney và nước Australia.



(Nguồn: Passy's World of Mathematics)

Hình 10

Độ cao y (m) của một điểm thuộc vòng cung thành cầu cảng Sydney có thể biểu thị theo độ dài x (m) tính từ chân cầu bên trái dọc theo đường nối với chân cầu bên phải như sau (Hình 10):

$$y = -0,00188(x - 251,5)^2 + 118.$$

Hàm số $y = -0,00188(x - 251,5)^2 + 118$ có gì đặc biệt?

Lời giải:

Sau bài này ta sẽ trả lời được câu hỏi này như sau:

Hàm số $y = -0,00188(x - 251,5)^2 + 118$ là hàm số bậc hai và có đồ thị hàm số là một đường cong Parabol.

Hoạt động 1 trang 39 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Cho hàm số $y = -0,00188(x - 251,5)^2 + 118$.

a) Viết công thức xác định hàm số trên về dạng đa thức theo lũy thừa với số mũ giảm dần của x .

b) Bậc của đa thức trên bằng bao nhiêu?

c) Xác định hệ số của x^2 , hệ số của x và hệ số tự do.

Lời giải:

a) Ta có: $y = -0,00188(x - 251,5)^2 + 118$

$$\Leftrightarrow y = -0,00188(x^2 - 503x + 63252,25) + 118$$

$$\Leftrightarrow y = -0,00188x^2 + 0,94564x - 118,91423 + 118$$

$$\Leftrightarrow y = -0,00188x^2 + 0,94564x - 0,91423$$

Vậy công thức hàm số được viết về dạng đa thức theo lũy thừa giảm dần của x là

$$y = -0,00188x^2 + 0,94564x - 0,91423.$$

b) Bậc của đa thức là bậc của hạng tử có bậc cao nhất trong đa thức.

Đa thức $-0,00188x^2 + 0,94564x - 0,91423$ có bậc là 2

Vậy bậc đa thức đã cho là 2.

c) Trong đa thức trên, ta có:

+ Hệ số của x^2 là: $-0,00188$

+ Hệ số của x là: $0,94564$

+ Hệ số do là: $-0,91423$.

Luyện tập 1 trang 39 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Cho hai ví dụ về hàm số bậc hai.

Lời giải:

Một số ví dụ về hàm số bậc hai là:

+ Hàm số $y = x^2 - 5x + 8$ là hàm số bậc hai với $a = 1 \neq 0$, $b = -5$ và $c = 8$

+ Hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2 + 15x$ là hàm số bậc hai với $a = -\frac{1}{2} \neq 0$, $b = 15$ và $c = 0$.

Hoạt động 2 trang 39 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Cho hàm số $y = x^2 + 2x - 3$.

a) Tìm giá trị y tương ứng với giá trị của x trong bảng sau:

x	-3	-2	-1	0	1
y	?	?	?	?	?

b) Vẽ các điểm $A(-3; 0)$, $B(-2; -3)$, $C(-1; -4)$, $D(0; -3)$, $E(1; 0)$ của đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x - 3$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy.

c) Vẽ đường cong đi qua 5 điểm A , B , C , D , E . Đường cong đó là đường parabol và cũng chính là đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x - 3$ (Hình 11).

d) Cho biết tọa độ của điểm thấp nhất và phương trình trục đối xứng của parabol đó. Đồ thị hàm số đó quay bề lõm lên trên hay xuống dưới?

Lời giải:

a) Ta có: $y = x^2 + 2x - 3$

+) Thay $x = -3$ vào hàm số đã cho ta được: $y = (-3)^2 + 2 \cdot (-3) - 3 = 0$.

+) Thay $x = -2$ vào hàm số đã cho ta được: $y = (-2)^2 + 2 \cdot (-2) - 3 = -3$.

+) Thay $x = -1$ vào hàm số đã cho ta được: $y = (-1)^2 + 2 \cdot (-1) - 3 = -4$.

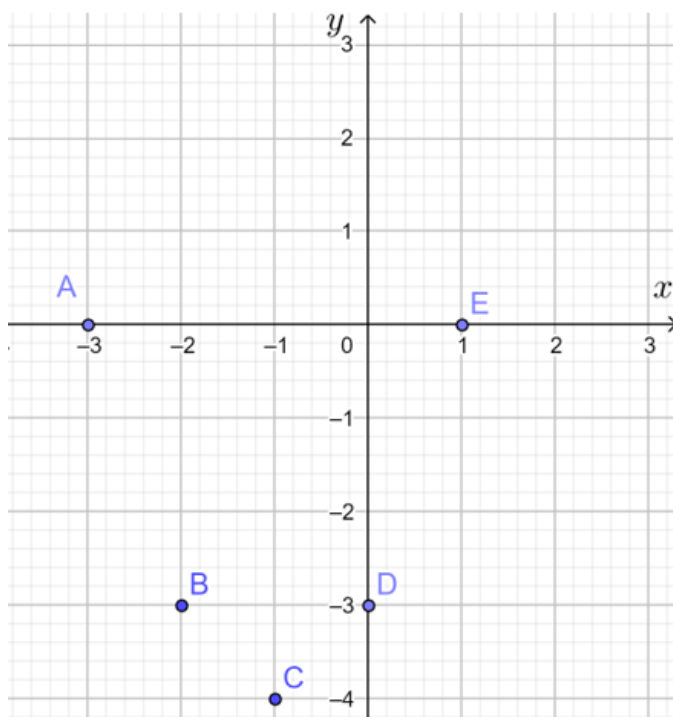
+) Thay $x = 0$ vào hàm số đã cho ta được: $y = 0^2 + 2 \cdot 0 - 3 = -3$.

