

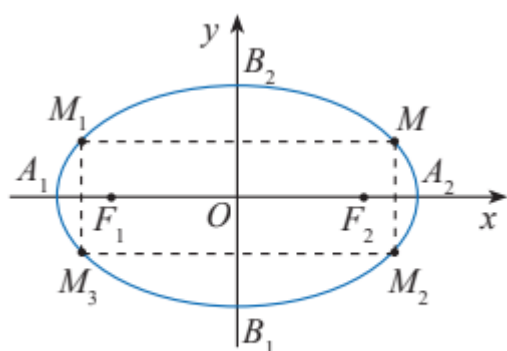
CHUYÊN ĐỀ 3. BA ĐƯỜNG CONIC VÀ ỨNG DỤNG

BÀI 1. ELIP

Trang 42, 43

Khám phá 1 trang 42 Chuyên đề Toán 10:

Cho elip (E) có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($0 < b < a$) và cho điểm $M(x_0; y_0)$ nằm trên (E).



Hình 2

Các điểm $M_1(-x_0; y_0)$, $M_2(x_0; -y_0)$, $M_3(-x_0; -y_0)$ có thuộc (E) hay không?

Lời giải:

Nếu điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc (E) thì ta có: $\frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2} = 1$.

Ta có: $\frac{x_0^2}{a^2} + \frac{(-y_0)^2}{b^2} = \frac{(-x_0)^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2} = \frac{(-x_0)^2}{a^2} + \frac{(-y_0)^2}{b^2} = \frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2} = 1$ nên các điểm có toạ độ $M_1(x_0; -y_0)$, $M_2(-x_0; y_0)$, $M_3(-x_0; -y_0)$ cũng thuộc (E).

Thực hành 1 trang 43 Chuyên đề Toán 10:

Viết phương trình chính tắc của elip có kích thước của hình chữ nhật cơ sở là 8 và 6. Hãy xác định toạ độ đỉnh, tiêu điểm, tiêu cự, độ dài trục của elip này.

Lời giải:

Gọi phương trình chính tắc của elip đã cho là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$).

Theo đề bài ta có: elip có kích thước của hình chữ nhật cơ sở là 8 và 6 $\Rightarrow 2a = 8$ và $2b = 6 \Rightarrow a = 4, b = 3 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$.

Toạ độ các đỉnh của elip là $A_1(-4; 0), A_2(4; 0), B_1(0; -3), B_2(0; 3)$.

Toạ độ các tiêu điểm của elip là $F_1(-\sqrt{7}; 0), F_2(\sqrt{7}; 0)$.

Tiêu cự của elip là $2c = 2\sqrt{7}$.

Độ dài trục lớn là $2a = 8$, độ dài trục bé là $2b = 6$.

Vận dụng 1 trang 43 Chuyên đề Toán 10:

Hãy gấp một mảnh giấy có hình elip (Hình 5) thành bốn phần chồng khít lên nhau.



Hình 5

Lời giải:

Đầu tiên gấp tờ giấy sao cho hai đỉnh đối diện của elip trùng nhau.

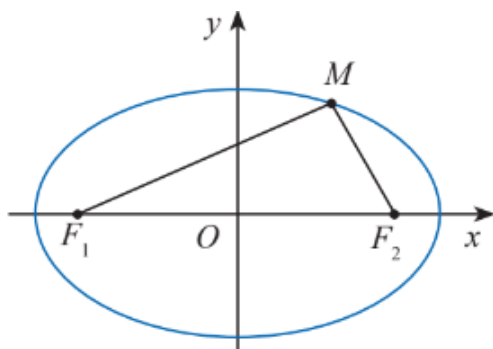
Khi đó đường gấp sẽ đi qua hai đỉnh còn lại của elip, gấp tiếp tờ giấy sao cho hai đỉnh còn lại này trùng nhau. Khi đó ta đã gấp elip thành 4 phần chồng khít lên nhau.

Trang 44

Khám phá 2 trang 44 Chuyên đề Toán 10:

Cho điểm $M(x; y)$ nằm trên elip (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ có hai tiêu điểm là $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$

(Hình 6).



