

CHUYÊN ĐỀ I. HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BA ẨN

Bài 1. Hệ phương trình bậc nhất ba ẩn

Trang 5, 6

Khởi động trang 5 Chuyên đề Toán 10:

Trong kho tàng văn hoá dân gian Việt Nam có bài toán về Trâu ăn cỏ như sau:

Trâu đứng ăn năm,

Trâu nằm ăn ba,

Lụ khụ trâu già,

Ba con một bó,

Trăm con ăn cỏ,

Trăm bó no nê.

Hỏi có bao nhiêu trâu đứng, trâu nằm, trâu già?

Lời giải:

Gọi số trâu đứng, trâu nằm, trâu già lần lượt là: x , y , z (con).

Theo đề bài ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y + z = 100 \\ 5x + 3y + \frac{1}{3}z = 100 \end{cases}$$

Hoạt động 1 trang 5 Chuyên đề Toán 10:

Cho phương trình: $2x + y - 3z = 1$ (1).

a) Nêu các ẩn của phương trình (1).

b) Với mỗi ẩn của phương trình (1), xác định bậc của ẩn đó.

Lời giải:

a) Các ẩn của phương trình (1) là x , y , z .

b) Tất cả các ẩn đều là bậc nhất.

Hoạt động 2 trang 6 Chuyên đề Toán 10:

Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x + 2y - 5z = -4 \\ -x + 3y + 5z = 5 \quad (*) \\ 2x + 7y - 3z = 3 \end{cases}$$

a) Mỗi phương trình của hệ (*) là phương trình có dạng như thế nào?

b) Bộ số $(x; y; z) = (-2; 1; 0)$ có là nghiệm của từng phương trình trong hệ (*) hay không?

Vì sao?

Lời giải:

a) Mỗi phương trình của hệ (*) là một phương trình bậc nhất ba ẩn.

b) Bộ số $(x; y; z) = (-2; 1; 0)$ có là nghiệm của từng phương trình trong hệ (*).

Vì khi thay bộ số này vào từng phương trình thì chúng đều có nghiệm đúng:

$$3 \cdot (-2) + 2 \cdot 1 - 5 \cdot 0 = -4;$$

$$-(-2) + 3 \cdot 1 + 5 \cdot 0 = 5;$$

$$2 \cdot (-2) + 7 \cdot 1 - 3 \cdot 0 = 3.$$

Trang 7, 8

Hoạt động 3 trang 7 Chuyên đề Toán 10: Nêu định nghĩa hai hệ phương trình bậc nhất hai ẩn tương đương.

Lời giải:

Hai hệ phương trình bậc nhất hai ẩn tương đương nếu chúng có cùng tập nghiệm.

Hoạt động 4 trang 7 Chuyên đề Toán 10: Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} x + 2y - z = -4 \\ 4y - 3z = -13(2) \\ -5z = -15(3) \end{cases}$$

(III)

Lời giải:

Để giải hệ phương trình (III), ta làm như sau:

– Từ phương trình (3), ta có: $z = (-15) : (-5) = 3$.

– Thế $z = 3$ vào phương trình (2), ta được:

$$4y - 3 \cdot 3 = -13 \Leftrightarrow 4y - 9 = -13 \Leftrightarrow 4y = (-13) + 9 \Leftrightarrow 4y = -4 \Leftrightarrow y = (-4) : 4 \Leftrightarrow y = -1.$$

– Thế $y = -1, z = 3$ vào phương trình (1), ta được:

$$x + 2 \cdot (-1) - 3 = -4 \Leftrightarrow x - 5 = -4 \Leftrightarrow x = (-4) + 5 \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy hệ phương trình (III) có nghiệm $(x; y; z) = (1; -1; 3)$.

Hoạt động 5 trang 8 Chuyên đề Toán 10:

Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x + 2y - z = -4 \\ x - 2y + 2z = 9 \\ 2x + y - z = -2 \end{cases} \quad (IV)$$

Lời giải:

Có nhiều phương pháp giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn. Dưới đây, ta sẽ tìm hiểu phương pháp Gauss thông qua việc giải hệ phương trình (IV).

