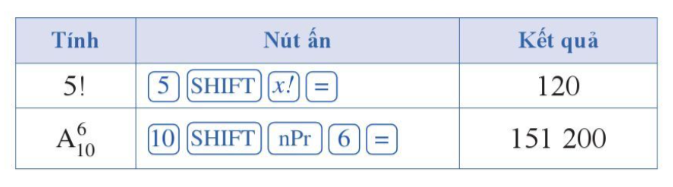
# Bài 2: Hoán vị. Chỉnh hợp

**Giải bài tập Toán 10 Bài 2: Hoán vị. Chỉnh hợp**  
**A. Các câu hỏi trong bài**  
**Giải Toán 10 trang 11 Tập 2**  
**Câu hỏi khởi động trang 11 Toán 10 Tập 2:** Trong vòng đấu loại trực tiếp của giải bóng đá, nếu sau khi kết thúc 90 phút thi đấu và hai hiệp phụ mà kết quả vẫn hòa thì loạt đá luân lưu 11 m sẽ được thực hiện. Trước hết, mỗi đội cử ra 5 cầu thủ thực hiện loạt đá luân lưu.   
   
Trong toán học, mỗi cách sắp xếp thứ tự đá luân lưu của 5 cầu thủ được gọi là gì?   
**Lời giải**  
Sau bài học này, ta sẽ biết được mỗi cách sắp xếp thứ tự đá luân lưu của 5 cầu thủ được gọi là một hoán vị của 5 cầu thủ đó.   
**Hoạt động 1 trang 11 Toán 10 Tập 2:** Huấn luyện viên chọn 5 cầu thủ An, Bình, Cường, Dũng, Hải đá luân lưu 11 m. Nêu ba cách xếp thứ tự đá luân lưu 11 m của 5 cầu thủ trên.   
**Lời giải**  
Ta có thể xếp thứ tự đá luân lưu 11 m của 5 cầu thủ như sau:   
Cách 1: An → Bình → Cường → Dũng → Hải.  
Cách 2: Cường → An → Bình → Hải → Dũng.  
Cách 3: Hải → Dũng → An → Cường → Bình.   
Có nhiều cách xếp thứ tự đá luân lưu 11 m của 5 cầu thủ, ngoài 3 cách xếp trên, ta cũng có thể xếp thứ tự theo các cách khác, miễn là thỏa mãn gồm cả 5 cầu thủ.   
**Hoạt động 2 trang 11 Toán 10 Tập 2:** Một lớp được chia thành 3 nhóm A, B, C để tham gia hoạt động thực hành trải nghiệm. Sau khi các nhóm thực hiện xong hoạt động, giáo viên sắp xếp thứ tự trình bày của 3 nhóm.   
a) Có bao nhiêu cách chọn nhóm trình bày thứ nhất?   
b) Sau khi đã chọn nhóm trình bày thứ nhất, có bao nhiêu cách chọn nhóm trình bày thứ hai?  
c) Sau khi đã chọn 2 nhóm trình bày thứ nhất và thứ hai, có bao nhiêu cách chọn nhóm trình bày thứ ba?  
d) Với mỗi cách chọn 3 nhóm như trên, giáo viên tạo ra một hoán vị của 3 phần tử. Tính số các hoán vị được tạo ra.   
**Lời giải**  
a) Do có 3 nhóm trình bày khác nhau trong lớp là nhóm A, B và C, nên chọn nhóm trình bày thứ nhất trong 3 nhóm trên thì có 3 cách chọn.   
b) Sau khi đã chọn nhóm trình bày thứ nhất, thì còn lại 2 nhóm trong lớp chưa trình bày, do đó có 2 cách chọn nhóm trình bày thứ hai.   
c) Sau khi đã chọn 2 nhóm trình bày thứ nhất và thứ hai, lớp còn lại 1 nhóm chưa trình bày, do đó có 1 cách chọn nhóm trình bày thứ ba.   
d) Việc chọn thứ tự nhóm trình bày là việc thực hiện ba hành động liên tiếp: chọn nhóm trình bày thứ nhất, chọn nhóm trình bày thứ hai và chọn nhóm trình bày thứ ba.   