Hình 6

a) Tính F_1M^2 và F_2M^2 theo x, y, c .

b) Chứng tỏ rằng: $F_1M^2 - F_2M^2 = 4cx$, $F_1M - F_2M = 2\frac{cx}{a}$.

c) Tính độ dài hai đoạn MF_1 và MF_2 theo a, c, x .

Lời giải:

$$a) F_1M^2 = [x - (-c)]^2 + (y - 0)^2 = (x + c)^2 + y^2 = x^2 + 2cx + c^2 + y^2;$$

$$F_2M^2 = (x - c)^2 + (y - 0)^2 = x^2 - 2cx + c^2 + y^2.$$

$$b) F_1M^2 - F_2M^2 = (x^2 + 2cx + c^2 + y^2) - (x^2 - 2cx + c^2 + y^2) = 4cx.$$

$$F_1M^2 - F_2M^2 = 4cx \Rightarrow (F_1M + F_2M)(F_1M - F_2M) = 4cx \Rightarrow 2a(F_1M - F_2M) = 4cx$$

$$\Rightarrow F_1M - F_2M = \frac{4cx}{2a} = 2\frac{cx}{a}.$$

c)

+) Từ $F_1M + F_2M = 2a$ và $F_1M - F_2M = \frac{2c}{a}x$ ta suy ra:

$$(F_1M + F_2M) + (F_1M - F_2M) = 2a + \frac{2c}{a}x \Rightarrow 2F_1M = 2a + \frac{2c}{a}x \Rightarrow MF_1 = a + \frac{c}{a}x.$$

+) Từ $F_1M + F_2M = 2a$ và $F_1M - F_2M = \frac{2c}{a}x$ ta suy ra:

$$(F_1M + F_2M) - (F_1M - F_2M) = 2a - \frac{2c}{a}x \Rightarrow 2F_2M = 2a - \frac{2c}{a}x \Rightarrow MF_2 = a - \frac{c}{a}x.$$

Thực hành 2 trang 44 Chuyên đề Toán 10:

a) Tính độ dài hai bán kính qua tiêu của điểm $M(x; y)$ trên elip (E): $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$.

b) Tìm các điểm trên elip (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ có độ dài hai bán kính qua tiêu bằng nhau.

Lời giải:

$$a) \text{ Có } a^2 = 64, b^2 = 36 \Rightarrow a = 8, b = 6 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}.$$

Độ dài hai bán kính qua tiêu của $M(x; y)$ là:

$$MF_1 = a + \frac{c}{a}x = 8 + \frac{2\sqrt{7}}{8}x = 8 + \frac{\sqrt{7}}{4}x; MF_2 = a - \frac{c}{a}x = 8 - \frac{2\sqrt{7}}{8}x = 8 - \frac{\sqrt{7}}{4}x.$$

b) Giả sử $M(x; y)$ nằm trên (E) thỏa mãn đề bài. Khi đó:

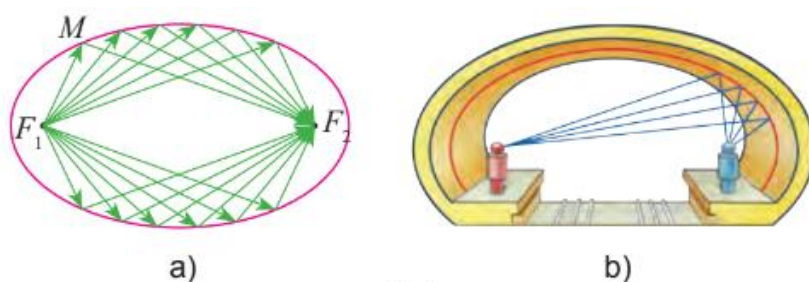
$$MF_1 = MF_2 \Leftrightarrow 8 + \frac{\sqrt{7}}{4}x = 8 - \frac{\sqrt{7}}{4}x \Leftrightarrow x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 \\ y = -6 \end{cases}.$$

Vậy có hai điểm thỏa mãn đề bài là $M_1(0; 6)$ và $M_2(0; -6)$.

