

## Công thức viết phương trình chính tắc Elip

### I. Lý thuyết tổng hợp.

- Định nghĩa: Cho hai điểm cố định  $F_1$  và  $F_2$  và một độ dài không đổi  $2a$  lớn hơn  $F_1F_2$ . Elip là tập hợp các điểm  $M$  trong mặt phẳng sao cho  $F_1M + F_2M = 2a$ .

- Phương trình chính tắc của elip: Cho elip  $(E)$  có các tiêu điểm  $F_1$  và  $F_2$ . Điểm  $M$  thuộc elip khi và chỉ khi  $F_1M + F_2M = 2a$ . Chọn hệ trục tọa độ Oxy, cho  $F_1(-c; 0)$  và  $F_2(c; 0)$ . Khi đó ta có:

$$M(x; y) \in (E) \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1. \quad (1) \quad \text{với } b^2 = a^2 - c^2$$

Phương trình (1) là phương trình chính tắc của elip.

### II. Các công thức.

Từ các thông tin đề bài cho, ta tìm  $a, b$  dựa vào các công thức:

+ Hai tiêu điểm:  $F_1(-c; 0)$  và  $F_2(c; 0)$

+ Bốn đỉnh:  $A_1(-a; 0)$ ,  $A_2(a; 0)$ ,  $B_1(0; -b)$  và  $B_2(0; b)$

+ Độ dài trục lớn:  $A_1A_2 = 2a$

+ Độ dài trục nhỏ:  $B_1B_2 = 2b$

+ Tiêu cự:  $F_1F_2 = 2c$

+ Tâm sai của  $(E)$ :  $e = \frac{c}{a} < 1$

+  $b^2 = a^2 - c^2$

Từ đó tìm ra  $a$  và  $b$  để viết phương trình chính tắc của elip:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

### III. Ví dụ minh họa.

**Bài 1:** Lập phương trình elip  $(E)$  biết độ dài trục lớn là 12, độ dài trục nhỏ là 6.

**Lời giải:**

Gọi các đỉnh của elip là:  $A_1(-a; 0)$ ,  $A_2(a; 0)$ ,  $B_1(0; -b)$  và  $B_2(0; b)$

Ta có độ dài trục lớn:  $A_1A_2 = 2a = 12 \Rightarrow a = 6$

Ta có độ dài trục nhỏ:  $B_1B_2 = 2b = 6 \Rightarrow b = 3$

Ta có phương trình chính tắc của elip:  $\frac{x^2}{6^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$ .

**Bài 2:** Cho elip (E) có tiêu cự là 12 và tâm sai là 0,5 . Lập phương trình chính tắc của elip (E).

**Lời giải:**

Gọi tiêu điểm của elip là:  $F_1(-c; 0)$  và  $F_2(c; 0)$

Ta có tiêu cự:  $F_1F_2 = 2c = 12 \Rightarrow c = 6$

Ta có tâm sai:  $e = \frac{c}{a} = 0,5 \Rightarrow \frac{6}{a} = 0,5 \Rightarrow a = 12$

Có:  $b^2 = a^2 - c^2 = 12^2 - 6^2 = 108 \Rightarrow b = 6\sqrt{3}$

Từ đó ta có phương trình chính tắc của elip:

$$\frac{x^2}{12^2} + \frac{y^2}{(6\sqrt{3})^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{108} = 1.$$

**Bài 3:** Lập phương trình elip (E) biết độ dài trục lớn là 18, độ dài trục nhỏ là 10.

**Lời giải:**

Gọi các đỉnh của elip là:  $A_1(-a; 0)$ ,  $A_2(a; 0)$ ,  $B_1(0; -b)$  và  $B_2(0; b)$

Ta có độ dài trục lớn:  $A_1A_2 = 2a = 18 \Rightarrow a = 9$

Ta có độ dài trục nhỏ:  $B_1B_2 = 2b = 10 \Rightarrow b = 5$

Ta có phương trình chính tắc của elip:  $\frac{x^2}{9^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{25} = 1$

#### IV. Bài tập tự luyện.

**Bài 1:** Lập phương trình elip (E) biết độ dài trục lớn là 20, độ dài trục nhỏ là 14.

**Bài 2:** Cho elip (E) có tiêu cự là 18 và tâm sai là 0,5. Lập phương trình chính tắc của elip (E).