Bài 4: Các số đặc trưng đo mức độ phân tán của mẫu số liệu

Bài 1 trang 129 SBT Toán 10 Tập 1: Hãy tìm phương sai, khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị và giá trị ngoại lệ (nếu có) của mỗi mẫu số liệu sau:

- a) 90; 56; 50; 45; 46; 48; 52; 43.
- b) 19; 11; 1; 16; 19; 12; 14; 10; 11.
- c) 6,7; 6,2; 9,7; 6,3; 6,8; 6,1; 6,2.
- d) 0,79; 0,68; 0,35; 0,38; 0,05; 0,35.

Lời giải:

a) Ta có: n = 8.

Số trung bình cộng:

$$\overline{x} = \frac{90 + 56 + 50 + 45 + 46 + 48 + 52 + 43}{8} = 53,75.$$

Phương sai:

$$S^{2} = \frac{1}{8} (90^{2} + 56^{2} + 50^{2} + 45^{2} + 46^{2} + 48^{2} + 52^{2} + 43^{2}) - 53,75^{2}$$

=202,6875.

Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm:

43; 45; 46; 48; 50; 52; 56; 90

Khi đó, khoảng biến thiên R = 90 - 43 = 47.

Vì n = 8 là số chẵn nên ta có tứ phân vị thứ hai

$$Q_2 = (48 + 50) : 2 = 49.$$

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của nửa số liệu bên trái Q_2 , gồm Q_2 vì n là số chẵn: 43; 45; 46; 48.

Vây
$$Q_1 = (45 + 46) : 2 = 45,5$$
.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của nửa số liệu bên phải Q_2 , gồm Q_2 vì n là số chẵn: 50; 52; 56; 90.

$$V_{ay} Q_3 = (52 + 56) : 2 = 54.$$

Khi đó khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q=Q_3-Q_1=54-45, 5=8,5.$

Giá trị ngoại lệ x thỏa mãn

$$x > Q_3 + 1,5\Delta_Q = 54 + 1,5.8,5 = 66,75$$

Hoặc
$$x < Q_1 - 1,5\Delta_Q = 45,5 - 1,5.8,5 = 32,75$$

Vậy đối chiếu mẫu số liệu suy ra giá trị ngoại lệ là 90.

b) Ta có: n = 9.

Số trung bình cộng:

$$\bar{x} = \frac{19 + 11 + 1 + 16 + 19 + 12 + 14 + 10 + 11}{9} = \frac{113}{9}.$$

Phương sai:

$$S^{2} = \frac{1}{9} \left(19^{2} + 11^{2} + 1^{2} + 16^{2} + 19^{2} + 12^{2} + 14^{2} + 10^{2} + 11^{2} \right) - \left(\frac{113}{9} \right)^{2}$$

= 26,91.

Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm:

1; 10; 11; 11; 12; 14; 16; 19; 19

Khi đó, khoảng biến thiên R = 19 - 1 = 18.

Vì n = 9 là số lẻ nên ta có tứ phân vị thứ hai $Q_2 = 12$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của nửa số liệu bên trái Q_2 , không kể Q_2 vì n là số lẻ: 1; 10; 11; 11.

Vậy
$$Q_1 = (10 + 11) : 2 = 10,5.$$

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của nửa số liệu bên phải Q_2 , không kể Q_2 vì n là số lẻ: 14; 16; 19; 19.

$$V_{ay} Q_3 = (16 + 19) : 2 = 17,5.$$

Khi đó khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 17,5 - 10,5 = 7$.

Giá trị ngoại lệ x thỏa mãn

$$x > Q_3 + 1,5\Delta_0 = 17,5 + 1,5.7 = 28$$

Hoặc
$$x < Q_1 - 1,5\Delta_Q = 10,5 - 1,5.7 = 0$$

Vậy đối chiếu mẫu số liệu suy ra không có giá trị ngoại lệ.

c) Ta có: n = 7.

Số trung bình cộng:

$$\overline{x} = \frac{6,7+6,2+9,7+6,3+6,8+6,1+6,2}{7} = \frac{48}{7}.$$

Phương sai:

$$S^{2} = \frac{1}{7} \left(6,7^{2} + 6,2^{2} + 9,7^{2} + 6,3^{2} + 6,8^{2} + 6,1^{2} + 6,2^{2} \right) - \left(\frac{48}{7} \right)^{2}$$

= 1,41.

Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm:

Khi đó, khoảng biến thiên R = 9.7 - 6.1 = 3.6.

