Công thức xác định tiêu điểm, tiêu cự, tâm sai, độ dài trục lớn, trục bé của Elip

I. Lý thuyết tổng họp.

- Cho hai điểm cố định F_1 và F_2 và một độ dài không đổi 2a lớn hơn F_1F_2 . Elip là tập hợp các điểm M trong mặt phẳng sao cho $F_1M+F_2M=2a$.
- Các thành phần của Elip: Cho elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
- + Hai tiêu điểm: $F_1(-c; 0)$ và $F_2(c; 0)$
- + Bốn đỉnh: $A_1(-a; 0)$, $A_2(a; 0)$, $B_1(0; -b)$ và $B_2(0; b)$
- + Độ dài trục lớn: $A_1A_2 = 2a$
- + Độ dài trục nhỏ: $B_1B_2 = 2b$
- + Tiêu cự: $F_1F_2 = 2c$
- + Tâm sai: $e = \frac{c}{a} < 1$ với $c = \sqrt{a^2 b^2}$

II. Các công thức.

Cho elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

- Trục lớn của (E) nằm trên Ox: $A_1A_2 = 2a$
- Trục nhỏ của (E) nằm trên Oy: $B_1B_2 = 2b$
- Tiêu cự của (E): $F_1F_2 = 2c = 2\sqrt{a^2 b^2}$
- Tiêu điểm của (E): $F_{\!_1}(\text{-c};\,0)$ và $F_{\!_2}(c;\,0)$ với $c=\sqrt{a^2-b^2}$
- Tâm sai của (E): $e = \frac{c}{a} < 1$ với $c = \sqrt{a^2 b^2}$

III. Ví dụ minh họa.

Bài 1: Xác định độ dài các trục, tiêu điểm, tiêu cự, tâm sai của elip (E) có phương trình: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Lời giải:

Xét phương trình elip (E) : $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$, ta có:

$$a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$$

$$b^2 = 9 \Longrightarrow b = 3$$

$$\Rightarrow$$
 c = $\sqrt{a^2 - b^2}$ = $\sqrt{16 - 9}$ = $\sqrt{7}$

Từ đó ta có:

Tiêu điểm của (E): $F_1(-\sqrt{7}; 0)$ và $F_2(\sqrt{7}; 0)$

Tiêu cự của (E): $F_1F_2 = 2\sqrt{7}$

Tâm sai của (E): $e = \frac{\sqrt{7}}{4}$

Trục lớn của (E) nằm trên Ox: $A_1A_2 = 2.4 = 8$

Trục nhỏ của (E) nằm trên Oy: $B_1B_2 = 2.3 = 6$

Bài 2: Cho elip có phương trình $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$. Tìm tiêu điểm, tiêu cự, tâm sai, trục lớn, trục nhỏ của elip.

Lời giải:

Xét phương trình elip : $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$, ta có:

$$a^2 = 100 \Rightarrow a = 10$$

$$b^2 = 36 \Rightarrow b = 6$$

$$\Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{100 - 36} = 8$$

Từ đó ta có:

Tiêu điểm của (E): $F_1(-8; 0)$ và $F_2(8; 0)$

Tiêu cự của (E): $F_1F_2 = 2.8 = 16$

Tâm sai của (E): $e = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

Trục lớn của (E) nằm trên Ox: $A_1A_2 = 2.10 = 20$

Trục nhỏ của (E) nằm trên Oy: $B_1B_2 = 2.6 = 12$

Bài 3: Cho elip có phương trình $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$. Tìm tiêu điểm, tiêu cự, tâm sai, trục lớn, trục nhỏ của elip.

Lời giải:

Xét phương trình elip : $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$, ta có:

$$a^2 = 36 \Rightarrow a = 6$$

$$b^2 = 25 \Longrightarrow b = 5$$

$$\Rightarrow$$
 c = $\sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{36 - 25} = \sqrt{11}$

Từ đó ta có:

Tiêu điểm của (E): $F_1(-\sqrt{11}; 0)$ và $F_2(\sqrt{11}; 0)$

Tiêu cự của (E): $F_1F_2 = 2\sqrt{11}$

Tâm sai của (E): $e = \frac{\sqrt{11}}{6}$

Trục lớn của (E) nằm trên Ox: $A_1A_2 = 2.6 = 12$

Trục nhỏ của (E) nằm trên Oy: $B_1B_2 = 2.5 = 10$

IV. Bài tập tự luyện.

Bài 1: Cho elip có phương trình $\frac{x^2}{79} + \frac{y^2}{25} = 1$. Tìm tiêu điểm, tiêu cự, tâm sai, trục lớn, trục nhỏ của elip.

Bài 2: Cho elip có phương trình $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{4} = 1$. Tìm tiêu điểm, tiêu cự, tâm sai, trục lớn, trục nhỏ của elip.