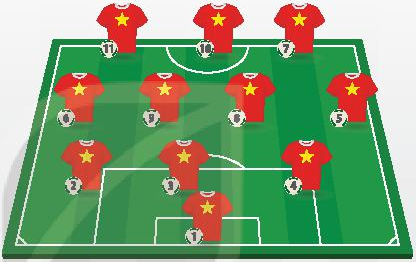
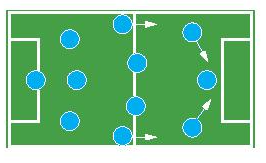
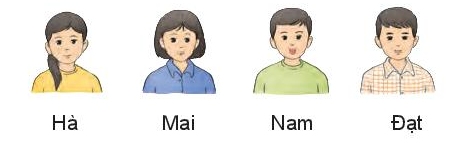
# Bài 24: Hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp

**Giải bài tập Toán 10 Bài 24: Hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp**  
**A. Các câu hỏi trong bài**  
**Giải Toán 10 trang 66 Tập 2**  
**Mở đầu trang 66 Toán 10 Tập 2:** Danh sách các cầu thủ của Đội tuyển bóng đá quốc gia tham dự một trận đấu quốc tế có 23 cầu thủ gồm 3 thủ môn, 7 hậu vệ, 8 tiền vệ và 5 tiền đạo. Huấn luyện viên rất bí mật, không cho ai biết đội hình (danh sách 11 cầu thủ) sẽ ra sân. Trong cuộc họp báo, ông chỉ tiết lộ đội sẽ đá theo sơ đồ 3 – 4 – 3 (nghĩa là 3 hậu vệ, 4 tiền vệ, 3 tiền đạo và 1 thủ môn). Đối thủ đã có danh sách 23 cầu thủ (tên và vị trí của từng cầu thủ) và rất muốn dự đoán đội hình, họ xét hết các khả năng có thể xảy ra. Hỏi nếu đối thủ đã dự đoán trước vị trí thủ môn thì họ sẽ phải xét bao nhiêu đội hình có thể?  
   
**Lời giải**  
Sau khi học xong kiến thức bài này, ta giải quyết bài toán mở đầu như sau:  
  
Vì mỗi đội hình gồm có 1 thủ môn, 3 hậu vệ, 4 tiền vệ và 3 tiền đạo và đã biết trước vị trí thủ môn, nên để chọn đội hình ta cần thực hiện 3 công đoạn:   
1. Chọn hậu vệ là chọn 3 trong số 7 hậu vệ: có C37C73 = 35 (cách).   
2. Chọn tiền vệ là chọn 4 trong số 8 tiền vệ: có C48C84 = 70 (cách).   
3. Chọn tiền đạo là chọn 3 trong số 5 tiền đạo: có C35C53 = 10 (cách).   
Vậy, theo quy tắc nhân, số các đội hình có thể có (khi đã biết vị trí thủ môn) là 35 . 70 . 10 = 24 500 (đội hình).   
**Hoạt động 1 trang 66 Toán 10 Tập 2:** Một nhóm gồm bốn bạn Hà, Mai, Nam, Đạt xếp thành một hàng, từ trái sang phải, để tham gia một cuộc phỏng vấn.  
   
a) Hãy liệt kê ba cách sắp xếp bốn bạn trên theo thứ tự.  
b) Có bao nhiêu cách sắp xếp thứ tự bốn bạn trên để tham gia phỏng vấn?  
**Lời giải**  
a) Ba cách sắp xếp bốn bạn trên theo thứ tự:  
Cách 1: Hà → Mai → Nam → Đạt.  
Cách 2: Mai → Nam → Đạt → Hà.  
Cách 3: Nam → Mai → Hà → Đạt.  
Ngoài ra, ta cũng có thể chọn các cách xếp khác, không nhất thiết phải giống trên, miễn sao xếp 4 bạn thành một hàng.   
b) Để xếp thứ tự 4 bạn tham gia phỏng vấn, ta thực hiện liên tiếp 4 công đoạn:  
- Chọn bạn thứ nhất: có 4 cách chọn;   
- Chọn bạn thứ hai: có 3 cách chọn;  
- Chọn bạn thứ ba: có 2 cách chọn;  
- Chọn bạn thứ tư: có 1 cách chọn.   
