Công thức về tập hợp chi tiết nhất

I. Lí thuyết tổng hợp.

- Tập hợp có thể hiểu là sự gom nhóm hữu hạn hay vô hạn các đối tượng nào đó, cùng có một đặc điểm đặc trưng nào đó giống nhau.
- Cho tập hợp A. Nếu a là phần tử của tập hợp A thì ta viết $a \in A$. Nếu a không phải là phần tử của A thì ta viết $a \notin A$.
- Cách viết tập hợp:
- + Liệt kê các phần tử của tập hợp bằng cách viết tất cả phần tử của tập hợp vào giữa hai dấu "{}" và mỗi phần tử ngăn cách nhau bởi dấu ";".
- + Chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp.
- + Minh họa cho tập hợp bằng một đường cong khép kín, gọi là biểu đồ ven.
- Tập hợp rỗng: Là tập hợp không chứa phần tử nào. Kí hiệu \varnothing
- Tập hợp con của một tập hợp: Cho 2 tập hợp A, B , nếu mọi phần tử của B cũng là phần tử của A thì B là tập hợp con của A. Kí hiệu: $B \subset A$
- Hai tập hợp bằng nhau: Hai tập hợp A và B bằng nhau nếu A là tập con của B và đồng thời B cũng là tập con của A. Kí hiệu: A=B
- Phép toán tập hợp:
- + Phép giao: Tập hợp C gồm các phần tử vừa thuộc tập hợp A, vừa thuộc tập hợp B được gọi là giao của A và B. Kí hiệu: $C = A \cap B$
- + Phép hợp: Tập hợp C gồm các phần tử thuộc tập hợp A hoặc thuộc tập hợp B được gọi là hợp của A và B. Kí hiệu: $C = A \cup B$
- + Phép hiệu: Tập hợp C gồm các phần tử thuộc tập hợp A nhưng không thuộc tập hợp B được gọi là hiệu của A và B. Kí hiệu: $C = A \setminus B$
- + Phép lấy phần bù: Khi B là tập hợp con của tập hợp A thì phép hiệu A \ B được gọi là phần bù của B trong A. Kí hiệu: C_AB
- Chú ý:
- + A là tập hợp con của A.
- + Tập hợp rỗng là tập hợp con của mọi tập hợp.

- + Tập hợp A có n phần tử thì nó có 2ⁿ tập con.
- + Nếu tập hợp A là tập hợp con của tập hợp B và B là tập hợp con của C thì A là tập hợp con của C.

II. Các công thức.

- Tập hợp con:

 $+ B \subset A \Leftrightarrow \forall x : x \in B \Rightarrow x \in A$

$$+ \left\{ \begin{matrix} A \subset B \\ B \subset C \end{matrix} \Rightarrow A \subset C \right.$$

- $+ A \subset A; \varnothing \subset A$
- + Tập hợp A có n phần tử thì số tập hợp con của A là 2ⁿ
- Hai tập hợp bằng nhau: $A = B \Leftrightarrow \begin{cases} A \subset B \\ B \subset A \end{cases}$
- Phép giao: $A \cap B = \{x : x \in A \text{ và } x \in B\}$
- Phép hợp: $A \cap B = \{x : x \in A \text{ hoặc } x \in B\}$
- Phép hiệu:
- $+ A \setminus B = \{x : x \in A \text{ và } x \notin B\}$
- $+ A \setminus A = \emptyset; A \setminus \emptyset = A$
- $+ A \setminus B \neq B \setminus A$
- Phép lấy phần bù: $B \subset A \Rightarrow C_A B = A \setminus B$

III. Ví dụ minh họa:

Bài 1: Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3\}$ và tập hợp $B = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Cho tập hợp C, biết B là tập hợp con của C. Chứng minh A là tập hợp con của B, A là tập hợp con của C, tính số lượng tập hợp con của A.

Lời giải:

Ta có:

$$x=1 \in A$$
 và $x=1 \in B$

$$x=2 \in A$$
 và $x=2 \in B$

$$x = 3 \in A$$
 và $x = 3 \in B$

$$\Rightarrow \forall x : x \in A \Rightarrow x \in B$$

⇒ A ⊂ B (điều cần phải chứng minh)

Ta lai có:

A ⊂ B (chứng minh trên)

 $B \subset C$ (theo đề bài)

 \Rightarrow A \subset C (điều cần phải chứng minh)

Tập hợp A có 3 phần tử, số lượng tập hợp con của tập hợp A là: $2^3 = 8$

Bài 2: Cho tập hợp A gồm các phần tử là nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$ và tập hợp B gồm các phần tử là nghiệm của phương trình (x - 1)(x - 2) = 0. Hãy chứng minh rằng A = B.

Lời giải:

Xét phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$ có: 1 - 3 + 2 = 0

 \Rightarrow Phương trình có hai nghiệm: $x_1 = 1; x_2 = 2$

$$\Rightarrow$$
 A = {1; 2}

Xét phương trình $(x-1)(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=1 \\ x=2 \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow$$
 B = {1; 2}

Ta có:

x = 1 thuộc A và cũng thuộc B.

x = 2 thuộc A và cũng thuộc B.

$$\Rightarrow A \subset B (1)$$

x = 1 thuộc B và cũng thuộc A.

x = 2 thuộc B và cũng thuộc A.

$$\Rightarrow$$
B \subset A (2)

Từ (1) và (2) ta có A = B.

Bài 3: Cho tập hợp $A = \{1; 12; 20; 21\}$, tập hợp $B = \{1; 12; 20\}$ và tập hợp $C = \{20; 19; 12; 3\}$. Tìm các tập hợp $A \cap C$, $A \cup C$, $C_A B$ và $A \setminus C$.

Lời giải:

Xét hai tập hợp A và C ta có:

x = 1 thuộc A và không thuộc C

x = 12 thuộc A và thuộc C

x = 20 thuộc A và thuộc C

x = 21 thuộc A và không thuộc C

x = 19 thuộc C và không thuộc A

x = 3 thuộc C và không thuộc A

$$\Rightarrow$$
 A \cap C = {12;20} , A \cup C = {1;3;12;19;20;21} , A\C = {1;21}

Xét hai tập hợp A và B có:

x = 1 vừa thuộc B vừa thuộc A

x = 12 vừa thuộc B vừa thuộc A

x = 20 vừa thuộc B vừa thuộc A

$$\Rightarrow$$
 B \subset A \Rightarrow C_AB = A \ B

x = 21 thuộc A và không thuộc B

$$\Rightarrow$$
 $C_A B = A \setminus B = \{21\}$

IV. Bài tập tự luyện.

Bài 1: Cho tập hợp $P = \{34; 56; 72; 12; 4\}$. Viết một tập hợp con của P khác tập hợp rỗng. Tính số tập hợp con của tập hợp P.

Bài 2: Cho tập hợp $A = \{45; 7; 5; 23; 12\}$ và tập hợp $M = \{5; 4; 7; 3\}$. Tìm $A \cap M, A \cup M, A \setminus M$.