# Lý thuyết Bài 26: Biến cố và định nghĩa cổ điển của xác suất

**Lý thuyết Toán 10 Bài 26: Biến cố và định nghĩa cổ điển của xác suất - Kết nối tri thức**  
**A. Lý thuyết Biến cố và định nghĩa cổ điển của xác suất**  
**1. Biến cố**  
- Phép thử ngẫu nhiên (gọi tắt là phép thử) là một thí nghiệm hay một hành động mà kết quả của nó không thể biết được trước khi phép thử được thực hiện.  
- Không gian mẫu của phép thử là tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra khi thực hiện phép thử. Không gian mẫu của phép thử được kí hiệu là Ω.  
- Kết quả thuận lợi cho một biến cố E liên quan tới phép thử T là kết quả của phép thử T làm cho biến cố đó xảy ra.  
**Chú ý:** Ta chỉ xét các phép thử mà không gian mẫu gồm hữu hạn kết quả.  
**Ví dụ:** Trong một túi gồm ba quả bóng: màu đỏ, màu xanh, màu vàng. Lấy ngẫu nhiên ra một quả bóng. Phép thử ngẫu nhiên ở đây là gì? Mô tả không gian mẫu.  
**Hướng dẫn giải**  
Phép thử ngẫu nhiên ở đây là lấy ngẫu nhiên một quả bóng trong túi.  
Khi lấy ngẫu nhiên ra một quả bóng thì có các kết quả có thể là: lấy được quả bóng màu đỏ hoặc quả bóng màu xanh, hoặc quả bóng màu vàng.  
Vậy không gian mẫu là Ω = {bóng màu đỏ, bóng màu xanh, bóng màu vàng}.  
- Mỗi biến cố là một tập con của không gian mẫu Ω. Tập con này là tập hợp tất cả các kết quả thuận lợi cho biến cố đó.  
- Biến cố chắc chắn là tập Ω, biến cố không thể là tập ∅.  
- Biến cố đối của biến cố E là biến cố “E không xảy ra”.  
Biến cố đối của E được kí hiệu là ¯¯¯EE¯.  
**Nhận xét:** Nếu biến cố E là tập con của không gian mẫu Ω thì biến cố đối ¯¯¯EE¯ là tập hợp tất cả cá phần tử của Ω mà không là phần tử của E. Vậy biến cố ¯¯¯EE¯ là phần bù của E trong Ω: ¯¯¯EE¯ = CΩE.  
**Ví dụ:** Gieo một con xúc xắc cân đối, đồng chất.  
a) Không gian mẫu ở đây là gì?  
b) Gọi A là biến cố “Số chấm xuất hiện là số lẻ”. Biến cố A là tập con nào của không gian mẫu.  
c) Tìm biến cố đối của biến cố A.  
**Hướng dẫn giải**  
a) Khi gieo con xúc xắc cân đối, đồng chất thì có 6 khả năng có thể xảy ra, đó là xuất hiện mặt 1, 2, 3, 4, 5, 6 (chấm).  
⇒ Không gian mẫu của phép thử là Ω = {1; 2; 3; 4; 5; 6}.  
Vậy Ω = {1; 2; 3; 4; 5; 6}.  
b) A là biến cố “Số chấm xuất hiện là số lẻ”.  
Khi đó, các kết quả thuận lợi cho biến cố A là 1; 3; 5.  
⇒ A = {1; 3; 5} ⊂ Ω.  
Vậy A = {1; 3; 5}.  
c) Biến cố A: “Số chấm xuất hiện là số lẻ” không xảy ra khi số chấm xuất hiện là số chẵn.  
⇒ Biến cố đối của A là ¯¯¯AA¯: “Số chấm xuất hiện là số chẵn”.  
Các kết quả thuận lợi cho ¯¯¯AA¯ là: 2 ; 4 ; 6.  
⇒ ¯¯¯AA¯ = {2 ; 4 ; 6} ⊂ Ω.  
Vậy biến cố đối của biến cố A là ¯¯¯AA¯: “Số chấm xuất hiện là số chẵn” và ¯¯¯AA¯ = {2; 4; 6}.  
**2. Định nghĩa cổ điển của xác suất**  
**\* Định nghĩa cổ điển của xác suất:**  
Cho phép thử T có không gian mẫu là Ω. Giả thiết rằng các kết quả có thể của T là đồng khả năng. Khi đó nếu E là một biến cố liên quan đến phép thử T thì xác suất của E được cho bởi công thức.  
P(E) = n(E)n(Ω)(n(E))/(n(Ω)), trong đó n(Ω) và n(E) tương ứng là số phần tử của tập Ω và tập E.  
**Nhận xét:**  
+ Với mỗi biến cố E, ta có 0 ≤ P(E) ≤ 1.  
+ Với mỗi biến cố chắc chắn (là tập Ω), ta có P(Ω) = 1.  
+ Với mỗi biến cố không thể (là tập ∅), ta có P(∅) = 0.  
**Ví dụ:**Trong phép thử gieo hai con xúc xắc, tính xác suất của các biến cố sau? Hãy nhận xét về hai biến cố đó.  
A: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc nhỏ hơn 13”;  
