

## Bài 5. Tích của một số với một vector

### A. Lý thuyết

#### 1. Định nghĩa

Cho một số  $k \neq 0$  và vector  $\vec{a} \neq \vec{0}$ . Tích của một số  $k$  với vector  $\vec{a}$  là một vector, kí hiệu là  $k\vec{a}$ , được xác định như sau:

+ cùng hướng với  $\vec{a}$  nếu  $k > 0$ , ngược hướng với  $\vec{a}$  nếu  $k < 0$ ;

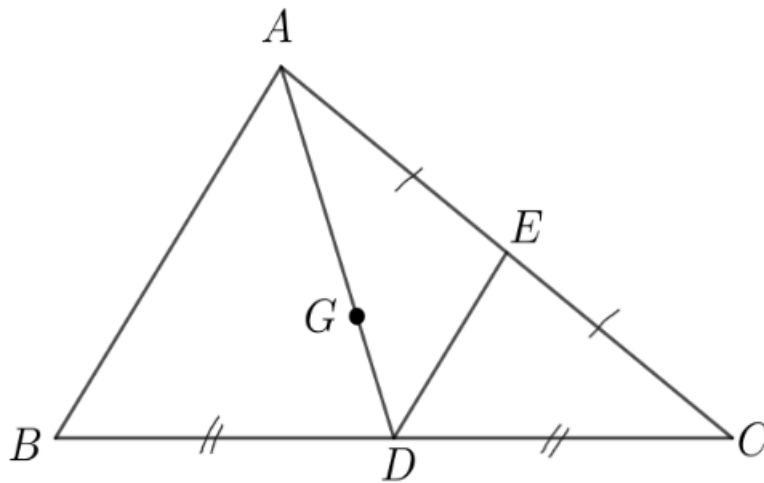
+ có độ dài bằng  $|k| \cdot |\vec{a}|$

**Quy ước:**  $0\vec{a} = \vec{0}$ ,  $k\vec{0} = \vec{0}$

Phép lấy tích của một số với một vector gọi là phép nhân một số với một vector.

**Ví dụ:** Cho  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ ,  $D$  và  $E$  lần lượt là trung điểm của  $BC$  và  $AC$ . Tìm mối quan hệ của  $\overrightarrow{GA}$  và  $\overrightarrow{GD}$ ; mối quan hệ của  $\overrightarrow{AD}$  và  $\overrightarrow{GD}$ .

**Hướng dẫn giải**



Khi đó ta có:

– Vì  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$  nên  $GA = 2GD$ .

Mà  $G$  nằm giữa  $A$  và  $D$  nên  $\overrightarrow{GA}$  và  $\overrightarrow{GD}$  là hai vector ngược hướng.

$$\Rightarrow \overrightarrow{GA} = (-2)\overrightarrow{GD}.$$

– Ta có:  $AD = 3GD$ .

Mà  $\overrightarrow{GD}$  và  $\overrightarrow{AD}$  là hai vector cùng hướng.

$$\Rightarrow \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{GD}.$$

**Ví dụ:** Cho vector  $\vec{a}$  có  $|\vec{a}| = 4$ . Tìm số thực  $x$  sao cho vector  $x\vec{a}$  có độ dài bằng 1 và cùng hướng với  $\vec{a}$ .

**Hướng dẫn giải:**

$$\text{Ta có: } |x\vec{a}| = 1 \Leftrightarrow |x| \cdot |\vec{a}| = 1 \Leftrightarrow |x| \cdot 4 = 1$$

$$\Leftrightarrow |x| = \frac{1}{4}$$

Lại có vector  $x\vec{a}$  cùng hướng với vector  $\vec{a}$  nên  $x > 0$

$$\text{Suy ra } x = \frac{1}{4}.$$

Vậy  $x = \frac{1}{4}$  là giá trị cần tìm.