Bước 1. Khử số hạng chứa x

– Trừ theo từng vế của phương trình (1) cho phương trình (2), rồi thay phương trình

mới vào vị trí phương trình thứ hai $\rightarrow \begin{cases} 2x + 2y - z = -4 \\ 4y - 3z = -13 \\ 2x + y - z = -2 \end{cases}$

– Nhân hai vế của phương trình (1) với 2 rồi trừ theo từng vế cho phương trình (3), sau

$$\text{đó thay phương trình mới vào vị trí phương trình thứ ba} \rightarrow \begin{cases} 2y - z = -4 \\ x + 4y - 3z = -13 \quad (4) \\ 3y - z = -6 \quad (5) \end{cases}$$

Bước 2. Khử số hạng chứa y

Nhân hai vế của phương trình (4) với 3, nhân hai vế của phương trình (5) với 4, rồi trừ theo từng vế hai phương trình vừa tìm được và thay phương trình mới vào vị trí phương

$$\text{trình thứ ba.} \rightarrow \begin{cases} x + 2y - z = -4 \\ 4y - 3z = -13 \quad (V) \\ -5z = -15 \end{cases}$$

Bước 3. Giải hệ phương trình (V) có dạng tam giác, ta được nghiệm $(x; y; z) = (1; -1; 3)$.

Trang 9, 10

Luyện tập 1 trang 9 Chuyên đề Toán 10: Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 4x + y - 3z = 11 \\ 2x - 3y + 2z = 9 \\ x + y + z = -3. \end{cases}$$

Lời giải:

$$\begin{cases} 4x + y - 3z = 11 \\ 2x - 3y + 2z = 9 \\ x + y + z = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + y - 3z = 11 \\ 7y - 7z = -7 \\ x + y + z = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + y - 3z = 11 \\ y - z = -1 \\ -3y - 7z = 23 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + y - 3z = 11 \\ y - z = -1 \\ -10z = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + y - 3z = 11 \\ y - (-2) = -1 \\ z = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + (-3) - 3 \cdot (-2) = 11 \\ y = -3 \\ z = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \\ z = -2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y; z) = (4; 1; 2)$.

Luyện tập 2 trang 9 Chuyên đề Toán 10: Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + 2y + 6z = 5 \\ -x + y - 2z = 3 \\ x - 4y - 2z = 13. \end{cases}$$

Lời giải:

$$\begin{cases} x + 2y + 6z = 5 \\ -x + y - 2z = 3 \\ x - 4y - 2z = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y + 6z = 5 \\ 3y + 4z = 8 \\ x - 4y - 2z = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y + 6z = 5 \\ 3y + 4z = 8 \\ 6y + 8z = -8 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y + 6z = 5 \\ 3y + 4z = 8 \\ 3y + 4z = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y + 6z = 5 \\ 3y + 4z = 8 \\ 0 = 12 \end{cases}.$$

Phương trình thứ ba của hệ vô nghiệm. Vậy hệ đã cho vô nghiệm.

Luyện tập 3 trang 10 Chuyên đề Toán 10: Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y - 3z = -1 \\ y - z = 0 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}.$$

Lời giải:

$$\begin{cases} x + y - 3z = -1 \\ y - z = 0 \\ -x + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y - 3z = -1 \quad (1) \\ y - z = 0 \quad (2) \\ 3y - 3z = 0 \quad (3) \end{cases}$$

Hai phương trình (2) và (3) tương đương. Khi đó, hệ phương trình đưa về:

$$\begin{cases} x + y - 3z = -1 \\ y - z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = -1 + 3z \\ y = z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 + 2z \\ y = z \end{cases}.$$

Đặt $z = t$ với t là số thực bất kì, ta có: $x = -1 + 2t$, $y = t$.

Vậy hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm $(x ; y ; z) = (-1 + 2t; t; t)$ với t là số thực bất kì.