B: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 13”.  
**Hướng dẫn giải**  
Khi gieo mỗi con xúc xắc thì kết quả có thể là xuất hiện mặt 1, 2, …, 6 chấm.  
Các kết quả có thể của phép thử là cặp số (i; j), trong đó i, j lần lượt là mặt i chấm, j chấm xuất hiện.  
Khi đó, ta có không gian mẫu của phép thử gieo hai con xúc xắc là:  
Ω = {(1; 1), (1; 2), (1; 3), (1; 4), (1; 5), (1; 6), (2; 1), (2; 2), (2; 3), (2; 4), (2; 5), (2; 6), (3; 1), (3; 2), (3; 3), (3; 4), (3; 5); (3; 6), (4; 1), (4; 2), (4; 3), (4; 4), (4; 5), (4; 6), (5; 1), (5; 2), (5; 3), (5; 4), (5; 5), (5; 6), (6; 1), (6; 2), (6; 3), (6; 4), (6; 5), (6; 6)}.  
⇒ n(Ω) = 36.  
- Ta thấy tất cả các kết quả có thể trong không gian mẫu đều có tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc nhỏ hơn 13.  
Do đó, tất cả các kết quả có thể trong không gian mẫu đều thuận lợi cho biến cố A : “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc nhỏ hơn 13”.  
⇒A = Ω = {(1; 1), (1; 2), (1; 3), (1; 4), (1; 5), (1; 6), (2; 1), (2; 2), (2; 3), (2; 4), (2; 5), (2; 6), (3; 1), (3; 2), (3; 3), (3; 4), (3; 5); (3; 6), (4; 1), (4; 2), (4; 3), (4; 4), (4; 5), (4; 6), (5; 1), (5; 2), (5; 3), (5; 4), (5; 5), (5; 6), (6; 1), (6; 2), (6; 3), (6; 4), (6; 5), (6; 6)}.  
⇒ n(A) = n(Ω) =36.  
⇒P(A) = n(A)n(Ω)(n(A))/(n(Ω))= 1.  
⇒Biến cố A là biến cố chắc chắn.  
- Ta thấy tổng số chấm của hai con xúc xắc luôn nhỏ hơn hoặc bằng 12 nên không có kết quả có thể nào trong không gian mẫu thuận lợi cho biến cố B : “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 13”.  
Do đó, có 0 kết quả thuận lợi cho biến cố B.  
⇒B = ∅  
⇒n(B) = 0 ⇒P(B) =n(B)n(Ω)(n(B))/(n(Ω))= 0.  
⇒ Biến cố B là biến cố không thể.  
Vậy biến cố A: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc nhỏ hơn 13” có xác suất bằng 1 và biến cố A là biến cố chắc chắn.  
Biến cố B: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 13” có xác suất bằng 0 và biến cố B là biến cố không thể.  
**Chú ý:** Trong những phép thử đơn giản, ta đếm số phần tử của tập Ω và số phần tử của biến cố E bằng cách liệt kê ra tất cả các phần tử của hai tập hợp này.  
**Ví dụ:**Lấy ngẫu nhiên một trong các số nguyên dương lớn hơn 10 và nhỏ hơn 100. Tính xác suất của biến cố B: “Số lấy ra là số chẵn”.  
**Hướng dẫn giải**  
Lấy ngẫu nhiên một trong các số nguyên dương lớn hơn 10 và nhỏ hơn 100, tức là lấy ngẫu nhiên một số trong tập hợp {11; 12; 13; …;99}.  
⇒ Không gian mẫu của phép thử là Ω = {11; 12; 13; …;99}.  
⇒ n(Ω) = 99 – 11 + 1 = 89.  
B là biến cố “Số lấy ra là số chẵn”.  
Khi đó, các kết quả thuận lợi cho biến cố B là: 12; 14; 16; …; 98.  
⇒ B = {12; 14; 16; …; 98}.  
⇒ n(B) = 98−122+1(98−12)/(2)+1 = 44.  
⇒ P(B) =n(B)n(Ω)(n(B))/(n(Ω))=4489(44)/(89).  
Vậy xác suất của biến cố B: “Số lấy ra là số chẵn” là 4489(44)/(89).  
**3. Nguyên lý xác suất bé**  
- Nếu một biến cố có xác suất rất bé thì trong một phép thử biến cố đó sẽ không xảy ra.  
**Chú ý:** Trong thực tế, xác suất của một biến cố được coi là bé phụ thuộc vào từng trường hợp cụ thể. Chẳng hạn, xác suất của một chiếc điện thoại bị lỗi kĩ thuật là 0,001 được coi là rất bé, nhưng nếu xác suất cháy nổ động cơ của một máy bay là 0,001 thì xác suất này không được coi là bé.  
**Ví dụ**: Xác suất để một bình gas bị chảy nổ là 0,002 thì không thể coi là bé. Nhưng nếu xác suất để tàu về ga chậm là 0,002 thì có thể xem là tàu về ga đúng giờ.  
  