Vậy theo quy tắc nhân, số cách sắp xếp thứ tự 4 bạn là: 4 . 3 . 2 . 1 = 24 (cách).  
**Giải Toán 10 trang 67 Tập 2**  
**Luyện tập 1 trang 67 Toán 10 Tập 2:** Trong một cuộc thi điền kinh gồm 6 vận động viên chạy trên 6 đường chạy. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các vận động viên vào các đường chạy đó?  
**Lời giải**  
Mỗi cách sắp xếp 6 vận động viên vào 6 đường chạy là một hoán vị của 6 phần tử.  
Vậy số cách sắp xếp các vận động viên vào các đường chạy là: P6 = 6! = 720 (cách).  
**Hoạt động 2 trang 67 Toán 10 Tập 2:** Trong lớp 10T có bốn bạn Tuấn, Hương, Việt, Dung tham gia cuộc thi hùng biện của trường. Hỏi có bao nhiêu cách chọn:  
a) Hai bạn phụ trách nhóm từ bốn bạn?  
b) Hai bạn phụ trách nhóm, trong đó một bạn làm nhóm trưởng, một bạn làm nhóm phó?  
**Lời giải**  
a) Các cách chọn 2 bạn từ 4 bạn là: Tuấn – Hương, Tuấn – Việt, Tuấn – Dung, Hương – Việt, Hương – Dung, Việt – Dung.   
Vậy có 6 cách chọn 2 bạn phụ trách nhóm từ 4 bạn.   
b) Để chọn 2 bạn phụ trách nhóm, trong đó một bạn làm nhóm trưởng, một bạn làm nhóm phó, ta thực hiện hai công đoạn: chọn 1 bạn làm nhóm trưởng, chọn 1 bạn làm nhóm phó.   
+ Chọn 1 bạn làm nhóm trưởng trong 4 bạn: có 4 cách chọn.  
+ Sau khi chọn nhóm trưởng, còn lại 3 bạn, chọn 1 bạn làm nhóm phó trong 3 bạn: có 3 cách chọn.   
Vậy theo quy tắc nhân, số cách chọn 2 bạn, trong đó một bạn nhóm trưởng, một bạn nhóm phó là 4 . 3 = 12 (cách).  
**Giải Toán 10 trang 68 Tập 2**  
**Luyện tập 2 trang 68 Toán 10 Tập 2:** Trong một giải đua ngựa gồm 12 con ngựa, người ta chỉ quan tâm đến 3 con ngựa: con nhanh nhất, nhanh nhì và nhanh thứ ba. Hỏi có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra?  
**Lời giải**  
Vì người ta chỉ quan tâm đến 3 con ngựa về đầu trong 12 con ngựa nên ta chọn 3 con trong 12 con và xếp thứ tự: nhanh nhất, nhanh nhì và nhanh thứ ba.  
Mỗi cách chọn ra 3 con ngựa từ 12 con ngựa, rồi xếp thứ tự chúng là một chỉnh hợp chập 3 của 12.   
Vậy số kết quả có thể xảy ra là: A312=12!(12−3)!=12!9!A123=(12!)/(12−3!)=(12!)/(9!) = 1 320 (kết quả).   
**Hoạt động 3 trang 68 Toán 10 Tập 2:** Trở lại HĐ2.  
a) Hãy cho biết sự khác biệt khi chọn ra hai bạn ở câu HĐ2a và HĐ2b.  
b) Từ kết quả tính được ở câu HĐ2b (áp dụng chỉnh hợp), hãy chỉ ra cách tính kết quả ở câu HĐ2a.  
**Lời giải**  
a) Ở HĐ2a ta chỉ chọn 2 bạn từ 4 bạn, 2 bạn được chọn là bất kì không tính đến thứ tự.   