+) Thay $x = 1$ vào hàm số đã cho ta được: $y = 1^2 + 2 \cdot 1 - 3 = 0$.

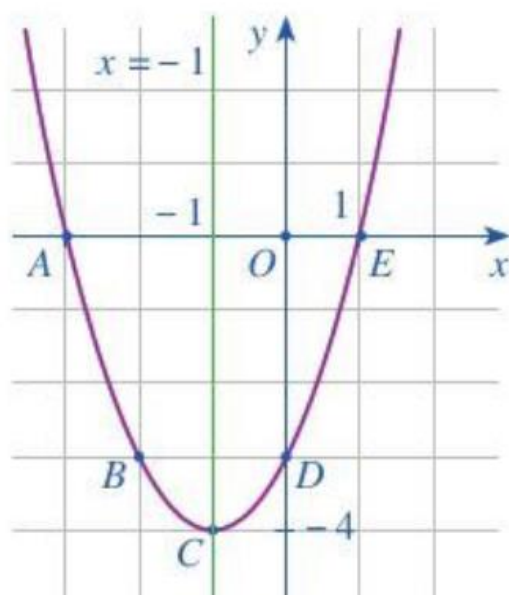
Vậy ta hoàn thành bảng như sau:

x	-3	-2	-1	0	1
y	0	-3	-4	-3	0

b) Ta vẽ các điểm lên mặt phẳng tọa độ như sau:



c) Đường cong cần vẽ có dạng:



Hình 11

d) Tọa độ điểm thấp nhất của parabol trên là $(-1; -4)$.

Phương trình trục đối xứng của parabol là: $x = -1$.

Đồ thị hàm số đã cho quay bề lõm hướng lên trên.

Hoạt động 3 trang 40 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Cho hàm số $y = -x^2 + 2x + 3$.

a) Tìm tọa độ 5 điểm thuộc đồ thị hàm số trên có hoành độ lần lượt là $-1, 0, 1, 2, 3$ rồi vẽ chúng trong mặt phẳng tọa độ Oxy.

b) Vẽ đường cong đi qua 5 điểm trên. Đường cong đó cũng là đường parabol và là đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 2x + 3$ (Hình 12).

c) Cho biết tọa độ của điểm cao nhất và phương trình trục đối xứng của parabol đó. Đồ thị hàm số đó quay bề lõm lên trên hay xuống dưới?

Lời giải:

a)

Thay $x = -1$ vào đồ thị hàm số đã cho ta được: $y = -(-1)^2 + 2 \cdot (-1) + 3 = 0$.

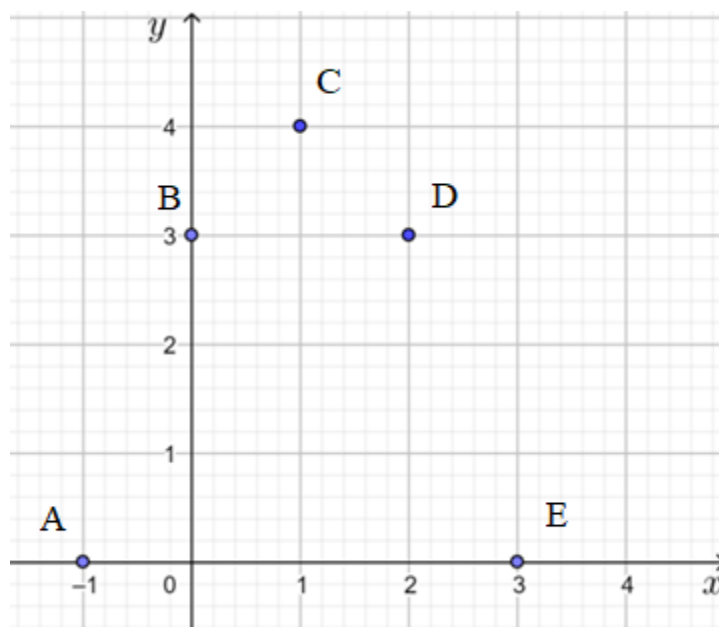
Thay $x = 0$ vào đồ thị hàm số đã cho ta được: $y = -0^2 + 2 \cdot 0 + 3 = 3$.

Thay $x = 1$ vào đồ thị hàm số đã cho ta được: $y = -1^2 + 2 \cdot 1 + 3 = 4$.

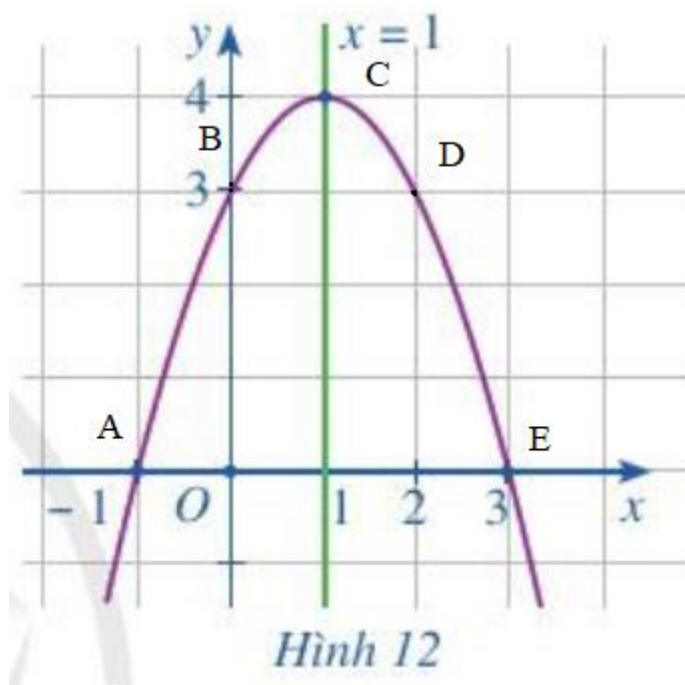
Thay $x = 2$ vào đồ thị hàm số đã cho ta được: $y = -2^2 + 2 \cdot 2 + 3 = 3$.