## 2. Tính chất

Với hai vector bất kì  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  và hai số thực  $h$ ,  $k$ , ta có:

$$+) k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}; k(\vec{a} - \vec{b}) = k\vec{a} - k\vec{b};$$

$$+) (h + k)\vec{a} = h\vec{a} + k\vec{a};$$

$$+) h(k\vec{a}) = (hk)\vec{a};$$

$$+) 1\vec{a} = \vec{a}; (-1)\vec{a} = -\vec{a}.$$

**Nhận xét:**  $k\vec{a} = \vec{0}$  khi và chỉ khi  $k = 0$  hoặc  $\vec{a} = \vec{0}$ .

**Ví dụ:** Tính:

$$\text{a) } 5\overrightarrow{BC} + 5\overrightarrow{CA};$$

$$\text{b) } 4\overrightarrow{AB} + 6\overrightarrow{AB};$$

$$\text{c) } 4(2\overrightarrow{AB}) + 2\overrightarrow{BC} - 3\overrightarrow{AB}.$$

**Hướng dẫn giải:**

$$a) 5\overrightarrow{BC} + 5\overrightarrow{CA} = 5(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}) = 5\overrightarrow{BA}.$$

$$b) 4\overrightarrow{AB} + 6\overrightarrow{AB} = (4 + 6)\overrightarrow{AB} = 10\overrightarrow{AB}.$$

$$c) 4(2\overrightarrow{AB}) + 5\overrightarrow{BC} - 3\overrightarrow{AB}$$

$$= (4.2)\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{BC} - 3\overrightarrow{AB}$$

$$= 8\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{BC} - 3\overrightarrow{AB}$$

$$= 8\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{BC}$$

$$= (8 - 3)\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{BC}$$

$$= 5\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{BC}$$

$$= 5(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) = 5\overrightarrow{AC}$$

### 3. Một số ứng dụng

#### 3.1. Trung điểm của đoạn thẳng

Nếu I là trung điểm của đoạn thẳng AB thì  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$  với điểm M bất kì.

**Chứng minh:**

Vì I là trung điểm của đoạn thẳng AB nên  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

Suy ra:

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})$$

$$= \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = 2\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}$$

$$= 2\overrightarrow{MI} + \vec{0} = 2\overrightarrow{MI}.$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI} \text{ (đpcm).}$$

**Ví dụ:** Cho tứ giác ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, BD. Chứng minh  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{MN}$ .

**Hướng dẫn giải:**

Vì M, N lần lượt là trung điểm của AC, BD nên ta có:

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{MN}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}) + (\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}) = \vec{0} + 2\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{MN}.$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{MN} \text{ (đpcm)}.$$

### 3.2. Trọng tâm của tam giác

Nếu G là trọng tâm của tam giác ABC thì  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$  với điểm M bất kì.

**Ví dụ:** Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và A'B'C'. Chứng minh rằng:  $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = 3\overrightarrow{GG'}$ .

#### Hướng dẫn giải:

Vì G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và A'B'C' nên:

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \text{ và } \overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'} = \vec{0}$$

Theo quy tắc cộng vector ta có:

$$\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GG'} + \overrightarrow{G'A'} \quad (1)$$

$$\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GG'} + \overrightarrow{G'B'} \quad (2)$$

$$\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{GG'} + \overrightarrow{G'C'} \quad (3)$$

Cộng vế với vế của (1), (2) và (3) ta có:

$$\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = 3\overrightarrow{GG'} + (\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG}) + (\overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'})$$

$$= 3\overrightarrow{GG'} + (-\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GC}) + (\overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'})$$

$$= 3\overrightarrow{GG'} - (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) + (\overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'})$$

$$= 3\overrightarrow{GG'} + \vec{0} + \vec{0} = 3\overrightarrow{GG'}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = 3\overrightarrow{GG'} \text{ (đpcm)}.$$

### 3.3. Điều kiện để hai vector cùng phương. Điều kiện để ba điểm thẳng hàng

– Điều kiện cần và đủ để hai vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  ( $\vec{b} \neq 0$ ) cùng phương là có một số thực  $k$  để  $\vec{a} = k\vec{b}$ .

– Điều kiện cần và đủ để ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng là có số thực  $k$  để  $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$ .

