Công thức về Hệ trục tọa độ lớp 10 chi tiết nhất

A. Lí thuyết tóm tắt.

- Tọa độ của điểm trên trục: Có: $\overrightarrow{OM} = k\vec{e}$. Khi đó số k là tọa độ của điểm M trên trục $(O;\vec{e})$.

- Tọa độ của điểm trong mặt phẳng Oxy: Có $M(x;y) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$.

- Tọa độ của vectơ trên trục: Trên trục $(O;\vec{e})$, hai điểm A và B trên trục $(O;\vec{e})$ có tọa độ lần lượt là a và b thì $\overline{AB}$ = b – a. Trong đó, $\overline{AB}$ là độ dài đại số của vectơ $\overrightarrow{AB}$ đối với trục $(O;\vec{e})$.

- Tọa độ của vectơ trong mặt phẳng Oxy: Với $\vec{u} = (x;y) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$. Với $A(x_A;y_A)$ và $B(x_B;y_B)$ ta có: $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A;y_B - y_A)$.

- Tọa độ trung điểm

+) Trên trục $(O;\vec{i})$, I là trung điểm của đoạn thẳng AB thì:

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2}$$

+) Trong mặt phẳng Oxy, $I(x_I;y_I)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB thì:

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2};y_I = \frac{y_A + y_B}{2}.$$

- Tọa độ của trọng tâm $G(x_G;y_G)$ của tam giác ABC là:

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3};y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$$

- Điều kiện để hai vectơ cùng phương: Hai vectơ $\vec{u} = (u_1;u_2)$ và $\vec{v} = (v_1;v_2)$ với $\vec{v} \neq \vec{0}$ cùng phương khi và chỉ khi có số k sao cho $u_1 = kv_1$ và $u_2 = kv_2$.

- Hai vectơ bằng nhau khi chúng có hoành độ bằng nhau và tung độ bằng nhau.

- Phép toán về tọa độ của vectơ:

Cho $\vec{u} = (u_1;u_2)$ và $\vec{v} = (v_1;v_2)$, khi đó:

$\vec{u}+\vec{v}=(u_1+v_1;u_2+v_2)$

$\vec{u}-\vec{v}=(u_1-v_1;u_2-v_2)$

$k.\vec{u}=(ku_1;ku_2)$, $k\in\mathbb{R}$.

B. Các công thức.

- Độ dài đại số của vectơ $\overrightarrow{AB}$ trên trục: $\overline{AB}$ = b – a. (a, b là tọa độ của A và B trên trục)

- Trong mặt phẳng Oxy:

+) Tọa độ của điểm: $M(x;y)\Leftrightarrow\overrightarrow{OM}=x\vec{i}+y\vec{j}$

+) Tọa độ của vectơ:

$\vec{u}=(x;y)\Leftrightarrow\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}$

$\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A)$ trong đó $A(x_A;y_A)$ và $B(x_B;y_B)$

- Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB

+) Trên trục $(O;\vec{i})$: $x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2}$

+) Trong mặt phẳng Oxy: $x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2};y_I=\dfrac{y_A+y_B}{2}$

- Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC: $x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3};y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3}$

- Điều kiện hai vectơ $\vec{u}=(u_1;u_2)$ và $\vec{v}=(v_1;v_2)$ cùng phương: $\dfrac{u_1}{v_1}=\dfrac{u_2}{v_2}=k$

- Hai vectơ bằng nhau: Cho $\vec{u}=(u_1;u_2)$ và $\vec{v}=(v_1;v_2)$ ta có: $\vec{u}=\vec{v}\Leftrightarrow\begin{cases}u_1=v_1\\u_2=v_2\end{cases}$

- Phép toán về tọa độ của vectơ: Cho $\vec{u}=(u_1;u_2)$ và $\vec{v}=(v_1;v_2)$

$\vec{u}+\vec{v}=(u_1+v_1;u_2+v_2)$

$\vec{u}-\vec{v}=(u_1-v_1;u_2-v_2)$

$k.\vec{u}=(ku_1;ku_2)$, $k\in\mathbb{R}$.

C. Ví dụ minh họa.

Bài 1: Cho tam giác ABC có A (-1;3), B (2;5), C(1;4). Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB, trọng tâm G của tam giác ABC và tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$.

Giải:

Áp dụng công thức tọa độ trung điểm ta có:

Gọi $I=(x_I;y_I)$.

$$x_I=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{-1+2}{2}=\frac{1}{2}$$

$$y_I=\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{3+5}{2}=4$$

$$\Rightarrow I=\left(\frac{1}{2};4\right)$$

Gọi $G=(x_G;y_G)$

Áp dụng công thức tọa độ trọng tâm tam giác ta có:

$$x_G=\frac{x_A+x_B+x_C}{3}=\frac{-1+2+1}{3}=\frac{2}{3}$$

$$y_G=\frac{y_A+y_B+y_C}{3}=\frac{3+5+4}{3}=4$$

$$\Rightarrow G=\left(\frac{2}{3};4\right)$$

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2-(-1);5-3)=(3;2)\ \Rightarrow\overrightarrow{AB}=(3;2)$

Bài 2: Cho hai vectơ $\vec{a}=(3;4)$ và $\vec{b}=(6;8)$. Chứng minh rằng $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương và tính tọa độ các vectơ $\vec{a}+\vec{b}$, $\vec{a}-\vec{b}$.

Giải:

Ta có:

$\frac{3}{6}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}\Rightarrow \vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương

$\vec{a}+\vec{b}=(3+6;4+8)=(9;12)$

$\vec{a}-\vec{b}=(3-6;4-8)=(-3;-4)$

D. Bài tập tự luyện.

Bài 1: Trên trục tọa độ (O; $\vec{i}$) cho ba điểm A, B, C có tọa độ lần lượt là -2; 1 và 4. Xác định tọa độ các vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$.

Bài 2: Cho ba điểm A (-2; 0), B (0;3) và C (1;2). Tìm tọa độ vectơ $\vec{u}=2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$.

Bài 3: Cho hai vectơ $\vec{u}=(2;3)$ và $\vec{v}=(4;x)$. Tìm x để hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng hướng.

Bài 4: Cho ba điểm A (1;4), B (3;5), C(5;m). Tìm m để $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC}$.

Bài 5: Cho tam giác ABC có A (2;1), B (-1;-2), C (-3;2). Tìm tọa độ điểm M sao cho C là trung điểm của đoạn MB và tìm tọa độ trọng tâm tam giác ABC.