Theo quy tắc nhân, số cách chọn thứ tự nhóm trình bày hay chính là số các hoán vị của 3 phần tử là: 3 . 2 . 1 = 6.   
Vậy số các hoán vị được tạo ra là 6.  
**Giải Toán 10 trang 12 Tập 2**  
**Luyện tập 1 trang 12 Toán 10 Tập 2:** Có bao nhiêu số gồm sáu chữ số đôi một khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6?  
**Lời giải:**  
Mỗi cách tạo ra một số gồm sáu chữ số đôi một khác nhau từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 là một hoán vị của 6 phần tử.   
Vậy số các số gồm sáu chữ số thỏa mãn yêu cầu bài toán được tạo thành là:   
P6 = 6! = 6 . 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 720 (số).  
**Hoạt động 3 trang 12 Toán 10 Tập 2:** Cho 3 điểm A, B, C không thẳng hàng. Liệt kê các vectơ (khác →00→) có điểm đầu và điểm cuối là 2 trong 3 điểm đã cho.   
**Lời giải**  
Ta có một vectơ khác vectơ →00→ thì có điểm đầu và điểm cuối khác nhau.   
Do đó, để tạo ra một vectơ như trên đề bài yêu cầu, ta phải chọn 2 trong 3 điểm A, B, C và xác định thứ tự 2 điểm đó.   
Vậy các vectơ lập được là: −−→AB,−−→BA,−−→AC,−−→CA,−−→BC,−−→CBAB→,   BA→,   AC→,   CA→,   BC→,   CB→.   
**Hoạt động 4 trang 12 Toán 10 Tập 2:** Một lớp có 4 nhóm học tập được đặt tên là A, B, C, D. Giáo viên thực hiện hành động sau: chọn 2 nhóm trong 4 nhóm, sau đó sắp xếp thứ tự trình bày của 2 nhóm đã được chọn ra. Nêu 4 kết quả thực hiện hành động của giáo viên.   
**Lời giải**  
Ta có kết quả thực hiện hành động của giáo viên là kết quả của hai hành động liên tiếp là chọn 2 nhóm trong 4 nhóm và xếp thứ tự của 2 nhóm được chọn.   
- Chọn 2 nhóm trong 4 nhóm: giáo viên chọn nhóm A và nhóm C, tiếp theo xếp thứ tự trình bày hai nhóm A và C, có 2 cách:  
+ Nhóm A trình bày trước rồi đến nhóm C.   
+ Nhóm C trình bày trước rồi đến nhóm A.   
- Chọn 2 nhóm khác trong 4 nhóm: giáo viên chọn nhóm C và nhóm D, tiếp theo xếp thứ tự trình bày hai nhóm C và D, có 2 cách:  
+ Nhóm C trình bày trước rồi đến nhóm D.   
+ Nhóm D trình bày trước rồi đến nhóm C.   
Vậy ta có 4 kết quả thực hiện hành động của giáo viên như sau:   
- Kết quả 1: Hai nhóm được chọn là A và C, nhóm A trình bày, sau đó nhóm C trình bày.   
- Kết quả 2: Hai nhóm được chọn là A và C, nhóm C trình bày, sau đó nhóm A trình bày.   
- Kết quả 3: Hai nhóm được chọn là C và D, nhóm C trình bày, sau đó nhóm D trình bày.   
- Kết quả 4: Hai nhóm được chọn là C và D, nhóm D trình bày, sau đó nhóm C trình bày.   
Ngoài 4 kết quả như trên thì còn nhiều kết quả khác, chẳng hạn ta cũng có thể chọn 2 nhóm trước là A và B rồi xếp thứ tự 2 nhóm này, hoặc là chọn 2 nhóm khác trước bất kì trong 4 nhóm A, B, C, D rồi xếp thứ tự hai nhóm đó, ta sẽ được các kết quả khác.  