Ở HĐ2b ta chọn 2 bạn từ 4 bạn và sắp xếp thứ tự 2 bạn để chọn làm nhóm trưởng hoặc nhóm phó.  
b) Kết quả ở câu HĐ2b là chỉnh hợp chập 2 của 4 phần tử, nên số cách chọn là: A24A42 = 12.   
Ở câu HĐ2a, vì không cần sắp thứ tự 2 bạn được chọn nên số cách chọn sẽ giảm đi 2! lần so với việc chọn 2 bạn có sắp thứ tự, vậy số cách chọn là: A242!=122=6(A42)/(2!)=(12)/(2)=6.  
**Giải Toán 10 trang 69 Tập 2**  
**Luyện tập 3 trang 69 Toán 10 Tập 2:** Trong ngân hàng đề kiểm tra cuối học kì II môn Vật lí có 20 câu lí thuyết và 40 câu bài tập. Người ta chọn ra 2 câu lí thuyết và 3 câu bài tập trong ngân hàng đề để tạo thành một đề thi. Hỏi có bao nhiêu cách lập đề thi gồm 5 câu hỏi theo cách chọn như trên?  
**Lời giải**  
Để lập 1 đề thi gồm 5 câu, ta phải thực hiện 2 công đoạn liên tiếp: chọn 2 câu lí thuyết và chọn 3 câu bài tập:  
- Chọn 2 câu lí thuyết trong 20 câu lí thuyết ở ngân hàng đề là số các tổ hợp chập 2 của 20 phần tử, tức là có:   
C220=20!(20−2)!2!C202=(20!)/(20−2!2!) = 190 (cách).  
- Chọn 3 câu bài tập trong 40 câu bài tập ở ngân hàng đề là số các tổ hợp chập 3 của 40 phần tử, tức là có:   
C340=40!(40−3)!3!C403=(40!)/(40−3!3!) = 9 880 (cách).  
Vậy theo quy tắc nhân, số cách để lập đề kiểm tra là: 190 . 9 880 = 1 877 200 (cách).  
**Giải Toán 10 trang 70 Tập 2**  
**Vận dụng trang 70 Toán 10 Tập 2:** Một câu lạc bộ có 20 học sinh.  
a) Có bao nhiêu cách chọn 6 thành viên vào Ban quản lí?  
b) Có bao nhiêu cách chọn Trưởng ban, 1 Phó ban, 4 thành viên khác vào Ban quản lí?  
**Lời giải**  
a) Mỗi cách chọn 6 thành viên từ 20 học sinh vào Ban quản lí là một tổ hợp chập 6 của 20 phần tử.  
Vậy số cách chọn 6 thành viên vào Ban quản lí là: C620C206 = 38 760 (cách).  
b) Số cách chọn 2 vị trí Trưởng ban và Phó ban là: A220=380A202=380 (cách). (chọn 2 trong 20 và xếp thứ tự nên ta dùng chỉnh hợp).   
Khi đó số thành viên còn lại của câu lạc bộ là 20 – 2 = 18 người.   
Do đó, số cách chọn 4 thành viên khác vào Ban quản lí là: C418=3060C184=3060 (cách).   
Vậy số cách chọn 1 Trưởng ban, 1 Phó ban, 4 thành viên khác vào Ban quản lí là:   
380 . 3 060 = 1 162 800 (cách).  
**B. Bài tập**  
**Bài 8.6 trang 70 Toán 10 Tập 2:** Một hoạ sĩ cần trưng bày 10 bức tranh nghệ thuật khác nhau thành một hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách để hoạ sĩ sắp xếp các bức tranh?  
**Lời giải**  
Mỗi cách sắp xếp 10 bức tranh thành 1 hàng ngang là một hoán vị của 10 phần tử.   
Vậy số cách để họa sĩ sắp xếp các bức tranh là: P10 = 10! = 3 628 800 (cách).  
