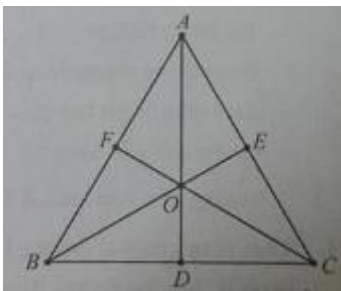


## Bài tập Khái niệm về phép dời hình và hai hình bằng nhau - Toán 11

### I. Bài tập trắc nghiệm

**Bài 1:** Cho tam giác đều ABC như hình vẽ. tam giác OFB biến thành tam giác ODC qua phép biến hình nào sau đây?

- A. phép đối xứng tâm I
- B. liên tiếp phép đối xứng trục AD và phép đối xứng trục CF
- C. liên tiếp phép đối xứng tâm O và phép đối xứng trục OC
- D. phép quay tâm A góc quay  $60^0$



**Lời giải:**

Đáp án: B

Nhận xét. Học sinh rất hay nhầm phép đối xứng tâm O biến tam giác OFD thành tam giác OEC.

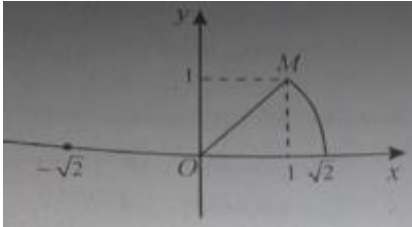
**Bài 2:** Trong mặt phẳng Oxy, thực hiện liên tiếp phép quay tâm O góc quay  $-45^0$  và phép đối xứng tâm O thì điểm  $M(1;1)$  biến thành điểm  $M''$  có tọa độ là:

- A.  $(-1;0)$
- B.  $(\sqrt{2};0)$
- C.  $(\sqrt{2};-\sqrt{2})$
- D.  $(-\sqrt{2};0)$

**Lời giải:**

Đáp án: D

Chú ý:  $OM = \sqrt{2}$ . Chiều quay góc âm cùng chiều với chiều quay của kim đồng hồ.



**Bài 3:** Trong mặt phẳng Oxy, thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vectơ  $\vec{u}(0;-1)$  và phép đối xứng trục Oy biến đường thẳng  $y = x$  thành đường thẳng.

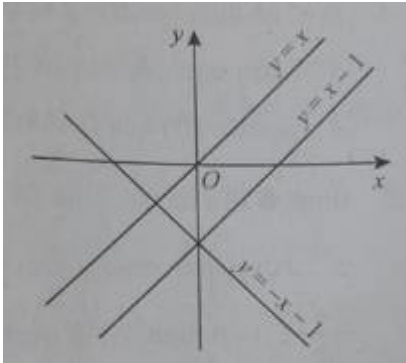
- A.  $x + y + 1 = 0$
- B.  $x - y - 1 = 0$
- C.  $y - x + 1 = 0$
- D.  $x + y - 1 = 0$

**Lời giải:**

Đáp án: A

Phép tịnh tiến theo vectơ  $\vec{u}(0;-1)$  biến đường thẳng  $y = x$  thành đường thẳng  $y = x - 1$ ;

Phép đối xứng trục Oy biến đường thẳng  $y = x - 1$  thành đường thẳng  $y = -x - 1$  hay  $x + y + 1 = 0$



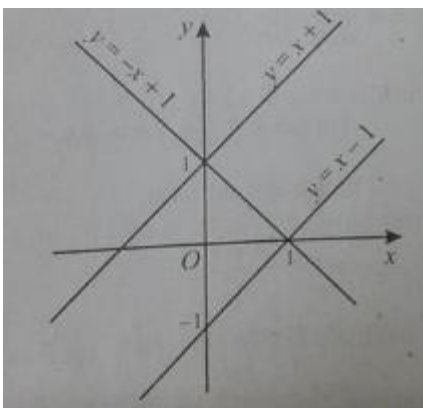
**Bài 4:** Trong mặt phẳng Oxy, thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm O và phép quay tâm O góc quay  $90^\circ$  biến đường thẳng  $y = x + 1$  thành đường thẳng