**Giải Toán 10 trang 13 Tập 2**  
**Hoạt động 5 trang 13 Toán 10 Tập 2:** Một lớp được chia thành 5 nhóm A, B, C, D, E để tham gia hoạt động thực hành trải nghiệm. Sau khi các nhóm thực hiện xong hoạt động, giáo viên chọn 3 nhóm trong 5 nhóm và sắp xếp thứ tự trình bày kết quả hoạt động của 3 nhóm đã được chọn ra.   
a) Có bao nhiêu cách chọn nhóm trình bày thứ nhất?   
b) Sau khi đã chọn nhóm trình bày thứ nhất, có bao nhiêu cách chọn nhóm trình bày thứ hai?  
c) Sau khi đã chọn 2 nhóm trình bày thứ nhất và thứ hai, có bao nhiêu cách chọn nhóm trình bày thứ ba?  
d) Với mỗi cách chọn 3 nhóm như trên, giáo viên tạo ra một chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử. Tính số các chỉnh hợp được tạo ra.   
**Lời giải**  
a) Một lớp có 5 nhóm A, B, C, D, E, giáo viên chọn 3 nhóm bất kì trong 5 nhóm này.   
Nên khi chọn nhóm trình bày thứ nhất trong 3 nhóm được chọn ra, chính là chọn ra 1 nhóm từ 5 nhóm trên để trình bày thứ nhất (vì ta chưa biết được 3 nhóm được chọn ra gồm những nhóm nào). Có 5 cách chọn.   
Vậy có 5 cách chọn nhóm trình bày thứ nhất.   
b) Khi đã chọn được nhóm trình bày thứ nhất rồi, thì trong 3 nhóm được chọn, còn lại 2 nhóm và 2 nhóm này là 2 nhóm bất kì trong 4 nhóm còn lại của lớp, ta chọn tiếp 1 nhóm trong 4 nhóm còn lại để trình bày thứ hai.   
Vậy có 4 cách chọn nhóm trình bày thứ hai.   
c) Khi đã chọn được nhóm trình bày thứ nhất và thứ hai, thì chọn 3 nhóm được chọn, còn lại 1 nhóm và nhóm này là 1 trong 3 nhóm còn lại của lớp, ta chọn tiếp 1 nhóm trong 3 nhóm còn lại để trình bày thứ ba.   
Vậy có 3 cách chọn nhóm trình bày thứ ba.   
d) Với mỗi cách chọn 3 nhóm như trên, giáo viên tạo ra một chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử, việc chọn bộ ba nhóm như thế chính là việc thực hiện ba hành động liên tiếp: chọn nhóm trình bày thứ nhất, chọn nhóm trình bày thứ hai và chọn nhóm trình bày thứ ba.   
Do đó, theo quy tắc nhân, số cách chọn 3 nhóm như trên hay chính là số các chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử là: 5 . 4 . 3 = 60.   
Vậy số các chỉnh hợp được tạo ra là 60.  
**Giải Toán 10 trang 14 Tập 2**  
**Hoạt động 6 trang 14 Toán 10 Tập 2:** Ta có thể tính số các hoán vị và số các chỉnh hợp bằng máy tính cầm tay như sau:   
Nút giai thừa: x!x!; nút chỉnh hợp nPrnPr.   
   
**Lời giải**  
Ta bấm máy tính theo hướng dẫn ở trên.   
**Luyện tập 2 trang 14 Toán 10 Tập 2:** Trong vòng đấu loại trực tiếp của một giải bóng đá, nếu sau khi kết thúc 90 phút thi đấu và cả hai hiệp phụ của trận đấu mà kết quả vẫn hoà thì loạt đá luân lưu 11 m sẽ được thực hiện. Tính số cách chọn ra và xếp thứ tự 5 cầu thủ đá luân lưu từ đội bóng có 11 cầu thủ.  
**Lời giải**  
Việc chọn ra 5 cầu thủ đá luân lưu từ đội bóng có 11 cầu thủ chính là việc thực hiện chọn 5 cầu thủ từ 11 cầu thủ và xếp thứ tự đá luân lưu cho 5 cầu thủ được chọn đó.   