**B. Bài tập Biến cố và định nghĩa cổ điển của xác suất**  
**1. Bài tập trắc nghiệm**  
**Câu 1.** Với E là một biến cố của phép thử T. Khẳng định nào sau đây là không đúng?  
**A.** 0 ≤ P(E) ≤ 1;  
**B.**P(Ω) = 1 ;  
**C.**P(∅) = 1;  
**D.**P(E) = n(E)n(Ω)(n(E))/(n(Ω)) .  
**Hiển thị đáp án**  
  
Đáp án: **C**  
Giải thích:  
Với biến cố không thể ta có : P(∅) = 0  
  
  
**Câu 2.** Trong các thí nghiệm sau thí nghiệm nào không phải là phép thử ngẫu nhiên:  
**A.**Gieo đồng xu để xem xuất hiện mặt ngửa hay mặt sấp;  
**B.** Gieo đồng xu để xem xuất hiện mặt ngửa xuất hiện bao nhiêu lần;  
**C.**Chọn 1 học sinh bất kì trong lớp và xem kết quả là nam hay nữ;  
**D.** Bỏ hai viên bi xanh và ba viên bi đỏ trong một chiếc hộp, sau đó lấy từng viên một để đếm có tất bao nhiêu viên bi.  
**Hiển thị đáp án**  
  
Đáp án: **D**  
Giải thích:  
Theo định nghĩa ta có phép thử ngẫu nhiên là những phép thử mà ta không thể đoán trước kết quả của nó, mặc dù đã biết được tập hợp tất cả các kết quả của phép thử đó  
Đáp án D không phải phép thử vì ta có thể biết chắc chắn kết quả chỉ có thể là 1 số cụ thể là tổng số bi đỏ và xanh  
  
  
**Câu 3.**Viết tập hợp Ω là không gian mẫu trong trò chơi tung đồng xu hai lần liên tiếp.  
**A.**Ω = {SS; SN; NS; NN};  
**B.**Ω = {SS; SN; NS };  
**C.** Ω = {SS; NS; NN};  
**D.** Ω = {SS; SN; NN}.  
**Hiển thị đáp án**  
  
Đáp án: **A**  
Giải thích:  
Thực hiện tung đồng xu 2 lần có các trường hợp có thể xảy ra là:  
TH1: lần 1 đồng xu xuất hiện mặt sấp, lần 2 xuất hiện mặt sấp  
TH2: lần 1 đồng xu xuất hiện mặt sấp, lần 2 xuất hiện mặt ngửa  
TH3: lần 1 đồng xu xuất hiện mặt ngửa, lần 2 xuất hiện mặt sấp  
TH4: lần 1 đồng xu xuất hiện mặt ngửa, lần 2 xuất hiện mặt ngửa  
Vậy tập hợp Ω các kêt quả có thể xảy ra là: Ω = {SS; SN; NS; NN}.  
  