Vận dụng 2 trang 44 Chuyên đề Toán 10:

Người ta chứng minh được rằng ánh sáng hay âm thanh đi từ một tiêu điểm, khi đến một điểm M bất kì trên elip luôn luôn cho tia phản xạ đi qua tiêu điểm còn lại, nghĩa là đi theo các bán kính qua tiêu (Hình 7a).

Vòm xe điện ngầm của một thành phố có mặt cắt hình elip (Hình 7b). Hãy giải thích tại sao tiếng nói của một người phát ra từ một tiêu điểm bên này, mặc dù khi đi đến các điểm khác nhau trên elip vẫn luôn dội lại tới tiêu điểm bên kia cùng một lúc.



Hình 7

Lời giải:

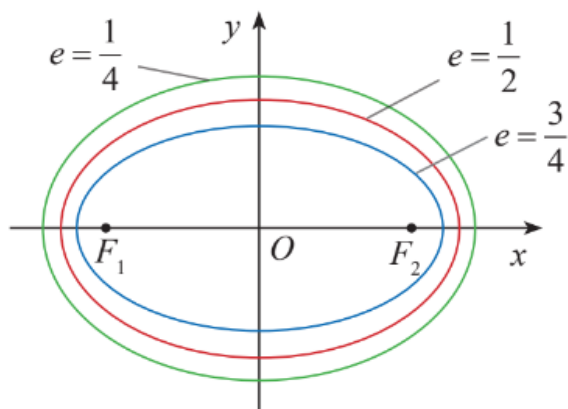
Vì âm thanh đi từ một tiêu điểm, khi đến một điểm M bất kì trên elip luôn luôn cho tia phản xạ đi qua tiêu điểm còn lại, nghĩa là đi theo các bán kính qua tiêu nên quãng đường âm thanh đã đi là $MF_1 + MF_2$.

Mà $MF_1 + MF_2 = (a + \frac{c}{a}x) + (a - \frac{c}{a}x) = 2a$ nên quãng đường âm thanh đi luôn không đổi dù đến các điểm khác nhau trên elip, vận tốc âm thanh cũng không đổi nên thời gian âm thanh đã đi cũng không đổi. Do đó âm thanh khi đi đến các điểm khác nhau trên elip vẫn luôn dội lại tới tiêu điểm bên kia cùng một lúc.

Trang 45

Khám phá 3 trang 45 Chuyên đề Toán 10:

Cho biết tỉ số $e = \frac{c}{a}$ của các elip lần lượt là $\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ (Hình 8). Tính tỉ số $\frac{b}{a}$ theo e và nêu nhận xét về sự thay đổi của hình dạng elip gắn với hình chữ nhật cơ sở khi e thay đổi.



Hình 8

Lời giải:

Ta có $\frac{b}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - c^2}}{a} = \sqrt{1 - e^2}$. Nhận xét:

- Khi tâm sai e càng bé (tức là càng gần 0) thì b càng gần a và elip trông càng "béo".
- Khi tâm sai e càng lớn (tức là càng gần 1) thì tỉ số $\frac{b}{a}$ càng gần 0 và elip trông càng "dẹt".

Thực hành 3 trang 45 Chuyên đề Toán 10:

a) Tìm tâm sai của elip (E): $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{99} = 1$ và elip (E'): $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{1} = 1$.

b) Không cần vẽ hình, theo bạn elip nào có hình dạng "dẹt" hơn?

Lời giải:

$$\text{Có } e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}.$$

a) Tâm sai của (E) là $e = \sqrt{\frac{100-99}{100}} = \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10} = 0,1$;

tâm sai của (E') là $e' = \sqrt{\frac{10-1}{10}} = \sqrt{\frac{9}{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}} \approx 0,95$.

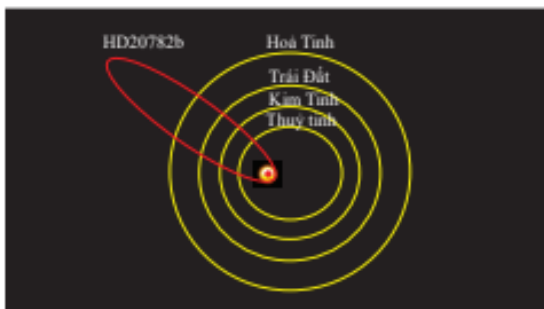
b) Vì (E') có tâm sai lớn hơn tâm sai của (E) nên (E') có hình dạng "dẹt" hơn.