Vì n = 7 là số lẻ nên ta có tứ phân vị thứ hai $Q_2 = 6.3$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của nửa số liệu bên trái Q_2 , không kể Q_2 vì n là số lẻ: 6,1; 6,2; 6,2.

Vậy
$$Q_1 = 6,2$$
.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của nửa số liệu bên phải Q_2 , không kể Q_2 vì n là số lẻ: 6,7; 6,8; 9,7.

Vậy
$$Q_3 = 6.8$$
.

Khi đó khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 6.8 - 6.2 = 0.6$.

Giá trị ngoại lệ x thỏa mãn

$$x > Q_3 + 1.5\Delta_0 = 6.8 + 1.5.0.6 = 7.7$$

Hoặc
$$x < Q_1 - 1.5\Delta_0 = 6.2 - 1.5.0.6 = 5.3$$

Vậy đối chiếu mẫu số liệu suy ra giá trị ngoại lệ là 9,7.

d) Ta có: n = 6.

Số trung bình cộng:

$$\overline{x} = \frac{0,79 + 0,68 + 0,35 + 0,38 + 0,05 + 0,35}{6} = \frac{13}{30}.$$

Phương sai:

$$S^{2} = \frac{1}{6} \left(0,79^{2} + 0,68^{2} + 0,35^{2} + 0,38^{2} + 0,05^{2} + 0,35^{2} \right) - \left(\frac{13}{30} \right)^{2}$$

= 0.059.

Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm:

0,05; 0,35; 0,35; 0,38; 0,68; 0,79

Khi đó, khoảng biến thiên R = 0.79 - 0.05 = 0.74.

Vì n = 6 là số chẵn nên ta có tứ phân vị thứ hai

$$Q_2 = (0.35 + 0.38) : 2 = 0.365.$$

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của nửa số liệu bên trái Q_2 , gồm Q_2 vì n là số chẵn: 0,05; 0,35; 0,35.

Vậy $Q_1 = 0.35$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của nửa số liệu bên phải Q_2 , gồm Q_2 vì n là số chẵn: 0,38; 0,68; 0,79.

Vậy $Q_3 = 0.68$.

Khi đó khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q=Q_3-Q_1=0,\!68-0,\!35=0,\!33.$

Giá trị ngoại lệ x thỏa mãn

$$x > Q_3 + 1,5\Delta_Q = 0,68 + 1,5.0,33 = 1,175$$

Hoặc
$$x < Q_1 - 1,5\Delta_Q = 0,35 - 1,5.0,33 = -0,145$$
.

Vậy đối chiếu mẫu số liệu suy ra không có giá trị ngoại lệ.

Bài 2 trang 129 SBT Toán 10 Tập 1: Hãy tìm phương sai, khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị và giá trị ngoại lệ (nếu có) của mỗi mẫu số liệu cho bởi bảng tần số sau:

a)

Giá trị	000	4	6	9	10	17
Tần số	1	3	5	4	2	1

b)

Giá trị	2	23	24	25	26	27
Tần số	1	6	8	9	4	2

Lời giải:

a) Ta có:
$$n = 1 + 3 + 5 + 4 + 2 + 1 = 16$$
.

Số trung bình cộng:

Phương sai:

$$S^{2} = \frac{1}{16} \left(1.0^{2} + 3.4^{2} + 5.6^{2} + 4.9^{2} + 2.10^{2} + 1.17^{2} \right) - \left(\frac{115}{16} \right)^{2}$$

 $\approx 13.4.$

Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm:

Khi đó, khoảng biến thiên R = 17 - 0 = 17.

Vì n = 16 là số chẵn nên ta có tứ phân vị thứ hai

$$Q_2 = (6+6): 2=6.$$

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của nửa số liệu bên trái Q_2 , gồm Q_2 vì n là số chẵn: 0; 4; 4; 6; 6; 6; 6.

Vậy
$$Q_1 = (4+6): 2=5$$
.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của nửa số liệu bên phải Q_2 , gồm Q_2 vì n là số chẵn: 6; 9; 9; 9; 10; 10; 17.

$$V_{ay} Q_3 = (9 + 9) : 2 = 9.$$

Khi đó khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 9 - 5 = 4$.

Giá trị ngoại lệ x thỏa mãn

$$x > Q_3 + 1.5\Delta_0 = 9 + 1.5.4 = 15$$

Hoặc
$$x < Q_1 - 1.5\Delta_Q = 5 - 1.5.4 = -1.$$

Vậy đối chiếu mẫu số liệu suy ra giá trị ngoại lệ là 17.

b) Ta có:
$$n = 1 + 6 + 8 + 9 + 4 + 2 = 30$$
.