Thay $x = 3$ vào đồ thị hàm số đã cho ta được: $y = -3^2 + 2 \cdot 3 + 3 = 0$.

Vậy tọa độ các điểm cần tìm là: $A(-1; 0)$, $B(0; 3)$, $C(1; 4)$, $D(2; 3)$, $E(3; 0)$ và được vẽ lên mặt phẳng tọa độ như sau:



b) Vẽ đường cong đi qua 5 điểm trên:



c) Tọa độ điểm cao nhất là (1; 4).

Phương trình trục đối xứng của parabol là: $x = 1$.

Đồ thị hàm số đó quay bề lõm hướng xuống dưới.

Luyện tập 2 trang 41 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Vẽ đồ thị mỗi hàm số bậc hai sau:

a) $y = x^2 - 4x - 3$;

b) $y = x^2 + 2x + 1$;

c) $y = -x^2 - 2$.

Lời giải:

a) $y = x^2 - 4x - 3$

Ta có: $a = 1$, $b = -4$, $c = -3$, $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 28$.

- Tọa độ đỉnh $I = \left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right) = \left(-\frac{-4}{2 \cdot 1}; -\frac{28}{4 \cdot 1}\right) = (2; -7)$.

- Trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot 1} = 2$.

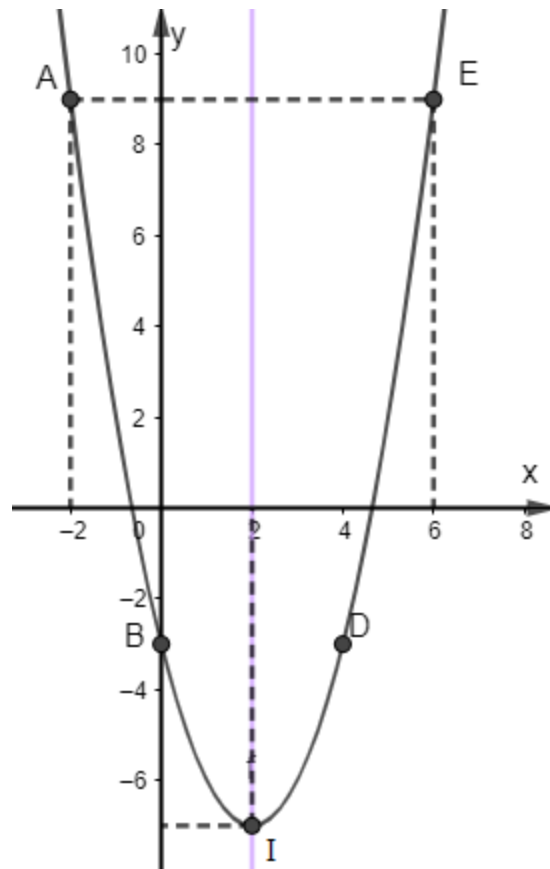
Ta có bảng sau:

x	-2	0	2	4	6
$y = x^2 - 4x - 3$	9	-3	-7	-3	9
3					

- Đồ thị hàm số đi qua các điểm có A(-2; 9), B(0; -3), I(2; -7), D(4; -3) và E(6; 9).

- Vì $a > 0$ nên bề lõm của đồ thị hướng lên trên.

Vẽ parabol đi qua các điểm được xác định ở trên, ta nhận được đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x - 3$ như hình dưới.



b) $y = x^2 + 2x + 1$

Ta có: $a = 1$, $b = 2$, $c = 1$, $\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 0$.

- Tọa độ đỉnh $I = \left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right) = \left(-\frac{2}{2 \cdot 1}; -\frac{0}{4 \cdot 1}\right) = (-1; 0)$.

- Trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2 \cdot 1} = -1$.

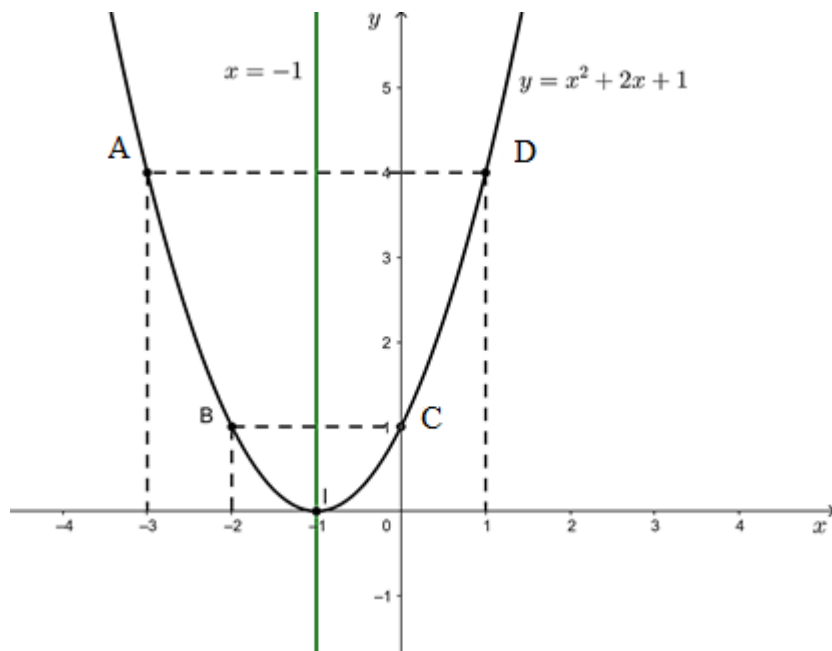
Ta có bảng sau:

x	-3	-2	-1	0	1
$y = x^2 + 2x + 1$	4	1	0	1	4

Đồ thị hàm số đi qua các điểm $A(-3; 4)$, $B(-2; 1)$, $I(-1; 0)$, $D(0; 1)$ và $E(1; 4)$.

- Vì $a = 1 > 0$ nên bề lõm của đồ thị hướng lên trên.

Vẽ parabol đi qua các điểm được xác định ở trên, ta nhận được đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x + 1$ như hình dưới.



c) $y = -x^2 - 2$

Ta có: $a = -1$, $b = 0$, $c = -2$, $\Delta = 0^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-2) = -8$.

- Tọa độ đỉnh $I = \left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a} \right) = \left(-\frac{0}{2 \cdot -1}; -\frac{-8}{4 \cdot -1} \right) = (0; -2)$.

- Trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot -1} = 0$.

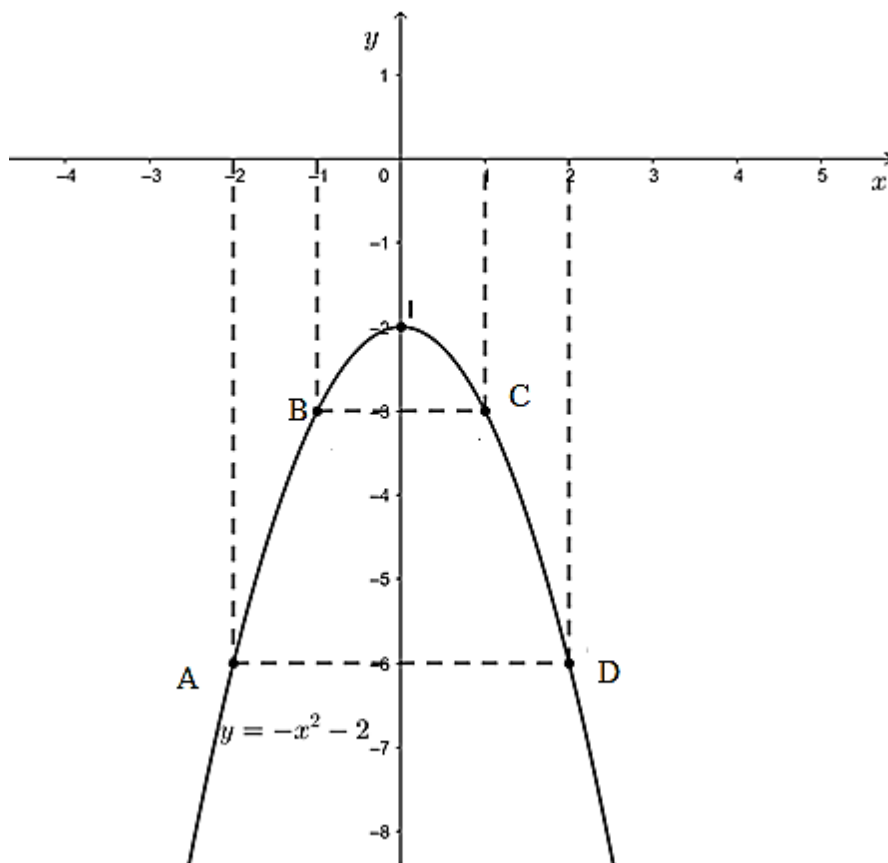
Ta có bảng sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = -x^2 - 2$	-6	-3	-2	-3	-6

Đồ thị hàm số đi qua các điểm A(-2; -6), B(-1; -3), I(0; -2), C(1; -3) và D(2; -6).

- Do $a = -1 < 0$ nên bề lõm của đồ thị hướng xuống dưới.

Vẽ parabol đi qua các điểm được xác định ở trên, ta nhận được đồ thị hàm số $y = -x^2 - 2$ như hình dưới.



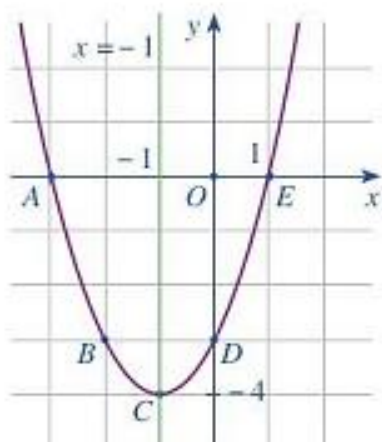
Hoạt động 4 trang 41 SGK Toán lớp 10 Tập 1:

a) Quan sát đồ thị hàm số bậc hai $y = x^2 + 2x - 3$ trong Hình 11. Xác định khoảng đồng biến, khoảng nghịch biến của hàm số và lập bảng biến thiên của hàm số đó.

b) Quan sát đồ thị hàm số bậc hai $y = -x^2 + 2x + 3$ trong Hình 12. Xác định khoảng đồng biến, khoảng nghịch biến của hàm số và lập bảng biến thiên của hàm số đó.