Trang 11

Luyện tập 4 trang 11 Chuyên đề Toán 10: Sử dụng máy tính cầm tay để tìm nghiệm

của hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x - 3y + 4z = -5 \\ -4x + 5y - z = 6 \\ 3x + 4y - 3z = 7 \end{cases}.$$

Lời giải:

Sử dụng loại máy tính phù hợp, ấn liên tiếp các phím:

MODE	5	2	2	=	-	3	=	4	=	-	5	=	-	4	=	5	=	-	1	=	6	=	3	=	4	=	-	3	=	7	=	=
------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ta thấy trên màn hình hiện ra $x = \frac{22}{101}$.

Ấn tiếp phím = ta thấy trên màn hình hiện ra $y = \frac{131}{101}$.

Ấn tiếp phím = ta thấy trên màn hình hiện ra $z = -\frac{39}{101}$.

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y; z) = \left(\frac{22}{101}; \frac{131}{101}; -\frac{39}{101}\right)$.

Bài 1 trang 11 Chuyên đề Toán 10: Kiểm tra xem mỗi bộ số $(x; y; z)$ đã cho có là nghiệm của hệ phương trình tương ứng hay không.

$$a) \begin{cases} x + 3y + 2z = 1 \\ 5x - y + 3z = 16 \\ -3x + 7y + z = -14 \end{cases} \quad (0; 3; -2), (12; 5; -13), (1; -2; 3);$$

$$b) \begin{cases} 3x - y + 4z = -10 \\ -x + y + 2z = 6 \\ 2x - y + z = -8 \end{cases} \quad (-2; 4; 0), (0; -3; 10), (1; -1; 5);$$

$$c) \begin{cases} x + y + z = 100 \\ 5x + 3y + \frac{1}{3}z = 100 \end{cases} \quad (4; 18; 78), (8; 11; 81), (12; 4; 84).$$

Lời giải:

a)

+) Thay bộ số $(0; 3; -2)$ vào phương trình thứ nhất của hệ ta được:

$0 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot (-2) = 1 \Leftrightarrow 5 = 1$ (sai). Vậy bộ số $(0; 3; -2)$ không phải nghiệm của phương trình thứ nhất, do đó không phải nghiệm của hệ đã cho.

+) Thay bộ số $(12; 5; -13)$ vào phương trình thứ nhất của hệ ta được:

$12 + 3 \cdot 5 + 2 \cdot (-13) = 1 \Leftrightarrow 1 = 1$ (đúng). Vậy bộ số $(12; 5; -13)$ nghiệm đúng với phương trình thứ nhất của hệ đã cho.

Thay bộ số $(12; 5; -13)$ vào phương trình thứ hai của hệ ta được:

$5 \cdot 12 - 5 + 3 \cdot (-13) = 16 \Leftrightarrow 16 = 16$ (đúng). Vậy bộ số $(12; 5; -13)$ nghiệm đúng với phương trình thứ hai của hệ đã cho.

Thay bộ số $(12; 5; -13)$ vào phương trình thứ ba của hệ ta được:

$-3 \cdot 12 + 7 \cdot 5 + (-13) = -14 \Leftrightarrow -14 = -14$ (đúng). Vậy bộ số $(12; 5; -13)$ nghiệm đúng với phương trình thứ ba của hệ đã cho.

Vì bộ số $(12; 5; -13)$ nghiệm đúng với cả ba phương trình nên nó là nghiệm của hệ phương trình đã cho.

+) Thay bộ số $(1; -2; 3)$ vào phương trình thứ nhất của hệ ta được:

$1 + 3 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1$ (đúng). Vậy bộ số $(1; -2; 3)$ nghiệm đúng với phương trình thứ nhất của hệ đã cho.

Thay bộ số $(1; -2; 3)$ vào phương trình thứ hai của hệ ta được:

$5 \cdot 1 - (-2) + 3 \cdot 3 = 16 \Leftrightarrow 16 = 16$ (đúng). Vậy bộ số $(1; -2; 3)$ nghiệm đúng với phương trình thứ hai của hệ đã cho.