- A.  $x - y - 1 = 0$
- B.  $-x + y - 1 = 0$
- C.  $x + y + 1 = 0$
- D.  $x + y - 1 = 0$

**Lời giải:**

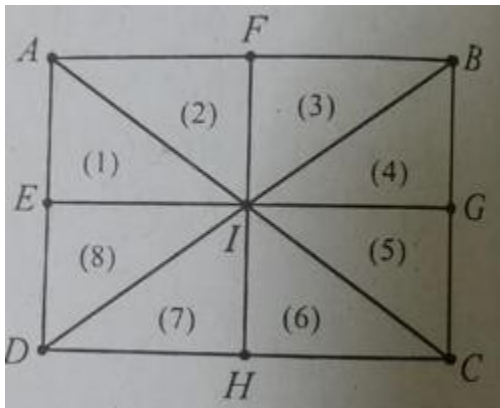
Đáp án: D

Nhận xét. Bài 4,5 có thể chỉ cần dùng hình vẽ trên mặt phẳng tọa độ là tìm được đáp án đúng.



**Bài 5:** Cho hình chữ nhật ABCD như hình vẽ, phép biến hình biến hình (1) thành hình (3) là thực hiện liên tiếp hai phép dời hình nào sau đây.

- A. Phép đối xứng tâm I và phép đối xứng trục IB.
- B. Phép đối xứng tâm I và phép quay tâm I góc quay  $90^\circ$ .
- C. Phép đối xứng trục EI và phép tịnh tiến theo  $\vec{DI}$ .
- D. Phép tịnh tiến theo  $\vec{AI}$  và phép đối xứng tâm I.



**Lời giải:**

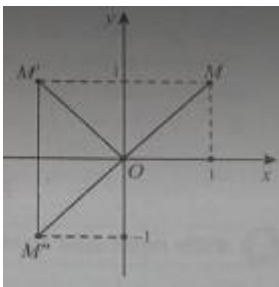
Đáp án: C

$DEI(1) = (8); TDI \rightarrow (8) = (3)$ . Đáp số C

- A. Phép đối xứng tâm I và phép đối xứng trục IB thì (1) không biến thành hình nào từ (2) đến (8).
- B. Phép đối xứng tâm I và phép quay tâm I góc quay  $90^\circ$  (1) không biến thành hình nào từ (2) đến (8)
- D. phép tịnh tiến theo  $\vec{AI}$  và phép đối xứng tâm I thì hình (1) thành hình (2)

**Bài 6:** Trong mặt phẳng Oxy, thực hiện liên tiếp phép đối xứng trục Oy và phép quay tâm O góc quay  $90^\circ$  biến điểm  $M(1;1)$  thành điểm  $M''$ . tọa độ  $M''$  là:

- A.  $(-1;1)$
- B.  $(-1;-1)$
- C.  $(1;-1)$
- D.  $(-\sqrt{2};-\sqrt{2})$



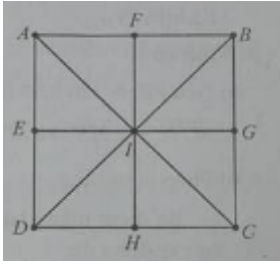
**Lời giải:**

Đáp án: B

Vẽ trên mặt phẳng tọa độ Oxy. Đáp án B.

**Bài 7:** Cho hình vuông ABCD như hình vẽ, tam giác BIG là ảnh của tam giác DIH qua:

- A. phép đối xứng tâm I
- B. phép quay tâm I góc quay  $90^\circ$
- C. phép tịnh tiến theo  $\vec{DI}$
- D. phép quay tâm A góc quay  $90^\circ$



### Lời giải:

Đáp án: C

Phương án A. Phép đối xứng tâm I biến tam giác DIH thành tam giác BIF.

