

CHUYÊN ĐỀ 1. HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BA ẨN.

BÀI CUỐI CHUYÊN ĐỀ 1

Trang 23

Bài 1.15 trang 23 Chuyên đề Toán 10:

Giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + 2y + 3z = 14 ; \\ 3x - 2y - z = -4 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - 2y + z = 6 \\ 3x + 2y + 5z = 7 ; \\ 7x + 3y - 6z = 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x + y - 6z = 1 \\ 3x + 2y - 5z = 5 ; \\ 7x + 4y - 17z = 7 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 5x + 2y - 7z = 6 \\ 2x + 3y + 2z = 7 . \\ 9x + 8y - 3z = 1 \end{cases}$$

Lời giải:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 3x - 2y - z = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 6 \\ -y - 2z = -8 \\ 5y + 4z = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 6 \\ -y - 2z = -8 \\ -6z = -18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 6 \\ -y - 2.3 = -8 \\ z = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 + 3 = 6 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2. \\ z = 3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x; y; z) = (1; 2; 3)$.

$$b) \begin{cases} 2x - 2y + z = 6 \\ 3x + 2y + 5z = 7 \\ 7x + 3y - 6z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2y + z = 6 \\ -10y - 7z = 4 \\ 7x + 3y - 6z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2y + z = 6 \\ -10y - 7z = 4 \\ -20y + 19z = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2y + z = 6 \\ -8y - 7z = 4 \\ -33z = -32 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2y + z = 6 \\ -8y - 7 \cdot \frac{32}{33} = 4 \\ z = \frac{32}{33} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2\left(-\frac{178}{165}\right) + \frac{32}{33} = 6 \\ y = -\frac{178}{165} \\ z = \frac{32}{33} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{79}{55} \\ y = -\frac{178}{165} \\ z = \frac{32}{33} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x; y; z) = \left(\frac{79}{55}; -\frac{178}{165}; \frac{32}{33}\right)$.

$$c) \begin{cases} 2x + y - 6z = 1 \\ 3x + 2y - 5z = 5 \\ 7x + 4y - 17z = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y - 6z = 1 \\ -y - 8z = -7 \\ 7x + 4y - 17z = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y - 6z = 1 \\ -y - 8z = -7 \\ -y - 8z = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y - 6z = 1 \\ -y - 8z = -7 \end{cases}$$

Rút y theo z từ phương trình thứ hai ta được $y = 7 - 8z$. Rút x theo y và z từ phương trình thứ nhất ta được $x = \frac{1 - y + 6z}{2} = \frac{1 - (7 - 8z) + 6z}{2} = 7z - 3$. Vậy hệ đã cho có vô số nghiệm và tập nghiệm của hệ là $S = \{(7z - 3; 7 - 8z; z) \mid z \in \mathbb{R}\}$.

$$d) \begin{cases} 5x + 2y - 7z = 6 \\ 2x + 3y + 2z = 7 \\ 9x + 8y - 3z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 2y - 7z = 6 \\ -11y - 24z = -23 \\ -22y - 48z = 49 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 2y - 7z = 6 \\ -22y - 48z = -46 \\ -22y - 48z = 49 \end{cases}$$

Từ hai phương trình cuối, suy ra $-46 = 49$, điều này vô lí.

Vậy hệ ban đầu vô nghiệm.

Bài 1.16 trang 23 Chuyên đề Toán 10:

Tìm các số thực A, B và C thỏa mãn $\frac{1}{x^3 + 1} = \frac{A}{x + 1} + \frac{Bx + C}{x^2 - x + 1}$.

Lời giải:

$$\frac{1}{x^3+1} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-x+1} \Leftrightarrow \frac{1}{x^3+1} = \frac{A(x^2-x+1) + (Bx+C)(x+1)}{(x+1)(x^2-x+1)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x^3+1} = \frac{(Ax^2 - Ax + A) + (Bx^2 + Bx + Cx + C)}{x^3+1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x^3+1} = \frac{(A+B)x^2 + (-A+B+C)x + (A+C)}{x^3+1}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A+B=0 \\ -A+B+C=0 \\ A+C=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=\frac{1}{3} \\ B=-\frac{1}{3} \\ C=\frac{2}{3} \end{cases}$$

Vậy $A = \frac{1}{3}, B = -\frac{1}{3}, C = \frac{2}{3}$.