Thay bộ số $(1; -2; 3)$ vào phương trình thứ ba của hệ ta được:

$-3 \cdot 1 + 7 \cdot (-2) + 3 = -14 \Leftrightarrow -14 = -14$ (đúng). Vậy bộ số $(1; -2; 3)$ nghiệm đúng với phương trình thứ ba của hệ đã cho.

Vì bộ số $(1; -2; 3)$ nghiệm đúng với cả ba phương trình nên nó là nghiệm của hệ phương trình đã cho.

b)

+) Thay bộ số $(-2; 4; 0)$ vào phương trình thứ nhất của hệ ta được:

$3 \cdot (-2) - 4 + 4 \cdot 0 = -10 \Leftrightarrow -10 = -10$ (đúng). Vậy bộ số $(-2; 4; 0)$ nghiệm đúng với phương trình thứ nhất của hệ đã cho.

Thay bộ số $(-2; 4; 0)$ vào phương trình thứ hai của hệ ta được:

$-(-2) + 4 + 2 \cdot 0 = 6 \Leftrightarrow 6 = 6$ (đúng). Vậy bộ số $(-2; 4; 0)$ nghiệm đúng với phương trình thứ hai của hệ đã cho.

Thay bộ số $(-2; 4; 0)$ vào phương trình thứ ba của hệ ta được:

$2 \cdot (-2) - 4 + 0 = -8 \Leftrightarrow -8 = -8$ (đúng). Vậy bộ số $(-2; 4; 0)$ nghiệm đúng với phương trình thứ ba của hệ đã cho.

Vì bộ số $(-2; 4; 0)$ nghiệm đúng với cả ba phương trình nên nó là nghiệm của hệ phương trình đã cho.

+) Thay bộ số $(0; -3; 10)$ vào phương trình thứ nhất của hệ ta được:

$3 \cdot 0 - (-3) + 4 \cdot 10 = -10 \Leftrightarrow 43 = -10$ (sai). Vậy bộ số $(0; -3; 10)$ không phải nghiệm của phương trình thứ nhất, do đó không phải nghiệm của hệ đã cho.

+) Thay bộ số $(1; -1; 5)$ vào phương trình thứ nhất của hệ ta được:

$3 \cdot 1 - (-1) + 4 \cdot 5 = -10 \Leftrightarrow 24 = -10$ (sai). Vậy bộ số $(1; -1; 5)$ không phải nghiệm của phương trình thứ nhất, do đó không phải nghiệm của hệ đã cho.

c)

+) Thay bộ số $(4; 18; 78)$ vào phương trình thứ nhất của hệ ta được:

$4 + 18 + 78 = 100 \Leftrightarrow 100 = 100$ (đúng). Vậy bộ số $(4; 18; 78)$ nghiệm đúng với phương trình thứ nhất của hệ đã cho.

Thay bộ số $(4; 18; 78)$ vào phương trình thứ hai của hệ ta được:

$5 \cdot 4 + 3 \cdot 18 + \frac{1}{3} \cdot 78 = 100 \Leftrightarrow 100 = 100$ (đúng). Vậy bộ số $(4; 18; 78)$ nghiệm đúng

với phương trình thứ hai của hệ đã cho.

Vì bộ số $(4; 18; 78)$ nghiệm đúng với cả hai phương trình nên nó là nghiệm của hệ phương trình đã cho.

+) Thay bộ số $(8; 11; 81)$ vào phương trình thứ nhất của hệ ta được:

$8 + 11 + 81 = 100 \Leftrightarrow 100 = 100$ (đúng). Vậy bộ số $(8; 11; 81)$ nghiệm đúng với phương trình thứ nhất của hệ đã cho.

Thay bộ số $(8; 11; 81)$ vào phương trình thứ hai của hệ ta được:

$$5 \cdot 8 + 3 \cdot 11 + \frac{1}{3} \cdot 81 = 100 \Leftrightarrow 100 = 100 \text{ (đúng)}. \text{ Vậy bộ số } (8; 11; 81) \text{ nghiệm đúng}$$

với phương trình thứ hai của hệ đã cho.

Vì bộ số $(8; 11; 81)$ nghiệm đúng với cả hai phương trình nên nó là nghiệm của hệ phương trình đã cho.