Mỗi cách chọn ra và xếp 5 cầu thủ như trên là một chỉnh hợp chập 5 của 11.   
Vậy có A511A115 = 11 . 10 . 9 . 8 . 7 = 55 440 cách chọn 5 cầu thủ thỏa mãn yêu cầu bài toán.  
**B. Bài tập**   
**Bài 1 trang 14 Toán 10 Tập 2:** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ta lập được bao nhiêu số tự nhiên:  
a) Gồm 8 chữ số đôi một khác nhau?  
b) Gồm 6 chữ số đôi một khác nhau?  
**Lời giải**  
Có tất cả 8 chữ số trong các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.  
a) Mỗi cách lập một số gồm 8 chữ số đôi một khác nhau từ các chữ số đã cho là một hoán vị của 8 chữ số trên.  
Vậy lập được P8 = 8! = 40 320 số gồm 8 chữ số đôi một khác nhau.  
b) Mỗi cách lập một số gồm 6 chữ số đôi một khác nhau từ các chữ số đã cho là một chỉnh hợp chập 6 của 8 chữ số trên.   
Vậy lập được A68A86 = 20 160 số gồm 6 chữ số đôi một khác nhau.  
**Bài 2 trang 14 Toán 10 Tập 2:** Trong chương trình ngoại khoá giáo dục truyền thống, 60 học sinh được trường tổ chức cho đi xem phim. Các ghế ở rạp được sắp thành các hàng. Mỗi hàng có 20 ghế.  
a) Có bao nhiêu cách sắp xếp 20 bạn để ngồi vào hàng đầu tiên?  
b) Sau khi sắp xếp xong hàng đầu tiên, có bao nhiêu cách sắp xếp 20 bạn để ngồi vào hàng thứ hai?  
c) Sau khi sắp xếp xong hai hàng đầu, có bao nhiêu cách sắp xếp 20 bạn để ngồi vào hàng thứ ba?  
**Lời giải**  
a) Việc sắp xếp 20 bạn ngồi vào hàng đầu tiên chính là việc thực hiện hai hành động liên tiếp là chọn ra 20 bạn học sinh trong 60 học sinh và xếp thứ tự 20 bạn đó vào hàng gồm 20 ghế.   
Mỗi cách xếp như trên chính là một chỉnh hợp chập 20 của 60 học sinh.  
Vậy có A2060A6020 cách sắp xếp 20 bạn để ngồi vào hàng đầu tiên.  
b) Sau khi sắp xếp xong 20 bạn vào hàng đầu tiên thì còn lại 60 – 20 = 40 học sinh, tương tự như câu a, ta lại tiếp tục chọn ra 20 bạn trong 40 bạn này để xếp vào hàng ghế thứ hai.   
Mỗi cách xếp như trên chính là một chỉnh hợp chập 20 của 40 học sinh.  
Vậy có A2040A4020 cách sắp xếp 20 bạn để ngồi vào hàng thứ hai.  
c) Sau khi sắp xếp xong hai hàng đầu, thì còn lại 60 – 20 – 20 = 20 học sinh. Ta xếp 20 học sinh này vào hàng ghế thứ ba gồm 20 ghế.   
Mỗi cách xếp 20 bạn học sinh này vào hàng ghế thứ ba là một hoán vị của 20 học sinh.   
Vậy có P20=A2020=20!P\_(20)=A2020=20! cách sắp xếp 20 bạn để ngồi vào hàng thứ ba.  
**Bài 3 trang 14 Toán 10 Tập 2:** Bạn Việt chọn mật khẩu cho email của mình là một dãy gồm 8 kí tự đôi một khác nhau, trong đó có 3 kí tự đầu tiên là 3 chữ cái trong bảng gồm 26 chữ cái in thường và 5 kí tự tiếp theo là chữ số. Bạn Việt có bao nhiêu cách tạo ra mật khẩu?  
**Lời giải**  
Để tạo ra một mật khẩu, bạn Việt thực hiện hai hành động liên tiếp: chọm 3 kí tự đầu tiên là 3 chữ cái và chọn 5 kí tự tiếp theo là chữ số.   