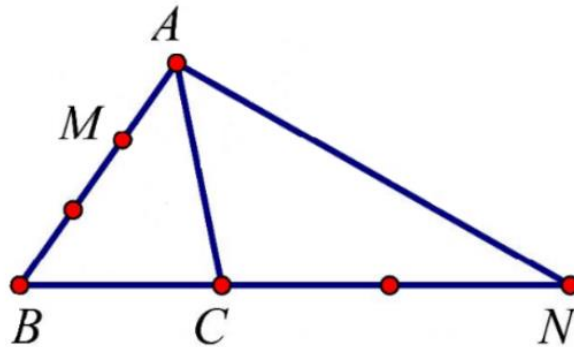
**Nhận xét:** Trong mặt phẳng, cho hai vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  không cùng phương. Với mỗi vector  $\vec{c}$  có duy nhất cặp số  $(x; y)$  thoả mãn  $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$ .

**Ví dụ:** Cho tam giác ABC. Đặt  $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$ . Dựng các điểm M, N sao cho  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ ;  $\overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{BC}$ .

a) Phân tích  $\overrightarrow{CM}$ ,  $\overrightarrow{AN}$  theo các vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ .

b) Gọi I là điểm thoả mãn:  $\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{CM}$ . Chứng minh I, A, N thẳng hàng.

**Hướng dẫn giải:**



a) Ta có:

$$+) \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\vec{a} - \vec{b}.$$

$$+) \text{ Vì } \overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{BC} \Rightarrow CN = 2BC \Rightarrow BC = \frac{1}{3}BN \Rightarrow BN = 3BC.$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{BN} = 3\overrightarrow{BC}.$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + 3(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{AB}$$

$$= -2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC} = -2\vec{a} + 3\vec{b}.$$

b) Ta có:

$$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CM} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{a} - \vec{b} = \frac{2}{3}\vec{a} - \vec{b} = -\frac{1}{3}(-2\vec{a} + 3\vec{b})$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AI} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AN}.$$

$\Rightarrow I, A, N$  thẳng hàng.

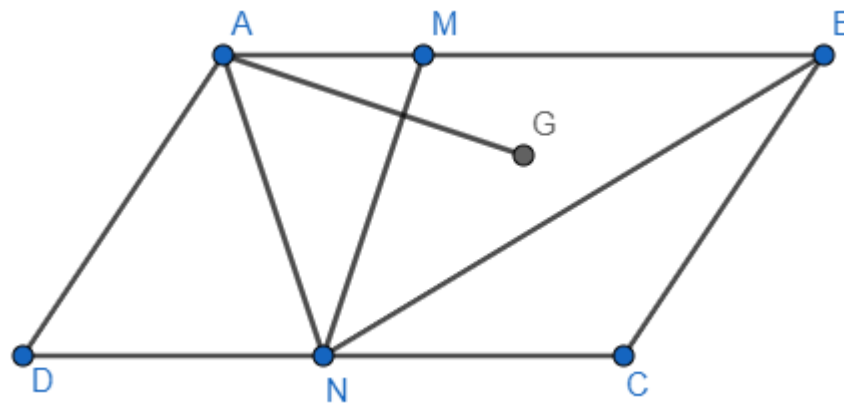
## B. Bài tập tự luyện

### B.1 Bài tập tự luận

**Bài 1.** Cho hình bình hành ABCD. Gọi M, N lần lượt là hai điểm nằm trên hai cạnh AB và CD sao cho  $AB = 3AM$ ,  $CD = 2CN$  và G là trọng tâm tam giác MNB.

Phân tích vector  $\overrightarrow{AN}$ ,  $\overrightarrow{MN}$ ,  $\overrightarrow{AG}$  qua các vector  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$ .

**Hướng dẫn giải:**



+ Vì ABCD là hình bình hành nên  $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$

Ta lại có:  $CD = 2CN$  nên N là trung điểm của CD.