+) Thay bộ số $(12; 4; 84)$ vào phương trình thứ nhất của hệ ta được:

$$12 + 4 + 84 = 100 \Leftrightarrow 100 = 100 \text{ (đúng)}. \text{ Vậy bộ số } (12; 4; 84) \text{ nghiệm đúng với phương trình thứ nhất của hệ đã cho.}$$

Thay bộ số $(12; 4; 84)$ vào phương trình thứ hai của hệ ta được:

$$5 \cdot 12 + 3 \cdot 4 + \frac{1}{3} \cdot 84 = 100 \Leftrightarrow 100 = 100 \text{ (đúng)}. \text{ Vậy bộ số } (12; 4; 84) \text{ nghiệm đúng}$$

với phương trình thứ hai của hệ đã cho.

Vì bộ số $(12; 4; 84)$ nghiệm đúng với cả hai phương trình nên nó là nghiệm của hệ phương trình đã cho.

Bài 2 trang 11 Chuyên đề Toán 10: Giải hệ phương trình:

$$\text{a) } \begin{cases} x - 2y + 4z = 4 \\ 3y - z = 2 \\ 2z = -10; \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 4x + 3y - 5z = -7 \\ 2y = 4 \\ y + z = 3; \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ 3x + 2y = 2 \\ x = 10. \end{cases}$$

Lời giải:

$$\text{a) } \begin{cases} x - 2y + 4z = 4 \\ 3y - z = 2 \\ 2z = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + 4z = 4 \\ 3y - z = 2 \\ z = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + 4z = 4 \\ 3y - (-5) = 2 \\ z = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + 4z = 4 \\ y = -1 \\ z = -5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 \cdot (-1) + 4 \cdot (-5) = 4 \\ y = -1 \\ z = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 22 \\ y = -1 \\ z = -5 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y; z) = (22; -1; -5)$.

$$\begin{aligned}
 \text{b) } \begin{cases} 4x + 3y - 5z = -7 \\ 2y = 4 \\ y + z = 3 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 3y - 5z = -7 \\ y = 2 \\ y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 3y - 5z = -7 \\ y = 2 \\ 2 + z = 3 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 3y - 5z = -7 \\ y = 2 \\ z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 3.2 - 5.1 = -7 \\ y = 2 \\ z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \\ z = 1 \end{cases} .
 \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y; z) = (-2; 2; 1)$.

$$\begin{aligned}
 \text{c) } \begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ 3x + 2y = 2 \\ x = 10 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ 3.10 + 2y = 2 \\ x = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ y = -14 \\ x = 10 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} 10 + (-14) + 2z = 0 \\ y = -14 \\ x = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 \\ y = -14 \\ x = 10 \end{cases} .
 \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y; z) = (2; -14; 10)$.

Bài 3 trang 11 Chuyên đề Toán 10: Giải hệ phương trình:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \begin{cases} 3x - y - 2z = 5 \\ 2x + y + 3z = 6 \\ 6x - y - 4z = 9; \end{cases} &\quad \text{b) } \begin{cases} x + 2y + 6z = 5 \\ -x + y - 2z = 3 \\ x - 4y - 2z = 1; \end{cases} &\quad \text{c) } \begin{cases} x + 4y - 2z = 2 \\ -3x + y + z = -2 \\ 5x + 7y - 5z = 6. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Lời giải:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \begin{cases} 3x - y - 2z = 5 \\ 2x + y + 3z = 6 \\ 6x - y - 4z = 9 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y - 2z = 5 \\ -5y - 13z = -8 \\ 6x - y - 4z = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y - 2z = 5 \\ -5y - 13z = -8 \\ -y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y - 2z = 5 \\ -5.(-1) - 13z = -8 \\ y = -1 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y - 2z = 5 \\ -5.(-1) - 13z = -8 \\ y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - (-1) - 2.1 = 5 \\ z = 1 \\ y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ z = 1 \\ y = -1 \end{cases} .
 \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y; z) = (2; -1; 1)$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } \begin{cases} x + 2y + 6z = 5 \\ -x + y - 2z = 3 \\ x - 4y - 2z = 1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y + 6z = 5 \\ 3y + 4z = 8 \\ 6y + 8z = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y + 6z = 5 \\ 3y + 4z = 8 \\ 3y + 4z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y + 6z = 5 \\ 3y + 4z = 8 \\ 0 = 5 \end{cases} .
 \end{aligned}$$

