Bài 1: Hàm số và đồ thị

Bài 1 trang 45 SBT Toán 10 Tập 1: Tập xác định của các hàm số sau:

a) f(x) = $\frac{4x-1}{\sqrt{2x-5}}$;

b) f(x) = $\frac{2-x}{(x+3)(x-7)}$;

c) $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x-3} & \text{khi } x\ge 0\\ 1 & \text{khi } x<0\end{cases}$.

Lời giải:

a) Biểu thức $\frac{4x-1}{\sqrt{2x-5}}$ có nghĩa khi 2x – 5 > 0 hay x > $\frac{5}{2}$.

Vậy tập xác định của hàm số là D = $\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$.

b) Biểu thức $\frac{2-x}{(x+3)(x-7)}$ có nghĩa khi (x + 3)(x – 7) $\neq$ 0 $\Rightarrow$ x $\neq$ – 3 và x $\neq$ 7.

Vậy tập xác định của hàm số là D = $\mathbb{R}$ \ {– 3; 7}.

c) Hàm số lấy giá trị bằng 1 khi x < 0 nên hàm số xác định với mọi x < 0.

Khi x $\geq$ 0, hàm số xác định khi và chỉ khi x – 3 $\neq$ 0 $\Rightarrow$ x $\neq$ 3.

Vậy tập xác định của hàm số là D = $\mathbb{R}$ \ {3}.

Bài 2 trang 45 SBT Toán 10 Tập 1: Vẽ đồ thị các hàm số sau:

a) $f\left(x\right)=\begin{cases}x^2 & \text{khi } x\le 2\\ x+2 & \text{khi } x>2;\end{cases}$

b) f(x) = |x + 3| – 2.

Lời giải:

a) + Vẽ đồ thị hàm số g(x) = x^2 và giữ lại phần đồ thị ứng với x ≤ 2:

Đồ thị hàm số g(x) = x^2 là một parabol có đỉnh là gốc tọa độ O, trục đối xứng là trục Oy, đồ thị có bề lõm hướng lên trên, đi qua các điểm (1; 1), (– 1; 1), (2; 4), (– 2; 4).

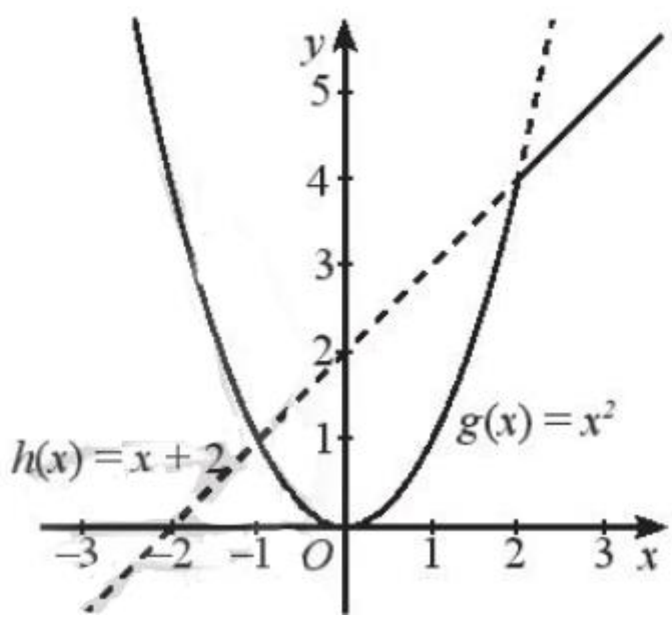
Ta giữ lại phần đồ thị nằm bên trái đường thẳng x = 2:

+ Vẽ đồ thị hàm số h(x) = x + 2 và giữ lại phần đồ thị ứng với x > 2.

Đồ thị hàm số h(x) = x + 2 là một đường thẳng đi qua hai điểm (0; 2) và (– 2; 0).

Ta giữ lại phần đường thẳng nằm bên phải đường thẳng x = 2.