Phương án B. phép quay tâm I góc quay  $90^\circ$  biến tam giác DIH thành tam giác CIG.

Phương án D. Phép quay tâm A góc quay  $90^\circ$  biến tam giác DIH thành tam giác BI'H' (không có trong hình vẽ này).

Chú ý: Để tránh nhầm lẫn thì phải tìm ảnh của từng điểm một qua các phép biến hình.

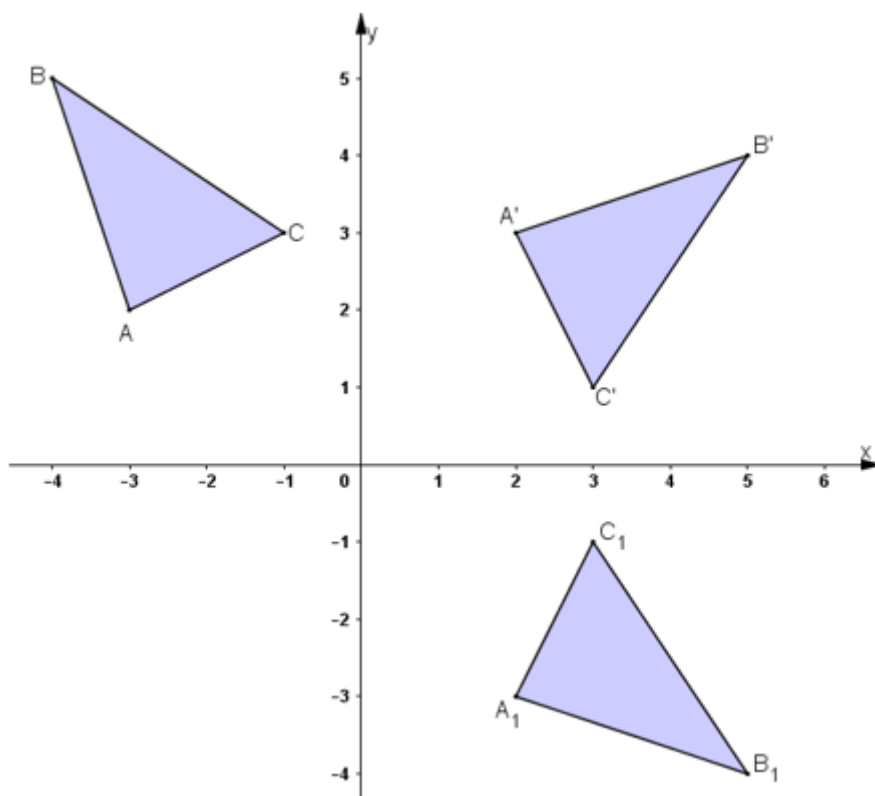
## II. Bài tập tự luận có lời giải

**Bài 1** Trong mặt phẳng Oxy cho các điểm  $A(-3; 2)$ ,  $B(-4; 5)$  và  $C(-1; 3)$ .

a. Chứng minh rằng các điểm  $A'(2; 3)$ ,  $B'(5; 4)$  và  $C'(3; 1)$  theo thứ tự là ảnh của A, B và C qua phép quay tâm O góc  $-90^\circ$ .

b. Gọi tam giác  $A_1B_1C_1$  là ảnh của tam giác ABC qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O góc  $-90^\circ$  và phép đối xứng qua trục Ox. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác  $A_1B_1C_1$ .

### Lời giải:



**a.** + Ta có:

$$\overrightarrow{OA} = (-3; 2); \overrightarrow{OA'} = (2; 3).$$

$$OA = \sqrt{(-3)^2 + 2^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = OA'$$

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OA'} = (-3) \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 0$$

$$\Rightarrow \widehat{AOA'} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow (\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OA'}) = -\widehat{AOA'} = -90^\circ$$

$$\Rightarrow A' = Q_{(O; -90^\circ)}(A).$$

+ Chứng minh hoàn toàn tương tự ta được

$$B' = Q_{(O; 90^\circ)}(B); C' = Q_{(O; 90^\circ)}(C)$$

**b.**  $\Delta A_1B_1C_1$  là ảnh của  $\Delta ABC$  qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O góc  $-90^\circ$  và phép đối xứng qua trục Ox.