Phương trình thứ ba của hệ vô nghiệm. Vậy hệ đã cho vô nghiệm.

$$c) \begin{cases} x + 4y - 2z = 2 \\ -3x + y + z = -2 \\ 5x + 7y - 5z = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 4y - 2z = 2 \\ 13y - 5z = 4 \\ 5x + 7y - 5z = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 4y - 2z = 2 \\ 13y - 5z = 4 \quad (2) \\ 13y - 5z = 4 \quad (3) \end{cases}$$

Hai phương trình (2) và (3) tương đương. Khi đó, hệ phương trình đưa về:

$$\begin{cases} x + 4y - 2z = 2 \\ 13y - 5z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 4y = 2z + 2 \\ y = \frac{5z + 4}{13} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6z + 10}{13} \\ y = \frac{5z + 4}{13} \end{cases}.$$

Đặt $z = t$ với t là số thực bất kì, ta có: $x = \frac{6t + 10}{13}, y = \frac{5t + 4}{13}$.

Vậy hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm $(x; y; z) = \left(\frac{6t + 10}{13}; \frac{5t + 4}{13}; t \right)$ với t là số thực bất kì.

Bài 4 trang 11 Chuyên đề Toán 10: Tìm số đo ba góc của một tam giác, biết tổng số đo của góc thứ nhất và góc thứ hai bằng hai lần số đo của góc thứ ba, số đo của góc thứ nhất lớn hơn số đo của góc thứ ba là 20° .

Lời giải:

Gọi số đo góc thứ nhất, thứ hai, thứ ba của tam giác lần lượt là x, y, z (độ).

Tổng 3 góc trong một tam giác bằng 180° nên $x + y + z = 180$ (1)

Theo đề bài ta có: $x + y = 2z$ (2) và $x - z = 20$ (3)

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y + z = 180 \\ x + y = 2z \\ x - z = 20 \end{cases}.$$

$$\begin{cases} x + y + z = 180 \\ x + y = 2z \\ x - z = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 180 \\ x + y - 2z = 0 \\ x - z = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 180 \\ 3z = 180 \\ y + 2z = 200 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 180 \\ z = 60 \\ y + 2 \cdot 60 = 200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 80 + 60 = 180 \\ z = 60 \\ y = 80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ z = 60 \\ y = 80 \end{cases}.$$

Vậy số đo ba góc của tam giác đã cho là 40° , 80° , 60° .

Trang 12

Bài 5 trang 12 Chuyên đề Toán 10: Bác Thanh chia số tiền 1 tỉ đồng của mình cho ba khoản đầu tư. Sau một năm, tổng số tiền lãi thu được là 84 triệu đồng. Lãi suất cho ba khoản đầu tư lần lượt là 6%, 8%, 15% và số tiền đầu tư cho khoản thứ nhất bằng tổng số tiền đầu tư cho khoản thứ hai và thứ ba. Tính số tiền bác Thanh đầu tư cho mỗi khoản.

Lời giải:

Gọi số tiền đầu tư cho khoản thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là x , y , z (triệu đồng).

Theo đề bài ta có: $x + y + z = 1000$ (1)

Số tiền đầu tư cho khoản thứ nhất bằng tổng số tiền đầu tư cho khoản thứ hai và thứ ba, do đó: $x = y + z$ hay $x - y - z = 0$ (2)

Lãi suất cho ba khoản đầu tư lần lượt là 6%, 8%, 15% và tổng số tiền lãi thu được là 84 triệu đồng nên $6\%x + 8\%y + 15\%z = 84$ hay $6x + 8y + 15z = 8400$ (3)

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y + z = 1000 \\ x - y - z = 0 \\ 6x + 8y + 15z = 8400 \end{cases}.$$

Giải hệ này ta được $x = 500$, $y = 300$, $z = 200$.