Mà  $\overrightarrow{CD}$  và  $\overrightarrow{CN}$  là hai vector cùng hướng.

$$\Rightarrow \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{CN}.$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{CN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

Suy ra :

$$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$+ \text{Ta có: } AB = 3AM \Rightarrow AM = \frac{1}{3}AB$$

Mà  $\overrightarrow{AM}$  và  $\overrightarrow{AB}$  là hai vectơ cùng hướng.

$$\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MA} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + (\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}) = -\frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

Vì G là trọng tâm tam giác MNB nên:

$$3\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} = \frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{5}{18}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

Vậy:

$$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

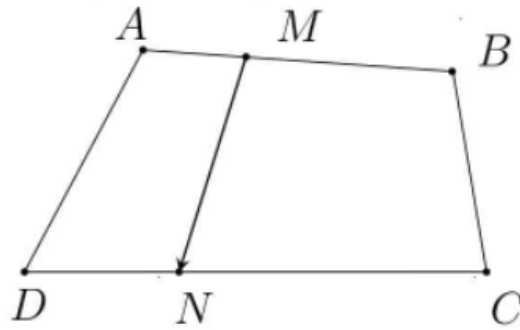
$$\overrightarrow{MN} = -\frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{AG} = \frac{5}{18}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

**Bài 2.** Cho tứ giác ABCD. Gọi M, N lần lượt thuộc các đoạn thẳng AB, CD sao

cho  $MB = 2MA$  và  $NC = 2ND$ . Chứng minh rằng:  $\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ .

**Hướng dẫn giải:**



Áp dụng quy tắc cộng vector, ta có:

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN} \quad (1)$$

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CN} \quad (2)$$

Nhân hai vế của phương trình (1) với 2 ta có:

$$2\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{DN} \quad (3)$$

Cộng hai vế của (2) và (3) ta có:

$$3\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CN} + 2\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{DN}$$

$$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{MN} = (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) + 2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} + (\overrightarrow{DN} + \overrightarrow{CN})$$

Vì M, N lần lượt thuộc các đoạn thẳng AB, CD (M, N lần lượt nằm giữa đoạn thẳng AB và CD).

$\Rightarrow \overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}$  và  $\overrightarrow{DN}, \overrightarrow{CN}$  là hai cặp vector ngược hướng.

Mà  $MB = 2MA$  và  $NC = 2ND$  nên ta có:

$$2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$$

$$2\overrightarrow{DN} + \overrightarrow{CN} = \vec{0}$$

Suy ra:

$$3\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$$

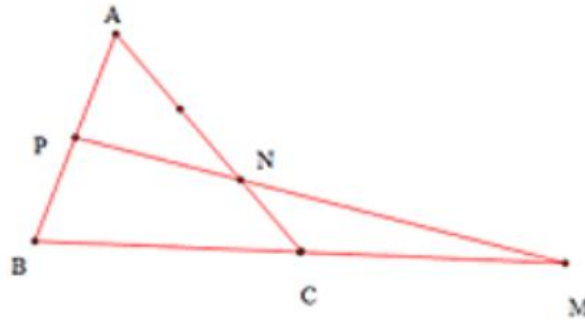
$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} \quad (\text{đpcm}).$$



**Bài 3.** Cho tam giác ABC có P là trung điểm của AB và hai điểm M, N thỏa mãn các hệ thức:  $\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MC}$ ;  $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{NC}$ .

Chứng minh ba điểm M, N, P thẳng hàng.

**Hướng dẫn giải:**



Vì:

$$+) \overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{NC}$$

$$\text{Nên } AN = 2NC \Rightarrow CN = \frac{1}{3}CA.$$

Mà  $\overrightarrow{CN}$  và  $\overrightarrow{CA}$  là hai vectơ cùng hướng.

$$\Rightarrow \overrightarrow{CN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}.$$

$$+) \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MC} \Rightarrow MB = 2MC \Rightarrow C \text{ là trung điểm của MB.}$$

$$\Rightarrow MC = CB$$

Mà  $\overrightarrow{MC}$  và  $\overrightarrow{CB}$  là hai vectơ cùng hướng.

$$\Rightarrow \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{CB}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$$

$$\Rightarrow 3\overrightarrow{MN} = 3\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA} \quad (1)$$

Ta lại có:

$$+) C \text{ là trung điểm của MB} \Rightarrow \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{CB}$$

$$+) P \text{ là trung điểm của } AB \Rightarrow \overrightarrow{BP} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BA}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BP} = 2\overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} = 2\overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB})$$

$$= 2\overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CB} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$$

$$\Rightarrow 2\overrightarrow{MP} = 3\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có:

$$3\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{MP} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{MP}$$

Do đó ba điểm M, N, P thẳng hàng (đpcm).