Bài 1.17 trang 23 Chuyên đề Toán 10:

Tìm parabol $y = ax^2 + bx + c$ trong mỗi trường hợp sau:

a) Parabol đi qua ba điểm $A(2; -1)$, $B(4; 3)$ và $C(-1; 8)$;

b) Parabol nhận đường thẳng $x = \frac{5}{2}$ làm trục đối xứng và đi qua hai điểm $M(1; 0)$, $N(5; -4)$.

Lời giải:

a) Parabol đi qua ba điểm $A(2; -1)$, $B(4; 3)$ và $C(-1; 8)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} -1 = a.2^2 + b.2 + c \\ 3 = a.4^2 + b.4 + c \\ 8 = a.(-1)^2 + b.(-1) + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b + c = -1 \\ 16a + 4b + c = 3 \\ a - b + c = -1 \end{cases}$$

Giải hệ này ta được $a = \frac{2}{5}, b = -\frac{2}{5}, c = -\frac{9}{5}$.

Vậy phương trình của parabol là $y = \frac{2}{5}x^2 - \frac{2}{5}x - \frac{9}{5}$.

b) Parabol nhận đường thẳng $x = \frac{5}{2}$ làm trục đối xứng, suy ra $-\frac{b}{2a} = \frac{5}{2} \Rightarrow 5a + b = 0$.

Parabol đi qua hai điểm $M(1; 0)$, $N(5; -4)$, suy ra

$$0 = a.1^2 + b.1 + c \text{ và } -4 = a.5^2 + b.5 + c$$

hay $a + b + c = 0$ và $25a + 5b + c = -4$.

$$\text{Vậy ta có hệ phương trình: } \begin{cases} 5a + b = 0 \\ a + b + c = 0 \\ 25a + 5b + c = -4 \end{cases}.$$

Giải hệ này ta được $a = -1$, $b = 5$, $c = -4$.

Vậy phương trình của parabol là $y = -x^2 + 5x - 4$.

Bài 1.18 trang 23 Chuyên đề Toán 10:

Trong mặt phẳng toạ độ, viết phương trình đường tròn đi qua ba điểm $A(0; 1)$, $B(2; 3)$ và $C(4; 1)$.

Lời giải:

Giả sử đường tròn cần viết có phương trình $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ ($a^2 + b^2 - c > 0$).

Vì đường tròn đi qua ba điểm $A(0; 1)$, $B(2; 3)$ và $C(4; 1)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} 0^2 + 1^2 - 2a.0 - 2b.1 + c = 0 \\ 2^2 + 3^2 - 2a.2 - 2b.3 + c = 0 \\ 4^2 + 1^2 - 2a.4 - 2b.1 + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b - c = 1 \\ 4a + 6b - c = 13 \\ 8a + 2b - c = 17 \end{cases}.$$

Giải hệ này ta được $a = 2$, $b = 1$, $c = 1$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy đường tròn cần viết có phương trình $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$.

Bài 1.19 trang 23 Chuyên đề Toán 10:

Một đoàn xe chở 255 tấn gạo tiếp tế cho đồng bào vùng bị lũ lụt. Đoàn xe có 36 chiếc gồm ba loại: xe chở 5 tấn, xe chở 7 tấn và xe chở 10 tấn. Biết rằng tổng số hai loại xe chở 5 tấn và chở 7 tấn nhiều gấp ba lần số xe chở 10 tấn. Hỏi mỗi loại xe có bao nhiêu chiếc?

Lời giải:

Gọi số xe loại chở 5 tấn, chở 7 tấn và chở 10 tấn lần lượt là x , y , z .

Theo đề bài, ta có:

- Có tổng cộng 255 tấn gạo, suy ra $5x + 7y + 10z = 255$ (1).
- Đoàn xe có 36 chiếc, suy ra $x + y + z = 36$ (2).
- Tổng số hai loại xe chở 5 tấn và chở 7 tấn nhiều gấp ba lần số xe chở 10 tấn, suy ra $(x + y) = 3z$ hay $x + y - 3z = 0$ (3).