  
**Câu 4.** Gieo một xúc xắc 2 lần . Biến cố A là biến cố để sau hai lần gieo có ít nhất 1 mặt 6 chấm  
**A.**A = {(1; 6), (2; 6), (3; 6), (4; 6), (5; 6)};  
**B.**A = {(1; 6), (2; 6), (3; 6), (4; 6), (5; 6), (6; 6)};  
**C.**A = {(1; 6), (2; 6), (3; 6), (4; 6), (5; 6), (6; 6), (6; 1), (6; 2), (6; 3), (6; 4),  
(6; 5)};  
**D.** A = {(6; 1), (6; 2), (6; 3), (6; 4), (6; 5)}.  
**Hiển thị đáp án**  
  
Đáp án: **C**  
Giải thích:  
Biến cố A là biến cố để sau hai lần gieo có ít nhất 1 mặt 6 chấm có 3 trường hợp xảy ra:  
Trường hợp 1: lần 1 xuất hiện mặt 6 chấm và lần 2 xuất hiện những mặt còn lại(từ 1 đến 5)  
Trường hợp 2 : lần 1 xuất hiện những mặt có số chấm từ 1 đến 5 và lần 2 xuất hiện mặt 6 chấm  
Trường hợp 3: 2 lần đều xuất hiện mặt 6 chấm.  
Do đó, ta có: A = {(1; 6), (2; 6), (3; 6), (4; 6), (5; 6), (6; 6), (6; 1), (6; 2), (6; 3), (6; 4), (6; 5)}  
  
  
**Câu 5.** Xác định số phần tử của không gian mẫu các kết quả có thể xảy ra đối với mặt xuất hiện của một xúc xắc sau 3 lần gieo  
**A.**36;  
**B.**216;  
**C.**18;  
**D.** 108.  
**Hiển thị đáp án**  
  
Đáp án: **B**  
Giải thích:  
Ta xem việc thực hiện gieo xúc xắc 3 lần là một công việc gồm 3 giai đoạn:  
Giai đoạn 1 : Gieo xúc xắc lần 1: có 6 kết quả có thể xảy ra.  
Giai đoạn 2 : Gieo xúc xắc lần 3: có 6 kết quả có thể xảy ra.  
Giai đoạn 3 : Gieo xúc xắc lần 3: có 6 kết quả có thể xảy ra.  
Do đó, khi thực hiện gieo xúc xắc 3 lần thì có 6.6.6 = 216 có thể xảy ra  
Vậy không gian mẫu có 216 phần tử  
  
  
**2. Bài tập tự luận**  
**Bài 1 :** Tổ 2 của lớp 10B có 5 bạn nữ là Hương, Nga, Hạnh, Lam, Vân và 4 bạn nam là Quân, Long, Nam, Lâm. Giáo viên muốn chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong tổ để đi tập văn nghệ. Phép thử ngẫu nhiên ở đây là gì ? Mô tả không gian mẫu.  
**Hướng dẫn giải**  
Tổ 2 của lớp 10B này có 5 bạn nữ và 4 bạn nam, nên tổ 2 có 5 + 4 = 9 bạn.  
Phép thử ngẫu nhiên là chọn ngẫu nhiên một học sinh trong tổ để đi tập văn nghệ.  
Không gian mẫu là tập hợp tất cả học sinh trong tổ.  
Ta có Ω= {Hương, Nga, Hạnh, Lam, Vân, Quân, Long, Nam, Lâm}.  
Vậy phép thử ngẫu nhiên là chọn ngẫu nhiên một học sinh trong tổ để đi tập văn nghệ.  
Không gian mẫu là Ω= {Hương, Nga, Hạnh, Lam, Vân, Quân, Long, Nam, Lâm}.  
**Bài 2 :** Có hai hộp chứa các quả bóng được đánh số. Hộp thứ nhất có bốn quả bóng được đánh số lần lượt từ 1 đến 4. Hộp thứ hai có 5 quả bóng được đánh số lần lượt từ 1 đến 5. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra 1 quả bóng. Tính xác suất để tổng hai số trên hai quả bóng không nhỏ hơn 7.  
**Hướng dẫn giải**  
Vì khi lấy ngẫu nhiên mỗi hộp 1 quả bóng thì hộp thứ nhất có thể 4 kết quả có thể; hộp thứ hai có 5 kết quả có thể.  
Kết quả có thể của phép thử là cặp số (i, j), trong đó i, j lần lượt là số ghi trên bóng lấy được trong hộp thứ nhất và hộp thứ hai.  
Khi đó, ta có bảng mô tả không gian mẫu Ω như sau:  
  
  
  
  
Hộp thứ 2  
Hộp thứ 1  
  
  
1  
  
  
2  
  
  
3  
  
  
4  
  
  
5  
  
  
  
  
1  
  
  
(1,1)  
  
