

Bài tập Phép quay - Toán 11

I. Bài tập trắc nghiệm

Bài 1: Trong mặt phẳng Oxy phép quay tâm K, góc 60° biến $M(1;1)$ thành $M'(-1;1)$.
Tọa độ điểm K là:

- A. $(0;0)$
- B. $(0;-\sqrt{3})$
- C. $(0;1-\sqrt{3})$
- D. $(\sqrt{2};0)$

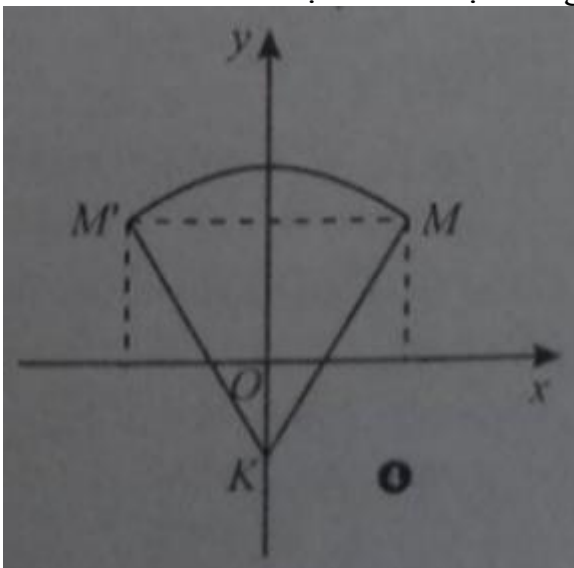
Lời giải:

Đáp án: C

Tam giác đều KMM' có cạnh $MM' = 2$ nên đường cao bằng $\sqrt{3}$.

Suy ra $OK = \sqrt{3} - 1 \Rightarrow K(0; 1 - \sqrt{3})$

Nhận xét. Phép quay có góc quay bằng $\pm 60^\circ$ thì tam giác tạo bởi tâm quay, điểm M và ảnh M' của nó luôn tạo thành một tam giác đều.



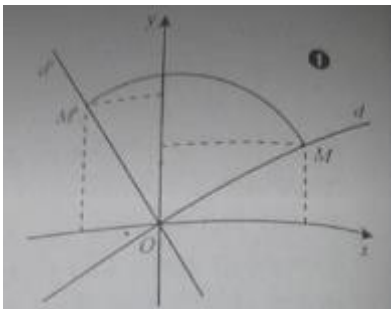
Bài 2: Trong mặt phẳng Oxy phép quay $Q(O; 60^\circ)$ biến đường thẳng d có phương trình $x - 2y = 0$ thành đường thẳng d' có phương trình:

- A. $x + 2y = 0$
- B. $2x + y = 0$
- C. $2x - y = 0$
- D. $x - y + 2 = 0$

Lời giải:

Đáp án: B

Lấy $M(2; 1)$ thuộc d , phép quay $Q(O, 90^\circ)$ biến $M(2; 1)$ thành $M'(-1; 2)$. Tâm quay $O(0; 0)$ thuộc $d \Rightarrow d'$ đi qua O và M' có phương trình $2x + y = 0$.



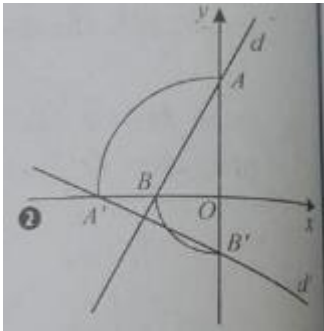
Bài 3: trong mặt phẳng Oxy phép quay $Q(O; 90^\circ)$ biến đường thẳng d có phương trình: $2x - y + 1 = 0$ thành đường thẳng d' có phương trình.

- A. $x + 2y - 1 = 0$
- B. $2x + y + 1 = 0$
- C. $2x - y + 1 = 0$
- D. $x + 2y + 1 = 0$

Lời giải:

Đáp án: D

Lấy $A(0; 1)$ và $B(-\frac{1}{2}; 0)$ thuộc d , phép quay $Q(O, 90^\circ)$ biến A thành $A'(-1; 0)$, biến B thành $B'(0; -\frac{1}{2})$ phương trình d' qua A', B' là $x + 2y + 1 = 0$.