## B.2 Bài tập trắc nghiệm

**Câu 1.** Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC, I là trung điểm của AM.

Khẳng định nào sau đây đúng ?

A.  $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC});$

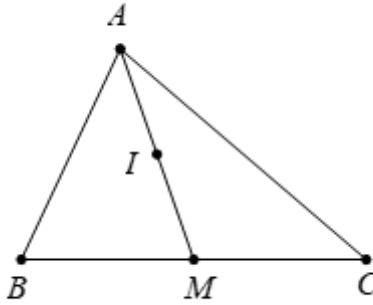
B.  $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC});$

C.  $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC};$

D.  $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}.$

**Hướng dẫn giải**

**Đáp án đúng là: A**



Vì M là trung điểm BC nên  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$ . (1)

Mặt khác I là trung điểm AM nên  $2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AM}$ . (2)

Từ (1), (2) suy ra  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 4\overrightarrow{AI} \Leftrightarrow \overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ .

**Câu 2.** Cho tứ giác ABCD. Trên cạnh AB, CD lấy lần lượt các điểm M, N sao cho  $3\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB}$  và  $3\overrightarrow{DN} = 2\overrightarrow{DC}$ . Tính vector  $\overrightarrow{MN}$  theo hai vector  $\overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{BC}$ .

A.  $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ ;

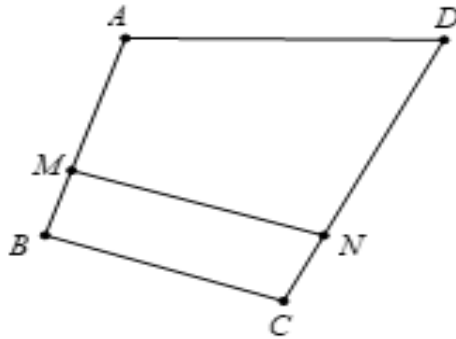
B.  $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} - \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ ;

C.  $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ ;

D.  $\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ .

**Hướng dẫn giải**

**Đáp án đúng là: C**



Ta có :  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN}$  và  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CN}$ .

$$\begin{aligned} \text{Suy ra } 3\overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN} + 2(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CN}) \\ &= (\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}) + (\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{DN} + 2\overrightarrow{CN}). \end{aligned}$$

Theo bài ra, ta có:

$$+) \ 3\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AM} = 2(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}) \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{MB}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{AM} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MA} = \vec{0}.$$

$$+) \ 3\overrightarrow{DN} = 2\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{DN} = 2(\overrightarrow{DN} + \overrightarrow{NC}) \Leftrightarrow 3\overrightarrow{DN} = 2\overrightarrow{DN} + 2\overrightarrow{NC}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{DN} = 2\overrightarrow{NC} \Leftrightarrow \overrightarrow{DN} - 2\overrightarrow{NC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{DN} + 2\overrightarrow{CN} = \vec{0}.$$

$$\text{Vậy } 3\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}.$$

**Câu 3.** Cho hình bình hành ABCD có M là trung điểm của AB. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A.  $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC};$

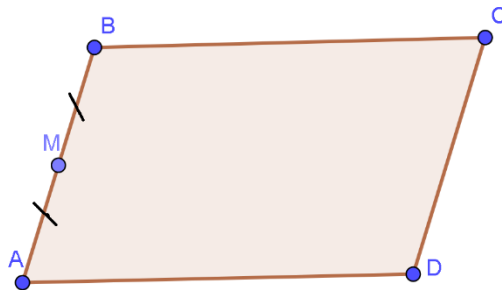
B.  $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{BC};$

C.  $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC};$

D.  $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC}.$

**Hướng dẫn giải**

**Đáp án đúng là: C**



Xét các đáp án ta thấy cần phân tích vector  $\overrightarrow{DM}$  theo hai vector  $\overrightarrow{DC}$  và  $\overrightarrow{BC}$ .

Vì ABCD là hình bình hành nên  $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$ .

Và M là trung điểm AB nên  $2\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB}$

$$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$$

$$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{DM} = 2\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}.$$

$$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{DM} = -2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} \quad (\text{do } \overrightarrow{DA} = -\overrightarrow{BC})$$

Suy ra  $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC}.$