- Hành động 1: Chọn 3 kí tự đầu tiên chính là chọn 3 chữ cái trong 26 chữ cái và xếp thứ tự ba chữ cái đó. Mỗi cách xếp là một chỉnh hợp chập 3 của 26 phần tử. Do đó, có A326A263 cách chọn 3 kí tự đầu tiên.  
- Hành động 2: Chọn 5 kí tự tiếp theo chính là chọn 5 chữ số trong 10 chữ số (từ 0 đến 9) và xếp thứ tự 5 chữ số đó. Mỗi cách xếp là một chỉnh hợp chập 5 của 10 phần tử. Do đó, có A510A105 cách chọn 5 kí tự tiếp theo.   
Theo quy tắc nhân, vậy bạn Việt có A326.A510A263.A105 = 471 744 000 (cách tạo ra mật khẩu email).  
**Bài 4 trang 14 Toán 10 Tập 2:** Mỗi máy tính tham gia vào mạng phải có một địa chỉ duy nhất, gọi là địa chỉ IP, nhằm định danh máy tính đó trên Internet. Xét tập hợp A gồm các địa chỉ IP có dạng 192.168.abc.deg, trong đó a, d là các chữ số khác nhau được chọn ra từ các chữ số 1, 2, còn b, c, e, g là các chữ số đôi một khác nhau được chọn ra từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Hỏi tập hợp A có bao nhiêu phần tử?  
**Lời giải**  
Tập hợp A gồm các địa chỉ IP có dạng 192.168.abc.deg.   
Số phần tử của tập hợp A chính là số cách tạo ra các địa chỉ IP có dạng 192.168.abc.deg với a, d là các chữ số khác nhau được chọn ra từ các chữ số 1, 2, còn b, c, e, g là các chữ số đôi một khác nhau được chọn ra từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5.  
Ta có:   
- Chọn a và d từ các chữ số 1, 2, sao cho a, d khác nhau, mỗi cách chọn là một hoán vị của 2 phần tử, vậy có 2! = 2 cách chọn a và d.   
- Vì b, c, e, g là các chữ số đôi một khác nhau được chọn từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, mỗi cách chọn các chữ số b, c, e, g là một chỉnh hợp chập 4 của 6, do đó có A46=360A64=360 cách chọn.   
Theo quy tắc nhân, số phần tử của tập hợp A hay chính là số cách tạo được các địa chỉ IP thỏa mãn yêu cầu bài toán là 2 . 360 = 720.   
Vậy tập hợp A có 720 phần tử.   
**Bài 5 trang 14 Toán 10 Tập 2:** Một nhóm 22 bạn đi chụp ảnh kỷ yếu. Nhóm muốn trong bức ảnh có 7 bạn ngồi ở hàng đầu và 15 bạn đứng ở hàng sau. Có bao nhiêu cách xếp vị trí chụp ảnh như vậy?  
**Lời giải**  
Việc xếp vị trí chụp ảnh như trên là việc thực hiện hai hành động liên tiếp:   
- Hành động 1: Chọn ra 7 bạn trong 22 bạn để ngồi ở hàng đầu và xếp thứ tự 7 bạn đó. Mỗi cách xếp là một chỉnh hợp chập 7 của 22 phần tử. Do đó, có A722A227 cách.   
- Hành động 2: Xếp thứ tự 15 bạn còn lại đứng ở hàng sau. Mỗi cách xếp 15 bạn là một hoán vị của 15 phần tử. Do đó, có P15 = 15! cách.  
Theo quy tắc nhân, vậy số cách xếp vị trí chụp ảnh kỷ yếu để 7 bạn ngồi ở hàng đầu và 15 bạn đứng ở hàng sau là: A722.15!A227.15! (cách).  
 **Lý thuyết Hoán vị, chỉnh hợp**  
**I. Hoán vị**  
**1. Định nghĩa**  
Cho tập hợp A gồm n phần tử (n ∈ ℕ\*).  