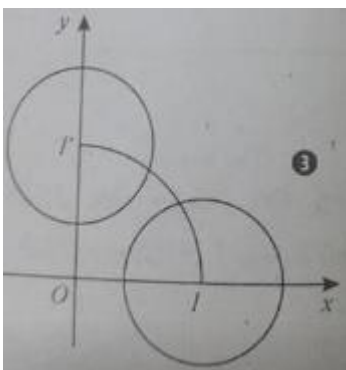
Bài 4: Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x - 3)^2 + y^2 = 4$. Phép quay tâm $O(0;0)$ góc quay 90° biến (C) thành (C') có phương trình:

- A. $x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$
- B. $x^2 + y^2 - 6y + 6 = 0$
- C. $x^2 + y^2 + 6x - 6 = 0$
- D. $x^2 + y^2 - 6y + 5 = 0$

Lời giải:

Đáp án: D

Phép quay tâm $O(0; 0)$ góc quay 90° biến tâm $I(3; 0)$ của (C) thành tâm $I'(0; 3)$ của (C') , bán kính không thay đổi. phương trình (C') là $x^2 + (y - 3)^2 = 4 \Rightarrow x^2 + y^2 - 6y + 5 = 0$



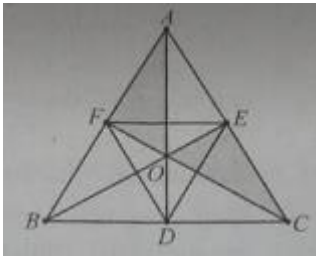
Bài 5: Cho một tam giác ABC tâm O. gọi A, E, F lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $Q(0; 120^0)(\triangle ODC) = \triangle OFA$

B. $Q(0; 120^0)(\triangle AOF) = \triangle BOD$

C. $Q(0; 120^0)(\triangle AOB) = \triangle AOC$

D. $Q(0; 60^0)(\triangle OFE) = \triangle ODE$



Lời giải:

Đáp án: B

$$Q_{(0;120^0)}(\triangle ODC) = \triangle OEA$$

$$Q_{(0;120^0)}(\triangle AOF) = \triangle BOD$$

$$Q_{(0;120^0)}(\triangle AOB) = \triangle BOC$$

D. Không có trên hình vẽ

Chọn đáp án B

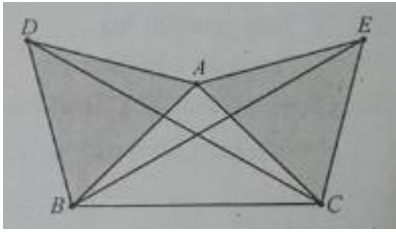
Bài 6: Dựng ra phía ngoài tam giác vuông cân ABC đỉnh A các tam giác đều ABD và ACE. Góc giữa hai đường thẳng BE và CD là:

A. 90^0

B. 60^0

C. 45^0

D. 30^0



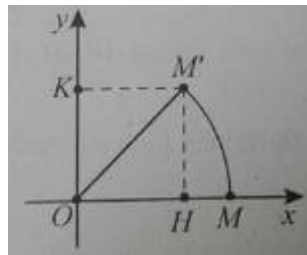
Lời giải:

Đáp án: B

Xét phép quay tâm A góc quay 60^0 biến D thành B và biến C thành E, suy ra phép quay đó biến đường thẳng DC thành đường thẳng BE suy ra góc giữa DC và BE bằng góc quay 60^0 . Chọn đáp án B.

Bài 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm M(1;0). Phép quay tâm O góc quay 45^0 biến M thành M' có tọa độ

- A. $(\sqrt{2}; \sqrt{2})$
- B. $(\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2})$
- C. $(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$
- D. $(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2})$



Lời giải:

Đáp án: D

Ta có $OM' = OM = 1$; tứ giác OHM'K là hình vuông đường chéo bằng 1 suy ra cạnh bằng $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Chọn đáp án D

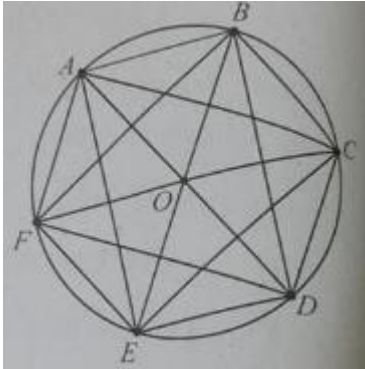
Bài 8: Cho hình lục giác ABCDEF, tâm O. mệnh đề nào sau đây sai?

A. phép quay tâm O góc quay 60^0 biến tam giác BCD thành tam giác ABC.

B. phép quay tâm O góc quay 120^0 biến tam giác OEC thành tam giác OCA

C. phép quay tâm O góc quay -60^0 , biến tam giác AFD thành tam giác FEC.

D. phép quay tâm O góc quay -120^0 biến tam giác BCD thành tam giác DEF.



Lời giải:

Đáp án: C

Phép quay tâm O góc quay -60^0 biến tam giác AFD thành tam giác ABE.