Lời giải:

a) Quan sát Hình 11.



Hình 11

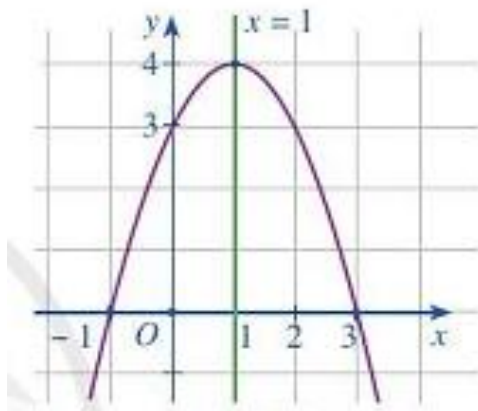
+ Trong khoảng $(-\infty; -1)$ đồ thị hàm số đã cho “đi xuống” nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

+ Trong khoảng $(-1; +\infty)$ đồ thị hàm số đã cho “đi lên” nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Khi đó ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-1	$+$
y	$+\infty$	-4	$+\infty$

b) Quan sát Hình 12.



Hình 12

+ Trong khoảng $(-\infty; 1)$ đồ thị hàm số đã cho “đi lên” nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

+ Trong khoảng $(1; +\infty)$ đồ thị hàm số trên đi xuống nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	4	$-\infty$

Luyện tập 3 trang 42 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Lập bảng biến thiên của mỗi hàm số sau:

a) $y = x^2 - 3x + 4$;

b) $y = -2x^2 + 5$.

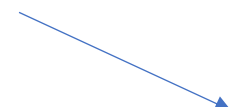
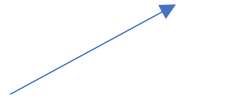
Lời giải:

a) Ta có: $a = 1 > 0$, $b = -3$, $c = 4$

Khi đó: $\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = -7$, $-\frac{b}{2a} = -\frac{-3}{2} = \frac{3}{2}$, $-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{-7}{4 \cdot 1} = \frac{7}{4}$.

Do đó hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Ta có bảng biến thiên:

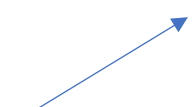
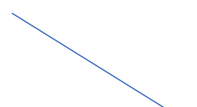
x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
y	$+\infty$ 	$\frac{7}{4}$	$+\infty$ 

b) Ta có: $a = -2 < 0$, $b = 0$, $c = 5$, $\Delta = 0^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 5 = 40$, $-\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot (-2)} = 0$,

$-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{40}{4 \cdot (-2)} = 5$.

Do đó hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y	$-\infty$ 	5	$-\infty$ 

Luyện tập 4 trang 43 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Trong bài toán ở phần mở đầu, độ cao y (m) của một điểm thuộc vòng cung thành cầu cảng Sydney đạt giá trị lớn nhất là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Lời giải:

Ta có: $y = -0,00188(x - 251,5)^2 + 118$

$\Leftrightarrow y = -0,00188x^2 + 0,94564x - 0,91423$ là hàm số bậc hai với $a = -0,00188$, $b = 0,94564$ và $c = -0,91423$.

Khi đó: $\Delta = (0,94564)^2 - 4 \cdot (-0,00188) \cdot (-0,91423) = 0,88736$

Suy ra: $-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{0,88736}{4 \cdot (-0,00188)} = 118$

Ta có: $a = -0,00188 < 0$ ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	$251,5$	$+\infty$
y	$-\infty$	118	$-\infty$

Vậy độ cao lớn nhất cần tìm là 118 m.

B. Bài tập

Bài 1 trang 43 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc hai? Với những hàm số bậc hai đó, xác định a , b , c lần lượt là hệ số của x^2 , hệ số của x và hệ số tự do.

a) $y = -3x^2$;

b) $y = 2x(x^2 - 6x + 1)$;

c) $y = 4x(2x - 5)$.

Lời giải:

a) $y = -3x^2$ có dạng $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) nên đây là hàm số bậc hai với $a = -3$, $b = 0$ và $c = 0$.

b) $y = 2x(x^2 - 6x + 1) \Leftrightarrow y = 2x^4 - 12x^2 + 2x$

Bậc của đa thức là 4.

Do đó hàm số này không phải là hàm số bậc hai.

c) $y = 4x(2x - 5) \Leftrightarrow y = 8x^2 - 20x$

Hàm số này có dạng $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) nên đây là hàm số bậc hai với hệ số $a = 8$, $b = -20$ và $c = 0$.

Bài 2 trang 43 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Xác định parabol $y = ax^2 + bx + 4$ trong mỗi trường hợp sau:

a) Đi qua điểm $M(1; 12)$ và $N(-3; 4)$;

b) Có đỉnh là $I(-3; -5)$.