**Bài 8.7 trang 70 Toán 10 Tập 2:** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau?  
**Lời giải**  
Để lập số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, ta cần thực hiện 2 công đoạn: chọn chữ số hàng trăm và chọn 2 chữ số hàng chục và hàng đơn vị.  
- Chọn chữ số hàng trăm từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, chữ số này phải khác 0, nên có 4 cách chọn.   
- Chọn 2 chữ số tiếp theo từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, hai chữ số này khác nhau và khác chữ số hàng trăm, nên số cách chọn chính là số chỉnh hợp chập 2 của 4. Do đó có: A24=12A42=12 cách chọn.   
Vậy theo quy tắc nhân, có 4 . 12 = 48 số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4.   
**Bài 8.8 trang 70 Toán 10 Tập 2:** Có bao nhiêu cách chọn một tập hợp gồm hai số nguyên dương nhỏ hơn 100? Có bao nhiêu cách chọn một tập hợp gồm ba số nguyên dương nhỏ hơn 100?  
**Lời giải**  
Có 99 số nguyên dương nhỏ hơn 100 (từ số 1 đến số 99).  
+ Mỗi cách chọn hai số nguyên dương nhỏ hơn 100 là một tổ hợp chập 2 của 99 phần tử, nên số cách chọn là: C299C992 = 4 851 (cách).  
+ Mỗi cách chọn ba số nguyên dương nhỏ hơn 100 là một tổ hợp chập 3 của 99 phần tử, nên số cách chọn là: C399C993 =156 849 (cách).  
**Bài 8.9 trang 70 Toán 10 Tập 2:** Bạn Hà có 5 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Có bao nhiêu cách để Hà chọn ra đúng 2 viên bi khác màu?  
**Lời giải**  
Để chọn ra 2 viên bi khác màu thì Hà phải chọn được 1 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ.  
- Số cách chọn ra 1 viên bi xanh là: C15C51 = 5 (cách).  
- Số cách chọn ra 1 viên bi đỏ là: C17C71 = 7 cách.  
Do đó, số cách chọn 2 viên bi khác màu là: 5 . 7 = 35 (cách).  
**Giải Toán 10 trang 71 Tập 2**  
**Bài 8.10 trang 71 Toán 10 Tập 2:** Một câu lạc bộ cờ vua có 10 bạn nam và 7 bạn nữ. Huấn luyện viên muốn chọn 4 bạn đi thi đấu cờ vua.  
a) Có bao nhiêu cách chọn 4 bạn nam?  
b) Có bao nhiêu cách chọn 4 bạn không phân biệt nam, nữ?  
c) Có bao nhiêu cách chọn 4 bạn, trong đó có 2 bạn nam và 2 bạn nữ?  
**Lời giải**  
a) Mỗi cách chọn 4 bạn nam trong 10 bạn nam là một tổ hợp chập 4 của 10 phần tử.  
Vậy số cách chọn 4 bạn nam là: C410C104 = 210 (cách).  
b) Tổng số bạn cả nam và nữ của câu lạc bộ cờ vua là: 10 + 7 = 17 (bạn).   
Mỗi cách chọn 4 bạn không phân biệt nam, nữ từ 17 bạn trên là một tổ hợp chập 4 của 17 phần tử.  
Vậy số cách chọn 4 bạn không phân biệt nam, nữ là: C417C174 = 2 380 (cách).  
c) Việc chọn 4 bạn, trong đó có 2 bạn nam và 2 bạn nữ là việc thực hiện liên tiếp 2 công đoạn:  
- Chọn 2 bạn nam trong 10 nam, có: C210C102 = 45 (cách).  
- Chọn 2 bạn nữ trong 7 nữ, có: C27C72 = 21 (cách).  
Vậy số cách chọn 4 bạn, có 2 nam, 2 nữ là: 45 . 21 = 945 (cách).  
**Bài 8.11 trang 71 Toán 10 Tập 2:** Có bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 5 mà mỗi số có bốn chữ số khác nhau?  
**Lời giải**  
Số tự nhiên chia hết cho 5 thì có chữ số tận cùng là 0 hoặc 5. Do đó có 2 trường hợp.   
