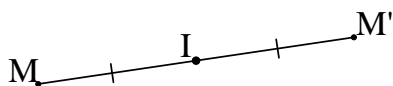


## Công thức về phép đối xứng tâm

### 1. Lí thuyết

\* Định nghĩa: Cho điểm I. Phép biến hình biến điểm I thành chính nó, biến mỗi điểm M khác I thành M' sao cho I là trung điểm của MM' được gọi là phép đối xứng tâm I.



Điểm I được gọi là tâm đối xứng.

Phép đối xứng tâm I thường được kí hiệu là  $\mathcal{D}_I$ .

Từ định nghĩa suy ra:  $M' = \mathcal{D}_I(M) \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'} + \overrightarrow{IM} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'} = -\overrightarrow{IM}$ .

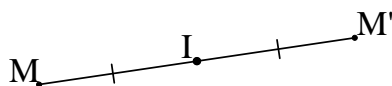
\* Tính chất:

- Phép đối xứng tâm bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.
- Biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.
- Biến một vectơ thành 1 vectơ đối với nó.
- Biến tam giác thành tam giác bằng nó.
- Biến một góc thành một góc bằng nó.
- Biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

### 2. Công thức

Trong hệ tọa độ Oxy, cho  $I(a;b)$  và  $M(x;y)$ . Ta có:  $\mathcal{D}_I(M) = M'(x'; y')$  có biểu

thức tọa độ: 
$$\begin{cases} x' = 2a - x \\ y' = 2b - y \end{cases}$$



Với tâm đối xứng là gốc tọa độ  $O(0; 0)$ , ta có  $M'(x'; y') = \mathcal{D}_O[M(x; y)]$  thì 
$$\begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases}$$

### 3. Ví dụ minh họa

**Ví dụ 1:** Cho điểm  $A(-2;3)$ , đường thẳng d:  $x - 2y + 5 = 0$  và đường tròn (C):  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$ .

- Tìm ảnh của điểm A qua phép đối xứng tâm O.
- Tìm ảnh của đường thẳng d qua phép đối xứng tâm O.
- Tìm ảnh của đường tròn qua phép đối xứng tâm O.

#### Lời giải

a) Gọi A' là ảnh của A qua phép đối xứng tâm O

Ta có:  $A' = \mathcal{D}_O(A)$  suy ra  $A'(2; -3)$ .

b) Gọi  $d'$  là ảnh của  $d$  qua phép đối xứng tâm  $O$

Ta có:  $d'$  song song hoặc trùng với  $d$ . Phương trình  $d'$  có dạng:  $x - 2y + c = 0$ .

Lấy điểm  $M(-5;0) \in d$ . Gọi  $M'$  là ảnh của  $M$  qua phép đối xứng tâm  $O$ , khi đó  $M' \in d'$ .

$$M'(x', y') = D_O(M) \text{ nên } \begin{cases} x' = -x_M = 5 \\ y' = -y_M = 0 \end{cases}$$

$$M' \in d' \Rightarrow 5 - 2 \cdot 0 + c = 0 \Leftrightarrow c = -5.$$

Vậy phương trình đường thẳng  $d'$  là:  $x - 2y - 5 = 0$ .

c) Đường tròn  $(C)$  có tâm  $I(1; -2)$  và bán kính  $R = 2$ .

Gọi  $(C')$  là ảnh của  $(C)$  qua phép đối xứng tâm  $O$

Khi đó  $(C')$  có bán kính  $R = 2$  và tâm  $I'$  là ảnh của  $I$  qua phép đối xứng tâm  $O$ .

$$\text{Ta có: } I'(x', y') = D_O(I) \text{ nên } \begin{cases} x' = -x_I = -1 \\ y' = -y_I = 2 \end{cases}. \text{ Suy ra } I'(-1; 2)$$

Vậy phương trình đường tròn  $(C')$ :  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$ .

**Ví dụ 2:** Cho điểm  $I(3; -4)$  và đường thẳng  $d: 5x + 2y - 3 = 0$ . Viết phương trình  $d'$  là ảnh của  $d$  qua phép đối xứng tâm  $I$ .

### Lời giải

Cách 1:

Vì  $d'$  là ảnh của  $d$  qua phép đối xứng tâm  $I$

Nên  $d'$  song song hoặc trùng với  $d$ . Phương trình  $d'$  có dạng:  $5x + 2y + c = 0$ .

Lấy điểm  $M(1; -1) \in d$ . Gọi  $M'$  là ảnh của  $M$  qua phép đối xứng tâm  $I$ , khi đó  $M' \in d'$ .

$$D_I(M) = M'(x', y') \text{ có tọa độ là: } \begin{cases} x' = 2x_I - x_M \\ y' = 2y_I - y_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 2 \cdot 3 - 1 = 5 \\ y' = 2 \cdot (-4) - (-1) = -7 \end{cases}$$

$$M' \in d' \Rightarrow 5 \cdot 5 + 2 \cdot (-7) + c = 0 \Leftrightarrow c = -11$$

Vậy phương trình đường thẳng  $d'$ :  $5x + 2y - 11 = 0$ .

Cách 2:

Lấy  $M(x, y)$  bất kì thuộc  $d$ . Gọi  $M'$  là ảnh của  $M$  qua phép đối xứng tâm  $I$ , khi đó  $M' \in d'$ .

$$D_I(M) = M' \text{ có tọa độ: } \begin{cases} x' = 2 \cdot 3 - x \\ y' = 2 \cdot (-4) - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 - x' \\ y = -8 - y' \end{cases} \Leftrightarrow M(6 - x'; -8 - y')$$

Thay vào  $d$  ta được:  $5(6 - x') + 2(-8 - y') - 3 = 0$

$$\Leftrightarrow -5x' - 2y' + 11 = 0 \Leftrightarrow 5x' + 2y' - 11 = 0$$

Vậy phương trình đường thẳng  $d'$  là:  $5x + 2y - 11 = 0$ .

#### 4. Bài tập tự luyện

**Câu 1.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho phép đối xứng tâm  $O(0; 0)$  biến điểm  $M(-3; 2)$  thành điểm  $M'$  có tọa độ là:

- A.  $M'(-4; 2)$                       B.  $M'(2; -3)$                       C.  $M'(-2; 3)$                       D.  $M'(2; 3)$

**Câu 2.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng  $d: 3x - 2y - 1 = 0$ . Ảnh của đường thẳng  $d$  qua phép đối xứng tâm  $O$  có phương trình là:

- A.  $3x + 2y + 1 = 0$                       B.  $-3x + 2y - 1 = 0$   
C.  $3x + 2y - 1 = 0$                       D.  $3x - 2y - 1 = 0$

**Câu 3.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm phương trình đường tròn  $(C')$  là ảnh của đường tròn  $(C): x^2 + y^2 = 1$  qua phép đối xứng tâm  $I(1; 0)$ .

- A.  $(C'): (x - 2)^2 + y^2 = 1$                       B.  $(C'): (x + 2)^2 + y^2 = 1$   
C.  $(C'): x^2 + (y + 2)^2 = 1$                       D.  $(C'): x^2 + (y - 2)^2 = 1$

Đáp án 1B, 2B, 3A