Số trung bình cộng:

Phương sai:

$$S^{2} = \frac{1}{30} \left(1.2^{2} + 6.23^{2} + 8.24^{2} + 9.25^{2} + 4.26^{2} + 2.27^{2} \right) - \left(\frac{143}{6} \right)^{2}$$

$$\approx$$
 17,74.

Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm:

2; 23; 23; 23; 23; 23; 24; 24; 24; 24; 24; 24; 24; 24; 25; 25; 25; 25; 25; 25; 25;

Khi đó, khoảng biến thiên R = 27 - 2 = 25.

Vì n = 30 là số chẵn nên ta có tứ phân vị thứ hai

$$Q_2 = (24 + 25) : 2 = 24,5.$$

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của nửa số liệu bên trái Q_2 , gồm Q_2 vì n là số chẵn:

$$V$$
ây $Q_1 = 24$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của nửa số liệu bên phải Q_2 , gồm Q_2 vì n là số chẵn: 25; 25; 25; 25; 25; 25; 25; 25; 26; 26; 26; 26; 27; 27.

$$V_{ay} Q_3 = 25.$$

Khi đó khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 25 - 24 = 1$.

Giá trị ngoại lệ x thỏa mãn

$$x > Q_3 + 1,5\Delta_0 = 25 + 1,5 = 26,5$$

Hoặc
$$x < Q_1 - 1,5\Delta_Q = 24 - 1,5.1 = 22,5.$$

Vậy đối chiếu mẫu số liệu suy ra giá trị ngoại lệ là 2 và 27.

Bài 3 trang 129, 130 SBT Toán 10 Tập 1: Một kĩ thuật viên thống kê lại số lần máy bị lỗi từng ngày trong tháng 5/2021 ở bảng sau:

Số lỗi	0	1	2	3	4	5	6	7	12	15
Số ngày	2	3	4	6	6	3	2	3	1	1

- a) Hãy tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.
- b) Xác định các giá trị ngoại lệ (nếu có) của mẫu số liệu.
- c) Hãy tìm phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu.

Lòi giải:

a) Ta có:
$$n = 2 + 3 + 4 + 6 + 6 + 3 + 2 + 3 + 1 + 1 = 31$$
.

Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm: 0; 0; 1; 1; 1; 2; 2; 2; 2; 3; 3; 3; 3; 3; 3;

Khi đó, khoảng biến thiên R = 15 - 0 = 15.

Vì n = 31 là số lẻ nên ta có tứ phân vị thứ hai $Q_2 = 4$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của nửa số liệu bên trái Q_2 , không kể Q_2 vì n là số lẻ:

$$V$$
ây $Q_1 = 2$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của nửa số liệu bên phải Q_2 , không kể Q_2 vì n là số lẻ:

Vậy
$$Q_3 = 5$$
.

Khi đó khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 5 - 2 = 3$.

b) Giá trị ngoại lệ x thỏa mãn

$$x > Q_3 + 1,5\Delta_Q = 5 + 1,5.3 = 9,5$$

Hoặc
$$x < Q_1 - 1,5\Delta_Q = 2 - 1,5.3 = -2,5$$

Vậy đối chiếu mẫu số liệu suy ra giá trị ngoại lệ là 12 và 15.

c) Số trung bình cộng:

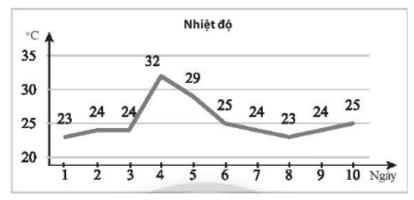
Phương sai:

$$S^{2} = \frac{1}{31} \left(2.0^{2} + 3.1^{2} + 4.2^{2} + 6.3^{2} + 6.4^{2} + 3.5^{2} + 2.6^{2} + 3.7^{2} + 1.12^{2} + 1.15^{2} \right)$$
$$- \left(\frac{128}{31} \right)^{2}$$

 $\approx 9,79.$

Khi đó độ lệch chuẩn $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{9,79} \approx 3,13$.

Bài 4 trang 130 SBT Toán 10 Tập 1: Biểu đồ sau ghi lại nhiệt độ lúc 12 giờ trưa tại một trạm quan trắc trong 10 ngày liên tiếp (đơn vị: °C).