$\Rightarrow \Delta A_1 B_1 C_1$  là ảnh của  $\Delta A'B'C'$  qua phép đối xứng trục  $Ox$ .

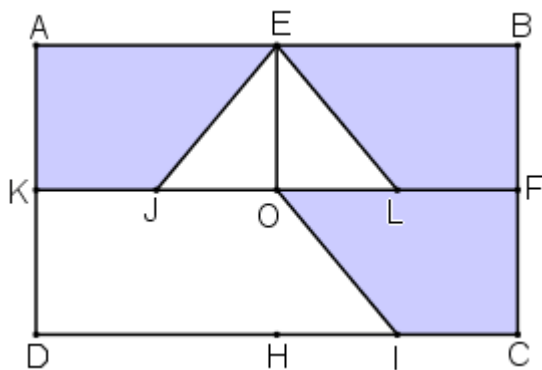
$$\Rightarrow A_1 = D_{Ox}(A') \Rightarrow A_1(2; -3)$$

$$B_1 = D_{Ox}(B') \Rightarrow B_1(5; -4)$$

$$C_1 = D_{Ox}(C') \Rightarrow C_1(3; -1).$$

**Bài 2** Cho hình chữ nhật ABCD. Gọi E, E, H, K, O, I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA, KF, HC, KO. Chứng minh hai hình thang AEJK và FOIC bằng nhau.

**Lời giải:**



Gọi L là trung điểm của OF.

+ Vì EO là đường trung trực của các đoạn thẳng AB; KF; JL

$$\Rightarrow B = D_{EO}(A); F = D_{EO}(K); L = D_{EO}(J); E = D_{EO}(E)$$

$\Rightarrow$  Hình thang BFLE là ảnh của hình thang AKJE qua phép đối xứng trục EO.

$\Rightarrow$  Hai hình thang BFLE và AKJE bằng nhau (1)

$$+ \text{ Lại có } \overline{EO} = \overline{BF} = \overline{FC} = \overline{LI}$$

$$\Rightarrow O = T_{\overline{EO}}(E); F = T_{\overline{EO}}(B);$$

$$C = T_{\overline{EO}}(F); I = T_{\overline{EO}}(L).$$



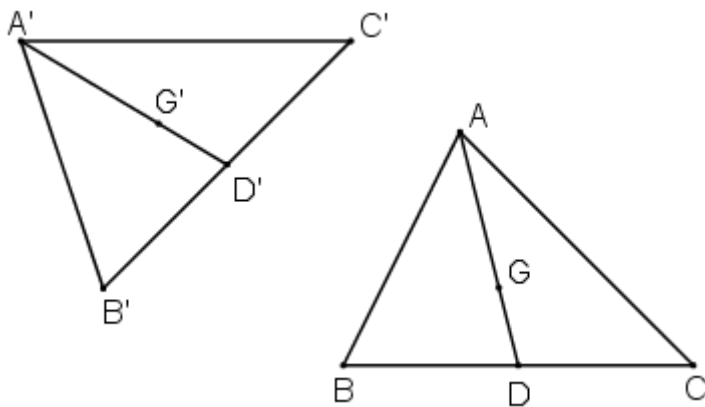
$\Rightarrow$  Hình thang FCIO là ảnh của hình thang BFLE qua phép tịnh tiến theo  $\overrightarrow{EO}$

$\Rightarrow$  Hai hình thang FCIO và BFLE bằng nhau (2)

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow$  hai hình thang FCIO và AKJE bằng nhau.