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 5x + 7y + 10z = 255 \\ x + y + z = 36 \\ x + y - 3z = 0 \end{cases}.$$

Giải hệ này ta được $x = 12$, $y = 15$, $z = 9$.

Vậy số xe loại chở 5 tấn, chở 7 tấn và chở 10 tấn lần lượt là 12 xe, 15 xe và 9 xe.

Bài 1.20 trang 23 Chuyên đề Toán 10:

Bác An là chủ cửa hàng kinh doanh cà phê cho những người sành cà phê. Bác có ba loại cà phê nổi tiếng của Việt Nam: Arabica, Robusta và Moka với giá bán lần lượt là 320 nghìn đồng/kg, 280 nghìn đồng/kg và 260 nghìn đồng/kg. Bác muốn trộn ba loại cà phê này để được một hỗn hợp cà phê, sau đó đóng thành các gói 1 kg, bán với giá 300 nghìn đồng/kg và lượng cà phê Moka gấp đôi lượng cà phê Robusta trong mỗi gói. Hỏi bác cần trộn ba loại cà phê này theo tỉ lệ nào?

Lời giải:

Gọi khối lượng cà phê mỗi loại Arabica, Robusta và Moka có trong 1 kg cà phê trộn lần lượt là x , y , z (kg).

Như vậy $x + y + z = 1$ (1).

Theo đề bài, ta có:

– Giá của cà phê trộn là 300 nghìn đồng/kg, suy ra $320x + 280y + 260z = 300$ hay $16x + 14y + 13z = 15$ (2).

– Lượng cà phê Moka gấp đôi lượng cà phê Robusta trong mỗi gói, suy ra $z = 2y$ hay $2y - z = 0$ (3).

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 16x + 14y + 13z = 15. \\ 2y - z = 0 \end{cases}$$

Giải hệ này ta được $x = \frac{5}{8}$, $y = \frac{1}{8}$, $z = \frac{1}{4} \Rightarrow x : y : z = 5 : 1 : 2$.

Vậy tỉ lệ của ba loại cà phê là Arabica : Robusta : Moka = 5 : 1 : 2.

Bài 1.21 trang 23 Chuyên đề Toán 10:

Bác Việt có 12 ha đất canh tác để trồng ba loại cây: ngô, khoai tây và đậu tương. Chi phí trồng 1 ha ngô là 4 triệu đồng, 1 ha khoai tây là 3 triệu đồng và 1 ha đậu tương là 4,5 triệu đồng. Do nhu cầu thị trường, bác đã trồng khoai tây trên phần diện tích gấp đôi diện tích trồng ngô. Tổng chi phí trồng ba loại cây trên là 45,25 triệu đồng. Hỏi diện tích trồng mỗi loại cây là bao nhiêu?

Lời giải:

Gọi diện tích trồng ngô, khoai tây, đậu tương lần lượt là x , y , z (ha).

Theo đề bài, ta có:

– Có tổng cộng 12 ha đất canh tác, suy ra $x + y + z = 12$ (1).

– Diện tích trồng khoai tây gấp đôi diện tích trồng ngô, suy ra $y = 2x$ hay $2x - y = 0$ (2).

– Tổng chi phí trồng ba loại cây trên là 45,25 triệu đồng, suy ra $4x + 3y + 4,5z = 45,25$ (3).

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y + z = 12 \\ 2x - y = 0 \\ 4x + 3y + 4,5z = 45,25 \end{cases}.$$

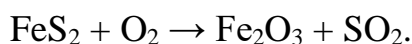
Giải hệ này ta được $x = 2,5$; $y = 5$; $z = 4,5$.

Vậy diện tích trồng ngô, khoai tây, đậu tương lần lượt là 2,5 ha; 5 ha và 4,5 ha.