Ta được đồ thị cần vẽ như hình sau:



b) Với x + 3 ≥ 0 ⇔ x ≥ – 3, ta có: |x + 3| – 2 = x + 3 – 2 = x + 1.

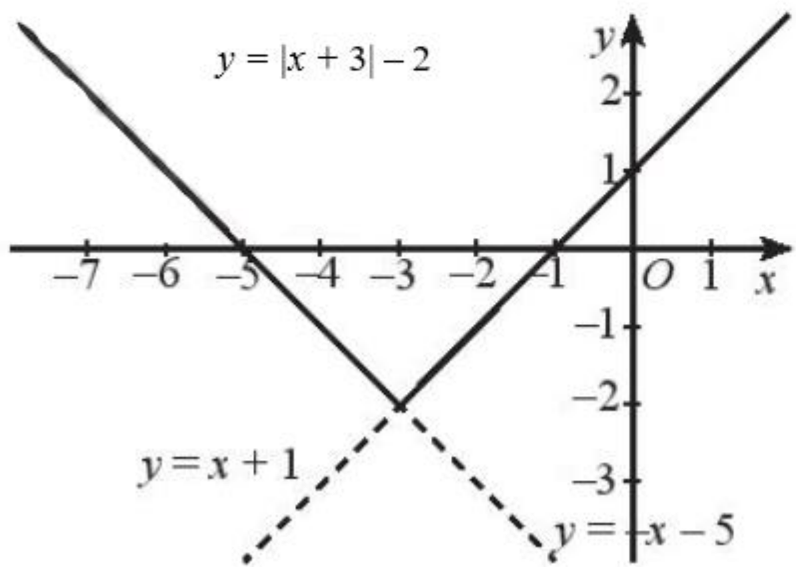
Với x + 3 < 0 ⇔ x < – 3, ta có: |x + 3| – 2 = – (x + 3) – 2 = – x – 3 – 2 = – x – 5.

Khi đó ta có: $f\left(x\right)=\begin{cases}x+1 & \text{khi } x\ge -3\\ -x-5 & \text{khi } x<-3\end{cases}$.

Ta vẽ đồ thị hàm số g(x) = x + 1 và giữ lại phần đồ thị ứng với x ≥ – 3: Đồ thị hàm số g(x) = x + 1 là đường thẳng đi qua hai điểm (0; 1) và (– 1; 0).

Ta vẽ đồ thị hàm số h(x) = – x – 5 và giữ lại phần đồ thị ứng với x < – 3: Đồ thị hàm số h(x) = – x – 5 là đường thẳng đi qua hai điểm (– 5; 0) và (– 3; – 2).

Ta được đồ thị của hàm số cần vẽ như hình sau:



Bài 3 trang 46 SBT Toán 10 Tập 1: Trong kinh tế thị trường, lượng *cầu* và lượng *cung* là hai khái niệm quan trọng. Lượng *cầu* chỉ khả năng về số lượng sản phẩm cần mua của bên mua (người dùng), tùy theo đơn giá bán sản phẩm; còn lượng *cung* chỉ khả năng cung cấp số lượng sản phẩm này cho thị trường của bên bán (nhà sản xuất) cũng phụ thuộc vào đơn giá sản phẩm.

Người ta khảo sát nhu cầu của thị trường đối với sản phẩm A theo đơn giá của sản phẩm này và thu được bảng sau:

Đơn giá sản phẩm A (đơn vị: nghìn đồng)	10	20	40	70	90
Lượng *cầu* (nhu cầu về số sản phẩm)	338	288	200	98	50

a) Hãy cho biết tại sao bảng giá trị trên xác định một hàm số? Hãy tìm tập xác định và tập giá trị của hàm số đó (gọi là *hàm cầu*).

b) Giả sử lượng *cung* của sản phẩm A tuân theo công thức $y = f\left(x\right) = \frac{x^2}{50}$, trong đó x là đơn giá sản phẩm A và y là lượng *cung* ứng với đơn giá này. Hãy điền các giá trị của hàm số f(x) (gọi là *hàm cung*) vào bảng sau:

Đơn giá sản phẩm A (đơn vị: nghìn đồng)	10	20	40	70	90
Lượng *cung* (khả năng cung cấp về số sản phẩm)					

c) Ta nói thị trường của một sản phẩm là *cân bằng* khi lượng *cung* và lượng *cầu* bằng nhau. Hãy tìm đơn giá x của sản phẩm A khi thị trường cân bằng.