Lời giải:

a) Thay $x = 1$, $y = 12$ vào hàm số ta được:

$$12 = a.1^2 + b.1 + 4 \Leftrightarrow a + b = 8 \Leftrightarrow a = 8 - b$$

Thay $x = -3$, $y = 4$ vào hàm số ta được:

$$4 = a.(-3)^2 + (-3).b + 4 \Leftrightarrow 4 = 9a - 3b + 4 \Leftrightarrow 3a - b = 0 \quad (1)$$

Thế $a = 8 - b$ vào (1) ta có: $3.(8 - b) - b = 0 \Leftrightarrow 24 - 4b = 0 \Leftrightarrow b = 6$.

$$\Rightarrow a = 8 - b = 8 - 6 = 2.$$

Vậy parabol cần tìm là $y = 2x^2 + 6x + 4$.

b) Tọa độ đỉnh của Parabol là $I(-3; -5)$

$$\text{Khi đó, ta có: } \begin{cases} -\frac{b}{2a} = -3 \\ a(-3)^2 + b(-3) + 4 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 6a \\ 9a - 3b = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 6a \\ 9a - 3.6a = -9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 6a \\ -9a = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 6 \\ a = 1 \end{cases}$$

Vậy parabol cần tìm là $y = x^2 + 6x + 4$.

Bài 3 trang 43 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Vẽ đồ thị của mỗi hàm số sau:

a) $y = 2x^2 - 6x + 4$;

b) $y = -3x^2 - 6x - 3$.

Lời giải:

a) $y = 2x^2 - 6x + 4$

Ta có: $a = 2$, $b = -6$, $c = 4$, $\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = 4$.

- Tọa độ đỉnh $I = \left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right) = \left(-\frac{-6}{2 \cdot 2}; -\frac{4}{4 \cdot 2}\right) = \left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.

- Trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2 \cdot 2} = \frac{3}{2}$.

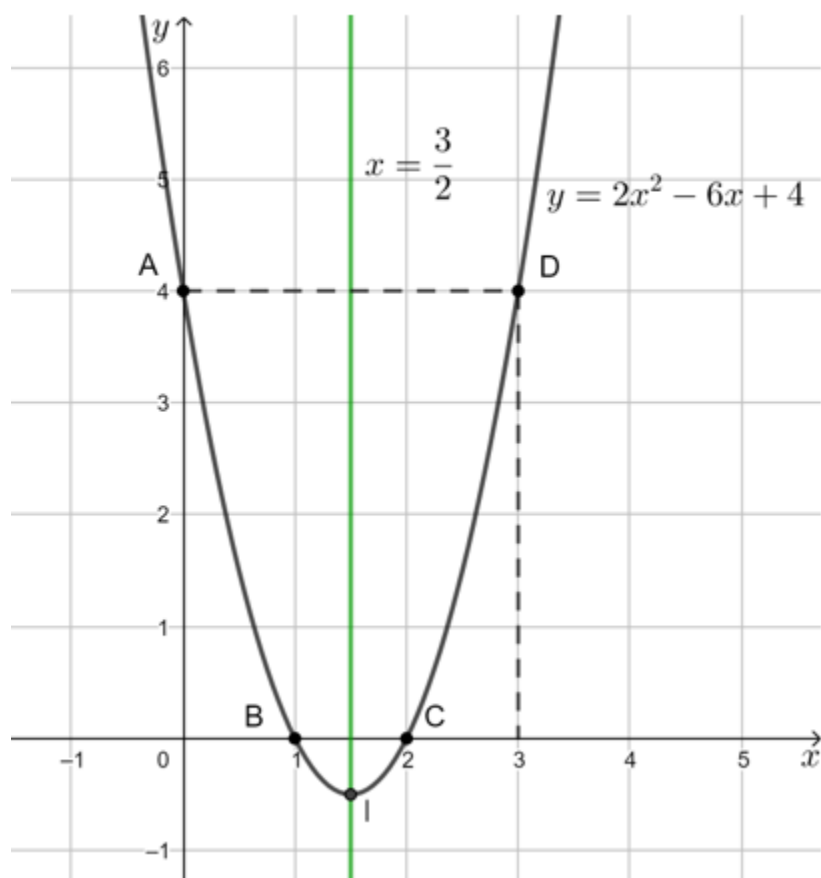
- Ta có bảng sau:

x	0	1	$\frac{3}{2}$	2	3
$y = 2x^2 - 6x + 4$	4	0	$-\frac{1}{2}$	0	4

Đồ thị hàm số là các đường thẳng đi qua các điểm $A(0; 4)$, $B(1; 0)$, $I\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$, $C(2; 0)$ và $D(3; 4)$.

- Do $a > 0$ nên đồ thị có bề lõm hướng lên trên.

Vẽ đường cong đi qua các điểm trên ta được đồ thị hàm số $y = 2x^2 - 6x + 4$ như hình vẽ dưới.



b) $y = -3x^2 - 6x - 3$

Ta có: $a = -3$, $b = -6$, $c = -3$, $\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-3) = 0$.

- Tọa độ đỉnh $I = \left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right) = \left(-\frac{-6}{2 \cdot (-3)}; -\frac{0}{4 \cdot (-3)}\right) = (-1; 0)$.

- Trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2 \cdot (-3)} = -1$.

- Tọa độ đỉnh I(-1; 0).

- Trục đối xứng $x = -1$.