  
(1,2)  
  
  
(1,3)  
  
  
(1,4)  
  
  
(1,5)  
  
  
  
  
2  
  
  
(2,1)  
  
  
(2,2)  
  
  
(2,3)  
  
  
(2,4)  
  
  
(2,5)  
  
  
  
  
3  
  
  
(3,1)  
  
  
(3,2)  
  
  
(3,3)  
  
  
(3,4)  
  
  
(3,5)  
  
  
  
  
4  
  
  
(4,1)  
  
  
(4,2)  
  
  
(4,3)  
  
  
(4,4)  
  
  
(4,5)  
  
  
  
  
Mỗi ô trong bảng là một kết quả có thể. Có 20 ô, do đó n(Ω)= 20.  
Gọi A là biến cố: “Tổng hai số trên hai quả bóng không nhỏ hơn 7”.  
Khi đó, các kết quả thuận lợi cho A là: (2,5); (3,4); (4,3); (3,5); (4,4); (4,5).  
⇒ A = {(2,5); (3,4); (4,3); (3,5); (4,4); (4,5)}.  
⇒ n(A) = 6.  
⇒P(A) = n(A)n(Ω)(nA)/(nΩ)= 620(6)/(20) = 310(3)/(10).  
Vậy xác suất để tổng hai số trên hai quả bóng không nhỏ hơn 7 là 310(3)/(10).  
**Bài 3:** Gieo lần lượt ba đồng xu cân đối và đồng chất.  
a) Mô tả không gian mẫu.  
b) Biến cố A: “Hai đồng xu xuất hiện mặt ngửa”;  
Tìm biến cố đối ¯¯¯AA¯, và tính xác suất của A, ¯¯¯AA¯.  
**Hướng dẫn giải**  
a) Gọi S, N lần lượt là mặt sấp và mặt ngửa của đồng xu.  
Khi gieo lần lượt ba đồng xu ta có các kết quả có thể là: SSS; SSN; SNN; NNN; NNS; NSS; SNS; NSN.  
⇒ Không gian mẫu Ω = {SSS; SSN; SNN; NNN; NNS; NSS; SNS; NSN}.  
⇒n(Ω)= 8.  
Vậy không gian mẫu Ω = {SSS; SSN; SNN; NNN; NNS; NSS; SNS; NSN}.  
b) Xét biến cố A: “Hai đồng xu xuất hiện mặt ngửa”.  
Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là: SNN; NNS; NSN.  
⇒ A = {SNN; NNS; NSN}.  
⇒ n(A) = 3  
P(A) = n(A)n(Ω)(nA)/(nΩ) = 38(3)/(8)  
Biến cố A không xảy ra khi hai đồng xu không xuất hiện mặt ngửa, tức là chỉ có 1 đồng xu xuất hiện mặt ngửa, hoặc không có đồng xu nào xuất hiện mặt ngửa hoặc cả ba đồng xu đều xuất hiện mặt ngửa.  
Khi đó ¯¯¯AA¯: “Có 1 đồng xu xuất hiện mặt ngửa hoặc không có đồng xu nào xuất hiện mặt ngửa hoặc cả ba đồng xu đều xuất hiện mặt ngửa”.  
Các kết quả thuận lợi cho biến cố ¯¯¯AA¯ là: SSS; SSN; NNN; NSS; SNS.  
⇒ ¯¯¯AA¯= {SSS; SSN; NNN; NSS; SNS}  
⇒n(¯¯¯AA¯) = 5  
P(¯¯¯AA¯) = n(¯¯¯A)n(Ω)(nA¯)/(nΩ) = 58(5)/(8).  
Vậy biến cố đối của biến cố A là: ¯¯¯AA¯: “Có 1 đồng xu xuất hiện mặt ngửa hoặc không có đồng xu nào xuất hiện mặt ngửa hoặc cả ba đồng xu đều xuất hiện mặt ngửa”.  
Xác suất của biến cố A là 38(3)/(8), xác suất của biến cố ¯¯¯AA¯ là 58(5)/(8).  
**Xem thêm tóm tắt lý thuyết Toán lớp 10 sách Kết nối tri thức hay, chi tiết khác:**  
Lý thuyết Bài 23: Quy tắc đếm  
Lý thuyết Bài 24: Hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp  
Lý thuyết Bài 25: Nhị thức Newton  
Lý thuyết Bài 27: Thực hành tính xác suất theo định nghĩa cổ điển  
Tổng hợp lý thuyết Chương 9