Lời giải:

a) Từ bảng đã cho ta có thể thấy với mỗi mức đơn giá, đều có duy nhất một giá trị về lượng *cầu*. Do vậy bảng giá trị cho ở đề bài xác định một hàm số.

Hàm số này có tập xác định D = {10; 20; 40; 70; 90} và có tập giá trị T = {338; 288; 200; 98; 50}.

b) Ta có hàm *cung:* $y = f\left(x\right) = \frac{x^2}{50}$.

Với x = 10 thì $y = f\left(10\right) = \frac{10^2}{50} = 2$;

Với x = 20 thì $y = f\left(20\right) = \frac{20^2}{50} = 8$;

Với x = 40 thì $y = f\left(40\right) = \frac{40^2}{50} = 32$;

Với x = 70 thì $y = f\left(70\right) = \frac{70^2}{50} = 98$;

Với x = 90 thì $y = f\left(90\right) = \frac{90^2}{50} = 162$;

Vậy ta điền được bảng sau:

Đơn giá sản phẩm A (đơn vị: nghìn đồng)	10	20	40	70	90
Lượng *cung* (khả năng cung cấp về số sản phẩm)	2	8	32	98	162

c) Từ hai bảng giá trị của lượng *cung* và lượng *cầu*, ta tìm được giá trị x = 70 thì lượng *cung* và lượng *cầu* đều bằng 98.

Vậy thị trường của sản phẩm A cân bằng khi đơn giá của sản phẩm A là 70 000 (đồng).

Bài 4 trang 46 SBT Toán 10 Tập 1: Tìm khoảng đồng biến, nghịch biến của các hàm số sau:

a) $f\left(x\right) = \frac{1}{-x-5}$;

b) f(x) = |3x – 1|.

Lời giải:

a) Tập xác định của hàm số là: D = $\mathbb{R} \setminus \{-5\}$.

+ Xét khoảng $(-\infty; -5)$:

Lấy hai số x_1, x_2 tùy ý thuộc $(-\infty; -5)$ sao cho $x_1 < x_2$.

Ta có: $f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)=\frac{1}{-x_1-5}-\frac{1}{-x_2-5}=\frac{-x_2-5-\left(-x_1-5\right)}{\left(-x_1-5\right)\left(-x_2-5\right)}=\frac{x_1-x_2}{\left(x_1+5\right)\left(x_2+5\right)}$.

Vì $x_1, x_2 \in (-\infty; -5)$ nên $x_1 + 5 < 0$ và $x_2 + 5 < 0$.

Lại có: $x_1 < x_2$ nên $x_1 - x_2 < 0$.

Do đó, $f(x_1) - f(x_2) = \frac{x_1-x_2}{\left(x_1+5\right)\left(x_2+5\right)} < 0$ hay $f(x_1) < f(x_2)$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -5)$. (1)

+ Xét khoảng $(-5; +\infty)$:

Lấy hai số x_3, x_4 tùy ý thuộc $(-5; +\infty)$ sao cho $x_3 < x_4$.

Ta có: $f\left(x_3\right)-f\left(x_4\right)=\frac{1}{-x_3-5}-\frac{1}{-x_4-5}=\frac{-x_4-5-\left(-x_3-5\right)}{\left(-x_3-5\right)\left(-x_4-5\right)}=\frac{x_3-x_4}{\left(x_3+5\right)\left(x_4+5\right)}$.

Vì $x_3, x_4 \in (-5; +\infty)$ nên $x_3 + 5 > 0$ và $x_4 + 5 > 0$.

Lại có: $x_3 < x_4$ nên $x_3 - x_4 < 0$.