Bài 9: Cho ba điểm thẳng hàng A, B, C. dựng các tam giác đều ABD, BCE về cùng phía đối với đường thẳng AC. Gọi F, G lần lượt là trung điểm của các cạnh AE và DC. Tam giác BFG là:

A. tam giác thường

B. tam giác vuông đỉnh B

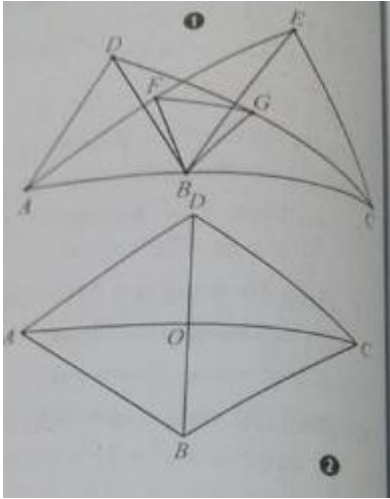
C. tam giác cân đỉnh B

D. tam giác đều

Lời giải:

Đáp án: D

(Hình 1) Xét phép quay tâm B góc quay -60^0 biến A thành D, biến E thành C suy ra phép quay này biến đoạn thẳng AE thành đoạn thẳng DC, suy ra nó biến trung điểm F của AE thành trung điểm G của DC, suy ra nó biến đoạn thẳng BF thành đoạn thẳng BG do đó $BF = BG$ và góc FBG bằng 60^0 . Vậy tam giác BFG là tam giác đều.



Bài 10: Cho hình thoi ABCD có góc A bằng 60° .

a) Phép biến hình nào sau đây biến AB thành BC?

A. Đ0

B. $T_{2OC} \rightarrow$

C. $Q(D; 60^\circ)$

D. $Q(B; 120^\circ)$

b) Phép biến hình nào sau đây không biến A thành C?

A. ĐBD

B. $T_{2OC} \rightarrow$

C. $Q(B; 120^\circ)$

D. $Q(B; 120^\circ)$

Lời giải:

Đáp án: a - C, b - D

(hình 2)

Chọn đáp án C

Phương án A. $\mathcal{D}_O(AB) = CD$

Phương án B. $T_{2OC} \rightarrow (AB) = CB'$ với $ACB'B$ là hình bình hành

Phương án D. $Q(B, 120^\circ)(AB) = A'B$ với A' là điểm đối xứng của D và B.

Góc quay là -120° (thuận chiều kim đồng hồ) thì A biến thành C

II. Bài tập tự luận có lời giải

Bài 1: Cho hình vuông ABCD tâm O. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và CD?

a) phép biến hình nào biến \overrightarrow{BE} thành \overrightarrow{CF}

b) phép biến hình nào biến \overrightarrow{BE} thành \overrightarrow{DF} ?

Lời giải:

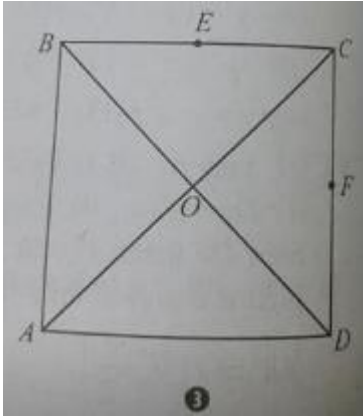
a) Xét từng điểm: Phép quay tâm O góc quay -90° biến B thành C, E thành F.

$Q(A, 45^\circ)(B) = B' \neq C$ và $Q(A, 45^\circ)(E) = E' \neq F$ (sai cả hai ảnh)

$Q(A, -90^\circ)(B) = D$ và $Q(A, 90^\circ)(E) = E' \neq F$ (sai về chiều góc và ảnh của E)

$Q(O, 90^\circ)(B) = A$ và $Q(O, -90^\circ)(E) = F$

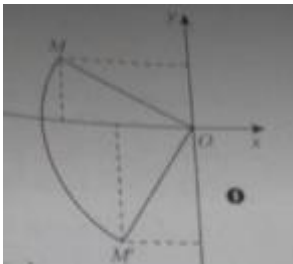
b) Nhận xét. Khi luyện tập ta kiểm tra cả bốn phương án và trong mỗi phương án kiểm tra cả hai điểm B, D. còn trong khi kiểm tra, thì cứ khi thấy ảnh của một điểm sai thì loại phương án đó; thấy ảnh của cả hai điểm đều đúng thì chọn phương án đó mà không cần kiểm tra các phương án còn lại.