Vậy số tiền đầu tư cho khoản thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là 500 triệu đồng, 300 triệu đồng và 200 triệu đồng.

Bài 6 trang 12 Chuyên đề Toán 10: Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết quỹ đạo chuyển động của quả bóng là một parabol và độ cao h của quả bóng được tính bởi công thức $h = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + h_0$, trong đó độ cao h và độ cao ban đầu được tính bằng mét, t là thời gian của chuyển động tính bằng giây, a là gia tốc của chuyển động tính bằng m/s^2 , v_0 là vận tốc ban đầu được tính bằng m/s . Tìm

a, v_0, h_0 biết sau 0,5 giây quả bóng đạt được độ cao 6,075 m; sau 1 giây quả bóng đạt độ cao 8,5 m; sau 2 giây quả bóng đạt độ cao 6 m.

Lời giải:

Theo đề bài ta có:

$$t = 0,5 \text{ thì } h = 6,075 \Rightarrow \frac{1}{2}a(0,5)^2 + v_0 \cdot 0,5 + h_0 = 6,075 \Rightarrow \frac{1}{8}a + \frac{1}{2}v_0 + h_0 = 6,075 \quad (1)$$

$$t = 1 \text{ thì } h = 8,5 \Rightarrow \frac{1}{2}a \cdot 1^2 + v_0 \cdot 1 + h_0 = 8,5 \Rightarrow \frac{1}{2}a + v_0 + h_0 = 8,5 \quad (2)$$

$$t = 2 \text{ thì } h = 6 \Rightarrow \frac{1}{2}a \cdot 2^2 + v_0 \cdot 2 + h_0 = 6 \Rightarrow 2a + 2v_0 + h_0 = 6 \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{8}a + \frac{1}{2}v_0 + h_0 = 6,075 \\ \frac{1}{2}a + v_0 + h_0 = 8,5 \\ 2a + 2v_0 + h_0 = 6 \end{cases}.$$

Giải hệ này ta được $a = -9,8; v_0 = 12,2; h_0 = 1,2$.

Bài 7 trang 12 Chuyên đề Toán 10: Một cửa hàng bán đồ nam gồm áo sơ mi, quần âu và áo phông. Ngày thứ nhất bán được 22 áo sơ mi, 12 quần âu và 18 áo phông, doanh thu là 12 580 000 đồng. Ngày thứ hai bán được 16 áo sơ mi, 10 quần âu và 20 áo phông, doanh thu là 10 800 000 đồng. Ngày thứ ba bán được 24 áo sơ mi, 15 quần âu và 12 áo phông, doanh thu là 12 960 000 đồng. Hỏi giá bán mỗi áo sơ mi, mỗi quần âu và mỗi áo phông là bao nhiêu? Biết giá từng loại trong ba ngày không thay đổi.

Lời giải:

Gọi giá bán mỗi áo sơ mi, mỗi quần âu và mỗi áo phông lần lượt là x, y, z (nghìn đồng).

Theo đề bài ta có:

Ngày thứ nhất bán được 22 áo sơ mi, 12 quần âu và 18 áo phông, doanh thu là 12 580 000 đồng nên $22x + 12y + 18z = 12580 \quad (1)$

Ngày thứ hai bán được 16 áo sơ mi, 10 quần âu và 20 áo phông, doanh thu là 10 800 000 đồng nên $16x + 10y + 20z = 10800 \quad (2)$

Ngày thứ ba bán được 24 áo sơ mi, 15 quần âu và 12 áo phông, doanh thu là 12 960 000 đồng nên $24x + 15y + 12z = 12960$ (3)

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 22x + 12y + 18z = 12580 \\ 16x + 10y + 20z = 10800. \\ 24x + 15y + 12z = 12960 \end{cases}$$

Giải hệ này ta được $x = 250$, $y = 320$, $z = 180$.

Vậy giá bán mỗi áo sơ mi, mỗi quần âu và mỗi áo phông lần lượt là 250 nghìn đồng, 320 nghìn đồng, 180 nghìn đồng.