- a) Hãy viết mẫu số liệu thống kê nhiệt độ từ biểu đồ trên.
- b) Hãy tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đó.
- c) Hãy tìm phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó.

Lời giải:

- a) Ta có:
- +) Nhiệt độ đạt 23°C tại các ngày: 1 và 8
- +) Nhiệt độ đạt 24°C tại các ngày: 2, 3, 7 và 9

- +) Nhiệt độ đạt 25°C tại các ngày: 6 và 10
- +) Nhiệt độ đạt 29°C tại ngày: 5
- +) Nhiệt độ đạt 32°C tại ngày: 4

Từ đó ta có mẫu số liệu thống kê nhiệt độ từ biểu đồ trên là

b) Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm:

Khi đó, khoảng biến thiên R = 32 - 23 = 9.

Vì n = 10 là số chẵn nên ta có tứ phân vị thứ hai

$$Q_2 = (24 + 24) : 2 = 24.$$

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của nửa số liệu bên trái Q_2 , gồm Q_2 vì n là số chẵn: 23; 23; 24; 24; 24.

Vậy
$$Q_1 = 24$$
.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của nửa số liệu bên phải Q_2 , gồm Q_2 vì n là số chẵn: 24; 25; 25; 29; 32.

$$V$$
ây $Q_3 = 25$.

Khi đó khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 25 - 24 = 1$.

c) Số trung bình cộng:

$$\bar{x} = \frac{2.23 + 4.24 + 2.25 + 1.29 + 1.32}{10} = 25,3.$$

Phương sai:

$$S^{2} = \frac{1}{10} (2.23^{2} + 4.24^{2} + 2.25^{2} + 1.29^{2} + 1.32^{2}) - 25,3^{2}$$
$$= 7.61$$

Khi đó độ lệch chuẩn $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{7.61} \approx 2.76$.

Bài 5 trang 130 SBT Toán 10 Tập 1: Khuê và Trọng ghi lại số tin nhắn điện thoại mà mỗi người nhận được từ ngày 1/9 đến ngày 15/9 năm 2020 ở bảng sau:

Khuê	2	4	3	4	6	2	3	2	4	5	3	4	6	7	3
Trọng	3	4	1	2	2	3	4	1	2	30	2	2	2	3	6

- a) Hãy tìm phương sai của từng dãy số liệu.
- b) Sau khi bỏ đi các giá trị ngoại lệ (nếu có), hãy so sánh, số lượng tin nhắn mỗi bạn nhận được theo số trung bình và theo trung vị.

Lời giải:

- a) n = 15
- +) Khuê:

Số trung bình cộng:

$$\frac{-}{x} = \frac{2+4+3+4+6+2+3+2+4+5+3+4+6+7+3}{15} = \frac{58}{15}.$$

Phương sai:

$$S^{2} = \frac{1}{15} (3.2^{2} + 4.3^{2} + 4.4^{2} + 5^{2} + 2.6^{2} + 7^{2}) - (\frac{58}{15})^{2} = 2,25.$$

+) Trọng:

Số trung bình cộng:

$$\frac{-}{x} = \frac{3+4+1+2+2+3+4+1+2+30+2+2+2+3+6}{15} = \frac{67}{15}.$$

Phương sai:

$$S^{2} = \frac{1}{15} \left(2.1^{2} + 6.2^{2} + 3.3^{2} + 2.4^{2} + 6^{2} + 30^{2} \right) - \left(\frac{67}{15} \right)^{2} = 48,12.$$

b)

+) Khuê:

Áp dụng các bước tìm tứ phân vị ta tìm được $Q_1=3,\,Q_3=5$

Khi đó khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q=Q_3-Q_1=5-3=2.$

Giá trị ngoại lệ x thỏa mãn

$$x > Q_3 + 1.5\Delta_0 = 5 + 1.5.2 = 8$$

Hoặc
$$x < Q_1 - 1.5\Delta_Q = 3 - 1.5.2 = 0$$

Vậy đối chiếu mẫu số liệu của Khuê suy ra không có giá trị ngoại lệ.

+) Trọng:

Áp dụng các bước tìm tứ phân vị ta tìm được $Q_1 = 2$, $Q_3 = 4$

Khi đó khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 4 - 2 = 2$.

Giá trị ngoại lệ x thỏa mãn

$$x > Q_3 + 1,5\Delta_0 = 4 + 1,5.2 = 7$$

Hoặc
$$x < Q_1 - 1,5\Delta_Q = 2 - 1,5.2 = -1$$

Vậy đối chiếu mẫu số liệu của Trọng suy ra giá trị ngoại lệ là 30.

