

Công thức về tổng và hiệu hai vector

A. Lí thuyết tóm tắt.

- Định nghĩa tổng của hai vector: Có $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$. Khi đó: $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$ là tổng của hai vector \vec{a} và \vec{b} .

- Vector đối: Vector có cùng độ dài và ngược hướng với vector \vec{a} được gọi là vector đối của vector \vec{a} . Kí hiệu là $-\vec{a}$. Vector đối của vector $\vec{0}$ là $\vec{0}$.

- Định nghĩa hiệu của hai vector: Cho hai vector \vec{a}, \vec{b} tùy ý. Ta có: $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$.

- Tính chất của phép cộng :

$$+) \vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a} \quad (\text{giao hoán})$$

$$+) (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) \quad (\text{kết hợp})$$

$$+) \vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$$

- Quy tắc ba điểm: Với A, B, C tùy ý

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} \quad (\text{đối với tổng})$$

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} \quad (\text{đối với hiệu})$$

B. Các công thức.

- Vector đối: $\vec{a} = -\vec{b} \Leftrightarrow |\vec{a}| = |\vec{b}|$ và \vec{a} ngược hướng với \vec{b}

- Hiệu hai vector: $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$.

- Độ dài vector tổng, hiệu:

$$\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} \Rightarrow |\vec{u}| = |\vec{a} + \vec{b}|$$

$$\vec{v} = \vec{a} - \vec{b} \Rightarrow |\vec{v}| = |\vec{a} - \vec{b}|$$

- Tính chất phép cộng:

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$$

$$\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$$

- Quy tắc ba điểm: A, B, C tùy ý.

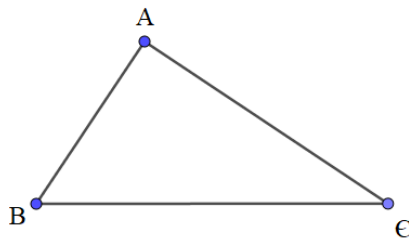
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$$

- Chú ý: $\vec{0} = -\vec{0}$; $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$.

C. Ví dụ minh họa.

Bài 1: Cho hình tam giác ABC. Biết $AC = a$. Tính độ dài vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

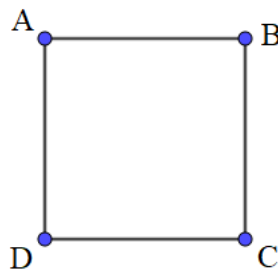


Giải:

Áp dụng quy tắc ba điểm với A, B, C ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = a.$$

Bài 2: Cho hình vuông ABCD cạnh $2a$. Tính độ dài vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$.



Giải:

Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$ (1)

Áp dụng tính chất phép cộng vector ta có:

$$(1) = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$$

$$= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + \overrightarrow{CD}$$

Áp dụng quy tắc ba điểm với A, B, C có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

$$\Rightarrow (1) = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}$$

Áp dụng quy tắc ba điểm với A, C, D có: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$

$$\Rightarrow (1) = \overrightarrow{AD}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = 2a$$

Bài 3: Cho ba điểm M, N, E tùy ý. Biết khoảng cách giữa E và N là 6a. Tính độ dài các vector $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{ME}$, $\overrightarrow{NM} - \overrightarrow{EM}$

Giải:

Áp dụng quy tắc ba điểm về hiệu cho ba điểm M, N, E ta có: $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{ME} = \overrightarrow{EN}$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{ME}| = |\overrightarrow{EN}| = EN = 6a$$

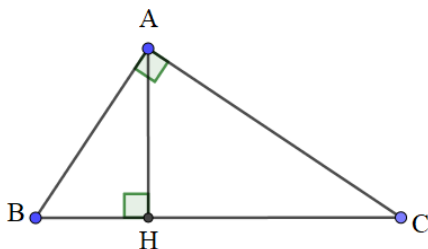
Ta có: $\overrightarrow{NM} - \overrightarrow{EM} = \overrightarrow{NM} + (-\overrightarrow{EM}) = \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{ME} = \overrightarrow{NE}$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{NM} - \overrightarrow{EM}| = |\overrightarrow{NE}| = NE = 6a$$

D. Bài tập tự luyện.

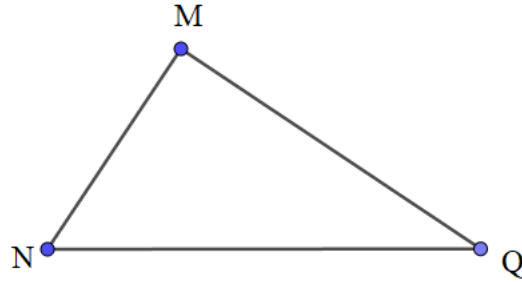
Bài 1: Cho hình chữ nhật ABCD. Biết $AB = 2a$, $AD = a$. Tính độ dài vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

Bài 2: Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH. Biết $AC = 2a$ và $AH = a$. Tính độ dài các vector $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AH}$ và $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{HC}$.



Bài 3: Cho A, B, C, D, E, F tùy ý. Tính tổng: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DE}$.

Bài 4: Cho tam giác MNQ biết $MQ = 3a$. Tính độ dài vector $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{QN}$.



Bài 5: Cho F, E, N, M, I tùy ý. Chứng minh đẳng thức: $\overrightarrow{FE} - \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{NF} = \overrightarrow{IE} - \overrightarrow{IM}$.