Trang 46

Vận dụng 3 trang 46 Chuyên đề Toán 10:

Trong hệ Mặt Trời, các hành tinh chuyển động theo quỹ đạo là đường elip nhận tâm Mặt Trời là một tiêu điểm. Từ hình ảnh mô phỏng quỹ đạo chuyển động của các hành tinh (Hình 9), hãy so sánh tâm sai của quỹ đạo chuyển động của Trái Đất với tâm sai của quỹ đạo chuyển động của tiểu hành tinh HD20782b.

(Nguồn: <https://www.nasa.gov>)



Hình 9

Lời giải:

Nhìn hình ta thấy quỹ đạo chuyển động của tiểu hành tinh HD20782b "dẹt" hơn so với quỹ đạo chuyển động của Trái Đất, do đó tâm sai của quỹ đạo chuyển động của Trái Đất nhỏ hơn tâm sai của quỹ đạo chuyển động của tiểu hành tinh HD20782b.

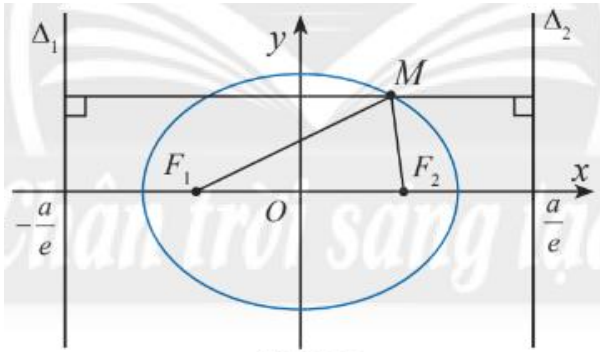
Khám phá 4 trang 46 Chuyên đề Toán 10:

Cho điểm $M(x; y)$ trên elip (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ và hai đường thẳng $\Delta_1: x + \frac{a}{e} = 0$;

$\Delta_2: x - \frac{a}{e} = 0$ (Hình 10). Gọi $d(M; \Delta_1)$, $d(M; \Delta_2)$ lần lượt là khoảng cách từ M đến Δ_1 ,

Δ_2 . Ta có $d(M; \Delta_1) = \left| x + \frac{a}{e} \right| = \frac{|a + ex|}{e} = \frac{a + ex}{e}$ (vì $e > 0$ và $a + ex = MF_1 > 0$). Suy ra

$$\frac{MF_1}{d(M; \Delta_1)} = \frac{a + ex}{\frac{a + ex}{e}} = e.$$



Hình 10

Dựa theo cách tính trên, hãy tính $\frac{MF_2}{d(M; \Delta_2)}$.

Lời giải:

Có $a - ex = MF_2 > 0$ nên $a - ex > 0$.

$$d(M; \Delta_2) = \left| x - \frac{a}{e} \right| = \frac{|ex - a|}{e} = \frac{a - ex}{e} \quad (\text{vì } a - ex > 0).$$

$$\Rightarrow \frac{MF_2}{d(M; \Delta_2)} = \frac{a - ex}{\frac{a - ex}{e}} = e.$$

Trang 47

Thực hành 4 trang 47 Chuyên đề Toán 10:

Tìm tọa độ hai tiêu điểm và viết phương trình hai đường chuẩn tương ứng của các elip sau:

a) $(E_1): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1;$

b) $(E_2): \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1.$

Lời giải:

a) Có $a^2 = 4, b^2 = 1 \Rightarrow a = 2, b = 1 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{4 - 1} = \sqrt{3}$.

Toạ độ hai tiêu điểm của elip là $F_1(-\sqrt{3}; 0)$ và $F_2(\sqrt{3}; 0)$.

