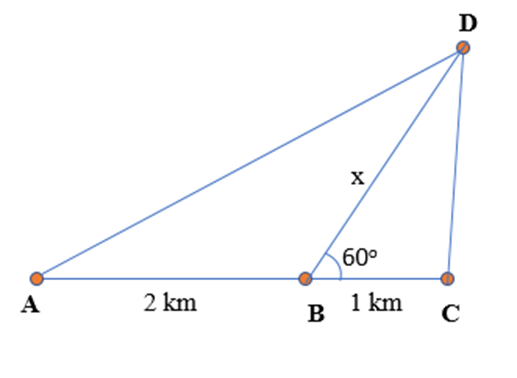
# Lý thuyết Bài 18: Phương trình quy về phương trình bậc hai

**Lý thuyết Toán 10 Bài 18: Phương trình quy về phương trình bậc hai - Kết nối tri thức**  
**A. Lý thuyết Phương trình quy về phương trình bậc hai**  
**1. Phương trình dạng √ax2+bx+c=√dx2+ex+fax2+bx+c=dx2+ex+f**  
Để giải phương trình √ax2+bx+c=√dx2+ex+f√(ax^(2)+bx+c)=√(dx^(2)+ex+f) ta thực hiện như sau:  
- Bình phương hai vế và giải phương trình nhận được;  
- Thử lại các giá trị tìm được ở trên có thỏa mãn phương trình đã cho hay không và kết luận nghiệm.  
**Ví dụ:** Giải phương trình √x2−7x=√−x2−8x+3√(x^(2)−7x)=√(−x^(2)−8x+3)  
**Hướng dẫn giải**  
Bình phương hai vế của phương trình √x2−7x=√−x2−8x+3√(x^(2)−7x)=√(−x^(2)−8x+3) , ta được:  
x2 – 7x = –x2 – 8x + 3  
⇒ 2x2 + x – 3 = 0.  
Giải phương trình 2x2 + x – 3 = 0 ta được x1 = 1 và x2 = −32−(3)/(2) .  
Thay lần lượt x1 = 1 và x2 = −32−(3)/(2) vào ta thấy chỉ có giá trị x2 = −32−(3)/(2) thỏa mãn.  
Vậy phương trình có nghiệm là x = −32−(3)/(2).  
**2. Phương trình dạng √ax2+bx+c=dx+eax2+bx+c=dx+e**   
Để giải phương trình √ax2+bx+c=dx+e√(ax^(2)+bx+c)=dx+e , ta thực hiện như sau:  
- Bình phương hai vế và giải phương trình nhận được;  
- Thử lại các giá trị tìm được ở trên có thỏa mãn phương trình đã cho hay không và kết luận nghiệm.  
**Ví dụ:**Giải phương trình √4x2+x−1=−x+1√(4x^(2)+x−1)=−x+1  
Bình phương hai vế của phương trình , ta được:  
4x2 + x – 1 = (–x + 1)2  
⇒ 4x2 + x – 1 = x2 – 2x + 1  
⇒ 3x2 + 3x – 2 = 0.  
Giải phương trình 3x2 + 3x – 2 = 0 ta được x1=−3+√336x\_(1)=(−3+√(33))/(6) và x2=−3−√336x\_(2)=(−3−√(33))/(6)  
Thay lần lượt x1=−3+√336x\_(1)=(−3+√(33))/(6) và x2=−3−√336x\_(2)=(−3−√(33))/(6) vào √4x2+x−1=−x+1√(4x^(2)+x−1)=−x+1 ta thấy cả hai giá trị x1=−3+√336x\_(1)=(−3+√(33))/(6) và x2=−3−√336x\_(2)=(−3−√(33))/(6) đều thỏa mãn.  
Vậy phương trình có hai nghiệm là x1=−3+√336x\_(1)=(−3+√(33))/(6) và x2=−3−√336x\_(2)=(−3−√(33))/(6)  
  
**B. Bài tập Phương trình quy về phương trình bậc hai**  
**1. Bài tập trắc nghiệm**  
**Câu 1.** Nghiệm của phương trình √5x2−6x−4√(5x^(2)−6x−4) = 2(x - 1) là:  
**A.** x = – 4;  
**B.** x = 2;  
**C.** x = 1;  
**D.** [x=−4x=2x=−4x=2.  
**Hiển thị đáp án**  
  
**Đáp án đúng là: B**  
Điều kiện của phương trình 5x2 – 6x – 4 ≥ 0 ⇔ ⎡⎢⎣x≤3−√295x≥3+√295x≤(3−√(29))/(5)x≥(3+√(29))/(5)  
√5x2−6x−4√(5x^(2)−6x−4) = 2(x - 1) ⇔ {2(x−1)≥05x2−6x−4=4(x−1)22x−1≥05x^(2)−6x−4=4x−1^(2)  
⇔ {x≥1x2+2x−8=0x≥1x^(2)+2x−8=0⇔ ⎧⎪⎨⎪⎩x≥1[x=2x=−4x≥1x=2x=−4⇔ x = 2.  
Vậy nghiệm của phương trình là x = 2.  
  