Do đó, $f(x_3) - f(x_4) = \frac{x_3-x_4}{\left(x_3+5\right)\left(x_4+5\right)} < 0$ hay $f(x_1) < f(x_2)$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-5; +\infty)$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -5)$ và $(-5; +\infty)$.

b) Với $3x - 1 \geq 0$ hay $x \geq \frac{1}{3}$, ta có: $|3x - 1| = 3x - 1$.

Với $3x - 1 < 0$ hay $x < \frac{1}{3}$, ta có: $|3x - 1| = -(3x - 1) = -3x + 1$.

Khi đó ta có: $f(x) = \begin{cases} 3x - 1 \quad \text{khi } x \geq \frac{1}{3} \\ -3x + 1 \ \text{khi } x < \frac{1}{3} \end{cases}$.

Ta xét sự đồng biến, nghịch biến của hàm số $g(x) = 3x - 1$ trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$ và của hàm số $h(x) = -3x + 1$ trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$.

+ Lấy hai số x_1, x_2 tùy ý thuộc khoảng $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$ sao cho $x_1 < x_2$:

Ta có: $f(x_1) - f(x_2) = (3x_1 - 1) - (3x_2 - 1) = 3(x_1 - x_2) < 0$ (do $x_1 < x_2$ nên $x_1 - x_2 < 0$).

Suy ra $f(x_1) < f(x_2)$.

Vậy hàm số g(x) đồng biến trên $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$ hay f(x) đồng biến trên $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. (1)

+ Lấy hai số x_3, x_4 tùy ý thuộc khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$ sao cho $x_3 < x_4$:

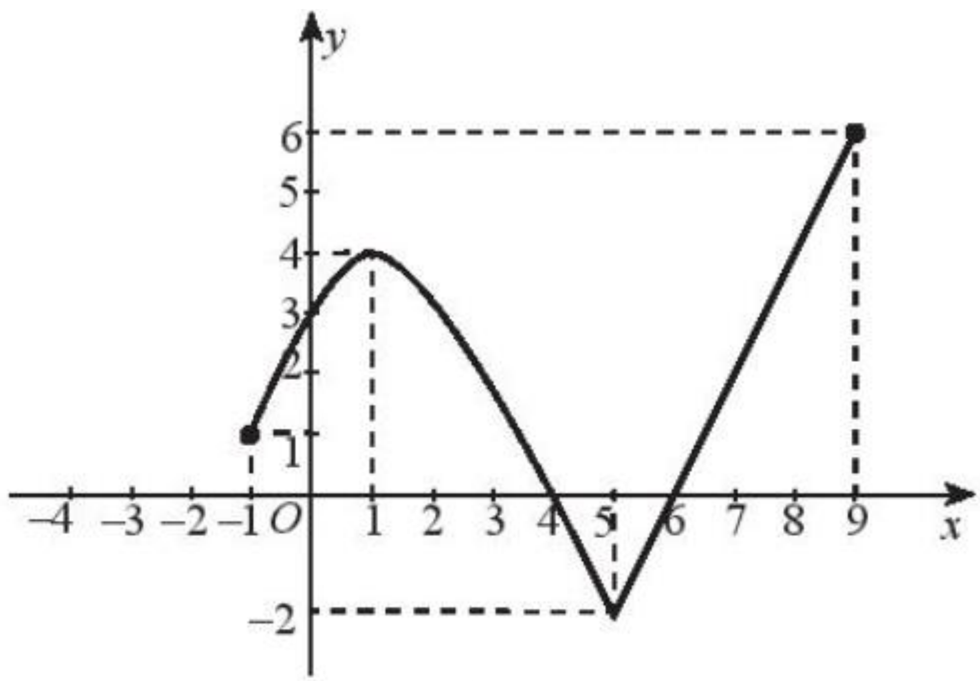
Ta có: $f(x_3) - f(x_4) = (-3x_3 + 1) - (-3x_4 + 1) = 3(x_4 - x_3) > 0$ (do $x_3 < x_4$ nên $x_4 - x_3 > 0$).

Suy ra $f(x_3) > f(x_4)$.