Trang 24

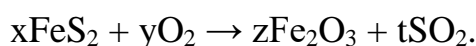
Bài 1.22 trang 24 Chuyên đề Toán 10:

Cân bằng phương trình phản ứng hoá học sau



Lời giải:

Giả sử x, y, z, t là bốn số nguyên dương thoả mãn cân bằng phản ứng:



Vì số nguyên tử Fe, S, O ở hai vế bằng nhau nên ta có hệ:

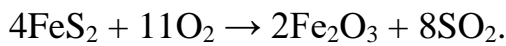
$$\begin{cases} x = 2z \\ 2x = t \\ 2y = 3z + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{t} = 2\frac{z}{t} \\ 2\frac{x}{t} = 1 \\ 2\frac{y}{t} = 3\frac{z}{t} + 2 \end{cases}.$$

Đặt $X = \frac{x}{t}$, $Y = \frac{y}{t}$, $Z = \frac{z}{t}$ ta được hệ phương trình bậc nhất ba ẩn:

$$\begin{cases} X = 2Z \\ 2X = 1 \\ 2Y = 3Z + 2 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} X - 2Z = 0 \\ 2X - 1 = 0 \\ 2Y - 3Z - 2 = 0 \end{cases}.$$

Giải hệ này ta được $X = \frac{1}{2}$, $Y = \frac{11}{8}$, $Z = \frac{1}{4}$. Từ đây suy ra $x = \frac{1}{2}t$, $y = \frac{11}{8}t$, $z = \frac{1}{4}t$.

Chọn $t = 8$ ta được $x = 4$, $y = 11$, $z = 2$. Từ đó ta được phương trình cân bằng:



Bài 1.23 trang 24 Chuyên đề Toán 10:

Bạn Mai có ba lọ dung dịch chứa một loại acid. Dung dịch A chứa 10%, dung dịch B chứa 30% và dung dịch C chứa 50% acid. Bạn Mai lấy từ mỗi lọ một lượng dung dịch và hoà với nhau để có 50 g hỗn hợp chứa 32% acid này, và lượng dung dịch loại C lấy nhiều gấp đôi dung dịch loại A. Tính lượng dung dịch mỗi loại bạn Mai đã lấy.

Lời giải:

Gọi khối lượng dung dịch A, B, C cần lấy lần lượt là x, y, z (g).

Theo đề bài ta có: $x + y + z = 50$ (1).

– Vì dung dịch mới có nồng độ 32% nên ta có: $\frac{10\%x + 30\%y + 50\%z}{50} = 32\%$

$$\Rightarrow 10x + 30y + 50z = 1600 \Rightarrow x + 3y + 5z = 160 \quad (2).$$

– Lượng dung dịch loại C lấy nhiều gấp đôi dung dịch loại A nên $z = 2x$ hay $2x - z = 0$ (3).

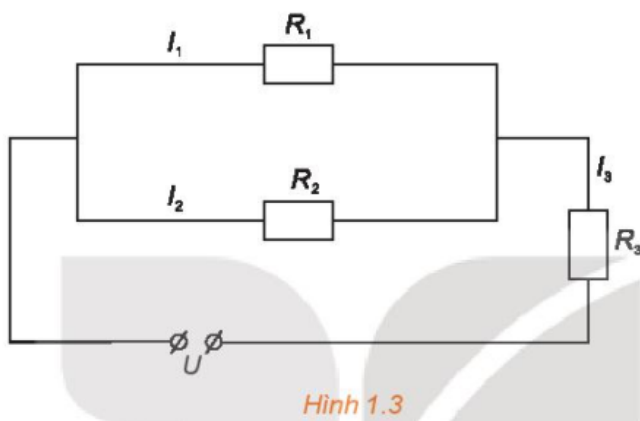
Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y + z = 50 \\ x + 3y + 5z = 160. \\ 2x - z = 0 \end{cases}$$

Giải hệ này ta được $x = 5, y = 35, z = 10$.

Vậy khối lượng dung dịch A, B, C cần lấy lần lượt là 5 g, 35 g, 10 g.

Bài 1.24 trang 24 Chuyên đề Toán 10:

Cho đoạn mạch như Hình 1.3. Biết $R_1 = 36 \, \Omega$, $R_2 = 45 \, \Omega$, $I_3 = 1,5 \, \text{A}$ là cường độ dòng điện trong mạch chính và hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch $U = 60 \, \text{V}$. Gọi I_1 và I_2 là cường độ dòng điện mạch rẽ. Tính I_1 , I_2 và R_3 .