  
**Câu 2.**Nghiệm của phương trình √3x+13√(3x+13) = x + 3 là:  
**A.** [x=−4x=1x=−4x=1;  
**B.** x = - 4;  
**C.** [x=4x=−1x=4x=−1;  
**D.** x = 1.  
**Hiển thị đáp án**  
  
**Đáp án đúng là: D**  
√3x+13√(3x+13) = x + 3  
⇒ 3x + 13 = x2 + 6x + 9  
⇒ x2 + 3x – 4 = 0  
⇒ x = 1 hoặc x = -4.  
Thay hai giá trị của x vào phương trình đã cho ta thấy x = 1 thỏa mãn.  
Vậy phương trình đã cho nghiệm là x = 1.  
  
  
**Câu 3.**Số nghiệm của phương trình √x2+5√(x^(2)+5) = x2 - 1 là:  
**A.**1;  
**B.**2;  
**C.**0;  
**D.** 4.  
**Hiển thị đáp án**  
  
**Đáp án đúng là: B**  
Điều kiện của phương trình x2 + 5 ≥ 0 với ∀ x ∈ ℝ  
√x2+5√(x^(2)+5) = x2 - 1 ⇔ {x2−1≥0x2+5=(x2−1)2x^(2)−1≥0x^(2)+5=x^(2)−1^(2)⇔ ⎧⎪⎨⎪⎩[x≥1x≤−1x4−3x2−4=0x≥1x≤−1x^(4)−3x^(2)−4=0  
⇔ ⎧⎪  
⎪  
⎪  
⎪⎨⎪  
⎪  
⎪  
⎪⎩[x≥1x≤−1[x2=−1(VL)x2=4x≥1x≤−1x^(2)=−1VLx^(2)=4⇔ ⎧⎪  
⎪  
⎪  
⎪⎨⎪  
⎪  
⎪  
⎪⎩[x≥1x≤−1[x=2x=−2x≥1x≤−1x=2x=−2⇔ [x=−2x=2x=−2x=2 (thỏa mãn điều kiện).  
Vậy phương trình có 2 nghiệm.  
  
  
**Câu 4.** Phương trình: √x2+x+4+√x2+x+1√(x^(2)+x+4)+√(x^(2)+x+1) = √2x2+2x+9√(2x^(2)+2x+9) có tích các nghiệm là:  
**A.** P = 1;  
**B.** P = – 1;  
**C.** P = 0;  
**D.** P = 2.  
**Hiển thị đáp án**  
  
**Đáp án đúng là C**  
Tập xác định D = ℝ, đặt t = x2 + x + 1 (t ≥ 0).  
Phương trình đã cho trở thành √t+3+√t=√2t+7√(t+3)+√(t)=√(2t+7) ⇔ 2t + 3 + 2√t(t+3)√(tt+3) = 2t + 7  
⇔ √t(t+3)√(tt+3) = 2  
⇔ t(t + 3) = 4  
⇔ t2 + 3t – 4 = 0  
⇔ [t=1t=−4t=1t=−4  
Kết hợp điều kiện thấy t = 1 thỏa mãn.  
Với t = 1 ta có x2 + x + 1 = 1 ⇔ [x=0x=−1x=0x=−1.  
Thay lần lượt các giá trị x = 0 và x = -1 vào phương trình đã cho ta thấy cả hai giá trị đều thỏa mãn.  
Vậy tích các nghiệm của phương trình (-1).0 = 0.  
  