Phương trình đường chuẩn ứng với tiêu điểm F_1 là

$$\Delta_1: x + \frac{a}{e} = 0 \Leftrightarrow x + \frac{a^2}{c} = 0 \Leftrightarrow x + \frac{4}{\sqrt{3}} = 0;$$

Phương trình đường chuẩn ứng với tiêu điểm F_2 là

$$\Delta_2: x - \frac{a}{e} = 0 \Leftrightarrow x - \frac{a^2}{c} = 0 \Leftrightarrow x - \frac{4}{\sqrt{3}} = 0.$$

Vận dụng 4 trang 47 Chuyên đề Toán 10:

Lập phương trình chính tắc của elip có tiêu cự bằng 6 và khoảng cách giữa hai đường chuẩn là $\frac{50}{3}$.

Lời giải:

Gọi phương trình chính tắc của elip đã cho là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$).

Theo đề bài ta có:

– Elip có tiêu cự bằng 6, suy ra $2c = 6$, suy ra $c = 3$.

– Khoảng cách giữa hai đường chuẩn là $\frac{50}{3}$, suy ra $2\frac{a}{e} = \frac{50}{3}$

$$\Rightarrow \frac{a}{e} = \frac{25}{3} \Rightarrow \frac{a^2}{c} = \frac{25}{3} \Rightarrow \frac{a^2}{3} = \frac{25}{3} \Rightarrow a^2 = 25 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 25 - 9 = 16.$$

Vậy phương trình chính tắc của elip đã cho là $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Bài 1 trang 47 Chuyên đề Toán 10:

Cho elip (E): $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$.

a) Tìm tâm sai, chiều dài, chiều rộng hình chữ nhật cơ sở của (E) và vẽ (E).

b) Tìm độ dài hai bán kính qua tiêu của điểm $M(0; 6)$ trên (E).

c) Tìm tọa độ hai tiêu điểm và viết phương trình hai đường chuẩn của (E).

Lời giải:

a) Có $a^2 = 64$, $b^2 = 36 \Rightarrow a = 8$, $b = 6 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$.

Tâm sai của (E) là $e = \frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{7}}{8} = \frac{\sqrt{7}}{4}$.

Chiều dài hình chữ nhật cơ sở là $2a = 16$, chiều rộng hình chữ nhật cơ sở là $2b = 12$.

Vẽ (E):

b) hai bán kính qua tiêu của điểm $M(0; 6)$ là $MF_1 = a + \frac{c}{a}x = 8 + \frac{\sqrt{7}}{4} \cdot 0 = 8$,

$$MF_2 = a - \frac{c}{a}x = 8 - \frac{\sqrt{7}}{4} \cdot 0 = 8.$$

Bài 2 trang 47 Chuyên đề Toán 10:

Tìm các điểm trên elip (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ có độ dài hai bán kính qua tiêu nhỏ nhất, lớn nhất.

Lời giải:

Xét điểm M có tọa độ là $(x; y)$.

+) Xét khoảng cách từ M đến F_1 .

Theo công thức độ dài bán kính qua tiêu ta có $MF_1 = a + \frac{c}{a}x$.

Mặt khác, vì M thuộc elip nên $-a \leq x \leq a$

$$\Rightarrow \frac{c}{a} \cdot (-a) \leq \frac{c}{a}x \leq \frac{c}{a} \cdot a \Rightarrow -c \leq \frac{c}{a}x \leq c \Rightarrow a - c \leq a + \frac{c}{a}x \leq a + c.$$

Vậy $a - c \leq MF_1 \leq a + c$.

Vậy độ dài MF_1 nhỏ nhất bằng $a - c$ khi M có hoành độ là $-a$, lớn nhất bằng $a + c$ khi M có hoành độ bằng a .

+) Xét khoảng cách từ M đến F_2 .

Theo công thức độ dài bán kính qua tiêu ta có $MF_2 = a - \frac{c}{a}x$.

Mặt khác, vì M thuộc elip nên $-a \leq x \leq a$

$$\Rightarrow \frac{c}{a} \cdot (-a) \leq \frac{c}{a}x \leq \frac{c}{a} \cdot a \Rightarrow -c \leq \frac{c}{a}x \leq c \Rightarrow c \geq -\frac{c}{a}x \geq -c \Rightarrow a + c \geq a + \frac{c}{a}x \geq a - c.$$

Vậy $a + c \geq MF_2 \geq a - c$.