Bài 2: Trong mặt phẳng Oxy, ảnh của điểm M $(-6;1)$ qua phép quay $Q(O; 90^0)$ là?

Lời giải:

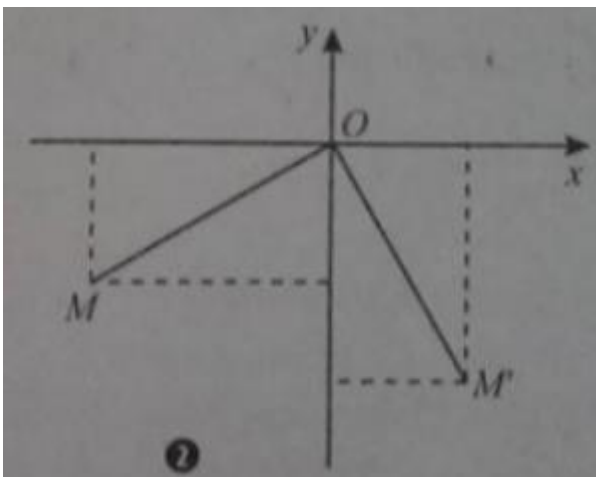
Nhận xét. Cách làm các bài từ 5 đến 9: Vẽ hệ tọa độ Oxy, lấy điểm M, thực hiện phép quay. Chú ý chiều dương là ngược kim đồng hồ, chiều âm thuận chiều kim đồng hồ (hình 1)



Bài 3: Trong mặt phẳng Oxy qua phép quay $Q(O; 90^0)$ thì $M'(2; -3)$ là ảnh của điểm.

Lời giải:

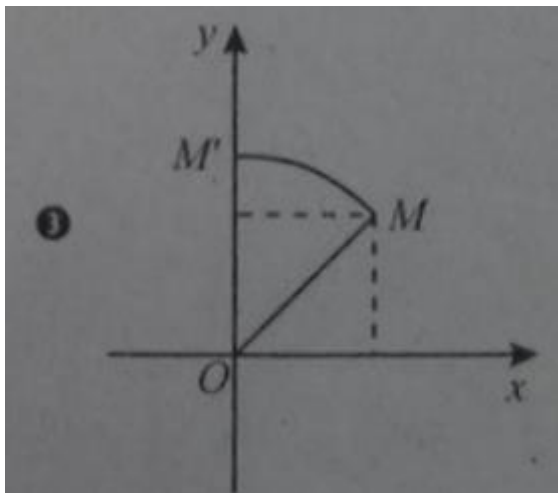
(hình 2) vẽ ảnh của M' qua phép quay $Q(O, 90^0)$ là điểm M $(-3; -2)$



Bài 4: Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(1;1)$. Điểm nào sau đây là ảnh của M qua phép quay tâm O , góc quay 45° .

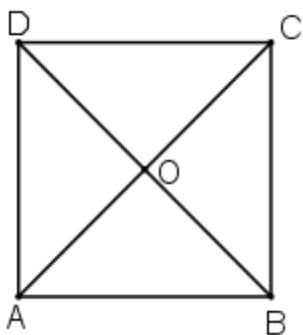
Lời giải:

Nhận xét. Hình vuông có cạnh bằng 1 thì đường chéo bằng $\sqrt{2}$.



Bài 5:

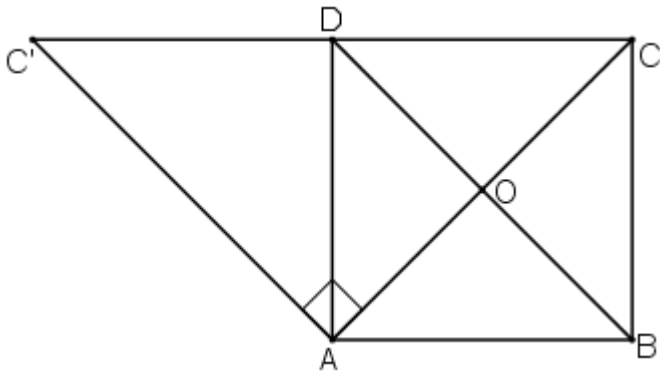
Cho hình vuông ABCD tâm O.