  
**Câu 5.**Số nghiệm của phương trình √3−x+x2√(3−x+x^(2)) - √2+x−x2√(2+x−x^(2)) = 1 là:  
**A.** 0;  
**B.** 1;  
**C.** 2;  
**D.** 3.  
**Hiển thị đáp án**  
  
**Đáp án đúng là: C**  
Điều kiện: {3−x+x2≥02+x−x2≥03−x+x^(2)≥02+x−x^(2)≥0⇔ 1 ≤ x ≤ 2  
Ta có √3−x+x2√(3−x+x^(2)) - √2+x−x2√(2+x−x^(2)) = 1  
⇔ {−1≤x≤23−x+x2=1+2+x−x2+2√2+x−x2−1≤x≤23−x+x^(2)=1+2+x−x^(2)+2√(2+x−x^(2))  
⇔ {−1≤x≤22+x−x2+√2+x−x2−2=0(1)−1≤x≤22+x−x^(2)+√(2+x−x^(2))−2=0(1).  
Đặt √2+x−x2√(2+x−x^(2)) = t(t ≥ 0)  
Từ (1) ta có phương trình t2 + t – 2 = 0 ⇔ [t=1t=−2t=1t=−2  
Kết hợp với điều kiện t = 1 thỏa mãn  
Với t = 1 ta có √2+x−x2√(2+x−x^(2)) = 1 => x2 - x - 1= 0 ⇔ x = 1±√52(1±√(5))/(2) ( thỏa mãn)  
Vậy phương trình có 2 nghiệm.  
  
  
**2. Bài tập tự luận**  
**Bài 1:**Giải các phương trình sau :  
a) √x2+x+2=√x2−x+1√(x^(2)+x+2)=√(x^(2)−x+1)  
b) √x2−2x=√−3x2−x+1√(x^(2)−2x)=√(−3x^(2)−x+1)  
**Hướng dẫn giải**  
a) Bình phương hai vế của phương trình √x2+x+2=√x2−x+1√(x^(2)+x+2)=√(x^(2)−x+1) , ta được:  
x2 + x + 2 = x2 – x + 1  
⇒ 2x = – 1  
⇒ x = −12−(1)/(2)  
Thay x = −12−(1)/(2) vào phương trình √x2+x+2=√x2−x+1√(x^(2)+x+2)=√(x^(2)−x+1) ta thấy thỏa mãn.  
Vậy phương trình √x2+x+2=√x2−x+1√(x^(2)+x+2)=√(x^(2)−x+1) có nghiệm là x = −12−(1)/(2) .  
b) Bình phương hai vế của phương trình √x2−2x=√−3x2−x+1√(x^(2)−2x)=√(−3x^(2)−x+1) , ta được:  
x2 – 2x = –3x2 – x + 1  
⇒ 4x2 – x – 1 = 0  
Phương trình 4x2 – x – 1 = 0 có hai nghiệm phân biệt là  
x1=1+√178x\_(1)=(1+√(17))/(8) và x2=1−√178x\_(2)=(1−√(17))/(8) .  
Thay lần lượt x1=1+√178x\_(1)=(1+√(17))/(8) và x2=1−√178x\_(2)=(1−√(17))/(8)vào phương trình √x2−2x=√−3x2−x+1√(x^(2)−2x)=√(−3x^(2)−x+1) ta thấy chỉ có x2=1−√178x\_(2)=(1−√(17))/(8) thỏa mãn.  
Vậy phương trình √x2−2x=√−3x2−x+1√(x^(2)−2x)=√(−3x^(2)−x+1) có nghiệm là x=1−√178x=(1−√(17))/(8)  
**Bài 2:**Giải các phương trình sau:  
a) **√4x2+3x+1=−2x+14x2+3x+1=−2x+1**  
b) **.√−x2+2x+33−x=−x+5−x2+2x+33−x=−x+5**  
**Hướng dẫn giải**  
a) Bình phương hai vế của phương trình √4x2+3x+1=−2x+1√(4x^(2)+3x+1)=−2x+1 , ta được:  
4x2 + 3x + 1 = 4x2 – 4x + 1  
⇒ 7x = 0  
⇒ x = 0  
Thay x = 0 vào phương trình √4x2+3x+1=−2x+1√(4x^(2)+3x+1)=−2x+1 ta thấy thỏa mãn.  
Vậy phương trình √4x2+3x+1=−2x+1√(4x^(2)+3x+1)=−2x+1 có nghiệm là x = 0.  
b) Ta có √−x2+2x+33−x=−x+5⇔√−x2+2x+33=5√(−x^(2)+2x+33)−x=−x+5⇔√(−x^(2)+2x+33)=5  
Bình phương hai vế của phương trình √−x2+2x+33=5√(−x^(2)+2x+33)=5 , ta được:  
– x2 + 2x + 33 = 25  
⇒ – x2 + 2x + 8 = 0  
Phương trình –x2 + 2x + 8 = 0 có hai nghiệm phân biệt x1 = –2 và x2 = 4.  
Thay lần lượt x1 = –2 và x2 = 4 vào phương trình √−x2+2x+33=5√(−x^(2)+2x+33)=5ta thấy cả hai giá trị đều thỏa mãn.  
Vậy phương trình √−x2+2x+33−x=−x+5√(−x^(2)+2x+33)−x=−x+5 có hai nghiệm là x1 = –2 và x2 = 4.  
**Bài 3:** Nhà của An, Minh, Quân và Long lần lượt nằm trên các vị trí A, B, C, D như hình vẽ sau. Biết nhà An cách nhà Minh 2 km, nhà Minh cách nhà Quân 1 km. Biết khoảng cách từ nhà Long đến nhà Quân bằng 23(2)/(3) khoảng cách từ nhà Long đến nhà An. Tính khoảng cách từ nhà Long đến nhà Minh.  
  