- Trường hợp 1: Chữ số hàng đơn vị là 0.   
Số cách chọn các chữ số hàng nghìn, hàng trăm và hàng chục là số các chỉnh hợp chập 3 của 9 và là: A39=504A93=504 (cách).   
Vậy trong trường hợp này có 504 số.   
- Trường hợp 2: Chữ số hàng đơn vị là 5.   
Số cách chọn chữ số hàng nghìn là 8 (do chữ số này phải khác 0).   
Số cách chọn các chữ số hàng trăm và hàng chục là số các chỉnh hợp chập 2 của 8 và là: A28=56A82=56 (cách).   
Vậy trong trường hợp này có: 8 . 56 = 448 (số).   
Vì hai trường hợp là rời nhau, do đó theo quy tắc cộng có 504 + 448 = 952 số tự nhiên chia hết cho 5 mà mỗi số có bốn chữ số khác nhau.  
 **Lý thuyết Hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp**  
**1. Hoán vị**  
Một hoán vị của một tập hợp có n phần tử là một cách sắp xếp có thứ tự n phần tử đó (với n là một số tự nhiên, n ≥ 1).  
Số các hoán vị của tập hợp có n phần tử, kí hiệu là Pn, được tính bằng công thức  
Pn = n.(n – 1).(n – 2) … 2.1.  
**Chú ý :**  
+ Kí hiệu n.(n – 1).(n – 2) … 2.1 là n! (đọc là n giai thừa), ta có : Pn = n!.  
Chẳng hạn với n = 3 ta có P3 = 3! = 3.2.1 = 6.  
+ Quy ước 0! = 1.  
**Ví dụ :** Từ 3 chữ số 1, 6, 9 có thể lập được bao nhiêu số có ba chữ số khác nhau ?  
**Hướng dẫn giải**  
Mỗi cách sắp xếp ba chữ số đã cho để lập thành một số có ba chữ số khác nhau là một hoán vị của ba chữ số đó.  
Do đó ta có số các số thỏa mãn là: P3 = 3! = 3.2.1 = 6 (số).  
Vậy có 6 số có ba chữ số khác nhau lập từ ba chữ số 1, 6, 9.  
**2. Chỉnh hợp**  
Một chỉnh hợp chập k của n là một cách sắp xếp có thứ tự k phần tử từ một tập hợp n phần tử (với k, n là các số tự nhiên, 1 ≤ k ≤ n).  
Số các chỉnh hợp chập k của n, kí hiệu là AknAnk, được tính bằng công thức:  
AknAnk = n.(n – 1)…(n – k + 1) hay Akn=n!(n−k)!Ank=(n!)/((n−k)!)(1 ≤ k ≤ n).  
**Chú ý :**  
+ Hoán vị sắp xếp tất cả các phần tử của tập hợp, còn chỉnh hợp chọn ra một số phần tử và sắp xếp chúng.  
+ Mỗi hoán vị của n phần tử cũng chính là một chỉnh hợp chập n của n phần tử đó. Vì vậy Pn = AnnAnn  
**Ví dụ:** Một nhóm có 8 học sinh, giáo viên muốn chọn ra hai bạn, trong đó một bạn làm nhóm trưởng và một bạn làm nhóm phó. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ?  
**Hướng dẫn giải**  
Mỗi cách chọn lần lượt 2 bạn trong 8 bạn, một bạn làm nhóm trưởng và một bạn làm nhóm phó là một chỉnh hợp chập 2 của 8 học sinh.  
Ta có : A28=8!(8−2)!=56A82=(8!)/((8−2)!)=56  
Vậy có 56 cách chọn ra 2 trong 8 bạn, một bạn làm nhóm trưởng, một bạn làm nhóm phó.  
**3. Tổ hợp**  
Một tổ hợp chập k của n là một cách chọn k phần tử từ một tập hợp n phần tử (với k, n là các số tự nhiên, 0 ≤ k ≤ n).  