**Bài 3** Chứng minh rằng: Nếu một phép dời hình biến tam giác ABC thành tam giác A'B'C' thì nó cũng biến trọng tâm của tam giác ABC tương ứng thành trọng tâm của tam giác A'B'C'.

**Lời giải:**



Gọi  $f$  là phép dời hình biến tam giác ABC thành tam giác A'B'C'.

$$\Rightarrow \begin{cases} A' = f(A) \\ B' = f(B) \\ C' = f(C) \end{cases}$$

Gọi D là trung điểm của BC,  $D' = f(D)$ .

Gọi G là trọng tâm  $\Delta ABC$ ,  $G' = f(G)$ .

+ B, D, C thẳng hàng  $\Rightarrow B'; D'; C'$  thẳng hàng.

+ A, G, D thẳng hàng  $\Rightarrow A'; G'; D'$  thẳng hàng.

$$+ B'D' = BD = \frac{BC}{2} = \frac{B'C'}{2} \Rightarrow D' \text{ là trung điểm } B'C'.$$

$$+ A'G' = AG = 2 \cdot \frac{AD}{3} = 2 \cdot \frac{A'D'}{3} \Rightarrow G' \text{ là trọng tâm } \Delta A'B'C'$$

Vậy phép dời hình  $f$  biến trọng tâm  $G$  của  $\Delta ABC$  thành trọng tâm  $G'$  của  $\Delta A'B'C'$  (đpcm).

### III. Bài tập vận dụng

**Bài 1** Trong mặt phẳng Oxy cho các điểm  $A(-3;2)$ ,  $B(-4;5)$  và  $C(-1;3)$

a) Chứng minh rằng các điểm  $A'(2;3)$ ,  $B'(5;4)$  và  $C'(3;1)$  theo thứ tự là ảnh của  $A$ ,  $B$  và  $C$  qua phép quay tâm  $O$  góc  $-90^\circ$ .

b) Gọi tam giác  $A_1B_1C_1$  là ảnh của tam giác  $ABC$  qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm  $O$  góc  $-90^\circ$  và phép đối xứng qua trục  $Ox$ . Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác  $A_1B_1C_1$ .

**Bài 2** Cho hình chữ nhật  $ABCD$ . Gọi  $E, F, H, K, O, I, J$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, BC, CD, DA, KF, HC, KO$ . Chứng minh hai hình thang  $AEJK$  và  $FOIC$  bằng nhau.

**Bài 3** Chứng minh rằng: Nếu một phép dời hình biến tam giác  $ABC$  thành tam giác  $A'B'C'$  thì nó cũng biến trọng tâm của tam giác  $ABC$  tương ứng thành trọng tâm của tam giác  $A'B'C'$ .

**Bài 4** Trong mặt phẳng Oxy, thực hiện liên tiếp phép đối xứng trục  $Oy$  và phép quay tâm  $O$  góc quay biến điểm  $M(1;1)$  thành điểm  $M''$ . tọa độ  $M''$  là?

**Bài 5** Trong mặt phẳng Oxy, thực hiện liên tiếp phép quay tâm  $O$  góc quay  $-45^\circ$  và phép đối xứng tâm  $O$  thì điểm  $M(1;1)$  biến thành điểm  $M''$  có tọa độ là?

**Bài 6** Trong mặt phẳng Oxy, thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vectơ  $\vec{v}$  và phép đối xứng trục  $Oy$  biến đường thẳng  $y = x$  thành đường thẳng.

**Bài 7** Trong mặt phẳng Oxy, thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm O và phép quay tâm O góc quay biến đường thẳng  $y = x + 1$  thành đường thẳng

**Bài 8** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng d có phương trình  $3x - y - 3 = 0$ . Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp đối xứng tâm I(1;2) và phép tịnh tiến theo vecto biến đường thẳng d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng sau

**Bài 9** Phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vecto và phép đối xứng tâm I là phép nào trong các phép sau?