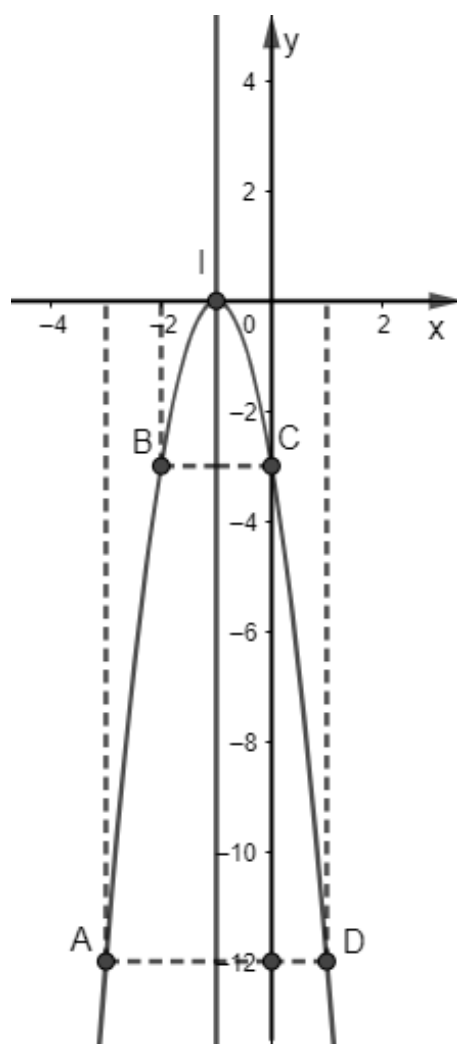
- Ta có bảng sau:

x	-3	-2	-1	0	1
$y = -3x^2 - 6x - 3$	-12	-3	0	-3	-12

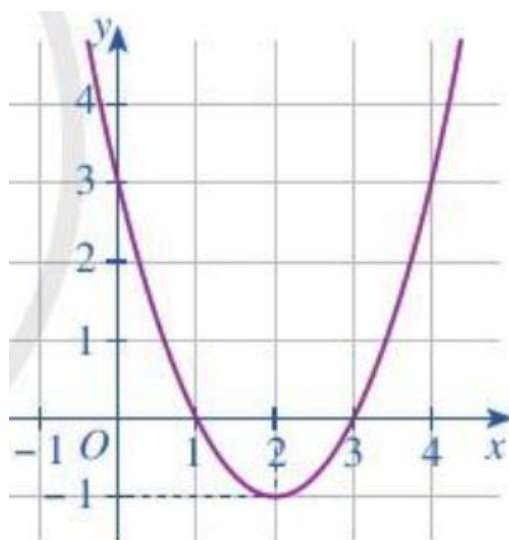
Đồ thị hàm số là các đường thẳng đi qua các điểm A(-3; -12), B(-2; -3), I(-1; 0), C(0; -3) và D(1; -12).

- Do $a < 0$ nên bề lõm của đồ thị hướng xuống.

Vẽ đường cong đi qua các điểm trên ta được đồ thị hàm số $y = -3x^2 - 6x - 3$ như hình dưới.



Bài 4 trang 43 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Cho đồ thị hàm số bậc hai ở Hình 15.

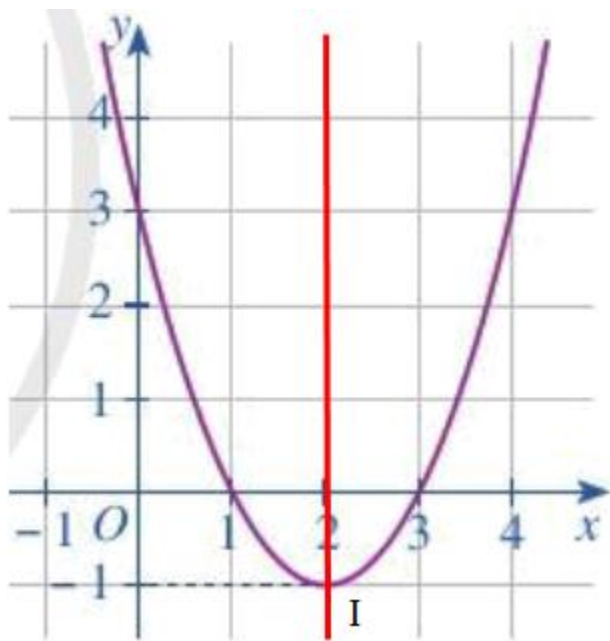


Hình 15

- Xác định trục đối xứng, tọa độ đỉnh của đồ thị hàm số.
- Xác định khoảng đồng biến, khoảng nghịch biến của hàm số.
- Tìm công thức xác định hàm số.

Lời giải:

- Quan sát đồ thị hàm số ở Hình 15, ta thấy trục đối xứng của hàm số là đường thẳng $x = 2$, tọa độ đỉnh $I(2; -1)$.



- Quan sát hình vẽ, ta thấy:

- Đồ thị hàm số đi xuống trên khoảng $(-\infty; 2)$ nên hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$.
- Đồ thị hàm số đi lên trên khoảng $(2; +\infty)$ nên hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$.

- Giả sử hàm số cần tìm có dạng: $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) (1)

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại $(0; 3)$:

Thay $x = 0$ và $y = 3$ vào đồ thị hàm số (1), ta được:

$$3 = a.0^2 + b.0 + c \Leftrightarrow c = 3.$$

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm (1; 0) và (3; 0)

Thay $x = 1$ và $y = 0$ vào đồ thị hàm số (1), ta được:

$$0 = a.1^2 + b.1 + c \Leftrightarrow a + b + c = 0$$

$$\text{Mà } c = 3 \text{ nên } a + b + 3 = 0$$

Thay $x = 3$ và $y = 0$ vào đồ thị hàm số (1), ta được:

$$0 = a.3^2 + b.3 + c \Leftrightarrow 9a + 3b + c = 0$$

$$\text{Mà } c = 3 \text{ nên } 9a + 3b + 3 = 0$$

Khi đó ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a + b + 3 = 0 \\ 9a + 3b + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -b - 3 \\ 9(-b - 3) + 3b + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -b - 3 \\ -6b - 24 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \end{cases}$$

Vậy công thức xác định của hàm số là: $y = x^2 - 4x + 3$.