Vậy độ dài MF_2 nhỏ nhất bằng $a - c$ khi M có hoành độ là a, lớn nhất bằng $a + c$ khi M có hoành độ bằng $-a$.

Trang 48

Bài 3 trang 48 Chuyên đề Toán 10:

Lập phương trình chính tắc của elip có tiêu cự bằng 12 và khoảng cách giữa hai đường chuẩn là $\frac{169}{6}$.

Lời giải:

Gọi phương trình chính tắc của elip đã cho là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$).

Theo đề bài ta có:

– Elip có tiêu cự bằng 12, suy ra $2c = 12$, suy ra $c = 6$.

– Khoảng cách giữa hai đường chuẩn là $\frac{169}{6}$, suy ra $2\frac{a}{e} = \frac{169}{6}$

$$\Rightarrow \frac{a}{e} = \frac{169}{12} \Rightarrow \frac{a^2}{c} = \frac{169}{12} \Rightarrow \frac{a^2}{6} = \frac{169}{12} \Rightarrow a^2 = 84,5 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 84,5 - 36 = 48,5.$$

Vậy phương trình chính tắc của elip đã cho là $\frac{x^2}{84,5} + \frac{y^2}{48,5} = 1$.

Bài 4 trang 48 Chuyên đề Toán 10:

Cho elip (E): $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$.

a) Tìm tâm sai và độ dài hai bán kính qua tiêu của điểm M(3; 0) trên (E).

b) Tìm điểm N trên (E) sao cho $NF_1 = NF_2$.

c) Tìm điểm S trên (E) sao cho $SF_1 = 2SF_2$.

Lời giải:

a) Có $a^2 = 9$, $b^2 = 1 \Rightarrow a = 3$, $b = 1 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

Tâm sai của (E) là $e = \frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Độ dài hai bán kính qua tiêu của điểm $M(3; 0)$ là $MF_1 = a + \frac{c}{a}x = 3 + \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot 3 = 3 + 2\sqrt{2}$, $MF_2 = a - \frac{c}{a}x = 3 - \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot 3 = 3 - 2\sqrt{2}$.

b) Gọi toạ độ của N là $(x; y)$. Khi đó $NF_1 = a + \frac{c}{a}x$, $NF_2 = a - \frac{c}{a}x$.

$$NF_1 = NF_2 \Leftrightarrow a + \frac{c}{a}x = a - \frac{c}{a}x \Leftrightarrow x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy có hai điểm N thoả mãn là $N_1(0; 1)$ và $N_2(0; -1)$.

c) Gọi toạ độ của S là $(x; y)$. Khi đó $SF_1 = a + \frac{c}{a}x$, $SF_2 = a - \frac{c}{a}x$.

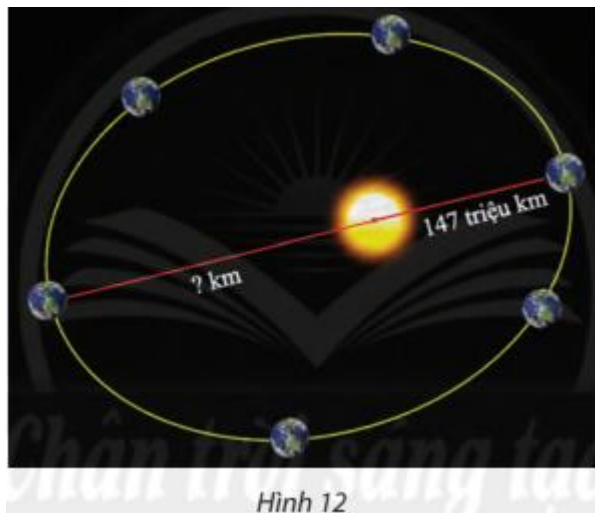
$$SF_1 = 2SF_2 \Leftrightarrow a + \frac{c}{a}x = 2\left(a - \frac{c}{a}x\right) \Leftrightarrow 3\frac{c}{a}x = a \Leftrightarrow x = \frac{a^2}{3c} = \frac{9}{3 \cdot 2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ y = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Vậy có hai điểm S thoả mãn là $S_1\left(\frac{3\sqrt{2}}{4}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ và $S_2\left(\frac{3\sqrt{2}}{4}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Bài 5 trang 48 Chuyên đề Toán 10:

Trái Đất chuyển động theo một quỹ đạo là đường elip có tâm sai là 0,0167 và nhận tâm Mặt Trời là một tiêu điểm. Cho biết khoảng cách gần nhất giữa Trái Đất và tâm Mặt Trời là khoảng 147 triệu km, tính khoảng cách xa nhất giữa Trái Đất và tâm Mặt Trời.
(Nguồn: <https://www.universetoday.com>)



Lời giải:

Chọn hệ trục tọa độ sao cho tâm Mặt Trời trùng với tiêu điểm F_1 của elip và trục Ox đi qua hai tiêu điểm của elip, đơn vị trên các trục tọa độ là triệu kilômét.

Khi đó phương trình của elip có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$).

Gọi tọa độ của Trái Đất là $M(x; y)$ thì khoảng cách giữa tâm Trái Đất và tâm Mặt Trời là $MF_1 = a - ex \geq a - ea$ (vì $x \leq a$). Do đó khoảng cách gần nhất giữa Trái Đất và tâm

Mặt Trời là $a - ea$, suy ra $a - ea = 147 \Rightarrow a = \frac{147}{1 - e}$.

Mặt khác vì $x \geq -a$ nên $a - ex \leq a + ea$ nên khoảng cách xa nhất giữa Trái Đất và tâm

Mặt Trời là $a + ea = a(1 + e) = \frac{147}{1 - e}(1 + e) \approx 152$ (triệu km).

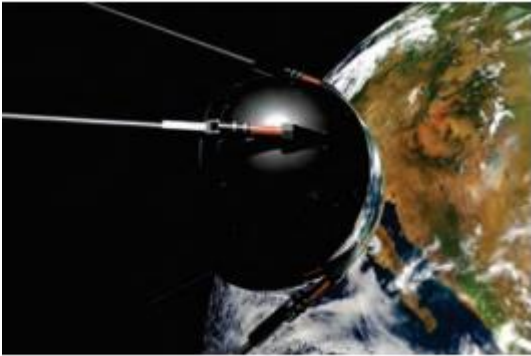
Vậy khoảng cách xa nhất giữa Trái Đất và tâm Mặt Trời là 152 triệu km.

Bài 6 trang 48 Chuyên đề Toán 10:

Ngày 04/10/1957, Liên Xô đã phóng thành công vệ tinh nhân tạo đầu tiên vào không gian, vệ tinh mang tên Sputnik I. Vệ tinh đó có quỹ đạo hình elip (E) nhận tâm Trái

Đất là một tiêu điểm. Cho biết khoảng cách xa nhất giữa vệ tinh và tâm Trái Đất là 7310 km và khoảng cách gần nhất giữa vệ tinh và tâm Trái Đất là 6586 km. Tìm tâm sai của quỹ đạo chuyển động của vệ tinh Sputnik I.

(Nguồn: <https://vi.wikipedia.org>)



Hình 13

Lời giải:

Chọn hệ trục tọa độ sao cho tâm Trái Đất trùng với tiêu điểm F_1 của elip (E) và trục Ox đi qua hai tiêu điểm của elip, đơn vị trên các trục tọa độ là kilômét.

Khi đó phương trình của elip có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$).

Gọi tọa độ của Trái Đất là $M(x; y)$ thì khoảng cách giữa vệ tinh và tâm Trái Đất là $MF_1 = a - ex$.

Vì $-a \leq x \leq a$ nên $a - ea \leq a - ex \leq a + ea$.

Do đó khoảng cách gần nhất giữa vệ tinh và tâm Trái Đất là $a - ea$ và khoảng cách xa nhất giữa vệ tinh và tâm Trái Đất là $a + ea \Rightarrow \begin{cases} a - ea = 6586 \\ a + ea = 7310 \end{cases}$.

Cộng theo vế 2 phương trình này ta được $2a = 113896$, suy ra $a = 6948$.

Thay vào phương trình thứ nhất ta được $6948 - 6948e = 6586 \Rightarrow e \approx 0,052$.

Vậy tâm sai của quỹ đạo chuyển động của vệ tinh Sputnik I là 0,052.