Bài 8 trang 12 Chuyên đề Toán 10: Ba nhãn hiệu bánh quy là A, B, C được cung cấp bởi một nhà phân phối. Với tỉ lệ thành phần dinh dưỡng theo khối lượng, bánh quy nhãn hiệu A chứa 20% protein, bánh quy nhãn hiệu B chứa 28% protein và bánh quy nhãn hiệu C chứa 30% protein. Một khách hàng muốn mua một đơn hàng như sau:

- Mua tổng cộng 224 cái bánh quy bao gồm cả ba nhãn hiệu A, B, C.
- Lượng protein trung bình của đơn hàng này (gồm cả ba nhãn hiệu A, B, C) là 25%.
- Lượng bánh nhãn hiệu A gấp đôi lượng bánh nhãn hiệu C.

Tính lượng bánh quy mỗi loại mà khách hàng đó đặt mua.

Lời giải:

Gọi lượng bánh quy nhãn hiệu A, B, C mà khách hàng đó mua lần lượt là x , y , z (cái).

Theo đề bài ta có:

Khách hàng mua tổng cộng 224 cái bánh quy nên $x + y + z = 224$ (1)

Lượng protein trong mỗi loại bánh A, B, C lần lượt là: 20% x , 28% y , 30% z .

Vì lượng protein trung bình là 25% nên $\frac{20\%x + 28\%y + 30\%z}{x + y + z} = 25\%$ (2)

$$\Rightarrow 20\%x + 28\%y + 30\%z = 25\%(x + y + z)$$

$$\Rightarrow 20x + 28y + 30z = 25(x + y + z)$$

$$\Rightarrow -5x + 3y + 5z = 0 \quad (3)$$

Lượng bánh nhãn hiệu A gấp đôi lượng bánh nhãn hiệu C nên $x = 2z$ hay $x - 2z = 0$.

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y + z = 224 \\ -5x + 3y + 5z = 0. \\ x - 2z = 0 \end{cases}$$

Giải hệ này ta được $x = 96, y = 80, z = 48$.

Vậy lượng bánh quy nhãn hiệu A, B, C mà khách hàng đó mua lần lượt là 96, 80, 48 cái.

Bài 9 trang 12 Chuyên đề Toán 10: Sử dụng máy tính cầm tay để tìm nghiệm của các hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} -x + 2y - 3z = 2 \\ 2x + y + 2z = -3 \\ -2x - 3y + z = 5 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x - 3y + z = 1 \\ 5y - 4z = 0 \\ x + 2y - 3z = -1 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} x + y - 3z = -1 \\ 3x - 5y - z = -3 \\ -x + 4y - 2z = 1 \end{cases}$$

Lời giải:

a) Sử dụng loại máy tính phù hợp, ấn liên tiếp các phím:

MODE	5	2	-	1	=	2	=	-	3	=	2	=	2	=	1	=	2	=	-	3	=	-	2	=	-	3	=	1	=	5	=	=
------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ta thấy trên màn hình hiện ra $x = -4$.

Ấn tiếp phím = ta thấy trên màn hình hiện ra $y = \frac{11}{7}$.

Ấn tiếp phím = ta thấy trên màn hình hiện ra $z = \frac{12}{7}$.

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x ; y ; z) = \left(-4; \frac{11}{7}; \frac{12}{7}\right)$.

b) Sử dụng loại máy tính phù hợp, ấn liên tiếp các phím:

MODE	5	2	1	=	-	3	=	1	=	1	=	0	=	5	=	-	4	=	0	=	1	=	2	=	-	3	=	-	1	=	=
------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ta thấy trên màn hình hiện ra No-Solution

Vậy hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

c) Sử dụng loại máy tính phù hợp, ấn liên tiếp các phím:

MODE	5	2	1	=	1	=	-	3	=	-	1	=	3	=	-	5	=	-	1	=	-	3	=
------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

-	1	=	4	=	-	2	=	1	=	=
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ta thấy trên màn hình hiện ra Infinite Sol.

Vậy hệ đã cho có vô số nghiệm.