Vậy hàm số h(x) nghịch biến trên $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$ hay f(x) nghịch biến khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra hàm số f(x) nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Bài 5 trang 46 SBT Toán 10 Tập 1: Tìm khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số có đồ thị như sau:



Hình 3

Lời giải:

Quan sát Hình 3 ta thấy:

- Đồ thị hàm số có dạng đi lên từ điểm có tọa độ (– 1; 1) đến điểm có tọa độ (1; 4) nên hàm số đồng biến trên khoảng (– 1; 1);

- Đồ thị hàm số có dạng đi xuống từ điểm có tọa độ (1; 4) đến điểm có tọa độ (5; – 2) nên hàm số nghịch biến trên khoảng (1; 5);

- Đồ thị hàm số có dạng đi lên từ điểm có tọa độ (5; – 2) đến điểm có tọa độ (9; 6) nên hàm số đồng biến trên khoảng (5; 9).

Vậy hàm số có đồ thị như Hình 3 đồng biến trên các khoảng (– 1; 1) và (5; 9), nghịch biến trên khoảng (1; 5).

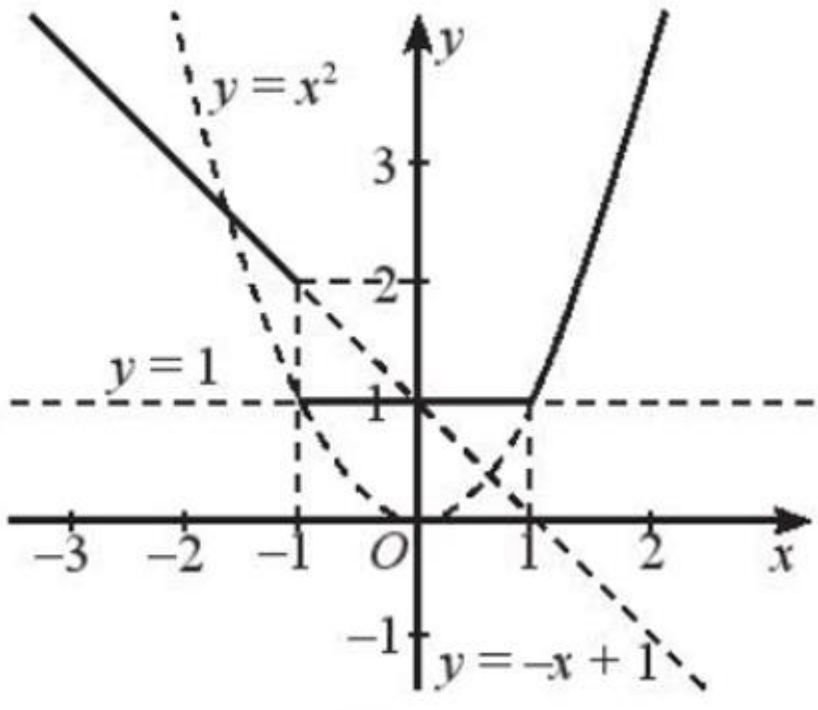
Bài 6 trang 47 SBT Toán 10 Tập 1: Vẽ đồ thị hàm số sau:

$$f\left(x\right)=\begin{cases}-x+1 & \text{khi } x<-1\\ 1 & \text{khi } -1\le x<1\\ x^2 & \text{khi } x\ge 1.\end{cases}$$