**Hướng dẫn giải**  
Gọi khoảng cách từ nhà Long đến nhà Minh là x (km), tức là DB = x km.  
Nhà An cách nhà Minh 2 km nên AB = 2 km.  
Nhà Minh cách nhà Quân 1 km nên BC = 1 km.  
- Áp dụng định lí Côsin cho tam giác DBC ta có :  
DC2 = DB2 + BC2 – 2.DB.BC.cosˆDBCDBC^ = x2 + 12 – 2.x.1.cos60° = x2– x + 1  
⇒ DC = √x2−x+1√(x^(2)−x+1) .  
Suy ra khoảng cách từ nhà Long đến nhà Quân là √x2−x+1√(x^(2)−x+1) (km)  
Ta có ˆDBA+ˆDBC=180oDBA^+DBC^=180^(o)(hai góc kề bù)  
Suy ra : ˆDBA=180o−ˆDBC=180o−60o=120oDBA^=180^(o)−DBC^=180^(o)−60^(o)=120^(o).  
- Áp dụng định lí Côsin cho tam giác DBA ta có :  
AD2 = DB2 + AB2 – 2.DB.AB.cosˆDBADBA^ = x2 + 22 – 2.x.2.cos120° = x2+ 2x + 4  
⇒ AD = √x2+2x+4√(x^(2)+2x+4).  
Suy ra khoảng cách từ nhà Long đến nhà An là √x2+2x+4√(x^(2)+2x+4) (km)  
Do khoảng cách từ nhà Long đến nhà Quân bằng 23(2)/(3) khoảng cách từ nhà Long đến nhà An nên ta có phương trình: √x2−x+1√(x^(2)−x+1) =23(2)/(3).√x2+2x+4√(x^(2)+2x+4)  
Bình phương hai vế của phương trình √x2−x+1√(x^(2)−x+1)=23(2)/(3) .√x2+2x+4√(x^(2)+2x+4) ta được:  
x2 – x + 1 = 49(4)/(9)(x2 + 2x + 4)  
⇒ x2 – x + 1 = 49(4)/(9)x2 + 89(8)/(9)x + 169(16)/(9)  
⇒ 59(5)/(9)x2 – 179(17)/(9)x – 79(7)/(9) = 0.  
Giải phương trình59(5)/(9) x2 –179(17)/(9) x – 79(7)/(9) = 0 ta được x1 ≈ 3,8 và x2 ≈ – 0,4.  
Vì x là khoảng cách từ nhà Long đến nhà Minh nên x > 0, do đó x2 ≈ – 0,4 không thỏa mãn.  
Thay x1 ≈ 3,8 vào phương trình √x2−x+1√(x^(2)−x+1) = 23(2)/(3). √x2+2x+4√(x^(2)+2x+4)ta thấy giá trị x1 ≈ 3,8 thỏa mãn.  
Do đó phương trình √x2−x+1√(x^(2)−x+1) = 23(2)/(3).√x2+2x+4√(x^(2)+2x+4) có nghiệm là x ≈ 3,8.  
Vậy khoảng cách từ nhà Long đến nhà Minh khoảng 3,8 km.  
**Xem thêm tóm tắt lý thuyết Toán lớp 10 sách Kết nối tri thức hay, chi tiết khác:**  
Tổng hợp lý thuyết Chương 6  
Lý thuyết Bài 19: Phương trình đường thẳng  
Lý thuyết Bài 20: Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng. Góc và khoảng cách  
Lý thuyết Bài 21: Đường tròn trong mặt phẳng tọa độ  
Lý thuyết Bài 22: Ba đường conic