Hình 1.3

Lời giải:

Từ sơ đồ mạch điện, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = I_3 \\ R_1 I_1 + R_3 I_3 = U \\ R_1 I_1 - R_2 I_2 = 0 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} I_1 + I_2 = 1,5 \\ 36I_1 + 1,5R_3 = 60 \\ 36I_1 - 45I_2 = 0 \end{cases}$$

Giải hệ này ta được $I_1 = \frac{5}{6}$ A, $I_2 = \frac{2}{3}$ A và $R_3 = 20$ V.

Bài 1.25 trang 24 Chuyên đề Toán 10:

Giải bài toán dân gian sau:

Em đi chợ phiên

Anh gửi một tiền

Cam, thanh yên, quýt

Không nhiều thì ít

Mua đủ một trăm

Cam ba đồng một

Quýt một đồng năm

Thanh yên tươi tốt

Năm đồng một trái.

Hỏi mỗi thứ mua bao nhiêu trái, biết một tiền bằng 60 đồng?

Lời giải:

Gọi số cam, quýt, thanh yên đã mua lần lượt là x, y, z (quả) ($x, y, z \in \mathbb{N}^*$).

Theo đề bài, ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x + \frac{y}{5} + 5z = 60 \\ x + y + z = 100 \end{cases}.$$

$$\begin{cases} 3x + \frac{y}{5} + 5z = 60 \\ x + y + z = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15x + y + 25z = 300 \\ x + y + z = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15x + y + 25z = 300 \\ -14y + 10z = -1200 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 15x + y + 25z = 300 \\ -7y + 5z = -600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15x + \frac{5z + 600}{7} + 25z = 300 \\ y = \frac{5z + 600}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{100 - 12z}{7} \\ y = \frac{5z + 600}{7} \end{cases} (*).$$

Vì $x > 0$ nên $100 - 12z > 0 \Rightarrow z < \frac{100}{12} < 9 \Rightarrow z \in \{1; 2; \dots; 8\}$.

Thay lần lượt các giá trị này của z vào phương trình thứ hai của (*) ta thấy chỉ có $z = 6$ thoả mãn (vì $y \in \mathbb{N}^*$). Vậy $z = 6$, suy ra $y = 90$, $x = 4$.

Vậy số cam, quýt, thanh yên đã mua lần lượt là 4, 90 và 6 quả.

Bài 1.26 trang 24 Chuyên đề Toán 10:

Một con ngựa giá 204 đồng (đơn vị tiền cổ). Có ba người muốn mua nhưng mỗi người không đủ tiền mua.

Người thứ nhất nói với hai người kia: "Mỗi anh cho tôi vay một nửa số tiền của mình thì tôi đủ tiền mua ngựa";

Người thứ hai nói: "Mỗi anh cho tôi vay một phần ba số tiền của mình, tôi sẽ mua được ngựa";

Người thứ ba lại nói: "Chỉ cần mỗi anh cho tôi vay một phần tư số tiền của mình thì con ngựa sẽ là của tôi".

Hỏi mỗi người có bao nhiêu tiền?

Lời giải:

Gọi số tiền người thứ nhất, người thứ hai, người thứ ba có lần lượt là x, y, z (đồng).

Theo đề bài ta có:

– Người thứ nhất nói với hai người kia: "Mỗi anh cho tôi vay một nửa số tiền của mình thì tôi đủ tiền mua ngựa", suy ra $x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z = 204$ (1).

– Người thứ hai nói: "Mỗi anh cho tôi vay một phần ba số tiền của mình, tôi sẽ mua được ngựa", suy ra $y + \frac{1}{3}z + \frac{1}{3}x = 204$ hay $\frac{1}{3}x + y + \frac{1}{3}z = 204$ (2).

– Người thứ ba lại nói: "Chỉ cần mỗi anh cho tôi vay một phần tư số tiền của mình thì con ngựa sẽ là của tôi", suy ra $z + \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}y = 204$ hay $\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}y + z = 204$ (3).

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z = 204 \\ \frac{1}{3}x + y + \frac{1}{3}z = 204 \\ \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}y + z = 204 \end{cases}$$

Giải hệ này ta được $x = 60$, $y = 132$, $z = 156$.

Vậy số tiền người thứ nhất, người thứ hai, người thứ ba có lần lượt là 60 đồng, 132 đồng, 156 đồng.