Số các tổ hợp chập k của n, kí hiệu là CknCnk, được tính bằng công thức :  
Ckn=n!(n−k)!k!(0≤k≤n)Cnk=(n!)/((n−k)!k!)(0≤k≤n)  
**Chú ý :**  
+) <Ckn=Aknk!Cnk=(Ank)/(k!)  
+) Chỉnh hợp và tổ hợp có điểm giống nhau là đều chọn một số phần tử trong một tập hợp, nhưng khác nhau ở chỗ, chỉnh hợp là chọn có xếp thứ tự, còn tổ hợp là chọn không xếp thứ tự.  
**Ví dụ :** Một tổ có 10 người, bạn tổ trưởng muốn cử ra 5 bạn đi trực nhật. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ?  
**Hướng dẫn giải**  
Mỗi cách chọn lần lượt 5 bạn trong 10 bạn đi trực nhật là một tổ hợp chập 5 của 10.  
Ta có C510=10!(10−5)!5!=252C105=(10!)/((10−5)!5!)=252  
Vậy có 252 cách chọn 5 trong 10 bạn đi trực nhật.  
**4. Ứng dụng hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp vào các bài toán đếm**  
Các khái niệm hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp liên quan mật thiết với nhau và là những khái niệm cốt lõi của các phép đếm. Rất nhiều bài toán liên quan đến việc lựa chọn, việc sắp xếp, vì vậy các công thức tính Pn, AknAnk, CknCnk sẽ được dùng rất nhiều.  
**Ví dụ :** Ở các căn hộ chung cư, người ta thường dùng các chữ số để tạo mật mã mở cửa. Gia đình bác An đặt mật mã nhà là một dãy số gồm 6 chữ số đôi một khác nhau. Hỏi bác An có bao nhiêu cách tạo mật mã ?  
**Hướng dẫn giải**  
Các chữ số có một chữ số để tạo mật mã là 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9.  
Vì mật mã nhà là một dãy số gồm 6 chữ số đôi một khác nhau nên mỗi mật mã là một chỉnh hợp chập 6 của 10 chữ số.  
Ta có A610=10!(10−6)!=151200A106=(10!)/((10−6)!)=151200  
Vậy có 151 200 cách để bác An tạo mật mã cửa.  
**5. Sử dụng máy tính cầm tay**  
Ta có thể dùng máy tính cầm tay để tính số các hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp.  
**Hoán vị**  
Để tính n!, ta ấn phím theo trình tự sau :  
Ấn số n, ấn phím, sau đó ấn phím. Khi đó kết quả sẽ hiển thị ở dòng kết quả.  
**Ví dụ :** Tính 9!  
Ta ấn liên tiếp các phím như sau  
Dòng kết quả hiện ra 362 880.  
Vậy 9! = 362 880.  
**Chỉnh hợp**  
Để tính AknAnk ta ấn theo trình tự sau :  
Ấn số n, ấn phímấn số k, sau đó ấn phím. Khi đó kết quả sẽ hiển thị ở dòng kết quả.  
**Ví dụ:** Tính A215A152  
Ta ấn các phím theo trình tự sau :  
Dòng kết quả hiện ra 210.  
Vậy A215A152 = 210.  
**Tổ hợp**  
Để tính <CknCnk ta ấn phím theo trình tự sau :  
Ấn số n, ấn phím, ấn số k, sau đó ấn phím. Khi đó, kết quả sẽ hiển thị ở dòng kết quả.  
**Ví dụ:** Tính C520C205  
Ta ấn các phím theo trình tự sau :  
Dòng kết quả hiện ra 15 504.  
Vậy C520C205= 15 504.  
**Xem thêm lời giải bài tập Toán lớp 10 Kết nối tri thức với cuộc sống hay, chi tiết khác:**  
Bài 25: Nhị thức Newton  
Bài tập cuối chương 8  
Bài 26: Biến cố và định nghĩa cổ điển của xác suất  
Bài 27: Thực hành tính xác suất theo định nghĩa cổ điển  
Bài tập cuối chương 9