Sau khi bỏ đi giá trị ngoại lệ thì giá trị trung bình của mẫu của Khuê là:

$$\overline{x} = \frac{2+4+3+4+6+2+3+2+4+5+3+4+6+7+3}{15} \approx 3,87.$$

Và của Trọng là:

$$\overline{x} = \frac{3+4+1+2+2+3+4+1+2+2+2+3+6}{14} \approx 2,64.$$

Khi đó trung vị của mẫu của Khuê là 4 (Với n = 15 là số lẻ)

Và số trung vị của Trọng là (2+2): 2=2 (Với n=14 là số chẵn).

Vậy so sánh theo cả số trung bình và số trung vị thì Khuê có nhiều tin nhắn mỗi ngày hơn Trọng.

Bài 6 trang 130 SBT Toán 10 Tập 1: Bảng sau ghi giá bán ra lúc 11 giờ trưa của 2 mã cổ phiếu A và B trong 10 ngày liên tiếp (đơn vị: nghìn đồng).

Ngày	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Α	45	45,1	45,3	35,5	45,6	45,5	45,4	45,5	45,4	45,2
В	47	47,4	47,8	68,4	49	48,8	48,8	48,8	48,6	49,2

- a) Biết có 1 trong 10 ngày trên có sự bất thường trong giá cổ phiếu. Hãy tìm ngày đó và giải thích.
- b) Sau khi bỏ đi ngày có giá bất thường, hãy cho biết giá cổ phiếu nào ổn định hơn. Tại sao?

Lời giải:

a) +) Mã cổ phiếu A:

Áp dụng các bước tìm tứ phân vị ta tìm được $Q_1 = 45,1$, $Q_3 = 45,5$

Khi đó khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q=Q_3-Q_1=45,5-45,1=0,4.$

Giá trị ngoại lệ x thỏa mãn

$$x > Q_3 + 1.5\Delta_0 = 45.5 + 1.5.0.4 = 46.1$$

Hoặc
$$x < Q_1 - 1.5\Delta_Q = 45.1 - 1.5.0.4 = 44.5$$

Vậy đối chiếu mẫu số liệu của A suy ra giá trị ngoại lệ là 35,5 và rơi vào ngày thứ 4.

+) Mã cổ phiếu B:

Áp dụng các bước tìm tứ phân vị ta dễ dàng tìm được $Q_1 = 47.8$, $Q_3 = 49$

Khi đó khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 49 - 47,8 = 1,2$.

Giá trị ngoại lệ x thỏa mãn

$$x > Q_3 + 1,5\Delta_Q = 49 + 1,5.1,2 = 50,8$$

Hoặc
$$x < Q_1 - 1,5\Delta_Q = 47,8 - 1,5.1,2 = 46$$

Vậy đối chiếu mẫu số liệu của B suy ra giá trị ngoại lệ là 68,4 và rơi vào ngày thứ 4.

b) Sau khi bỏ đi giá trị ngoại lệ thì giá trị trung bình của mẫu của A là:

$$\overline{x} = \frac{45 + 45,1 + 45,3 + 45,6 + 45,5 + 45,4 + 45,5 + 45,4 + 45,2}{9} \approx 45,33.$$

Khi đó phương sai của mẫu số liệu của A là

$$S^{2} = \frac{1}{9} \left(45^{2} + 45,1^{2} + 45,3^{2} + 45,6^{2} + 45,5^{2} + 45,4^{2} + 45,5^{2} + 45,4^{2} + 45,2^{2} \right)_{\text{Và giá}}$$
$$-45,33^{2} \approx 0,036.$$

trị trung bình của mẫu của B là:

$$\frac{-}{x} = \frac{47 + 47,4 + 47,8 + 49 + 48,8 + 48,8 + 48,8 + 48,6 + 49,2}{9} \approx 48,36.$$

Khi đó phương sai của mẫu số liệu của B là

$$S^{2} = \frac{1}{9} \Big(47^{2} + 47,4^{2} + 47,8^{2} + 49^{2} + 48,8^{2} + 48,8^{2} + 48,8^{2} + 48,6^{2} + 49,2^{2} \Big)$$
 Vậy so
$$-48,36^{2} \approx 0,505.$$

sánh hai phương sai mẫu ta thấy 0,036 < 0,505 nên giá của mã cổ phiếu A ổn định hơn giá của mã cổ phiếu B.