Bài 5 trang 43 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Nêu khoảng đồng biến, khoảng nghịch biến của mỗi hàm số sau:

a) $y = 5x^2 + 4x - 1$;

b) $y = -2x^2 + 8x + 6$.

Lời giải:

a) $y = 5x^2 + 4x - 1$

$$\text{Ta có: } a = 5 > 0, b = 4, -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2.5} = -\frac{2}{5}, \Delta = 4^2 - 4.5.(-1) = 16 + 20 = 36,$$

$$-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{36}{4.5} = -\frac{9}{5}.$$

Khi đó ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	$-\frac{2}{5}$	$+\infty$
$y = 5x^2 + 4x - 1$	$+\infty$	$-\frac{9}{5}$	$+\infty$

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{2}{5}\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{2}{5}; +\infty\right)$.

b) $y = -2x^2 + 8x + 6$

Ta có: $a = -2 < 0$, $b = 8$, $-\frac{b}{2a} = -\frac{8}{2 \cdot (-2)} = 2$, $\Delta = 8^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 6 = 64 + 48 = 112$,

$$-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{112}{4 \cdot (-2)} = 14.$$

Khi đó, ta có bảng biến thiên:

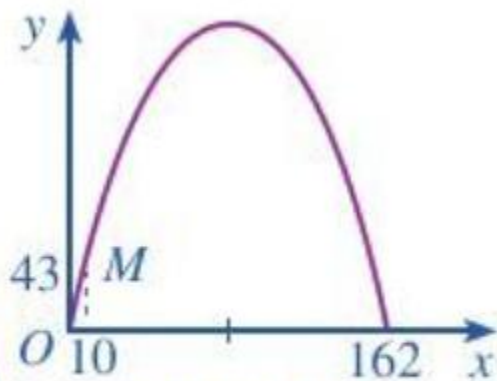
x	$-\infty$	2	$+\infty$
$y = -2x^2 + 8x + 6$	$-\infty$	14	$-\infty$

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Bài 6 trang 43 SGK Toán lớp 10 Tập 1: Khi du lịch đến thành phố St.Louis (Mỹ), ta sẽ thấy một cái cổng lớn có hình parabol hướng bề lõm xuống dưới, đó là cổng Arch. Giả sử ta lập một hệ tọa độ Oxy sao cho một chân cổng đi qua gốc O như Hình 16 (x và y tính bằng mét), chân kia của cổng có vị trí tọa độ (162; 0). Biết một điểm M trên cổng có tọa độ là (10; 43). Tính chiều cao của cổng (tính từ điểm cao nhất trên cổng xuống mặt đất), làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.



Cổng Arch (St.Louis, Mỹ)
(Nguồn: <https://visaf.vn>)



Lời giải:

Quan sát đồ thị hàm số, ta thấy:

Cổng Arch có dạng hình parabol nên có dạng: $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) (1)

Ta có parabol này đi qua gốc tọa độ $O(0; 0)$, điểm $M(10; 43)$ và điểm có tọa độ $(162; 0)$.

Vì điểm $O(0; 0)$ thuộc đồ thị hàm số nên thay $x = 0$ và $y = 0$ vào đồ thị hàm số (1) ta được: $0 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \Leftrightarrow c = 0$

Vì điểm $M(10; 43)$ thuộc đồ thị hàm số nên thay $x = 10$ và $y = 43$ vào đồ thị hàm số (1) ta được: $43 = a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c \Leftrightarrow 100a + 10b = 43$ (do $c = 0$)

Vì điểm có tọa độ $(162; 0)$ thuộc đồ thị hàm số nên thay $x = 162$ và $y = 0$ vào đồ thị hàm số (1) ta được: $0 = a \cdot 162^2 + b \cdot 162 + c \Leftrightarrow 26\,244a + 162b = 0$ hay $162a + b = 0$

Khi đó ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 100a + 10b = 43 \\ 162a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 100a + 10b = 43 \\ b = -162a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 100a + 10(-162a) = 43 \\ b = -162a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 100a + 10(-162a) = 43 \\ b = -162a \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{43}{1520} \\ b = \frac{3483}{760} \end{cases}$$

$$\text{Do đó: } y = \frac{-43}{1520}x^2 + \frac{3483}{760}x$$

Ta có $a = -\frac{43}{1520} < 0$, parabol có bề lõm hướng xuống dưới nên điểm cao nhất chính là điểm đỉnh của parabol và khi đó chiều cao của công chính là tung độ đỉnh của parabol.

$$\text{Ta có: } \Delta = b^2 - 4ac = \left(\frac{3483}{760}\right)^2 - 0 = \left(\frac{3483}{760}\right)^2$$

$$\text{Tung độ của đỉnh: } -\frac{\Delta}{4a} = -\left(\left(\frac{3483}{760}\right)^2 : \left(4 \cdot \frac{-43}{1520}\right)\right) \approx 186.$$

Vậy chiều cao của công khoảng 186 m.