- Tìm ảnh của điểm C qua phép quay tâm A góc 90° .
- Tìm ảnh của đường thẳng BC qua phép quay tâm O góc 90°

Lời giải:

- Gọi C' là điểm đối xứng với điểm C qua điểm D.



$$\Leftrightarrow \begin{cases} (AC; AC') = 90^\circ \\ AC = AC' \end{cases} \Leftrightarrow C' \text{ là điểm đối xứng với } C \text{ qua } D.$$

b) Ta có:

$$\begin{cases} OB = OC \\ (\widehat{BOC} = 90^\circ) \end{cases}$$

$$\Rightarrow C = Q_{(O; 90^\circ)}(B).$$

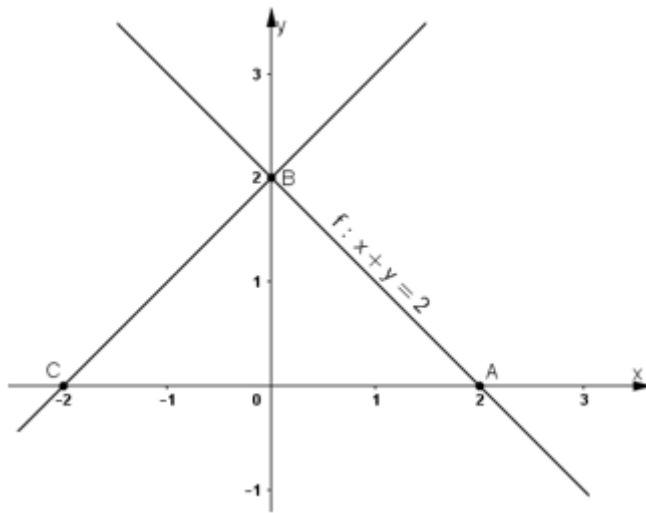
$$\begin{cases} OC = OD \\ (\widehat{COD} = 90^\circ) \end{cases}$$

$$\Rightarrow D = Q_{(O; 90^\circ)}(C)$$

$$\Rightarrow CD = Q_{(O; 90^\circ)}(BC).$$

Bài 6 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(2; 0)$ và đường thẳng d có phương trình $x + y - 2 = 0$. Tìm ảnh của A và d qua phép quay tâm O góc 90° .

Lời giải:



* Ta có $A(2; 0)$ thuộc tia Ox .

Gọi $Q_{(O, 90^\circ)}(A) = B$ thì B thuộc tia Oy và $OA = OB$ nên $B(0; 2)$.

* Gọi d' là ảnh của d qua phép quay tâm O , góc quay 90° .

+ $A(2; 0) \in (d)$

$\Rightarrow B = Q_{(O, 90^\circ)}(A) \in (d')$

+ $B(0; 2) \in (d)$.

$\Rightarrow C = Q_{(O, 90^\circ)}(B) \in (d')$.

Dễ dàng nhận thấy $C(-2; 0)$ (hình vẽ).

$\Rightarrow (d')$ chính là đường thẳng BC .

Đường thẳng d' đi qua $B(0; 2)$ và $C(-2; 0)$ nên có phương trình đoạn chắn là :

$$\frac{x}{-2} + \frac{y}{2} = 1 \Leftrightarrow x - y + 2 = 0$$

III. Bài tập vận dụng

Bài 1 Cho hình vuông $ABCD$ tâm O

a) Tìm ảnh của điểm C qua phép quay tâm A góc 90° .

b) Tìm ảnh của đường thẳng BC qua phép quay tâm O góc 90^0 .

Bài 2 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm A(2,0) và đường thẳng d có phương trình . Tìm ảnh của A và d qua phép quay tâm O góc .

Bài 3 Cho ba điểm thẳng hàng A, B, C. dựng các tam giác đều ABD, BCE về cùng phía đối với đường thẳng AC. Gọi F, G lần lượt là trung điểm của các cạnh AE và DC. Tam giác BFG là?

Bài 4 Cho hình thoi ABCD có góc A bằng 60^0 . Phép biến hình nào biến AB thành BC?

Bài 5 Trong mặt phẳng Oxy phép quay tâm K, góc 60^0 biến M(1;1) thành M'(-1;1). Tọa độ điểm K là?

Bài 6 Trong mặt phẳng Oxy phép quay $Q_{(O; 60^0)}$ biến đường thẳng d có phương trình $x - 2y = 0$ thành đường thẳng d' có phương trình?

Bài 7 trong mặt phẳng Oxy phép quay $Q_{(O; 90^0)}$ biến đường thẳng d có phương trình: $2x - y + 1 = 0$ thành đường thẳng d' có phương trình.

Bài 8 Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x - 3)^2 + y^2 = 4$. Phép quay tâm O(0;0) góc quay 90^0 biến (C) thành (C') có phương trình?

Bài 9 Cho một tam giác ABC tâm O. gọi A, E, F lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB. Mệnh đề nào sau đây đúng?

Bài 10 Dựng ra phía ngoài tam giác vuông cân ABC đỉnh A các tam giác đều ABD và ACE. Góc giữa hai đường thẳng BE và CD là?