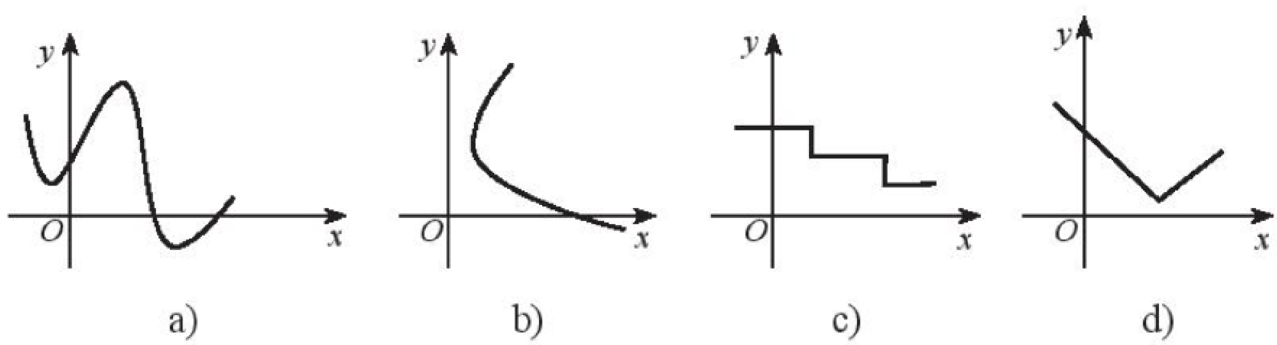
Lời giải:

Ta vẽ đồ thị hàm số g(x) = – x + 1 trên khoảng (– ∞; – 1), đồ thị hàm số h(x) = 1 trên nửa khoảng [– 1; 1), đồ thị hàm số k(x) = x^2 trên nửa khoảng [1; + ∞).

Khi đó ta có đồ thị hàm số f(x) như sau:



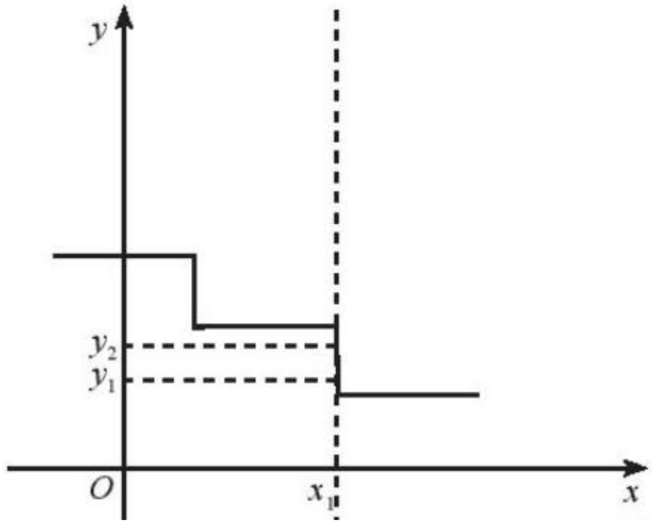
Bài 7 trang 47 SBT Toán 10 Tập 1: Trong các đường biểu diễn được cho trong Hình 4, chỉ ra trường hợp không phải là đồ thị hàm số và giải thích tại sao?

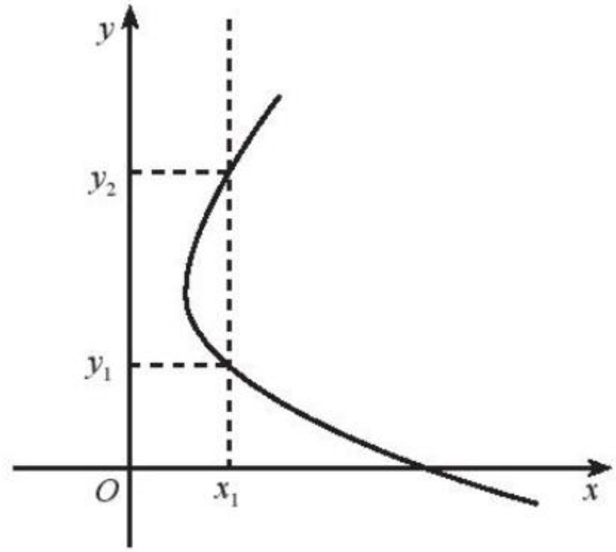


Hình 4

Lời giải:

Hai đường biểu diễn ở Hình b và Hình c không phải là đồ thị hàm số vì ứng với một giá trị của x, có đến hai (hay nhiều) giá trị khác nhau của y (quan sát trên hình sau).


y
y_2
y_1
O
x_1
x


y
y_2
y_1
O
x_1
x