Mỗi kết quả của sự sắp xếp thứ tự n phần tử của tập hợp A được gọi là một hoán vị của n phần tử đó.  
**Ví dụ:** Từ 3 chữ số 3, 5, 7 có thể lập được bao nhiêu số có ba chữ số khác nhau ?  
**Hướng dẫn giải**  
Mỗi cách sắp xếp ba chữ số đã cho để lập thành một số có ba chữ số khác nhau là một hoán vị của ba chữ số đó.  
Ta có các số sau : 357 ; 375 ; 537 ; 573 ; 735 ; 753.  
Vậy có 6 số có ba chữ số khác nhau lập từ ba chữ số 3, 5, 7.  
**2. Số các hoán vị**  
Kí hiệu Pn là số các hoán vị của n phần tử. Ta có Pn = n . (n – 1) … 2.1  
Quy ước : Tích 1.2…n được viết là n! (đọc là n giai thừa), tức là n! = 1 . 2 … n.  
Như vậy Pn = n!.  
**Ví dụ:** Có ba bạn học sinh Nam, Long, Vinh. Giáo viên muốn xếp ba bạn này vào 3 vị trí chỗ ngồi. Hỏi có bao nhiêu cách xếp.  
**Hướng dẫn giải**  
Xếp ba bạn Nam, Long, Vinh vào 3 vị trí chỗ ngồi là một hoán vị của 3 bạn.  
Ta có P3 = 3! = 1.2.3 = 6.  
Vậy có 6 cách xếp 3 bạn Nam, Long, Vinh vào ba vị trí chỗ ngồi.  
**II. Chỉnh hợp**  
**1. Định nghĩa**  
Cho tập hợp A gồm n phần tử và một số nguyên k với 1 ≤ k ≤ n. Mỗi kết quả của việc lấy k phần tử từ n phần tử của tập hợp A và sắp xếp chúng theo một thứ tự nào đó được gọi là một chỉnh hợp chập k của n phần tử đã cho.  
**Ví dụ:** Một nhóm có 10 học sinh trong đó có 3 bạn học sinh ưu tú là: Long, Hoa, Trung. Giáo viên muốn chọn ra 2 trong 3 bạn để bầu làm nhóm trưởng và nhóm phó.  
Hỏi có bao nhiêu cách để chọn.  
**Hướng dẫn giải**  
Có các cách để chọn 2 bạn một bạn làm nhóm trưởng, một bạn làm nhóm phó trong ba bạn là : Long – Hoa ; Hoa – Long ; Long – Trung ; Trung – Long ; Hoa – Trung ; Trung – Hoa.  
Vậy có 6 cách để chọn một học sinh nam và một học sinh nữ trong 3 bạn để làm phóm trưởng và nhóm phó.  
**2. Số cách chỉnh hợp**  
Kí hiệu AknAnk là số các chỉnh hợp chập k của n phần tử (1 ≤ k ≤ n).  
Ta có: AknAnk = n.(n – 1)…(n – k + 1).  
**Ví dụ:** Có 6 chữ số {1; 2; 3 ; 4 ; 5; 6}. Hỏi từ 6 chữ số trên ta lập được bao nhiêu số có 3 chữ số đôi một khác nhau.  
**Hướng dẫn giải**  
Từ 6 chữ số, ta lấy ba chữ số sau đó sắp xếp để được một số có ba chữ số khác nhau.  
Khi đó, số các số tạo thành là một chỉnh hợp chập 3 của 6 chữ số.  
Ta có A36A63 = 6.5.4 = 120.  
⇒ Có 120 số được tạo thành.  
Vậy từ 6 chữ số trên ta lập được 120 số có 3 chữ số đôi một khác nhau.  
**Xem thêm lời giải bài tập Toán lớp 10 Cánh diều hay, chi tiết khác:**   
Bài 3: Tổ hợp  
Bài 4: Nhị thức Newton  
Bài tập cuối chương 5  
Bài 1: Số gần đúng. Sai số  
Bài 2: Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm cho mẫu số liệu không ghép nhóm